УЧЕНЫЕ ЗАПИСКИ КАЗАНСКОГО УНИВЕРСИТЕТА

Том 153, кн. 2

Физико-математические науки

2011

УДК 524.31

# АНАЛИЗ ТЕМПЕРАТУРНОЙ СТРУКТУРЫ ПОВЕРХНОСТЕЙ ЗАПЯТНЕННЫХ ЗВЕЗД

А.И. Колбин, Н.А. Сахибуллин

## Аннотация

Работа посвящена применению метода MLI (Matrix Light-curve Inversion), предназначенного для картирования поверхностей запятненных звезд. В отличие от традиционного метода моделирования кривой блеска, данный метод не нуждается в предположениях о форме и количестве пятен звездной поверхности. Для реализации и тестирования метода MLI была создана компьютерная программа, которая позволяет создавать модели запятненных звездных поверхностей, строить на их основе зашумленные синтетические кривые блеска в различных фотометрических системах, проводить MLI-восстановление поверхностей на основе построенных синтетических или наблюдаемых кривых блеска. Метод был протестирован на различных вариантах модели звездной поверхности и применен к исследованию вторичной компоненты системы DE CVn. Фотометрический материал, представленный *B*-, *V*-, *R*-изображениями окрестностей DE CVn, был получен на телескопе PTT-150 (обсерватория TUBITAC) в 2009 г. Были построены карты распределения интенсивности и температуры на поверхности вторичной компоненты. Было выявлено наличие двух крупных зон запятненности на поверхности вторичной компоненты системы DE CVn.

Ключевые слова: запятненные звезды, метод MLI, система DE CVn.

#### Введение

Работа посвящена восстановлению поверхностей запятненных звезд методом MLI (Matrix Light-curve Inversion). Метод был разработан Вилдом и впервые описан в работах [1, 2]. Суть данного метода состоит в разбиении модели звездной поверхности на площадки и таком подборе их нормальных удельных интенсивностей, чтобы описать наблюдаемую кривую блеска звезды. Задача поиска такого распределения интенсивности относится к классу некорректно поставленных и требует специальных методов решения [3]. В работе [4] предложена модификация данной техники картирования, которая предполагает выделение однородного фона нормальной фотосферы звезды и использование данных нескольких кривых блеска, полученных в разных фильтрах. Однако предложенная методика предполагает использование априори известного значения температуры пятен. В той же работе было показано, что MLI является хорошей альтернативой традиционному методу моделирования кривой блеска, в отличие от которого не нуждается в предположениях о форме и количестве пятен звездной поверхности.

В настоящей работе представлены некоторые результаты применения методики MLI. В разд. 1 описаны математические детали алгоритма MLI, который был использован в работе. В разд. 2 даны результаты тестирования метода на моделях звездной поверхности. Разд. 3–5 посвящены исследованию реального объекта – вторичной компоненты затменно-переменной системы DE CVn. Некоторая информация об этой звезде дана в разд. 3. В разд. 4 дано краткое описание проведенных фотометрических наблюдений и их обработки. Результаты и методы исследования структуры поверхности звезды представлены в разд. 5.



Рис. 1. Пример разбиения модели звездной поверхности

# 1. Техника картирования поверхности звезды

Мы использовали вариант разбиения сферической поверхности, предложенный в статье [4]. Этот вариант разбиения характеризуется двумя параметрами: количеством широтных поясов разбиения и количеством разбиений поясов, прилегающих к экваториальной линии. Остальные пояса делятся так, что площади их элементов разбиения примерно равны площадям приэкваториальных элементов. На рис. 1 представлен пример такого разбиения.

Значение потока излучения от поверхности на *p*-й момент времени можно получить, просуммировав вклады в него от всех видимых элементов разбиения, то есть

$$\widehat{I}_p = \sum_{i=1}^N \Omega_{pi} L_{pi} \widehat{J}_i,\tag{1}$$

75

где  $\hat{J}_i$  – значение удельной интенсивности *i*-го элемента разбиения в направлении его нормали; N – количество доступных наблюдению элементов разбиения (полярный угол их центра подчиняется условию  $\theta < 90^\circ + i$ , где *i* – угол наклона оси вращения звезды к лучу зрения);  $L_{pi}$  и  $\Omega_{pi}$  – значения функции потемнения и телесного угла *i*-го элемента разбиения на *p*-й момент времени. Если же *i*-й элемент не виден на момент времени *p*, то следует положить  $\Omega_{pi} = 0$ .

Для вычисления коэффициентов потемнения  $L_{pi}$  мы использовали интерполяцию таблиц [5], в которых протабулированы значения параметров линейной [6], логарифмической [7] и квадратно-коренной [8] моделей потемнения звездного диска к краю.

Задача восстановления распределения интенсивности на поверхности звезды по ее кривой блеска относится к классу некорректно поставленных, что объясняется плохой обусловленностью системы (1). Эту задачу можно решить путем минимизации регуляризирующей функции Тихонова [3]

.

$$M(\widehat{J},\lambda) = G(\widehat{J}) + \lambda S(\widehat{J}).$$
<sup>(2)</sup>

Здесь  $\widehat{J}$  – вектор нормальных удельных интенсивностей элементов разбиения поверхности,  $G(\widehat{J})$  – функция точности описания наблюдательных данных, определяемая выражением

$$G(\hat{J}) = \frac{1}{P} \sum_{k=1}^{P} (\hat{I}_k - I_k)^2,$$
(3)

где  $\widehat{I}_k$  – значение потока излучения модельной поверхности на k-й момент времени, определяемое выражением (1);  $I_k$  – наблюдаемое значение потока излучения на k-й момент времени; P – количество точек на кривой блеска.

В состав регуляризирующей функции (2) также входит сглаживающая функция  $S(\hat{J})$ , которая определяется выражением

$$S(\widehat{J}) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} c_i (\widehat{J}_i - \langle \widehat{J} \rangle)^2, \qquad (4)$$

где  $\langle \hat{J} \rangle = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} \hat{J}_{i}$  – среднее значение нормальной интенсивности модельной поверхности. Коэффициенты  $c_{i}$ , входящие в состав выражения (4), определяются по следующей формуле:

$$c_{i} = \begin{cases} 1 & \text{при } \widehat{J}_{i} \leq \langle \widehat{J} \rangle, \\ B & \text{при } \widehat{J}_{i} > \langle \widehat{J} \rangle. \end{cases}$$
(5)

Здесь B – так называемый байесовский параметр. В случае, если B > 1, решение задачи минимизации функции (2) соответствует выделению темных пятен на однородном фоне, если 0 < B < 1, то выделяются светлые пятна на однородном фоне. Если же B = 1, то искусственного выделения однородного фона не производится.

Оптимальный выбор параметра регуляризации  $\lambda$  определяется выполнением равенства

$$G(\tilde{J}) = \sigma^2, \tag{6}$$

где  $\sigma$  – средняя оценка точности измерения потока излучения  $I_k$ , k = 0, ..., P. Если  $B \neq 1$ , то оптимальное значение параметра регуляризации становится функцией байесовского параметра B. Об оптимальном выборе байесовского параметра, согласно [4], свидетельствует выполнение равенства

$$\frac{\min\left\{\widehat{J}_i(\lambda, B)\right\}}{\left\langle\widehat{J}_i(\lambda, B)\right\rangle} = r,\tag{7}$$

где правая часть представлена отношением минимальной удельной интенсивности к средней удельной интенсивности восстановленной поверхности, r – оценка реального отношения нормальных удельных интенсивностей пятна и нормальной фотосферы  $r = J_{\rm sp}/J_{\rm phot}$ .

#### 2. Реализация метода

Метод был реализован в виде компьютерной программы, написанной на языке Visual C# 3.0. Программа позволяет строить зашумленные синтетические кривые блеска, соответствующие различным вариантам модели звездной поверхности, в полосах систем Джонсона и Стремгрена.

На рис. 2–4 приведены некоторые примеры восстановления модельных поверхностей. На всех рисунках слева представлены модельные поверхности, используемые для генерации кривых блеска. В центре показаны поверхности, восстановленные без склонения решения в сторону выделения темных или светлых пятен на однородном фоне. Справа даны поверхности, восстановленные со склонением решения в сторону выделения темных пятен на однородном фоне. Температура нормальной фотосферы модельной поверхности была принята равной  $T_{\rm phot} =$ = 4000 K, а температура пятен  $T_{\rm sp} = 3500$  K. Ускорение силы тяжести log g = 4.5.



Рис. 2. Восстановление распределения интенсивности модельной поверхности ( $\theta_{sp} = 45^{\circ}$ ;  $R_{sp} = 20^{\circ}$ ;  $J_{max}^{0} = 1.00$ ;  $J_{min}^{0} = 0.32$ ;  $J_{max}^{1} = 1.03$ ;  $J_{min}^{1} = 0.81$ ;  $J_{max}^{2} = 1.00$ ;  $J_{min}^{2} = 0.32$ )



Рис. 3. Восстановление распределения интенсивности модельной поверхности ( $\theta_{sp} = 45^{\circ}$ ;  $R_{sp} = 20^{\circ}$ ;  $J_{max}^0 = 1.00$ ;  $J_{min}^0 = 0.32$ ;  $J_{max}^1 = 1.07$ ;  $J_{min}^1 = 0.82$ ;  $J_{max}^2 = 1.00$ ;  $J_{min}^2 = 0.32$ )



Рис. 4. Восстановление распределения интенсивности модельной поверхности ( $\theta_{\rm sp} = 45^{\circ}$ ;  $R_{\rm sp} = 20^{\circ}$ ;  $J_{\rm max}^0 = 1.00$ ;  $J_{\rm min}^0 = 0.32$ ;  $J_{\rm max}^1 = 1.08$ ;  $J_{\rm min}^1 = 0.41$ ;  $J_{\rm max}^2 = 1.00$ ;  $J_{\rm min}^2 = 0.32$ )

Наклон оси вращения модели  $i = 45^{\circ}$ . Моделирование кривых блеска проводилось для полосы V. Полученные кривые блеска были затем зашумлены по нормальному закону со среднеквадратичным отклонением  $\sigma = 0.005^{\rm m}$ . В комментариях к рисункам были приняты следующие обозначения:  $\theta_{\rm sp}$  и  $R_{\rm sp}$  – широта и радиус пятна на модельной поверхности;  $J_{\rm max}^0$  и  $J_{\rm min}^0$  – максимальное и минимальное значения нормальной удельной интенсивности на модельной поверхности;  $J_{\rm max}^1$  и  $J_{\rm min}^1$  – максимальное и минимальное значения удельной интенсивности поверхности, соответствующие среднему рисунку;  $J_{\rm max}^2$  и  $J_{\rm min}^2$  – максимальное и минимальное значения удельной интенсивности поверхности, соответствующие среднему рисунку;  $J_{\rm max}^2$  и  $J_{\rm min}^2$  – максимальное и минимальное значения удельной интенсивности поверхности, соответствующие среднему рисунку;  $J_{\rm max}^2$  и  $J_{\rm min}^2$  – максимальное и минимальное значения удельной интенсивности.

Видно, что несклоненное решение является пересглаженным, то есть  $J_{\min}^1/J_{\max}^1 > J_{\min}^0/J_{\max}^0$ . Согласие с кривой блеска обеспечивается при этом за счет увеличения площади пятна. Очевидно, что данная проблема отсутствует у склоненного решения. Заметим также, что оба решения демонстрируют чувствительность к широте пятен, хотя и имеет место занижение широты высокоширотных пятен.

## 3. Звезда DE CVn

DE CVn – яркая ( $V = 12.8^m$ ) затменно-переменная система с относительно коротким ( $\sim 8.7^h$ ) орбитальным периодом. Согласно [9] система состоит из белого карлика с температурой поверхности  $\sim 8000$  К и красного карлика спектрального класса M3V.

Результаты первых фотометрических исследований звезды в фильтрах V и R представлены в работе [10]. Были обнаружены затмения в системе, имеющие глубину 0.054 ± 0.01<sup>m</sup> в полосе R и 0.128 ± 0.029<sup>m</sup> в полосе V. Отмечено, что форма кривой блеска звезды свидетельствует о сильной запятненности ее красной компоненты.

Спектроскопические и фотометрические исследования системы DE CVn представлены в работе [9], где дана уточненная формула для вычисления эфемерид затмения:

$$HJD_{\min} = 2452784.5533(1) \pm 0.3641394(2) \cdot E.$$
(8)

Показано, что компонентами системы являются красный карлик спектрального класса M3V и белый карлик с эффективной температурой поверхности около 8000 К. Были найдены также оценки массы и радиусов компонент:  $0.41\pm0.06~{\rm M}_{\odot}$ и  $0.37^{+0.06}_{-0.007}~{\rm R}_{\odot}$ для красного карлика,  $0.51^{+0.06}_{-0.02}~{\rm M}_{\odot}$ и  $0.0136^{+0.0008}_{-0.0002}~{\rm R}_{\odot}$ для белого карлика. Дана оценка наклона системы  $86^{+3\circ}_{-2}$ и большой полуоси системы  $2.07^{+0.09}_{-0.04}~{\rm R}_{\odot}$ .

#### 4. Наблюдательный материал и его обработка

Наблюдательный материал представлен изображениями окрестностей звезды DE CVn, полученными на 1.5-м телескопе РТТ-150 (Турецкая национальная обсерватория TUBITAC) в фильтрах B, V, R 15, 16, 17 и 19 марта 2009 г. Изображения получены при помощи ПЗС-матрицы ANDOR (2048 × 2048 пикс.; размер пикселя 13.5 × 13.5 мкм). Матрица была размещена в кассегреновском фокусе телескопа и имела глубокое термоэлектронное охлаждение -60 °C. Все изображения были получены с бинингом 2 × 2 и временем экспозиции 60, 40 и 30 с в фильтрах B, V и R соответственно.

Обработка данных проводилась с использованием стандартных процедур пакета Maxim DL. Была проведена дифференциальная фотометрия звезды DE CVn относительно звезды с координатами ( $\alpha_{2000} = 13^{h}26^{m}27.96^{s}$ ,  $\delta_{2000} = +45^{\circ}33'13.44''$ ). В качестве объектов сравнения были выбраны две звезды близкой яркости, попадающие в поле зрения ПЗС-матрицы. Было показано постоянство их блеска в пределах ошибок дифференциальной фотометрии  $\Delta B = 0.008^{m}$ ,  $\Delta V = 0.007^{m}$ ,  $\Delta R = 0.005^{m}$ . На рис. 5 представлены полученные кривые блеска звезды DE CVn в фильтрах B, V и R. Из всех кривых блеска были вычтены точки, соответствующие затмению. Перевод кривой блеска из шкалы юлианских дат в шкалу фаз орбитального периода осуществлялся при помощи формулы (8).

Форма кривых блеска говорит о сложной структуре распределения интенсивности на поверхности красной компоненты DE CVn.

# 5. Карты распределения интенсивности и температуры на поверхности вторичной компоненты системы DE CVn

Из анализа затмения в системе и оценки температуры белого карлика ~ 8000 К получили оценку средней эффективной температуры красной компоненты  $\langle T_{\rm eff} \rangle \sim 3900$  К. Для построения карт интенсивности была использована линейная модель потемнения диска к краю [6], соответствующая атмосфере с параметрами  $T_{\rm eff} = 3900$  К и log g = 4.9. Коэффициент потемнения для данной модели был найден путем интерполяции таблиц [5]. Поскольку мы не имеем никакой априорной информации о температуре пятен, все карты были получены при постоянном значении байесовского параметра B = 1, то есть без склонения решения в сторону выделения темных или светлых пятен на однородном фоне нормальной фотосферы.

К сожалению, наклон оси вращения звезды довольно велик (~ 90°), что приводит к симметризации решения относительно экватора звезды, и следовательно,



Рис. 5. Сравнение кривых блеска восстановленных поверхностей (сплошная линия) с наблюдаемыми кривыми блеска (точки) в полосах В, V и R



Рис. 6. Карты температурного распределения, полученные на основе карт распределения V- и R-интенсивности

к отсутствию какой-либо информации об истинном широтном распределении интенсивности на получаемых картах. Тем не менее полученные при помощи описанной в настоящей работе методики карты распределения интенсивности могут быть использованы для анализа распределения пятен по долготе.

На основе полученных кривых блеска в фильтрах B, V и R были получены карты распределения нормальных B-, V- и R-интенсивностей на поверхности вторичной компоненты системы DE CVn. Сравнение наблюдаемых кривых блеска с кривыми блеска восстановленных B-, V- и R-поверхностей представлено на рис. 5.

Мы применили следующую методику построения температурных карт. Найденному среднему значению эффективной температуры звезды  $\langle T_{\rm eff} \rangle$  ставилось в соответствие среднее значение интенсивности восстановленной поверхности  $\langle J \rangle$ . Используя теоретические зависимости интенсивности излучения атмосферы от эффективной температуры в данном фильтре, каждым значениям интенсивности элементов разбиения сопоставлялись свои значения эффективной температуры. Для построения карт температурного распределения мы использовали модели Куруца [11].

Полученные на основе карт распределения V- и R-интенсивности карты температурного распределения представлены на рис. 6. Обе карты демонстрируют изменение эффективной температуры поверхности ~ 100 К.

#### Заключение

Была освоена методика однополосного MLI. Метод был протестирован на различных вариантах модели звездной поверхности. В ходе тестирования данной методики было выявлено два ее недостатка. Это пересглаженность решения и занижение широты высокоширотных пятен. Можно устранить первый недостаток, однако, для этого мы должны иметь априорные оценки температуры пятен. Особенность настоящей работы состоит в том, что мы применили метод MLI к картированию реального объекта – красной компоненты системы DE CVn. Мы выявили наличие двух крупных зон запятненности на поверхности этой звезды. Найденное значение изменение эффективной температуры поверхности составило ~ 100 К. Вполне возможно, что это значение довольно сильно отличается от реального вследствие внесения ошибки, связанной с некорректностью поставленной задачи и большого значения угла наклона оси вращения звезды. Однако полученные температурные карты хорошо описывают наблюдаемые кривые блеска и являются некоторым приближением к реальности.

Наша следующая задача состоит в освоении методики многополосного MLI, в которой используются данные нескольких кривых блеска, полученных в разных фильтрах. Мы надеемся, что данная методика позволит нам получать надежные температурные карты, которые могли бы использоваться при моделировании спектров запятненных звезд.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект 09-02-97013-р-Поволжье-а).

Авторы выражают благодарность А.И. Галееву за предоставление наблюдательного материала. Авторы также благодарны TUBITAC за частичную поддержку при использовании телескопа PTT-150.

#### Summary

A.I. Kolbin, N.A. Sakhibullin. Analysis of Temperature Structure of Spotted Stars.

In this work, we consider applications of MLI (Matrix Light-Curve Inversion) technique for surface reconstruction of spotted stars. Unlike the traditional method of light-curve modeling, this method doesn't need any assumptions about the number of spots and their shapes. For realization and testing of MLI technique, we have developed a computer program that makes it possible to create models of spotted stellar surfaces, to draw noisy synthetic light curves in different photometric systems, and to reconstruct surfaces based on the obtained and observed light curves. This technique has been tested for various models of spotted surfaces. We have been applied this method for surface reconstruction of the secondary component of DE CVn system. Photometric data were obtained by RTT-150 telescope (TUBITAC observatory) in 2009. Intensity and temperature maps of the surface of the secondary component of DE CVn system have been deduced. Two large regions of spottedness have been found.

Key words: spotted stars, MLI technique, DE CVn system.

## Литература

- Wild W. Matrix formalism for inferring planetary surface albedo distribution from lightcurve measurements // Publ. Astron. Soc. Pacific. - 1989. - V. 101, - P. 844-848.
- 2. Wild W. Light-curve inversion formalism // Astrophys. J. 1991. V. 368. P. 622-625.
- Тихонов А.Н., Арсенин В.Я. Методы решения некорректных задач. М: Наука, 1979. – 284 с.
- Harmon R., Crews L. Imaging stellar surfaces via matrix light-curve inversion // Astrophys. J. - 2000. - V. 120, No 6. - P. 3274-3294.
- Van Hamme W. New limb-darkening coefficients for modeling binary star light curves // Astrophys. J. - 1993. - V. 106, No 5. - P. 2096-2117.
- 6. Mihalas D. Stellar Atmospheres. San Francisco: Freeman, 1978. 352 p.

- 7. Klinglesmith D., Sobiesky S. Nonlinear limb darkening for early-type stars // Astrophys. J. 1970. V. 75, No 2. P. 175-181.
- Diaz-Cordoves J., Gimenez A. A new nonlinear approximation to the limb-darkening of hot stars // Astron. Astrophys. - 1992. - V. 259, No 1 - P. 227-331.
- Van den Besselaari E., Greimel R., Morales-Rueda L., Nelemans G., Thorstensen J.R., Marsh T.R., Dhillon V.S., Robb R.M., Balam D.D., Guenther E.W., Kemp J., Augusteijn T., Groot P.J. DE Canum Venaticorum: A bright, eclipsing red dwarf – white dwarf binary // Astron. Astrophys. - 2007. - V. 466, No 3. - P. 1031-1041.
- Robb R., Greimel R. The eclipsing binary RX J1326.9+4532 // Inform. Bull. Variable Stars. - 1997. - No 4486. - P. 1-4.
- 11. Kurucz R.L. ATLAS9 Stellar Atmospheres Programs and 2 km/s Grid (CD-ROM). Cambridge: Smithsonian Astrophys. Observ., 1993.

Поступила в	редакцию
24.01.11	

Колбин Александр Иванович – студент Института физики Казанского (Приволжского) федерального университета.

E-mail: kolbinalexander@mail.ru

Сахибуллин Наиль Абдулович – доктор физико-математических наук, профессор, заведующий кафедрой астрономии и космической геодезии Казанского (Приволжского) федерального университета.