

Задача 4. Выбор столицы

22 января 2024 г.

- Есть дерево из n вершин и число k , для каждого корня дерева от 1 до n решите следующую задачу:

- Есть дерево из n вершин и число k , для каждого корня дерева от 1 до n решите следующую задачу:
- Какое будет максимальное расстояние от корня, если добавить не более k ребер в корневое дерево. ($2 \leq n \leq 2 \cdot 10^5$, $1 \leq k \leq n - 1, n \cdot k \leq 2 \cdot 10^5$)

- Необходимо решить задачу для одного корня - листа бамбука длины n .

- Необходимо решить задачу для одного корня - листа бамбука длины n .
- Необходимо разбить массив на k подотрезков таким образом, чтобы наибольший из них был минимальной длины.

- Необходимо решить задачу для одного корня - листа бамбука длины n .
- Необходимо разбить массив на k подотрезков таким образом, чтобы наибольший из них был минимальной длины.
- Ответом будет величина вида $\frac{n-1}{k+1}$ округленная вверх.

- Необходимо решить задачу для одного корня.

- Необходимо решить задачу для одного корня.
- Дерево имеет размер $n \leq 2 \cdot 10^3$

- Необходимо решить задачу для одного корня.
- Дерево имеет размер $n \leq 2 \cdot 10^3$
- Добавить мы можем не более чем одно ребро.
- Переберем за $O(n)$ в какую вершину мы проводим ребро и запустим bfs из корня.

- Необходимо решить задачу для одного корня.

Корневое дерево большего размера, подзадача 3

- Необходимо решить задачу для одного корня.
- Добавить мы можем не более чем одно ребро.

Корневое дерево большего размера, подзадача 3

- Необходимо решить задачу для одного корня.
- Добавить мы можем не более чем одно ребро.
- Посчитаем расстояние до всех вершин в дереве и отсортируем их.

- Для каждого расстояние d постараемся провести ребро таким образом, чтобы все вершины, для которых изначальное расстояние больше чем d улучшили свой ответ.

- Для каждого расстояния d постараемся провести ребро таким образом, чтобы все вершины, для которых изначальное расстояние больше чем d улучшили свой ответ.
- Результат для фиксированного параметра d - максимум из улучшенного результата для наиболее удаленных вершин и старого результата для наименее удаленных.

- Для каждого расстояния d постараемся провести ребро таким образом, чтобы все вершины, для которых изначальное расстояние больше чем d улучшили свой ответ.
- Результат для фиксированного параметра d - максимум из улучшенного результата для наиболее удаленных вершин и старого результата для наименее удаленных.
- Ответом является минимум из результатов для всех d .

- Задача аналогичная первой подзадаче, за тем исключением, что теперь мы решаем задачу для всех корней.

- Задача аналогичная первой подзадаче, за тем исключением, что теперь мы решаем задачу для всех корней.
- Для конкретного корня переберем сколько ребер A из k доступных будет использовано в левом и B правом поддеревьях.

- Задача аналогичная первой подзадаче, за тем исключением, что теперь мы решаем задачу для всех корней.
- Для конкретного корня переберем сколько ребер A из k доступных будет использовано в левом и B правом поддеревьях.
- Ответом будет величина вида

$$\max \left\{ \frac{L}{A+1}, \frac{R}{B+1} \right\}$$

округленная вверх.

- Размер дерева $n \leq 16$.

- Размер дерева $n \leq 16$.
- Переберем множество вершин, в которые мы будем проводить ребра.

- Размер дерева $n \leq 16$.
- Переберем множество вершин, в которые мы будем проводить ребра.
- Посчитаем ответ в измененном графе при помощи bfs.

- Научимся решать задачу для отдельного корня.

- Научимся решать задачу для отдельного корня.
- Научимся проверять, правда ли, что ответ на задачу меньше либо равен x

- Научимся решать задачу для отдельного корня.
- Научимся проверять, правда ли, что ответ на задачу меньше либо равен x
- Возьмем самый удаленную вершину v в дереве, если расстояние до неё меньше чем x значит ответ не больше чем x .

- Научимся решать задачу для отдельного корня.
- Научимся проверять, правда ли, что ответ на задачу меньше либо равен x
- Возьмем самый удаленную вершину v в дереве, если расстояние до неё меньше чем x значит ответ не больше чем x .
- В противном случае должно существовать некоторое ребро, которое проводится из корня и уменьшает расстояние до этой вершины.

- Из жадных соображений утверждаем, что ребро необходимо проводить в $x - 1$ родителя вершины v .

- Из жадных соображений утверждаем, что ребро необходимо проводить в $x - 1$ родителя вершины v .
- Давайте проведем ребро, и удалим все вершины, которые лежат в поддереве проведенного ребра, очевидно, что до них расстояние уже валидное.

- Из жадных соображений утверждаем, что ребро необходимо проводить в $x - 1$ родителя вершины v .
- Давайте проведем ребро, и удалим все вершины, которые лежат в поддереве проведенного ребра, очевидно, что до них расстояние уже валидное.
- Сведем задачу к аналогичной.

- Сделаем бинарный поиск по ответу.

- Сделаем бинарный поиск по ответу.
- Будем поддерживать set с расстояниями до самых удаленных вершин

- Сделаем бинпоиск по ответу.
- Будем поддерживать set с расстояниями до самых удаленных вершин
- При добавлении ребра будем удалять все вершины из поддерева в явном виде.

- Сделаем бинпоиск по ответу.
- Будем поддерживать set с расстояниями до самых удаленных вершин
- При добавлении ребра будем удалять все вершины из поддерева в явном виде.
- Асимптотика $O(n^2 \cdot \log(n)^2)$.

- Сделаем бинпоиск по ответу.

Подзадача 8

- Сделаем бинпоиск по ответу.
- Будем рассматривать вершины в изначальном порядке удаленности.

- Сделаем бинпоиск по ответу.
- Будем рассматривать вершины в изначальном порядке удаленности.
- При добавлении ребра будем красить все вершины в поддереве как `used` и пропускать их, если они уже покрашены.

- Сделаем бинпоиск по ответу.
- Будем рассматривать вершины в изначальном порядке удаленности.
- При добавлении ребра будем красить все вершины в поддереве как used и пропускать их, если они уже покрашены.
- Асимптотика $O(n^2 \cdot \log(n))$.

Подзадача 9

- Сделаем бинпоиск по ответу.

Подзадача 9

- Сделаем бинпоиск по ответу.
- Будем поддерживать эйлеров тур с расстояниями до вершин в поддереве.

- Сделаем бинарный поиск по ответу.
- Будем поддерживать эйлеров тур с расстояниями до вершин в поддереве.
- При добавлении ребра будем делать присвоение на отрезке соответствующей вершины в эйлеровом туре.

- После подсчета ответа для одного корня откатим изменения присвоений

- После подсчета ответа для одного корня откатим изменения присвоений
- Эйлеров тур для любого корня можно получить, как циклический сдвиг эйлера тура построенного для произвольной вершины дерева.

- После подсчета ответа для одного корня откатим изменения присвоений
- Эйлеров тур для любого корня можно получить, как циклический сдвиг эйлера тура построенного для произвольной вершины дерева.
- Асимптотика $O(n * k \cdot \log(n)^2)$.

- Заметим, что для двух соседних вершин ответ отличается не более чем на 1, таким образом избавимся от бинарного поиска.

- Заметим, что для двух соседних вершин ответ отличается не более чем на 1, таким образом избавимся от бинарного поиска.
- Асимптотика $O(n * k \cdot \log(n))$.

Вопросы?