

УДК 538.945

## ЭВОЛЮЦИЯ МАГНИТНЫХ СВОЙСТВ РОДИТЕЛЬСКИХ СОЕДИНЕНИЙ ВЫСОКОТЕМПЕРАТУРНЫХ СВЕРХПРОВОДНИКОВ ПРИ ДОПИРОВАНИИ

*С.И. Белов, А.Д. Инеев, Б.И. Кочелаев*

### Аннотация

Исследована эволюция магнитных и кинетических свойств квазидвумерных купратов при допировании плоскостей  $\text{CuO}_2$  электронными дырками. Показано, что электронная дырка, внедренная в плоскость  $\text{CuO}_2$ , вызывает рождение скирмионной спиновой конфигурации. Изучено влияние анизотропии обменного взаимодействия, взаимодействия между плоскостями на форму, размер и сам факт существования скирмионов. Используя представление о тепловых скирмионах и скирмионах, индуцированных дырками, были найдены спиновая корреляционная длина и скорость ядерной спиновой релаксации как функции температуры и концентрации дырок.

### Введение

Открытие в 1986 г. Беднорцем и Мюллером явления высокотемпературной сверхпроводимости (ВТСП) [1] в купратах породило огромное количество экспериментальных и теоретических работ, посвященных изучению магнитных и электрических свойств этих веществ. Родительскими соединениями высокотемпературных сверхпроводников являются антиферромагнитные слоистые диэлектрики. При допировании их ионами стронция разрушается дальний антиферромагнитный порядок, образуются носители тока дырочного типа и происходит переход сначала в металлическое, а затем и в сверхпроводящее состояние. Проблема природы существования явления ВТСП привела к интенсивным исследованиям сильнокоррелированных электронных систем и низкоразмерного магнетизма. Большинство работ, в которых изучалось поведение купратов, посвящено исследованию появления и свойств элементарных возбуждений, являющихся носителями тока, в то время как трансформации магнитных свойств уделялось меньшее внимание, хотя общепризнанно, что эти явления органически взаимосвязаны.

Вместе с тем существует ряд работ, в которых изучается искажение антиферромагнитного порядка, вызываемое дыркой. В частности, Шрайманом и Сиггой [2] изучается спиральный тип возмущений спинового порядка, порождаемых дыркой, в работах Гудинга [3] и Моринари [4] показывается, что внедрение в плоскость  $\text{CuO}_2$  электронной дырки порождает возникновение топологического спинового возбуждения типа скирмион. В первой части данной работы была исследована спиновая конфигурация, образующаяся в двумерном магнетике при допировании. Вторая часть работы посвящена изучению экспериментально наблюдаемых магнитных характеристик допированного антиферромагнетика, таких, как спиновая корреляционная длина и скорость ядерной спиновой релаксации.

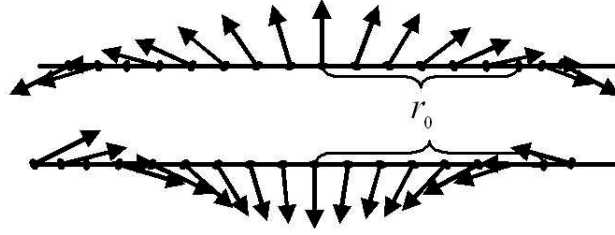


Рис. 1. Сечение скирмиона (сверху) и антискирмиона (снизу) плоскостью  $OXZ$ , проходящей через центр скирмиона.  $r_0$  – радиус скирмиона (антискирмиона)

### 1. Образование скирмионного состояния в двумерном магнетике при допировании

Впервые понятие скирмион возникло в работах Скирме в связи с задачей о механизме нуклон-нуклонного взаимодействия [5] и с тех пор активно применяется в теории атомного ядра. В 1975 г. Белавин и Поляков [6] установили существование этих топологических возбуждений в двумерном классическом ферромагнетике, не рассматривая их вклад в термодинамику системы, затем Валднер [7] отметил, что скирмионы могут играть существенную роль в поведении слоистых сверхпроводящих купратов.

Идея скирмионного подхода заключается в следующем. Трехмерные магнетики при низких температурах близки к однородному основному состоянию, и изучение их свойств сводится к исследованию малых спиновых флуктуаций над этим состоянием. В двумерном случае при  $T \rightarrow 0$  спиновые флуктуации очень сильны, что делает невозможным их рассмотрение как небольших отклонений от однородного спинового состояния. В скирмионном подходе отправной точкой исследования становится неоднородное метастабильное состояние, учитывающее сильные спиновые флуктуации, характерные для двумерного магнетика. С математической точки зрения это состояние представляет собой солитон, впервые введенный и проанализированный Скирме и получивший впоследствии название «скирмион».

На основе как классического [6], так и квантовомеханического [8] подходов была получена система уравнений, описывающих возможные метастабильные состояния, спиновые состояния в двумерном гайзенберговском магнетике:

$$\begin{aligned} \Delta\theta - \sin\theta \cos\theta (\nabla\phi)^2 &= 0, \\ \nabla(\sin^2\theta \cdot \nabla\phi) &= 0, \end{aligned} \quad (1)$$

где  $\theta$  и  $\phi$  – углы в сферической системе координат, определяющие направление спинов. Тривиальное решение  $\theta = \text{const}$ ,  $\phi = \text{const}$  соответствует однородному основному состоянию. Простейшее нетривиальное решение описывает форму скирмиона:

$$\begin{aligned} \text{tg}(\theta/2) &= r/r_0, \\ \phi &= \Phi, \end{aligned} \quad (2)$$

где  $r_0$  – радиус скирмиона. Сечение соответствующей спиновой конфигурации плоскостью  $OXZ$ , проходящей через центр скирмиона, представлено на рис. 1.

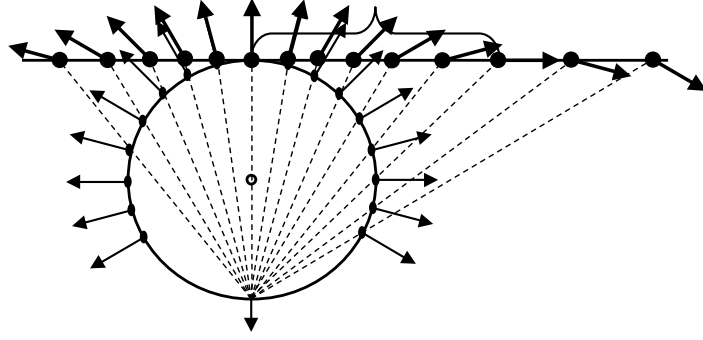


Рис. 2. Скирмион в виде проекции сферы на плоскость 0XY

Еще одно нетривиальное решение, описывающее антискирмионную спиновую конфигурацию:

$$\begin{aligned} \operatorname{tg}(\theta/2) &= r_0/r, \\ \phi &= -\Phi. \end{aligned} \quad (3)$$

Сечение антискирмионной спиновой конфигурации плоскостью 0XZ, проходящей через центр скирмиона, представлено на рис. 1. Проекцию скирмиона и антискирмиона на плоскость 0XY можно видеть на рис. 5. На самом деле скирмион и антискирмион являются частными случаями непрерывного отображения двумерной сферы, касающейся плоскости 0XY в некоторой точке, на эту плоскость (рис. 2). Скирмион (антискирмион) представляет собой топологическое возбуждение, при котором плоскость покрывает сферу один раз, причем каждой точке поверхности соответствует одна точка сферы.

В данном разделе будет показано, что электронная дырка, внедренная в плоскость  $\text{CuO}_2$ , вызывает рождение скирмионной спиновой конфигурации. За основу метода отыскания равновесной конфигурации, возникающей вследствие возмущения однородного магнитного порядка внедренной электронной дыркой, возьмем уравнение движения для плотности магнитного момента:

$$\frac{\partial \vec{M}(\vec{r}, t)}{\partial t} = g(\vec{M}(\vec{r}, t) \times \vec{h}(\vec{r}, t)) + \vec{R}(\vec{r}, t), \quad (4)$$

где  $\vec{h}(\vec{r}, t)$  – эффективное магнитное поле других магнитных моментов, действующее на магнитный момент  $\vec{M}(\vec{r}, t)$ ,  $\vec{R}(\vec{r}, t)$  – релаксационный член. Первое слагаемое в (4) описывает прецессию магнитного момента в локальном магнитном поле, второе – релаксацию к равновесной конфигурации вследствие диссипации энергии. Форма релаксационного слагаемого была установлена в общем виде [9] на основе закона сохранения энергии:

$$\vec{R}(\vec{r}, t) = \frac{1}{\tau_1} \vec{h}(\vec{r}, t) - \frac{1}{\tau_2} (\vec{n}(\vec{r}, t) \times (\vec{n}(\vec{r}, t) \times \vec{h}(\vec{r}, t))), \quad (5)$$

где  $\vec{n}(\vec{r}, t) = \vec{M}(\vec{r}, t) / |\vec{M}(\vec{r}, t)|$ ;  $\tau_1$ ,  $\tau_2$  – константы, имеющие размерность времени. Первое слагаемое в (5) отвечает за релаксацию величины магнитного момента  $\vec{M}(\vec{r}, t)$ , второе описывает релаксацию направления магнитного момента к оси легкого намагничивания, определяемой направлением  $\vec{h}(\vec{r}, t)$ .

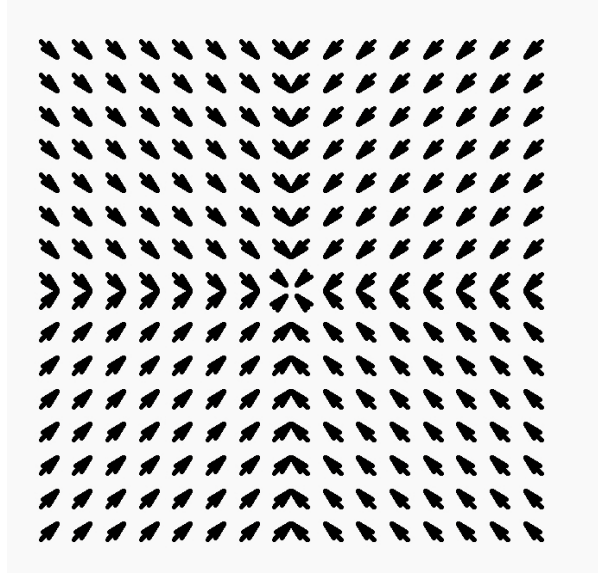


Рис. 3. Начальное состояние. Проекция на плоскость  $0XY$ . Ферромагнетик. Решетка  $16 \times 16$  спинов

В случае двумерного гайзенберговского магнетика можно перейти от плотности магнитного момента  $\vec{M}(\vec{r}, t)$  к спину  $\vec{s}(i, k)_t$  в дискретной решетке, где  $(i, k)$  – индексы, определяющие позицию спина в решетке. В обменно-связанной системе спинов локальное поле можно установить на основе квантовомеханического уравнения движения на спин  $\vec{s}(i, k)_t$  с гамильтонианом обменного взаимодействия:

$$i \frac{\partial \vec{s}(i, k)_t}{\partial t} = [H_{s-s}(t), \vec{s}(i, k)_t] = i(\vec{s}(i, k)_t \times \vec{h}(i, k)_t). \quad (6)$$

Вычислив коммутатор  $[H_{s-s}(t), \vec{s}(i, k)_t]$ , получим выражение для  $\vec{h}(i, k)_t$ :

$$\vec{h}(i, k)_t = J \sum_{\delta} \vec{s}(i + \delta, k + \delta)_t, \quad (7)$$

где  $J$  – константа обменного взаимодействия с ближайшими соседями, суммирование по  $\delta$  означает суммирование по ближайшим соседям.

Метод нахождения равновесной спиновой конфигурации был развит Валднером [10]. В выражении (5)  $\tau_2 \ll \tau_1$ , то есть поворот магнитного момента к оси легкого намагничивания происходит намного быстрее установления равновесного значения величины магнитного момента.

Процедура релаксации спиновой системы к состоянию с минимальной энергией заключалась в следующем: после задания какого-то начального состояния дискретной решетки спинов стартовал итерационный процесс, заключающийся в изменении направления спинов  $\vec{s}(i, k)$ :

$$\vec{s}_{j+1}(i, k) = \vec{s}_j(i, k) + \Delta \vec{s}_j(i, k), \quad (8)$$

где  $j$  нумерует шаг итерации.  $\Delta \vec{s}_j(i, k)$  по аналогии со вторым членом (6) записывается как:

$$\Delta \vec{s}_j(i, k) = \left( \vec{s}_j(i, k) \times \vec{h}_j(i, k) \right) \times \vec{s}_j(i, k). \quad (9)$$

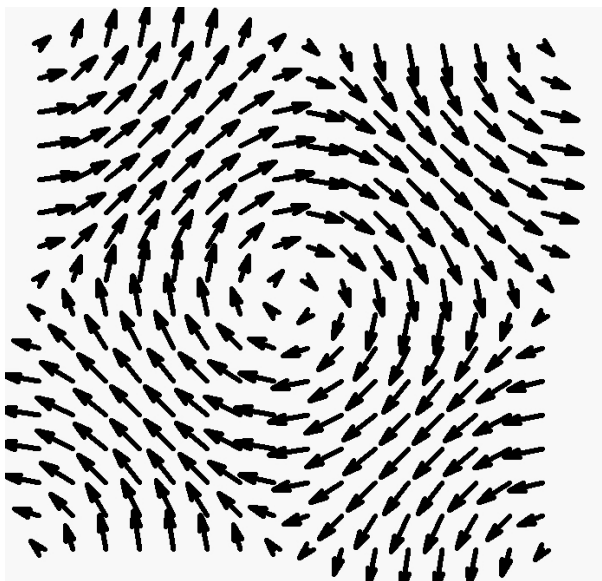


Рис. 4. Скирмионная спиновая конфигурация. Проекция на плоскость  $0XY$ . Ферромагнетик

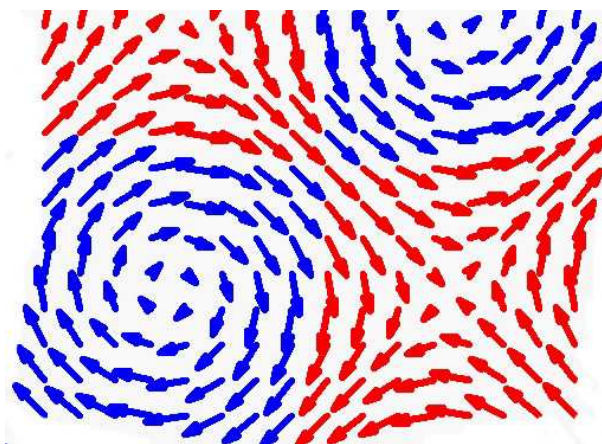


Рис. 5. Периодическая структура скирмионов и антискирмионов. Проекция на плоскость  $0XY$ . Ферромагнетик

Таким образом, при проведении процедуры релаксации вычисляется изменение направления спина  $\Delta\vec{s}(i, k)$ , затем спин  $\vec{s}(i, k)$  снова нормируется на единицу. Эта итерационная процедура продолжается до тех пор, пока изменение направления спина  $\Delta\vec{s}(i, k)$  для всех спинов не станет меньше наперед заданной точности  $\varepsilon$ .

Зададим начальное состояние, исходя из того, чтобы суммарный спин был равен нулю (для того чтобы удовлетворить теореме Мермина – Вагнера – Хогенберга). Хотя купраты и являются антиферромагнетиками, сначала рассмотрим более простой случай ферромагнетика  $m \times m$  спинов. Зададим спиновую конфигурацию в виде четырех доменов, каждый из которых имеет однородную намагниченность; домены разделены между собой стенками так, чтобы суммарная намагниченность решетки  $m \times m$  спинов была равна нулю (см. рис. 3).

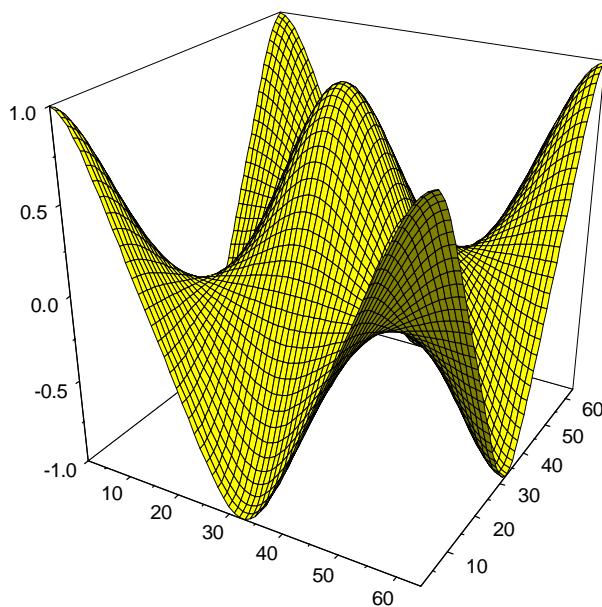


Рис. 6. Скирмионная спиновая конфигурация.  $Z$ -компонента. Ферромагнетик

Далее рассмотрим, как изменится спиновая конфигурация при допировании. Согласно работе Гудинга [3], дырка совершает движение по четырем ионам кислорода, которые находятся между ионами меди, что приводит к возмущению ориентации спинов ионов меди. Поэтому предполагаем, что  $Z$ -компонента четырех спинов ионов меди вблизи дырки становится ненулевой, в то время как все остальные спины лежат в плоскости. Для простоты исследования рассмотрим периодическое распределение дырок в образце. Ищем равновесную спиновую конфигурацию, используя метод, изложенный выше.

После проведения процедуры релаксации в системе устанавливается равновесная спиновая конфигурация. Проекция спинов на плоскость  $OXY$  представлена на рис. 4, 5, трехмерное распределение  $Z$ -компоненты – на рис. 6. Как видно из этих рисунков, в образце формируется система скирмионов и антискирмионов, периодическая структура которой определяется начальными условиями.

Отдельно была рассмотрена и релаксация к равновесной спиновой конфигурации антиферромагнетика. Было установлено, что при допировании квазилокализованное движение дырки также порождает возникновение скирмионной спиновой конфигурации в обеих подрешетках антиферромагнетика. Данный факт подтверждает справедливость предположений Гудинга о том, что квазилокальное движение дырки в плоскости  $CuO_2$  вызывает рождение скирмионов. В дальнейшем при исследовании стабильности скирмионного состояния для простоты рассматривался ферромагнетик.

## 2. Стабильность скирмионов в квазидвумерном магнетике

Возникает вопрос о стабильности скирмионного состояния при переходе от идеального двумерного гайзенберговского магнетика к реальным купратам. Было рассмотрено влияние таких факторов, как анизотропия обменного взаимодействия и учет взаимодействия между плоскостями на форму, размер и вообще существование скирмиона.

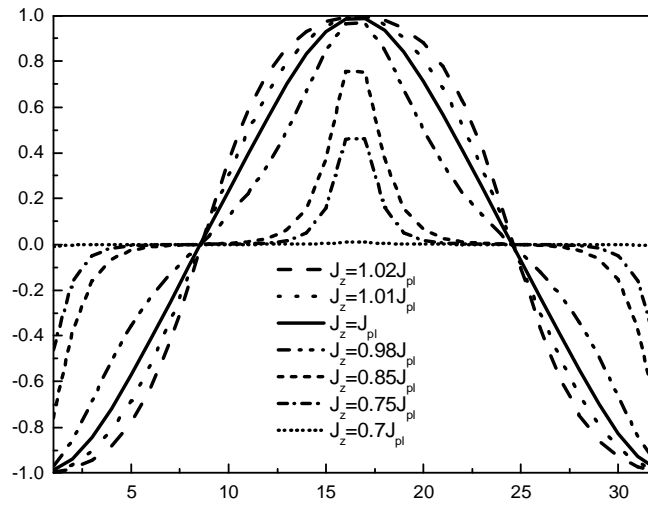


Рис. 7. Изменение формы скирмиона в зависимости от величины анизотропии обменного взаимодействия. Ферромагнетик

Было установлено, что в зависимости от величины анизотропии обменного взаимодействия форма скирмиона меняется. На рис. 7 показано сечение спиновой конфигурации плоскостью  $OXZ$ . Как можно видеть, в случае, когда  $J_z > J_{x,y}$ , при небольшой разнице обменного взаимодействия ( $J_{x,y} \leq J_z \leq 1.02J_{x,y}$ ) скирмион сохраняется, но форма его начинает искажаться. Когда же  $J_z \geq 1.02J_{x,y}$ , скирмионы разрушаются и в решетке образуется доменная структура, напоминающая исходную. В случае же, когда  $J_z < J_{x,y}$ , скирмион стремится лечь в плоскость и превратиться в двумерный вихрь. При  $J_z \leq 0.7J_{x,y}$  в решетке появляется периодическая структура вихрей.

При учете взаимодействия между плоскостями рассматривалось два случая. Первый – это случай двух слабовзаимодействующих плоскостей (пример такого соединения –  $YBa_2Cu_3O_6$  с антиферромагнитным взаимодействием между плоскостями), второй – куб  $t \times t \times t$  спинов со слабым взаимодействием между плоскостями (пример –  $La_2CuO_4$  с антиферромагнитным взаимодействием между плоскостями).

Было установлено, что в случае двух взаимодействующих плоскостей скирмион разрушается при ферромагнитном взаимодействии между плоскостями  $J_1 = 0.03J$  и при антиферромагнитном взаимодействии  $J_1 = -0.09J$ . В трехмерном случае скирмион начинает разрушаться при меньшем взаимодействии между плоскостями  $J_1 = 0.015J$  в случае ферромагнитного взаимодействия между плоскостями и  $J_1 = -0.05J$  в случае антиферромагнитного взаимодействия. Следует заметить, что в реальных купратах взаимодействие между плоскостями составляет величину порядка  $10^{-5}$  от взаимодействия в плоскости  $CuO_2$ . Из приведенных выше результатов следует, что такое межплоскостное взаимодействие не приведет к разрушению скирмиона.

Итак, было показано, что при допировании в двумерном ферромагнетике и антиферромагнетике образуется скирмионная спиновая конфигурация и то, что учет эффектов трехмерия разрушает скирмион при гораздо большем, чем в реальном магнетике, взаимодействии между плоскостями. В следующем разделе займемся нахождением спиновой корреляционной длины и скорости ядерной спиновой релаксации.

### 3. Спиновая корреляционная длина и скорость ядерной спиновой релаксации в двумерном антиферромагнетике со скирмионами

В работах [8, 11] было показано, что двумерный антиферромагнетизм может успешно исследоваться на основе скирмионного подхода. Были найдены спектр элементарных спиновых возбуждений над скирмионным состоянием, локальный параметр порядка  $\sigma$ , средний размер скирмиона  $r_0$  и скорость ядерной релаксации  $1/T_1$  в температурном интервале  $0 < T < J$ . Выше было показано, что квазилокальное движение дырки в плоскости  $\text{CuO}_2$  в кулоновском поле допирующей примеси (Sr или Ba в  $\text{La}_2\text{CuO}_4$ ) индуцирует образование трехмерной спиновой текстуры, топология которой совпадает с топологией скирмиона. Таким образом, можно предположить, что в допированных купратах существуют как тепловые скирмионы, так и скирмионы, индуцированные дырками. Следуя методу, изложенному в [8, 11], определим средний размер скирмиона (связанный с корреляционной длиной соотношением  $\xi = 2r_0$ ) и скорость ядерной релаксации как функции температуры и концентрации дырок.

В случае большого числа топологических возбуждений естественно ожидать, что ближайшими соседями каждого скирмиона будут антискирмионы, и наоборот; это означает, что полная намагниченность подрешеток равна нулю (теорема Мермина–Вагнера–Хогенберга). Вероятность рождения тепловой скирмион-антискирмионной пары в термодинамическом равновесии пропорциональна  $\exp(-\varepsilon_{sk}/T)$ , где  $\varepsilon_{sk} = 4\pi\sigma(1-\sigma)J$  – перенормированная спиновыми флуктуациями энергия скирмиона,  $\sigma$  – локальный параметр порядка,  $J$  – константа обменного взаимодействия ближайших соседей. Полное число топологических возбуждений равно сумме количества тепловых скирмионов и скирмионов, индуцированных дырками. Тогда, при слабом допировании уравнение для среднего размера скирмиона переписывается следующим образом:

$$\frac{a^2}{2\pi r_0^2} = n/2 + (1-n) \cdot \exp\left(-\frac{4\pi\sigma(1-\sigma)}{\tau}\right), \quad (10)$$

где  $n$  – концентрация квазилокальных дырок,  $\tau = T/J$ .

Самосогласованное уравнение на параметр порядка  $\sigma$  было получено методом функций Грина в работе [8]:

$$\sigma = \frac{e}{2\sqrt{2}\pi} \cdot \frac{r_0\tau}{a} \cdot \exp\left(\frac{2\sqrt{\pi}(\sigma - \sigma_{cr})}{\tau}\right), \quad (11)$$

где  $\sigma_{cr} = \sqrt{\pi}/4$ . Таким образом, имеем систему двух нелинейных уравнений (10), (11) на  $r_0 = r_0(T, n)$  и  $\sigma = \sigma(T, n)$ . Данная система не имеет точного аналитического решения, поэтому использовались численные методы.

Температурная зависимость найденной обратной корреляционной длины при различной концентрации дырок и для обменного интеграла между ионами меди  $J = 1350$  К приведена на рис. 8 вместе с экспериментальными данными по рассеянию нейтронов на локализованных спинах в купратах  $\text{La}_2\text{CuO}_4$ , допированных ионами стронция [12].

Как видно, температурная зависимость обратного радиуса скирмиона при высоких температурах слабо зависит от концентрации дырок (при высоких температурах основную роль играют тепловые скирмионы). Температурная зависимость обратного радиуса скирмионов качественно согласуется с экспериментом [12] (рис. 8).



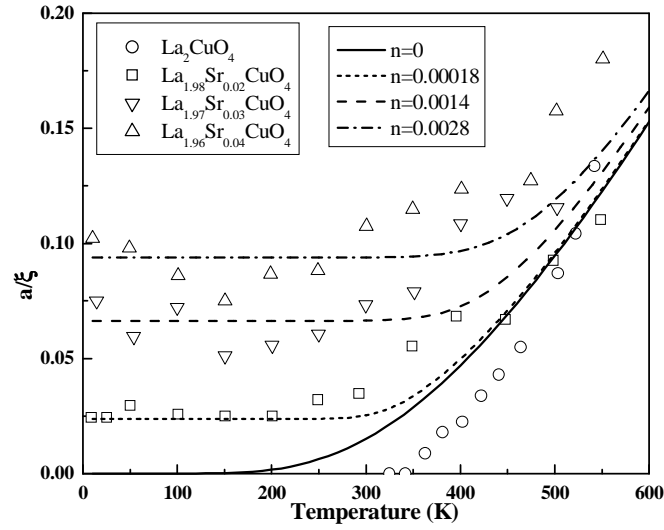


Рис. 8. Температурная зависимость обратного радиуса скирмиона: решение уравнений (10), (11) и экспериментальные данные [12] при различных концентрациях дырок, образующих скирмион ( $n$ )

#### 4. Скорость ядерной спиновой релаксации в двумерном гайзенберговском антиферромагнетике со скирмионами

Для исследования влияния скирмионов, порождаемых электронными дырками, на скорость ядерной спиновой релаксации воспользуемся результатами вычисления скорости ядерной спиновой релаксации, проведенной в модели двумерного гайзенберговского антиферромагнетика с тепловыми скирмионами, проведенными в работе [11]:

$$\frac{T_1^*}{T_1} = 0.79 \frac{\tau^2}{\sigma} \cdot \frac{r_0}{a}. \quad (12)$$

Здесь принято обозначение  $1/T_1^* = \sqrt{\pi} A^2 / (4J)$ , где  $A$  – константа сверхтонкого взаимодействия. Используя  $\sigma$  и  $r_0$ , вычисленные для ненулевых концентраций, можно получить скорость ядерной релаксации как функцию температуры и концентрации. Результаты представлены на рис. 9.

Как видно из рис. 9, появление скирмионов, порождаемых дырками, приводит к драматическому изменению температурной зависимости скорости ядерной спиновой релаксации: при  $T \rightarrow 0$  скорость ядерной релаксации стремится к нулю, в то время как в недопированном антиферромагнетике  $1/T_1$  при  $T \rightarrow 0$  расходится. При повышении температуры скорость растет как  $T^2$ , проходит через максимум (особо заметный при малых концентрациях), затем уменьшается и при больших температурах остается практически постоянной. Интересно отметить, что при высокой температуре скорость релаксации не зависит от концентрации дырок; этот факт согласуется с экспериментальными данными Имаи, Сликтера и др. [13].

#### Заключение

Таким образом, были исследованы магнитные свойства двумерного гайзенберговского магнетика на начальных этапах допирования. На основе скирмионного подхода были описаны основные особенности эволюции магнитных свойств купратов при допировании. Исходя из предположения, что часть дырок, допиро-

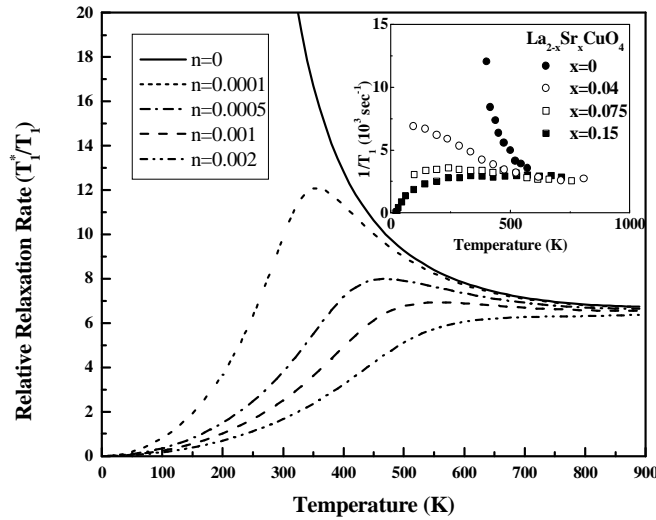


Рис. 9. Температурная зависимость скорости ядерной релаксации: решение уравнений (10)–(12) и экспериментальные данные [13] (вставка) при различных концентрациях дырок, образующих скирмион ( $n$ ) и номинальных концентрациях ( $x$ )

ванных в антиферромагнетик, приводит к образованию скирмиона, и используя представление о скирмионах двух типов: тепловых и индуцированных дырками, были вычислены спиновая корреляционная длина и скорость ядерной релаксации в допированном соединении.

Исследован вопрос стабильности скирмионного состояния в купратах. Используя метод, предложенный Валднером [10], был разработан программный комплекс, позволяющий, в зависимости от условий задачи, наблюдать релаксацию спиновой системы к равновесной конфигурации. Моделируя поведение электронной дырки в различных случаях, было показано, что при попадании в плоскость  $\text{CuO}_2$  дырка вызывает образование скирмионной спиновой конфигурации.

Было изучено влияние анизотропии обменного взаимодействия на форму и размер скирмиона. Установлено, что при  $J_z < J_{x,y}$  скирмион стремится превратиться в двумерный вихрь (вортекс), а при  $J_z > J_{x,y}$  наблюдается тенденция к образованию доменных структур. Также изучалось взаимодействие между плоскостями  $\text{CuO}_2$ . Был рассмотрен как случай двух взаимодействующих плоскостей (соответствует  $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_6$ ), так и полностью трехмерный случай ( $\text{La}_2\text{CuO}_4$ ). Было показано, что взаимодействие между плоскостями ферро- и антиферромагнитного знака также приводит к разрушению скирмионного состояния при достаточно большой величине взаимодействия. В результате проведенного анализа было установлено, что в реальных купратах анизотропия обменного взаимодействия и взаимодействие между плоскостями гораздо меньше критических величин, при которых происходит разрушение скирмиона.

Необходимо отметить тот факт, что сильные изменения спиновой корреляционной длины и скорости ядерной спиновой релаксации при допировании начинаются при гораздо меньших концентрациях дырок по сравнению с экспериментом, что особенно заметно для скорости ядерной релаксации. На самом деле это кажущееся несоответствие может быть объяснено хорошо известным явлением фазового расслоения в купратах. В частности, недавние ЭПР-измерения фазового расслоения  $\text{La}_{2-x}\text{Sr}_x\text{CuO}_4$  показывают, что при  $x < 0.06$  в случае низких температур происходит разделение носителей заряда в плоскости  $\text{CuO}_2$  на области, богатые и бед-

ные дырками [14]. Отсюда следует, что при малом уровне допирования большинство дырок концентрируются в небольшой части образца и практически не дают вклада в ЯМР-сигнал. Таким образом, наблюдаемый ЯМР-сигнал соответствует области с малой концентрацией квазилокальных дырок, индуцирующих образование скирмиона; концентрация таких дырок ожидается много меньшей номинальной концентрации дырок, внедренных в образец.

### Summary

*S.I. Belov, A.D. Ineev, B.I. Kochelaev.* The evolution of magnetic properties of high- $T_c$  superconductor parent compounds at the doping.

The evolution of magnetic and kinetic properties of quasi-2D cuprates is investigated in the case of doping  $\text{CuO}_2$ -planes by electronic holes. It is shown that the hole immersed into  $\text{CuO}_2$ -plane creates a skyrmion spin configuration. The influence of exchange interaction anisotropy as well as interplane interactions on the form, size and existence of skyrmions is studied. The spin correlation length and nuclear spin-lattice relaxation rate are found as the functions of temperature and hole concentration with use the representation about thermal and hole skyrmions.

### Литература

1. *Bednorz J.G., Muller K.A.* Possible high  $T_c$  superconductivity in the Ba-La-Cu-O system // *Z. Phys. B.* – 1986. – V. 64. – P. 189–193.
2. *Shraimann B.I., Siggia E.D.* Mobile vacancies in a quantum Heisenberg antiferromagnet // *Phys. Rev. Lett.* – 1988. – V. 61, No 4. – P. 467–470.
3. *Gooding R.J.* Skyrmion ground States in the presence of localizing potential in weakly doped  $\text{CuO}_2$  planes // *Phys. Rev. Lett.* – 1991. – V. 66, No 17. – P. 2266–2269.
4. *Morinari T.* Half-skyrmion picture of single hole doped high- $T_c$  cuprate // arXiv: cond-mat/0502437 v3. – 2005.
5. *Skyrme T.* A non-linear theory of strong interactions // *Proc. Royal. Soc. London. Ser. A.* – 1958. – V. 247. – P. 260–278.
6. *Белавин А.А., Поляков А.М.* Метастабильные состояния двумерного изотропного ферромагнетика // *Письма в ЖЭТФ.* – 1975. – Т. 22, Вып. 10. – С. 503–506.
7. *Waldner F.* Two-dimensional soliton energy and ESR in AFM // *J. Magn. and Magn. Mater.* – 1986. – V. 54–57, Pt.2. – P. 873–874.
8. *Belov S.I., Kochelaev B.I.* Spin waves in Heisenberg two-dimensional antiferromagnets  $S = 1/2$  with skyrmions // *Solid State Commun.* – 1997. – V. 103. – P. 249.
9. *Ахизер А.И., Барьяхтар В.Г., Пелетминский С.В.* Спиновые волны. – М.: Наука, 1967.
10. *Waldner F.* Periodic solid of vortices and antivortices or half-skyrmions and half-antiskyrmions in discrete Heisenberg classical spin arrays // *Abstr. of intern. conf. on theoretical trends in low-dimensional magnetism.* – Firenze, 2003. – P. 32.
11. *Belov S.I., Kochelaev B.I.* Nuclear spin relaxation in two-dimensional Heisenberg antiferromagnet  $S = 1/2$  with skyrmions // *Solid State Commun.* – 1998. – V. 106. – P. 207.
12. *Keimer B. et al.* Magnetic excitations in pure, lightly doped, and weakly metallic  $\text{La}_2\text{CuO}_4$  // *Phys. Rev. B.* – 1992. – V. 49. – P. 14034.
13. *Imai T., Slichter C.P., Yoshimura K., Kosuge K.* Frequency Spin Dynamics in Undoped and Sr-doped  $\text{La}_2\text{CuO}_4$  // *Phys.Rev. Lett.* – 1993. – V. 70. – P. 1002.

14. *Shengelaya A. et al.* Metallic Phase in Lightly Doped  $\text{La}_2 - x\text{Sr}_x\text{CuO}_4$  Observed by Electron Paramagnetic Resonance // *Phys. Rev. Lett.* – 2004. – V. 93, Art. 017001. – P. 1–4.

Поступила в редакцию  
23.09.05

---

**Белов Сергей Иванович** – кандидат физико-математических наук, доцент кафедры теоретической физики Казанского государственного университета.

E-mail: *Sergey.Belov@ksu.ru*

**Инеев Артем Джаудатович** – аспирант кафедры теоретической физики Казанского государственного университета.

E-mail: *Artem.Ineev@ksu.ru*

**Кочелаев Борис Иванович** – доктор физико-математических наук, профессор кафедры теоретической физики Казанского государственного университета.

E-mail: *Boris.Kochelaev@ksu.ru*