УЧЕНЫЕ ЗАПИСКИ КАЗАНСКОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО УНИВЕРСИТЕТА
*Том 152, кн. 2* Физико-математические науки *2010*

УДК 538.915

# ВОЗДЕЙСТВИЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЙ ВОЛНЫ НА ПЛАЗМЕННЫЕ КОЛЕБАНИЯ В ДВУМЕРНЫХ ЭЛЕКТРОННЫХ СИСТЕМАХ СО СВЕРХСТРУКТУРОЙ

*С.Ю. Глазов, Е.С. Кубракова*

**Аннотация**

Исследовано влияние высокочастотного электрического поля на плазменные колебания в системе, состоящей из двух двумерных электронных газов, один из которых представляет собой систему с периодическим потенциалом (сверхструктуру), другой – систему с параболическим законом дисперсии носителей. В случае высоких температур ($\Delta \ll T$, $\Delta$ – ширина минизоны проводимости, $T$ – температура в энергетических единицах) вычислен спектр связанных плазмонов $\omega(k)$, где $k$ – волновое число. Частота связанных плазмонов является осциллирующей функцией амплитуды электромагнитного поля. Расчеты выполнены на основе квантовой теории плазменных колебаний в приближении случайных фаз.

**Ключевые слова:** двумерный электронный газ, плазменные колебания.

## Введение

Взаимодействие излучения с низкоразмерными полупроводниковыми структурами, в частности с двумерными (2D) электронными системами с периодическим потенциалом, – важнейшая тема физики твердого тела, интерес к которой в последнее десятилетие очень возрос в связи с экспериментальным получением и исследованием таких объектов. В работе [1] сообщается о создании двумерной сверхрешетки при помощи электронно-лучевой литографии и реактивного ионного травления и изучении ее микроволновой фотопроводимости в магнитном поле. В [2] исследована возможность возникновения плазменных колебаний в 2D-электронном газе со сверхструктурой (СС). В [3, 4] исследовано влияние сильного постоянного электрического поля на плазменные колебания в 2D-электронном газе со СС.

Известно также [5–7], что высокочастотное электрическое поле приводит к существенному изменению спектра плазменных колебаний в сверхрешетке. В работе [8] исследовано влияние переменного электрического поля на плазменные колебания в двумерном электронном газе со СС.

Особый интерес в плане практического применения вызывают системы, в которых помимо одного 2D-электронного газа имеется какая-то другая подсистема с иными параметрами взаимодействия с электромагнитной волной. В работе [9] изучено параметрическое воздействие электромагнитной волны на плазменные колебания 2D-электронного газа, помещенного в (трехмерную) диспергирующую среду. В [10] рассмотрено параметрическое возбуждение плазмонов электромагнитной волной в двух взаимодействующих 2D-электронных газах с параболическим законом дисперсии, расположенных в параллельных плоскостях. В этой связи представляется актуальным исследование влияния гармонического электрического поля на продольные плазменные колебания в электронной системе, состоящей из двух 2D-электронных газов, один из которых представляет собой систему с периодическим потенциалом.

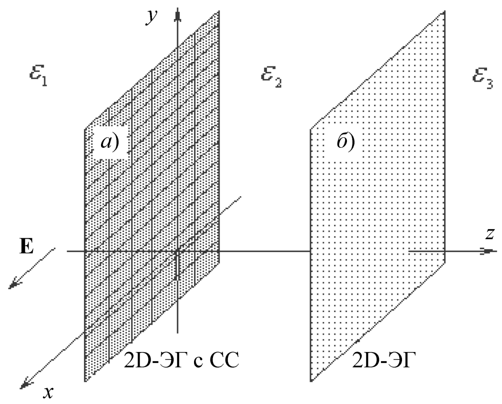


Рис. 1. Геометрия задачи

## 1. Основные уравнения

Рассмотрим твердотельную структуру, в которой находятся 2D-электронные газы, расположенные в параллельных бесконечных плоскостях (рис. 1), один из которых (*а*) с периодическим потенциалом сверхструктуры, другой (*б*) с параболическим законом дисперсии носителей. Влияние дополнительного периодического потенциала (сверхструктуры) можно учесть, записав энергетический спектр носителей тока в приближении сильной связи

$$\epsilon(\mathbf{p}) = \Delta - \frac{\Delta}{2}\left[\cos(p_x d) + \cos(p_y d)\right],$$

где $\Delta$ – полуширина минизоны проводимости; $d$ – период СС; $p_x, p_y$ – компоненты квазиимпульса электрона в плоскости СС, $\hbar = 1$.

2D-электронные газы разделяют пространство на три среды с разными диэлектрическими проницаемостями: для $z < z_a$ диэлектрическая постоянная равна $\varepsilon_1$, для $z_a < z < z_b$ – $\varepsilon_2$, для $z > z_b$ – $\varepsilon_3$. Переменное электрическое поле, которое будем описывать зависящим от времени векторным потенциалом $\mathbf{A}_j(t) = \left\{\frac{cE_j}{\Omega}\cos(\Omega t), 0\right\}$, приложено в плоскости $z = z_j$ $(j = a, b)$. В приближении самосогласованного поля гамильтониан взаимодействующих электронов в двумерных электронных газах имеет вид

$$H = \sum_{\mathbf{p},\,j}\left\{\epsilon_j(\mathbf{p} - \frac{e}{c}\mathbf{A}_j(t))a^+_{\mathbf{p},j}\,a_{\mathbf{p},j} + e\sum_{\mathbf{q}}\varphi(\mathbf{q}, z_j, t)a^+_{\mathbf{p}+\mathbf{q},j}\,a_{\mathbf{p},j}\right\}, \tag{1}$$

где $a^+_{\mathbf{p}}, a_{\mathbf{p}}$ – операторы рождения и уничтожения электрона с (двумерным) квазиимпульсом $\mathbf{p}$; $\varphi(\mathbf{q}, z_j, t)$ – фурье-трансформанта (по координатам $x$, $y$) самосогласованного потенциала, $\mathbf{q}$ – волновой вектор в плоскости $XY$. Распределение потенциала в присутствии электромагнитной волны описывается уравнением Пуассона, которое после фурье-преобразования по $x$, $y$ принимает вид

$$\frac{\partial^2\varphi(\mathbf{q}, z_j, t)}{\partial z^2} - q^2\varphi(\mathbf{q}, z_j, t) = 0, \tag{2}$$

с граничными условиями

$$\varphi_1(z_a) = \varphi_2(z_a), \quad \varphi_2(z_b) = \varphi_3(z_b),$$

$$\left[\varepsilon_1 \frac{\partial\varphi_1}{\partial z} - \varepsilon_2 \frac{\partial\varphi_2}{\partial z}\right]_{z=z_a} = 4\pi\sigma_a(\mathbf{q}), \tag{3}$$
$$\left[\varepsilon_2 \frac{\partial\varphi_2}{\partial z} - \varepsilon_3 \frac{\partial\varphi_3}{\partial z}\right]_{z=z_b} = 4\pi\sigma_b(\mathbf{q}),$$

где $\sigma_j(\mathbf{q}) = e\sum\limits_p \left\langle a^+_{\mathbf{p}-\mathbf{q},j}\, a_{\mathbf{p},j}\right\rangle_t$, угловые скобки означают усреднение с матрицей плотности, определяемой гамильтонианом (1).

Из (2) и (3) получаем выражения для потенциала в плоскостях $a$ и $b$:

$$\varphi(z_a) = \frac{4\pi}{q}\left[f_a(q)\sigma_a(\mathbf{q}) + g(q)\sigma_b(\mathbf{q})\right], \tag{4}$$

$$\varphi(z_b) = \frac{4\pi}{q}\left[f_b(q)\sigma_b(\mathbf{q}) + g(q)\sigma_a(\mathbf{q})\right], \tag{5}$$

где

$$f_a(q) = \frac{\varepsilon_2\,\mathrm{ch}\,(qL) + \varepsilon_3\,\mathrm{sh}\,(qL)}{\varepsilon_2(\varepsilon_1+\varepsilon_3)\,\mathrm{ch}\,(qL) + (\varepsilon_2^2 + \varepsilon_1\varepsilon_3)\,\mathrm{sh}\,(qL)},$$
$$f_b(q) = \frac{\varepsilon_2\,\mathrm{ch}\,(qL) + \varepsilon_1\mathrm{sh}\,(qL)}{\varepsilon_2(\varepsilon_1+\varepsilon_3)\,\mathrm{ch}\,(qL) + (\varepsilon_2^2 + \varepsilon_1\varepsilon_3)\,\mathrm{sh}\,(qL)},$$
$$q(q) = \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_2(\varepsilon_1+\varepsilon_3)\,\mathrm{ch}\,(qL) + (\varepsilon_2^2 + \varepsilon_1\varepsilon_3)\,\mathrm{sh}\,(qL)}, \quad L = z_b - z_a.$$

Уравнение движения в приближении случайных фаз для средних $\left\langle a^+_{\mathbf{p}-\mathbf{q},j}\, a_{\mathbf{p},j}\right\rangle$ имеет вид

$$\left\{\frac{\partial}{\partial t} + i\left[\epsilon_j\left(\mathbf{p} + \frac{e}{c}\mathbf{A}_j(t)\right) - \epsilon_j\left(\mathbf{p} - \mathbf{q} + \frac{e}{c}\mathbf{A}_j(t)\right)\right]\right\}\left\langle {a^+}_{\mathbf{p}-\mathbf{q},j}\, a_{\mathbf{p},j}\right\rangle =$$
$$= -i\,e\,\varphi(\mathbf{q}, z_j, t)(n_{\mathbf{p}-\mathbf{q},j} - n_{\mathbf{p},j}), \tag{6}$$

где $n_{\mathbf{p}} = \left\langle a^+_{\mathbf{p}} a_{\mathbf{p}}\right\rangle$ – числа заполнения электронных уровней в 2D-электронном газе. Решая уравнение (6), после некоторых преобразований получаем:

$$\sigma_a(\mathbf{q}, t) = -ie^2\sum_{\mathbf{p}}(n_{\mathbf{p}-\mathbf{q},a} - n_{\mathbf{p},a})\int\limits_{-\infty}^{t} dt'\,\varphi(\mathbf{q}, z_a, t') \times$$
$$\times\ \exp\left\{-i\int\limits_{t'}^{t}\left[\epsilon_a(\mathbf{p} + \frac{e}{c}\mathbf{A}_j(t'')) - \epsilon_a(\mathbf{p} - \mathbf{q} + \frac{e}{c}\mathbf{A}_j(t''))\right]dt''\right\}, \tag{7}$$

$$\sigma_b(\mathbf{q}, t) = -ie^2\sum_{\mathbf{p}}(n_{\mathbf{p}-\mathbf{q},b} - n_{\mathbf{p},b})\int\limits_{-\infty}^{t} dt'\,\varphi(\mathbf{q}, z_b, t') \times$$
$$\times\ \exp\left\{-i\Big[\epsilon_b(\mathbf{p}) + \epsilon_b(\mathbf{p} - \mathbf{q})\Big](t - t') - i(\xi\mathbf{q})\left[\sin(\Omega t) - \sin(\Omega t')\right]\right\}, \tag{8}$$

где $\xi = eE_b/m\Omega^2$ – амплитуда колебаний электрона в слое $b$ в поле электромагнитной волны.

Проведя фурье-преобразования по времени в (7) и (8), получим бесконечную систему уравнений для фурье-компонент $\sigma_j(\mathbf{q},\omega)$:

$$\sigma_a(\mathbf{q},\omega) = e^2 \sum_{n,k=-\infty}^{\infty} \varphi_a(\mathbf{q},\omega - k\Omega)\, F_n\, F^*_{n+k} \sum_{\mathbf{p}} \frac{(n_{\mathbf{p}+\mathbf{q},a} - n_{\mathbf{p},a})}{\epsilon'_a(\mathbf{p}+\mathbf{q}) - \epsilon'_a(\mathbf{p}) + n\Omega - \omega}, \quad (9)$$

$$\sigma_b(\mathbf{q},\omega) = e^2 \sum_{n,k=-\infty}^{\infty} \varphi_b(\mathbf{q},\omega - k\Omega)\, J_n(\xi\mathbf{q})\, J_{n+k}(\xi\mathbf{q}) \times$$

$$\times \sum_{\mathbf{p}} \frac{(n_{\mathbf{p}+\mathbf{q},b} - n_{\mathbf{p},b})}{\epsilon_b(\mathbf{p}+\mathbf{q}) - \epsilon_b(\mathbf{p}) + n\Omega - \omega}, \quad (10)$$

где

$$F_n = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} dx\, \exp\Bigg[ \frac{i2\Delta}{\Omega} \sin\left(\frac{q_x d}{2}\right) \sum_{k=1}^{\infty} \Big( J_{2k}(\gamma)(-1)^k \frac{\sin(2kx)}{2k} \sin(p_x d) +$$

$$+ \; J_{2k-1}(\gamma)(-1)^{k-1} \frac{\sin((2k-1)x)}{2k-1} \cos(p_x d) \Big) - inx \Bigg],$$

$$\epsilon'_a(\mathbf{p}) = \Delta - \frac{\Delta}{2}\left[ J_0(\gamma)\cos(p_x d) + \cos(p_y d) \right],$$

$\gamma = eE_a d/\Omega,$ $J_n(x)$ – функция Бесселя 1-го рода вещественного аргумента.

Фурье-компоненты $\varphi_j(\mathbf{q},\omega)$ найдем в результате фурье-преобразований по времени в уравнениях (4) и (5). В общем случае получить точное решение системы уравнений (9), (10) в замкнутом виде не удается. Рассмотрим некоторые приближения, с учетом которых можно получить закон дисперсии плазменных волн в явном виде. В случае, когда частота электромагнитной волны $\Omega$ велика по сравнению с собственными частотами рассматриваемой системы в суммах (9) и (10), можно ограничиться членом с $n = 0$. Проведя некоторые преобразования в них, получим:

$$\sigma_a(\mathbf{q},\omega) = \frac{g(q)}{f_a(q)} \frac{1-\chi_a}{\chi_a} \sigma_b(\mathbf{q},\omega), \quad (11)$$

$$\sigma_b(\mathbf{q},\omega) = \frac{g(q)}{f_b(q)} \frac{1-\chi_b}{\chi_b} \sigma_a(\mathbf{q},\omega), \quad (12)$$

где

$$\chi_a = 1 - \frac{4\pi e^2}{q} f_a(q) \prod\nolimits_a, \quad \chi_b = 1 - \frac{4\pi e^2}{q} f_b(q) \prod\nolimits_b,$$

$$\prod\nolimits_a = \sum_{\mathbf{p}} \frac{|F_0|^2 (n_{\mathbf{p}+\mathbf{q},a} - n_{\mathbf{p},a})}{\epsilon'_a(\mathbf{p}+\mathbf{q}) - \epsilon'_a(\mathbf{p}) - \omega}, \quad (13)$$

$$\prod\nolimits_b = J_0^2(\xi\mathbf{q}) \sum_{\mathbf{p}} \frac{(n_{\mathbf{p}+\mathbf{q},b} - n_{\mathbf{p},b})}{\epsilon_b(\mathbf{p}+\mathbf{q}) - \epsilon_b(\mathbf{p}) - \omega}.$$

Решая совместно (11) и (12), получим уравнение для нахождения закона дисперсии связанных плазмонов в описываемой системе:

$$\frac{g^2(q)}{f_a(q)f_b(q)}\,\frac{(1-\chi_a)(1-\chi_b)}{\chi_a\chi_b}=1.$$

Рассмотрим далее невырожденный электронный газ, для которого

$$n_j(\mathbf{p})\approx \exp(-\epsilon_j(p_x,p_y)/T),$$

где $T$ – температура в энергетических единицах.

Вычисление поляризационного оператора (13) значительно упрощается в случае высоких температур ($\Delta \ll 2T$).

При $\varepsilon_1=\varepsilon_2=\varepsilon_3=\varepsilon$ получаем $f_j(q)=1/2\varepsilon$.

В самом простом случае $L\to\infty$ имеем $g(q)=0$ и получаем для несвязанных плазменных колебаний уравнения $\chi_j(\mathbf{q})=0$, решения которых известны [8, 9]. Для случая $qd\ll 1$ и $\omega_b/qV_T\gg 1$ дисперсионные зависимости имеют вид:

$$\omega_a=\sqrt{q}\,\frac{\Delta d}{4}\sqrt{\frac{J_0(\gamma)}{\varepsilon a_a}},\quad \omega_b=\sqrt{q}\,\frac{V_T\,|J_0(\xi\mathbf{q})|}{\sqrt{2\varepsilon a_b}},$$

где $a_j=T/4\pi e^2N_j$, $V_T=\sqrt{T/m}$, $N_j$ – поверхностная плотность 2D-электронных газов.

Теперь рассмотрим случай произвольных $L$. Для $qd\ll 1$ и $\omega_b/qV_T\gg 1$ дисперсионная зависимость связанных плазменных колебаний имеет вид:

$$\omega_{1,2}^2=\frac{\omega_a^2+\omega_b^2\pm\sqrt{(\omega_a^2+\omega_b^2)^2+4\,\omega_a^2\,\omega_b^2\,(\exp[-2qL]-1)}}{2},\tag{14}$$

Формула (14) описывает две моды связанных плазменных колебаний, высокочастотную ($\omega_1$) и низкочастотную ($\omega_2$). Из (14) следует, что частота связанных плазмонов является осциллирующей функцией амплитуды электромагнитного поля.

При $qL\ll 1$ получаем:

$$\omega_1^2=\omega_a^2+\omega_b^2-\omega_2^2,$$

$$\omega_2^2=2qL\,\frac{\omega_a^2\,\omega_b^2}{\omega_a+\omega_b}.$$

Настоящая задача решалась в пренебрежении столкновениями электронов с решеткой. Такое возможно, когда период плазменных колебаний мал по сравнению со временем свободного пробега электрона $\tau$ ($\omega\tau\gg 1$). Последнее условие может быть выполнено при $\tau\approx 10^{-12}$ с, что является довольно жестким условием на чистоту образца.

## Заключение

В заключении сформулируем основные выводы:

1. Получено уравнение для нахождения закона дисперсии связанных плазменных колебаний в электронной системе, состоящей из двух 2D-электронных газов, расположенных в параллельных плоскостях. Один из газов представляет собой систему с периодическим потенциалом в присутствии электромагнитной волны.

2. В случае, когда частота электромагнитной волны велика по сравнению с собственными частотами рассматриваемой системы, получен закон дисперсии плазменных колебаний в явном виде. Частота связанных плазмонов является осциллирующей функцией амплитуды электромагнитного поля.

**Summary**

*S.Yu. Glazov, E.S. Kubrakova.* The Influence of Electromagnetic Field on Plasma Oscillations in Two-Dimensional Electronic Systems with Superstructure.

The influence of high-frequency electric field on plasma oscillations in a system, consisting of two two-dimensional electronic gases, one of which represents a system with periodic potential (superstructure), and another one has a parabolic energy spectrum of charge carriers, is investigated. For the case of high temperatures ($\Delta \ll T$, $\Delta$ is the conduction minizone width, and $T$ is the temperature in energy units) the spectrum of the coupled plasmons $\omega(k)$, where $k$ is the wave number, is calculated. The frequency of the coupled plasmons is found to be an oscillating function of the electromagnetic field amplitude. The calculations are performed on the basis of the quantum theory of plasma oscillations in a random-phase approximation.

**Key words:** two-dimensional electronic gas, plasma ocsillations.

**Литература**

1. *Быков А.А, Гусев Г.М., Квон З.Д. и др.* Микроволновая фотопроводимость в двумерной системе с периодическим потенциалом антиточек // Письма в ЖЭТФ. – 1991. – Т. 53, № 8. – С. 407–408.
2. *Глазов С.Ю., Крючков С.В.* Плазменные колебания в двумерных полупроводниковых сверхструктурах // Физика и техника полупроводников. – 2000. – Т. 34, Вып. 7. – С. 835–837.
3. *Глазов С.Ю., Крючков С.В.* Плазменные колебания в двумерных полупроводниковых сверхструктурах в присутствии сильного электрического поля // Физика и техника полупроводников. – 2001. – Т. 35, Вып. 4. – С. 456–459.
4. *Глазов С.Ю.* Коллективные и одночастичные возбуждения в двумерном электронном газе со сверхструктурой в условиях штарковского квантования // Вестн. ВГТУ. – 2006. – Т. 2, № 8. – С. 102–103.
5. *Эпштейн Э.М.* Нелинейные плазменные колебания в сверхрешетке в присутствии высокочастотного электрического поля // Физика и техника полупроводников. – 1978. – Т. 12, Вып 5. – С. 985–987.
6. *Романов Ю.А.* Плазменные колебания в сверхрешетке, находящейся в сильном высокочастотном электрическом поле // Физика твердого тела. – 1979. – Т. 21, № 3. – С. 877–882.
7. *Басс Ф.Г., Булгаков А.А., Тетервов А.П.* Высокочастотные свойства полупроводников со сверхрешетками. – М.: Наука, 1989. – 288 с.
8. *Глазов С.Ю., Кубракова Е.С.* Плазменные волны в двумерных полупроводниковых сверхструктурах в присутствии высокочастотного электрического поля // Изв. РАН. Сер. физ. – 2009. – Т. 73, № 12. – С. 1713–1716.
9. *Эпштейн Э.М.* Параметрическое воздействие электромагнитной волны на плазменные колебания в двумерном электронном газе // Физика и техника полупроводников. – 1991 – Т. 33, Вып. 5. – С. 1431–1433.
10. *Epshtein E.M., Shmelev G.M.* Parametric interaction of two-dimensional electronsystems in a strong electromagnetic field // Phys. Stat. Sol. (b). – 1990. – V. 160, No 1. – P. 179–184.

Поступила в редакцию
11.12.09

**Глазов Сергей Юрьевич** – кандидат физико-математических наук, доцент кафедры общей физики Волгоградского государственного педагогического университета.

E-mail: *ser-glazov@yandex.ru*

**Кубракова Екатерина Сергеевна** – аспирант кафедры общей физики Волгоградского государственного педагогического университета.

E-mail: *kyb_ik@mail.ru*