

Призы

Ограничение по времени: 1 секунда

Ограничение по памяти: 256 мегабайт

Алиса и Боб стали победителями викторины. Организаторы предложили им на выбор n призов и при этом сообщили целое положительное число k ($1 \leq k \leq n / 3$), чтобы сначала Алиса выбрала любые k подряд идущих призов, потом Боб выбрал k подряд идущих призов, не покушаясь на призы, которые уже выбрала Алиса. После этого они забирают выбранные ими призы. Алиса знает ценность каждого приза для Боба. Она обижена на Боба и хочет выбрать свои призы так, чтобы суммарная ценность призов, которые достанутся Бобу, была как можно меньше. При этом Алису не волнует, какие призы достанутся ей.

Требуется написать программу, которая по информации о ценности призов определит, какого минимального значения суммарной ценности призов Боба сможет добиться Алиса за счет своего выбора.

Формат входного файла

Первая строка входного файла содержит два целых числа: n — общее количество призов и k — количество подряд идущих номеров призов, которое должен выбрать каждый из победителей ($3 \leq n \leq 100\,000$, $1 \leq k \leq n/3$).

Вторая строка содержит n натуральных чисел: a_1, a_2, \dots, a_n ценности призов для Боба ($1 \leq a_i \leq 10^9$).

Формат выходного файла

Выходной файл должен содержать одно число — минимальное значение суммарной ценности призов Боба, которого смогла добиться Алиса.

Подзадача 1 (30 баллов) $3 \leq n \leq 50$, $1 \leq a_i \leq 10^5$

Подзадача 2 (30 баллов) $3 \leq n \leq 5000$, $1 \leq a_i \leq 10^5$

Подзадача 3 (40 баллов) $3 \leq n \leq 100\,000$, $1 \leq a_i \leq 10^9$

Итак, дана последовательность цен призов a_1, a_2, \dots, a_n .

Алиса может выбрать любой комплект из k подряд

идущих призов со стоимостью:

$$S_1 = a_1 + a_2 + \dots + a_k$$

$$S_2 = a_2 + a_3 + \dots + a_{k+1}$$

.....

$$S_{n-k+1} = a_{n-k+1} + a_{n-k+2} + \dots + a_n$$

После её выбора Боб постарается выбрать комплект подряд идущих призов, который целиком находится слева или справа от комплекта Алисы и имеет максимально возможную стоимость. Алиса настолько вредная девушка, что согласна выбрать комплект с любой стоимостью, лишь бы комплект Боба стоил как можно меньше.

Обсудим алгоритмы трёх уровней для определения стоимости комплекта Боба.

1 уровень (полный перебор вариантов).

Организуем цикл по перебору номера начального приза в комплекте Алисы ($i=1, 2, \dots, n-k+1$). При каждом значении i организуем цикл по перебору номера начального приза в комплекте Боба j , чтобы определить для этого i максимальную стоимость комплекта Боба. Понятно, что при каждом значении j надо организовать цикл по суммированию цен призов из комплекта Боба.

Таким образом, этот алгоритм имеет временную сложность порядка $O(n^3)$ и при заданном ограничении по времени (1 секунда) годится только для решения подзадачи 1.

2 уровень

На первом этапе в цикле по $i=1, 2, \dots, n-k+1$ вычислим стоимости всех комплектов:

```
For i:=1 To n-k+1 Do s[i]:=s[i-1]-a[i-1]+a[i+k-1];
```

Затем организуем цикл по перебору номера начального приза в комплекте Алисы $i=1, 2, \dots, n-k+1$ и при каждом i переберём все возможные номера начального приза в комплекте Боба j , чтобы определить максимальную стоимость его комплекта. При этом будем сравнивать уже известные стоимости комплектов $s[j]$.

Этот алгоритм имеет временную сложность порядка $O(n^2)$ и годится для решения подзадачи 2.

3 уровень

Для решения подзадачи 3 нужен алгоритм с временной сложностью порядка $O(n)$, то есть не содержащий вложенных циклов.

После ввода исходных данных вычислим стоимости всех комплектов призов:

```
For i:=1 To k Do Inc(s[1],a[i]);
```

```
For i:=2 To n-k+1 Do s[i]:=s[i-1]-a[i-1]+a[i+k-1];
```

Затем вычислим максимальные стоимости комплектов, целиком расположенных слева и целиком расположенных справа от комплекта Алисы, который начинается с i -го приза:

```
For i:=k+1 To n-k+1 Do
```

```
    max_left[i]:=max(max_left[i-1],s[i-k]);
```

```
For i:= n-2*k+1 DownTo 1 Do
```

```
    max_right[i]:=max(max_right[i+1],s[i+k]);
```

- Наконец, перебирая номера начальных призов из комплектов Алисы, определим минимальную стоимость комплекта, выбранного Бобом:

```
answer:=High(answer);  
For i:=1 To n-k+1 Do  
answer:=min(answer,max(max_left[i],max_right[i]));
```

Примечания.

1. Стоимости комплектов $s[i]$ при некоторых исходных данных могут быть такими большими, что необходимо для их хранения использовать 64-битный тип.

2. В среде Delphi для использования функций `max` и `min` надо подсоединить библиотечный модуль `Math`.