

УДК 53.087

## УДАЛЕНИЕ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОГО ШУМА ИЗ ОПТИЧЕСКИХ СПЕКТРОВ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ИТЕРАЦИОННОЙ СХЕМЫ НА ОСНОВЕ ВЕЙВЛЕТ-АНАЛИЗА

*М.Э. Сибгатуллин, С.С. Харинцев, И.Ф. Бижмаев, М.Х. Салахов*

### Аннотация

В данной работе рассматривается итерационная схема удаления шума из оптических спектров на основе вейвлет-анализа. Предложен критерий останова итерационного процесса на основе анализа показателя Херста экспериментального шума. Выполнена операция удаления шума из экспериментальных спектров звезды Вега.

### Введение

Задача удаления шума является актуальной в астрономии при изучении оптических спектров поглощения в атмосферах звезд [1]. Спектроскопия в астрономии имеет ряд особенностей. Большая часть астрономических объектов находится на очень большом расстоянии от экспериментатора, вследствие чего приходится накапливать сигнал в течение длительного промежутка времени. Возникают искажения сигнала, связанные с прохождением его через случайно-неоднородную атмосферу, изменения в которой происходят за время съемки сигнала [2]. Также возникают искажения, обусловленные регистрирующей аппаратурой.

В данной работе рассматривается итерационный алгоритм удаления шума из спектров звезды Вега на основе дискретного вейвлет-анализа. Показано, что априорная информация о характере шума позволяет на определенном этапе расчета принять решение о прерывании процесса итераций.

### 1. Теория

Экспериментальные данные можно представить в виде [3]:

$$f_i = \varphi(\omega_i) + \xi_i, \quad i = 1, \dots, n,$$

где  $f_i$  – экспериментальный сигнал,  $\varphi(\omega_i)$  – истинный сигнал,  $\xi_i$  – случайный фрактальный шум. Задача нахождения истинного сигнала  $\varphi(\omega_i)$  сводится к удалению шума.

Вейвлет-преобразование  $w$  дискретного сигнала  $f$  может быть представлено как линейное преобразование [4]

$$w = Wf,$$

где  $w = [d_{1,1}, \dots, d_{1,w_1}, d_{2,1}, \dots, d_{1,w_J}, a_{J,1}, \dots, a_{J,w_J}]$  содержит детальные вейвлет-коэффициенты на масштабах  $j = 1, \dots, J$  ( $w_j$  – число детальных вейвлет-коэффициентов на масштабе  $j$ ) и аппроксимационные вейвлет-коэффициенты на масштабе  $J$ ,  $W$  – матрица вейвлет-преобразования.

Восстановление сигнала в случае ортогональной матрицы  $W$  описывается формулой

$$f = W'w,$$

где  $W'$  – матрица обратного вейвлет-преобразования. Элементы матрицы  $W = W(J, h_n)$  могут быть определены из пирамидального алгоритма Маллата [4]:

$$a_{j,k} = \sum_{n \in Z} h_{n-2k}^* a_{j-1,n}, \quad d_{j,k} = \sum_{n \in Z} g_{n-2k}^* a_{j-1,n},$$

где звездочка обозначает комплексное сопряжение,  $J$  – уровень разложения,  $h_n$  – коэффициенты фильтра. Коэффициенты  $h_n$  и  $g_n$  определяются как

$$h_n = \int_{-\infty}^{\infty} \phi(t) \phi_{-1,n}(t) dt, \quad g_n = (-1)^n h_{1-n}^*.$$

Вид используемого базисного вейвлета определяется скейлинг-функцией  $\phi_{j,k}$ , где  $j$  – масштаб или разрешение функции, а  $k$  – локализация функции во времени.

В результате вейвлет-преобразования происходит разложение сигнала на коэффициенты, которые отображают характерные особенности сигнала на разных масштабах. При этом появляется возможность относительно просто осуществить процедуру удаления шума: при обратном вейвлет-преобразовании не учитываются масштабы, на которых, как мы считаем, сконцентрирован шум:

$$\varphi = W'w_{j,k}, \quad j = j_e, \dots, J, \quad k = 1, \dots, 2^j,$$

где  $j_e$  – граничный масштаб, разделяющий полезный сигнал и шум в вейвлет-пространстве. Недостатком данной схемы является то, что в случае, когда шум и полезный сигнал имеют низкочастотную структуру и, соответственно, дают вклад в спектр мощности на одних и тех же масштабах, невозможно определение граничного масштаба. Для решения данной проблемы предлагаем итерационную схему удаления шума с учетом априорной информации о характере шума.

Итерационными методами решения задач называют такие методы, в которых по известному приближению определяется следующее, более точное приближение [2]. Схема денойзинга выглядит следующим образом:

$$\varphi^{(i+1)} = W'\Theta W\varphi^{(i)},$$

где  $\varphi^{(0)} = f$  – начальная итерация. Оператор  $\Theta$  определяется как

$$\Theta w_{ij} = \begin{cases} w_{ij}, & \text{если } |w_{ij}| \geq \tau, \\ 0, & \text{если } |w_{ij}| < \tau, \end{cases}$$

где  $\tau$  – порог. Увеличивая на каждом шаге итерации величину порога на некоторое значение  $\delta$ , получаем эффективный способ последовательного удаления шума.

Общим недостатком итерационных алгоритмов является то, что исследователь должен сам решать, когда следует прервать процесс итераций, руководствуясь теми или иными соображениями о природе сигнала [2]. Мы предлагаем использовать априорную информацию о шуме для принятия решения об остановке итерационного процесса. Для этого необходимо после каждого шага итераций вычислять показатель Херста удаленного шума  $H_{уд}$ . После этого производится его сравнение с априорно известным значением  $H_{апр}$ , рассчитываемым по записанной в эксперименте шумовой дорожке. Если  $H_{уд} \approx H_{апр}$ , то итерационный процесс прерывается, в противном случае выполняется следующая итерация.

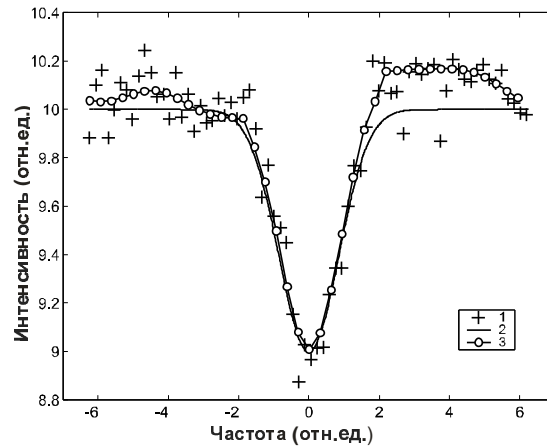


Рис. 1. Удаление шума ( $H = 0.9$ ) из модельных данных (1); (2) – исходный сигнал; (3) – восстановленный сигнал; количество итераций равно 20. По оси абсцисс отложена частота в относительных единицах полуширины контура

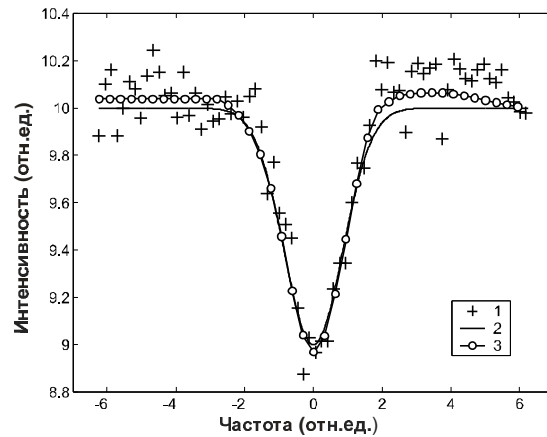


Рис. 2. Удаление шума ( $H = 0.9$ ) из модельных данных (1); (2) – исходный сигнал; (3) – восстановленный сигнал; количество итераций равно 40. По оси абсцисс отложена частота в относительных единицах полуширины контура

## 2. Результаты

При расчетах использовалась следующая модель представления экспериментального сигнала:

$$f = \varphi + \max(\varphi) \cdot \eta \cdot \xi,$$

где  $\varphi$  – чистый сигнал,  $\xi$  – шум,  $\eta$  – относительный уровень шума. В качестве неискаженного шумом модельного сигнала  $\varphi$  использовали контур Лоренца, а в качестве модели шума – случайный фрактальный шум, который определяется как производная от траектории фрактального броуновского движения в виде [5]:

$$\xi_f = \frac{dx(t)}{dt} = D^{H-1/2}[\xi_g(t)],$$

где  $H$  – показатель Херста,  $\xi_g$  – «белый» гауссовский шум,  $x(t)$  – траектория фрактального броуновского движения.

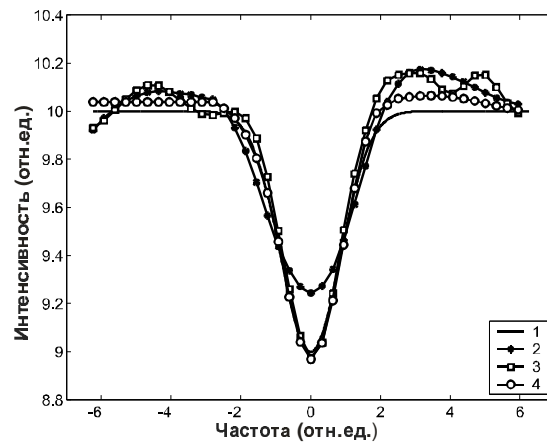


Рис. 3. Удаление шума ( $H = 0.9$ ) из модельных данных с фрактальным шумом; (1) – исходный сигнал; (2) – восстановление сигнала методом Савицкого–Голея; (3) – методом вейвлет-денойзинга; (4) – итерационным методом, количество итераций равно 40. По оси абсцисс отложена частота в относительных единицах полуширины контура

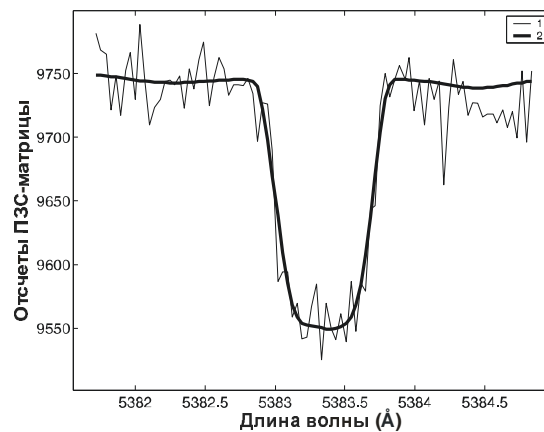


Рис. 4. Удаление шума из экспериментальных спектров звезды Вега. 1 – экспериментальный сигнал, 2 – восстановленный контур

На рис. 1 показан результат обработки модельного сигнала.

Используемый шум имел показатель Херста  $H = 0.9$ , относительный уровень шума –  $\eta = 30\%$ . Количество итераций равно 20,  $\delta = 0.5$ . На рис. 2 показан результат обработки после 40 итераций. Как видим, по мере увеличения количества итераций происходит сглаживание низкочастотных колебаний на крыльях спектрального контура.

На рис. 3 приведено сравнение итерационного метода удаления шума с методом Савицкого–Голея и методом вейвлет-денойзинга. В методе Савицкого–Голея был использован полином третьей степени, сглаживание производили по 300 точкам. В случае вейвлет-денойзинга использовали базисный вейвлет Добечи десятого порядка, число отсекаемых масштабов бралось равным 6.

При использовании метода Савицкого–Голея искажения наблюдаются как на крыльях контура, так и в центральной его части. При вейвлет-денойзинге цен-

тральная часть контура восстанавливается, однако на крыльях сохраняются низкочастотные осцилляции. Наилучший результат достигается при итерационной схеме.

Предложенный алгоритм был применен к обработке экспериментальных астрономических данных. Спектр звезды Вега был получен с помощью ПЗС-матрицы "Wright Instruments" и кудэ-эшелле спектрометра на 1-м телескопе Специальной Астрофизической обсерватории РАН [6] со спектральным разрешением  $R = 80000$ . Обработка эшелле-спектров была выполнена с помощью программного пакета DECH [7].

Для целей данного исследования был выделен участок спектра с линией поглощения  $5383.3 \text{ \AA}$ . На рис. 4 показан результат восстановления формы контура.

### Заключение

В работе рассмотрена задача удаления шума, присутствующего в экспериментальных оптических спектрах. Показано, что итерационная схема на основе дискретного вейвлет-анализа является эффективным инструментом при разделении полезной составляющей сигнала и шума. Прерывание итерационного процесса осуществлялось на основе априорной информации о показателе Херста шума. Проведено сравнение с методом Савицкого – Голея и методом вейвлет-денойзинга. Показано, что итерационный алгоритм является наиболее эффективным при удалении низкочастотного фрактального шума.

### Summary

*M.E. Sibgatullin, S.S. Kharintsev, I.F. Bikmaev, M.Kh. Salakhov.* Removal of experimental noise from optical spectra with use of iterative scheme based on wavelet-analysis.

Based on wavelet-analysis, the iterative scheme of noise removal is considered. The criterion of the iterative process stoppage is supposed on the basis of the analysis of Hurst parameter of the experimental noise. Experimental spectra of star Vega are processed.

### Литература

1. *Бикмаев И.Ф.* Оптическая спектроскопия в астрономии // Когерентная оптика и оптическая спектроскопия. Сб. ст. – Казань: Мастер Лайн, 2002. – С. 18–29.
2. *Василенко Г.И., Тараторин А.М.* Восстановление изображений. – М.: Радио и связь, 1986. – 302 с.
3. *Antoniadis A., Fan J.* Regularization of wavelet approximations // J. Amer. Statist. Assoc. – 2001. – V. 96, No 455. – P. 939–967.
4. *Mallat S.* A wavelet tour of signal processing. – N. Y.: Academic Press, 1999. – 572 p.
5. *Feder J.* Fractals. – N. Y.: Plenum Press, 1988. – 254 p.
6. *Мусаев Ф.А.* Кудэ-эшелле спектрометр 1-го телескопа САО РАН // Письма в Астрон. Журн. – 1996. – Т. 22. – С. 795.
7. *Галазутдинов Г.А.* Программа обработки эшелле-спектров DECH. – Препринт САО РАН № 92. – Ниж. Архыз., 1992.

Поступила в редакцию  
07.02.06

---

**Сибгатуллин Мансур Эмерович** – аспирант кафедры оптики и спектроскопии Казанского государственного университета.

**Харинцев Сергей Сергеевич** – кандидат физико-математических наук, доцент кафедры оптики и спектроскопии Казанского государственного университета.

**Бикмаев Ильфан Фаритович** – кандидат физико-математических наук, доцент кафедры астрономии Казанского государственного университета.

**Салахов Мякзюм Халимуллович** – доктор физико-математических наук, профессор, заведующий кафедрой оптики и спектроскопии, ректор Казанского государственного университета.