

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное автономное образовательное
учреждение высшего образования
«КАЗАНСКИЙ (ПРИВОЛЖСКИЙ) ФЕДЕРАЛЬНЫЙ
УНИВЕРСИТЕТ»

ИНСТИТУТ ФИЗИКИ
КАФЕДРА ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

Направление: 03.03.02 Физика

Профиль: Физика квантовых систем и квантовые технологии

ВЫПУСКНАЯ КВАЛИФИКАЦИОННАЯ РАБОТА
КРИТИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА СИСТЕМ С НЕОБЫЧНОЙ
СВЕРХПРОВОДИМОСТЬЮ И МАГНЕТИЗМОМ

Студент 4 курса

группы 06-911

«__» _____ 2023 г. _____ (Д.А. Арбузов)

Научный руководитель:

к.ф.-м.н., доцент,

«__» _____ 2023 г. _____ (М.В. Авдеев)

Научный консультант:

д.ф.-м.н., профессор,

«__» _____ 2023 г. _____ (Ю.Н. Прошин)

Заведующий кафедрой:

д.ф.-м.н., профессор,

«__» _____ 2023 г. _____ (Ю.Н. Прошин)

Казань – 2023

Содержание

Введение	3
Глава 1. Математический аппарат описания сверхпроводимости	9
1.1. Симметрия волновой функции сверхпроводящего конденсата . .	9
1.2. Температурные функции Грина сверхпроводника	11
Глава 2. Модель контакта ферромагнетика со сверхпроводящим бислоем	15
2.1. Постановка проблемы	15
2.2. Гамильтониан системы	16
2.3. Функции Грина модельной системы	17
2.4. Обсуждение результатов	21
Заключение	26
Список литературы	28

Введение

В 1911 году в Лейденской криогенной лаборатории голландский физик Хейке Камерлинг-Оннес впервые наблюдал явление сверхпроводимости. В ходе экспериментов по изучению температурной зависимости электрического сопротивления ртутной цепи оказалось, что при достижении определенной температуры, ртуть переходит в состояние, при котором её электрическое сопротивление резко падает до абсолютного нуля [1]. Такое состояние вещества, при котором его электрическое сопротивление равно нулю, было названо сверхпроводимостью, а вещества в таком состоянии – сверхпроводниками. Переход вещества в сверхпроводящее состояние происходит в очень узком температурном интервале (сотые доли градуса) и поэтому считают, что переход осуществляется при определённой температуре T_c , называемой критической температурой перехода в сверхпроводящее состояние.

В 1933 г. Мейснер и Оксенфельд [2] установили, что явление сверхпроводимости заключается не только в полном отсутствии электрического сопротивления. Они обнаружили, что магнитное поле выталкивается из сверхпроводника независимо от того, чем это поле создано – внешним источником или током, текущим по самому сверхпроводнику. Таким образом оказалось, что сверхпроводник представляет собой одновременно идеальный проводник и идеальный диамагнетик.

Первая феноменологическая теория, достаточно успешно описавшая свойства сверхпроводников, была предложена в 1935 г. братьями Фрицем и Хайнцем Лондонами [3]. Лондоны основывались на двухжидкостной модели сверхпроводника. Считалось, что при $T < T_c$ в сверхпроводнике имеются нормальные и “сверхпроводящие” электроны, плотность которых уменьшается с ростом температуры и обращается в ноль при $T = T_c$. В рамках этой теории были получены уравнения для электромагнитного поля в сверхпроводнике, из которых вытекали его основные свойства: отсутствие сопротивления постоянному току

и идеальный диамагнетизм. Теория Лондонов стала первой успешной феноменологической теорией сверхпроводимости, которая, однако, основывалась на представлениях классической физики, тогда как сверхпроводимость является чисто квантовым эффектом.

Первая феноменологическая квантовая теория была впервые предложена только в 1950 г. Гинзбургом и Ландау [4] и основана на теории фазовых переходов второго рода [5]. Согласно этой теории при фазовом переходе второго рода происходит изменение симметрии системы при достижении некоторой критической температуры, ниже которой для сверхпроводящего состояния симметрия оказывается понижена и, таким образом, сверхпроводящая фаза становится более упорядоченной относительно нормального состояния. В качестве количественной меры, характеризующей такое упорядоченное состояние в теории фазовых переходов второго рода выступает параметр порядка, который отличен от нуля при $T < T_c$ и обращается в нуль в точке фазового перехода. В качестве параметра порядка в теории Гинзбурга–Ландау выступает волновая функция $\Psi(\mathbf{r})$ сверхпроводящего конденсата, а теория строится на разложении свободной энергии сверхпроводника по степеням Ψ вблизи критической температуры. Таким образом область применения теории Гинзбурга-Ландау ограничивается областью температур $T_c - T \ll T_c$, а с другой стороны ограничена в области непосредственной близости к точке перехода, где существенную роль начинают играть флуктуационные эффекты. Помимо этого, несмотря на то что теория Гинзбурга-Ландау получила дальнейшее развитие, она не объясняла явление сверхпроводимости на микроскопическом уровне.

В том же 1950 году произошло открытие изотопического эффекта, сделанное Е. Максвеллом и Ч. Рейнольдсом [6], которое сыграло важную роль для понимания природы и механизма возникновения сверхпроводящего состояния. В ходе экспериментов с изотопами ртути было обнаружено, что критическая температура T_c и масса атома M_a связаны соотношением $T_c M_a^{1/2} = \text{const}$, из которого следует, что сверхпроводимость связана с взаимодействием электронов

и фононов – квантами возбуждения колебаний кристаллической решетки. Развивая эту идею, в 1957 г. Бардин, Купер и Шриффер разработали первую микроскопическую теорию сверхпроводимости (БКШ) [7]. Согласно этой теории, электрон-фононное взаимодействие приводит к образованию связи между двумя электронами, удерживающей их вместе в виде так называемой куперовской пары. При этом электроны, составляющие куперовскую пару, имеют энергию, близкую к энергии Ферми, противоположно направленные импульсы и проекции спинов. Куперовские пары могут находиться в одном квантовом состоянии, образуя сверхпроводящий конденсат, при этом возбуждённые состояния такой системы отделены от основного конечной величиной энергетической щели $\Delta_{\mathbf{k}}$, что приводит к возможности бездиссипативного протекания тока.

Изначально, в теории БКШ рассматривался случай, когда орбитальный момент куперовской пары равен нулю $l = 0$. В обычных сверхпроводниках, которыми являются большинство металлов и их сплавы, реализуется именно этот случай. Волновая функция сверхпроводящего конденсата $\Psi_{\mathbf{k}}(\mathbf{r})$ в этом случае не зависит от импульса \mathbf{k} и постоянна в импульсном пространстве.

Однако, с открытием высокотемпературной сверхпроводимости (ВТСП) в 1986 г. Карлом Александром Мюллером и Георгом Беднорцем [8] для соединения $\text{La}_{2-x}\text{Ba}_x\text{CuO}_4$ стало понятно, что физика сверхпроводников гораздо более богатая и здесь необходимо привлечение нетривиальных (отличных от электрон-фононного) механизмов куперовского спаривания. Позже ВТСП была обнаружена для многих соединений купратов [9–11], для которых критическая температура превышает температуру кипения жидкого азота. Возможные механизмы необычной сверхпроводимости в купратах давно и широко обсуждаются в научной литературе [12–14]. Родительские соединения купратов являются антиферромагнетиками и ток не проводят. Многие авторы [12, 13, 15] сходятся в том, что суперобменный и спин-флуктуационный механизмы спаривания являются основными в купратах. Наличие нетривиального спаривания и особенностей зонной структуры в материалах с необычной сверхпроводимостью

может приводить к более сложной симметрии параметра порядка, в отличие от обычных сверхпроводников, где параметр порядка имеет s-тип симметрии. Как правило, такие соединения относятся к сильно коррелированным электронным системам, где могут конкурировать как сверхпроводящий, так и различные типы магнитных параметров порядка.

С фундаментальной точки зрения, магнетизм и сверхпроводимость являются двумя макроскопическими и существенно квантовыми физическими явлениями, в основе которых лежит механизм спонтанного нарушения симметрии: калибровочной и инверсии времени, для сверхпроводимости и магнетизма, соответственно. Для магнетика роль параметра порядка играет вектор намагниченности. Проблема сосуществования и взаимодействия этих двух антагонистических по своей природе фаз берёт своё начало с пионерских работ Гинзбурга [16], Абрикосова – Горькова [17], Балтенспергера – Сармы [18, 19], а также Ларкина – Овчинникова [20] и Фульде – Феррела [21] и др. На сегодняшний день эта область значительно эволюционировала, во многом из-за прогресса в области технологий изготовления и дизайна высококачественных гибридных наноструктур, и продолжает активно развиваться [22–28]. Богатая физика эффекта близости, обеспечивающего возможность взаимодействия сверхпроводящего и магнитного параметров порядка, интересна не только с фундаментальной точки зрения, но также и с практической: в таких областях как сверхпроводящая электроника и спинтроника. Здесь можно выделить два направления: это, во-первых, быстрая одноквантовая логика (Rapid Single Flux Quantum) основанная на системе джозефсоновских колец с ферромагнитной слабой связью [24–26] и, во-вторых, это логические элементы на базе планарных структур ферромагнетик (F) -сверхпроводник (S) (так называемые спиновые клапаны), переключающиеся между двумя состояниями: сверхпроводящим и резистивным [29, 30].

Электронные корреляции, необычный магнетизм и сверхпроводимость, наличие спиновых и орбитальных степеней свободы, делают эти системы уникальными и требуют как теоретического, так и экспериментального изучения. По

этой причине взаимодействие между магнитным порядком в ферромагнетике и сверхпроводящим параметром порядка с различными типами симметрии из-за эффекта близости представляет большой интерес с точки зрения фундаментальной физики.

Данная работа посвящена исследованию критических свойств и особенностей эффектов близости в системах с необычной сверхпроводимостью [31]. Такие системы отличаются очень сложными фазовыми диаграммами, ключевой особенностью которых является конкуренция между упорядоченными состояниями [32].

Для достижения цели были поставлены и решены следующие важные задачи:

- Анализ и обзор современной литературы по проблеме необычной сверхпроводимости и эффектам близости в системах сочетающих в себе сверхпроводящие и магнитные свойства.
- Построение модели контакта ферромагнетика с квазидвумерным сверхпроводящим бислойным купратом $YBa_2Cu_3O_{6-x}$, представляющего из себя систему двух связанных между собой сверхпроводящих плоскостей с d- типом симметрии параметра порядка.
- Численный расчёт критической температуры T_c сверхпроводящего перехода в рассматриваемой системе в зависимости от параметров модели.
- Расчёт и анализ фазовых диаграмм системы. Поиск возможных неоднородных сверхпроводящих состояний Ларкина – Овчинникова и Фульде – Феррела (так называемая ЛОФФ фаза).

Выпускная квалификационная работа состоит из введения, двух глав и заключения. Во введении приведён обзор по ключевым теоретическим и экспериментальным работам по проблеме необычной сверхпроводимости. Обозначение

на мотивация и актуальность настоящей работы, а также ставятся её цели и задачи.

В первой главе приводится необходимый математический аппарат температурных функций Грина для описания необычной сверхпроводимости. Данный подход основан на представлении статистической суммы и соответствующих функций Грина через функциональный интеграл по грассмановым переменным.

Вторая глава посвящена построению модели контакта ферромагнетика с квазидвумерным необычным сверхпроводником. Подробно приводится вывод основных уравнений, обоснование сделанных приближений и выбор параметров исследуемой модельной системы.

В заключении проводится анализ и оценка полученных результатов и сравнение их экспериментальными данными.

Математический аппарат описания сверхпроводимости

В данной главе приводится необходимый математический аппарат для описания сверхпроводящего состояния. Рассматривается структура, общие свойства и симметрия волновой функции сверхпроводящего конденсата для синглетного типа спаривания. Далее кратко приводится метод функционального интеграла по грассмановым переменным, с помощью которого записываются статистическая сумма системы и температурные функции Грина.

1.1. Симметрия волновой функции сверхпроводящего конденсата

В 1956 году Леон Купер показал, что при наличии сколь угодно слабого притяжения между двумя электронами возникает связанное состояние с волновой функцией $\Psi(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2)$, энергия которого зависит от орбитального момента [33]. Переходя к координатам центра масс пары $\mathbf{R} = (\mathbf{r}_1 + \mathbf{r}_2)/2$ и относительного движения $\mathbf{r} = \mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2$, пространственная часть волновой функции такого состояния может быть разложена по сферическим функциям $Y_{lm}(\mathbf{k})$ следующим образом [34]

$$\psi_l(\mathbf{R}, \mathbf{k}) = \sum_{m=-l}^l a_{lm}(\mathbf{R}) Y_{lm}(\hat{\mathbf{k}}), \quad \psi_l(\mathbf{R}, \mathbf{k}) = \int d^3\mathbf{r} \psi_l(\mathbf{R}, \mathbf{r}) e^{i\mathbf{k}\mathbf{r}}, \quad (1.1)$$

где $\hat{\mathbf{k}} = \mathbf{k}/k$, а коэффициенты разложения $a_{lm}(\mathbf{R})$ представляют компоненты параметра порядка. При этом волновая функция ψ_l является четной для четных значений орбитального момента l и нечетной для нечетных l

$$\psi_l(\mathbf{R}, -\mathbf{k}) = (-1)^l \psi_l(\mathbf{R}, \mathbf{k}). \quad (1.2)$$

В то же время, согласно принципу Паули полная волновая функция пары $\psi(\mathbf{k})\chi_{12}$ должна менять знак при перестановке частиц

$$\psi_l(\mathbf{r}, \mathbf{k})\chi_{12} = -\psi_l(\mathbf{r}, -\mathbf{k})\chi_{21}, \quad (1.3)$$

здесь χ_{12} – спиновая волновая функция частиц 1 и 2. Из чего следует, что спиновое состояние куперовской пары должно быть антисимметричным в случае четного орбитального момента, и симметричным в случае нечетного орбитального момента. Так как куперовские пары состоят из частиц со спином $1/2$, спиновое состояние пары характеризуется полным значением спина $S = 0$ или $S = 1$ (рис. 1.1), либо представлять суперпозицию этих состояний. В первом

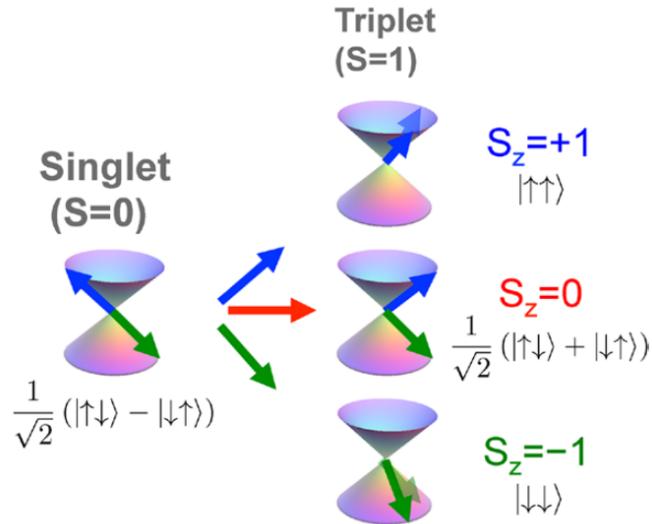


Рис. 1.1. Два электрона, каждый из которых имеет спин $s = \frac{1}{2}$, могут сформировать пару с суммарным спином $S = 0$ или $S = 1$. рисунок взят из обзора [35]

случае пара находится в спин-синглетном состоянии. Во втором случае пара находится в одном из трех возможных спин-триплетных состояний: со спиновой проекцией $S_z = 0, \pm 1$. Пары с $S_z = \pm 1$ называются парами с равным спином относительно оси квантования. Спиновые состояния двух частиц строятся из состояний

$$|\uparrow\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad |\downarrow\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad (1.4)$$

тогда спиновая волновая функция синглетной пары принимает вид

$$\chi_{12} = \frac{1}{\sqrt{2}}(|\uparrow\downarrow\rangle - |\downarrow\uparrow\rangle) = i\hat{\sigma}_y, \quad (1.5)$$

где $\hat{\sigma}_y$ – матрица Паули. Полная волновая функция при этом выглядит следующим образом

$$\Psi(\mathbf{R}, \mathbf{k}) = \sum_{m=-l}^l a_{lm}(\mathbf{R}) Y_{lm}(\hat{\mathbf{k}}) i\hat{\sigma}_2. \quad (1.6)$$

Свойства сверхпроводника зависят от орбитального момента пары l и его четности (типа спаривания), которые, как и параметр порядка, определяются видом спаривательного потенциала.

1.2. Температурные функции Грина сверхпроводника

Система сверхпроводящих электронов описывается гамильтонианом Боголюбова-де Женна [36]

$$\hat{H}_{\text{BdG}} = \sum_{\mathbf{k}\alpha} \varepsilon_{\mathbf{k}} \hat{a}_{\mathbf{k}\alpha}^\dagger \hat{a}_{\mathbf{k}\alpha} + \sum_{\mathbf{k}} \left[\Delta_{\mathbf{k}} \hat{a}_{\mathbf{k}\uparrow}^\dagger \hat{a}_{-\mathbf{k}\downarrow}^\dagger + \Delta_{\mathbf{k}}^* \hat{a}_{-\mathbf{k}\downarrow} \hat{a}_{\mathbf{k}\uparrow} \right], \quad (1.7)$$

где $\varepsilon_{\mathbf{k}}$ – дисперсия квазичастиц отсчитанная от энергии Ферми, \hat{a}_i^\dagger , \hat{a}_j – фермиевские операторы рождения и уничтожения, удовлетворяющие антикоммутационным соотношениям $\hat{a}_i \hat{a}_j^\dagger + \hat{a}_j^\dagger \hat{a}_i = \delta_{ij}$, $\hat{a}_i \hat{a}_j = -\hat{a}_j \hat{a}_i$ и $\Delta_{\mathbf{k}}$ – сверхпроводящий параметр порядка, который находится из условия самосогласования следующим образом

$$\Delta_{\mathbf{k}} = -\frac{1}{N} \sum_{\mathbf{k}'} V_{\mathbf{k}\mathbf{k}'} \langle \hat{a}_{\mathbf{k}'\uparrow} \hat{a}_{\mathbf{k}'\downarrow} \rangle. \quad (1.8)$$

Здесь $V_{\mathbf{k}\mathbf{k}'}$ – потенциал спаривательного взаимодействия, а угловые скобки $\langle \dots \rangle$ означают термодинамическое среднее с гамильтонианом \hat{H}_{BdG} . Можно показать (см. например [37]), что среднее от любого числа произведения фермионных операторов рождения и уничтожения можно представить в виде функционального интеграла по грассмановым полям $\bar{\psi}$, ψ .

Грассмановы числа обладают следующими свойствами: $\bar{\psi}_i \psi_j = -\psi_j \bar{\psi}_i$, $\psi_i \psi_j = -\psi_j \psi_i$, при этом дважды применённая операция сопряжения грассманова числа меняет его знак, т.е. $\bar{\bar{\psi}} = -\psi$ [38].

Введём теперь в рассмотрение следующий производящий функционал W зависящий от источников \bar{J} , J полей, которые также являются грассмановыми переменными

$$e^{-W[\bar{J}, J]} = \int \mathcal{D}[\bar{\psi}, \psi] \exp \{ -S(\bar{\psi}, \psi) + \bar{J}\psi + \bar{\psi}J \},$$

$$S = \int_0^\beta d\tau \sum_{\mathbf{k}\alpha} [\bar{\psi}_{\mathbf{k}\alpha}(\tau) \partial_\tau \psi_{\mathbf{k}\alpha}(\tau) + H(\bar{\psi}, \psi)].$$
(1.9)

Здесь S – термодинамическое действие, τ – так называемое мнимое время, а гамильтониан в (1.9) теперь является функцией не от операторов \hat{a}^\dagger , \hat{a} , а от соответствующих грассмановых полевых функций $\bar{\psi}$, ψ , на которых наложены антипериодические граничные условия ($\psi(0) = -\psi(\beta)$, $\bar{\psi}(0) = -\bar{\psi}(\beta)$). Краткая запись $\bar{J}\psi$ в (1.9) означает

$$\bar{J}\psi = \int_0^\beta d\tau \sum_{\mathbf{k}\alpha} \bar{J}_{\mathbf{k}\alpha}(\tau) \psi_{\mathbf{k}\alpha}(\tau).$$
(1.10)

Вариационные производные от функционала W по соответствующим источникам \bar{J} , J порождают связанные функции Грина

$$\frac{\delta}{\delta J_{\mathbf{k}\alpha}(\tau_2)} \frac{\delta}{\delta \bar{J}_{\mathbf{k}\alpha}(\tau_1)} W = -\langle \psi_{\mathbf{k}\alpha}(\tau_1) \bar{\psi}_{\mathbf{k}\alpha}(\tau_2) \rangle = G_{\mathbf{k}\alpha}(\tau_1 - \tau_2),$$

$$\frac{\delta}{\delta \bar{J}_{-\mathbf{k}\downarrow}(\tau_2)} \frac{\delta}{\delta \bar{J}_{\mathbf{k}\uparrow}(\tau_1)} W = \langle \psi_{\mathbf{k}\uparrow}(\tau_1) \psi_{-\mathbf{k}\downarrow}(\tau_2) \rangle = F_{\mathbf{k}}(\tau_1 - \tau_2),$$

$$\frac{\delta}{\delta J_{-\mathbf{k}\downarrow}(\tau_2)} \frac{\delta}{\delta J_{\mathbf{k}\uparrow}(\tau_1)} W = \langle \bar{\psi}_{\mathbf{k}\uparrow}(\tau_1) \bar{\psi}_{-\mathbf{k}\downarrow}(\tau_2) \rangle = -F_{\mathbf{k}}^\dagger(\tau_1 - \tau_2),$$
(1.11)

через которые выражаются наблюдаемые величины. Так например уравнение самосогласования (1.8) на сверхпроводящий параметр порядка запишется следующим образом

$$\Delta_{\mathbf{k}} = -\frac{T}{N} \sum_{\mathbf{k}'\omega} V_{\mathbf{k}\mathbf{k}'} F_{\mathbf{k}'}(\omega), \quad F_{\mathbf{k}}(\omega) = \int_0^\beta d\tau F_{\mathbf{k}}(\tau) e^{i\omega\tau},$$
(1.12)

где суммирование производится по нечётным (что является следствием анти-периодических граничных условий для полей $\bar{\psi}$, ψ) мацубаровским частотам $\omega = \pi T(2n+1)$. Функции F^\dagger , F в теории сверхпроводимости получили название аномальных функций Грина, в то время, как G – нормальная функция Грина. Например, через нормальную функцию Грина можно выразить плотность тока

$$\mathbf{j} = eT \sum_{\omega\alpha} \mathbf{v}(\mathbf{k}) G_{\mathbf{k}\alpha}(\omega) \frac{d^3\mathbf{k}}{(2\pi)^3}. \quad (1.13)$$

Здесь $\mathbf{v}(\mathbf{k}) = \nabla\varepsilon(\mathbf{k})$ – скорость квазичастицы, а e её заряд.

Для дальнейшего удобно собрать нормальные и аномальные функции Грина в одну матричную функцию $\hat{G}_{\mathbf{k}}(\omega)$ следующим образом

$$\hat{G}_{\mathbf{k}}(\omega) = \begin{pmatrix} G_{\mathbf{k}\uparrow}(\omega) & F_{\mathbf{k}}(\omega) \\ -F_{\mathbf{k}}^\dagger(\omega) & G_{-\mathbf{k}\downarrow}(-\omega) \end{pmatrix}. \quad (1.14)$$

Для сверхпроводящей системы, описываемой гамильтонианом (1.7) матричная функция Грина удовлетворяет следующему уравнению

$$\begin{pmatrix} i\omega - \varepsilon_{\mathbf{k}} & -\Delta_{\mathbf{k}} \\ \Delta_{\mathbf{k}}^* & -i\omega - \varepsilon_{-\mathbf{k}} \end{pmatrix} \hat{G}_{\mathbf{k}}(\omega) = \hat{1}, \quad (1.15)$$

решением которого является

$$\hat{G}_{\mathbf{k}}(\omega) = -\frac{i\omega\hat{\sigma}_3 + \hat{\Delta}_{\mathbf{k}} + \varepsilon_{\mathbf{k}}}{\omega^2 + \varepsilon_{\mathbf{k}}^2 + |\Delta_{\mathbf{k}}|^2}, \quad \hat{\Delta}_{\mathbf{k}} = \begin{pmatrix} 0 & -\Delta_{\mathbf{k}} \\ \Delta_{\mathbf{k}}^* & 0 \end{pmatrix}. \quad (1.16)$$

Таким образом, нормальная и аномальные функция Грина имеют вид

$$G_{\mathbf{k}}(\omega) = \frac{-i\omega - \varepsilon_{\mathbf{k}}}{\omega^2 + \varepsilon_{\mathbf{k}}^2 + |\Delta_{\mathbf{k}}|^2}, \quad F_{\mathbf{k}}(\omega) = \frac{\Delta_{\mathbf{k}}}{\omega^2 + \varepsilon_{\mathbf{k}}^2 + |\Delta_{\mathbf{k}}|^2}, \quad F_{\mathbf{k}}^\dagger(\omega) = F_{\mathbf{k}}^*(\omega). \quad (1.17)$$

Если произвести аналитическое продолжение в комплексную плоскость заменой $\omega \rightarrow -iE$, то положительный полюс E функции Грина будет определять энергию возбуждений квазичастиц. Следовательно мы приходим к выводу, что спектр элементарных возбуждений в сверхпроводнике определяется выражением

$$E_{\mathbf{k}} = \sqrt{\varepsilon_{\mathbf{k}}^2 + |\Delta_{\mathbf{k}}|^2},$$

из которого становится понятен смысл величины $|\Delta_{\mathbf{k}}|$ – это энергетическая щель в спектре, отделяющая основное состояние от допустимых возбуждённых состояний. Наличие такой щели приводит, в частности, к возможности бездиссипативного протекания тока. Величина щели зависит от температуры и её температурная зависимость определяется из уравнения самосогласования (1.12), которое с учётом соотношений (1.17) может быть приведено к следующему виду

$$\Delta_{\mathbf{k}} = -\frac{T}{N} \sum_{\mathbf{k}'\omega} V_{\mathbf{k}\mathbf{k}'} \frac{\Delta_{\mathbf{k}'}}{\omega^2 + \varepsilon_{\mathbf{k}'}^2 + |\Delta_{\mathbf{k}'}|^2} = -\frac{1}{N} \sum_{\mathbf{k}'} V_{\mathbf{k}\mathbf{k}'} \frac{\Delta_{\mathbf{k}'}}{2E_{\mathbf{k}'}} \tanh \frac{E_{\mathbf{k}'}}{2T}. \quad (1.18)$$

Таким образом задача сводится к нахождению решения для параметра порядка $\Delta_{\mathbf{k}}$ и установлению его температурной зависимости.

Глава 2

Модель контакта ферромагнетика со сверхпроводящим бислоем

В данной главе рассматривается модель контакта, представляющего из себя ферромагнитную подложку на которую нанесён квазидвумерный сверхпроводник с нетривиальным куперовским спариванием. Приводится модельный гамильтониан системы, учитывающий возможные пространственно-неоднородные решения для сверхпроводящего параметра порядка, возникающие за счёт взаимодействия сверхпроводящих электронов с ферромагнетиком или с внешним магнитным полем. Приводятся и обсуждаются основные результаты.

2.1. Постановка проблемы

Исследуемая система состоит из ферромагнитной подложки, на которую нанесён тонкий слой сверхпроводника с d - типом симметрии параметра порядка. Параллельно плоскости контакта приложено внешнее магнитное поле \mathbf{H} . Сверхпроводящая подсистема в нашей модельной задаче представляет из себя бислоем – две сверхпроводящие двумерные решётки, связанные друг с другом за счёт тунелирования электронов проводимости с одной решётки на другую. При этом верхнюю сверхпроводящую плоскость мы будем обозначать индексом t (top), а нижнюю, соответственно индексом b (bottom). Влияние ферромагнитной подложки на сверхпроводник осуществляется за счёт зеемановского взаимодействия электронов проводимости “живущих” на нижнем сверхпроводящем слое с обменным полем h ферромагнетика. Схематическое изображение геометрии исследуемого контакта представлено на рис. 2.1.

Для учёта и описания возможных пространственно-неоднородных сверх-

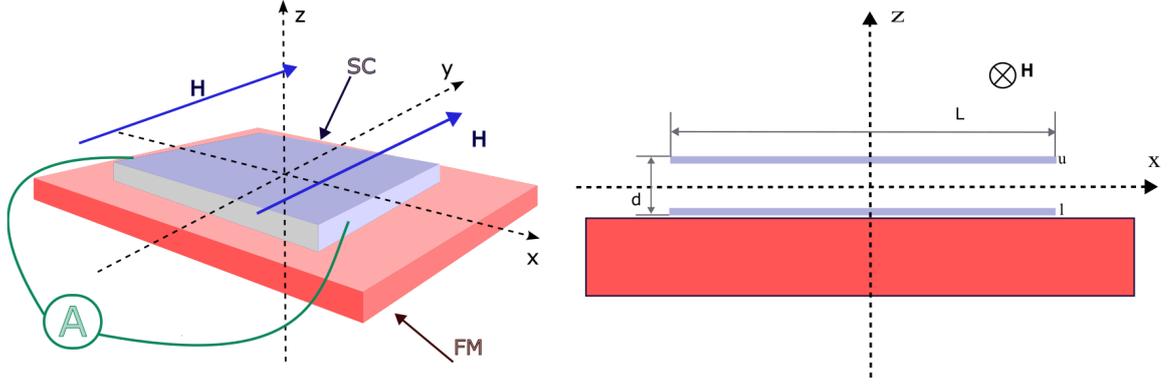


Рис. 2.1. Сверхпроводящий бислой на ферромагнитной подложке.

проводящих состояний будем искать решение для параметров порядка в виде

$$\Delta_{\mathbf{k}}^t(\mathbf{r}) = \Delta_{\mathbf{q}\mathbf{k}}^t e^{i\mathbf{q}\mathbf{r}}, \quad \Delta_{\mathbf{k}}^b(\mathbf{r}) = \Delta_{\mathbf{p}\mathbf{k}}^b e^{i\mathbf{p}\mathbf{r}}, \quad (2.1)$$

где вектора \mathbf{q} и \mathbf{p} определяют суммарный импульс куперовских пар в верхней и нижней сверхпроводящих плоскостях соответственно. Зависимость от волнового вектора \mathbf{k} для обоих параметров порядка соответствует d- типу симметрии и в простейшем случае мы будем предполагать $\Delta_{\mathbf{k}}^{t,b} \sim \cos k_x - \cos k_y$.

2.2. Гамильтониан системы

Модельный гамильтониан рассматриваемой системы включает в себя четыре вклада

$$\hat{H} = \hat{H}_t + \hat{H}_b + \hat{H}_{sf} + \hat{H}_{tb}, \quad (2.2)$$

где первые два слагаемых \hat{H}_t и \hat{H}_b описывают сверхпроводящие электроны в нижней и верхней сверхпроводящих плоскостях соответственно

$$\begin{aligned} \hat{H}_t &= \sum_{\alpha, \mathbf{k}} \varepsilon_{\mathbf{k}} \hat{a}_{\mathbf{k}\alpha}^\dagger \hat{a}_{\mathbf{k}\alpha} + \sum_{\mathbf{k}} \Delta_{\mathbf{q}, \mathbf{k}}^t \hat{a}_{\mathbf{k}+\frac{\mathbf{q}}{2}\uparrow}^\dagger \hat{a}_{-\mathbf{k}+\frac{\mathbf{q}}{2}\downarrow}^\dagger + \text{h.c.}, \\ \hat{H}_b &= \sum_{\alpha, \mathbf{k}} \varepsilon_{\mathbf{k}} \hat{b}_{\mathbf{k}\alpha}^\dagger \hat{b}_{\mathbf{k}\alpha} + \sum_{\mathbf{k}} \Delta_{\mathbf{p}, \mathbf{k}}^b \hat{b}_{\mathbf{k}+\frac{\mathbf{p}}{2}\uparrow}^\dagger \hat{b}_{-\mathbf{k}+\frac{\mathbf{p}}{2}\downarrow}^\dagger + \text{h.c.}, \end{aligned} \quad (2.3)$$

вклад \hat{H}_{sf} описывает взаимодействие сверхпроводящих электронов нижней плоскости с обменным полем ферромагнетика

$$\hat{H}_{\text{sf}} = -h \sum_{\mathbf{k}\alpha} (\hat{\sigma}_3)_{\alpha\alpha} \hat{b}_{\mathbf{k}\alpha}^\dagger \hat{b}_{\mathbf{k}\alpha}, \quad (2.4)$$

и, наконец, последнее слагаемое \hat{H}_{tb} описывает взаимодействие нижней и верхней сверхпроводящих плоскостей за счёт возможности перескоков электронов проводимости между плоскостями

$$\hat{H}_{\text{tb}} = t_\perp \sum_{\mathbf{k}\alpha} \left(\hat{b}_{\mathbf{k}+\frac{\mathbf{p}}{2}\alpha}^\dagger \hat{a}_{\mathbf{k}+\frac{\mathbf{q}}{2}\alpha} + \hat{a}_{\mathbf{k}+\frac{\mathbf{q}}{2}\alpha}^\dagger \hat{b}_{\mathbf{k}+\frac{\mathbf{p}}{2}\alpha} \right). \quad (2.5)$$

2.3. Функции Грина модельной системы

Термодинамическое действие S (1.9), введённое в предыдущей главе, можно определить путем замены соответствующих операторов рождения и уничтожения грасмановыми переменными [39]: $\hat{a}_{\mathbf{k}\alpha}, \hat{a}_{\mathbf{k}\alpha}^\dagger \rightarrow \eta_{\mathbf{k}\alpha}, \bar{\eta}_{\mathbf{k}\alpha}$ и $\hat{b}_{\mathbf{k}\alpha}, \hat{b}_{\mathbf{k}\alpha}^\dagger \rightarrow \vartheta_{\mathbf{k}\alpha}, \bar{\vartheta}_{\mathbf{k}\alpha}$ (опуская для краткости зависимость от мнимого времени τ)

$$S = \int_0^\beta d\tau \left\{ \sum_{\mathbf{k}\alpha} \bar{\eta}_{\mathbf{k}\alpha} \partial_\tau \eta_{\mathbf{k}\alpha} + \bar{\vartheta}_{\mathbf{k}\alpha} \partial_\tau \vartheta_{\mathbf{k}\alpha} - H[\bar{\eta}, \eta, \bar{\vartheta}, \vartheta] \right\}. \quad (2.6)$$

Для дальнейших расчётов также удобно перейти в частотное представление с помощью разложения в ряд Фурье по мацубаровским частотам:

$$\begin{aligned} \eta_{\mathbf{k}\alpha}(\tau) &= \frac{1}{\sqrt{\beta}} \sum_{\omega} \eta_{\mathbf{k}\alpha}(\omega) e^{-i\omega\tau}, \\ \vartheta_{\mathbf{k}\alpha}(\tau) &= \frac{1}{\sqrt{\beta}} \sum_{\omega} \vartheta_{\mathbf{k}\alpha}(\omega) e^{-i\omega\tau} \end{aligned} \quad (2.7)$$

и собирая поля $\bar{\eta}, \eta, \bar{\vartheta}, \vartheta$ в один четырёхкомпонентный вектор ψ

$$\psi_{\mathbf{k}}(\omega) = \left(\eta_{\mathbf{k}+\frac{\mathbf{q}}{2}\uparrow}(\omega) \quad \bar{\eta}_{-\mathbf{k}+\frac{\mathbf{q}}{2}\downarrow}(-\omega) \quad \vartheta_{\mathbf{k}+\frac{\mathbf{p}}{2}\uparrow}(\omega) \quad \bar{\vartheta}_{-\mathbf{k}+\frac{\mathbf{p}}{2}\downarrow}(-\omega) \right)^T,$$

выражение для термодинамического действия (2.6) может быть записано в следующей компактной форме

$$S = \sum_{\mathbf{k}\omega} \bar{\psi}_{\mathbf{k}}(\omega) [-\check{G}^{-1}] \psi_{\mathbf{k}}(\omega), \quad (2.8)$$

где матрица \check{G}^{-1} имеет следующий явный вид

$$\check{G}^{-1} = \begin{pmatrix} i\omega - \varepsilon_{\mathbf{k}+\frac{\mathbf{q}}{2}} & -\Delta_{\mathbf{qk}}^t & -t_{\perp} & 0 \\ \Delta_{\mathbf{qk}}^{t*} & -i\omega - \varepsilon_{-\mathbf{k}+\frac{\mathbf{q}}{2}} & 0 & -t_{\perp} \\ -t_{\perp} & 0 & i\omega - \varepsilon_{\mathbf{k}+\frac{\mathbf{p}}{2}} + h & -\Delta_{\mathbf{pk}}^b \\ 0 & -t_{\perp} & \Delta_{\mathbf{pk}}^{b*} & -i\omega - \varepsilon_{-\mathbf{k}+\frac{\mathbf{p}}{2}} - h \end{pmatrix}. \quad (2.9)$$

Функция Грина для рассматриваемой системы удовлетворяет уравнению

$$\check{G}^{-1}\check{G}_{\mathbf{k}}(\omega) = \check{1}. \quad (2.10)$$

Далее, для последующего анализа и решения (2.10) удобно ввести базисные матрицы $\check{\tau}_i$, действующие в пространстве сверхпроводящих подрешёток

$$\check{\tau}_0 = \begin{pmatrix} \hat{1} & 0 \\ 0 & \hat{1} \end{pmatrix}, \quad \check{\tau}_1 = \begin{pmatrix} 0 & \hat{1} \\ \hat{1} & 0 \end{pmatrix}, \quad \check{\tau}_2 = i \begin{pmatrix} 0 & -\hat{1} \\ \hat{1} & 0 \end{pmatrix}, \quad \check{\tau}_3 = \begin{pmatrix} \hat{1} & 0 \\ 0 & -\hat{1} \end{pmatrix}, \quad (2.11)$$

элементы которых представляют собой единичную матрицу размерности 2×2 , а также $\check{\gamma}_{\pm} = (\check{\tau}_0 \pm \check{\tau}_3)/2$ со следующими свойствами $\check{\gamma}_{\pm}\check{\gamma}_{\pm} = \check{\gamma}_{\pm}$, $\check{\gamma}_{\pm}\check{\gamma}_{\mp} = 0$. Кроме того, предполагая малость импульсов q и p , разложим $\varepsilon_{\pm\mathbf{k}+\frac{\mathbf{q}}{2}} \approx \varepsilon_{\mathbf{k}} \pm \frac{1}{2}\mathbf{v}\mathbf{q}$ и $\varepsilon_{\pm\mathbf{k}+\frac{\mathbf{p}}{2}} \approx \varepsilon_{\mathbf{k}} \pm \frac{1}{2}\mathbf{v}\mathbf{p}$, после чего уравнение (2.10) можно записать в следующем виде

$$[(\hat{a}_t - \varepsilon)\check{\gamma}_+ + (\hat{a}_b - \varepsilon)\check{\gamma}_- - t_{\perp}\check{\tau}_1]\check{G}_{\mathbf{k}}(\omega) = \check{1}, \quad (2.12)$$

где матрицы $\hat{a}_{t,b}$ действуют в спиновом подпространстве и равны соответственно

$$\hat{a}_t = \begin{pmatrix} i\Omega_t & -\Delta_{\mathbf{qk}}^t \\ \Delta_{\mathbf{qk}}^{t*} & -i\Omega_t \end{pmatrix}, \quad \hat{a}_b = \begin{pmatrix} i\Omega_b & -\Delta_{\mathbf{pk}}^b \\ \Delta_{\mathbf{pk}}^{b*} & -i\Omega_b \end{pmatrix}, \quad \Omega_{t,b} = \omega + i\Gamma_{t,b}. \quad (2.13)$$

Здесь мы ввели следующие обозначения $\Gamma_t = \frac{1}{2}\mathbf{v}\mathbf{q}$, $\Gamma_b = \frac{1}{2}\mathbf{v}\mathbf{p} - h$. Решение уравнения (2.12) для функции Грина \check{G} будем искать в виде

$$\check{G} = \hat{g}_t\check{\gamma}_+ + \hat{g}_b\check{\gamma}_- + \hat{g}_1\check{\tau}_1. \quad (2.14)$$

Из этого выражения становится понятен смысл коэффициентов разложения: \hat{g}_t и \hat{g}_b описывают верхнюю и нижнюю сверхпроводящие решётки соответственно,

тогда как \hat{g}_1 характеризует связь между ними, когда $\hat{g}_1 = 0$ мы получим случай двух независимых сверхпроводящих плоскостей. Подставляя выражение (2.14) в уравнение (2.12) получаем следующую систему уравнений

$$\begin{aligned}(\hat{a}_t - \varepsilon)\hat{g}_t - t_\perp\hat{g}_1 &= 1, \\(\hat{a}_b - \varepsilon)\hat{g}_b - t_\perp\hat{g}_1 &= 1, \\(\hat{a}_t + \hat{a}_b - 2\varepsilon)\hat{g}_1 - t_\perp(\hat{g}_t + \hat{g}_b) &= 0.\end{aligned}\tag{2.15}$$

Учитывая, что $(\hat{a}_{t,b} + \varepsilon)(\hat{a}_{t,b} - \varepsilon) = -\Omega_{t,b}^2 - \varepsilon^2 - |\Delta^{t,b}|^2 = -A_{t,b}$, легко выразить матрицы $\hat{g}_{t,b}$ через \hat{g}_1

$$\hat{g}_{t,b} = -\frac{1}{A_{t,b}}(\hat{a}_{t,b} + \varepsilon)(1 + t_\perp\hat{g}_1).\tag{2.16}$$

Подставляя (2.16) в последнее уравнение в (2.15) получаем уравнение на матричную функцию \hat{g}_1

$$\begin{aligned}[(1 + p_t)\hat{a}_t + (1 + p_b)\hat{a}_b - \varepsilon(2 - p_t - p_b)]t_\perp\hat{g}_1 &= -p_t(\hat{a}_t + \varepsilon) - p_b(\hat{a}_b + \varepsilon), \\p_{t,b} &= \frac{t_\perp^2}{A_{t,b}} = \frac{t_\perp^2}{\Omega_{t,b}^2 + \varepsilon^2 + |\Delta^{t,b}|^2}.\end{aligned}\tag{2.17}$$

Далее мы будем использовать следующее приближение

$$p_{t,b} \approx \frac{t_\perp^2}{\omega^2 + \varepsilon^2},\tag{2.18}$$

тогда

$$\begin{aligned}[\hat{a}_m - s\varepsilon]t_\perp\hat{g}_1 &= -\alpha(\hat{a}_m + \varepsilon), \\ \hat{a}_m = \frac{1}{2}(\hat{a}_t + \hat{a}_b), \quad \alpha &= \frac{t_\perp^2}{\omega^2 + \varepsilon^2 + t_\perp^2}, \quad s = \frac{\omega^2 + \varepsilon^2 - t_\perp^2}{\omega^2 + \varepsilon^2 + t_\perp^2}.\end{aligned}\tag{2.19}$$

Также мы пренебрегаем зависимостью \hat{g}_1 от импульсов \mathbf{q} и \mathbf{p} и от обменного поля h и рассматриваем лишь линеаризованное по $\Delta_{t,b}$ решение (2.19), которое в этом случае приобретает простой вид

$$\hat{g}_1 = t_\perp \frac{-\omega^2 + s\varepsilon^2 + 2(1 - \alpha)\varepsilon i\omega\hat{\sigma}_3 + (1 - \alpha)\varepsilon(\hat{\Delta}_t + \hat{\Delta}_b)}{(\omega^2 + \varepsilon^2 + t_\perp^2)(\omega^2 + (s\varepsilon)^2)},\tag{2.20}$$

где матрицы $\hat{\Delta}_{t,b}$ есть

$$\hat{\Delta}_{t,b} = \begin{pmatrix} 0 & -\Delta_{t,b} \\ \Delta_{t,b}^* & 0 \end{pmatrix}.$$

Таким образом для $\hat{g}_{t,b}$ получаем следующее выражение

$$\hat{g}_{t,b} = -\frac{i\Omega_{t,b}\hat{\sigma}_3 + \hat{\Delta}_{t,b} + \varepsilon}{\Omega_{t,b}^2 + \varepsilon^2} - t_{\perp}^2 \frac{(i\Omega_{t,b}\hat{\sigma}_3 + \hat{\Delta}_{t,b} + \varepsilon)(-\omega^2 + s\varepsilon^2 + (1-\alpha)\varepsilon(2i\omega\hat{\sigma}_3 + \hat{\Delta}_t + \hat{\Delta}_b))}{(\Omega_{t,b}^2 + \varepsilon^2)(\omega^2 + \varepsilon^2 + t_{\perp}^2)(\omega^2 + (s\varepsilon)^2)}. \quad (2.21)$$

Матричная структура функций $\hat{g}_{t,b}$ имеет вид

$$\hat{g}_{t,b} = \begin{pmatrix} g_{t,b}(\mathbf{k}, \omega) & f_{t,b}(\mathbf{k}, \omega) \\ -f_{t,b}^{\dagger}(\mathbf{k}, \omega) & g_{t,b}(-\mathbf{k}, -\omega) \end{pmatrix}, \quad (2.22)$$

где недиагональные компоненты $f_{t,b}$, $f_{t,b}^{\dagger}$ определяют аномальные функции Грина для верхней (top) и нижней (bottom) сверхпроводящих подрешёток, через которые самосогласованно определяются сверхпроводящие параметры порядка

$$\Delta_{\mathbf{qk}}^t = -\frac{T}{N} \sum_{\mathbf{k}', \omega} V_{\mathbf{k}\mathbf{k}'} f_t(\mathbf{k}', \omega), \quad (2.23)$$

$$\Delta_{\mathbf{qk}}^b = -\frac{T}{N} \sum_{\mathbf{k}', \omega} V_{\mathbf{k}\mathbf{k}'} f_b(\mathbf{k}', \omega).$$

при этом линеаризованные по $\Delta^{t,b}$ аномальные функции $f_{t,b}$ имеют следующий явный вид

$$f_{t,b}(\mathbf{k}, \omega) = \Delta_{\mathbf{qk}}^{t,b} \left\{ \frac{1}{\Omega_{t,b}^2 + \varepsilon^2} - \frac{t_{\perp}^2(\omega^2 + (3\alpha - 2)\varepsilon^2)}{(\Omega_{t,b}^2 + \varepsilon^2)(\omega^2 + \varepsilon^2 + t_{\perp}^2)(\omega^2 + (s\varepsilon)^2)} \right\} + \Delta_{\mathbf{pk}}^{b,t} \left\{ \frac{t_{\perp}^2(1-\alpha)\varepsilon^2}{(\Omega_{t,b}^2 + \varepsilon^2)(\omega^2 + \varepsilon^2 + t_{\perp}^2)(\omega^2 + (s\varepsilon)^2)} \right\}, \quad (2.24)$$

а спаривательный потенциал $V_{\mathbf{k}\mathbf{k}'} = -J e(\mathbf{k}) e(\mathbf{k}')$, где базисная функция $e(\mathbf{k})$ в случае d- типа спаривания есть $e(\mathbf{k}) = \cos k_x - \cos k_y$. Соответственно параметры порядка для верхней и нижней подрешёток будут иметь ту же зависимость от импульса \mathbf{k}

$$\Delta_{\mathbf{qk}}^t = \Delta_{\mathbf{q}}^t e(\mathbf{k}), \quad \Delta_{\mathbf{pk}}^b = \Delta_{\mathbf{p}}^b e(\mathbf{k}). \quad (2.25)$$

Подставляя (2.25) и (2.24) в уравнения самосогласования (2.23) приходим к системе однородных линейных уравнений относительно величин $\Delta_{\mathbf{q}}^t$ и $\Delta_{\mathbf{p}}^b$

$$\begin{aligned} a_{11}(T_c)\Delta_{\mathbf{q}}^t + a_{12}(T_c)\Delta_{\mathbf{p}}^b &= 0, \\ a_{21}(T_c)\Delta_{\mathbf{q}}^t + a_{22}(T_c)\Delta_{\mathbf{p}}^b &= 0, \end{aligned} \quad (2.26)$$

условием совместности которой будет обращение в ноль детерминанта

$$a_{11}(T_c)a_{22}(T_c) - a_{12}(T_c)a_{21}(T_c) = 0, \quad (2.27)$$

из которого и определяется критическая температура T_c системы. При этом коэффициенты a_{ij} определяются следующим образом

$$\begin{aligned} a_{11} &= 1 - \frac{JT_c}{N} \sum_{\mathbf{k}'\omega} \frac{e_{\mathbf{k}'}}{\Omega_t^2 + \varepsilon^2} \left(1 - \frac{t_{\perp}^2(\omega^2 + (3\alpha - 2)\varepsilon^2)}{(\omega^2 + \varepsilon^2 + t_{\perp}^2)(\omega^2 + (s\varepsilon)^2)} \right), \\ a_{22} &= 1 - \frac{JT_c}{N} \sum_{\mathbf{k}'\omega} \frac{e_{\mathbf{k}'}}{\Omega_b^2 + \varepsilon^2} \left(1 - \frac{t_{\perp}^2(\omega^2 + (3\alpha - 2)\varepsilon^2)}{(\omega^2 + \varepsilon^2 + t_{\perp}^2)(\omega^2 + (s\varepsilon)^2)} \right), \\ a_{21} &= -\frac{JT_c}{N} \sum_{\mathbf{k}'\omega} \frac{e_{\mathbf{k}'}}{\Omega_b^2 + \varepsilon^2} \frac{t_{\perp}^2(1 - \alpha)\varepsilon^2}{(\omega^2 + \varepsilon^2 + t_{\perp}^2)(\omega^2 + (s\varepsilon)^2)}, \\ a_{12} &= -\frac{JT_c}{N} \sum_{\mathbf{k}'\omega} \frac{e_{\mathbf{k}'}}{\Omega_t^2 + \varepsilon^2} \frac{t_{\perp}^2(1 - \alpha)\varepsilon^2}{(\omega^2 + \varepsilon^2 + t_{\perp}^2)(\omega^2 + (s\varepsilon)^2)}. \end{aligned} \quad (2.28)$$

Таким образом уравнение (2.27), совместно с определениями (2.28) полностью определяют критическую температуру системы.

2.4. Обсуждение результатов

В данном разделе мы приводим результаты численного расчёта для критической температуры системы, где в качестве сверхпроводника мы рассматриваем соединение двухслойного купрата $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{6-x}$ (YBCO) [40]. При этом для дисперсии квазичастиц в сверхпроводящих плоскостях мы используем приближение ближайших соседей, которое с учётом пяти интегралов перескоков t_i имеет следующий вид

$$\begin{aligned} \varepsilon_{\mathbf{k}} &= 2t_1(\cos k_x + \cos k_y) + 4t_2 \cos k_x \cos k_y + 2t_3(\cos 2k_x + \cos 2k_y) \\ &+ 2t_4(\cos k_x \cos 2k_y + \cos k_y \cos 2k_x) + 4t_5 \cos 2k_x \cos 2k_y - \mu. \end{aligned} \quad (2.29)$$

Значения для $t_1 - t_5$ на основе данных по фотоэмиссионным экспериментам [40] были получены в работе [41] и равны соответственно $t_1 = 147 \text{ meV}$, $t_2 = -36.5 \text{ meV}$, $t_3 = -2.4 \text{ meV}$, $t_4 = 32.5 \text{ meV}$, $t_5 = -1.7 \text{ meV}$. На рисунке 2.2 изображён контур Ферми для приведённых выше параметров при значении химического потенциала $\mu = 119.7 \text{ meV}$.

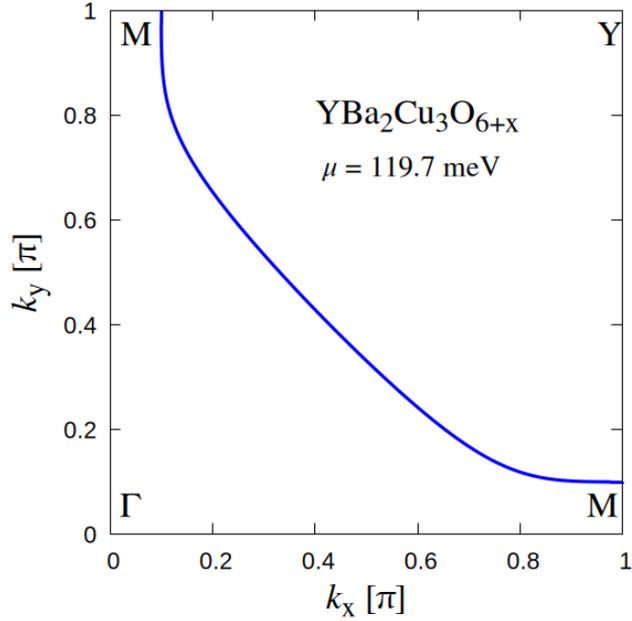


Рис. 2.2. Контур Ферми для бислюа купрата $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{6-x}$ [40]. Интегралы перескоков $t_1 - t_5$ взяты из работы [41].

Вначале рассмотрим уединённый сверхпроводящий слой без учёта подложки $h = 0$ и межслойных перескоков $t_{\perp} = 0$, с константой сверхпроводящего спаривания $J = 65 \text{ meV}$. Так, на рис. 2.3 приведены численные результаты расчёта температурной зависимости модуля параметра порядка. Критическая температура T_{c0} такого уединённого слоя составила $T_{c0} = 95 \text{ K}$. Вблизи сверхпроводящего перехода величина параметра порядка ведёт себя как $\Delta(T) \sim \sqrt{T_{c0} - T}$, что находится в полном согласии с известными результатами теории БКШ. С другой стороны, из полученных результатов следует, что $2\Delta(0) = 2.16 k_B T_{c0}$, в то время как для обычного сверхпроводника с s- типом симметрии параметра порядка это соотношение имеет другой числовой коэффициент, а именно $2\Delta(0) = 3.52 k_B T_{c0}$. Далее мы рассмотрим пространственно-

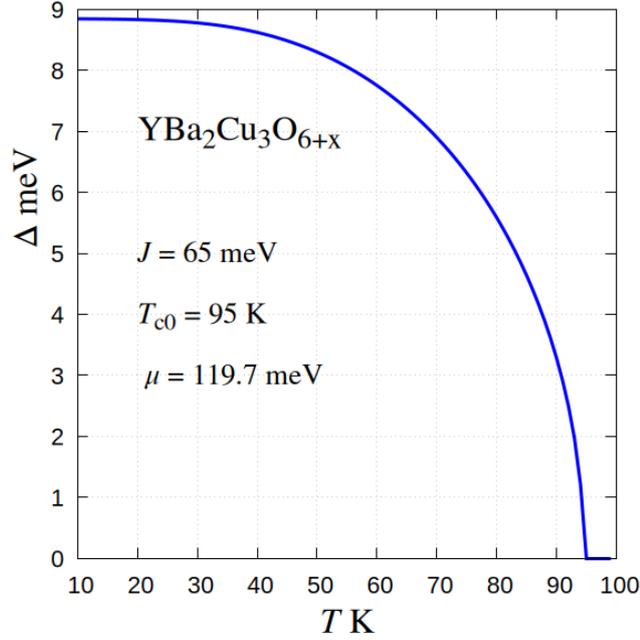


Рис. 2.3. Температурная зависимость модуля параметра порядка уединённого сверхпроводящего слоя.

однородные решения уравнения (2.27), когда суммарный импульс куперовских пар \mathbf{q} и \mathbf{p} в верхней и нижней подрешётках соответственно, равны нулю. При этом взаимодействие между слоями предполагается слабое, с интегралом перескока $t_{\perp} = 14 \text{ meV}$. Зависимость критической температуры T_c от величины обменного поля h , действующего на электроны проводимости в нижней подрешётке, приведена на рис. 2.4(а). Видно, что с увеличением обменного поля наблюдается монотонное подавление критической температуры. Такое поведение в первую очередь связано с тем, что обменное взаимодействие ферромагнетика стремится выстроить спины электронов в синглетной куперовской паре параллельно вектору обменного поля \mathbf{h} , что приводит к “распаду” пары на два несвязанных “нормальных” электрона, что приводит к повышению свободной энергии системы и, как следствие, понижению критической температуры. При этом величина критического значения обменного поля h_c , при котором сверхпроводимость в системе полностью исчезает, в данном случае соответствует значению $h_c = 7.25 \text{ meV}$, что в переводе на шкалу Кельвина соответствует значению $h_c \approx 84 \text{ K}$. Таким образом мы приходим ещё к одному важному соотношению

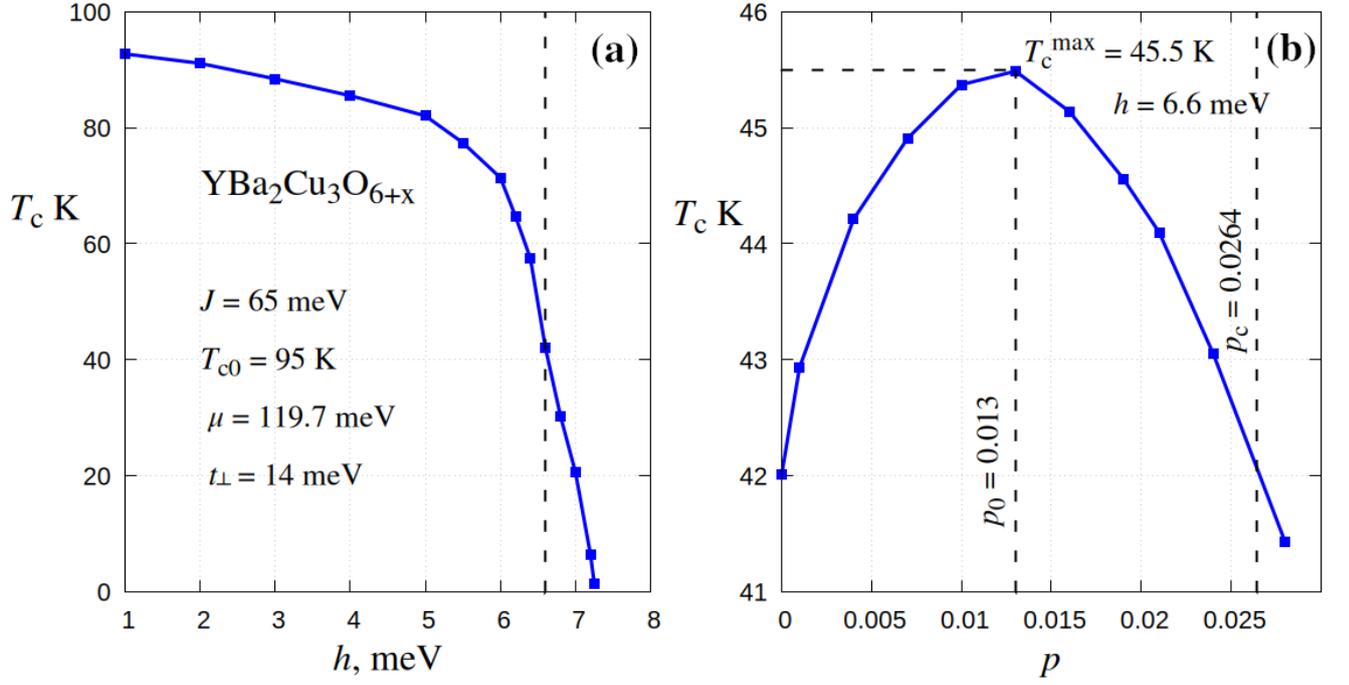


Рис. 2.4. (а) Зависимость критической температуры системы от величины обменного поля для пространственно-однородного случая ($\mathbf{q} = \mathbf{p} = 0$); (б) Зависимость критической температуры системы от величины суммарного импульса p куперовских пар на нижней подрешётке, при фиксированном значении обменного поля $h = 6.6$ К. Постоянная решётки $a = 1$.

$h_c = 0.89 T_{c0}$. Стоит, однако, отметить, что оно получено для пространственно-однородного случая, когда параметр порядка не зависит от координаты центра масс куперовской пары. Но как хорошо известно, в магнитных сверхпроводниках возможны пространственно-неоднородные фазы, так называемые состояния Ларкина – Овчинникова [20] и Фульде – Феррела [21] (ЛОФФ-фаза), при которой куперовские пары находятся в связанном состоянии с отличным от нуля суммарным импульсом \mathbf{p} . В этом случае параметр порядка оказывается модулированным в пространстве и в простейшем случае имеет вид $\Delta_{\mathbf{k}}(\mathbf{r}) = \Delta_{\mathbf{pk}} e^{i\mathbf{p}\mathbf{r}}$. Такая фаза ЛОФФ может возникать только в очень узком диапазоне значений обменного поля. Далее мы приводим результаты для возможных неоднородных состояний, когда параметр порядка на нижней подрешётке $\Delta_{\mathbf{pk}}^b$ модулирован в пространстве с волновым вектором \mathbf{p} , а на верхней подрешётке реализуется пространственно-однородное решение для $\Delta_{\mathbf{qk}}^t$ с $\mathbf{q} = 0$. При этом величину обменного поля мы полагаем равной $h = 6.6$ meV. На рис.2.4(б) показана зави-

симость критической температуры T_c от величины суммарного импульса пары p (направление вектора \mathbf{p} выбрано параллельно оси k_x зоны Бриллюэна). Хорошо видно, что данная зависимость носит немонотонный характер: вначале, с увеличением p критическая температура начинает расти, достигая своего максимального значения $T_c^{\max} = 45.5 \text{ K}$ в точке $p_0 = 0.013$, и далее монотонно спадает. Таким образом, в интервале значений p от 0 до $p_c = 0.0264$ энергетически более выгодными оказываются ЛОФФ состояния. В данном случае будет реализовываться состояние с $p_0 = 0.013$, поскольку именно для данного значения критическая температура является максимальной при прочих фиксированных параметрах системы. Физическая причина, по которой электроны в куперовской паре приобретают отличный от нуля суммарный импульс при наличии обменного поля, заключается в том, что в сверхпроводящем спаривании принимают участие электроны, находящиеся примерно на одном энергетическом уровне вблизи энергии Ферми. При наличии обменного взаимодействия происходит расщепление уровней энергии электронов в паре на величину $2h$ и чтобы скомпенсировать это, куперовской паре необходимо приобрести суммарный импульс \mathbf{p} , который определяется из условия $v_F \mathbf{p} = 2h$ и, соответственно, равен $p \approx 2h/v_F$. Здесь также стоит отметить, что в случае изотропной поверхности Ферми и s- симметрии параметра порядка, критическая температура T_c будет зависеть лишь от величины импульса ЛОФФ пары. Однако для необычной сверхпроводимости, где параметр порядка имеет анизотропию в \mathbf{k} -пространстве, ситуация становится более интригующей и богатой, что должно неизбежно приводить к выделенным направлениям пространственной модуляции параметра порядка.

Заключение

Целью данной работы было исследование критических свойств системы с необычной сверхпроводимостью, находящейся во взаимодействии с ферромагнитным материалом. В качестве сверхпроводника был рассмотрен бислой купрата $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{6-x}$, являющейся представителем высокотемпературных сверхпроводников. Благодаря взаимодействию сверхпроводящего и магнитного параметров порядка в такой системе возникают интересные критические явления, представляющие интерес не только с фундаментальной точки зрения, но и возможных приложений в области сверхпроводящей электроники и спинтроники.

В работе были получены следующие важные результаты и выводы:

1. Был проведен анализ современной литературы по проблеме необычной сверхпроводимости, а также сосуществования и взаимодействия сверхпроводящего и магнитного параметров порядка.
2. Была построена модель контакта ферромагнетика с квазидвумерным сверхпроводником $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{6-x}$ с d- типом симметрии параметра порядка.
3. В рамках предложенной модели было получено уравнение на критическую температуру системы T_c . Численно была рассчитана зависимость T_c от величины обменного поля ферромагнетика, а также от величины суммарного импульса куперовской пары.
4. Была найдена область значений суммарного импульса куперовских пар, для которых критическая температура оказывается выше, чем в пространственно-однородном случае.

Главным выводом работы является то, что предложенная модель контакта ферромагнетика с необычным сверхпроводником предсказывает возникновение пространственно-неоднородных ЛОФФ- состояний при определённых значениях обменного поля.

Публикации автора:

1. Транспортные свойства систем с необычной сверхпроводимостью и магнетизмом. Модель сверхпроводящего “диода”. Тезисы итоговой студенческой конференции КФУ, 2023 г. (находится в печати).

Автор работы выражает огромную благодарность научному руководителю Авдееву Максиму Викторовичу за обеспечение необходимым материалом и помощи в корректном выполнении поставленных задач.

Список литературы

1. Kamerlingh-Onnes, H. The Resistance of Pure Mercury at Helium Temperatures. [Text] // Commun. Phys. Lab. Univ. Leiden. — 1911. — Vol. 12. — P. 1.
2. Meissner, W. Ein neuer Effekt bei eintritt der Supraleitfähigkeit. [Text] / Meissner, W. and Ochsenfeld, R. // Naturwissenschaften. — 1933. — Vol. 21. — P. 787.
3. London, H. The Electromagnetic Equations of the Supraconductor. [Text] / London, H. and London, F. // Proceedings of the Royal Society of London. Series A - Mathematical and Physical Sciences. — 1935. — Vol. 149, no. 866. — P. 71–88.
4. Гинзбург, В. Л. Феноменологическая теория сверхпроводимости / Гинзбург, В. Л. и Ландау, Л. Д. [Текст] // ЖЭТФ. — 1950. — Т. 20. — С. 1064.
5. Ландау Л. Д. и Лифшиц, Е. М. Теоретическая физика : учеб. пособие для ун-тов в 10 т. Т. 5: Статистическая физика. Ч. 1./ Ландау, Л. Д. и Лифшиц, Е. М. [Текст]. — М. : Наука ; Физматлит, 1955.
6. Maxwell, E. Isotope Effect in the Superconductivity of Mercury. [Text] // Phys. Rev. — 1950. — Vol. 78. — P. 477–477.
7. Bardeen, J. Theory of Superconductivity / Bardeen, J., Cooper, L. N., and Schrieffer, J. R [Text] // Phys. Rev. — 1957. — Vol. 108. — P. 1175–1204.
8. Bednorz, J. G. Possible high T_c superconductivity in the Ba – La – Cu – O system [Text] / Bednorz, J. G. and Muller, K. A. // Phys. B - Condensed Matter. — 1986. — Vol. 64. — P. 189.
9. A New High- T_c Oxide Superconductor without a Rare Earth Element [Text] / Maeda, H., Tanaka, Y., Fukutomi, M., and Asano, T. // Jpn. J. Appl. Phys. — 1988. — Vol. 27. — P. 209.
10. Sheng, Z. Z. Bulk superconductivity at 120 K in the Tl–Ca/Ba–Cu–O system [Text] / Sheng, Z. Z. and Hermann, A. M. // Rev. Mod. Phys. — 1988. —

Vol. 332. — P. 138.

11. Dai, P. Superconductivity and its Applications [Text] / Dai, P. and et al // Physica C. — 1995. — Vol. 243, no. 3-4. — P. 201–206.
12. Anderson, P. W. The Theory of Superconductivity in High- T_c Cuprates [Text]. — [S. 1.] : Princeton : Princeton University Press, 1997. — P. 454.
13. Plakida, N. M. Spin fluctuations and high-temperature superconductivity in cuprates [Text] // Physica C. — 2016. — Vol. 531. — P. 39.
14. Максимов, Е. Г. О возможных механизмах высокотемпературной сверхпроводимости [Текст] / Максимов, Е. Г. и Долгов, О. В. // УФН. — 2007. — Т. 177, № 9. — С. 983–988.
15. Scalapino, D. J. A common thread: The pairing interaction for unconventional superconductors [Text] // Rev. Mod. Phys. — 2012. — Vol. 84. — P. 1383–1417.
16. Гинзбург, В. Л. Ферромагнитные сверхпроводники [Текст] // ЖЭТФ. — 1956. — Т. 31. — С. 202.
17. Абрикосов, А. А. К теории сверхпроводящих сплавов с парамагнитными примесями [Текст] / Абрикосов, А. А. и Горьков, Л. П. // ЖЭТФ. — 1960. — Т. 39. — С. 1781.
18. Baltensperger, W. On the influence of exchange on superconductivity in an alloy with a transition metal [Text] // Physica (Suppl.). — 1958. — Vol. 24S. — P. 153.
19. Sarma, G. J. On the influence of a uniform exchange field acting on the spins of the conduction electrons in a superconductor [Text] // Phys. Chem. Solids. — 1963. — Vol. 24. — P. 1029.
20. Ларкин, А. Неоднородное состояние сверхпроводников [Текст] / Ларкин, А. и Овчинников, Ю. // ЖЭТФ. — 1964. — Т. 47, № 3. — С. 1136–1146.
21. Fulde, P. Superconductivity in a Strong Spin-Exchange Field [Text] / Fulde, P. and Ferrell, R. // Phys. Rev. — 1964. — Vol. 135, no. 3A. — P. A550–A563.
22. Изюмов, Ю. Конкуренция сверхпроводимости и магнетизма в гетерострук-

- турах ферромагнетик/сверхпроводник [Текст] / Изюмов, Ю., Прошин, Ю. и Хусаинов, М. // УФН. — 2002. — № 2. — С. 114–154.
23. Buzdin, A. Proximity effects in superconductor-ferromagnet heterostructures [Text] // Rev. Mod. Phys. — 2005. — Vol. 77, no. 3. — P. 935–976.
 24. Implementation of superconductor/ferromagnet/ superconductor π -shifters in superconducting digital and quantum circuits [Text] / Feofanov, A.K., Oboznov, V.A., Bol'ginov, V.V., Lisenfeld, J., Poletto, S., Ryazanov, V.V., Rossolenko, A.N., Khabipov, M., Balashov, D., Zorin, A.B., Dmitriev, P.N., Koshelets, V.P., and Ustinov, A.V. // Nat. Phys. — 2010. — Vol. 6, no. 8. — P. 593–597.
 25. Manipulating Abrikosov vortices with soft magnetic stripes [Text] / Vlasko-Vlasov, V. K., Colauto, F., Buzdin, A. I., Rosenmann, D., Benseman, T., and Kwok, W.-K. // Phys. Rev. B. — 2017. — Vol. 95. — P. 174514.
 26. Properties of ferromagnetic josephson junctions for memory applications [Text] / Caruso, R., Massarotti, D., Miano, A., Bolginov, V.V., Hamida, A.B., Karelina, L.N., Campagnano, G., Vernik, I.V., Tafuri, F., Ryazanov, V.V., Mukhanov, O.A., and Pepe, G.P. // IEEE Transactions on Applied Superconductivity. — 2018. — Vol. 28, no. 7.
 27. Superconducting spin-valve effect and triplet superconductivity in $\text{CoO}_x/\text{Fe1}/\text{Cu}/\text{Fe2}/\text{Cu}/\text{Pb}$ multilayer [Text] / Leksin, P. V., Garif'yanov, N. N., Kamashev, A. A., Fominov, Ya. V., Schumann, J., Hess, C., Kataev, V., Büchner, B., and Garifullin, I. A. // Phys. Rev. B. — 2015. — Vol. 91. — P. 214508.
 28. Colossal Proximity Effect in a Superconducting Triplet Spin Valve Based on the Half-Metallic Ferromagnet CrO_2 [Text] / Singh, A., Voltan, S., Lahabi, K., and Aarts, J. // Phys. Rev. X. — 2015. — Vol. 5. — P. 021019.
 29. Tagirov, L. R. Low-Field Superconducting Spin Switch Based on a Superconductor/Ferromagnet Multilayer [Text] // Phys. Rev. Lett. — 1999. — Vol. 83, no. 10. — P. 2058–2061.

30. Buzdin, A. I. Spin-orientation-dependent superconductivity in F/S/F structures [Text] / Buzdin, A. I., Vedyayev, A. V., and Ryzhanova, N. V. // EPL (Europhysics Letters). — 1999. — Vol. 48, no. 6. — P. 686.
31. Gor'kov, L.P. Unusual superconductivity and its physical properties [Text] // Pramana. — 1987. — Vol. 28, no. 5. — P. 597–597.
32. Stewart, G. R. Superconductivity in iron compounds [Text] // Rev. Mod. Phys. — 2011. — Dec. — Vol. 83. — P. 1589–1652.
33. Cooper, Leon N. Bound Electron Pairs in a Degenerate Fermi Gas [Text] // Phys. Rev. — 1956. — Nov. — Vol. 104. — P. 1189–1190.
34. Минеев, В. П. Введение в теорию необычной сверхпроводимости [Текст] / Минеев, В. П. и Самохин, К. В. — М. : Издательство МФТИ, 1998.
35. Eschrig, M. Spin-polarized supercurrents for spintronics: a review of current progress [Text] // Rep. Prog. Phys. — 2015. — Vol. 78. — P. 104501.
36. de Gennes, P. G. Boundary Effects in Superconductors [Text] // Rev. Mod. Phys. — 1964. — Vol. 36. — P. 225–237.
37. Изюмов, Ю. А. Электронная структура соединений с сильными корреляциями [Текст] / Изюмов, Ю. А. и Анисимов, В. И. — [Б. м.] : М.–Ижевск: Ижевский институт компьютерных исследований, 2008. — С. 376.
38. Efetov, K B. Supersymmetry in Disorder and Chaos [Text]. — [S. l.] : Cambridge: Cambridge University Press, 1997.
39. Цвелик, А.М. Квантовая теория поля в физике конденсированного состояния: Перевод с английского [Текст]. — М.: Физматлит. : [б. и.], 2002.
40. Spin susceptibility in underdoped $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{6+x}$ [Text] / Fong, H. F., Bourges, P., Sidis, Y., Regnault, L. P., Bossy, J., Ivanov, A., Milius, D. L., Aksay, I. A., and Keimer, B. // Phys. Rev. B. — 2000. — Jun. — Vol. 61. — P. 14773–14786.
41. Norman, M. R. Magnetic collective mode dispersion in high-temperature superconductors [Text] // Phys. Rev. B. — 2001. — Feb. — Vol. 63. — P. 092509.