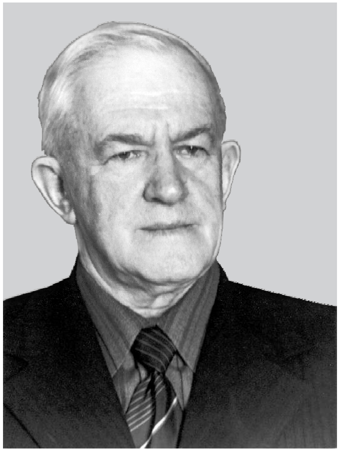
УЧЕНЫЕ ЗАПИСКИ КАЗАНСКОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО УНИВЕРСИТЕТА
Том 150, кн. 4 Физико-математические науки *2008*

ЛЮДИ НАУКИ

ЖИЗНЬ И ТВОРЧЕСТВО АНАТОЛИЯ ВАСИЛЬЕВИЧА ДОРОДНОВА (к 100-летию со дня рождения)

А.Н. Корешков



Анатолий Васильевич Дороднов родился 4 мая 1908 г. в селе Усолье Куйбышевской области (Самарской губернии). Отец Анатолия Васильевича умер, когда ему было 6 месяцев (по рассказу Александра Анатольевича Дороднова – сына Анатолия Васильевича: тот погиб в армии, куда был призван вскоре после рождения Анатолия Васильевича). Село до 1861 г. было частью поместья графа Орлова. Мать Анатолия Васильевича работала прислугой в графском доме. В имении графа была большая сельскохозяйственная школа, которая после революции была преобразована в сельскохозяйственный техникум.

Дороднов закончил 8 классов средней школы в своем селе и в том же 1924 г. поступил в сельхозтехникум, окончил его в 1928 г. и два года работал участковым агрономом в селе Дубовый Самарского района. С ноября 1930 г. по декабрь 1932 г. служил в армии (сначала в Казани, затем в Пензе). В Казани он окончил годичные артиллерийские курсы и прошел службу в качестве командира взвода. В 1932 г. поступил в Казанский государственный университет (КГУ) на механико-математическое отделение физико-математического факультета, которое закончил в 1937 г. В том же году он женился на Волоховой Татьяне Ивановне, которая училась вместе с ним в КГУ на физическом отделении. В 1937 г. Анатолий Васильевич поступил в аспирантуру к Н.Г. Чеботареву. Жена также после окончания КГУ была оставлена в университете. Работала в лаборатории у Е.К. Завойского, затем на кафедре у С.А. Альтшулера.

Для примера приведём план первого года обучения А.В. Дороднова в аспирантуре:

- декабрь – январь: группы Ли;
- февраль: теория Галуа и теория алгебраических функций;
- март: теория полей классов;
- май – июнь: статьи Такаги и Шевалле по теории полей классов.

Заметим, что по каждому разделу программы сдавался отдельный экзамен. В сентябре 1938 г. Н.Г. Чеботарев подает заявление о необходимости продления срока аспирантуры для А.В. Дороднова в связи с тем, что последний, несколько месяцев был на военных сборах, а затем на общественных работах. Решения о продлении срока аспирантуры в личном деле нет, а официальная дата окончания аспирантуры фигурирующая в личном деле – 1 декабря 1940 года. Защита диссертации состоялась 24 декабря 1940 года. Тема диссертации – «Исследования по квадрируемым луночкам».

После защиты диссертации Анатолий Васильевич был оставлен на кафедре для преподавательской работы. Но уже 6 мая 1941 г. был направлен на переподготовку в Томское артиллерийское училище, а с 8 июля 1941 г. участвует в боевых действиях. Войну он начал под Таллином, затем воевал под Ленинградом. Несколько раз был ранен, один раз так серьезно, что целый месяц лечился в госпитале. 17 июля 1942 г. Анатолий Васильевич был снова тяжело ранен под г. Пушкином. После этого ранения он 7.5 месяцев лечился в госпитале. В феврале 1943 г. получил вторую группу инвалидности, был комиссован и демобилизован из армии.

За боевые заслуги А.В. Дороднов был награжден орденами «Красной звезды», «Отечественной войны» первой степени и несколькими медалями.

После выхода из госпиталя Анатолий Васильевич уезжает на родину в село Усолье, к матери (как сам пишет в личном деле), долечиваться. Семья перебралась в Усолье еще раньше. К этому времени у Анатолия Васильевича и Татьяны Ивановны было двое детей: дочь Людмила – родилась в 39-м году и сын Александр – в 42-м году. На родине Анатолий Васильевич преподает математику в сельхозтехникуме. В августе 1945 г. Анатолия Васильевича вновь приглашают на работу в КГУ преподавателем кафедры алгебры. В 1946 г. он получает звание доцента, и в этой должности он проработал на кафедре алгебры до выхода на пенсию в 1983 г. Начиная с 1961 г. Анатолий Васильевич был исполняющим обязанности заведующего кафедрой в связи с болезнью В.В. Морозова, а с 1971 по 1976 гг. являлся заведующим кафедры алгебры.

В 60–70-е годы в связи с бурным развитием вычислительной техники стала меняться структура механико-математического факультета КГУ. Сначала появилась специальность «вычислительная математика», а затем «прикладная математика». Для подготовки специалистов по этим специальностям необходимо было подготовить новые курсы и провести междисциплинарное согласование. Эту большую работу кафедра проводила под руководством А.В. Дороднова.

Обратимся теперь к творчеству А.В. Дороднова. Самый известный результат Анатолия Васильевича – это решение задачи о квадрируемых луночках. Чтобы оценить вклад Дороднова в решение данной задачи, рассмотрим историю этого вопроса. Во-первых, заметим, что эта задача возникла как некоторый обходной маневр в связи с безуспешностью решения задачи о квадратуре круга, то есть задачи о построении с помощью циркуля и линейки из отрезка, являющегося радиусом круга, другого отрезка, который будет стороной квадрата, равновеликого данному кругу.

Еще в 440 г. до н. э. Гиппократ Хиосский нашел три квадрируемых луночки.

Первый тип луночек изображен на рис. 1. Площадь луночки $ABCA$ совпадает с площадью прямоугольного треугольника ABC, катеты которого AB и BC равны радиусу второго круга. Таким образом, с помощью циркуля и линейки можно построить треугольник, площадь которого совпадает с площадью луночки.

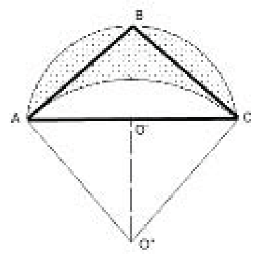


Рис. 1

Второй тип луночек изображен на рис. 2. Площадь луночки $ABCDA$ совпадает с площадью трапеции $ABCD$ и можно построить окружности с центрами в O' и в O'', радиусы которых выражаются через a, используя квадратичные иррациональности.

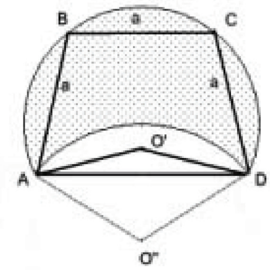


Рис. 2

И наконец, третий тип луночек изображен на рис. 3. Здесь E – точка пересечения диагоналей трапеции $ABCD$, и площадь луночки $ABCDA$ совпадает с площадью с пятиугольника $ABCDE$, причем обе окружности можно построить по данному пятиугольнику $ABCDE$.

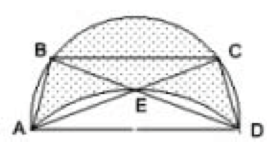


Рис. 3

Для каждой из указанных луночек Гиппократ применяет свой индивидуальный способ построения, и поэтому возникает вопрос о существовании какого-либо единого способа построения этих луночек. Виет в работе, появившейся в 1593 г., применяет некоторый единообразный способ построения квадрируемых луночек, обращая внимание на отношение центральных углов $\beta : \alpha$.

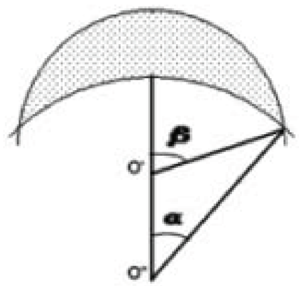


Рис. 4

Рассматривая некоторые частные случаи этого отношения, как-то: $2:1$, $3:1$, $4:1$ и некоторые другие, Виет получает все три луночки Гиппократа, но других не находит.

В 1750 г. финский математик Уинквист нашел еще две квадрируемые луночки. Он также изучает отношение центральных углов $\beta:\alpha$ и в терминах этого отношения ищет величину отрезка $O'O''$ – расстояния между центрами окружностей (см. рис. 4). Он показывает, что для нахождения $O'O''$ необходимо решать некоторые алгебраические уравнения. И в случае, когда степени этих уравнений равны двум, получаются квадрируемые луночки.

Затем Даниил Бернулли формулирует достаточное условие квадрируемости в терминах центральных углов. Если

$$\frac{\alpha}{\sin^2\alpha}=\frac{\beta}{\sin^2\beta}, \tag{1}$$

то луночка квадрируема.

Эйлер изучает уравнение (1) в предположении, что

$$\alpha=m\theta,\ quad\beta=n\theta, \tag{2}$$

где $m, n\in\mathbb{Z}$, а θ – общая мера этих углов (впоследствии Ландау (1903 г.) доказал, что луночки квадрируемы, если в условии (2) $m,\ n$ – целые.) В этом случае уравнение (1) приводится к виду:

$$\left(\frac{\sin m\theta}{\sin n\theta}\right)^2=\frac{m}{n}. \tag{2}$$

Выражая синусы кратных углов через $\cos\theta$ для некоторых небольших значений $m,\ n$, Эйлер получает алгебраические уравнения для $\cos\theta$ и находит все пять квадрируемых луночек. И так же, как Уинквист, обнаруживает, что квадрируемость возможна, если последовательность степеней уравнений для определения содержит только двойки.

В 1929–1930 гг. болгарский математик Чакалов публикует исследования, в которых доказывает, что если $\beta/\alpha=p/n$ где p – простое негауссово число, а $n=1,2,\dots(p-1)$, то луночка неквадрируема. Таким образом, оказались отсеченными уже некоторые бесконечные последовательности неквадрируемых луночек. Кроме того, Чакалов с помощью подстановки $x=e^{2i\theta}$ приводит уравнение (2) к виду:

$$n(x^m-1)^2-m(x^n-1)^2x^{m-n}=0. \tag{3}$$

Появление теории Галуа позволило сформулировать условие квадрируемости луночки следующим образом: *луночка квадрируема тогда и только тогда, когда порядок группы Галуа уравнения есть степень двойки.* Н.Г. Чеботарев в работе 1934 г. в журнале “Matematische Zeitschrirt” разобрал все случаи квадрируемых луночек для нечетных m, n.

Если при построениях циркулем и линейкой допустить использование конических сечений, то это позволяет строить не только квадратичные, но и кубические иррациональности. Тогда условие квадрируемости луночки будет равносильно тому, что порядок группы Галуа уравнения (3) имеет вид $2^q 3^s$, $q, s \in \mathbb{N}$. Эта задача была поставлена Н.Г. Чеботаревым перед аспирантом А.В. Дородновым.

Для решения указанных задач Н.Г. Чеботарев и А.В. Дороднов использовали два следующих факта теории Галуа, установленных Дедекиндом и Гильбертом.

Факт 1. Пусть $f(x) \in \mathbb{Z}[x]$ – неприводимый над $\mathbb{Q}$ многочлен. Если $f(x) = \prod f_i$ – разложение многочлена $f(x)$ на неприводимые множители над полем вычетов Z_p, причем $\deg f_i(x) = n_i$, то в группе Галуа уравнения $f(x) = 0$ существует подстановка π, которая является произведением циклов π_i таких, что $|\pi_i| = n_i$.

Факт 2. Рассмотрим разложение алгебраического числа в p-адический ряд. А именно, для любого алгебраического числа существует простое p, являющееся делителем дискриминанта уравнения, которому оно удовлетворяет, такое, что $a = \sum_{i \geq 0} A_i (p^{\frac{1}{\rho}})^i$, $A_i \in \mathbb{Z}$, $(A_i, p) = 1$. Такие простые p называются критическими. Пусть $p_1, \dots, p_r$ – все критические простые для данного алгебраического числа a, удовлетворяющего некоторому уравнению. Тогда существует подстановка π из группы Галуа данного уравнения, которая является произведением циклов π_m таких, что $|\pi_m| = s_m$, где s_m – знаменатель m-го разложения.

Используя указанные факты, Н.Г. Чеботарев и А.В. Дороднов действуют по следующей схеме: пусть $x = \varepsilon + ap^\rho$, где ε, a – взаимно простые с p целые числа. Подставляя x в $(1'')$ и приравнивая нулю коэффициенты при различных степенях p-адического разложения левой части уравнения $(1'')$, получим ограничения на параметры m, n, так как знаменатели показателя ρ содержат либо произведение $2^\gamma 3^\delta$, $\gamma > 0$, $\delta > 0$, либо 2^γ, $\gamma > 0$. В силу этих ограничений остается лишь конечное число возможностей для параметров m, n. Рассматривая каждый из таких вариантов и осуществляя редукцию по подходящему простому модулю p, отбрасываем все варианты, за исключением пяти случаев квадрируемости, если порядок группы Галуа G уравнения (3) равен 2^γ. В случае, когда $|G| = 2^\gamma 3^\delta$ А.В. Дородновым найдено 15 квадрируемых луночек при помощи конических сечений. Часть вариантов в этом случае осталась неразобранной.

Результаты диссертации Анатолия Васильевича были опубликованы в «Известиях физико-математического общества при КГУ» [1] для случая $|G| = 2^\gamma 3^\delta$. Случай, когда $|G| = 2^\gamma$ и один из параметров m или n является четным, был опубликован в «Докладах АН СССР» [2]. В частности, благодаря общему методу получения всех пяти квадрируемых луночек имеем единый способ построения равновеликих многоугольников с соответствующими луночками (см. рис. 5).

Площадь луночки ASB совпадает с площадью четырехугольника $AO'BO''$, где O', O'' – центры окружностей, из которых строится луночка.

В 50–60-е годы А.В. Дороднов занимался исследованиями, связанными с полями алгебраических функций. А именно, он изучал вопрос о существовании подполей рода $\rho > 1$ в поле гиперэллиптических функций. Это такое поле алгебраических функций, определяющее уравнение которого имеет вид $y^2 = F_\nu(x^n)$ или $y^2 = xF_\nu(x^n)$, где $\nu = \deg F(z)$, а n – порядок одного из элементов конечной группы преобразований, которая сохраняет данное поле алгебраических функций.

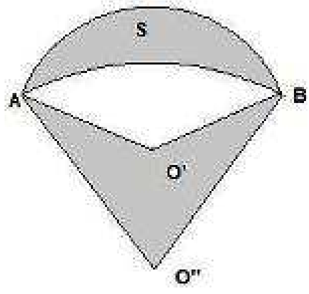


Рис. 5

Величина ρ, с одной стороны, определяет порядок класса дифференциалов: $|(d)| = 2\rho - 2$, а с другой стороны, 2ρ – порядок связности соответствующей римановой поверхности. Предполагая, что выполнено некоторое условие на группу преобразований данного поля, Анатолий Васильевич доказывает в этом случае существование подполей рода $\rho > 1$.

Большое внимание А.В. Дороднов уделял педагогической работе. Многие студенты механико-математического факультета с благодарностью вспоминают его лекции по алгебре и теории чисел. Кроме общих курсов Анатолий Васильевич регулярно читал спецкурсы по теории полей, теории алгебраических функций и теории полей классов. В них он знакомил студентов как с классическими результатами этой области математики, так и с результатами последних лет, связанными с именами Гильберта, Римана, Дирихле. Под влиянием лекций Анатолия Васильевича многие сильные студенты мехмата выбирали в качестве специализации кафедру алгебры и оставались верны своей специализации в дальнейшей научной деятельности. Сотрудники кафедры алгебры и всего механико-математического факультета всегда с теплотой вспоминают обаятельного и остроумного А.В. Дороднова, который много сил и времени отдавал общественной работе на факультете и в различных общественных организациях университета. Анатолий Васильевич всегда очень доброжелательно относился к студентам и сотрудникам университета и все, кто работал вместе с Анатолием Васильевичем, будут помнить этого замечательного человека.

Избранные научные труды А.В. Дороднова

1. *Дороднов А.В.* О круговых луночках, квадрируемых при помощи конических сечений // Изв. физ.-матем. об-ва при Казан. гос. ун-те. Сер. 3. – 1945. – Т. XIII. – С. 95–126.

2. *Дороднов А.В.* О круговых луночках, квадрируемых при помощи циркуля и линейки // Докл. АН СССР. – 1947. – Т. LVIII, № 6. – С. 965–968.

3. *Дороднов А.В.* О подполях гиперэлиптического поля алгебраических функций // Учен. зап. Казан. ун-та. – 1956. – Т. 116, кн. 5. – С. 7–9.

4. *Дороднов А.В.* Случай существования подполя у гиперэлиптического поля алгебраических функций // Учен. зап. Казан. ун-та. – 1957. – Т. 117, кн. 2. – С. 3–6.

5. *Дороднов А.В.* О существовании подполя жанра > 1 // Итоговая науч. конф. Казан. гос. ун-та. – Казань, 1961. – С. 31–33.

6. *Дороднов А.В.* К структуре полей алгебраических функций // Итоговая науч. конф. Казан. гос. ун-та. – Казань, 1963. – С. 21–22.