

УДК 532.5.296:534.12

## УДАРНОЕ ВОЗДЕЙСТВИЕ СТРУИ ЖИДКОСТИ НА УПРУГОПЛАСТИЧЕСКОЕ ТЕЛО

*А.А. Аганин, Н.А. Хисматуллина*

### Аннотация

Исследована динамика приповерхностного слоя тела из никелевого сплава в случае, когда к его поверхности приложена нагрузка, характерная для импульсного воздействия микроструи жидкости, образующейся при схлопывании касающегося тела кавитационного пузырька в воде. Рассмотрен диапазон скоростей струи, при которых интенсивность напряжений в теле временно находится на уровне предела текучести. Представлена используемая математическая модель динамики упругопластического тела и основные положения методики расчета. Показано, что в результате увеличения области нагружения на поверхности тела, неоднородности нагружения и скачкообразного уменьшения нагрузки на периферии области нагружения предельные значения интенсивности напряжений в теле возникают при значительно (примерно в два раза) меньших скоростях струи, чем в соответствующем одномерном приближении. Неоднородность нагрузки не вызывает качественных изменений в динамике тела, ее влияние с ростом скорости струи уменьшается.

**Ключевые слова:** кавитационное разрушение, кавитационная эрозия, ударное воздействие струи, упругопластическое тело.

### Введение

С воздействием струй (и капель) жидкости на поверхность деформируемых тел связана в первую очередь такая проблема, как эрозионное разрушение деталей машин и механизмов, контактирующих с жидкостью. Основным фактором кавитационного разрушения многие авторы (см., например, [1] и цитируемую там литературу) считают удар струи, образующейся на поверхности пузырька при его асимметричном коллапсе вблизи тела. Удар высокоскоростной струи жидкости по поверхности тела может привести к ее деформации и разрушению. Характер и масштабы повреждений зависят от плотности жидкости, радиуса и скорости струи, прочностных характеристик тела и т. д. Например [2], капля воды радиуса 1 мм при скорости 750 м/с может вызвать разрушение и эрозию таких твердых материалов, как алмаз и карбид вольфрама, и пластическую деформацию высокопрочных сплавов, таких как мартенситные стали. При более умеренных скоростях, порядка 200 м/с, одиночный удар может не вызывать видимых изменений поверхности, но многократные удары приводят к эрозии материала. В то же время применение эрозионных технологий в промышленности обуславливает необходимость контролируемого использования разрушительного потенциала ударного воздействия на тело струи жидкости. Для понимания природы разрушения поверхностей тел струями важно изучить особенности однократного воздействия струи. Этому вопросу посвящено много работ (см., например, [2–12]), большинство из которых являются экспериментальными. Между тем возможности экспериментального исследования происходящих внутри тела изменений весьма ограничены. Наблюдению в общем случае, и это отмечают многие авторы, доступны результаты воздействия

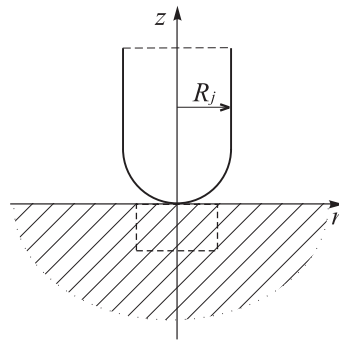


Рис. 1. Цилиндрическая струя жидкости с полусферическим концом в начале (при  $t = 0$ ) ударного воздействия на тело и используемая цилиндрическая система отсчета  $r, z$ . Прямоугольником выделена область, где влияние струи наиболее существенно

на тело, а не сам его процесс. Поэтому для изучения особенностей процесса воздействия большое значение приобретает численное моделирование. В большей части работ, посвященных численному исследованию ударного воздействия капель (см., например, [3, 4, 7, 8]), рассматривается в основном динамика жидкости в капле, определяется характер нагружения тела. Работ, моделирующих воздействие струи на динамику тела, довольно мало. Так, динамика тела численно исследуется при нагружениях, соответствующих стационарному растеканию струи [13], и пульсирующем нагружении [6] поверхности тела.

В настоящей работе изучается динамика приповерхностной части тела при нагрузке, характерной для ударного воздействия струи жидкости, возникающей на поверхности касающихся тела кавитационных пузырьков при их сжатии [14].

## 1. Постановка задачи

Рассматривается динамика приповерхностного слоя тела при столкновении с его поверхностью микроструи жидкости. Струя цилиндрическая, с полусферическим концом, ударяется о неподвижное тело ортогонально его плоской поверхности (рис. 1). Давление на поверхности тела вне области воздействия струи  $p_0 = 0.1$  МПа. Материал тела – никелевый сплав с плотностью  $\rho = 8000$  кг/м<sup>3</sup>, модулем упругости  $E = 196000$  МПа, коэффициентом Пуассона  $\nu = 0.3$ , пределом текучести при одноосном растяжении  $Y_0 = 125$  МПа. Такие сплавы используются для покрытия поверхностей деталей машин и механизмов, контактирующих с жидкостью, для их защиты от разрушительного воздействия кавитации. Жидкостью является вода с плотностью  $\rho = 1000$  кг/м<sup>3</sup>, скоростью звука  $c_0 = 1500$  м/с. Радиус струи  $R_j = 20$  мкм, ее скорость  $v_j$  варьируется в диапазоне  $65$  м/с  $\leq v_j \leq 650$  м/с. Подобные струи возникают на поверхности касающихся тела кавитационных пузырьков в процессе их схлопывания [15].

В результате столкновения струи с поверхностью тела в струе возникает распространяющаяся от тела куполообразная ударная волна. Сначала край этой волны совпадает с границей круговой быстро расширяющейся области контакта струи и тела, но вскоре отрывается от нее, после чего все точки фронта ударной волны удаляются от поверхности тела. До отрыва края ударной волны от поверхности тела давление жидкости в струе между телом и ударной волной является весьма высоким ( $\sim \rho_0 c_0 v_j$ ), так что поверхность тела испытывает большие локальные нагрузки, рассматриваемые в качестве одной из наиболее вероятных причин повреждений. При отрыве края ударной волны от поверхности тела на боковой

поверхности струи между краем ударной волны и поверхностью тела возникает цилиндрическая волна разрежения, сходящаяся в жидкости к оси струи. В области этой волны образуется пристеночная цилиндрическая струйка жидкости, разлетающейся со скоростью, в несколько раз превышающей скорость натекающей струи. По мере радиального схождения волны разрежения в струе давление жидкости на поверхности тела уменьшается. Со временем на поверхности тела устанавливается профиль давления, характерный для стационарного натекания струи с максимумом в центральной точке (точке торможения жидкости на оси натекающей струи). В момент столкновения струи и тела давление в центре области контакта скачком возрастает от  $p_0$  до  $p^* \approx \rho_0 c_0 v_j$ . На периферии области контакта оно принимает более высокие значения. В теоретических работах [16] отмечается, что эти значения имеют порядок  $\sim 2p^*$ , хотя при численном моделировании в очень узкой области получаются и намного большие величины [17]. Максимум давления при стационарном натекании струи на тело, которое устанавливается после завершения переходных нестационарных процессов в центре области контакта, равен  $p_{st}^* \approx 0.5\rho_0 v_j^2$ . В рассматриваемом диапазоне скоростей струи давление  $2p^*$  значительно выше, чем  $p_{st}^*$ . Если момент столкновения струи с телом принять за начало отсчета времени  $t = 0$ , что и делается в настоящей работе, то максимум давления  $2p^*$  достигается при  $t \approx \tau = R_j v_j / 2c_0^2$ , а указанная выше волна разрежения в струе сходится в центре области контакта при  $t \approx 3\tau$ , после чего давление на поверхности тела имеет порядок  $p_{st}^*$ . В настоящей работе рассматривается начальный промежуток времени, в котором максимум давления на поверхности тела сначала скачком возрастает от  $p_0$  до  $\sim p^*$ , затем плавно увеличивается до  $\sim 2p^*$ , после чего падает до  $\sim p_{st}^*$ . Пластические деформации в теле из рассматриваемого никелевого сплава появляются при повышении давления на поверхности тела до величин более  $p_{pl}^* \approx 2.25$  кбар. В рассматриваемом диапазоне скоростей струи  $65 \text{ м/с} \leq v_j \leq 650 \text{ м/с}$  такие нагрузки возникают при  $2p^* > p_{pl}^*$ , то есть при скорости струи  $v_j > 75 \text{ м/с}$ . Рассматривается наиболее часто встречающийся случай, когда диаметр струи намного меньше линейных размеров тела. Поэтому тело моделируется как упругопластическое полупространство.

## 2. Математическая модель и основные положения методики расчета

Аппроксимация закона нагружения поверхности тела принимается в виде

$$p_L(r, t) = p_0, \quad 0 \leq r < \infty \quad \text{при } t < 0,$$

$$p_L(r, t) = \begin{cases} [p_e(t) - p_c(t)] (r/R_L)^2 + p_c(t), & 0 \leq r \leq R_L(t) \\ p_0, & r > R_L(t) \end{cases} \quad \text{при } t \geq 0, \quad (1)$$

где  $r$  – радиальная координата, отсчитываемая от расположенного на оси симметрии струи центра круговой области нагружения радиуса  $R_L(t)$ . Входящие в (1) функции  $p_c(t)$ ,  $p_e(t)$  представляют собой изменение нагрузки в центре  $r = 0$  и на краю  $r = R_L(t)$  области нагружения соответственно. Они определяются выражениями

$$p_c(t) = \begin{cases} p^* (b \bar{t}^2 + 1), & \text{если } p^* (b \bar{t}^2 + 1) < p_e(t), \\ p_e(t), & \text{если } p^* (b \bar{t}^2 + 1) \geq p_e(t), \end{cases}$$

$$p_e(t) = \begin{cases} (a_1 \bar{R}_L^{\alpha_1} + 1) p^*, & \text{если } 0 \leq t \leq \tau, \\ a_2 \bar{R}_L^{\alpha_2} p^*, & \text{если } \tau \leq t \leq 3\tau, \end{cases} \quad (2)$$

$$p^* = p_0 + \frac{v_j \rho_0 c_0 \rho c_1}{\rho_0 c_0 + \rho c_1}, \quad \bar{t} = \frac{c_1}{R_j} t, \quad \bar{R}_L = \frac{R_L(t)}{R_j}, \quad \tau = \frac{R_j v_j}{2c_0^2},$$

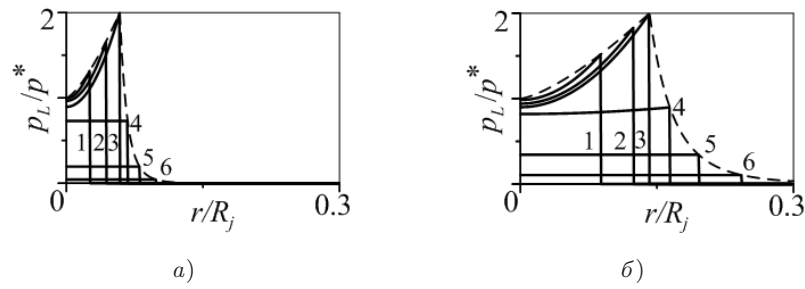


Рис. 2. Радиальные профили нагрузки (1) для шести моментов времени при  $v_j = 100$  м/с (а) и  $v_j = 300$  м/с (б)

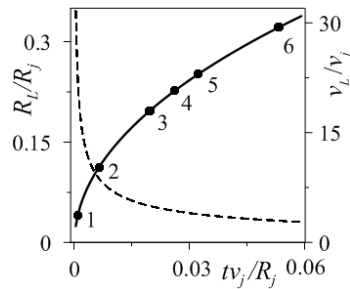


Рис. 3. Зависимости безразмерного радиуса  $R_L/R_j$  (сплошная кривая) круговой области нагружения поверхности тела и безразмерной скорости ее расширения  $v_L/v_j$  (штриховая кривая) от безразмерного времени. Точки соответствуют приведенным на рис. 2 профилям нагрузок

где  $c_1$  – скорость распространения продольных возмущений в теле,  $a_1$ ,  $a_2$ ,  $\alpha_1$ ,  $\alpha_2$ ,  $b$  – безразмерные константы. При указанных входных данных скорости  $v_j = 100$  м/с соответствует давление  $p^* = 145$  МПа, скорости  $v_j = 300$  м/с – давление  $p^* = 436$  МПа, а скорости  $v_j = 500$  м/с – давление  $p^* = 726$  МПа. На рис. 2 представлены рассчитанные по формуле (1) радиальные профили нагрузки для шести характерных моментов времени для скоростей струи  $v_j = 100$  м/с ( $a_1 = 50.07$ ,  $\alpha_1 = 1.38$ ,  $a_2 = 1.5 \cdot 10^{-9}$ ,  $\alpha_2 = -7.4$ ,  $b = -1.1 \cdot 10^{-7}$ ) и  $v_j = 300$  м/с ( $a_1 = 14.82$ ,  $\alpha_1 = 1.38$ ,  $a_2 = 4.8 \cdot 10^{-5}$ ,  $\alpha_2 = -5.5$ ,  $b = -2.7 \cdot 10^{-8}$ ).

Известно [3], что на начальном отрезке времени  $0 \leq t \leq \tau$  радиус  $R_L$  круговой области нагружения поверхности тела определяется выражением

$$R_L = \sqrt{2Rv_j t - v_j^2 t^2}. \quad (3)$$

Это выражение используется в настоящей работе как при  $0 \leq t \leq \tau$ , так и при  $t > \tau$ . При  $t > \tau$  оно, строго говоря, неверно. Однако наиболее важным аспектом при  $t > \tau$ , на наш взгляд, является то, что на этой стадии нагрузка на стенку тела с течением времени уменьшается (до  $p_{st}^*$ ). В аппроксимации нагружения (1) этот аспект учитывается.

Изменение радиуса области нагружения  $R_L$  и скорости ее расширения  $v_L = dR_L/dt$  с течением времени иллюстрирует рис. 3. Видно, что на начальном интервале времени радиус  $R_L$  быстро растет от нуля, а скорость  $v_L$  еще быстрее уменьшается от бесконечности. В последующем скорость  $v_L$  уменьшается медленнее, соответственно, замедляется и рост радиуса  $R_L$ .

Тело считается изотропным, деформации и перемещения – малыми. Для описания динамики тела используются следующие уравнения:

$$\begin{aligned} \rho \frac{\partial u}{\partial t} &= \frac{\partial(S_{rr} - P)}{\partial r} + \frac{\partial S_{rz}}{\partial z} + \frac{S_{rr} - S_{\varphi\varphi}}{r}, & \rho \frac{\partial v}{\partial t} &= \frac{\partial S_{rz}}{\partial r} + \frac{\partial(S_{zz} - P)}{\partial z} + \frac{S_{rz}}{r}, \\ \frac{\partial S_{rr}}{\partial t} &= \frac{2}{3}\mu \left( 2\frac{\partial u}{\partial r} - \frac{\partial v}{\partial z} - \frac{u}{r} \right), & \frac{\partial S_{zz}}{\partial t} &= -\frac{2}{3}\mu \left( \frac{\partial u}{\partial r} - 2\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{u}{r} \right), \\ \frac{\partial S_{\varphi\varphi}}{\partial t} &= -\frac{2\mu}{3} \left( \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{\partial v}{\partial z} - \frac{2u}{r} \right), & \frac{\partial S_{rz}}{\partial t} &= \mu \left( \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial v}{\partial r} \right), \\ \frac{\partial P}{\partial t} &= -K \left( \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{u}{r} \right). \end{aligned} \quad (4)$$

Здесь  $u$ ,  $v$  – компоненты скорости по осям  $r$  и  $z$  соответственно;  $S_{rr}$ ,  $S_{zz}$ ,  $S_{\varphi\varphi}$ ,  $S_{rz}$  – компоненты девиатора  $S$  тензора напряжений  $\sigma$ , записанные в цилиндрической системе координат;  $P$  – всестороннее (гидростатическое) давление;  $S = \sigma + Pg$ ;  $g$  – метрический тензор;  $\lambda = \rho(c_1^2 - 2c_2^2)$  и  $\mu = \rho c_2^2$  – параметры Ламе;  $K = \lambda + 2/3\mu$  – коэффициент объемного расширения;  $c_1$  и  $c_2$  – скорости распространения продольных и сдвиговых возмущений.

В пластических зонах выполняется условие текучести Мизеса  $\sigma_i = Y_0$ ,  $\sigma_i$  – интенсивность напряжений,

$$\sigma_i = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(\sigma_z - \sigma_r)^2 + (\sigma_z - \sigma_\phi)^2 + (\sigma_r - \sigma_\phi)^2 + 6\tau_{rz}^2},$$

где  $\sigma_z = S_{zz} - P$ ,  $\sigma_r = S_{rr} - P$ ,  $\sigma_\phi = S_{\phi\phi} - P$ ,  $\tau_{rz} = S_{rz}$  – компоненты тензора напряжений  $\sigma$  в цилиндрических координатах.

Если условие текучести нарушается, то есть если  $\sigma_i$  в некоторой точке расчетной области превышает предел текучести, то девиатор тензора напряжений корректируется [18]

$$S_{\text{corr}} = \frac{Y_0}{\sigma_i} S. \quad (5)$$

На поверхности тела  $z = 0$  полагается

$$\sigma_z = -p_L(r, t), \quad \tau_{rz} = 0, \quad (6)$$

где  $p_L(r, t)$  определяется выражением (1).

В начальный момент времени  $t = 0$

$$\sigma_z = -p_0, \quad \sigma_r = \sigma_\phi = -\lambda(\lambda + 2\mu)^{-1}p_0, \quad \tau_{rz} = 0, \quad u = v = 0. \quad (7)$$

На бесконечном удалении от места приложения нагрузки параметры тела остаются невозмущенными.

В расчетах бесконечная область, занимаемая телом,  $0 \leq r < \infty$ ,  $-\infty < z \leq 0$  заменяется конечной цилиндрической областью  $0 \leq r < r_s$ ,  $h_s < z \leq 0$  (рис. 4). Внешние границы  $r = r_s$  и  $z = h_s$  являются «искусственными». Они выбираются так, чтобы отраженные от них волны в интересующем промежутке времени не сильно изменяли напряжения в области влияния струи (на рис. 1 эта область выделена прямоугольником). Удаленность искусственных границ зависит от принимаемых условий. В настоящей работе на искусственных границах ставятся неотражающие условия [19], что позволяет размеры расчетной области принять равными  $r_s = -h_s = 2.2R$  [20].

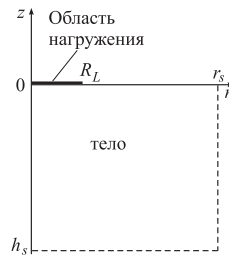


Рис. 4. Расчетная область

Для численного решения задачи (4), (6), (7) применяется классический метод С.К. Годунова [21]. При этом используется равномерная расчетная сетка с квадратными ячейками с  $\Delta r = \Delta z = R/640$ . Такая сетка выбрана с учетом сходимости численного решения по мере измельчения ячеек. Шаг по времени определяется из условия устойчивости [21]

$$\tau = \frac{\delta \Delta r \cdot \Delta z}{c_1 \Delta r + \Delta z}$$

при  $\delta = 0.95$ .

### 3. Динамика приповерхностного слоя тела при нагрузках, характерных для воздействия струи

Перед тем, как перейти к рассмотрению динамики приповерхностного слоя тела при нагрузке (1), характерной для воздействия струи жидкости, полезно проанализировать соответствующие одномерные приближения, в которых изменение давления на поверхности тела обладает рядом особенностей нагружения (1). На рис. 5 приведено изменение напряжения  $\sigma_z$  в теле при ударном повышении и последующем резком сбросе давления  $p_L$  на всей поверхности тела ( $z = 0, 0 \leq r < \infty$ ):

$$p_L = p_0 \text{ при } t < 0, \quad p_L = p^* \text{ при } 0 \leq t \leq \tau, \quad p_L = p_0 \text{ при } t > \tau. \quad (8)$$

Показаны результаты для  $v_j = 145$  м/с ( $\tau = 0.45$  нс,  $p^* = 210$  МПа) при  $t_1 = 0.51$  нс,  $t_2 = 1.29$  нс; для  $v_j = 300$  м/с ( $\tau = 0.67$  нс,  $p^* = 435$  МПа) при  $t_1 = 0.78$  нс,  $t_2 = 1.68$  нс и для  $v_j = 434$  м/с ( $\tau = 0.76$  нс,  $p^* = 630$  МПа) при  $t_1 = 1.29$  нс,  $t_2 = 2.07$  нс.

При нагружении поверхности тела с амплитудой  $p^* = 210$  МПа (наименьшей из трех рассматриваемых) предел текучести материала тела не достигается. Поэтому конфигурация импульса по мере его распространения вглубь тела не изменяется. Пластические деформации в теле возникают при  $p^* \geq p_{pl}^* = 225$  МПа, что соответствует удару струи со скоростью  $v_j \geq 155$  м/с. Поэтому при нагружении с  $p^* = 300$  МПа в теле возникают пластические деформации. В этом случае передний фронт распространяющегося в тело импульса расщепляется на упругий предвестник, перемещающийся со скоростью  $c_1 = [(\lambda + 2\mu)/\rho]^{1/2}$ , и пластическую волну, распространяющуюся со скоростью  $c_* = (K/\rho)^{1/2}$ , меньшей в 1.27 раз скорости упругого предвестника. При разгрузке в этом случае пластические деформации не возникают, поэтому задний фронт импульса представляет собой упругую волну, распространяющуюся со скоростью  $c_1$ . Поскольку  $c_1 > c_*$ , область пластических деформаций со временем уменьшается. При нагружении поверхности тела с амплитудой  $p^* = 630$  МПа, максимальной среди трех рассматриваемых, пределы текучести превышаются как при нагрузке, так и при разгрузке. Поэтому расщеплению подвергаются как передний, так и задний фронты уходящего в тело

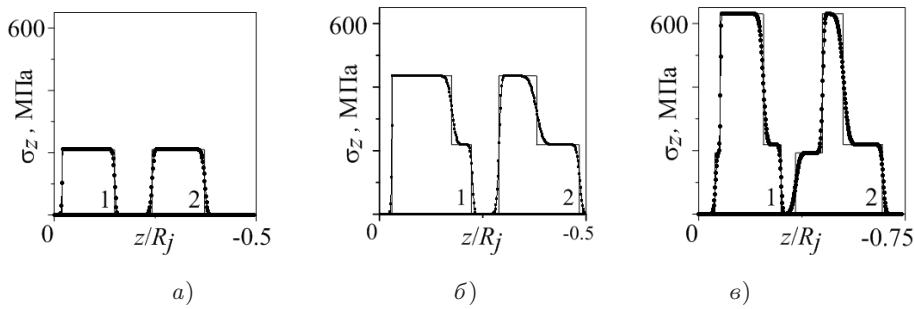


Рис. 5. Распространяющийся в тело импульс напряжений  $\sigma_z$  при нагружении (8) с  $p^* = 210$  (а), 300 (б) и 630 МПа (в) в указанные в тексте моменты времени  $t_1, t_2$  (кривые с символами 1, 2). Тонкие кривые без символов – точное решение

импульса. Причем как в области переднего, так и в области заднего фронта первым со скоростью  $c_1$  следует упругий предвестник, а за ним со скоростью  $c_*$  – фронт пластической волны. В области переднего фронта импульса амплитуда упругого предвестника значительно меньше, чем пластической волны, а в области заднего фронта, наоборот, значительно больше.

Следует отметить, что в момент  $t_2$  вся часть тела между его поверхностью и фронтом пластической волны в области переднего фронта уходящего в тело импульса является зоной текучести. Эта зона состоит из двух частей. Первая часть, между передним фронтом пластической волны и задним упругим предвестником, возникает в результате сильного сжатия, а вторая часть, между задним упругим предвестником и поверхностью тела, формируется из-за сильной разгрузки. С течением времени первая часть уменьшается.

Пусть теперь давление на всей поверхности тела ( $z = 0, 0 \leq r < \infty$ ) изменяется так же, как и в центре конечной области нагружения при законе (1):

$$p_L = p_0 \text{ при } t < 0, \quad p_L = p_c(t) \text{ при } t \geq 0, \quad (9)$$

где  $p_c(t)$  определяется согласно (2). На рис. 6 представлено изменение давления на поверхности тела согласно (9) и приведены пространственные распределения напряжений  $\sigma_z$  и интенсивности напряжений  $\sigma_i$  в момент времени  $t = 0.8$  нс для скорости струи  $v_j = 100$  м/с и в момент времени  $t = 1.8$  нс для  $v_j = 300$  м/с. В изменении согласно (9) давления  $p_L$  можно выделить два участка: начальный скачок до  $p^*$  и последующий монотонный спад до уровня  $p_{st}^*$ . Имеем  $p^* = 145$  МПа при  $v_j = 100$  м/с и  $p^* = 436$  МПа при  $v_j = 300$  м/с. В первом случае в теле появляются лишь упругие деформации (интенсивность напряжений  $\sigma_i$  не достигает предела текучести  $Y_0 = 125$  МПа), так что вглубь тела уходит импульс, форма которого со временем не изменяется. Во втором случае в теле появляются пластические деформации. В этом случае передний фронт уходящего в тело импульса возникает в результате начального ударного повышения давления от  $p_0$  до значения  $p_c(0) = 436$  МПа, превышающего уровень пластических деформаций  $p_{pl}^* = 225$  МПа. В результате передний фронт импульса расщепляется на упругий предвестник и следующую за ним волну пластических деформаций. Далее за фронтом этой волны следует участок импульса с упругими деформациями. На этом участке из-за сильной разгрузки интенсивность напряжений сначала уменьшается до нуля, а затем вновь возрастает до значений, близких к пределу текучести.

Рассмотрим теперь динамику приповерхностного слоя тела при нагрузке (1), характерной для воздействия струи жидкости. Рис. 7 характеризует изменение поля

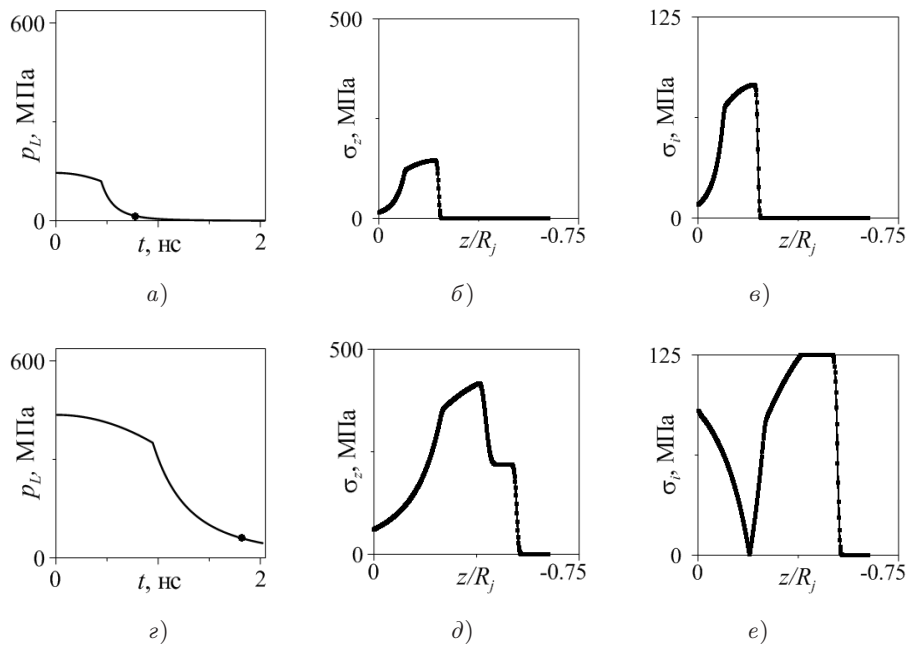


Рис. 6. Изменение давления  $p_L(t)$  на поверхности тела ( $a$ ,  $d$ ) по закону (9) и соответствующие импульсы напряжений  $\sigma_z$  ( $b$ ,  $e$ ) и интенсивности напряжений  $\sigma_i$  ( $c$ ,  $f$ ) в теле для скорости струи  $v_j = 100$  и  $300$  м/с (верхний и нижний ряды соответственно) в моменты времени, отмеченные на кривых  $p_L(t)$  точками

интенсивности напряжений  $\sigma_i$  в теле при скорости струи  $v_j = 100$  м/с. В этом случае предел текучести материала тела достигается вскоре после начала ударного воздействия (при  $t \approx t_1$ ) на краю  $r = R_L(t_1)$  круговой области нагружения. Затем область, где интенсивность напряжений находится на пределе текучести, постепенно увеличивается, приобретая вид купола, сначала с отверстием в окрестности оси симметрии. Радиус основания этого купола примерно равен радиусу  $R_L$  нагруженной области поверхности тела. Постепенно радиус основания этого купола и его толщина увеличиваются, отверстие в окрестности оси симметрии исчезает (рис. 7,  $a$ ). В момент  $t_3$  (рис. 7,  $b$ ) величина нагрузки на периферии области ее приложения (при  $r = R_L$ ) достигает своего максимума (рис. 2). После этого к моменту  $t_4$  величина нагрузки резко уменьшается (примерно в 2 раза). В результате такой разгрузки область с интенсивностью напряжений на пределе текучести отрывается от поверхности тела и постепенно удаляется от нее (рис. 7,  $в$ ). По мере удаления размеры этой области уменьшаются (рис. 7,  $г$ ), а в последующем она полностью исчезает.

Предел текучести в теле достигается, когда максимум нагрузки на его поверхности составляет около 200 МПа, что меньше, чем  $p_{pl}^* = 225$  МПа – значение, необходимое для достижения предела текучести в одномерном приближении (см. предыдущий раздел). Это означает, что возникновение зон с интенсивностью напряжений на пределе текучести обусловлено в данном случае неоднородными эффектами, такими как неоднородность нагрузки, расширение области ее приложения и ее скачкообразное изменение на периферии. Представляется, что последнее обстоятельство оказывает на достижение предела текучести наиболее существенное влияние. В частности, в двумерном случае предел текучести достигается уже при  $v_j = 65$  м/с, тогда как в одномерном приближении – лишь при  $v_j = 155$  м/с.



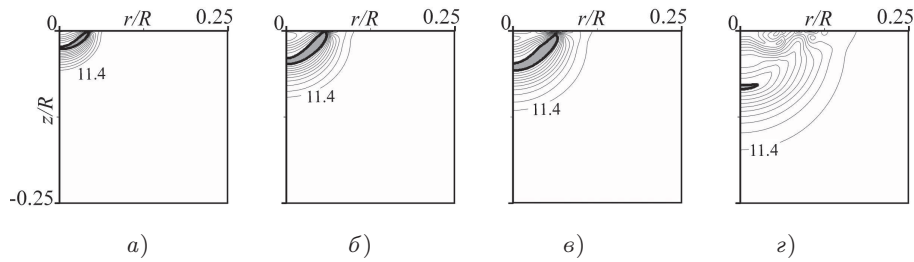


Рис. 7. Поля  $\sigma_i$  в осевом сечении тела при нагрузке (1), соответствующей ударному воздействию струи со скоростью  $v_j = 100$  м/с в четыре указанных на рис. 2 момента времени  $t_2$  (а),  $t_3$  (б),  $t_4$  (в) и  $t_5$  (г). В закрашенных областях, границы которых выделены жирной линией,  $\sigma_i = Y_0$

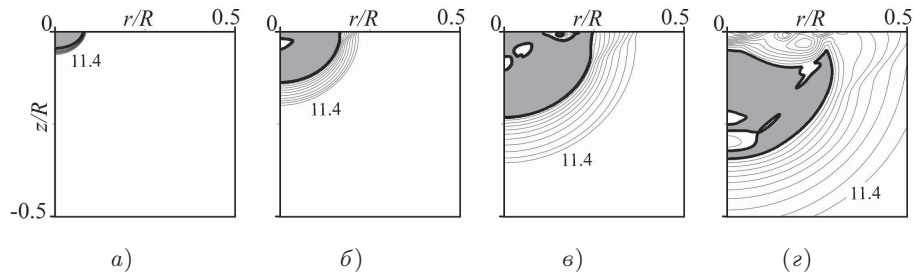


Рис. 8. То же, что на рис. 7, но при  $v_j = 300$  м/с и в моменты  $t_1$ ,  $t_3$ ,  $t_5$  и  $t_6$

При этом в двумерном случае он достигается уже, когда максимум нагрузки на поверхности тела составляет около 200 МПа, тогда как в одномерном приближении – при 225 МПа.

Рис. 8 характеризует изменение полей интенсивности напряжений  $\sigma_i$  при нагрузке (1), соответствующей ударному воздействию струи со скоростью  $v_j = 300$  м/с. В этом случае предел текучести достигается в самом начале приложения нагрузки. В дальнейшем до момента времени  $t_6$  зона с интенсивностью напряжений на пределе текучести расширяется как вдоль поверхности тела в результате расширения области нагружения, так и вдоль оси симметрии из-за распространения импульса вглубь тела. На отрезке  $0 \leq t \leq t_5$  эта зона примыкает к поверхности тела, а затем вследствие уменьшения нагрузки отрывается от нее и постепенно удаляется (рис. 8, г). При этом зона с интенсивностью напряжений на пределе текучести не является односвязной.

На рис. 9 для  $v_j = 100$  и 300 м/с представлены области, в которых в промежутке  $0 \leq t \leq 3\tau$  хотя бы в один из моментов времени был достигнут предел текучести. Видно, что при скорости струи  $v_j = 100$  м/с в окрестности центра приложения нагрузки имеется небольшая конусообразная зона, в которой предел текучести не достигается (рис. 9, а). По мере увеличения скорости струи размеры этой зоны уменьшаются, а при скорости  $v_j = 300$  м/с и выше она не возникает (рис. 9, б).

#### 4. Влияние радиальной неоднородности нагрузки

При нагружении (1) радиальное распределение давления в области нагружения при  $t \sim t_3$  существенно неоднородно. В частности, в момент  $t_3$  давление на периферии области воздействия струи ( $r = R_L$ ) более чем в 2 раза выше, чем в ее

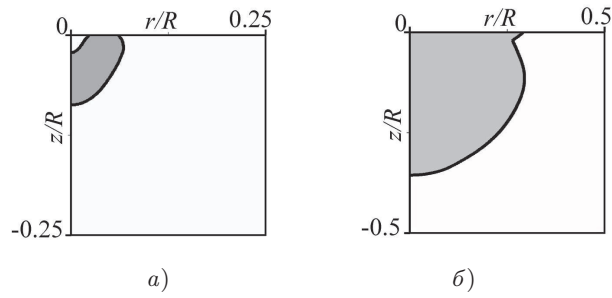


Рис. 9. Области, в которых при  $v_j = 100$  м/с (а) и  $v_j = 300$  м/с (б) хотя бы в один из моментов времени промежутка  $0 \leq t \leq 3\tau$  был достигнут предел текучести

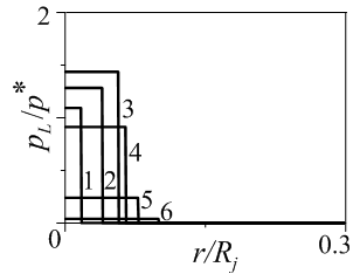


Рис. 10. Изменение давления на поверхности тела при радиально-однородном нагружении (11) при  $v_j = 100$  м/с. Представлено шесть последовательных моментов времени, соответствующих рис. 2

центре ( $r = 0$ ). Для оценки влияния неоднородности рассмотрим эволюцию волн напряжений в теле при соответствующей (1) однородной нагрузке вида

$$p_L(r, t) = p_0 \quad \text{при } t < 0, \quad 0 \leq r < \infty, \quad p_L = p_c(t) \quad \text{при } t < 0, \quad (10)$$

$$p_L(r, t) = \begin{cases} 0.5 [p_c(t) + p_e(t)], & 0 \leq r \leq R_L(t) \\ p_0, & r > R_L(t) \end{cases} \quad \text{при } t \geq 0, \quad (11)$$

где  $p_c(t)$ ,  $p_e(t)$  вычисляются по (2). Согласно (11) давление  $p_L(r, t)$  в круговой области нагружения  $0 \leq r \leq R_L(t)$  в фиксированный момент времени представляет собой среднее по площади давление, соответствующее закону (1). Изменение давления по формуле (11) при  $v_j = 100$  м/с показано на рис. 10.

Как и в предыдущем разделе, прежде чем перейти к рассмотрению двумерной динамики приповерхностного слоя тела при нагрузке (11), рассмотрим соответствующее ей одномерное приближение. В этом приближении давление на всей поверхности тела ( $z = 0$ ,  $0 \leq r < \infty$ ) изменяется по закону

$$p_L(t) = \begin{cases} p_0 & \text{при } t < 0, \\ 0.5 [p_c(t) + p_e(t)] & \text{при } t \geq 0. \end{cases} \quad (12)$$

На рис. 11 представлено изменение давления на поверхности тела по формуле (12), приведены пространственные распределения напряжений  $\sigma_z$  и интенсивности напряжений  $\sigma_i$  в момент времени  $t = 0.5$  нс для скоростей струи  $v_j = 100$  и  $300$  м/с. При  $v_j = 100$  м/с максимальное значение  $p_L$  равно  $p_L^{\max} = 210$  МПа, а при  $v_j = 300$  м/с оно равно  $p_L^{\max} = 632$  МПа. В первом случае в теле интенсивность

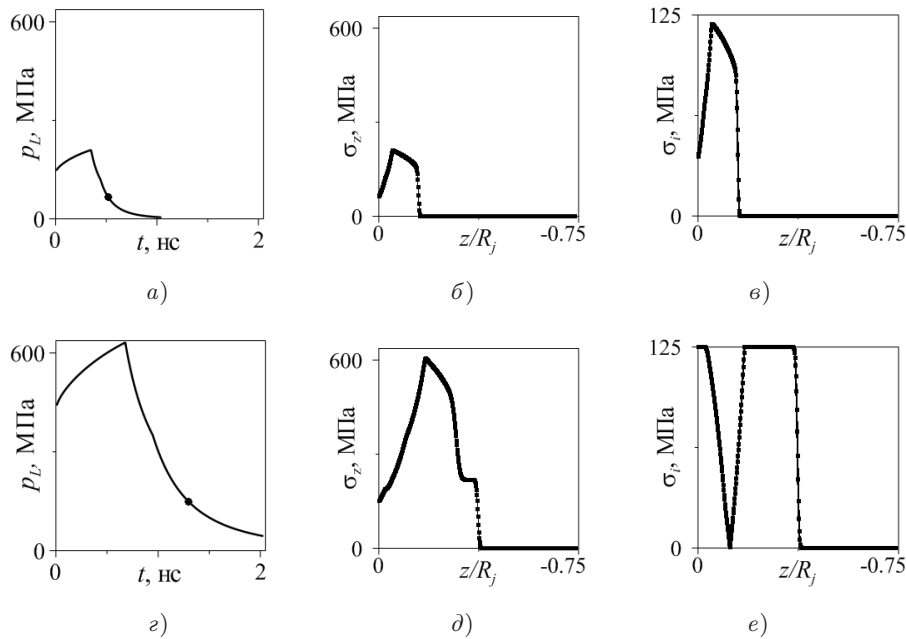


Рис. 11. То же, что и на рис. 6, но для нагрузки (12)

напряжений  $\sigma_i$  не достигает предела текучести  $Y_0 = 125$  МПа, так что вглубь тела распространяется импульс, форма которого со временем не изменяется. Во втором случае в теле появляются пластические деформации. В этом случае в изменении давления на поверхности тела можно выделить три участка: начальный скачок от  $p_0$  до  $p_L = 450$  МПа, далее монотонный рост до  $p_L^{\max} = 632$  МПа и последующий плавный спад на уровень  $p_L = 47$  МПа. Передний фронт уходящего в тело импульса возникает в результате начального ударного повышения давления до значения  $p_L = 450$  МПа, превышающего уровень пластических деформаций  $p_{pl}^* = 225$  МПа. В результате передний фронт импульса расщепляется на упругий предвестник и следующую за ним ударную волну пластических деформаций. Далее за фронтом этой волны находится участок импульса с пластическими деформациями. В нагружении (12) этот участок соответствует промежутку с увеличением давления  $p_L$  до  $p_L^{\max} = 632$  МПа. За участком импульса с пластическими деформациями следует участок с упругими деформациями. В нагружении (12) этот участок соответствует промежутку уменьшения давления  $p_L$  (то есть при разгрузке) от  $p_L^{\max} = 632$  МПа до  $p_L = 166$  МПа. За этим участком импульса с упругими деформациями имеется участок с пластическими деформациями. Он возникает в результате сильной разгрузки (давление  $p_L$  становится ниже значения 166 МПа, при котором при разгрузке возникают пластические деформации). Таким образом, при нагружении (12) с максимальным давлением  $p_L^{\max} = 632$  МПа, значительно превышающим предельное для текучести значение  $p_{pl}^* = 225$  МПа, область пластических деформаций в уходящем в тело импульсе не является односвязной (в ней возникает упругое «включение»).

Рис. 12 характеризует изменение полей напряжений в теле при радиально-однородной нагрузке (11) для скорости струи  $v_j = 100$  м/с. Видно, что результаты для однородного (рис. 12) и неоднородного (рис. 7) нагружений во многом подобны. В частности, при однородном нагружении (11), как и при неоднородном (1) (рис. 7), вскоре после начала ударного воздействия возникает зона с предельными

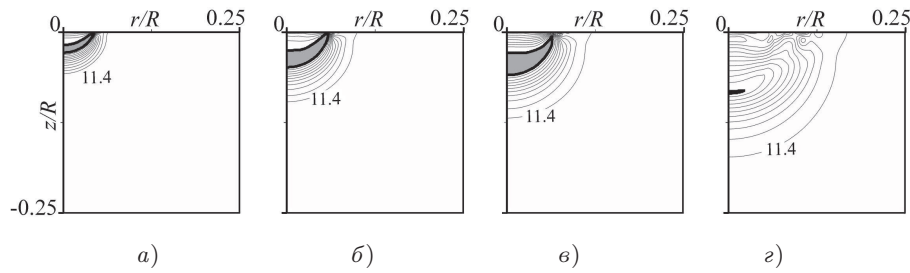


Рис. 12. То же, что и на рис. 7, но при радиально-однородной нагрузке (11)

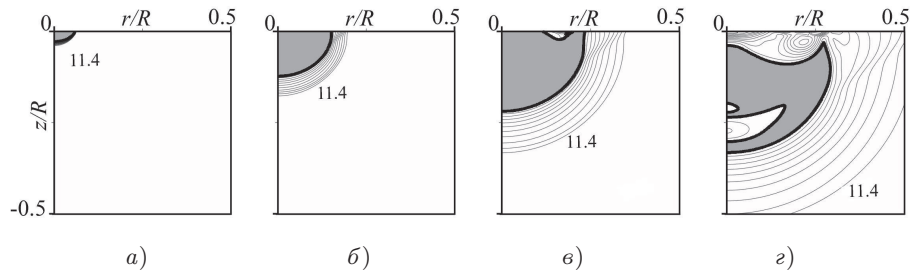


Рис. 13. То же, что и на рис. 8, но при радиально-однородной нагрузке (11)

значениями интенсивности напряжений. Сначала она также имеет вид окружности на поверхности тела радиуса  $r \approx R_L$ , а затем постепенно трансформируется в куполообразную форму (рис. 7, а). По мере расширения области нагружения радиус основания этой куполообразной области с интенсивностью напряжений на пределе текучести и ее толщина (здесь она несколько больше, чем при неоднородном нагружении (1)) постепенно увеличиваются (рис. 12, б, в). С уменьшением нагрузки эта область отрывается от поверхности тела и постепенно удаляется от нее (рис. 12, г). По мере удаления размеры области с предельными значениями интенсивности напряжений уменьшаются, так что в конце концов она полностью исчезает.

Рис. 13 характеризует изменение полей напряжений в теле при радиально-однородной нагрузке (11) для скорости струи  $v_j = 300$  м/с. Видно, что эти поля изменяются примерно так же, как и в при неоднородном нагружении (1). Имеются лишь небольшие отличия в конфигурации области с предельными значениями интенсивности напряжений.

Области приповерхностного слоя тела в окрестности места приложения нагрузки, в которых хотя бы в один из моментов времени промежутка  $0 \leq t \leq 3\tau$  был достигнут предел текучести, при однородном нагружении (11) для  $v_j = 100$  и  $300$  м/с показаны на рис. 14. Видно, что конфигурации этих областей качественно (а для  $v_j = 300$  м/с и количественно) близки к наблюдаемой при неоднородном нагружении (1) (рис. 9). При  $v_j = 100$  м/с в обоих случаях внутри указанной области (рис. 9, а и рис. 14, а) в малой окрестности центра нагружения имеется небольшая зона, где предел текучести не достигается. Вместе с тем при однородной нагрузке эта зона больше вытянута вдоль поверхности тела, а при неоднородной нагрузке – вдоль оси симметрии.

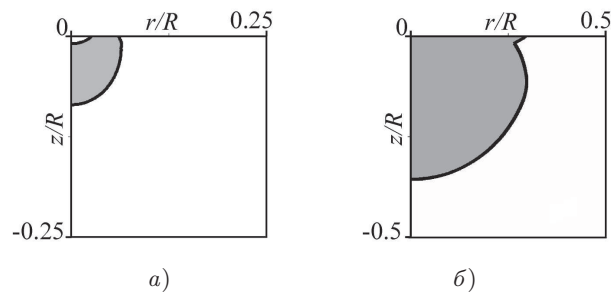


Рис. 14. То же, что и на рис. 9, но при радиально-однородной нагрузке (11)

### Заключение

Представлены математическая модель и основные положения методики расчета динамики приповерхностного слоя упругопластического тела в случае, когда к его поверхности приложена нагрузка, характерная для импульсного воздействия микроструи жидкости, образующейся при схлопывании касающегося тела кавитационного пузырька. Струя цилиндрическая с полусферическим концом бьет по телу ортогонально его поверхности. Тело моделируется изотропным линейно-упругим полупространством. Его пластическое состояние описывается условием Мизеса. Исследована динамика приповерхностного слоя тела из никелевого сплава ( $\rho = 8000 \text{ кг/м}^3$ ,  $c_1 = 5742.9 \text{ м/с}$ ,  $c_2 = 3069.7 \text{ м/с}$ , предел текучести  $Y_0 = 125 \text{ МПа}$ ) при ударе по его поверхности водяной струи ( $\rho_0 = 1000 \text{ кг/м}^3$ ,  $c_0 = 1450 \text{ м/с}$ ,  $R_j = 20 \text{ мкм}$ ) со скоростью  $65 \text{ м/с} \leq v_j \leq 600 \text{ м/с}$ . Показано, что в результате увеличения области нагружения поверхности тела, неоднородности нагружения и скачкообразного уменьшения нагрузки на периферии области нагружения предельные значения интенсивности напряжений в теле достигаются при значительно (примерно в два раза) меньших скоростях струи, чем в соответствующем одномерном приближении. При относительно небольших скоростях в небольшой конусообразной приповерхностной части тела в окрестности центра области приложения нагрузки, соответствующего центру ударного воздействия струи, предельные значения интенсивности напряжений, а значит, и пластические деформации не возникают. При больших скоростях струи зоны с интенсивностью напряжений на пределе текучести не являются односвязными. Неоднородность нагрузки не оказывает качественных изменений в динамике тела, ее влияние с ростом скорости струи уменьшается.

Работа выполнена в рамках Программы РАН № 25П.

### Summary

*A.A. Aganin, N.A. Khismatullina. Liquid Jet Impact on an Elastic-Plastic Body.*

The dynamics of the subsurface layer of a body made of nickel alloy has been studied for the case when the body surface is exposed to a load represented by a pulse action of a liquid microjet arising from collapse of an attached-to-the-body cavitation bubble in water. The velocity range in which the stress intensity in the body briefly attains the level of the yield strength has been considered. The mathematical model of an elastic-plastic body and the fundamentals of the numerical technique used in the study are given. It is shown that due to the extension of the loading domain on the body surface, the non-uniformity of the load and the abrupt decrease of the load at the edge of the loading domain, the stress intensity limit in the body is reached at the considerably (nearly two times) lesser jet velocities than in the

corresponding one-dimensional approximation. The non-uniformity of the load does not lead to qualitative changes in the body dynamics; its influence decreases with an increase in the jet velocity.

**Keywords:** cavitation damage, cavitation erosion, jet impact, elastic-plastic body.

### Литература

1. Preece C.V., Brunton J.H. A comparison of liquid impact erosion and cavitation erosion // *Wear*. – 1980. – V. 60, No 2. – P. 269–284.
2. Эрозия / Под ред. К. Прис. – М.: Мир, 1982. – 464 с.
3. Haller K.K., Ventikos Y., Poulidakos D., Monkewitz P. Computational study of high-speed liquid droplet impact // *J. Appl. Phys.* – 2002. – V. 92, No 5. – P. 2821–2828.
4. Чижов А.В., Шмидт А.А. Высокоскоростной удар капли о преграду // *Журн. техн. физики*. – 2000. – Т. 70, Вып. 12. – С. 18–27.
5. Obreschkow D., Dorsaz N., Kobel P., de Bosset A., Tinguely M., Field J., Farha M. Confined shocks inside isolated liquid volumes: A new path of erosion? // *Phys. Fluids*. – 2011. – V. 23, No 10. – P. 101702-1–101702-4.
6. Reboud J.L., Guelin P. Impact response of an elastoplastic medium // *Mech. Res. Commun.* – 1988. – V. 15, No 4. – P. 253–260.
7. Kennedy C.F., Field J.E. Damage threshold velocities for liquid impact // *J. Mater. Sci.* – 2000. – V. 35, No 21. – P. 5331–5339.
8. Field J.E., Camus J.-J., Tinguely M., Obreschkow D., Farhat M. Cavitation in impacted drops and jets and the effect on erosion damage thresholds // *Wear*. – 2012. – V. 290–291. – P. 154–160.
9. Sanada T., Ando K., Colonius T. A computational study of high-speed droplet impact // *Fluid Dynam. Mater. Process.* – 2011. – V. 7, No 4. – P. 329–340.
10. Петушков В.А. Численные исследования нелинейных волновых процессов в жидкости и деформируемом теле при высокоскоростном ударном воздействии // *Прикл. механика и техн. физика*. – 1991. – № 2. – С. 134–143.
11. Li N., Zhou Q., Chen X., Xu T., Hui Sh., Zhang D. Liquid drop impact on solid surface with application to water drop erosion on turbine blades, Part I: Nonlinear wave model and solution of one-dimensional impact // *Int. J. Mech. Sci.* – 2008. – V. 50, No 10–11. – P. 1526–1542.
12. Adler W.F. Waterdrop impact modeling // *Wear*. – 1995. – V. 186–187, Pt. 2. – P. 341–351.
13. Hill D.J., Pullin D., Ortiz M., Meiron D. An Eulerian hybrid WENO centered-difference solver for elastic-plastic solids // *J. Comp. Phys.* – 2010. – V. 229, No 24. – P. 9053–9072.
14. Аганин А.А., Ильгамов М.А., Халитова Т.Ф. Ударное воздействие струи на жесткую стенку // *Актуальные проблемы механики сплошной среды. К 20-летию ИММ КазНЦ РАН*. – Казань: Фолиант, 2011. – Т. 1. – С. 134–145.
15. Аганин А.А., Ильгамов М.А., Косолапова Л.А., Малахов В.Г. Схлопывание кавитационного пузырька в жидкости вблизи твердой стенки // *Вестн. Башк. ун-та*. – 2013. – Т. 18, № 1. – С. 15–21.
16. Lesser M.B. Analytic solutions of liquid-drop impact problems // *Proc. R. Soc. Lond. A*. – 1981. – V. 377, No 1770. – P. 289–308.
17. Nicolici S., Prisecaru I., Ghitescu P. Study of fluid-structure interaction in liquid droplet impingement phenomena // *U.P.B. Sci. Bull. Ser. D*. – 2012. – V. 74, No 1. – P. 147–154.

18. Уилкинс М.Л. Расчет упругопластических течений // Вычислительные методы в гидродинамике. – М.: Мир, 1967. – С. 212–263.
19. Ильгамов М.А., Гильманов А.Н. Неотражающие условия на границах расчетной области. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2003. – 240 с.
20. Аганин А.А., Малахов В.Г., Халитова Т.Ф., Хисматуллина Н.А. Расчет силового воздействия кавитационного пузырька на упругое тело // Вестн. Тат. гос. гуманит.-пед. ун-та. – 2010. – № 4 (22). – С. 6–13.
21. Годунов С.К., Забродин А.В., Иванов М.Я., Крайко А.Н., Прокопов Г.П. Численное решение многомерных задач газовой динамики. – М.: Наука, 1976. – 400 с.

Поступила в редакцию  
15.04.14

---

**Аганин Александр Алексеевич** – доктор физико-математических наук, профессор, заведующий лабораторией, Институт механики и машиностроения КазНЦ РАН, г. Казань, Россия.

E-mail: [aganin@kfti.knc.ru](mailto:aganin@kfti.knc.ru)

**Хисматуллина Наиля Абдулхаевна** – кандидат физико-математических наук, старший научный сотрудник, Институт механики и машиностроения КазНЦ РАН, г. Казань, Россия.

E-mail: [nailya\\_hism@mail.ru](mailto:nailya_hism@mail.ru)