

УДК 621.396.96

ИМИТАЦИОННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ МНОГОАППАРАТНЫХ РАДИОСИСТЕМ

А.Г. Дыганов, Г.В. Таюрская, А.Г. Таюрский

Аннотация

Обосновывается необходимость исследования многоаппаратных радиосистем с нестационарными бернуллиевскими потоками сигналов методами имитационного моделирования на ЭВМ, приводятся наиболее интересные результаты исследования имитационных моделей.

Существует ряд радиосистем, предназначенных для сбора и обработки информации, работающие по такому алгоритму, когда большой контингент ответчиков включается в активный режим по единому для всех сигналу запросчика. Математической моделью таких систем являются многоканальные системы массового обслуживания (СМО) с потерями. Основным существенным признаком многоаппаратной (многоканальной) системы является ее работа только в режиме приема и обработки информации, причем понятия «многоаппаратные» и «многоканальные» имеют различный смысл с точек зрения радиотехники и системы массового обслуживания.

Рассмотрим радиотехнический вариант многоканальной приемной радиосистемы. Весь поток сигналов делится на N парциальных потоков, каждый из которых поступает на свой обслуживающий аппарат. В этом случае сигналы одного потока должны отличаться от сигналов другого потока по каким-то физическим параметрам. Такими параметрами могут быть форма сигнала, его несущая частота и т. д. Совершенно очевидно, что обслуживающие аппараты должны также отличаться между собой по этому параметру, то есть аппараты могут быть однотиповыми, но не взаимозаменяемыми.

Таким образом, этот метод приводит к необходимости расширения либо частотного, либо динамического диапазона сигналов, что, в свою очередь, связано как с конструктивными трудностями, так и с трудностями электромагнитной совместимости радиотехнических систем.

Рассмотрим N -канальный вариант комплексирования с точки зрения теории массового обслуживания. Это система, обладающая N устройствами для приема и обработки информации, поступающей по одному информационному каналу. Все приемные устройства совершенно идентичны, и весь поток сигналов разделяется по обслуживающим устройствам (приемникам) при помощи управляющего устройства, работающего по тому или другому алгоритму, которое назовем квазидиспетчером.

Вопрос о пропускной способности таких систем обычно решался, исходя из алгоритма работы квазидиспетчера, причем для разных алгоритмов получалось разное значение пропускной способности.

Однако результаты имитационного моделирования на ЭВМ [1] показали абсолютное совпадение пропускных способностей многоаппаратных систем при любом

алгоритме работы квазидиспетчера. Расхождение в оценках пропускных способностей многоаппаратных систем с учетом алгоритмов работы квазидиспетчера объясняется тем, что декларативно и, как выяснилось, совершенно необоснованно принималось следующее предположение. Прореженный выходной бернуллиевский поток сохраняет характер входного потока, хотя из теории массового обслуживания известно, что выходной поток никогда не сохраняет характер входного потока (кроме пуассоновского потока).

В принципе вопрос о пропускной способности многоаппаратных систем для однородных потоков решается достаточно просто. Действительно, независимо от алгоритма работы квазидиспетчера, сигнал не принимается на обслуживание только тогда, когда все аппараты заняты приемом сигнала, и поэтому вопрос о пропускной способности многоаппаратных систем сводится к классической задаче, решенной Эрлангом [2] для пуассоновских потоков. Вероятность обслуживания сигналов в N -аппаратной (N -канальной системе в терминах теории массового обслуживания), она же – относительная пропускная способность, определяется по хорошо известной формуле Эрланга

$$W_{об} = 1 - P_{от} = 1 - P_N, \quad (1)$$

где $P_{от}$ – вероятность отказа, P_N – вероятность того, что все N -каналы заняты обслуживанием сигналов:

$$P_N = \frac{(\lambda\tau)^N}{N!} \bigg/ \left(1 + \sum_{k=1}^N \frac{(\lambda\tau)^k}{k!} \right). \quad (2)$$

Отсюда вероятность обслуживания определяется как

$$W_{об} = 1 - \frac{(\lambda\tau)^N}{N!} \bigg/ \left(1 + \sum_{k=1}^N \frac{(\lambda\tau)^k}{k!} \right) = \frac{\sum_{k=1}^{N-1} \frac{(\lambda\tau)^k}{k!}}{\sum_{k=1}^N \frac{(\lambda\tau)^k}{k!}}. \quad (3)$$

Для однородных бернуллиевских потоков формулы для расчета пропускных способностей те же самые, что и для пуассоновских потоков, только параметры соответствуют бернуллиевским потокам.

Для многоаппаратных радиосистем с неоднородными потоками сигналов размеченные графы состояний имеют сильно разветвленную структуру, что усложняет систему уравнений для определения вероятностей состояний. Но самая главная трудность заключается в том, что для каждого конкретного числа аппаратов приходится составлять свой размеченный граф и, соответственно, свою систему уравнений для определения вероятностей состояний.

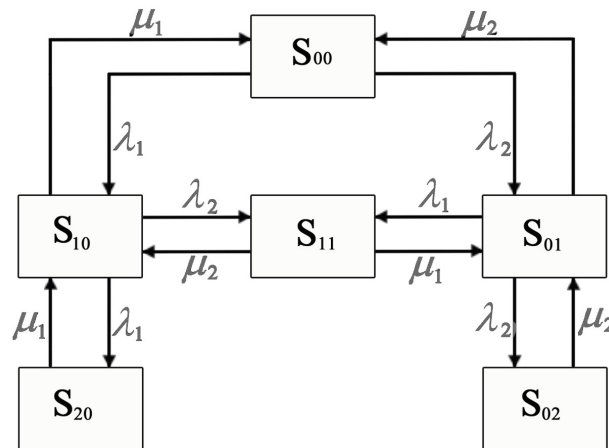
Для примера рассмотрим многоаппаратную СМО типа (2×2) , то есть два потока сигналов обслуживаются двумя аппаратами.

Для обозначения состояний системы удобно ввести двойную индексацию S_{ij} . Здесь i – число аппаратов, занятых обслуживанием сигналов 1-го потока; j – число аппаратов, занятых обслуживанием сигналов 2-го потока. Естественно, $i + j \leq 2$. Размеченный граф состояний СМО (2×2) представлен на рис. 1.

Система уравнений запишется как:

$$P_{00}(\lambda_1 + \lambda_2) = \mu_1 P_{10} + \mu_2 P_{01},$$

$$P_{10}(\lambda_1 + \lambda_2 + \mu_1) = \lambda_1 P_{00} + \mu_2 P_{11} + \mu_1 P_{20},$$

Рис. 1. Граф состояний системы 2×2

$$P_{01}(\lambda_1 + \lambda_2 + \mu_2) = \lambda_2 P_{00} + \mu_1 P_{11} + \mu_2 P_{02},$$

$$P_{11}(\mu_1 + \mu_2) = \lambda_2 P_{10} + \lambda_1 P_{01},$$

$$P_{20}\mu_1 = P_{10}\lambda_1,$$

$$P_{02}\mu_2 = P_{01}\lambda_2,$$

$$P_{00} + P_{10} + P_{01} + P_{20} + P_{02} + P_{11} = 1.$$

Здесь $\mu_1 = 1/\tau_1$, $\mu_2 = 1/\tau_2$; P_{ij} – вероятности соответствующих состояний системы; λ_1 и λ_2 – интенсивности первого и второго потоков; τ_1 и τ_2 – длительности времени обслуживания сигнала для первого и второго потоков.

Вероятность обслуживания сигналов может быть найдена по формуле:

$$W_{o61} = W_{o62} = \Pi_o = 1 - (P_{20} + P_{02}), \quad (4)$$

а суммарная абсолютная пропускная способность:

$$\Pi_{a\Sigma} = \Pi_{a1} + \Pi_{a2} = (\lambda_1 + \lambda_2)[1 - (P_{20} + P_{02})]. \quad (5)$$

Построение формул для вычисления абсолютной пропускной способности систем существенно усложняется с увеличением сложности конфигурации системы, то есть с увеличением числа обслуживающих аппаратов и степени неоднородности потока. Поэтому при анализе эффективности работы таких систем на первый план выходят исследования, основанные на методах имитационного моделирования.

Опишем особенности имитационного моделирования многоаппаратных систем с неоднородными стационарными бернуллиевскими потоками.

Изложение методики производится на примере двухаппаратной системы с двумя нестационарными потоками сигналов [3]. Исходными данными являются следующие величины:

λ_i – интенсивность i -го потока;

τ_i – длительность времени обслуживания (приема) сигнала i -го потока;

p – число периодов в одном цикле моделирования;

r – число циклов моделирования.

Поскольку моделируемая радиосистема обслуживает два потока сигналов, то индекс i принимает значение 1 или 2.

Характерной особенностью для такой постановки задачи является формирование двух стационарных бернуллиевских потоков сигналов.

Методика имитационного моделирования бернуллиевских потоков подробно описана в [3]. Сформированные потоки в виде последовательностей чисел хранятся в массивах A_i .

Важным моментом в моделировании радиосистем с неоднородными потоками является необходимость различения сигналов из соответствующих потоков, то есть при приходе сигнала из первого потока время обслуживания берется равным τ_1 , а при поступлении сигнала из второго потока время обслуживания берется равным τ_2 .

Для распознавания сигналов, чтобы отличить сигнал из первого потока от сигнала из второго, массивы чисел должны быть двумерными, то есть для моделируемой системы это будет $A_1(2 \times \lambda_1)$ и $A_2(2 \times \lambda_2)$. Первый столбец отводится для сигналов потока, второй столбец – для специального ключа, по которому будет происходить определение: из какого потока пришел сигнал. Модуль сложения складывает сигналы двух массивов в один, записывая их друг за другом. При этом формируется массив $C(2, \lambda_1 + \lambda_2)$. Далее происходит сортировка полученного массива по возрастанию.

Сформированная последовательность случайных чисел поступает на блок СМО, работающий по соответствующему алгоритму, принимающему решение о том, принят на обслуживание сигнал или нет. Вне зависимости от решения СМО, каждое число, поступающее на блок, увеличивается в результате арифметической операции на величину T и отправляется в память.

Таким образом, формируются потоки сигналов на втором и последующих периодах, в точности повторяющие последовательность сигналов в первом периоде, сдвинутые на целое число интервалов T . Здесь нужно отметить, что сигналы, пришедшие в конце периода, могут существенно влиять на обслуживание сигналов, пришедших в начале следующего периода (при этом на первый сигнал первого периода ничто не влияет). Этот эффект особенно важен при работе с неоднородными потоками сигналов и приоритетными дисциплинами обслуживания.

Блок СМО состоит из двух обслуживающих аппаратов. При поступлении сигнала из массива он принимается на обслуживание, если свободен первый обслуживающий аппарат. Если первый занят обслуживанием сигнала, то сигнал поступает на второй аппарат при условии, что он свободен от обслуживания сигнала, в противном случае сигнал системой не обслуживается.

Рассмотрим работу блока СМО, начиная с поступления первого числа, соответствующего первому сигналу. Поскольку в начальный момент СМО считается свободной, то схема сравнения принимает решение, что сигнал обслуживается первым аппаратом. До принятия решения схема сравнения проверяет, какому потоку принадлежит сигнал, и в зависимости от этого образуется интервал $\{C(1, 1); C(1, 1) + \tau_x\}$, где x зависит от того, какому потоку принадлежит сигнал. Проверяется столбец $C(2, 1)$, и в зависимости от «ключа» x принимает значения 1 или 2.

Если число $C(1, 2)$ попадает в этот интервал, то сигнал, соответствующий числу $C(1, 2)$, поступает на обслуживание вторым аппаратом, поскольку он является свободным. Далее проверяется, какому потоку принадлежит сигнал, и образуется второй интервал: $\{C(1, 2); C(1, 2) + \tau_x\}$, где $x = 1$ или 2.

Когда приходит число $C(1, 3)$, то проверяется, попадает ли оно в первый интервал, если да, то проверяется, попадает ли оно во второй интервал. Если оно попа-

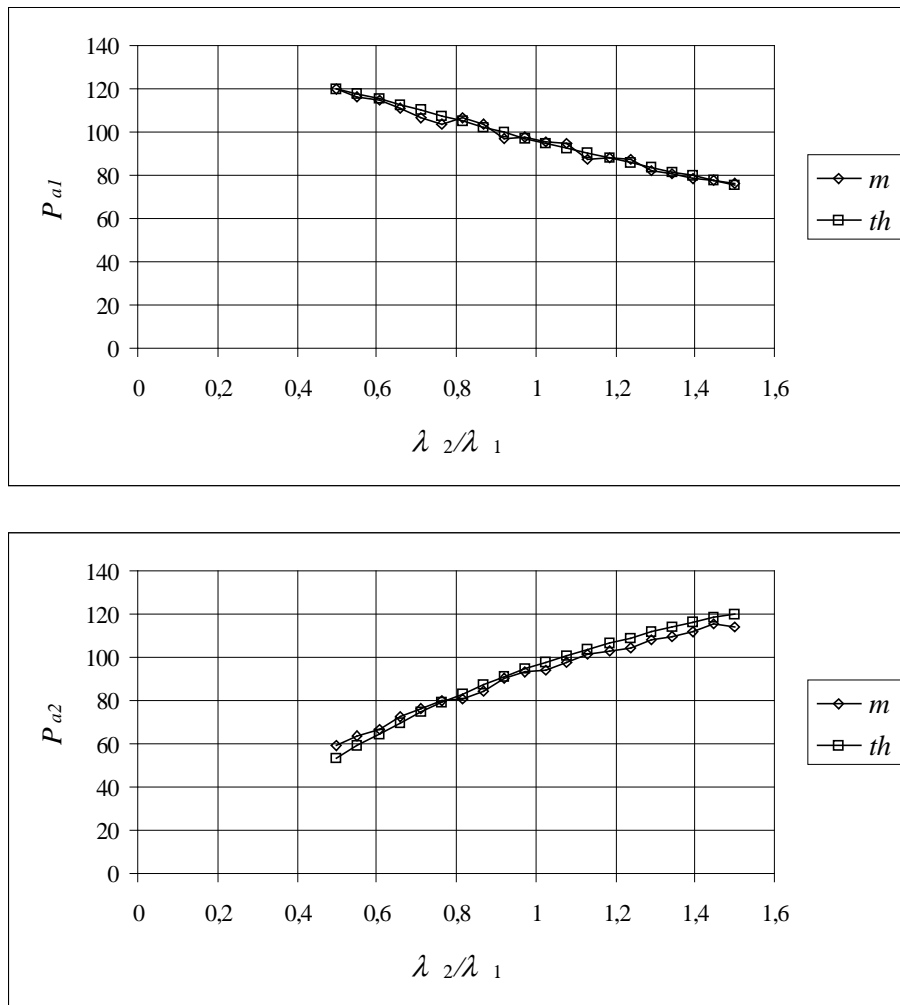


Рис. 2. Сравнительные графики частичной пропускной способности системы 2×2 в зависимости от соотношения интенсивности потоков, полученных расчетным путем (th) и методом моделирования (m)

дает в оба интервала, то сигнал соответствующий этому числу считается необслуженным. Такая проверка происходит со всеми числами, удовлетворяющими сразу двум неравенствам:

$$C(1, 1) < C(1, i) < C(1, 1) + \tau_x,$$

$$C(1, 2) < C(1, i) < C(1, 2) + \tau_x.$$

Наименьшее число, не удовлетворяющее хотя бы одному из этих неравенств, соответствует сигналу, принятому на обслуживание. При этом счетчик числа обслуженных сигналов увеличивается на единицу. Для каждого аппарата имеется свой счетчик обслуженных сигналов. Дальнейшее формирование чисел происходит в интервалах:

$$\{C(1, k); C(1, k) + \tau_x\},$$

$$\{C(1, k + 1); C(1, k + 1) + \tau_x\}.$$

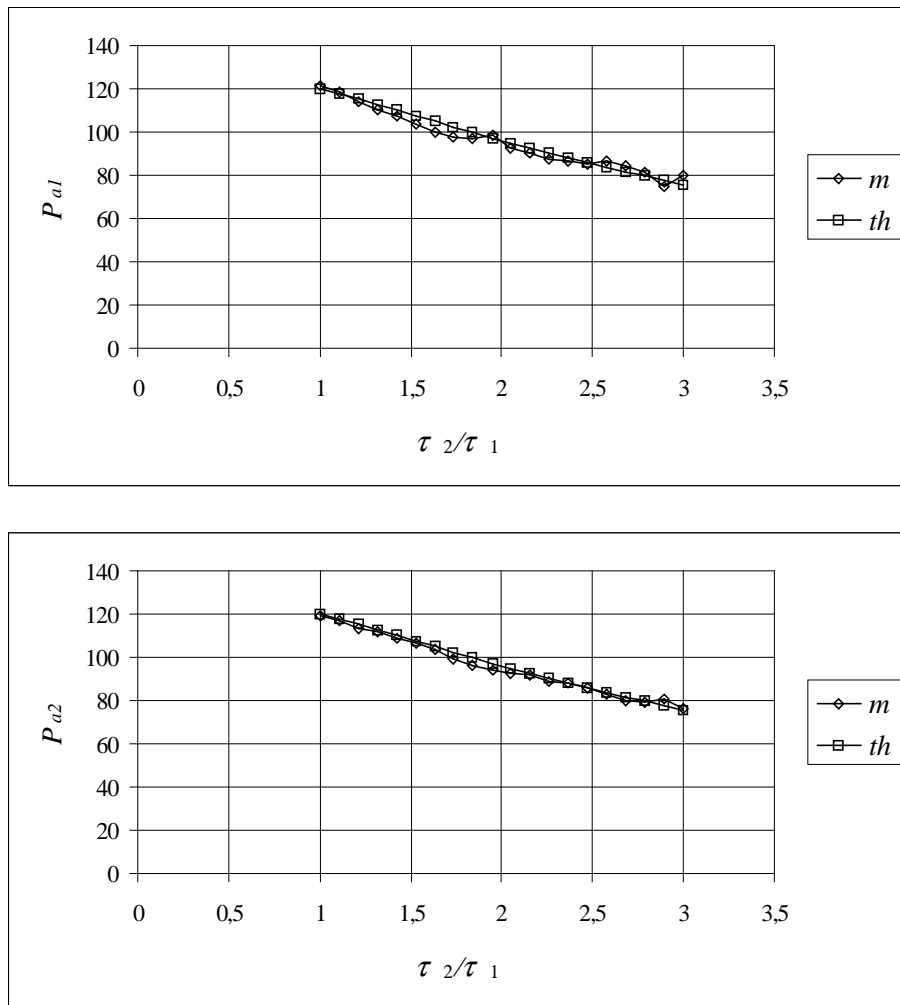


Рис. 3. Сравнительные графики частичной пропускной способности системы 2×2 в зависимости от соотношения длительностей времени обслуживания, полученных расчетным путем (th) и методом моделирования (m)

После окончания заданного числа циклов вступает в действие блок обработки статистических результатов. Происходит расчет $m(P_a)$ – математического ожидания абсолютной пропускной способности системы как арифметического среднего за выбранное число циклов.

Для многоаппаратных систем изменяется проверка на «занятость» каждого последующего аппарата.

На рис. 2, 3 представлены сравнительные графики частичной пропускной способности системы 2×2 в зависимости от соотношения интенсивности потоков и длительностей времени обслуживания, полученных расчетным путем (th) и методом моделирования (m). Проведенные исследования показали, что максимальное расхождение экспериментальных и расчетных результатов не превосходит 2.7%, что позволяет сделать вывод об адекватности аналитической и имитационной моделей.

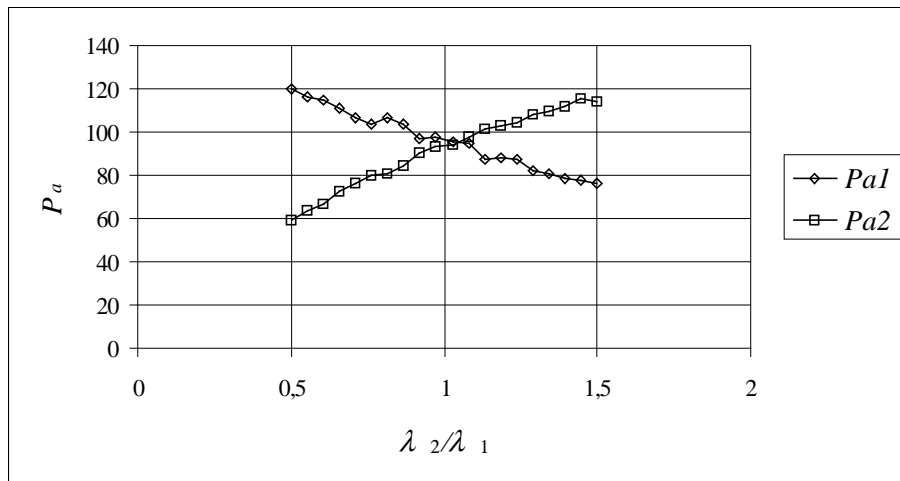


Рис. 4. Зависимость абсолютной частичной пропускной способности от соотношения интенсивностей потоков для двухаппаратной системы

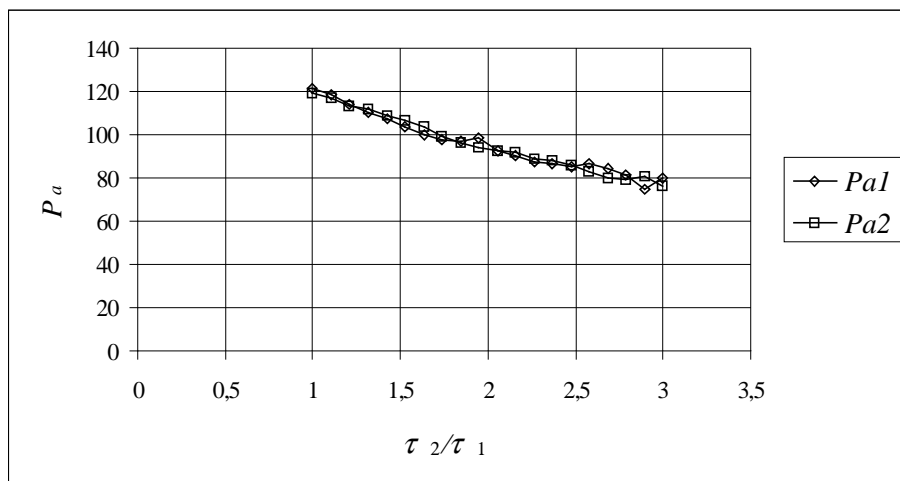


Рис. 5. Зависимость абсолютной частичной пропускной способности от соотношения длительностей времени обслуживания для двухаппаратной системы

Некоторые из наиболее интересных результатов экспериментов, проведенных на имитационных моделях многоаппаратных систем, представлены на рис. 2–7.

Здесь используются следующие обозначения:

λ_i – интенсивность сигналов i -го потока;

τ_i – длительность приема сигнала i -го потока;

Pa_i – абсолютная частичная пропускная способность системы;

Pa_Σ – абсолютная суммарная пропускная способность системы;

m – данные полученные методами имитационного моделирования;

th – данные полученные аналитическими методами;

N – число обслуживающих аппаратов.

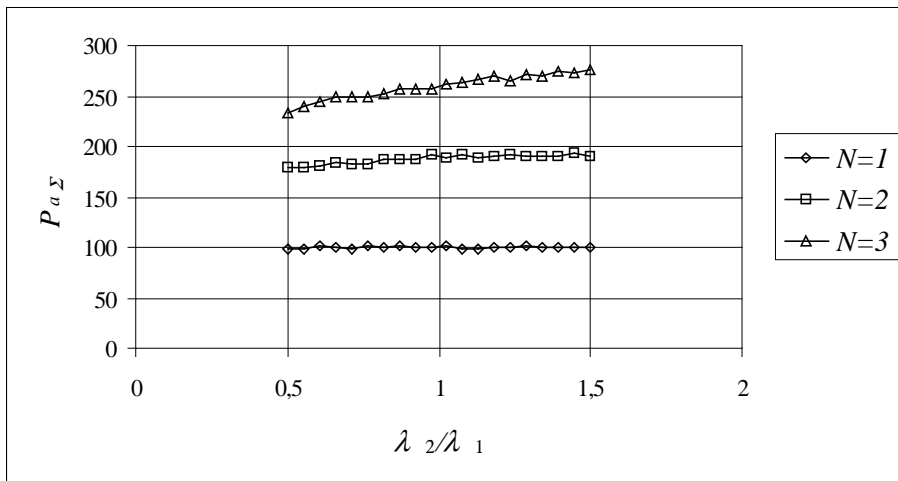


Рис. 6. Зависимость абсолютной пропускной способности от соотношения интенсивностей потоков при различном количестве обслуживающих аппаратов

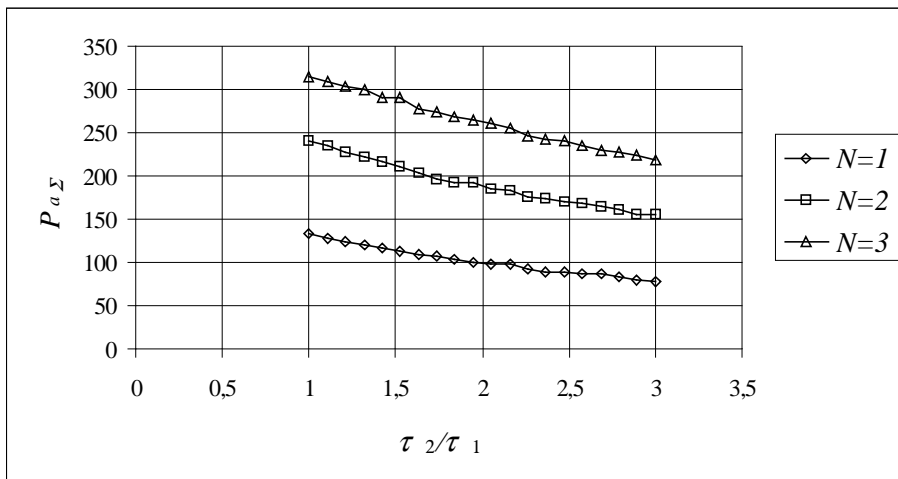


Рис. 7. Зависимость абсолютной пропускной способности от соотношения длительностей времени обслуживания при различном количестве обслуживающих аппаратов

Исследования, проведенные для имитационных моделей многоаппаратных систем, показали, что:

1. Максимальное расхождение экспериментальных и расчетных результатов не превосходит 2,7%, что позволяет сделать вывод об адекватности аналитической и имитационной моделей (рис. 2, 3).

2. Увеличение интенсивности одного из потоков сигналов снижает абсолютную парциальную пропускную способность системы для сигналов другого потока (рис. 4).

3. Увеличение длительности времени обслуживания сигналов второго потока, по отношению к аналогичному параметру для сигналов первого потока уменьшает абсолютные парциальные пропускные способности системы для обоих потоков (рис. 5).

4. Увеличение количества обслуживающих аппаратов позволяет увеличить абсолютную суммарную пропускную способность системы (рис. 6, 7).

На основании полученных графиков можно оценить влияние параметров потоков на абсолютную пропускную способность системы при различном количестве обслуживающих аппаратов.

Summary

A.G. Dyganov, G.V. Tayurskaya, A.G. Tayurskii. The simulation approach for complex radio systems.

The necessity to investigate the complex radio systems with non-stationary Bernoulli signal flows by means of simulation approach is proved. The most interesting results obtained for simulation approach models are described.

Литература

1. *Таюрская Г.В.* Оптимизация процессов приема-передачи сигналов в радиосистемах: Дис. ... канд. физ.-мат. наук. – Казань: Казан. гос. ун-т, 2000. – 107 с.
2. *Вентцель Е.С.* Исследования операций: задачи, принципы, методология. – М.: Наука, 1988. – 208 с.
3. *Таюрский А.Г., Дыганов А.Г.* Имитационное моделирование радиотехнических и электронных систем массового обслуживания. Учебн. пособ. – Казань: Казан. гос. ун-т, 2003. – 115 с.

Поступила в редакцию
19.09.06

Дыганов Александр Геннадьевич – ассистент кафедры теоретической и экспериментальной физики филиала Казанского государственного университета в г. Зеленодольске.

Таюрская Галина Васильевна – кандидат физико-математических наук, доцент кафедры радиофизики Казанского государственного университета.

E-mail: gal_tayurskaya@mail.ru