

УДК 535.3

ВЕРОЯТНОСТЬ ИОНИЗАЦИИ МНОГОУРОВНЕВОГО АТОМА ФЕМТОСЕКУНДНЫМ ЛАЗЕРНЫМ ИМПУЛЬСОМ

А.В. Андреев, С.Ю. Стрелмоухов, О.А. Шутова

Аннотация

Исследуется зависимость полной вероятности ионизации одиночного многоуровневого атома от напряженности поля фемтосекундного импульса Ti:Sapphire-лазера при различных значениях его длительности. Напряженность поля варьируется от субатомных до околоатомных значений. Показано, что в области субатомных значений напряженности поля лазерного импульса исследуемая зависимость хорошо согласуется с формулой Келдыша. Однако при увеличении амплитуды импульса возникают отличия, состоящие как в уменьшении скорости ионизации, так и в ее увеличении. Указанные отличия обусловлены зависимостью динамики населенности дискретных уровней атома от амплитуды лазерного импульса.

Ключевые слова: ионизация, формула Келдыша, непертурбативная теория, околоатомная напряженность поля, стабилизация ионизации, ускоренная ионизация.

Введение

Одной из основополагающих работ в области современной теории ионизации атома электромагнитным полем является работа Келдыша [1]. Она нашла широкое применение для описания результатов экспериментов по взаимодействию атома с лазерными импульсами. Однако параметры лазерных импульсов, используемых в экспериментах по ионизации атомов, часто выходят за рамки тех ограничений, которые лежат в основе базовой модели этой теории. Наиболее жесткие ограничения вносит предположение о наличии у атома лишь одного связанного уровня. Оно является оправданным в ряде случаев, например в области полей субатомной напряженности, когда населенность основного состояния существенно превышает населенность всех остальных уровней атома, или в случае одноквантовой ионизации атома. В обоих указанных случаях подавляющим является канал ионизации из основного состояния. Именно такие возможности были доступны в момент создания теории, поэтому это предположение было вполне обоснованным. Однако с ростом напряженности поля лазерного импульса, в особенности в режиме многоквантового преодоления порога ионизации, населенность возбужденных состояний атома перестает быть малой, поэтому естественно предположить, что это с неизбежностью должно отразиться на процессе ионизации атома. Действительно, было обнаружено, что в полях высокой напряженности вероятность ионизации растет медленнее, чем это предсказывается формулой Келдыша (эффект стабилизации ионизации), и даже может падать с ростом напряженности поля лазерного импульса [2–9].

В настоящей работе показано, что стабилизация ионизации является лишь одним из явлений, возникающих в результате учета движения населенности возбужденных состояний атома. Наряду со стабилизацией ионизации, возникает также

и явление ускоренной ионизации, когда вероятность ионизации превышает значения, предсказываемые теорией Келдыша. Такое поведение вполне предсказуемо и в рамках теории Келдыша, поскольку энергия связи электрона в возбужденных состояниях дискретного спектра меньше энергии связи электрона, находящегося в основном состоянии. Это и обуславливает возрастание скорости ионизации.

1. Основные положения теории, матричные элементы

Процесс взаимодействия одиночного атома с электромагнитным полем может быть описан с помощью нестационарного уравнения Шредингера:

$$i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial t} = \left[\frac{1}{2m} \left(\mathbf{p} - \frac{q}{c} \mathbf{A} \right)^2 + U \right] \psi, \quad (1)$$

где $U(\mathbf{r})$ – потенциальная энергия внутриатомного поля, $\mathbf{A}(\mathbf{r}, t)$ – векторный потенциал электромагнитного поля внешней волны.

Используя предложенный в [10] метод, который базируется на разложении волновой функции уравнения (1) в ряд по собственным волновым функциям краевой задачи об атоме во внешнем аксиально симметричном поле, из уравнения (1) получаем следующую систему дифференциальных уравнений для амплитуд населенностей уровней свободного атома (подробнее см. [11–13]):

$$\begin{aligned} i \frac{da(k, l, t)}{dt} = & \sum_{n, \lambda''} \sum_{m, l', \lambda'} (V^{-1})_{km}^{(l, \lambda')} \omega_{m, \lambda'} V_{mn}^{(\lambda', \lambda'')} a_{n, \lambda''}(t) + \\ & + \sum_{m, \lambda'} \sum_{l'} \int d\mu (V^{-1})_{km}^{(l, \lambda')} \omega_{m, \lambda'} V_{m\mu}^{(\lambda', l')} a(\mu, l', t) + \\ & + \sum_{n, \lambda'', l'} \int d\mu (V^{-1})_{k\mu}^{(l, l')} \frac{\hbar}{2m} \mu^2 V_{\mu n}^{(l', \lambda'')} a_{n, \lambda''}(t) + \\ & + \sum_{l'', l'} \int d\mu' \int d\mu (V^{-1})_{k\mu}^{(l, l')} \frac{\hbar}{2m} \mu^2 V_{\mu\mu'}^{(l', l'')} a(\mu', l'', t), \quad (2) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} i \frac{da_{n, l}(t)}{dt} = & \sum_{p, \lambda''} \sum_{m, \lambda'} (V^{-1})_{nm}^{(l, \lambda')} \omega_{m, \lambda'} V_{mp}^{(\lambda', \lambda'')} a_{p, \lambda''}(t) + \\ & + \sum_{m, \lambda'} \sum_{l''} \int d\mu (V^{-1})_{nm}^{(l, \lambda')} \omega_{m, \lambda'} V_{m\mu}^{(\lambda', l'')} a(\mu, l'', t) + \\ & + \sum_{m, \lambda', l'} \int d\mu (V^{-1})_{n\mu}^{(l, l')} \frac{\hbar}{2m} \mu^2 V_{\mu m}^{(l', \lambda')} a_{m, \lambda'}(t) + \\ & + \sum_{l'', l'} \int d\mu' \int d\mu (V^{-1})_{n\mu}^{(l, l')} \frac{\hbar}{2m} \mu^2 V_{\mu\mu'}^{(l', l'')} a(\mu', l'', t), \quad (3) \end{aligned}$$

где $a_{n, l}(t)$ и $a(k, l, t)$ – амплитуды населенности дискретных состояний атома с главным квантовым числом n и угловым моментом l и состояний непрерывного спектра с величиной волнового вектора фотоэлектрона k и угловым моментом l соответственно, $V_{mn}^{(l', l'')}$ – матричные элементы оператора преобразования базиса волновых функций свободного атома в базис аксиально симметричных волновых функций [12, 13]:

$$V = e^{(-ie\mathbf{A}(t)\mathbf{r}/\hbar c)}, \quad (4)$$

вычисленные в ортонормированном базисе собственных функций задачи свободного атома (отметим, что нижний индекс в матричных элементах определяет главное квантовое число дискретных состояний или величину волнового вектора для состояний сплошного спектра, верхний индекс – угловой момент соответствующего состояния). Полученная система дифференциальных уравнений математически строго соответствует исходному нестационарному уравнению Шредингера в длинноволновом приближении, то есть когда зависимостью векторного потенциала от \mathbf{r} можно пренебречь ($\mathbf{A}(\mathbf{r}, t) \simeq \mathbf{A}(t)$). Такое приближение применимо для дорелятивистских значений напряженности, когда влиянием магнитной составляющей электромагнитной волны на процесс взаимодействия можно пренебречь.

Следует отметить, что в силу своего экспоненциального вида оператор (4) учитывает многоквантовость процесса произвольного порядка, а также напряженность поля в любой степени. Матричные элементы $V_{mn}^{(l', l'')}$ линейны по напряженности поля лишь в области существенно субатомных полей $E_0 \ll E_{at}$:

$$V_{mn}^{(l', l'')} \approx \delta_{nm}^{(l', l'')} - i \frac{e}{\hbar c} (\mathbf{A}\mathbf{r})_{nm}^{(l', l'')},$$

а в общем случае являются нелинейными функциями напряженности поля. Например, аналитический вид матричного элемента перехода $5s-5p$ следующий:

$$V_{5s5p} = \frac{480\sqrt{2}\varphi T(t)}{(4 + 25(\varphi T(t))^2)^{10}} \left(32768 - 3993600(\varphi T(t))^2 + 160256000(\varphi T(t))^4 - \right. \\ \left. - 2588000000(\varphi T(t))^6 + 18650000000(\varphi T(t))^8 - 59531250000(\varphi T(t))^{10} + \right. \\ \left. + 78125000000(\varphi T(t))^{12} - 30517578125(\varphi T(t))^{14} \right), \quad (5)$$

где $T(t) = \exp\left(-\frac{(t-t_0)^2}{\tau^2}\right) \cdot \sin(\omega t)$, τ – длительность импульса, ω – несущая частота излучения, φ – управляющий параметр исследований, речь о котором пойдет ниже.

Использование подхода, основанного на разложении волновой функции ψ исходного нестационарного уравнения Шредингера (1) по базису собственных функций краевой задачи об атоме в аксиально-симметричном поле, позволяет более детально учесть влияние внешнего лазерного поля по сравнению с дипольным приближением. Действительно, слагаемые вида

$$\sum_{m, \lambda'} (V^{-1})_{km}^{(l, \lambda')} \omega_{m, \lambda'} V_{mn}^{(\lambda', \lambda'')}, \quad (6)$$

которые являются коэффициентами при соответствующих амплитудах населенности уровней в (2), (3), содержат в себе матричные элементы всех мультипольностей. В статье [14] исследовалось отношение матричного элемента оператора дипольного момента к квадрупольному матричному элементу как функция внешнего поля. Было показано, что при существенно доатомных полях дипольный матричный элемент больше следующего за ним в разложении теории возмущений – квадрупольного – на несколько порядков, однако в области околоатомных полей их величины уже сопоставимы. Мы произвели сравнение предлагаемого подхода с дипольным приближением. Для этого было соотнесены соответствующие члены в системе дифференциальных уравнений для амплитуд населенностей уровней, получаемые в развиваемом подходе и в дипольном приближении. Результаты представлены на рис. 1. Следует отметить, что если в существенно доатомных полях

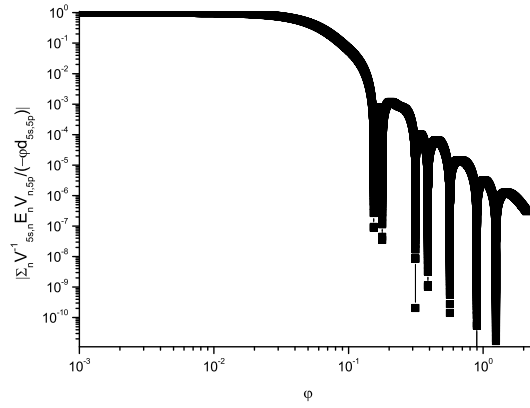


Рис. 1. Зависимость от управляющего параметра отношения слагаемого вида (6), вычисленного для перехода $5s-5p$, к гамильтониану взаимодействия в дипольном приближении

дипольное приближение и развиваемый подход полностью совпадают, то в области околоатомных полей существуют значительные отличия, связанные с учетом в подходе следующих за дипольным порядков теории возмущений. В связи с этим неучет их может отразиться на точности результатов. Учет вкладов всех мультипольностей в процесс взаимодействия позволяет описать поведение атома в околоатомных полях, где условие $E_0 \ll E_{at}$ заведомо невыполнимо.

В качестве управляющего параметра развиваемого подхода в случае водородоподобного атома выступает параметр

$$\varphi = \frac{eA_0 a_B}{\hbar c} = \frac{eE_0 a_B}{\hbar \omega}.$$

Указанный параметр однозначно связан с параметром теории Келдыша: $\varphi = \gamma^{-1}$.

Итак, система дифференциальных уравнений (1) справедлива вплоть до релятивистских значений интенсивности поля лазерного импульса. Однако в силу того, что число входящих в нее уравнений в общем случае бесконечно, численно решить эту систему не представляется возможным. Следовательно, необходимо ввести ряд приближений для ее упрощения. Обратимся к атому серебра – объекту наших исследований. Как и в любом водородоподобном атоме, число дискретных состояний в нем бесконечно велико. В численных расчетах мы будем рассматривать взаимодействие атомарного серебра с излучением Ti:Sapphire-лазера, энергия фотона которого равна $\hbar\omega \approx 1.472$ эВ ($\lambda = 800$ нм). Спектр дискретных состояний атома серебра таков, что переходы как из основного состояния в возбужденные дискретные, так и между возбужденными дискретными состояниями не удовлетворяют условиям N -фотонных резонансов. Учитывая свойства матричных элементов переходов, можно предположить, что в отсутствие резонансов наибольшую населенность будут иметь возбужденные дискретные состояния, наиболее близкие к основному. В связи с этим в своих исследованиях мы ограничимся учетом следующих уровней: $5s$ (основное состояние), $5p$, $5d$ и $6p$. Уровни непрерывного спектра атома бесконечно вырождены по орбитальному квантовому числу. Однако, исходя из вида матричных элементов ионизационных переходов, мы можем ограничиться лишь несколькими начальными значениями l . Это накладывает определенные условия на максимальное значение напряженности поля электромагнитной волны, до которого мы можем описать взаимодействие атома, поскольку ионизационные матричные элементы, вычисленные для больших значений l , вносят большой вклад при больших значениях интенсивности лазерного

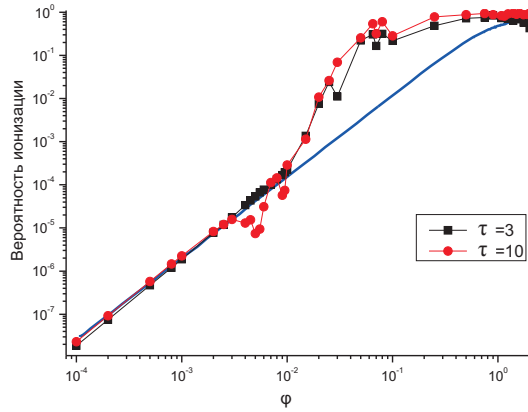


Рис. 2. Зависимость вероятности ионизации атома серебра при различных значениях длительности импульса от амплитуды напряженности электрического поля электромагнитной волны ($\lambda = 800$ нм)

поля. Максимальное значение волнового вектора фотоэлектрона мы ограничиваем в силу локальности ионизационных матричных элементов. В дальнейшем эту область мы дискретизируем с постоянным шагом. В результате таких приближений, количество уравнений в системе ограничивается числом 284. Ограниченная таким образом система дифференциальных уравнений решается численно. Результаты численного решения системы дифференциальных уравнений используются при исследовании вероятности ионизации атома.

2. Полная вероятность ионизации

Под интегральной вероятностью ионизации мы понимаем сумму населенностей всех уровней непрерывного спектра после окончания действия лазерного импульса

$$w_{ion} = \sum_{k,l} |a_{k,l}(t \rightarrow \infty)|^2.$$

На рис. 2 показана зависимость интегральной вероятности ионизации атомарного серебра от напряженности поля импульса Ti:Sapphire-лазера для двух значений его длительности $\tau = 3T$ (квадратики) и $10T$ (кружочки), где T – период оптических колебаний внешнего поля. Сплошной линией представлена зависимость вероятности ионизации от напряженности поля импульса, рассчитанная на основе теории Келдыша [1]:

$$w_{Keldysh}(\varphi) \sim \exp \left[-2 \operatorname{Im} \left[\int_{\tau}^{\tau_0} \varphi^2 \sin^2 \left(\frac{\hbar\omega}{U_0} \tau' \right) d\tau' + \tau_0 \right] \right],$$

где U_0 – энергия ионизации атома, ω – несущая частота излучения.

Из рис. 2 видно, что в области существенно субатомной напряженности поля лазерной волны ($\varphi \leq 10^{-3}$) скорость роста вероятности ионизации практически не зависит от длительности лазерного импульса и совпадает с соответствующей зависимостью, предсказываемой формулой Келдыша. Вместе с тем мы видим, что в полях околоатомной напряженности ($10^{-3} \leq \varphi \leq 4 \cdot 10^{-1}$) зависимость вероятности ионизации от напряженности поля лазерного импульса демонстрирует ряд

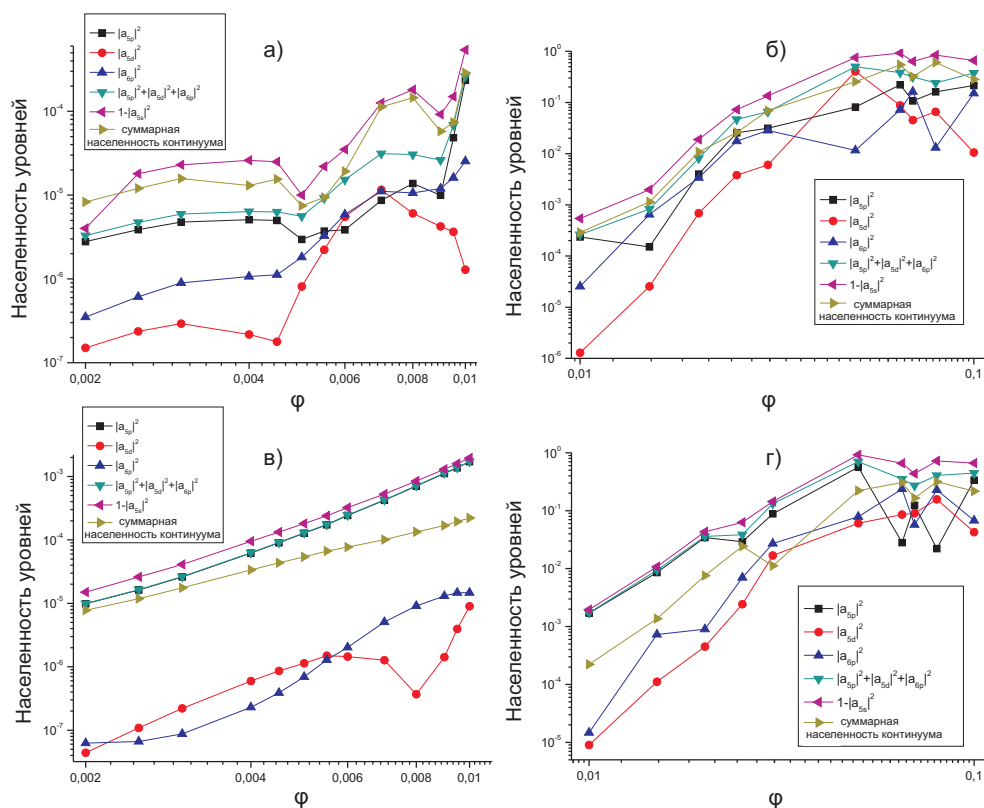


Рис. 3. Зависимость населенности возбужденных уровней, суммарной населенности континуума, суммарной населенности дискретных уровней от пиковой напряженности лазерного поля ($\lambda = 800$ нм): а), б) при длительности импульса $\tau = 10T$; в), г) при длительности импульса $\tau = 3T$

качественно новых особенностей: она перестает быть монотонной функцией и зависит не только от напряженности поля импульса, но и от его длительности, то есть энергии импульса. При этом вероятность ионизации принимает значения, которые могут быть как больше, так и меньше значений, предсказываемых теорией Келдыша. В области $\varphi \geq 4 \cdot 10^{-1}$ вероятность ионизации выходит на насыщение. Как видно, в области околоатомных полей вероятность ионизации существенно зависит от длительности импульса.

Остановимся на обсуждении специфики зависимости вероятности ионизации от напряженности поля лазерного импульса.

2.1. Субатомные поля. На рис. 3 представлена зависимость населенности состояний дискретного и непрерывного спектров по окончании действия лазерного импульса как функция амплитуды напряженности поля для двух значений длительности импульса Ti:Sapphire-лазера: $\tau = 10T$ (а, б) и $3T$ (в, г). Как видно из рис. 2, при длительности импульса, равной $\tau = 3T$, вероятность ионизации определяется формулой Келдыша, вплоть до значений $\varphi \leq 10^{-2}$. В этой области, как следует из рис. 3, в, наблюдается монотонный рост населенности возбужденных дискретных состояний атома. Суммарная населенность всех возбужденных дискретных состояний меньше 0.1%, при этом населенность $5p$ состояния существенно превышает населенность высоколежащих состояний. При длительности

импульса, равной $\tau = 10T$, совпадение с формулой Келдыша имеет место в области $\varphi \leq 2.5 \cdot 10^{-3}$. В этом случае наблюдается также монотонный рост населенности возбужденных дискретных состояний атома. При этом распределение населенности возбужденных уровней имеет «квазиравновесный» характер, то есть населенность нижних энергетических уровней превышает населенность верхних, а суммарная населенность возбужденных состояний меньше 0.01%.

Таким образом, обобщая указанные зависимости можно сказать, что совпадение с формулой Келдыша наблюдается в той области значений напряженности поля лазерного импульса, где ионизация из основного состояния атома является доминирующей, а населенность возбужденных дискретных состояний монотонно растет с увеличением напряженности поля лазерного импульса.

2.2. Стабилизация ионизации. При длительности импульса $\tau = 10T$ и напряженности поля $\varphi \geq 2.5 \cdot 10^{-3}$ вероятность ионизации начинает принимать значения, меньшие значений, предсказываемых формулой Келдыша. Уменьшение скорости роста вероятности ионизации с ростом напряженности поля лазерного импульса по сравнению с зависимостью, определяемой формулой Келдыша, называется эффектом стабилизации ионизации (см., например, [15]). Рис. 3, а дает наглядную интерпретацию причины возникающих изменений. Действительно, мы видим, что в указанной области происходит стабилизация населенности всех дискретных состояний атома. Это связано с тем, что населенность возбужденных дискретных состояний атома, как это следует из системы уравнений (2), (3), определяется не только переходами из основного состояния, но и процессами рекомбинации. Как видно из рис. 3, а, при $\varphi \geq 2.5 \cdot 10^{-3}$ скорости указанных двух процессов сначала сравниваются, а при $\varphi \approx 5 \cdot 10^{-3}$ процессы рекомбинации начинают доминировать. Причина смены доминирующего эффекта состоит в том, что возникает инверсия населенности уровней непрерывного спектра по сравнению с возбужденными дискретными уровнями. Действительно, суммарная населенность континуума больше суммарной населенности возбужденных дискретных уровней, область квазиконтинуума, которая дает эффективный вклад в ионизационную динамику, мала, следовательно, парциальная населенность отдельного квазиуровня непрерывного спектра велика. Доминирующее влияние процессов рекомбинации проявляется в том, что при $\varphi \geq 5 \cdot 10^{-3}$ населенности возбужденных дискретных состояний атома начинают выравниваться, а населенность основного состояния — расти. Следовательно, распределение населенности дискретных состояний атома начинает все более отличаться от «квазиравновесного». Конечное значение населенности уровня существенно зависит от соотношения скоростей всех указанных процессов. Обращаясь к матричным элементам оператора V , можно заключить, что причина указанных отличий состоит в нелинейности зависимости величины матричных элементов оператора V_{nm} от напряженности поля лазерного импульса (см., например, (5)). Вместе с тем, сравнивая рис. 3, а и рис. 3, в, несложно видеть, что проявляется и другая зависимость, состоящая в том, что населенность возбужденных состояний при взаимодействии атома с импульсным электромагнитным полем зависит не только от напряженности поля, но и от длительности импульса, то есть его энергии.

2.3. Ускоренная ионизация. При напряженности поля $\varphi \geq 10^{-2}$ вероятность ионизации начинает превышать значения, предсказываемые формулой Келдыша. Это явление имеет очень простую интерпретацию и обусловлено движением населенности по дискретным уровням атома. На рис. 3, б и г представлены зависимости населенности состояний атома по окончании действия импульса

как функции напряженности поля лазерного импульса. Несложно видеть, что суммарная населенность возбужденных дискретных состояний атома превышает 10% уже при напряженности поля $\varphi = 3 \cdot 10^{-2}$. Следовательно, значительный вклад в интегральную вероятность ионизации вносят процессы ионизации с возбужденных дискретных состояний атома. В свою очередь, параметр Келдыша γ существенно зависит от степени многофотонности процесса $N_0 = U_0/\hbar\omega$, которая значительно уменьшается для возбужденных состояний дискретного спектра.

Согласно рис. 2 вероятность ионизации является немонотонной функцией напряженности поля в диапазоне ее значений $10^{-2} \leq \varphi < 1$. Причина указанной немонотонности связана с немонотонностью распределения населенности по состояниям дискретного спектра атома (см. рис. 3, б и г) и обусловлена конкуренцией процессов возбуждения и девозбуждения дискретных состояний атома, сечения которых являются нелинейными функциями напряженности поля лазерного импульса (см. (5)). Провалы в вероятности ионизации возникают при тех значениях напряженности поля, при которых скорость процессов рекомбинации вносит доминирующий вклад в интегральную скорость заселения дискретных состояний.

2.4. Насыщение вероятности ионизации. Как видно из рис. 2, в области $\varphi > 0.1$ вероятность ионизации начинает насыщаться. Насыщение скорости роста в области $\varphi > 0.1$ связано с тем, что вероятность ионизации становится близкой к единице. Такая зависимость вероятности ионизации от напряженности поля лазерного импульса вполне предсказуема из общих соображений, а результаты численных расчетов свидетельствует о том, что развиваемый нами подход [10–13, 16] действительно является непертурбативным, то есть не зависит от величины соотношения E/E_{at} , поскольку вероятность ионизации нигде не превосходит единицу. Более того, в полном соответствии со свойствами матричных элементов, вероятность ионизации атомарного серебра с ростом напряженности поля лазерного импульса длительностью $\tau = 3T$ начинает спадать с ростом напряженности поля в области $E > E_{at}$.

Заключение

На основе непертурбативного подхода была исследована зависимость полной (интегральной) вероятности ионизации от амплитуды напряженности лазерного излучения при различных значениях длительности (энергии) импульса. Показано, что существуют как области совпадения, так и области несовпадения поведения указанной зависимости с формулой, вычисленной по теории Келдыша. В результате этого возникают новые эффекты: наряду со стабилизацией ионизации существуют области ускоренной ионизации. Предложена интерпретация указанным эффектам, основанная на учете возбужденных дискретных уровней и на поведении матричных элементов оператора преобразования волновой функции свободного атома в волновую функцию атома в поле.

Работа выполнена при частичной финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект № 08-02-00448) и фонда «Династия».

Summary

A.V. Andreev, S.Yu. Stremoukhov, O.A. Shoutova. The Probability of Multilevel Atom Ionization by a Femtosecond Laser Pulse.

The article examines the dependence of the total probability of multilevel atom ionization on the field strength of the Ti:Sapphire-laser femtosecond pulse for different values of its

length. The laser field strength varies in a wide range from subatomic to near-atomic values. It is shown that within the subatomic value area the dependence under consideration is in a good agreement with the Keldysh formula. However, when the pulse amplitude increases, both the decrease and the increase of the ionization rate are observed. These effects are due to the dependence of the discrete atomic level population dynamics on the laser pulse amplitude.

Key words: ionization, Keldysh formula, nonperturbative theory, near-atomic field strength, ionization stabilization, enhanced ionization.

Литература

1. *Келдыш Л.В.* Ионизация в поле сильной электромагнитной волны // ЖЭТФ. – 1964. – Т. 47, № 5. – С. 1945–1957.
2. *Мовсесян А.М., Федоров М.В.* Интерференционные явления в процессах типа фотоионизации группы когерентно-заселенных ридберговских уровней // ЖЭТФ. – 1988. – Т. 94, № 3. – С. 51–65.
3. *Burnett K., Knight P.L., Piraux B.R.M. et al.* Suppression of ionization in strong laser fields // Phys. Rev. Lett. – 1991. – V. 66. – P. 301–304.
4. *Noordam L.D., Stapelfeldt H., Duncan D.I. et al.* Redistribution of Rydberg states by intense picosecond pulses // Phys. Rev. Lett. – 1992. – V. 68, No 10. – P. 1496–1499.
5. *Jones R.R., Schumacher D.W., Bucksbaum P.H.* Population trapping in Kr and Xe in intense laser fields // Phys. Rev. A. – 1993. – V. 47. – P. R49–R52.
6. *Reiss H.R.* Effect of an intense electromagnetic field on a weakly bound system // Phys. Rev. A. – 1980. – V. 22. – P. 1786–1813.
7. *Kulander K.C., Schafer K.J., Krause J.L.* Dynamic stabilization of hydrogen in an intense, high-frequency, pulsed laser field // Phys. Rev. Lett. – 1991. – V. 66. – P. 2601–2604.
8. *Marte P., Zoller P.* Hydrogen in intense laser fields: Radiative close-coupling equations and quantum-defect parametrization // Phys. Rev. A. – 1991. – V. 43. – P. 1512–1522.
9. *Волкова Е.А., Попов А.М., Тихонов М.А., Тихонова О.В.* Атом в лазерном импульсе высокой интенсивности: эффект стабилизации и приближение сильного поля // ЖЭТФ. – 2007. – Т. 132, № 3. – С. 596–606.
10. *Андреев А.В.* Взаимодействие атома со сверхсильными лазерными полями // ЖЭТФ. – 1999. – Т. 116, № 3. – С. 793–806.
11. *Andreev A.V., Shoutova O.A., Sremoukhov S.Yu.* Ionization of a single hydrogen-like atom by laser pulses of near-atomic strength // Laser Phys. – 2007. – V. 17, No 4. – P. 496–507.
12. *Андреев А.В., Стремоухов С.Ю., Шутова О.А.* Правила отбора для одиночного атома в поле электромагнитной волны околоатомной напряженности // Теорет. физика. – 2008. – № 9. – С. 36–53.
13. *Andreev A.V., Shoutova O.A., Sremoukhov S.Yu.* Atom in electromagnetic field of near-atomic strength // J. Rus. Laser Res. – 2008. – V. 29, No 3. – P. 203–218.
14. *Komninos Y., Mercouris T., Nicolaidis C.A.* Long-wavelength approximation in on- and off-resonance transitions // Phys. Rev. A. – 2005. – V. 71, No 2. – P. 023410-1–023410-8.
15. *Попов В.С.* Туннельная и многофотонная ионизация атомов и ионов в сильном лазерном поле (теория Келдыша) // Усп. физ. наук. – 2004. – Т. 174, Вып. 9. – С. 921–951.

-
16. *Андреев А.В.* Релятивистская квантовая механика: частицы и зеркальные частицы. – М.: Физматлит, 2009. – 628 с.

Поступила в редакцию
18.01.10

Андреев Анатолий Васильевич – доктор физико-математических наук, профессор физического факультета Московского государственного университета им. М.В. Ломоносова.

E-mail: *av_andreev@phys.msu.ru*

Стремоухов Сергей Юрьевич – аспирант физического факультета Московского государственного университета им. М.В. Ломоносова.

E-mail: *sustrem@gmail.com*

Шутова Ольга Анатольевна – кандидат физико-математических наук, младший научный сотрудник Международного учебно-научного лазерного центра Московского государственного университета им. М.В. Ломоносова.

E-mail: *olya.shoutova@phys.msu.ru*