Дисциплина «Математический анализ»

Задания к теме
«Пределы»

1. Зависимость уровня потребления некоторого товара первой необходимости от доходов семьи выражается формулой:

$$y(x) = 22{,}4 - \frac{169}{x+15}$$

Установите уровень насыщения при потреблении указанного товара с неограниченным ростом доходов.

2. Пусть рыночная цена ежегодно изменяется по закону: 1) $p_{n+1} = 600 + \frac{2}{3} p_n$; 2) $p_{n+1} = 5000 - 3p_n$, причем в начальный год $p_0 = 1200$. 3) $p_{n+1} = 300 - \frac{1}{2} p_n$ причем в начальный год $p_0 = 120$. Найти равновесную цену и общую формулу изменения цены по годам. Выписать несколько первых членов последовательности $\{p_n\}$.

Задания к теме
«Применение производной
к исследованию экономических функций»
(Исследование динамики производственных функций)

1. Дана функция полных издержек $K(x)$, где x – объем производства:

1) $K(x) = x^3 - 6x^2 + 14x + 10$; 2) $K(x) = x^3 - 12x^2 + 49x + 16$;

3) $K(x) = \frac{x^3}{3} - 4x^2 + 18x + 9$; 4) $K(x) = 2x^3 - 18x^2 + 60x + 32$;

5) $K(x) = \frac{x^3}{3} - 6x^2 + 40x + 30$; 6) $K(x) = \frac{x^3}{3} - 5x^2 + 28x + 11$.

1). Исследовать динамику функции $K(x)$ и построить её кривую. Дать экономический анализ.

2). Построить кривую предельных издержек, найти объем производства x_0, при котором предельные издержки минимальны. Дать экономический анализ.

3). Построить кривую переменных средних издержек $K_{пер.ср.}(x)$, найти объем производства x_0, при котором переменные средние издержки минимальны. Дать экономический анализ.

2. Исследовать динамику полной выручки $V(p)$ в зависимости от эластичности спроса $S = S(p)$ относительно цены товара p, если:

1) $S(p) = 6 - p$; 2) $S(p) = \dfrac{3}{p+2}$; 3) $S(p) = \dfrac{p+2}{p+1}$; 4) $S(p) = \dfrac{3-p}{p+1}$.

Задачи на определение максимальной прибыли

1. При каком объеме продукции x_0 прибыль предприятия $Z(x)$ будет максимальной, если полные издержки $K(x)$ и выручка $V(x)$ определяются функциями:

1) $K(x) = x^3 - 9x^2 + 30x + 15$, $V(x) = x^3 - 10x^2 + 36x + 10$;

2) $K(x) = \dfrac{x^3}{3} - 3x^2 + 12x + 20$, $V(x) = \dfrac{x^3}{3} - 4x^2 + 22x + 11$;

3) $K(x) = x^3 - 18x^2 + 118x + 50$, $V(x) = x^3 - 20x^2 + 135x + 20$;

4) $K(x) = 2x^3 - 24x^2 + 101x + 35$; $V(x) = 2x^3 - 25x^2 + 110x + 27$?

2. Построить кривые $K(x)$, $V(x)$, $Z(x)$ (на одной координатной плоскости), если:

1) $K(x) = x^3 - 6x^2 + 14x + 20$, $V(x) = x^3 - 9x^2 + 31x + 10$;

2) $K(x) = x^3 - 15x^2 + 79x + 45$, $V(x) = x^3 - 19x^2 + 125x + 23$;

3) $K(x) = \dfrac{x^3}{3} - 4x^2 + 18x + 19$, $V(x) = \dfrac{x^3}{3} - 5x^2 + 26x + 12$;

4) $K(x)=2x^3-24x^2+120x+40$, $V(x)=2x^3-26x^2+131x+35$.

Задания к теме «Функции двух переменных»

1. Объем производства Q определяется функцией Кобба – Дугласа $Q=25K^{0,75}L^{0,25}$, где K – затраты на материалы, L – затраты на заработную плату. Вычислить объем производства при значениях: а) $K=81$, $L=16$; б) $K=256$, $L=625$.

2. Объем производства $У$ определяется функцией Кобба – Дугласа $У=12K^{2/3}L^{1/3}$, где K – затраты по материалам, L – затраты на заработную плату. Пользуясь формулами

$$E_K(У)=\frac{K}{У}\cdot\frac{\partial У}{\partial K},\quad E_L(У)=\frac{L}{У}\cdot\frac{\partial У}{\partial L},$$

определить эластичности функции Кобба – Дугласа соответственно по затратам на материалы K и заработную плату L.

3. На расширение производства фирма выделила 2 млн.руб. Если на приобретение нового оборудования потратить x тыс.руб., а на заработную плату вновь принятых работников y тыс.руб., то прирост объема продукции составит $z=0{,}01x^{3/5}\cdot y^{2/5}$. Как следует распределить выделенные денежные средства, чтобы прирост объема производства был максимальным?

Задания к теме
«Интеграл»

1. Даны функции предельных издержек $K'(x)$, где x – объем производства. Найти функцию полных издержек $K(x)$, если $K(0) = K_0$:

1) $K'(x) = x^2 - 6x + 10$, $K_0 = 30$; 2) $K'(x) = 3x^2 - 8x + 6$, $K_0 = 15$;

3) $K'(x) = x^2 - 10x + 27$, $K_0 = 40$; 4) $K'(x) = 6x^2 - 12x + 7$, $K_0 = 20$.

2. Полные издержки производства определяются функцией $K(x)$, где x – объем производства. Вычислить средние издержки производства, если объем производства изменяется от x_1 до x_2 единиц:

1) $K(x) = 4x + 5$, $x_1 = 2$, $x_2 = 5$; 2) $K(x) = 3x^2 + 7$, $x_1 = 2$, $x_2 = 6$;

3) $K(x) = 3x^2 + 8x$, $x_1 = 3$, $x_2 = 5$; 4) $K(x) = x^2 + 6x + 10$, $x_1 = 4$, $x_2 = 7$;

5) $K(x) = 2x^3 - 9x^2 + 15x + 12$, $x_1 = 2$, $x_2 = 5$;

6) $K(x) = x^3 - 3x^2 + 4x + 6$, $x_1 = 2$, $x_2 = 4$.

Дисциплина
Линейная алгебра

Задания к теме
«Матрицы. Системы уравнений»

1. Обувная фабрика специализируется по выпуску изделий трех видов: сапог, кроссовок и ботинок; при этом используется сырье трех типов: S_1, S_2, S_3. Нормы расхода каждого из них на одну пару обуви и объем расхода сырья на 1 день заданы таблицей:

Вид сырья	Нормы расхода сырья на одну пару, усл.ед.			Расход сырья на 1 день, усл. ед.
	Сапоги	Кроссовки	Ботинки	
Sl	5	3	4	2700
S2	2	1	1	800
Sз	3	2	2	1600

Найти ежедневный объем выпуска каждого вида обуви.

2. В трех регионах R_1, R_2, R_3 добывается четыре вида минерального сырья S_1, S_2, S_3, S_4. Данные о добыче сырья в регионах R_1, R_2, R_3 группируются по строкам, а данные о сырье видов S_1, S_2, S_3, S_4 – по столбцам. Данные о добыче минерального сырья (тыс.т.) в 2006 и 2007 годах представлены в виде соответствующих матриц:

$$A = \begin{pmatrix} 60 & 76 & 70 & 56 \\ 120 & 32 & 24 & 30 \\ 84 & 35 & 75 & 64 \end{pmatrix} \text{ и } B = \begin{pmatrix} 66 & 80 & 66 & 58 \\ 110 & 34 & 24 & 28 \\ 86 & 37 & 73 & 70 \end{pmatrix}.$$

Определить:

1) суммарную добычу сырья за 2 года;

2) матрицу приростов добычи за период с 2006 по 2007 год;

3) матрицу, характеризующую средние размеры добычи;

4) общую стоимость сырья всех видов, добытого в 2006 году в каждом регионе, если цена 1 тыс.т. сырья вида S_1 составляет (в у.е.) 210, S_2 – 180, S_3 – 240, S_4 – 200.

Задания к теме
«Применение матриц в задачах межотраслевого баланса»

1. Дан межотраслевой баланс межотраслевой модели хозяйства

	№ отрасли потребления	1	2	3	Конечный продукт	Валовой продукт	Y'
№ отрасли производства	1	30	60	60	150	300	200
	2	30	0	30	140	200	150
	3	60	40	45	5	150	70

Определить:

1) технологическую матрицу;
2) матрицу коэффициентов полных затрат;
3) дать экономический анализ каждого столбца матрицы коэффициентов полных затрат;
4) матрицу коэффициентов косвенных затрат;
5) определить валовой выпуск X' на новый ассортимент конечной продукции Y'.

Задания к теме
«Векторы»

1. Предприятие выпускает ежесуточно четыре вида изделий, основные производственно-экономические показатели, которые приведены в таблице.

Вид изделия	Количество изделий, ед.	Расход сырья, кг	Норма времени изготовления, ч/изд.	Цена изделия, ден.ед./изд.
1.	20	5	10	30
2.	50	2	5	15
3.	30	7	15	45
4.	40	4	8	40

Требуется определить следующие ежесуточные показатели: расход сырья S, затраты рабочего времени T и стоимость P выпускаемой продукции предприятия.

Задания к теме
«Опорные решения системы линейных уравнений»

1. Для производства 5 видов продукции А,Б,В,Г,Д предприятие использует два вида сырья S_1, S_2 соответственно в количестве 120 и 150 кг. Нормы расхода сырья на единицу продукции и прибыль, получаемая от реализации единицы продукции даны в следующей таблице:

Вид сырья	Нормы расхода сырья на ед. продукции (кг)				
	А	Б	В	Г	Д
S_1	1	2	2	0	4
S_2	0	2	3	1	5
Прибыль (усл.ед)	1	5	4	1	5

1. Написать систему уравнений, характеризующую равенство используемых и имеющихся запасов сырья каждого вида.
2. Написать функцию, выражающую суммарную прибыль от реализации всей произведенной продукции.
3. Определить все опорные решения системы.
4. Среди решений выбрать то, которое позволяет получить наибольшую прибыль от реализации все произведенной продукции.