УДК: 087.2 + 537.87 DOI: 10.26907/rwp29.2025.540-543

О СТРУКТУРЕ РАДИОИМПУЛЬСА, ОТРАЖЁННОГО ОТ ИОНОСФЕРНОГО СЛОЯ ПРИ НЕСУЩЕЙ ЧАСТОТЕ БЛИЗКОЙ К КРИТИЧЕСКОЙ

Е.Б. Ипатов[1], Е.А. Палкин[1], А.А. Петрович[2]
[1]*Российский новый университет, 105005, г. Москва, ул. Радио, 22*
E-mail: palkin@rosnou.ru
[2]*Московский физико-технический институт (ГУ МФТИ), 141701, г. Долгопрудный Моск. Обл., Институтский пер., 9*

Аннотация. В рамках спектрального подхода и обобщения результатов исследований по применению канонического оператора В.П. Маслова для решения задач распространения радиоволн в неоднородной ионосфере при учете эффектов полупрозрачности плазменных слоев получено асимптотическое представление для пространственно-временной структуры узкополосного радиоимпульса, равномерное по близости несущей частоты к критической частоте слоя. Решение содержит специальную функцию, типа гамма-функции Эйлера, которая представляется эталонной для описания основных эффектов ослабления и фазовых искажений компонент сигнала в разных частях спектра.

Ключевые слова: канонический оператор; полупрозрачный плазменный слой; частотная дисперсия; критическая частота; асимптотические решения.

ON THE STRUCTURE OF THE RADIO PULSE REFLECTED BY THE IONOSPHERIC LAYER AT A CARRIER FREQUENCY CLOSE TO CRITICAL

E.B. Ipatov, E.A. Palkin, A.A. Petrovich

Abstract. Within the framework of the spectral approach and generalization of research results on the use of the Maslov canonical operator to solve problems of radio wave propagation in an inhomogeneous ionosphere, taking into account the effects of translucency of plasma layers, an asymptotic representation for the space-time structure of a narrow-band radio pulse is obtained. It is uniform in the proximity of the carrier frequency to the critical frequency of the layer. The solution contains a special function of the type of the Euler gamma function, which is considered a reference for describing the main effects of attenuation and phase distortion of signal components in different parts of the spectrum.

Keywords: canonical operator; translucent plasma layer; frequency dispersion; critical frequency; asymptotic solutions.

Введение

В работах [1-3] было показано, что эффект полупрозрачности, возникающий в экспериментах по ионосферному радиозондированию при условии, что частота монохроматического сигнала равна, или близка к критической частоте ионосферного слоя, можно детально описать в рамках равномерных асимптотических представлений модельных задач. На основе метода канонического оператора Маслова [4,5] для связанных многообразий [2] удается получить равномерное асимптотического описание амплитудно-фазовой структуры поля как в области наземного приема отраженной волны, так и в области формирования волны, просачивания. В данной работе представлены результаты анализа асимптотического решения модельной задачи о структуре отраженного радиосигнала, имеющего локализованный спектр в области несущей частоты, близкой к критической частоте слоя. В этом случае ионосферный слой представляет собой среду с сильной частотной дисперсией, что обуславливает искажения формы падающего сигнала. В рамках разработанного в указанных публикациях подхода построено асимптотическое решение, равномерное по отклонению несущей частоты от критической частоты слоя.

Постановка задачи

Рассмотри следующую модель распространения радиоимпульса в неоднородном плазменном слое с параболическим профиле высотной зависимости электронной плотности и при несущей частоте f_0, близкой к критической частоте слоя

$f_k\left[МГц\right]=\sqrt{80,8*10^{-6}Ne_{Max}\left[см^{-3}\right]}$. Не усложняя задачу пространственными вариациями волнового поля в направлениях ортогональных направлению распространения, будем считать, что модель плоскослоистая, и сигнал распространяется перпендикулярно линиям уровня электронной плотности.

В качестве модели сигнала зондирования используем гауссоиду с гармоническим заполнением, плоскую квазигармоническую волну, падающую на нижнюю границу слоя толщиной $2a$:

$$\psi_f\left(x,t\right)\Big|_{x\le -a}=\cos\left\{\omega_0\left(t-\frac{\left(x+a\right)}{c}\right)\right\}exp\left\{\left(-\left(t-t_0\right)-\frac{\left(x+a\right)}{c}\right)^2\Big/2\Delta t^2\right\} \qquad (1)$$

В (1) $\omega_0=2\pi f_0$, c - скорость света в вакууме, t_0 - момент прохождения максимума импульса нижней границы слоя ($x=-a$). Будем также считать, что для характерной длины импульса выполнено соотношение: $c\Delta t=l<a$.

Комплексный спектр сигнала (1) имеет аналитическое представление:

$$\tilde{\psi}_f\left(x,\omega\right)\Big|_{x\le -a}=\frac{\Delta t}{2}exp\left\{-i\omega\left(t_0+\frac{\left(x+a\right)}{c}\right)\right\}*$$
$$*\left\{exp\left[-\left(\omega_0-\omega\right)^2\Delta t^2\big/2+i\omega_0 t_0\right]+exp\left[-\left(\omega_0+\omega\right)^2\Delta t^2\big/2-i\omega_0 t_0\right]\right\} \qquad (2)$$

и сосредоточен в двух симметричных линиях шириной $\Delta\omega\sim\sqrt{2}\big/\Delta t\ll\omega_0$. Учитывая это, рассмотрим асимптотическое решение только для положительной части спектра при отражении от плазменного слоя с эффективным показателем преломления вида:

$$n^2\left(x,\omega\right)=\begin{cases}1-\dfrac{\omega_k^2}{\omega^2}\left(1-\dfrac{x^2}{a^2}\right) & при\ x\in[-a,+a]\\ 1 & при\ x\ge a,\ x\le -a\end{cases}. \qquad (3)$$

Для симметричной компоненты решение получается простой заменой знака у ω_0. Уравнение Клейна-Гордона для пространственно-временной функции $\psi\left(x,t\right)$ переходит тогда в уравнение Гельмгольца для каждой спектральной компоненты поля $\tilde{\psi}^+\left(x,\omega,\omega_0\right)$ с начальным условием (2) при $x=-a$ (рассматриваем положительные значения ω).

Воспользовавшись результатом из [1], запишем для отраженной слоем волны равномерное асимптотическое представление в виде:

$$\tilde{\psi}_r^+\left(x,\omega,\omega_0\right)\Big|_{x=-a}=\frac{\Delta t}{2}exp\left\{-i\omega t_0\right\}exp\left[-\left(\omega_0-\omega\right)^2\Delta t^2\big/2+i\omega_0 t_0\right]\cdot$$
$$\cdot\left\{\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\Gamma\left(\frac{1}{2}+i\frac{a\omega}{c}\frac{\left(\omega_k^2-\omega^2\right)}{2\omega_k\omega}\right)exp\left[\frac{\pi}{4}\frac{a\omega}{c}\frac{\left(\omega_k^2-\omega^2\right)}{2\omega_k\omega}-i\frac{\pi}{2}\right]\right\}^*\cdot \qquad (4)$$
$$\cdot\left\{exp\left[i\frac{a\omega}{c}\left[1+\frac{\left(\omega_k^2-\omega^2\right)}{2\omega_k\omega}\left(1-\ln\left(\frac{a\omega}{c}\frac{\left(\omega_k+\omega\right)^2}{2\omega_k\omega}\right)\right)\right]\right]\right\}^*$$

В (4) Γ - гамма-функция комплексного аргумента; в двух последних сомножителях символ «*» означает комплексное сопряжение, что связано с выбранной формой исходного сигнала (1). Данное представление для спектральной компоненты отраженной волны справедливо при

удалении точки наблюдения от уровня отражения, что имеет место в экспериментах по радиозондированию.

Используя (4), отраженный сигнал $\psi_r(x,t)$ можно получить обратным преобразованием спектра в частотной области:

$$\psi_r(x,t)\Big|_{x\le -a} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{+\infty} exp\left\{i\omega\left(t+\frac{(x+a)}{c}\right)\right\}\left\{\tilde{\psi}_r^+(x,\omega,\omega_0)+\tilde{\psi}_r^+(x,\omega,-\omega_0)\right\} \quad (5)$$

Анализ полученного асимптотического представления (5) для отраженного радиоимпульса удается свести к расчету специальной функции типа гамма-функции Эйлера.

Анализ решения в области $f_0 \sim f_k$

Для упрощения асимптотического представления (5) функции $\psi_r(x,t)$ при условии $f_0 \sim f_k$ или $\omega_0 \sim \omega_k$ положим:

$$\omega_0 = \omega_k + \delta\omega, \quad |\delta\omega| \ll \omega_k, \quad (6)$$

и ограничимся в разложении аргументов экспонент по $\frac{\delta\omega}{\omega_k}$ главными членами. Также Гамма-функцию в (4) удобно представить интегралом [6]:

$$\Gamma(z) = \int_{-\infty}^{+\infty} exp\left(z\tau - \exp(\tau)\right)d\tau \quad при \quad \mathrm{Re}(z) > 0, \quad (7)$$

что вместе с условием (6) позволяет вычислить интеграл (5).

Полученная асимптотика имеет вид:

$$\psi_r(x,t)\Big|_{x\le -a} \simeq \frac{1}{2}\left\{F(x,\delta\omega,\omega_0)+F(x,-\delta\omega,-\omega_0)\right\}, \quad (8)$$

где

$$F(x,\delta\omega,\omega_0) \simeq exp\left\{-\frac{1}{2l^2}\left[\left(a\ln\left(\frac{2a\omega_k}{c}\right)-c(t-t_0)-(x+a)\right)^2+\frac{\pi^2a^2}{4}\right]-\delta\omega\frac{\pi}{2}\frac{a}{c}\right\}\cdot$$

$$\cdot exp\left\{i\left[\frac{\pi}{2}\left(1-\frac{a^2}{l\Delta t}\left(t-t_0+\frac{x}{c}\right)\right)+\omega_0\left(t+\frac{x}{c}\right)-\left(\ln\left(\frac{2a\omega_k}{c}\right)-1\right)\left(\frac{a\delta\omega}{c}-\frac{\pi}{2}\frac{a^2}{l^2}\right)\right]\right\}\cdot$$

$$\cdot\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\tilde{\Gamma}\left(\frac{1}{2}+\frac{a}{l^2}\left(a\ln\left(\frac{2a\omega_k}{c}\right)-c(t-t_0)-(x+a)\right)+i\left(\frac{a\delta\omega}{c}-\frac{\pi}{2}\frac{a^2}{l^2}\right),-\left(\frac{a}{l\sqrt{2}}\right)^2\right) \quad (9)$$

В (9) используется специальная функция:

$$\tilde{\Gamma}(z_1,z_2) = \int_{-\infty}^{+\infty} exp\left(z_1t+z_2t^2-\exp(t)\right)dt \qquad \mathrm{Re}(z_2) < 0 \quad (10)$$

Асимптотическое представление (9) предполагает расчет как самой функции (10), так и ее асимптотик (при больших по модулю значений ее аргументов). При этом формула (9) остается справедливой для любых соотношений толщины плазменного слоя и характерной длины импульса.

Заключение

Представленный подход к описанию отражения радиоимпульса от слоя ионосферной может быть расширен для задач распространения сигналов со сложным частотным спектром. В

частности, он позволяет построить формулы для асимптотического описания структуры широкополосных сигналов, при использовании их в ионосферном зондировании. Ограничение, связанное с использованием близости несущей частоты радиоимпульса к критической частоте плазменного слоя, не является принципиальным, если в формуле (4) не переходить к малым $\delta\omega$. Однако при этом не удается свести интеграл по частотному спектру к эталонной функции.

Список литературы

1. Палкин Е.А., Петрович А.А. Асимптотические представления решения задачи о структуре волнового поля при падении плоской волны на полупрозрачный неоднородный плазменный слой (модельная задача). //Радиотехника и электроника. 2021. – Т. 66. – № 1. – С. 18–26.
2. Колчина А.А., Палкин Е.А., Петрович А.А. Применение метода канонического оператора Маслова для асимптотического описания волновых полей при критическом отражении радиоволн от ионосферных слоев. / Распространение радиоволн: сборник докладов XXVIII Всероссийской открытой научной конференции. – Йошкар–Ола: Издательство Поволжского ГТУ, 2023. – С. 519–522.
3. Ипатов Е. Б., Колчина А.А., Палкин Е. А., Петрович. А.А. Структура волнового поля при дифракционном возбуждении межслоевого ионосферного канала // Всероссийская открытая научная конференция «Современные проблемы дистанционного зондирования, радиолокации, распространения и дифракции волн». – Муром: МИ ВлГУ, 2024. – С. 85–93.
4. Маслов В.П. Теория возмущений и асимптотические методы. – М.: изд. МГУ, 1965. – 553 с.
5. Мищенко А.С., Стернин Б.Ю., Шаталов В.Е. Лагранжевы многообразия и метод канонического оператора. – М.: Наука, 1978. – 352 с.
6. Web НИУ ВШЭ. Факультет математики – Национальный исследовательский университет «высшая школа экономики». – URL: https://math.hse.ru/data/2019/05/29/1494020710/lecture15_16-19.pdf