

**Министерство образования и науки Российской Федерации  
Федеральное государственное автономное  
образовательное учреждение  
высшего образования  
«КАЗАНСКИЙ (ПРИВОЛЖСКИЙ) ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»**

**ИНСТИТУТ ФИЗИКИ**

**КАФЕДРА РАДИОЭЛЕКТРОНИКИ**

Направление: 03.03.03 – «Радиофизика»  
Профиль: «Радиофизические методы по областям применения  
(радиофизические измерения)»

**ВЫПУСКНАЯ КВАЛИФИКАЦИОННАЯ РАБОТА  
«ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА ВЫТЕСНЕНИЯ  
МАСЛА ВОДОЙ В ЯЧЕЙКЕ ХЕЛЕ-ШОУ»**

Студент 4 курса

Группы 06-407(6)

«22» июня 2018 г.



(С. В. Гараева)

Научный руководитель

к.т.н., доцент

«22» июня 2018 г.



(Е. А. Марфин)

Заведующий кафедрой

д.ф.-м.н., профессор

«22» 06 2018 г.



(М. Н. Овчинников)

**Казань-2018**

## **СОДЕРЖАНИЕ**

ВВЕДЕНИЕ.....	3
ГЛАВА 1. ОБЗОР СОСТОЯНИЯ ВОПРОСА .....	5
1.1 Неустойчивость Саффмана–Тейлора.....	6
1.2 Численное моделирование .....	12
ГЛАВА 2. МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ .....	19
2.1 Создание 3D модели ячеек в программе SolidWorks .....	19
2.2 Математическое моделирование процесса вытеснения .....	20
2.3 Методика обработки расчетов данных .....	22
2.4 Результаты .....	23
ГЛАВА 3. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ.....	30
3.1 Измерение вязкости жидкости .....	30
3.2 Разработка экспериментальной установки.....	31
3.3 Тестирование систем подачи жидкости .....	32
ЗАКЛЮЧЕНИЕ .....	34
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ.....	35

## ВВЕДЕНИЕ

Применяемые методы разработки месторождений не позволяют эффективно извлекать нефть из недр – коэффициент нефтеотдачи в России не превышает 35 %. Одна из причин этого заключается в том, что вязкая нефть извлекается из пласта путем вытеснения ее водой – жидкостью менее вязкой, чем нефть. С физической точки зрения этот процесс представляет собой неустойчивость Саффмана-Тейлора, при которой граница раздела двух жидкостей деформируется с образованием складок. Эти складки растут с не одинаковой скоростью, образовывая так называемые «языки» или «вязкие пальцы». Применительно к нефтедобыче такие «языки» воды, достигнув добывающих скважин, образуют прорыв, что значительно повышает обводненность извлекаемой нефти. Если жидкость вытесняется менее вязкой жидкостью, граница раздела обладает критической устойчивостью зависящей от характеристик возмущения и свойств жидкостей. Возмущения можно задать, изменив геометрию границы раздела, а также за счет внешнего воздействия, например, воздействием упругими колебаниями. Последний подход слабо изучен теоретически и экспериментально, однако, практика применения волнового воздействия на процесс добычи нефти свидетельствует о снижении обводненности [1], что является косвенным подтверждением влияния наложенных колебаний на развитие неустойчивости Саффмана-Тейлора. Настоящая работа посвящена изучению этого явления методами численного моделирования.

Таким образом, целью данной работы является изучение процесса вытеснения жидкости в ячейке Хеле–Шоу при различных режимах начального возмущения границы раздела жидкостей.

Для достижения данной цели были поставлены следующие задачи:

- создание трехмерной модели ячейки Хеле–Шоу и проведение численного моделирования в ней процесса вытеснения вязкой жидкости;

- выявление закономерностей развития «вязких пальцев» и исследование влияния на них различных факторов;
- разработка экспериментальной установки для последующей верификации численных результатов.

## **ГЛАВА 1. ОБЗОР СОСТОЯНИЯ ВОПРОСА**

В настоящее время нефтедобывающая отрасль характеризуется следующими проблемами:

- истощение основных нефтяных месторождений;
- увеличение доли трудноизвлекаемых запасов;
- отсутствие простых и недорогих, но эффективных методов увеличения нефтедобычи.

Существует различные методы нефтедобычи:

- 1) когда поступление нефти производится из пласта, непосредственно, под действием естественных сил, которые поддерживают высокое давление в пласте. Примером данного метода может явиться процесс замещения нефти подземными водами, расширение газов, растворенных в нефти и др. Коэффициент извлечения нефти (КИН) таким методом может составить 5-15%;
- 2) вторичный метод (в данной работе рассматривается этот метод) используется, когда естественные ресурсы не могут поддерживать оптимальное давление в пласте и нефть не может выступать самостоятельно наружу. Для создания оптимального давления внутри пласта в виде энергии подводят воду, которая начинает вытеснять нефть. КИН этим способом достигает 30-35%. Причиной такого низкого КИН является извлечение нефти (вязкой жидкости) - водой (менее вязкой жидкостью), в результате чего, на границе раздела жидкостей появляются «вязкие пальцы». Данное явление в пласте нефти подобно явлению неустойчивости Саффмана–Тейлора, которое может возникнуть, когда две жидкости с различной вязкостью под давлением или под собственной тяжестью протекают в ячейке Хеле–Шоу.

## 1.1 Неустойчивость Саффмана–Тейлора

Впервые это явление было описано в середине прошлого столетия в работе Саффмана и Тейлора [1]. Авторами показано образование складок поверхности раздела при вытеснении воздухом под давлением глицерина в вертикальной ячейке Хил-Шоу. При увеличении размера складок выше некоторого порогового, их рост продолжается с не одинаковой скоростью. Один из языков менее вязкой среды вырывается вперед, по пути расширяясь в стороны и замедляя движение соседних языков (рис.1.1). Его вершина продолжает продвигаться вперед, но ширина его перестает расти после того, как достигнет половины ширины ячейки. Саффман и Тейлор объяснили скругленную форму вершины языка.



Рис.1.1 Воздух, подаваемый под давлением, вытесняет глицерин в вертикальной ячейке Хеле–Шоу; средняя скорость двух сред, направленная к низу, составляет порядка 1 мм/с.  
(1) – начальная фаза эксперимента, (2) – более поздняя фаза эксперимента [1].

В последующие годы выяснилось, что ответ на вопрос относительно того на сколько устойчивы эти языки и как они расщепляются гораздо сложнее, чем полагали Саффман и Тейлор в своей статье. Так, в обзорной работе [2] вытеснение жидкости в ячейке Хил-Шоу моделировалось

методами случайного блуждания и было показано, что пальцы линейно устойчивы при даже высоких скоростях; нелинейно неустойчивы по отношению к шуму или внешнему возмущению; а результаты уравнений Саффмана-Тейлора не согласуются с экспериментами. В работе [3] показана высокая чувствительность неустойчивости Саффмана-Тейлора к геометрии ячейки Хеле-Шоу. Большое количество экспериментов посвященных формированию границы раздела фаз в различных образцах при различных формах возмущения описаны в работе [4].

В работе [5] явления неустойчивости при течении жидкости в пористой среде рассматривались в контексте связности и изменчивости пористой среды. Это относится к важным классам таких процессов как кислотное растворение пористой среды (кислотная обработка призабойной зоны), газификация угля, закупорка пор в результате осаждения кольматанта, дезактивация катализатора и т.д. Благодаря этим и многим другим исследованиям удалось значительно продвинуться к пониманию таких тонких явлений, а задействованные при этом теоретические идеи привели к пониманию процессов образования структур.

В [6] показано, что пальцы делятся, пока не достигнут критической ширины, которая зависит от поверхностного натяжения. В работе [7] в качестве модели был использован слой искусственно пористой среды между двумя пластинами. Здесь толщина пальца определялась шириной пор.

Как было отмечено Тейлором в работе [8] и проверено экспериментально Льюисом [9], что, когда к двум жидкостям различных плотностей и пренебрежимо малыми вязкостями придают ускорение в направлении, перпендикулярном к их границе раздела, граница раздела может быть устойчивой или неустойчивой для малых отклонений, поскольку ускорение направлено от более плотной к менее плотной жидкости или наоборот. Аналогичная неустойчивость может возникнуть, если рассматривать две вязкие жидкости, на которые влияет сила гравитации и имеется градиент давления через пористую среду. Если за стационарное

состояние принять равномерное движение со скоростью  $V$  вертикально вверх, а граница между двумя жидкостями является горизонтальной, тогда можно показать, что граница раздела устойчива при малых отклонениях от стационарного состояния, если

$$\left(\frac{\mu_2}{k_2} - \frac{\mu_1}{k_1}\right)V + (\rho_2 - \rho_1)g > 0 \quad (1.1)$$

и неустойчиво, если

$$\left(\frac{\mu_2}{k_2} - \frac{\mu_1}{k_1}\right)V + (\rho_2 - \rho_1)g < 0, \quad (1.2)$$

где формула (1.1) относится к верхней жидкости, а формула (1.2) - к нижней. Движение жидкостей через среду, как предполагается, регулируется законом Дарси, который утверждает, что скорость жидкости определяется формулой

$$u = -\frac{k}{\mu} \operatorname{grad} (p + \rho gx) = \operatorname{grad} \varphi, \quad (1.3)$$

где  $u$  обозначает скорость,  $\mu$  - вязкость,  $\rho$  - плотность среды в жидкости,  $g$  - ускорение силы тяжести,  $x$  - вертикальная высота над некоторой горизонтальной плоскостью,  $\varphi$  называется потенциалом скорости.

Чтобы описать возмущение поверхности разделения, используем прямоугольные координаты  $(x, y, z)$ , мгновенное положение невозмущенной границы совпадает с плоскостью  $x = 0$ . Предположим, что граница раздела слабо деформирована в гофрированную волну  $2\pi/n$ , описываемую формулой

$$x = ae^{iny+\sigma t} \quad (1.4)$$

Предполагая, что жидкости несжимаемы и среда однородна - пористая, уравнение непрерывности, удовлетворяемое полем для скорости

равно  $\operatorname{div} u = 0$  и поэтому потенциал скорости удовлетворяет уравнению Лапласа  $\nabla^2 \phi = 0$ .

Теперь необходимо сделать некоторое предположение о характере движения вблизи границы, потому что четкой границы раздела между двумя жидкостями не существует, но существует, скорее, некоторая область перехода, в которой две жидкости смешиваются. Эта область, как правило, узкая, и можно сделать предположение, что жидкости не будут проникать глубоко и что ширина зоны перехода мала по сравнению с масштабом движения.

Тогда разумно предположить с целью математического анализа, что две жидкости разделены с помощью четкой границы, которая является нормальной составляющей скорости и давления (поверхностным натяжением или любым другим подобным эффектом пренебрегаем). |

Из непрерывности нормальной компоненты скорости следует, что потенциал скорости в верхней и нижней жидкостях удовлетворяют условию  $x = 0$ , в первом приближении

$$\frac{\partial \phi}{\partial x} = \frac{\partial \phi}{\partial x} = V + a\sigma e^{iny + \sigma t} \quad (1.5)$$

Следовательно

$$\varphi_1 = Vx - \left(\frac{a\sigma}{n}\right) e^{iny - nx + \sigma t} \quad (1.6),$$

и

$$\varphi_2 = Vx - \left(\frac{a\sigma}{n}\right) e^{iny + nx + \sigma t} \quad (1.7)$$

являются подходящими решениями уравнения  $\nabla^2 \phi = 0$ , которые удовлетворяют (1.5) и для которых возмущение исчезает на бесконечности.

В работе [1] говорится, что «Процесс, полного вытеснения одной жидкости другой жидкостью, иногда может быть нереализуем, и анализ изменяется для ряда случаев, когда часть одной жидкости остается позади, и ее окружает встречная жидкость. Непрерывность скорости по всей границе больше не выполняется, но при условии, что смесь жидкостей можно рассматривать как однородную, а доля жидкости, оставшаяся за границей раздела, постоянна, то можно увидеть, что граница движется так, как будто разделяются две жидкости, вязкости и плотности которых отличаются от параметров исходных двух жидкостей, но полностью вытесняют друг друга. Значения этих вязкостей и плотностей зависят от физических свойств смеси и пропорции».

Давление  $p_1$  в верхней жидкости равно  $-(\mu_1/k_1)\varphi_1 - \rho_1gx$ , и что  $p_2$  – давление в нижней жидкости есть  $-(\mu_2/k_2)\varphi_2 - \rho_2gx$ . Приравнивая значения  $p_1$  и  $p_2$  на границе раздела, находим, что первый порядок отклонения должен удовлетворять

$$\frac{\sigma}{n} \left( \frac{\mu_1}{k_1} + \frac{\mu_2}{k_2} \right) = (\rho_1 - \rho_2) + \left( \frac{\mu_1}{k_1} - \frac{\mu_2}{k_2} \right) V \quad (1.8)$$

Если правая часть (1.8) положительна, то  $\sigma$  положительна и амплитуда отклонения возрастает по экспоненциальному закону, и граница тогда неустойчива к небольшим возмущениям. Если правая часть отрицательна, отклонение затухает по экспоненциальному закону и граница устойчива к малым возмущениям. Таким образом, результаты (1.1) и (1.2) справедливы для всех длин волн и, следовательно, для всех типов малых возмущений. Их также можно использовать следующим образом. Когда две жидкости различной вязкости вытесняют друг друга в пористой среде в направлении, перпендикулярном к направлению их границы. Эта граница может быть устойчивой или неустойчивой к малым отклонениям в зависимости от направления движения от более вязкой к менее вязкой жидкости или

наоборот, независимо от относительных плотностей жидкостей при условии, что скорость достаточно велика.

Движение жидкости в пористой среде по закону Дарси можно получить из уравнения потенциала  $\varphi = -(k / \mu) (p + \rho g x)$ . Движение в двухмерном измерении может быть экспериментально исследовано с помощью ячейки, разработанной Хеле-Шоу (1898).

Здесь можно выявить, что движение вязкой жидкости между двумя фиксированными параллельными пластинами, которые расположены достаточно близко друг к другу, производится со следующей средней скоростью, направленной перпендикулярно слою

$$u = -\frac{b^2}{12\mu} \left( \frac{\partial p}{\partial x} + \rho g \right), v = -\frac{b^2}{12\mu} \frac{\partial p}{\partial y} \quad (1.9),$$

где  $b$  обозначает расстояние между пластинами. Пластины здесь считаются вертикальными, ось  $x$  направлена вертикально вверх, ось  $y$  - параллельно пластинам, а ось  $z$  - перпендикулярно пластинам;  $u$  и  $v$  являются компонентами средней скорости в направлениях  $x$ - и  $y$ -.

Эти уравнения удовлетворяют уравнению скорости в пористой среде  $b^2/12$  и, следовательно, существует прямая аналогия между двумерным потоком в пористой среде и потоком между параллельными пластинами. Скорость в первом случае соответствует к средней скорости в последнем. Таким образом, например, линии тока для обтекания тел произвольной формы можно определить экспериментально.

Аналог также может быть использован для воспроизведения экспериментально (двумерного) движения границы раздела между двумя жидкостями в пористой среде. Рассмотрим движение между параллельными пластинами двух несмешивающихся жидкостей вязкости  $\mu_1$  и  $\mu_2$  и плотностей  $\rho_1$  и  $\rho_2$ , соответственно, и предположим, что движение происходит от жидкости 2 в направлении жидкости 1. Теперь жидкость 1 необязательно

полностью выталкивается средой 2, тонкий слой жидкости 1 может смачивать пластины и прилипать к ним, в то время как язык жидкости 2 продвигается вдоль середины зазора между пластинами. Толщина языка  $t$  может быть взята как часть зазора между пластинами, и для решения данной задачи нужно предположить, что она является постоянной.

## 1.2 Численное моделирование

Процесс численного моделирования включает в себя выполнение следующих шагов

- Создание расчетной области;
- Задание математической модели;
- Задание параметров методов расчета и физических параметров;
- Задание граничных условий;
- Задание начальной расчетной сетки;
- Задание глобальных параметров;
- Запуск варианта на проведение расчета
- Оценка сходимости

Опишем подробно каждый из шагов

*Создание области расчета (геометрии).*

В программе FlowVision возможно импортирование созданных 3D моделей при помощи различных стандартных форматов файлов. Это функция дает возможность пользователю использовать любую известную (или удобную) ему САПР для создания расчетной области и сохранять деталь формате, который поддерживает программа FlowVision и использовать ее при создании нового расчетного варианта.

Ниже в таблице будут приведены расширение файла, соответствующий ему формат и тип, используемые в программе FlowVision

Таблица 1.1

Расширение файла	Формат	Тип
wrl	VRML1.0, VRML2.0	Virtual Reality Modeling Language (VRML)
dat*	ASCII	NASTRAN data file
stl	ASCII, binary	STereo Lithography format
geo*	ASCII	DEFORM Geometry file
inp*	ASCII	ABAQUS input file
cdb*	ASCII	ANSYS Text Database
mesh		внутренний формат импорта поверхностной сетки из <b>Flow3DVision</b> во <b>FlowVision</b>

Для того, чтобы открыть новый вариант, окне программы выбрать значок  на панели инструментов, либо выбрать Файл→New (Файл→Создать) в меню.

Для любой модели, импортируемой для работы, необходимо иметь информацию о форме расчетной области. У программы нет собственного геометрического процессора, поэтому геометрия расчетной области импортируется из файла, созданного в САПР. Поэтому, после выбора типа варианта появится окно, предлагающее импортировать геометрию расчетной области из внешнего файла.

Из списка Files of type можно выбрать тип импортируемого файла нажатием кнопки “Open”

Для того чтобы открыть уже существующую модель, нужно набрать его название.

Далее структура данной модели появится в рабочем окне, а ее

изображение в графическом окне.

### *Задание математической модели*

Выбор математической модели необходимый этап подготовительного процесса. Модель выбирается исходя из того, какое явление и процесс нужно смоделировать. Так, например, для моделирования гидродинамических явлений применяется “Базовые” модели, которые описывают движение однородной жидкости при различных скоростях с учетом эффектов сжимаемости, турбулентности и теплопереноса. В нашем случае при моделировании течения вязкой жидкости или газа при малых числах Рейнольдса и небольших изменениях плотности необходимо использовать “Ламинарная жидкость”.

Для задания режима течения для определенной подобласти нужно выбрать модель из предлагаемого списка и указать, какие уравнения этой модели необходимо рассчитывать. В зависимости от типа движения жидкости выбирается модель.

### *Задание параметров методов расчета и физических параметров*

Физические параметры вводятся в специальные табличные диалоговые окна в папке Физические параметры.

Опорные значения параметров (температуры и давления) задаются в окне Опорные величины. В данной программе переменные Температура и Давление являются относительными значениями, абсолютные значения которых вычисляются по формуле

$$f_a = f + f_{ref} \quad (1.10),$$

где  $f_a$  – абсолютное значение переменной,  $f$  – рассчитываемое относительное значение переменной,  $f_{ref}$  – опорная величина.

Опорные величины введены для удобства пользователей (шкалой измерения температуры может служить шкала Цельсия).

По умолчанию в качестве опорных величин для температуры выбрана шкала Цельсия (273К), а для давления – атмосферное давление (101000Па).

Свойства веществ, находящихся в выбранной подобласти, задаются в окне Физические параметры, в папках Вещество0 и Вещество1. Вещество0 – основное вещество

Задать свойства веществ можно следующим образом:

- Константа;
- Линейная зависимость от температуры;
- Закон идеального газа (для плотности);
- С помощью уравнения;
- С помощью внешней функции;
- Табличное задание с помощью Базы данных.

Задать метод расчета можно в папке Параметры метода. При создании новой модели устанавливаются параметры по умолчанию, большинство из которых уже имеют оптимальные значения.

#### *Задание граничных условий*

Во FlowVision задания граничных условий происходит в два этапа:

Первый этап – описание граничных условий, выбирая из предложенных вариантов тип и подтип граничного условия. В некоторых может понадобиться указание параметров.

На втором этапе устанавливаются описанные граничные условия на определенных поверхностях.

Выбор типа граничного условия осуществляется через контекстное меню Редактировать или Свойства - кнопка .

Далее, в появившемся окне “Редактировать граничное условие” выбирается Тип границы, причем Тип граничного условия для каждой переменной меняется.

Тип граничного условия указывается определенный для каждой переменной, а также указываются параметры, характеризующие данный тип.

Для задания граничных условий нужно проделать следующие шаги:

- Войти в папку граничные условия;
- Выделить нужное граничное условие;
- Нажать правую кнопку мыши (появится окно свойств со страницей, показывающей параметры нового граничного условия);
  - Поменять необходимые параметры.

Для создания нового граничного условия необходимо:

- Выделить папку Граничные условия;
- Нажать правую кнопку мыши;
- Выбрать пункт “Создать” в контекстном меню.

Если 3D модель предварительно не была раскрашена или при ее загрузке использовался формат, не поддерживающий информацию о цвете, необходимо указать заданные граничные условия на соответствующих фасетках. Для этого нужно проделать следующие шаги:

- Выделить группу фасеток кнопкой 
- Нажать правую кнопку мыши и выбрать Свойства в контекстном меню. В появившемся окне свойств группы фасетки будут приведены имя группы фасеток, список граничных условий данной подобласти, таблица в которой указаны имя группы, граничные условия на ней, количество Фасетки и площадь фасеток, на которых они простираются;
- В списке граничных условий выбрать нужное условие. Это условие будет установлено на всех фасетках данной группы.

#### *Задание начальной расчетной сетки*

FlowVision использует локально адаптивную расчетную сетку. Это значит, что сначала пользователь создает начальную расчетную сетку, а затем задаются критерии измельчения сетки, в соответствии с которыми разбиваются ячейки начальной сетки.

Для задания сетки начального уровня необходимо:

- Выбрать пункт Свойства в меню Начальная сетка. Появится окно свойств начальной сетки;
- В появившемся окне будут три страницы, которые определяют начальную сетку по X-, Y- и Z- направлениям;
- Вставить одну сеточную линию, выделив линию сетки, перед которой надо вставить линию. Для этого нужно щелкнуть левой кнопкой мыши по строке в таблице сеточных линий. В слое Расчетная сетка она выделится красным цветом. После нажатия клавиши Вставить перед выделенной линией будет вставлена одна линия;

### *Задание глобальных параметров*

В папке Общие параметры можно задать глобальные параметры. К ним относятся: параметры продолжения расчета, вектор силы тяжести, время расчета и сохранения варианта, шаг по времени и опции процесса расчета.

### *Запуск варианта на проведение расчета*

Для начала расчета нужно нажать кнопку  , после чего начнется расчет, в котором пользователь не будет принимать участие. Пользователь, во время расчёта может изменять параметры задачи, параметры расчета или анализировать данные (если в Препроцессоре предварительно были созданы соответствующие слои). Пользователь в любой момент может остановить процесс расчета (кнопка  ) и продолжить расчет (кнопка  ).

В процессе расчета в окне состояния расчета можно следить за ходом итерационного процесса или можно следить за сходимостью решения перейдя на другую вкладку График.

### *Оценка сходимости*

Окончание расчета может проводится:

- автоматически;
- по заданному значению невязки выбранного параметра Параметры метода →Стоп при...;
- по заданному конечному времени процесса;
- вручную пользователем;
- пользователь может сам визуализировать в окне постпроцессора интересующую его величину и следить за ее изменением или создать слой Характеристики для интересующей переменной и сохранять значение этой переменной в файл, а затем во внешнем редакторе построить график зависимости данной величины от времени.

Последний способ является предпочтительным, т.к. он является наиболее наглядным и надежным[9].

## ГЛАВА 2. МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

### 2.1 Создание 3D модели ячеек в программе SolidWorks

Создание 3D модели ячейки включает в себя следующие шаги:

1. Создание нового документа
2. В появившемся окне будут предложены на выбор создание 2D и 3D моделей, причем 3D деталь можно выбрать сборную или одну часть. Для построения ячейки достаточно выбрать одну делать.
3. Откроется рабочая область, в которой необходимо выбрать плоскость, к которой будет создаваться эскиз детали.
4. Построение эскиза. Так как ячейка имеет прямоугольный вид, для построения трех сторон треугольника достаточно выбрать прямую и указать размеры каждой из сторон (в данном случае прямоугольник с размерами 400x176). А вход, на который будет подаваться возмущение будет задаваться уравнением:  $x = A \cos \frac{2\pi T}{L} y$ , которое нужно ввести в левой части рабочей области. Эскиз создан.
5. Утверждаем эскиз.
6. Выбираем инструмент “вытянутая бобышка” и в окне левой части рабочей задаем ширину вытягивания (в данном случае  $-d = 0,81$  мм).
7. Выделение каждого типа границы определенным цветом (в данном случае вход - красный, выход – синий, остальные грани – серым). Это понадобиться при моделировании процесса на стадии задачи граничных условий.
8. Сохраняем эскиз с таким расширением файла, чтобы его можно было открыть в программе FlowVision (в данном случае - .wrl)

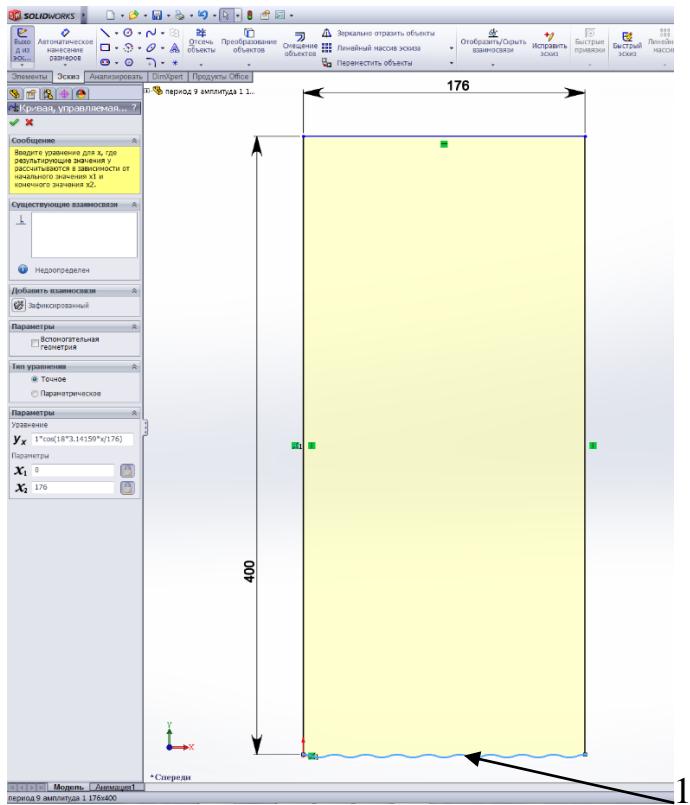


Рис.2.1 Пример создания ячейки в программе SolidWorks. (1) – входное возмущение

## 2.2 Математическое моделирование процесса вытеснения

Математический процесс моделирования вытеснения жидкости производится в программе FlowVision.

Для начала процесса моделирования нужно задать область расчета, т.к ячейка уже создана в другой программе, нужно только открыть созданную ячейку, после чего она появится в рабочей области.

Далее нужно задать математическую модель жидкости. Из предложенных вариантов выбираем модель – ламинарная жидкость и из предложенных уравнений выбираем те, расчеты которых нам будут необходимы для решения данной задачи (в данной работе это – скорость и вязкость).

После выбора модели жидкости нужно задать физические параметры методов расчета. В окне опорные параметры была изменена температура на

300 К, а значение давления оставили по умолчанию – 101000 Па. В окне Параметры модели все данные оставляем по умолчанию, они подходят для данной модели жидкости. В окне Физические параметры нужно выбрать свойства веществ, которые будут находиться в ячейке. Вещество0 – вещество, которое изначально заполняет ячейку, Вещество1 – вещество, которое будет подаваться на вход. В данной работе за Вещество0 взято минеральное масло 10W40. Этого вещества нет в базе данных, поэтому все параметры нужно вводить самостоятельно, либо выбрать схожее по некоторым параметрам вещество (в данном случае был выбран керосин). Параметром ввода для Вещества0 была вязкость – 133 мПа<sup>\*</sup>с. За Вещество1 – вода, это вещество имеется в базе данных, поэтому никакие параметры вводить не нужно.

Следующим этапом подготовки расчета программы будет задание граничных условий. Здесь и пригодятся ранее подготовленные и выделенные по цветам грани трехмерной модели ячейки. Наводим на выделенную область, выбираем “Редактировать граничное условие” и выбираем тип границы. В данной работе красная грань – вход с заданным возмущением обозначается как Вход, синяя грань обозначается как Свободный выход, что означает, что жидкость может свободно вытекать, не задерживаясь в ячейке, все остальные грани, окрашенные по умолчанию в серый цвет, обозначаются стенками. По условиям задачи вода, подаваемая на вход, вытесняет масло, значит нужно задать скорость подачи воды – Вещество1 на вход. Граничное условие для входа будет  $u_0 = 3 \text{ мм/с}$ .

Задание начальной сетки, также является неотъемлемой частью подготовки запуска расчета. В данной работе количество ячеек расчетной сетки составляло 400x600x1. И использовалась адаптация на входе, ячейки, которые контактировали со входной гранью – дробились на большее количество ячеек для повышения точности расчетов.

В глобальных параметрах можно выбрать шаг по времени, в который будет математически описываться процесс.

После проведения всех подготовительных работ осуществляется запуск программы и получаются картинки заливки.

### **2.3 Методика обработки расчетов данных**

Для обработки данных было решено исследовать зависимость роста самого длинного «вязкого пальца» и зависимость средней скорости от амплитуды и периода возмущения, подаваемого на границу раздела жидкостей.

Из полученных картин заливки в каждый заданным момент времени выбирался самый длинный палец и измерялась его длина. Если учесть, что на вход подаваться жидкость начала в момент времени  $t = 0$ , то соответственно скорость роста самого большого пальца можно вычислить, как  $v = \frac{l}{t}$ , где  $l$  – длина самого длинного пальца в момент времени  $t$ . А средняя скорость  $v_{ср} = \frac{l}{t}$ , где  $l$  – максимальная длина пальца, а  $t$  – время, за которое палец достиг максимальной длины.

## 2.4 Результаты

В результате процесса моделирования были получены различные картины заливки в зависимости от параметров, подаваемых на границу раздела возмущений.

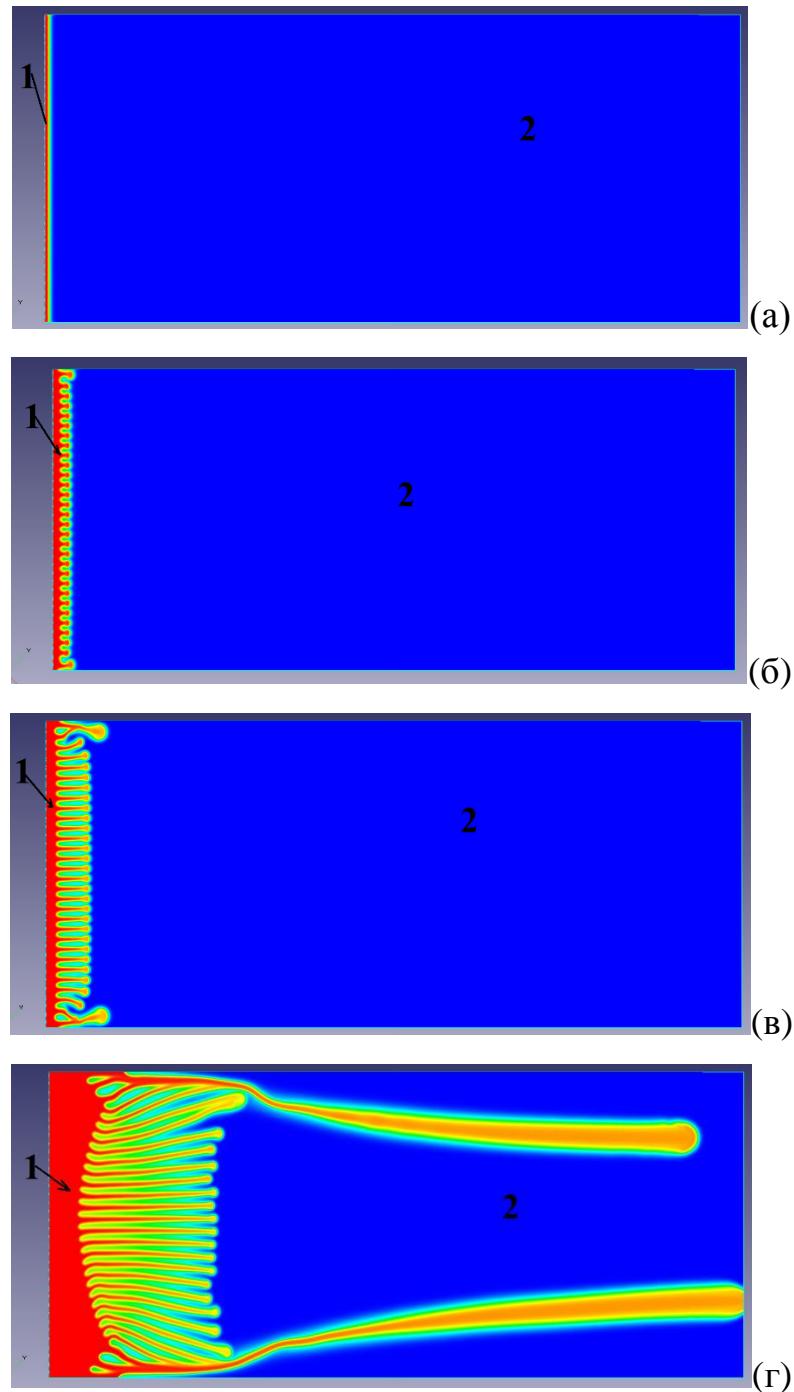
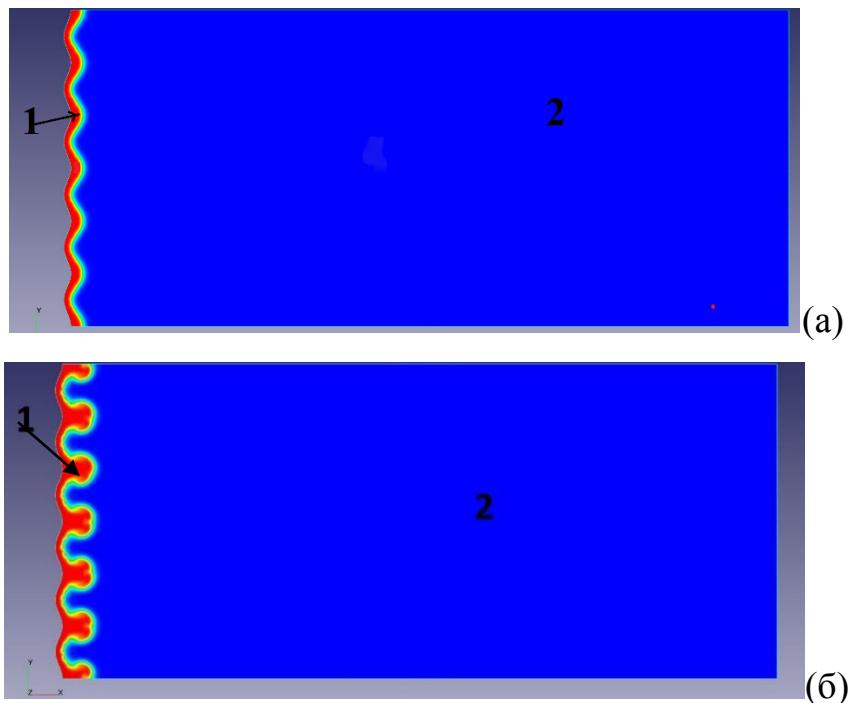


Рис. 2.1 Процесс вытеснения масла водой при отсутствии возмущений на входе. (а) – продолжительность процесса  $t = 1$  с; (б) – продолжительность процесса  $t = 3$  с; (в) – продолжительность процесса  $t = 6$  с; (г) – продолжительность процесса  $t = 34$  с. Область 1 – вода, область 2 – масло

На рисунке 2.1 можно проанализировать, что при продолжительности процесса  $t = 1$  с, граница раздела ровная, но при достижении времени  $t = 3$  с образуются явно видимые вязкие пальцы. При  $t = 6$  с, можно заметить, что пальцы, соприкасающиеся с боковыми гранями ячейки, вырываются вперед и подтягивают за собой соседние пальцы. Самый длинный вязкий палец выходит за пределы ячейки при  $t = 34$  с, также, в этой фазе процесса можно увидеть, что минимум по четыре пальца с каждой стороны боковых граней слились в один крайний и эта тенденция продолжается, видно, что соседний отдельный палец тянется к большому боковому.

Без подачи возмущения на вход, наблюдается резкое возрастание пальцев, граничащих с боковыми гранями ячейки, в то время, как остальные пальцы растут гораздо медленнее.

На следующих рисунках представлены картины заливки одного процесса в разные промежутки времени



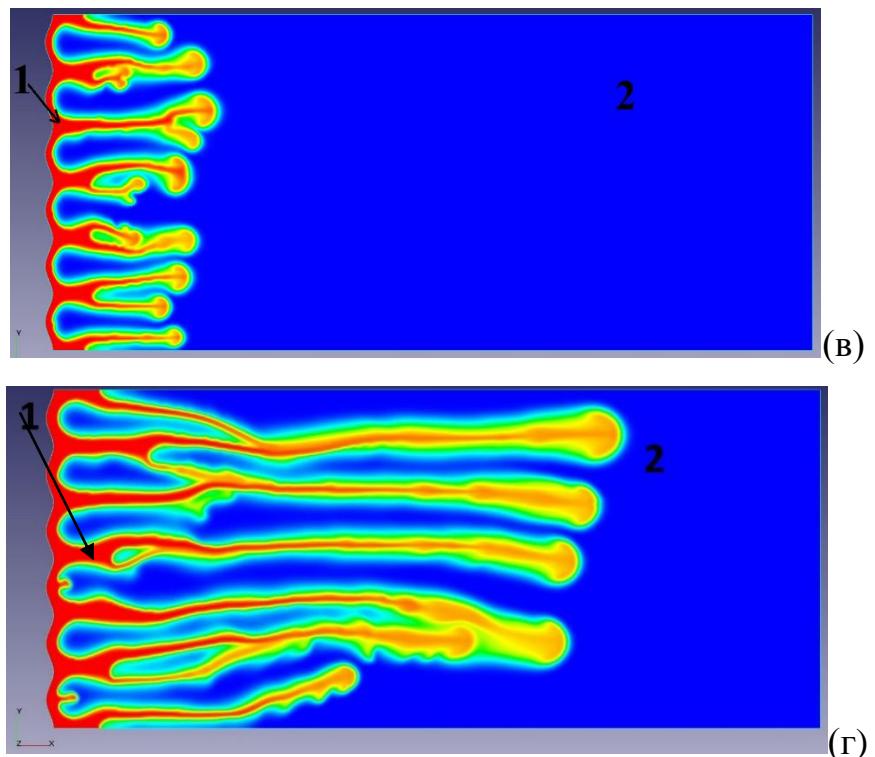


Рис.2.2 Вода, подаваемая со скоростью  $u_0 = 3\text{мм/с}$ , вытесняет масло в горизонтальной ячейке Хеле–Шоу.  $T = 6$ .  $A = 2 \text{ мм}$ . (а)  $t = 2 \text{ с}$ ; (б)  $t = 4 \text{ с}$ ; (в)  $t = 12 \text{ с}$ ; (г)  $t = 36 \text{ с}$ . Область 1 – вода, область 2 – масло

На рисунке 2.2 (а) видно, что в первые секунды эксперимента границей раздела является косинусоида, но уже через 2 секунды на границе появляются образования схожие с формой сердца (рис 2.2 (б)), каждый из вязких пальцев начинает делиться на две части, в форме сердца, что в следствии ведет к развилике пальцев, которые в течении некоторого времени, как показано на рисунке 2.2 (в) растут по отдельности, в форме схожей с формой грибов, но при дальнейшем росте начинают сливаться с соседними ответвлениями.

При подаче возмущений на вход, вырывание вперед каких – то отдельных пальцев не обнаружено. Скорость роста всех пальцев примерно одинаковая.

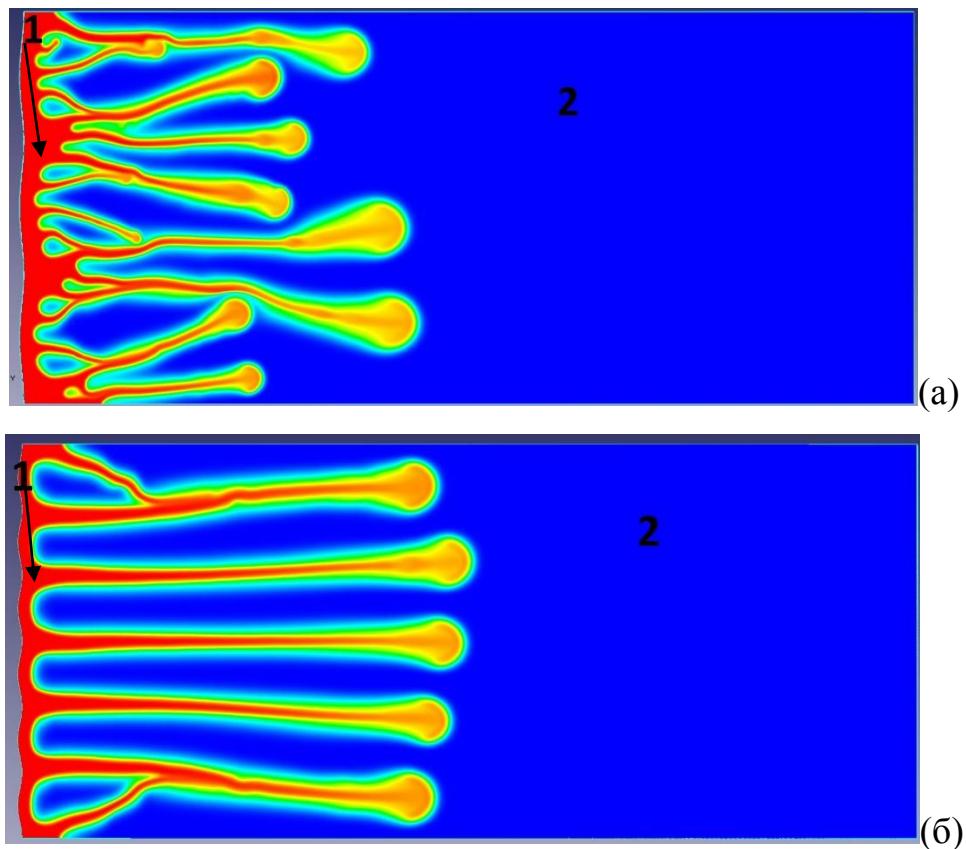


Рис.2.3 Процесс вытеснения масла водой при одинаковых фазах эксперимента, с одинаковой амплитудой, но разными периодами возмущений на входе: (а)  $T = 3$ ; (б)  $T = 6$ . Область 1 – вода, область 2 – масло

На рисунке 2.3 (а) в начальной фазе эксперимента можно заметить образование большого количества ответвлений, которые через некоторое время начинают соединяться, образовывая новые пальцы. Такого же образования ответвлений нет при подаче на вход возмущения с большим периодом, это можно про наблюдать на рисунке 2.3 (б). В данном случае можно заметить равномерный рост пяти центральных пальцев, но пальцы, растущие вдоль боковых стенок ячейки, вливаются в соседние ответвления, что полностью отличается от примера без подачи возмущения на вход.

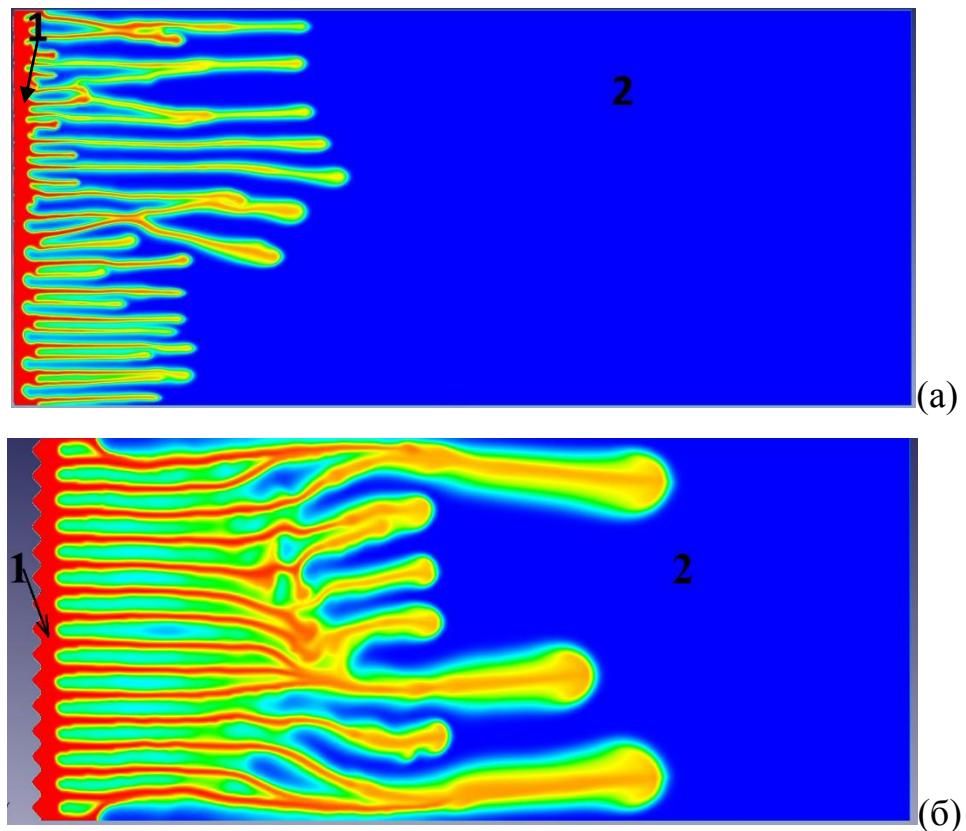


Рис.2.4 Процесс вытеснения масла водой при одинаковых фазах эксперимента: (а)  $A = 0,2 \text{ мм}$ ; (б)  $A = 2\text{мм}$ . Область 1 – вода, область 2 – масло

На рисунке 2.4 показано, как изменилась граница масло – вода, за время  $t = 45 \text{ с}$ . Скорость роста вязких пальцев при амплитуде  $A = 2\text{мм}$  значительно превышает скорость роста пальцев при  $A = 0.2 \text{ мм}$ . Большинство ответвлений на рисунке 2.4 (а) растет сонаправленно со скоростью ввода воды. На первых этапах (рис 2.4 (б)) пальцы росли по направлению ввода воды в ячейку, но почти все, в итоге образовали новые пальцы.

Для обработки данных, было решено исследовать зависимость скорости роста самого длинного пальца от параметров возмущения, подаваемого на вход (амплитуды и периода).

На рис. 2.5 и 2.6 представлены зависимости изменения скорости роста самого длинного пальца от периода и амплитуды возмущений.

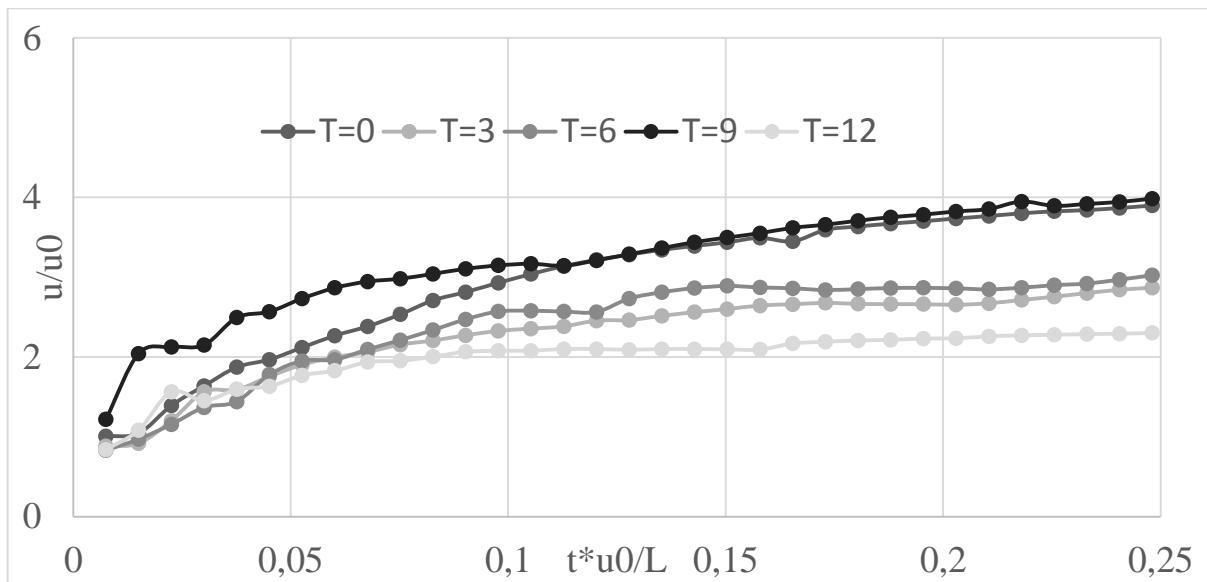


Рис.2.5 Изменение скорости роста самого длинного пальца от периода возмущений

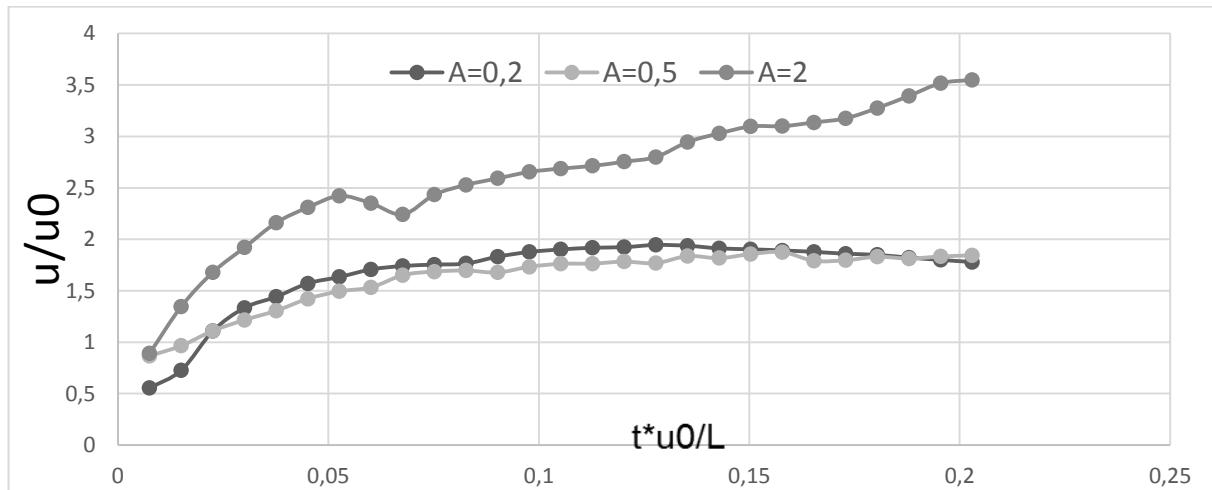


Рис.2.6 Изменение скорости роста “вязких пальцев” при различных амплитудах возмущения

По рис. 2.5 и 2.6 можно проанализировать общую для всех параметров, подаваемого возмущения на входе, тенденцию большого роста скорости на первых этапах эксперимента и после чего, при достижении относительного времени  $t_{\text{относ}} = t \frac{u_0}{L} = 0,1$ , почти равномерной скорости роста.

В качестве следующего способа обработки результатов, было решено проанализировать зависимость средней скорости роста самого длинного пальца от параметров возмущения на входе (период и амплитуда). На рис.2.7 и 2.8

видно, что относительная скорость роста вязких пальцев  $u_{\text{относ}} = \frac{u_{\text{cp}}}{u_0}$ , где  $u_{\text{cp}} = \frac{L}{t}$  меняется в пределах от 2 до 4.

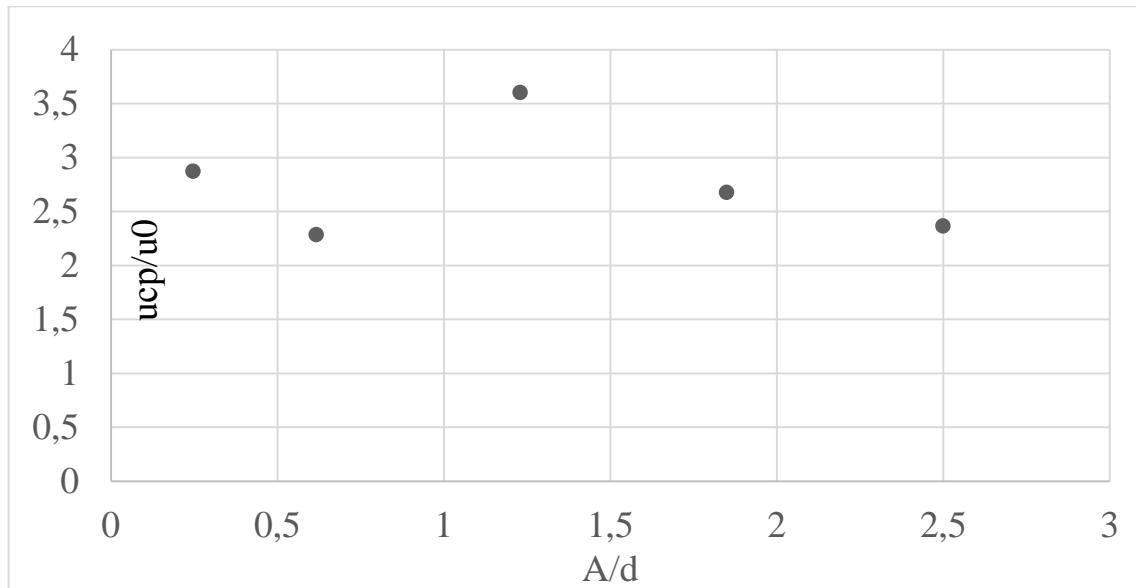


Рис.2.7 Зависимость средней скорости от амплитуды возмущений

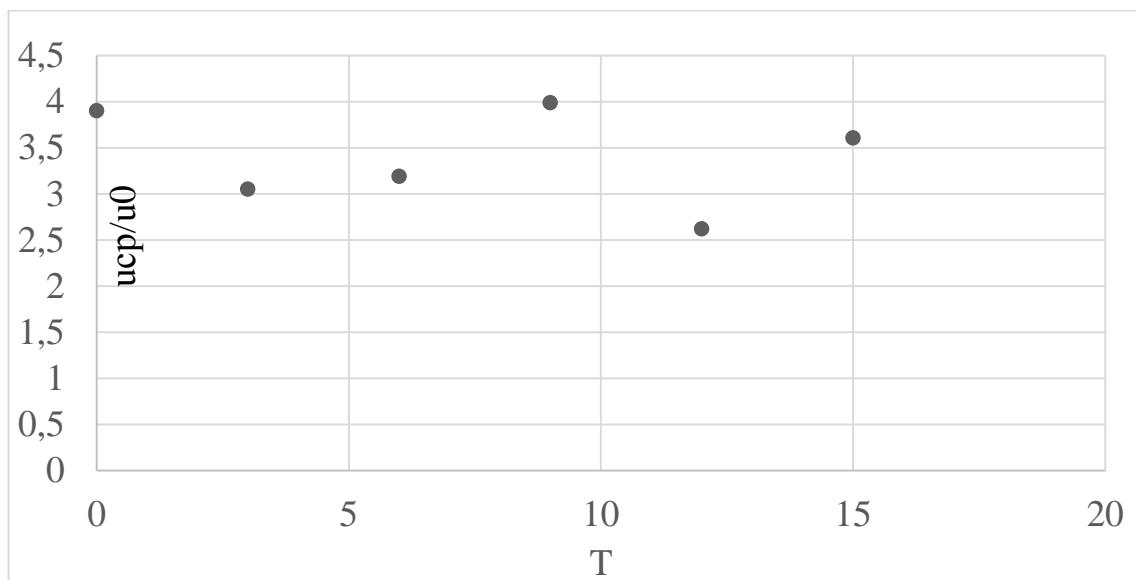


Рис.2.8 Зависимость средней скорости от периода возмущений

## ГЛАВА 3. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ

### 3.1 Измерение вязкости жидкости

Для проведения численного эксперимента в описании Вещества1 – вещества, которым была заполнена ячейка в начальный момент эксперимента, нужно было ввести значение вязкости. Был проведен эксперимент для выявления зависимости вязкости масла 10W40 от температуры.

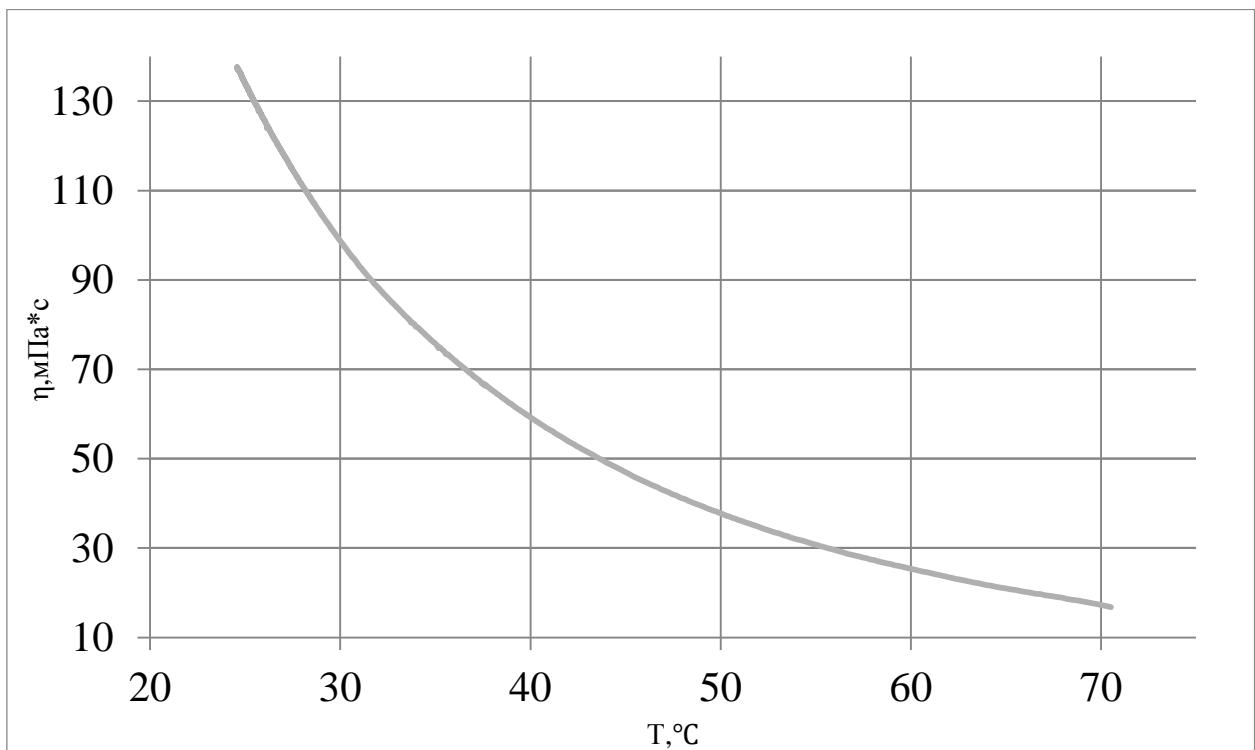


Рис. 3.1 Зависимость вязкости масла от температуры

В следствии того, что данные численные эксперименты будут проверяться с реальной ячейкой Хеле–Шоу в лаборатории, при указании температуры, была указана температура в лаборатории  $T = 300$  К =  $27$  °C. А значение вязкости было выбрано  $\eta = 133$  мПа·с.

### 3.2 Разработка экспериментальной установки

Для создания ячейки Хеле–Шоу были использованы две пластиинки из оргстекла, размера  $3 \times 176 \times 400$  мм<sup>3</sup>, две пластиковые трубы, в которых были вырезаны отверстия и вставлены стекла. Эти трубы организовывают подачу жидкости в ячейку и вывод жидкости из ячейки.

На внешнюю грань ячейки нанесена масштабная разметка, для измерения длины пальцев.



Рис. 3.2 Ячейка Хеле–Шоу

Для подачи жидкости на вход было решено использовать шприц Жане, который будет соединён с отверстием на пластиковой трубке, предназначенным для подачи жидкости на вход, резиновой трубкой. Также к входному отверстию будет проведен барометр, для измерения разности давлений.

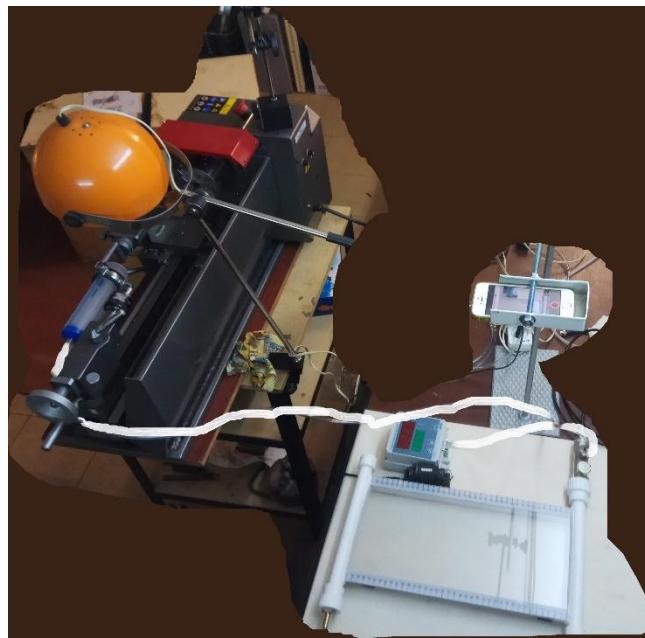


Рис.3.3 Экспериментальная установка. Вид с верху

### **3.3 Тестирование систем подачи жидкости**

В численном моделировании процесса вытеснения жидкости на вход подавалась жидкость с постоянной скоростью. В эксперименте нужно организовать подачу жидкости на вход с постоянной скоростью. Если жидкость на вход будет подаваться из шприца Жане, то нужно организовать равномерное нажатие на поршень шприца. Для осуществления той задачи было решено использовать токарный станок, в котором можно задавать различные значения скорости вращения патрона и соответственно скорость перемещения суппорта с резцодержателем.

Шприц Жане фиксируется на задней бабке токарного станка, а закрепленный в резцодержателе упор при перемещении суппорта приводит к равномерному движению поршня шприца. Тем самым обеспечивается постоянство расхода жидкости.

Для определения оптимальной скорости вращения патрона был проведен эксперимент по выявлению зависимости массы, вытесняемой из шприца воды от скорости вращения патрона в токарном станке.

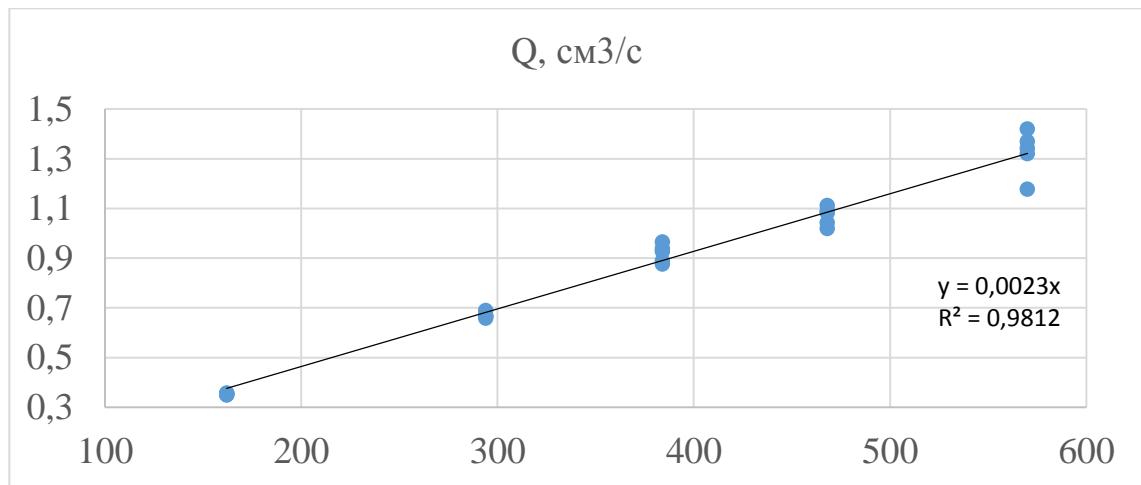


Рис. 3.4 Зависимость вытесняемой массы воды от скорости вращения патрона токарного станка

Таким образом, система подачи жидкости позволяет обеспечить постоянный расход жидкости, при подаче ее в ячейку Хеле-Шоу.

## **ЗАКЛЮЧЕНИЕ**

В данной работе были выполнены серии численного моделирования процесса вытеснения масла 10W40 водой в ячейке Хеле–Шоу. Выявлены закономерности развития “вязких пальцев”. Установлено, что характеристики начального возмущения оказывают влияние в основном на процесс формирования вязких пальцев, а на их дальнейшее развитие практически не влияют.

Обнаружено, что на начальных этапах эксперимента скорость роста вязких пальцев резко возрастает, а после достижения  $t_{\text{относ}} = 0,1$  изменение скорости мало ( $t_{\text{относ}} = t^* u_0 / L$ ). Установлено, что относительная скорость роста вязких пальцев  $u_{\text{относ}}$  меняется от 2 до 4 ( $u_{\text{относ}} = u_{\text{ср}} / u_0$ , где  $u_{\text{ср}} = L/t$ ).

Разработана и собрана экспериментальная установка для исследования вытеснения жидкости в ячейке Хеле–Шоу.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Saffman P. G., Taylor G. I. The penetration of a fluid into a porous medium or Hele Shaw cell containing a more viscous liquid // Proc. Roy. Soc. London. 1958. V. A245, N 1242. P. 311–329.
2. Bensimon D., Kadanoff L.P., Liang S., Shraiman B.I., Tang C. Viscous flows in two dimensions // Reviews of Modern Physics. Vol.58, Issue 4, 1986, pp. 977-999.
3. Franco-Gómez A., Thompson A.B., Hazel A.L., Juel A. Sensitivity of Saffman-Taylor fingers to channel-depth perturbations // Journal of Fluid Mechanics. Vol.794, 2016, pp. 343-368.
4. McCloud K., Maher J. Experimental perturbations to Saffman-Taylor flow // Physics Reports. Vol. 260, Issue 3, 1995, pp.139-185.
5. Sahimi M., Gavalas G.R., Tsotsis T.T. Statistical and continuum models of fluid-solid reactions in porous media // Chemical Engineering Science. Vol.45, Issue 6, 1990, pp.1443-1502.
6. Paterson L. Radial fingering in a Hele Shaw cell // J. Fluid Mech. 1981. V. 113. P. 513–529.
7. Maloy K. J., Feder J., Jossang T. Viscous fingering fractals in porous media // Phys. Rev. Lett. 1985. V. 55, N 24. P. 2688–2691.
8. Taylor, Sir Geoffrey 1950 Proc. Roy. Soc. A, 201, 192.
9. Lewis, D. J. 1950 Proc. Roy. Soc. A, 202, 81.
10. Аксенов А.А., Бабий Ю.И., Карасев П.И., Кузнецов К.В., Москалев И.В. Программные комплексы FlowVision и IOSO для автоматизированного проектирования технических систем // Межотраслевая информационная служба. Научно-методический журнал. 2013. Вып. 4. с. 50-59.
11. Hele-Shaw, H. S. S. 1898 Trans. Instn Nav. Lond., 40, 21.
12. Lamb, H. 1932 Hydrodynamics, 6th ed. Cambridge University Press.
13. Фабер Т.У. Гидроаэродинамика М.: Постмаркет, 2001.-560c.