

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации  
Федеральное государственное автономное образовательное  
учреждение высшего образования  
«КАЗАНСКИЙ (ПРИВОЛЖСКИЙ) ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

ИНСТИТУТ ФИЗИКИ

КАФЕДРА РАДИОЭЛЕКТРОНИКИ

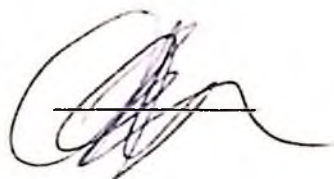
Направление: 03.04.03 Радиофизика  
Профиль: «Радиофизические методы по областям применения  
(радиофизические измерения)»

МАГИСТЕРСКАЯ ДИССЕРТАЦИЯ

ИССЛЕДОВАНИЕ ВЫТЕСНЕНИЯ МАСЛА ВОДОЙ  
В ЯЧЕЙКЕ ХЕЛЕ-ШОУ

Студентка 2 курса группы 06-829

«13» июня 2020 г.



(Гарасва С.В.)

Научный руководитель

к.т.н., доцент

«\_\_» \_\_\_\_\_ 2020 г.

\_\_\_\_\_

(Марфин Е.А.)

Заведующий кафедрой радиоэлектроники

д.ф.-м.н., профессор

«\_\_» \_\_\_\_\_ 2020 г.

\_\_\_\_\_

(Овчинников М.Н.)

Казань-2020

## СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ .....	3
ГЛАВА 1. ОБЗОР СОСТОЯНИЯ ВОПРОСА .....	6
1.1 Механизмы вязкой аппликатуры.....	7
1.2 Течение Хеле-Шоу .....	9
1.2.1 Течение несмешивающихся жидкостей в ячейке Хеле-Шоу.....	11
1.2.2 Течения смешивающихся жидкостей в ячейках Хеле-Шоу .....	20
1.3 Течение жидкостей в пористых средах.....	29
1.3.1 Течение несмешивающихся жидкостей в пористых средах .....	30
1.3.2 Смешиваемые перемещения в пористых средах .....	38
ГЛАВА 2. ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ .....	42
2.1 Создание 3D модели ячеек в программе SolidWorks .....	42
2.2 Численное моделирование процесса вытеснения .....	43
2.3 Методика обработки расчетных данных.....	45
2.4 Результаты .....	45
ГЛАВА 3. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ.....	52
3.1 Разработка экспериментальной установки .....	52
3.2 Физическое моделирование вытеснения в ячейке Хеле-Шоу .....	54
ЗАКЛЮЧЕНИЕ .....	58
СПИСОК ИСПОЛЬЗУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ.....	60
АПРОБАЦИЯ РАБОТЫ .....	66

## ВВЕДЕНИЕ

Нефть в России добывается недостаточно эффективно. Среднее значение коэффициента извлечения нефти составляет около 30%. Кроме того, на большинстве месторождений добываемая нефть сильно обводнена. Основная причина этого состоит в том, что нефть извлекается из пористого пласта путем вытеснения ее водой – жидкостью менее вязкой, чем нефть. В физическом смысле этот процесс можно охарактеризовать как неустойчивость Саффмана-Тейлора. При таком движении граница раздела двух жидкостей деформируется с образованием складок. Эти складки растут с не одинаковой скоростью, образуя так называемые «языки» или «вязкие пальцы». Такие «языки» воды в пласте, достигнув добывающие скважины, образуют прорыв, что значительно повышает обводненность добываемой нефти. Кроме того, в самом пласте образуются не участвующие в фильтрации области неподвижной нефти, окруженные водой.

На рисунке 1 показаны три примера развития вязких пальцев. На рис. 1а представлена схема аппликатуры, которая возникает, когда более вязкая жидкость вытесняется менее вязкой, в данном случае вода вытесняет глицерин. Хотя смесь полностью смешивается, видно, что жидкость с меньшей вязкостью проникает в жидкость с большей вязкостью. На рис. 1б приведен пример, когда жидкость с меньшей плотностью и меньшей вязкостью проникает в более плотную и более вязкую жидкость, не смешиваясь с ней, когда ячейка Хеле-Шоу (Hele-Shaw) находится в вертикальном положении. В этом случае гравитация и вязкость являются важными факторами, способствующими нестабильности. На рис. 1с показана схема, которая возникает, когда ньютоновская жидкость с низкой вязкостью, проникает в ячейку Хеле-Шоу, заполненную смешивающейся, но сильно неньютоновской жидкостью [1]. Подобные пальцам выступы, которые образуются вдоль фронтов вытеснения жидкости в пористой среде, часто

возбуждаются гидродинамической неустойчивостью, когда жидкости с низкой вязкостью вытесняют жидкости с высокой вязкостью [2].

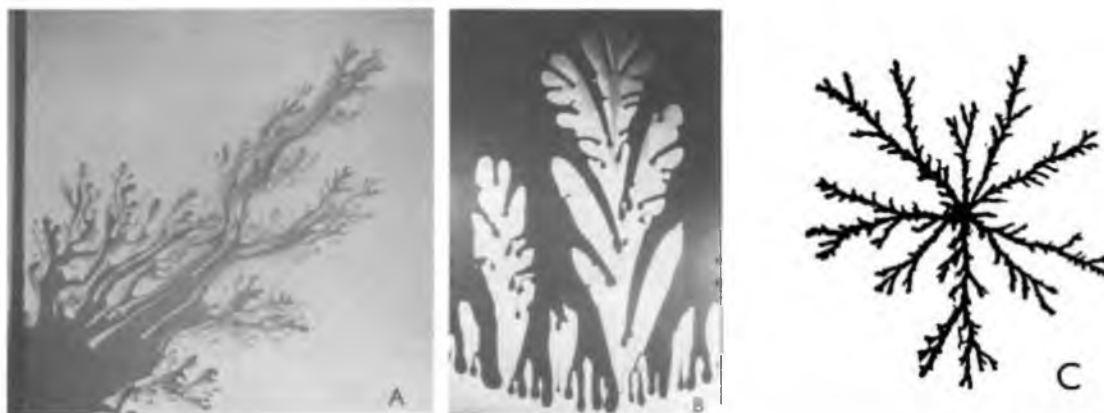


Рис. 1 – Примеры образования вязких пальцев в ячейках Хеле-Шоу: (а); вытеснение глицерина водой (б) несмешивающиеся жидкости под действием силы тяжести; (с) смешивающаяся неньютоновская жидкости в радиальном потоке источника [1].

Для решения этой проблемы нефтяники используют вместо воды различные гели - жидкости более вязкие, чем нефть, или растворы поверхностно-активных веществ, снижающие поверхностное натяжение. Однако, такой подход имеет значительные экологические риски, связанные с возможным загрязнением подземных вод и прилегающих территорий.

Основная идея работы заключается в том, что на явление неустойчивости Саффмана-Тейлора, часто наблюдаемое в ячейке Хеле-Шоу, можно влиять при помощи внешнего воздействия. Тем более, что промысловый опыт акустического воздействия на пласт, свидетельствует об увеличении добычи нефти и снижении обводненности.

Целью работы является исследование вытеснения вязкой жидкости в ячейке Хеле-Шоу. Для достижения поставленной цели необходимо решение следующих задач:

- теоретически исследовать и разработать математическую модель процесса вытеснения жидкости в ячейке Хеле-Шоу в стационарных условиях и условиях с наложенными возмущениями;

- провести численные исследования и рассчитать поля давления и скорости в ячейке Хеле-Шоу при различных скоростях стационарного течения, а также визуализировать движение границы раздела жидкостей;
- выполнить численное моделирование вытеснения жидкости в ячейке Хеле-Шоу в условиях наложенных возмущениями;
- установить зависимости изменения границы раздела от режимных параметров численного эксперимента;
- разработать экспериментальный стенд и провести натурные исследования процесса вытеснения жидкости в ячейке Хил-Шоу при различных режимах воздействия.

## ГЛАВА 1. ОБЗОР СОСТОЯНИЯ ВОПРОСА

Вязкая аппликатура или неустойчивость Саффмана–Тейрова является одной из основных проблем, которая может снизить эффективность добычи при заводнении в нефтяных пластах. В данном случае мы имеем дело исключительно с тремя простыми геометриями прямолинейного смещения, радиального потока источника и так называемого пятиточечного рисунка, которые представлены на рисунке 1.1. В каждом случае имеется характерная макроскопическая длина  $L$ , характерная скорость  $U$ , проницаемость  $K$  и характеристическая вязкость  $\mu$ . Нас в первую очередь интересуют двумерные потоки, так как мало было сделано для трехмерных задач, особенно нелинейных. Мы также ограничиваемся случаями, в которых ориентация гравитации коллинеарна направлению смещения.

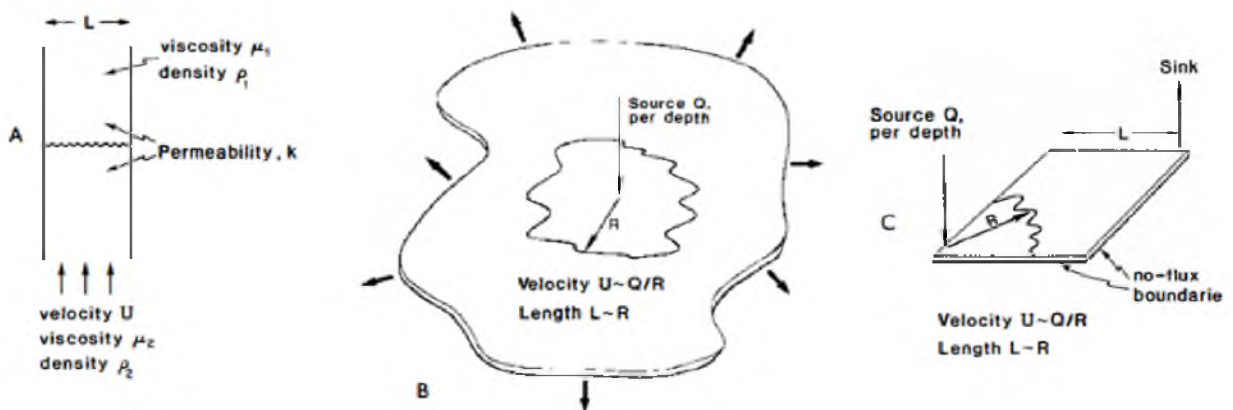


Рис. 1.1 Общие геометрии и их определяющие параметры: (а) прямолинейный поток; (б) поток радиального источника; (с) «пятно» [1].

Некоторые аспекты вязкой аппликатуры были хорошо рассмотрены в других работах. Например, обзор [3], посвященный более общей теме многофазного потока в пористых средах; работа [4] о современных подходах к моделированию таких течений и особенностях этих потоков, имеющих общие черты с другими хорошо изученными нелинейными задачами в механике жидкости; монография [5], в которой обсуждаются некоторые

аспекты численного анализа моделирования процессов смещения; обзор [6], которые имеют дело исключительно с аппликатурой в потоках Хеле-Шоу.

### 1.1 Механизмы вязкой аппликатуры

Рассмотрим течение в однородной пористой среде, характеризующееся постоянной проницаемостью  $K$ . Жидкость 1 с вязкостью  $\mu_1$  и плотность  $\rho_1$  будет вытесняться жидкостью вязкости  $\mu_2$  и плотности  $\rho_2$ . Важным является изменение этих свойств по некоторому фронту. Мы ограничиваемся силами гравитации, вязкости и (если жидкости несмешиваемые) поверхностным натяжением. В случае смешивающихся систем, в которых различия в вязких силах связаны с различиями в концентрации растворенного вещества, мы также должны учитывать молекулярную диффузию и механическое диспергирование растворенного вещества.

Следующий простой аргумент может быть сделан, чтобы понять основной механизм неустойчивости. При подходящих допущениях о непрерывности, возьмем течение, удовлетворяющее закону Дарси, который для одномерного стационарного потока может быть записан:

$$\frac{dp}{dx} = -\mu \frac{U}{K} + \rho g \quad (1.1)$$

Теперь рассмотрим резкую границу раздела или зону, где плотность, вязкость и концентрация растворенного вещества быстро изменяются, например, зона, подобная той, что показана на рисунке 1.1а. Тогда сила давления  $(p_2 - p_1)$  на вытесненную жидкость в результате виртуального смещения  $\delta x$  границы раздела из ее простого конвекционного положения равна

$$\delta x = (p_2 - p_1) = [(\mu_1 - \mu_2)U/K + (\rho_2 - \rho_1)g]\delta x \quad (1.2)$$

Если сила чистого давления будет положительной, любое небольшое смещение будет усиливаться, что приведет к неустойчивости. Таким образом,

мы видим, что сочетание неблагоприятных соотношений плотности и / или вязкости и направления потока может привести к неустойчивости перемещения. Например, для вертикального перемещения плотной вязкой жидкости на более легкую, менее вязкую, мы имеем  $(\mu_1 - \mu_2) > 0$ ,  $(\rho_2 - \rho_1) < 0$  и  $U > 0$ . Таким образом, гравитация является стабилизирующей силой, в то время как вязкость дестабилизирует, приводя к критической скорости  $U_c$ , выше которой начинается неустойчивость:

$$U_c = (\rho_2 - \rho_1)gK / (\mu_1 - \mu_2) \quad (1.3)$$

Есть три других очевидных случая, зависящих от признаков  $\Delta\rho$ ,  $U$  и  $\Delta\mu$ : один, где гравитация приводит к неустойчивости, а вязкость стабилизирует ее, и два случая, где обе основные силы либо стабилизируют, либо дестабилизируют.

Более простое утверждение может быть сделано, когда отсутствует сила тяжести, например, в горизонтальном смещении. В этом случае неустойчивость всегда возникает, когда более вязкая жидкость вытесняется менее вязкой, поскольку менее вязкая жидкость обладает большей подвижностью. Таким образом, мы видим, что двумя основными силами, ответственными за неустойчивость, являются гравитация и вязкость

Интересно проследить хронологию научных работ, чтобы установить приоритет для открытия и понимания вязких аппликатур с точки зрения механики жидкости. Несмотря на то, что эта неустойчивость обсуждается во многих учебниках по гидромеханике и литературных работах как «Неустойчивость Саффмана-Тейлора» и приписывается Саффману и Тейлору [7], это явление было отмечено и зарегистрировано во многих более ранних работах, хотя и не всегда с четким пониманием механики и основного механизма. Первое научное исследование вязких аппликатур описано в работе [8] в которой не только опубликован простой «одномерный» анализ устойчивости, приведенный выше, но также проведена серия тщательных и



количественных экспериментов для гравитационно-стабилизированных вязких аппликатур в вертикальный нисходящий поток и любопытный встречный случай вязкой стабилизации гравитационно неустойчивой конфигурации в случае вертикального вытеснения легкой, менее вязкой жидкости тяжелой, более вязкой, которая может быть стабилизирована для скоростей выше  $U_c$ . Во всех случаях критическая скорость смещения, измеренная с помощью визуализации потока, была в количественном соответствии с уравнением (1.3). Следующее значительное событие произошло в конце 1950-х годов, когда были опубликованы теперь уже классические работы [8] и [9]. Обе эти работы, представленные в течение шести месяцев друг от друга, содержат по существу идентичные анализы линейной неустойчивости одномерного смещения, что приводит к приведенному ниже уравнению (7). Примечательно, что Саффман и Тейлор утверждают, что «результат не является принципиально новым, и что горные инженеры и геологи давно об этом знают». Затем они продолжают экспериментально изучать эволюцию и форму одного доминирующего пальца и приводят его теоретическое описание. В статье [9] говорится только о представлении анализа линейной неустойчивости, без упоминания Саффмана и Тейлора, хотя они ссылаются на работу Хелела.

## 1.2 Течение Хеле-Шоу

Поскольку большинство пористых сред непрозрачны, удобный аналог для исследования - это модель Хеле-Шоу, геометрия которой показана на рис.1.2. Жидкость протекает в ячейке толщины  $b$ , и длины  $L$ . Теория Хеле-Шоу и эксперименты описывают:

$$\nabla \bar{u} = 0 \quad (1.4)$$

$$\nabla \bar{p} = -12\mu \bar{u} / b^2 + \rho g \quad (1.5)$$

которые сохраняются в пределе потока с малым числом Рейнольдс  $Ca$ , и  $e=b/L \rightarrow 0$ . Поток удовлетворяет закону Дарси, в котором эквивалентная проницаемость среды  $b^2/12$ . Таким образом, однофазное течение Хеле-Шоу является аналогом двумерного несжимаемого потока в пористых средах.

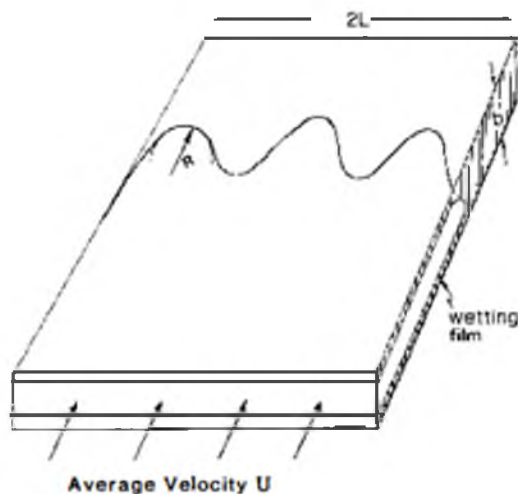


Рис. 1.2. Схема потока Хеле-Шоу в случае, когда вытесненная жидкость смачивает стенку.

Граница раздела движется с нормальной скоростью  $U$ , на поверхности действует поверхностное натяжение  $\gamma$ , а  $R$  - радиус кривизны в плоскости.

Можно предположить, что такая же аналогия будет иметь место для вязких аппликатур в пористых средах. Однако, аналогия несовершенна. В случае смешивающихся жидкостей с градиентами концентрации, дисперсия Тейлора будет происходить из-за профиля скорости в тонком измерении, что делает характеристики смешивания или дисперсии в потоке Хеле-Шоу больше высокоанизотропными, чем для пористых сред. В частности, если механическая дисперсия важна, она обычно влияет как на продольные, так и на поперечные коэффициенты дисперсии в пористых средах, тогда как в потоке Хеле-Шоу затрагивается только продольная компонента.

Аналогия работает в случае потока несмешивающихся жидкостей, поскольку поток в пористых средах в этом случае является действительно мультифазным, в отличие от двухфазного, и силами, связанными с

распространением пальцев в пористой среде нельзя пренебрегать и они не моделируются в геометрии Хеле-Шоу.

### 1.2.1 Течение несмешивающихся жидкостей в ячейке Хеле-Шоу

В приложении к своей работе [7] авторы показали, что уравнения вида (1.4), (1.5) также описывают поток двух несмешивающихся жидкостей в ячейках Хеле-Шоу, при условии, что пленка вытесненной жидкости, оставленная на пластинах, является постоянной величиной, и что эффективные вязкости и плотности, появляющиеся там, зависят от отношений свойств, а также от отношения толщины. Таким образом, мы принимаем их как уравнения поля в каждой фазе в областях, удаленных от границы раздела фаз. Осталось определить граничные условия, которые применяются в месте расположения границы, взятые как двумерная усредненная по глубине поверхность. Единственный анализ деталей потока в тонком измерении, который затем должен быть усреднен по глубине, для создания условия скачка для полей  $\bar{u}$  и  $\bar{p}$  - анализ [10] и [11]. Для случая, когда вытесненная жидкость смачивает стенку, эти условия зависят от локального капиллярного числа потока,  $Ca = \mu U / \gamma$ , а также от величины поверхностного натяжения  $\gamma$ . С точки зрения величин, определенных на рисунке 1.2, эти условия, для малого  $Ca$ ,

$$[\bar{p}] = \frac{2\gamma}{b}(1 + 3.8 Ca^{2/3} + \dots) + \frac{\gamma}{R}[\pi/4 + O(Ca^{2/3})], \quad (1.6)$$

$$[n\bar{u}] = O(Ca^{2/3}). \quad (1.7)$$

Большинство анализов потоков Хеле-Шоу относятся к пределу  $Ca \rightarrow 0$ . В этом случае уравнения упрощаются до:

$$[\bar{p}] = \frac{2\gamma}{b} + \gamma\pi/(4R) \quad (1.8)$$

$$[n\bar{u}] = 0 \quad (1.9)$$

Большая часть литературы по этому вопросу использует эти граничные условия с константой 1.0 вместо  $\pi/4$ . Эта константа может быть просто вычислена как функция угла контакта в тонком измерении [12] и в дальнейшем будет приравнена к единице. Кроме того, ведущая константа в (1.8) часто устанавливается на ноль без потери общности. Уравнения (1.4), (1.5) вместе с этими более простыми условиями скачка (1.8), (1.9) были названы уравнениями Хеле-Шоу, и они асимптотически выполняются в пределе малого капиллярного числа и малых отношений толщины зазора к любому макроскопическому измерению. Эти уравнения были объектом большого изучения, и многие особенности их решений обсуждались в работах [4], [6].

Уравнения Хеле-Шоу можно масштабировать прямым способом, используя макроскопическую длину в качестве характеристической длины и  $L/U$  в качестве характерного времени, чтобы показать, что решения могут зависеть от трех основных параметров:

$Ca' = \frac{12U}{\gamma} \mu_1 (L/b^2)$	Модифицированное капиллярное число,
$A = (\mu_1 - \mu_2) / (\mu_1 + \mu_2)$	Контраст вязкости,
$G = [(\rho_1 - \rho_2)gb^2] / 12(\mu_1 + \mu_2)U$	Модифицированное число Дарси-Рэлея.

Модифицированное капиллярное число измеряет вязкие силы относительно поверхностного натяжения. Другие эквивалентные определения для этого параметра также используются, включая другие численные факторы, зависящие от выбора длины и шкалы скоростей, и иногда используется обратное значение  $Ca'$ , как это естественно происходит в граничных условиях задачи. Группа  $G$  аналогично измеряет относительную важность плавучести для вязких сил. Коэффициент  $A$  не требует пояснений.

Анализ линейной устойчивости одномерных прямолинейных смещений с действием поверхностного натяжения выполнен в работе [9]. Обычным

образом, если возмущения принимают форму нормальных мод, пропорциональных  $\exp(\sigma t + iky)$ , можно найти следующее дисперсионное соотношение для константы роста

$$(\mu_1 + \mu_2) \sigma - \left[ \frac{gb^2}{12}(\rho_1 - \rho_2) + U(\mu_1 - \mu_2) \right] k - \frac{\gamma b^2 k^3}{12} \quad (1.10)$$

или в безразмерной форме,

$$\sigma = (A + G)k - \frac{(A + 1)k^3}{2Ca'} \quad (1.11)$$

Можно заметить, что критическая скорость, для которой  $\sigma > 0$ , точно дается простым анализом в [8], она справедлива для длинных волн, но для неустойчивых ситуаций включение поверхностного натяжения приводит к увеличению волнового. Для случая, когда гравитация и вязкость приводят к нестабильности, максимальная скорость роста достигается для волнового числа:

$$k_m = \left[ \frac{2(A+G)Ca'}{3(A+1)} \right]^{1/2}. \quad (1.12)$$

Простая физическая интерпретация этих результатов состоит в том, что поверхностное натяжение будет ослаблять короткие волны, тогда как основной механизм благоприятствует им, приводя к конкурирующим эффектам и возникновению предпочтительного режима таким же образом, как и многие другие проблемы устойчивости. Отношение нестабильных масштабов длины к макроскопическому масштабу уменьшается с увеличением  $Ca'$ , что означает, что увеличивается масштаб движения в пределе очень большого капиллярного числа (малого поверхностного натяжения). Таким образом, динамика аппликатуры будет сложной в этом пределе.

Количественная проверка дисперсионного соотношения оказалось трудной (1.10), (1.11), но имеющаяся информация в целом не противоречит ему. Многие из экспериментов относятся к сравнительно простым измерениям видимой длины волны для тех пальцев, которые находятся на ранних стадиях роста, как это показано в работе [13]. Обнаружено, что эти измерения значительно отличаются от тех, которые приведены в уравнении (1.12). В работе [14] повторно проанализирована проблема линейной устойчивости, в которой используя уравнение (1.6), а не (1.8) приходят к улучшенному согласию между теорией и экспериментами [10].

Поле скоростей в радиальном потоке источника определяется как:

$$u = \frac{Q}{r} \quad (1.13)$$

где  $Q$  - сила двумерного источника. Характерные масштабирования несколько изменяются для этого случая, но измененное число капилляров все еще определяет шкалы отсечки. Поскольку скорость и характерная длина изменяются со временем, анализ линейной неустойчивости основан на квазистатическом анализе, который рассматривает скорость  $U$  в радиусе  $r$  как локально постоянную. Результаты в безразмерном виде:

$$\sigma = Am - 1 - Ca'm(m^2 - 1)(A + 1)/2 \quad (1.14)$$

где  $A$  и  $Ca'$  определены выше с использованием мгновенной скорости и радиуса, а  $m$  представляет собой дискретное азимутальное волновое число. Анализ уравнения (1.14) прост только когда  $A = 1$ , и в этом случае все волны с волновыми числами, удовлетворяющими

$$m \leq \frac{1}{2} [1 + (1 + 4Ca')^{1/2}] \quad (1.15)$$

нестабильны, с волновым числом максимальной скорости роста, как и раньше.

Классическое экспериментальное исследование Саффмана и Тейлора было сосредоточено на нелинейном развитии пальцев в пределе  $A=1$ ,  $G=0$ . Они обнаружили, что один палец доминировал над остальным потоком. Причину этого можно понять просто с точки зрения экранирования. Так как пальцы подвижной жидкости имеют тенденцию к росту в направлении градиента давления в более вязкой жидкости, палец, немного опережающий соседей, быстро опережает их и защищает от дальнейшего роста. (Эквивалентный аргумент можно сделать, используя тот факт, что давление в менее подвижной фазе является гармоническим, а поверхность раздела почти изопотенциальной, что приводит к увеличению потока жидкости вблизи кончика любого пальца, который впереди соседних) [1].

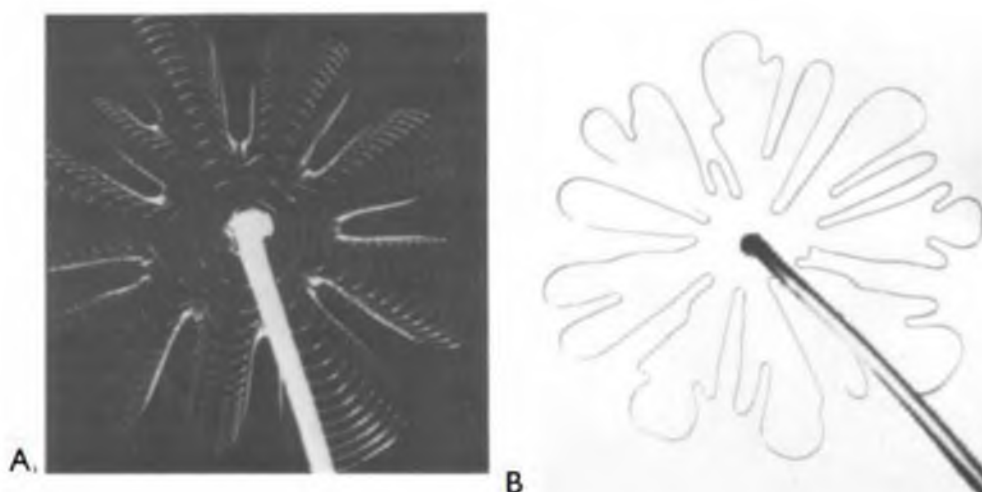


Рис. 1.3. Пальцы в несмешивающемся радиальном потоке источника в ячейке Хеле-Шоу. а) многократное воздействие, демонстрирующее рост на начальном этапе развития; (б) расщепление на более позднем этапе развития [1].

В работе [14] исследуется устойчивость системы с двумя распространяющимися фронтами в ячейке Хеле-Шоу, в котором вязкость возрастает монотонно от собственного значения к вязкости внешней жидкости. Критическим параметром выступают отношение вязкостей жидкостей. Установлено минимальное значение, ниже которого система

устойчива при любой скорости потока. Предложено использовать критерий устойчивости для выбора вязкости вытесняющей жидкости применительно к проблеме нагнетания жидкости в нефтяную скважину.

В работе [15] показано, что периодический массив устойчивых пальцев неустойчив к любой продольной модуляции. Предполагается, что предпочтительным режимом является режим, соответствующий уничтожению ближайших соседних потоков, что приводит к процессу слияния, который, если результирующий палец устойчивый, будет существовать до тех пор, пока не останется только один палец из массива. Механизм этой продольной неустойчивости может быть легко понят с точки зрения эффекта экранирования, рассмотренного выше.

В последние годы активно изучается явление неустойчивости Саффмана-Тейлора применительно к более сложным условиям. Так, в работе [16] изучаются особенности формирования и развития вязких аппликатур в пористой среде размеры пор которой монотонно изменяются вдоль траектории течения. В работе [17] рассматривается влияние шероховатости порового пространства. Изучается процесс в стеклянных микромоделях, представляющих одномерные матрицы пород с идентичной топологией пор, но с различной степенью шероховатости. В работе [18] предложена обобщенная модель, учитывающая наличие фазовых проницаемостей в уравнениях движения. В работе [19] выявлялась критическая скорость, с которой начинают расти вязкие пальцы, в моделях с трещиноватостью.

Численное моделирование с высоким разрешением проводилось в работе [20]. Установлены условия и режимы течения при которых преобладает нелинейное слияние вязких пальцев. В работе [21] исследована неоднородность проницаемости. В этом исследовании рассматриваются три различные модели неоднородности: экспоненциальное уменьшение проницаемости в поперечном направлении, экспоненциальное уменьшение и увеличение в продольном направлении. Активно исследуется образование



вязких аппликатур в условиях, когда жидкости обладают неньютоновскими свойствами [22-27].

Имеют место вопросы относительно стабильности единственного доминирующего пальца. В [7] и [28] предоставили анализы устойчивости устойчивых нелинейных форм, которые показали, что такие формы должны быть нестабильными для бесконечного и конечного  $Ca'$  соответственно. Ряд работ экспериментально показали, что один палец подвержен нестабильному расщеплению кончиков ([29], [30], [31]). Частичная рационализация этого парадокса между наблюдением за стабильными пальцами на одной руке и предсказанием нестабильности на другой была предоставлена в [32] и [33], которые предполагают, что предыдущие анализы стабильности одного пальца были неточными. В [34], используя моделирование случайного блуждания, также наблюдали как устойчивые пальцы, так и расщепление на конце пальца. Однако, некоторые аспекты используемого алгоритма не ясны. Как видимый результат недостаточного пространственного разрешения, наблюдалось расщепление для очень низкого  $Ca'$ , для которого доминирующий палец должен быть линейно устойчивым. Попытка проанализировать природу бифуркации была предпринята в [35]. Анализ, проведенный в этой работе ясно указывает на подкритическую природу нестабильности, но из-за качественной природы модели, в которой рассматриваются возмущения, которые не являются динамически допустимыми, необходима дальнейшая работа, чтобы решить вопрос о природе численных результатов бифуркации.

Работа [30] была одной из первых, где попытались измерить критическое значение  $Ca'$  для начала расщепления, которое, как они сообщают, составляет  $Ca'=600$ , в [31] сообщают о задержке начала расщепления до  $Ca'=2-3 \times 10^3$  за счет снижения уровня шума в эксперименте. На рисунке 1.4 показано сравнение экспериментов в [36] с расчетами из [37] и [34]. Качественное сходство наблюдаемых закономерностей обнадеживает в том смысле, что экспериментальное поведение, по-видимому, содержится в уравнениях Хеле-Шоу.

Механизм, с помощью которого формируются такие узоры, можно понять следующим образом. Когда поверхностное натяжение становится слабым, передняя часть неподвижного пальца подвержена вязкой неустойчивости из-за аппликатуры базовым механизмом, связанным с менее вязкой жидкостью, вытесняющей более вязкую. После расщепления каждая из новых долей пальца стабильна, так как они тоньше, чем палец, от которого они расщепляются. В результате экранирования одна из этих долей в конечном итоге перерастет другую, а из-за поверхностного натяжения распространится и займет соответствующую ширину ячейки. В процессе он достигает ширины, которая снова становится нестабильной для расщепления, и шаблон повторяется. Таким образом, поверхностное натяжение играет тонкую, но существенную двойную роль; оно должно быть достаточно слабым, чтобы передняя часть кончика пальца была неустойчивой, но в тоже время иметь такую силу, чтобы вызывать распространение и последующее повторное ветвление.

Как только существование нестабильности расщепления кончика пальца известно и механизм понят, по крайней мере качественно, более сложные паттерны, показанные на рисунке 1b, и в [38], на рисунке 1.3, могут быть поняты. Первичные и вторичные расщепления можно пронаблюдать в последовательности фотографий, приведенных на рисунке 1.4a [39]. Этот каскад растет в течении времени, приводя к непростым геометрическим формам, которые могут иметь статистические особенности, описываемые фрактальной геометрией.

Наблюдения [38], показанные на рисунке 1.3b, а также аналогичные наблюдения [40] в радиальном потоке источника можно понять аналогичным образом. Для данного  $Ca'$  будет предпочтительное число азимутальных волн из уравнения (1.14), когда будет достигнут критический радиус. После роста предпочтительного режима лепестки рисунка снова растягиваются в поперечном направлении в результате поверхностного натяжения до тех пор,

пока они не превысят локальный предел устойчивости и не испытают другую нестабильную аппликацию на кончике.

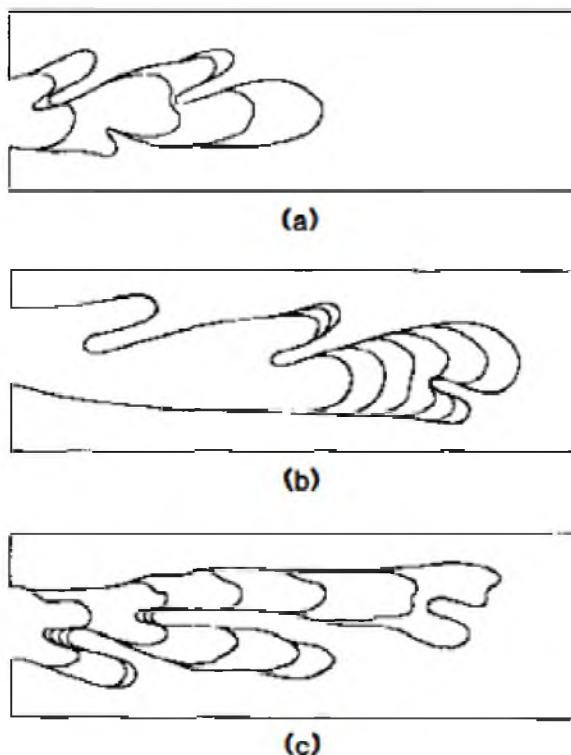


Рис.1.4. Сравнение расщепления кончиков в экспериментах и при моделировании уравнений Хеле-Шоу: (а) трассировки из экспериментов для  $Ca' = 1,3 \times 10^3$ ; (b) моделирование для  $Ca' = 1,3 \times 10^3$ ; (c) моделирование для  $Ca' = 600$  [39].

Было проведено несколько исследований, чтобы охарактеризовать влияние двух других динамических групп,  $G$  и  $A$ , на аппликацию. В [41] пишут о наблюдениях в маленьких ячейках Хеле-Шоу. Используя две жидкости вблизи термодинамической критической точки, они способны достичь малого  $A$  при сохранении условий несмешиваемости. Поскольку подвижности обеих фаз почти одинаковы, сильное экранирование, присутствующее, когда одна фаза по существу контролирует перепад давления, уменьшается или устраняется, в результате чего все пальцы растут равномерно, по крайней мере короткое время, и рисунок не характеризуется появлением одного доминирующего пальца. Неясно, сохраняется ли этот режим в течение длительного времени и значительных смещений, но в малые

промежутки времени явно качественно отличаются от случая  $A=1$ . Кроме того, экспериментальные наблюдения находятся в хорошем качественном согласии с расчетами [42] для малых  $A$ . Без роста доминирующего пальца и его последующей неустойчивости расщепления паттерны пальцев также соответственно различаются.

Хотя влияние гравитационной группы  $G$  внешне похоже на воздействие наложенного потока в том, что разности плотностей накладывают вертикальный градиент давления далеко от границы пальца, динамические эффекты силы тяжести и вязких сил не являются взаимозаменяемыми, за исключением случаев, когда поверхность раздела почти плоская и перпендикулярна движению, как указано в уравнении (1.11) выше.

### 1.2.2 Течения смешивающихся жидкостей в ячейках Хеле-Шоу

Важным следствием несмешиваемости в случае течения Хеле-Шоу является то, что вязкость постоянна в каждой фазе со скачком на границе раздела. Но это не является обязательным условием для смешивающихся жидкостей. В смешивающихся жидкостях однофазный закон Дарси (1.4), (1.5) выполняется во всей области. Однако вязкая аппликатура все еще может быть вызвана изменениями вязкости, которые являются результатом изменений концентрации химического компонента в жидкости. Если обозначить концентрацию за  $c$ , масштабируемую от нуля до единицы, то можно записать следующую систему уравнений:

$$\nabla \mathbf{u} = 0 \quad (1.16)$$

$$\nabla p = -\frac{\mu(c)\mathbf{u}}{K} + \rho \mathbf{g} \quad (1.17)$$

$$\frac{Dc}{Dt} = \nabla(\mathbf{D} * \nabla c) \quad (1.18)$$

$$\mu = \mu(c) \quad (1.19)$$

Не смотря на то, что здесь идет рассмотрение течения Хеле-Шоу, проницаемость записывается как  $K$ , а не как  $b^2/12$ , поскольку здесь теория для однородных пористых сред идентична теории Хеле-Шоу в частном случае изотропной дисперсии. Концентрация берется для выполнения уравнения конвекции-диффузии, возможно, с тензором анизотропной дисперсии, и также должна быть дана связь между концентрацией и вязкостью. Если в качестве параметров масштабирования выбрать макроскопическую длину  $L$ , вязкость  $\mu_1$  и скорость  $U$ , то решение этих уравнений зависит от следующих безразмерных параметров:

$$Pe = UL/D_0$$

Число Пекле,

$$A = (\mu_1 - \mu_2) / (\mu_1 + \mu_2)$$

Контраст вязкости,

$$G = \Delta \rho g K / [(\mu_1 + \mu_2) U]$$

Гравитационная группа,

$$D^*(u)$$

Безразмерная дисперсионная функция,

$$\mu^*(c); M^{-1} < \mu^* < 1$$

Безразмерная функция вязкости, где  $M$  -

отношение вязкости или подвижности  $\mu_1 / \mu_2$

Здесь  $\mu_1$  и  $\mu_2$  - вязкости без растворителя и с максимальной концентрацией растворителя соответственно;  $D_0$  - эталонное значение коэффициента дисперсии, обычно принимаемое как предел диффузии с нулевой скоростью или продольная дисперсия при эталонной скорости; и  $D^*$ ,  $\mu^*$  - безразмерные функции, описывающие поведение материала среды и смеси растворенного вещества/растворителя соответственно.

Обсуждение теории линейной устойчивости для этого случая осложняется тем фактом, что, в отличие от случая смешивающихся смещений, не существует простого устойчивого решения соответствующих уравнений, поскольку дисперсия всегда будет действовать для отображения профиля концентрации и, следовательно, профиль вязкости зависит от времени. Таким образом, мы должны работать с временной зависимостью базовых состояний. Однако на данный момент рассмотрим случай бесконечного числа Пекле

(нулевая дисперсия). Для прямолинейного потока концентрация растворителя не будет зависеть от времени в конвекционной системе координат, и применяются приведенные выше результаты стабильности, специально для случая нулевого поверхностного натяжения. Видно, что:

$$\sigma = (A + G)k \quad (1.20)$$

нефизический результат, который указывает, на зависимость - чем меньше длина волн, тем больше ее нестабильность. Первый анализ влияния дисперсии опубликован в работе [43]. Выраженный в данных переменных, для случая скачка вязкости (то есть профиля основного состояния, соответствующего нулевой осевой дисперсии), но позволяющего как осевой, так и поперечной дисперсии воздействовать на возмущения, результат Чука гласит:

$$\sigma = \frac{1}{2} [Ak - Pe^{-2}k^3 - k(Pe^{-2}k^2 + 2APe^{-1}k)^{1/2}] \quad (1.21)$$

с критическим волновым числом:

$$k_c = PeA/4 \quad (1.22)$$

в то время как скорость роста максимальна при

$$k_m = Pe(2 * \sqrt{5} - 4)A/(4) \approx 0.12PeA \quad (1.23)$$

Влияние гравитации на эти результаты может быть просто включено через параметр G, как описано выше. Как и в случае несмешивающихся смещений, существует физический параметр, который приводит к шкале длины отсечки, в данном случае это число Пекле. Соответственно, при большом числе Пекле ожидается сложное поведения. Таким образом, мы

видим, что поперечная дисперсия отвечает за управление масштабами длины пальцев, даже если осевая дисперсия еще не искажила профиль концентрации.

Было много последующих попыток проанализировать характеристики устойчивости смешиваемых смещений, в том числе дисперсионное расширение зоны изменения вязкости. В [44] проводили аппроксимацию профилей прямыми отрезками и использовали квазистатическое приближение, пренебрегая временной зависимостью базового состояния относительно роста возмущений. В [45] проводилась работа с аппликатурой, обусловленной изменениями плотности и вязкости, и использовали диффузионную зону постоянной толщины для описания профиля подвижности. Он предполагал устойчивое базовое состояние (которое не допускается уравнениями), специальные граничные условия и конкуренцию между вязкостью и плотностью. Обе эти работы дают дисперсионные соотношения с числами отсечки, но сомнительные предположения делают их общую достоверность сомнительной. В [46] предприняли одну из немногих попыток восстановления стабильности зависящего от времени базового состояния. В ней рассматривали аппликатуру, управляемую плавучестью, и выражали количество возмущений как расширение Эрмита. Анализируя однократное усечение, был сделан вывод, что дисперсионное соотношение имеет общие характеристики уравнения (1.21), приведенного выше, но что длина отсечки с течением времени смещается к большим значениям, соответствующим дисперсионному расширению профиля, и что в конечном итоге все возмущения должны затухать, если дисперсии действует бесконечное время. В [47] обсуждается эта проблема в пределе  $G=0$ ,  $\mu^*(c)=\exp(-c \ln M)$  для аппликатуры в прямолинейном потоке в неограниченных областях. Они рассматривают как изотропные, так и высокоанизотропные среды и решают проблему стабильности зависящих от времени профилей подвижности, используя как квазистатическое предположение, так и численное решение начальной задачи для роста пальцев малой амплитуды. Они находят, что для изотропного случая анализ Чуке

является по существу правильным в прогнозировании величин скоростей роста и чисел предпочтительных волн, но что с течением времени дисперсия действует, чтобы сдвинуть шкалы к большей длине волны и несколько стабилизировать весь поток. На рисунке 1.5 показаны типичные результаты для квазистатических темпов роста для аппликатуры в бесконечных областях, которые указывают на эти общие тенденции. В [47] также используют метод Чука, чтобы определить, как анизотропные дисперсионные характеристики влияют на характеристики линейной устойчивости. Не удивительно, что небольшая поперечная дисперсия приведет к смещению в меньшие масштабы длины. В [48] проанализировали устойчивость прямолинейных перемещений для случая, когда существует зона изменения подвижности конечной толщины, но с нулевой дисперсией. Это соответствует ситуации, в которой растворитель вводится в различных количествах с течением времени, что приводит к пространственно изменяющемуся профилю подвижности. В этом случае конечная толщина зоны стратификации вязкости обеспечивает масштаб отсечки, аналогичный «регуляризации» других некорректных задач.

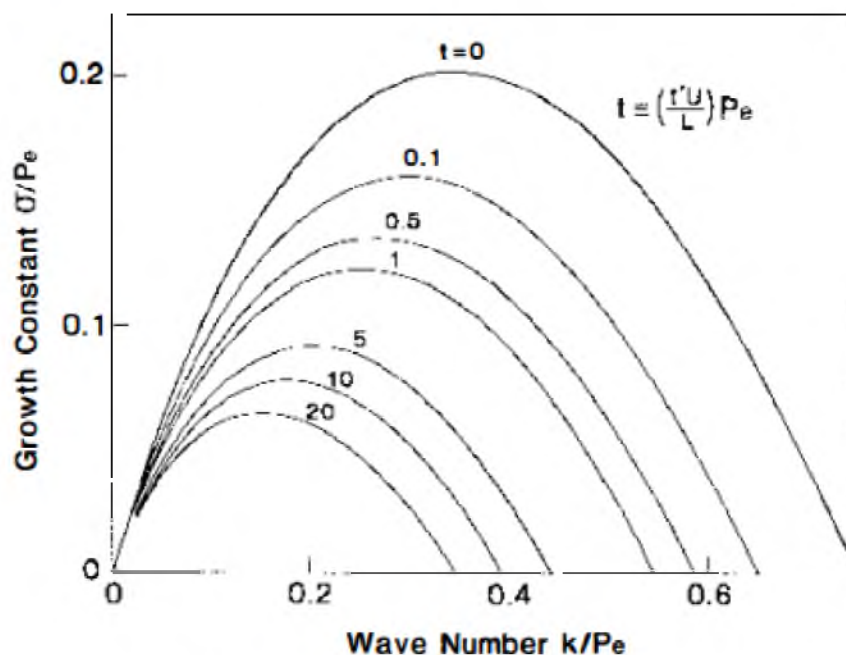


Рис. 1.5 Результаты линейной устойчивости для аппликатуры при смешивающихся смещениях с изотропной дисперсией  $M = 20$  [48].



Любопытно, что нет экспериментальных исследований аппликатуры в прямолинейных потоках в ячейках Хеле-Шоу, с которыми можно количественно сравнить теорию, хотя было проведено большое количество экспериментов, охарактеризованных экспериментами [49], в которых зафиксированы результаты инженерного значения, такие как история времени производства растворенного вещества. Эксперименты в пористых средах, которые тесно связаны, обсуждаются ниже. В [50] проводились наблюдения таких неустойчивостей для  $A \ll 1$ ,  $G \neq 0$  в ячейках Хеле-Шоу и обсуждалась развитие нелинейных пальцев. Некоторые из этих фотографий воспроизведены на рисунке 1.6. Здесь дисперсия играет двойную и тонкую роль, аналогичную поверхностному натяжению в несмешивающемся случае. Поперечная дисперсия задает начальную шкалу длины аппликатуры, но это также приводит к боковому распространению пальцев в нелинейном режиме. По мере растекания кончики пальцев могут становиться нестабильными, поскольку их характерная ширина превышает предельную шкалу. Таким образом, расщепление пальцев может происходить как в смешиваемых, так и в несмешивающихся потоках, и это является основным механизмом образования узора. Сходство заключается в том, что физические явления - соответственно дисперсия и поверхностное натяжение - ответственны как за определение допустимых масштабов расщепления, так и за распространение кончика. Важное отличие, по крайней мере, в отношении этих экспериментов, заключается в том, что существенного экранирования не происходит, как это происходит при  $A=1$ . На рисунке 7а число Пекле, по-видимому, ниже критического значения и расщепление кончика не происходит, тогда как на рисунке 7b показано расщепление острия, которое происходит при более высоком числе Пекле. В [42] моделирование проводилось в пределах малых  $A$  и больших  $Ca'$ , которые имеют поверхностное сходство с аппликатурой Вудинга. Однако, как они обсуждают, это моделирование не может описать распространение и непрерывное изменение в масштабах длины, вызванное дисперсией. Попытка первопродца такого моделирования, выполненная в

[51], потерпела неудачу из-за преобладания числовых ошибок и привела к неправильному представлению в нефтяной инженерной литературе, что неоднородности проницаемости имеют важное значение для возникновения неустойчивости.

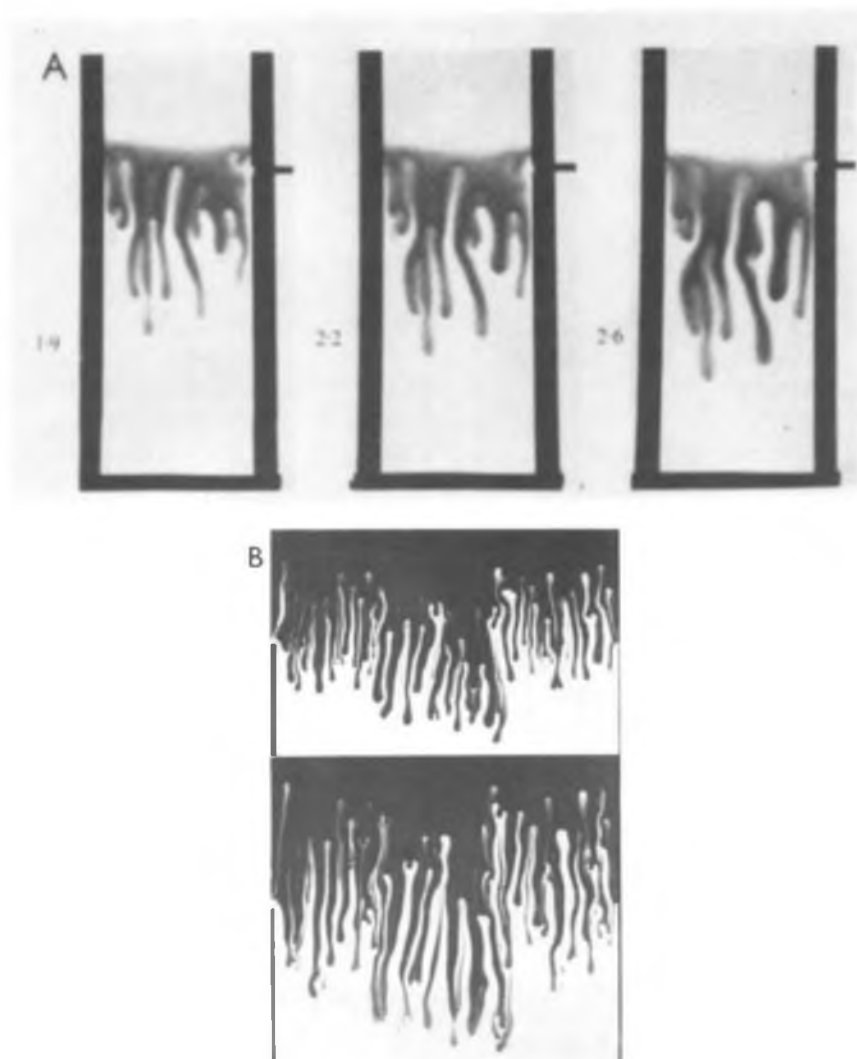


Рис. 1.6. Аппликатура в смешивающихся смещениях под действием силы тяжести, показывающая (а) нелинейную аппликатуру с поперечным растяжением при умеренном числе Пекле и (б) расщепление кончика при высоком числе Пекле [42]. Различные изображения представляют временную последовательность.

Характеристики линейной устойчивости радиального потока источника в отсутствие дисперсии могут быть получены непосредственно из анализа [12] и обобщены в [52]. Неудивительно, что мы снова получаем дисперсионное

соотношение, в котором отсутствует азимутальное волновое число отсечки, т.е. из уравнения (1.14) получаем:

$$\sigma = Am - 1 \quad (1.24)$$

Патерсон предположил, что в пальцы будут появляться в ячейках Хеле-Шоу во всех масштабах до масштаба, сопоставимого с шириной зазора. Если это так, то в экспериментах происходит отсечение из-за явлений, не включенных в двумерные уравнения Хеле-Шоу, приводящее к приведенному выше уравнению (1.24). Он приводит эвристический аргумент, основанный на рассеянии энергии в зазоре, с помощью которого можно рассчитать этот предел, который масштабируется с шириной зазора  $b$ . На рисунке 1.7 показан ряд фотографий из его статьи, на которых изображены аппликатуры при смешивающемся вытеснении глицерина водой. Процесс распространения ареала с последующим расщеплением кончика является знакомым и напоминает процесс, происходящий в несмешивающемся радиальном потоке источника. Маленькие отметки на фотографиях указывают длину волны отсечки, оцененную эвристическим аргументом, и видно, что оценка качественно верна. В настоящее время не существует теории стабильности потока радиального источника, которая включает дисперсию, с помощью которой можно было бы различить отсечение по дисперсии и отсечение по трехмерным эффектам в этих экспериментах, но кажется очевидным, что последние преобладают, по крайней мере, в этом диапазоне чисел Пекле.

Вернемся к рисунку 1а, где показаны аппликатуры, наблюдаемые в чрезвычайно тонких щелях Хеле-Шоу. Изучение временной последовательности таких паттернов показывает, что пальцы растут, растягиваются поперечной дисперсией и расщепляются на кончиках, так же, как описано [50] для аппликатуры на основе плавучести. В этом случае аппликатура не происходит вплоть до масштаба ширины зазора, причем в этих экспериментах эта длина чрезвычайно мала (0,01 см). К сожалению, слишком

мало экспериментов, которые конкретно изучают влияние числа Пекле, доступны, и во многих случаях недостаточно данных, чтобы можно было рассчитать числа Пекле для условий данного эксперимента. Это интересная ситуация, учитывая ключевую роль, которую играет дисперсия в аппликатурах в смешивающихся системах, и есть надежда, что в ближайшем будущем могут быть представлены тщательные эксперименты при высоких числах Пекле. Таким образом видно, что явления экранирования, распространения и расщепления важны для определения динамики аппликатуры при смешивающихся смещениях, что параметр, аналогичный модифицированному капиллярному числу, является числом Пекле, и что происходит интересное и сложное поведение при высоком числе Пекле.

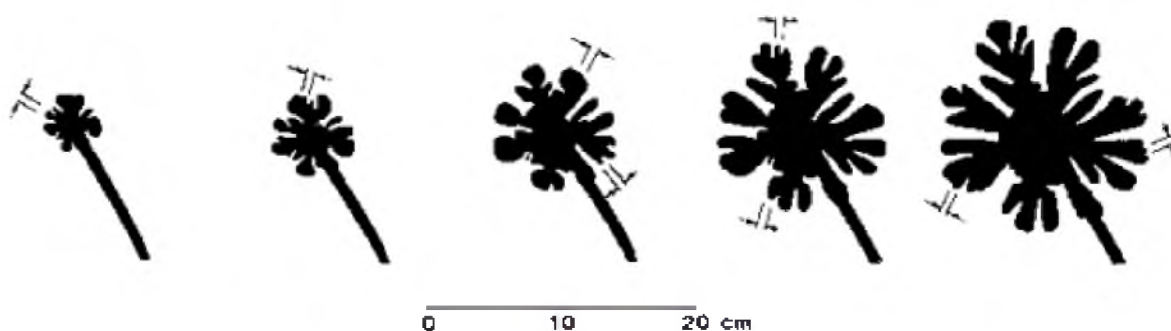


Рис. 1.7. Аппликатура в смешивающемся радиальном потоке источника Хеле-Шоу.

Галочки обозначают масштаб ширины зазора [52].

В заключении обсудим работы [29] и [57]. Они провели эксперименты как с прямолинейным потоком, так и с радиальным потоком воды из источника в ячейку Хеле-Шоу, изначально содержащую неньютоновскую вязкоупругую жидкость. Наблюдаемые схемы аппликатуры качественно отличаются от наблюдаемых с обычными жидкостями - сравните рисунок 1с с рисунками 1b и 1.7. В этих экспериментах аппликатура развивается за счет локализованного расщепления кончика. авторы этих работ представляют данные, свидетельствующие о том, что геометрия аппликатур имеет фрактальную структуру, и измеренная фрактальная размерность близка, но не равна той, которая получена при моделировании диффузии с ограниченной

агрегацией. Визуальное сравнение с такими кластерами показывает меньшую степень бокового разветвления в экспериментах. Они утверждают, что такой выбор пар жидкости необходим для получения таких структур, поскольку ньютоновские жидкости не имеют достаточно высокого контраста вязкости. Такое сравнение не выдерживает тщательного изучения, поскольку отношение вязкости входит в задачу как параметр  $A$ , а не как абсолютное отношение, и для больших отношений вязкости доминирующие масштабы длины становятся заметно независимыми от этого отношения. Таким образом, системы с любым разумным контрастом вязкости, используемые Патерсоном и Клариджем, имеют  $A=1$ , но не имеют таких разветвленных структур. Вполне вероятно, что эти результаты, хотя и захватывающие, связаны с вязкоупругой природой вытесненной жидкости, используемой в их экспериментах.

### **1.3 Течение жидкостей в пористых средах**

Существует различие между вязкими пальцами в модельных системах, таких как ячейки Хеле-Шоу, и «настоящими» пористыми материалами, поскольку некоторые из явлений явно отличаются, а некоторые из используемых математических моделей основаны на менее фундаментальном уровне. Многие из отмеченных выше механизмов все еще сохраняются, однако во многих случаях возникает необходимость распознавать дисперсную природу среды. В этом разделе мы рассмотрим существующие представления аппликатуры в реальных средах. Описание аппликатуры, в свою очередь, будет сильно зависеть от шкал длин, на которых будет производиться просмотр потока. Таким образом, мы с самого начала сталкиваемся с фундаментальной проблемой уровня детализации механики жидкости в пористых средах, которая является желательной или даже возможной.

Нестационарность течения жидкостей в пористой среде может быть осуществлена за счет воздействия на нее упругими колебаниями. Изучение такого волнового воздействия на продуктивные пласты с целью интенсификации добычи началось с середины прошлого столетия. В работе

[54] представлен достаточно полный обзор результатов исследования волновых эффектов при добыче нефти как в промысловых, так и лабораторных условиях. Основным выводом, к которому приходят авторы обзора, является то, что для широкомасштабного промышленного внедрения волнового воздействия необходимо глубокое исследование всего спектра проблем, связанных с реализацией этого метода. К ним в первую очередь относят проблему изучения волновых явлений в насыщенной пористой среде [55]. Проблема устойчивости вытеснения нефти в пористой среде менее вязкой водой является одной из них. Авторами настоящей работы ранее были выполнены различные исследования [56-58], посвященные широкому кругу вопросов волнового воздействия: от разработки излучателей колебаний для воздействия на пласт до промысловых испытаний. Результаты этих исследований свидетельствуют об увеличении темпа добычи нефти, снижении обводненности извлекаемой продукции и уменьшении удельных энергетических затрат [59]. Одним из механизмов снижения обводненности добываемой нефти, помимо уменьшения в волновом поле вязкости нефти, может быть влияние волнового воздействия на неустойчивость Саффмана-Тейлора.

### **1.3.1 Течение несмешивающихся жидкостей в пористых средах**

Вопрос о вязкой аппликатуре в течении несмешивающихся жидкостей, возможно, является одним из наиболее сложных, связанных с течением жидкости в пористой среде. Это происходит из-за большого разнообразия происходящих явлений, которые включают в себя множество явлений в масштабе пор, включая детали поведения смачивания и смачивающих пленок, движение контактных линий и динамические углы контакта, статическую стабильность капиллярных мостиков, динамическую динамику, нестабильность сгустков несмешивающейся, смачивающей жидкости, распространение этих сгустков, фазовые переходы во время потока, тепломассоперенос через границы раздела и многие другие [1].

Главной проблема заключатся в том, что «настоящие» носители непрозрачны, и в результате доступно очень мало визуализаций, чего недостаточно для понимания детальной зависимости вязкой аппликатуры от параметров процесса. По этому вопросу были проведены наблюдения [60]. Некоторые из этих визуализаций, выполненные при работе со смещенными жидкостями с тем же показателем преломления, что и среда, уже воспроизведены в статье [3]. Эта временная последовательность показывает, что процессы экранирования, распространения и расщепления присутствуют в реальных пористых материалах. На рисунке 11 показаны аналогичные наблюдения аппликатуры из [9], которые показывают изменение масштабов длины аппликатуры с увеличением скорости и контраста вязкости, то есть с увеличением числа капилляров. Аппликатура, по-видимому, имеет место во многих масштабах, включая макроскопическую, и, таким образом, можно присваивать характерную макроскопическую шкалу длины (если не длину волны) тому, что видно. Из этих и других визуализаций очевидно, что масштаб аппликатуры изменяется, уменьшаясь при увеличении скорости или вязкости вытесненной жидкости. Из этих наблюдений можно наблюдать следующее:

1 Свойства смачивания важны: существует качественная разница в аппликатуре, когда проникающая жидкость смачивает или не смачивает среду. В первом случае аппликатура характеризуется некоторой макроскопической континуальной шкалой, тогда как во втором аппликатура с большей вероятностью ограничивается шкалой пор, при этом экранирование доминирует над распространением, как и следовало ожидать.

2. Характерные макроскопические масштабы, если они присутствуют, уменьшаются с увеличением капиллярного числа  $Ca = \mu_1 U / \gamma$ .

3. Когда вторгающаяся жидкость не смачивается, образец является зондом топологии микроструктуры и характерен для перколяционного поведения, с основой, которая может иметь фрактальный характер.

4. В зоне за фронтом смещения одновременно протекают обе фазы, предполагая, что такой фронт может быть идентифицирован.

Приведенные выше наблюдения являются упрощением сложного поведения, но они помогут в осуществлении нашей идеи. Первая попытка дать теоретический анализ наступления аппликатуры была сделана [9]. Они предполагали, что имело место полное вытеснение одной жидкости другой, и игнорировали зону частичного насыщения или объемную концентрацию вытесняющей жидкости за фронтом. Это сводит уравнения в каждой фазе к однофазным уравнениям Дарси (1.4), (1.5). Чтобы избежать ошибок, которые, происходят, Чуке предпринял смелый шаг, применив условие скачка (1.8), (1.9) на фронте, но с постоянной  $\gamma^*$ , отличной от молекулярного поверхностного натяжение. Отнюдь не ясно, как поверхностное натяжение, действующее так, как оно должно действовать на пальцы на уровне пор, может обеспечить восстанавливающую силу, пропорциональную макроскопической кривизне, как следует из уравнения (1.8). Однако установлено, что оценки характерной макроскопической длины из наблюдений, таких как показанные на рисунке 11, хорошо сравниваются с оценками, приведенными уравнением (1.12), если эмпирическое «эффективное поверхностное натяжение»  $\gamma^*$ , которое, как оказывается, зависит от условия смачивания, соответствует одному значению капиллярного числа. Это по существу эквивалентно утверждению о том, что масштаб длины вне шкалы имеет измененное капиллярное число  $Ca' = \mu_1 UL^2 / \gamma^* K$ , где

Альтернативные теоретические описания аппликатуры моделируют тот факт, что изменения насыщенности за фронтом могут снизить подвижность обеих фаз и что из-за этих градиентов насыщения будет наблюдаться тенденция, в зависимости от условий смачивания, для одной жидкости вытеснить другую под действием капиллярного впитывания. Это приводит к процессу распространения, который появляется в уравнениях 1.27 (ниже), как диффузионный эффект.

$$k \sim O(Ca'^{1/2}) \tag{1.25}$$



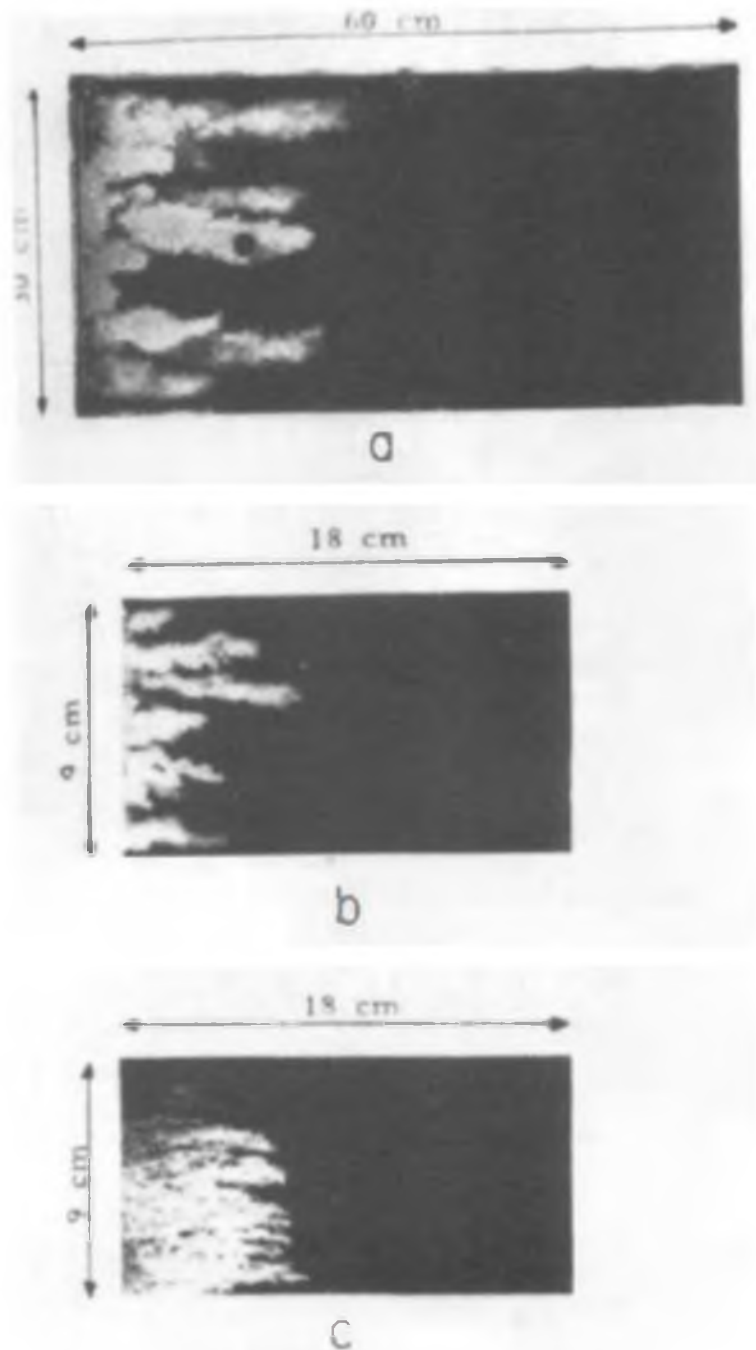


Рис. 1.8. Пальцы в несмешивающемся смещении в пористых средах: (a)  $Ca = 2 \times 10^{-5}$ ; (b)  $Ca = 1,2 \times 10^{-4}$ ; (c)  $Ca = 3 \times 10^{-3}$  [9].

Хотя ясно, что континуальное описание таких событий в масштабе пор одновременного протекания обеих фаз и капиллярного вторжения недостаточно изучено, система уравнений, которая, как считается, описывает эти события, включает в себя модификации закона Дарси следующим образом:

$$\nabla p_i = -\lambda_i^{-1} \mathbf{u} \quad i = 1, 2 \quad (1.26)$$

где

$$\lambda_i = K_i(c) / \mu_i \quad (1.27)$$

подвижность фазы 1, а величина  $K_i$ ; - проницаемость фазы 1, зависящая от локальной концентрации или насыщенности фаз,  $c$ . Без ограничения общности мы берем  $c$  за относительную насыщенность фазы вторжения. Это характерно для фактора  $K_i$ ; как внутренняя проницаемость, умноженная на относительную проницаемость. Разница между давлениями в фазах, которая моделирует проникновение фазы смачивания, также зависит от насыщения и принимается за масштаб  $c$  характерным масштабом пор и молекулярным поверхностным натяжением, т.е.

$$p_1 - p_2 = \gamma P_c(c) / K^{1/2} \quad (1.28)$$

которое является определяющим уравнением для  $P_c$ , безразмерного капиллярного давления. Эти уравнения должны быть дополнены уравнениями неразрывности для отдельных фаз. При подходящих манипуляциях задача сводится к уравнению эволюции для насыщенности  $c$  общего вида:

$$\frac{\partial c}{\partial t} + \nabla \cdot \left( \frac{u_0}{1 + M^{-1}} \right) = C a^{*-1} \nabla [G(c)] \nabla c \quad (1.29)$$

$c$

$$M(c) = \lambda_2(c) / \lambda_1(c) \quad (1.30)$$

а также

$$G(c) = - \left( \frac{dP_c}{dc} \right) \left( \frac{1}{1 + M^{-1}} \right) \quad (1.31)$$

Здесь  $u_0$  - объемная средняя скорость смеси, а модифицированное капиллярное число  $Ca^*$  определяется как

$$Ca^* \equiv \mu_l \frac{UL}{\gamma K^{1/2}} \quad (1.32)$$

которое отличается от того, что проявляется в теории Хеле-Шоу, фактором, включающим отношение макроскопических и микроскопических масштабов длины. Как уже отмечалось, в этих уравнениях заложена некоторая физическая интуиция, и они обычно используются в нефтегазовой литературе, но они не могут быть строго обоснованы и никогда не были получены из описания на уровне пор, даже для простых геометрий.

Решения этих уравнений будут зависеть от модифицированного капиллярного числа, функции подвижности  $M(c)$  и функции капиллярного давления  $P_c(c)$ . Позже будет важно отметить, что модели из теории и данных перколяции предполагают, что  $M(c)$  обращается в ноль при конечном значении  $c$ , связанном с порогом перколяции. Анализ этих уравнений в пределе  $Ca^* = \infty$  идет под общим обозначением теории Бакли-Левретта. Поскольку уравнение (1.29) с  $Ca^* = \infty$  является нелинейной гиперболической системой, неудивительно, что в решениях возникают скачки за конечное время с волной разрежения, которая рассеивается с течением времени. Для конкретных вариантов выбора функции  $M(c)$  простые одномерные решения хорошо известны. Для больших, но конечных  $Ca^*$  проблема является сингулярно возмущенной, и в [61] проанализировали непрерывную структуру передней области с использованием согласованных разложений. область имеет толщину  $O(Ca^{*-1})$ , в отличие от более вероятного  $O(Ca^{*-1/2})$  для задач нелинейной диффузии.

Существует несколько концептуальных, а также практических трудностей при проведении такого анализа. Первая состоит в том, что профили по своей природе зависят от времени, как и в случае смешивающихся смещений, и, таким образом, необходимо обсудить устойчивость потоков,

зависящих от времени. В некоторых случаях это можно обойти, применяя граничные условия притока, соответствующие инъекции обеих фаз при насыщениях, которые позволяют получить устойчивые решения уравнений Бакли-Левверетта. Уже тогда прогнозы оправдываются; функции  $M(c)$  и  $P_c(c)$  специфичны для выбора материальных функций, поэтому известны только некоторые особенности общего характера. Первое состоит в том, что, в отличие от теории Хеле-Шоу-Чука, неверно выводить стабильность или нестабильность из оценки отношения вязкости жидкостей; скорее, именно контраст подвижности спереди, а также профиль насыщенности за фронтом определяют стабильность. В этом смысле характеристики стабильности имеют много общего с процессами градиентной мобильности, которые были проанализированы в [62] для несмешивающихся процессов и в [48] для смешивающихся смещений при бесконечном числе Пекле. Таким образом, в зависимости от функции подвижности смещение, которое имеет неблагоприятное отношение вязкости, все еще может быть линейно устойчивым даже при бесконечном  $Ca^*$ . В [63] проанализировали линейную устойчивость, используя квазистатическое приближение для профилей насыщения и прямолинейное приближение к профилям подвижности, в духе [44]. Они обнаружили, что без капиллярного давления не существует шкалы отсечки, которая является привычным свойством острых фронтов с скачками подвижности, но без диссипативного механизма. При капиллярном давлении они находят волновое число отсечки

$$k_c \sim O(Ca^*), \quad (1.33)$$

в противоположность тому, что дано теорией Хеле-Шоу-Чука (1.25). В [64] проанализировали более общие пространственно изменяющиеся профили. Они находят определенные профили, которые являются нейтрально стабильными даже при отсутствии капиллярного давления. Они также решают проблему собственных значений численными средствами, процесс, который

становится трудным при высоком  $Ca^*$ , способом, подобным плохому условию, которое имеет место в теории Хеле-Шоу при высоком  $Ca'$ , при смешивающихся смещениях при высоком числе Пекле, и в Теория Орра-Зоммерфельда при больших числах Рейнольдса. Они обнаружили, что критическое отношение вязкости, ниже которого смещение стабилизируется градиентным профилем подвижности, можно просто оценить по насыщениям на входе и скачку подвижности из теории Бакли-Левретта. В [65] предоставили длинноволновые разложения задачи на собственные значения, которые, по их мнению, охватывают большинство качественных особенностей численных расчетов. В [66], [67] проанализировали класс устойчивых решений уравнений Бакли-Левретта способом, аналогичным [63] и [65], включая длинноволновые разложения и численные решения, связанные с переменным коэффициентом собственных значений и нашли аналогичные результаты стабилизации из-за пространственно изменяющихся профилей подвижности и стабильности при коэффициентах вязкости, превышающих единицу. Они также комментируют различия в прогнозируемых масштабах, приведенных в уравнениях (1.25) и (1.33). Расчеты линейной устойчивости, выполненные до настоящего времени, должны рассматриваться как обеспечивающие только предварительное понимание свойств решения системы уравнений модели, которая должна быть дополнительно проверена и подтверждена путем сравнения с более обширными экспериментами.

Как можно видеть, существует формальное сходство между несмешивающимися смещениями, описанными выше уравнениями дробного потока (22), и смешивающимися смещениями, описываемыми уравнениями (12). Различия проявляются в поведении материала функции  $M(c)$  или  $\mu^*(c)$ , в том факте, что  $M(c)$  имеет ноль, и в том факте, что дисперсионный член в каждом уравнении неразрывности имеет разные функциональности, будучи изотропным и зависимым от насыщения с одной стороны, и анизотропным и зависящим от скорости с другой. Тем не менее, вероятно, что эти различия становятся лишь различием в пределах  $Pe \rightarrow \infty$  и  $Ca^* \rightarrow \infty$  соответственно.

Существует достаточное количество экспериментальных данных для адекватной проверки любого из этих прогнозов. Оба подхода обеспечивают масштабирование, приведенное в уравнениях (1.25) и (1.33), которые отражают качественные тренды, показанные, например, на рисунке 11 уменьшенных масштабов пальцев с увеличением скорости и вязкости вытесненной жидкости, но тщательные эксперименты, которые изменяют все параметры в широких диапазонах и которые отличают различия между уравнениями (1.25) и (1.33), еще не описывались.

### **1.3.2 Смешиваемые перемещения в пористых средах**

Начнем с принятия континуального описания смешиваемых смещений, в которых мы усредняем по шкалам, сопоставимым со шкалами пор или зерен среды, в данном случае будут справедливы однофазные уравнения Дарси с переменной вязкостью (1.16) – (1.19). Кроме того, мы признаем, что эффективный тензор дисперсии среды возникает в результате смешивания и механического диспергирования в масштабе пор. Таким образом, мы фактически выполнили любое усреднение, необходимое для получения описания континуума, что, безусловно, будет справедливо при описании любой неустойчивости, которая является гладкой в масштабе длины континуума. Теоретические исследования аппликатуры в смешивающихся системах, рассмотренные выше, в равной степени относятся к ячейкам Хеле-Шоу и пористым средам, если тензор дисперсии оценивается надлежащим образом. Динамические безразмерные группы - это группы, где число Пекле является основным фактором, определяющим масштаб аппликатуры. Таким образом, мы ожидаем найти близкое сходство результатов Хеле-Шоу и результатов пористых сред в пределе изотропной дисперсии.

Как мы видели, как поперечная, так и продольная дисперсия приводят к предпочтительным длинам волн для аппликатуры, и что при строгом отсутствии дисперсии аппликатура будет иметь место во всех масштабах, причем темпы роста увеличиваются с уменьшением масштаба. В конечном

итоге будут достигнуты масштабы, для которых гипотеза континуума больше не справедлива, и тогда уместно описание уровня пор. Таким образом, природа, предлагаемая при очень высоком числе Пекле, может быть более удобно описана в терминах, не связанных с континуумом. Как отмечалось выше, существует очень мало континуальных анализов, доступных либо по характеристикам линейной устойчивости, либо по нелинейным смешивающимся аппликатурам. Те, которые существуют, указывают на то, что, поскольку дисперсия действует для расширения профиля подвижности, происходит смещение к пальцам с большей длиной волны. До настоящего времени ни один анализ не смог описать расщепление кончика пальца в нелинейном режиме.

Было проведено много экспериментальных исследований аппликатуры в пористых материалах, большинство из которых появилось в нефтегазовой литературе. В этих исследованиях, как правило, особое внимание уделялось обеспечению однородности сред путем их конструирования из песка или других неуплотненных материалов. Поскольку пористые материалы обычно непрозрачны, в толстых средах очень мало визуализаций пальцев. В качестве иллюстративного примера на рисунке 1.8 представлены две рентгенограммы. Вязкие пальцы, характерная длина которых во много раз превышает характерный размер пор, отчетливо видны. Можно заметить сходство этих паттернов и паттернов [50] в ячейках Хеле-Шоу, показанных на рисунке 7а. К сожалению, в этих экспериментах недостаточно информации с разрешением по времени, чтобы определить способ роста пальца, т. е. происходит он путем расщепления кончика или просто путем расширения вследствие поперечной дисперсии. Поскольку поперечное число Пекле сравнительно мало, последнее представляется более вероятным. В [47] сравнили видимые длины волн в визуализациях, подобных а, с расчетами линейной устойчивости, показанными на рис. 1.5, с разумным согласием между теорией и экспериментом.

Хотя рентгеновские визуализации, по-видимому, не показали расщепления кончика пальца, существуют и другие эксперименты, в частности, знаменитые пятиточечные эксперименты [49], проведенные в относительно тонких средах и показанные на рисунке 10а. Хотя число Пекле для этих экспериментов неизвестно, и временные последовательности не показаны, очевидно, что значительный рост рисунка произошел на кончиках пальцев вследствие экранирования, и что также произошло повторное расщепление кончика пальца, что привело к показанному характерному рисунку. Обратите внимание на сходство с экспериментами Хеле-Шоу с (рис. 1а), также проведенными при высоких числах Пекле. Интересно также отметить, что фракционное извлечение вытесненной жидкости в зависимости от коэффициента подвижности  $M$  практически одинаково в экспериментах [68] в пористых средах и экспериментах Хеле-Шоу в [69], что указывает на сходство механики в двух случаях. Существует много эмпирических корреляций дробного восстановления, которые указывают, что эта величина относительно нечувствительна к числу Пекле для достаточно большого  $Pe$ , что подразумевает, что крупномасштабные геометрические свойства рисунка становятся независимыми от  $Pe$  при  $Pe \rightarrow \infty$ . Это концепция знакома исследователям, которые изучают крупномасштабные особенности турбулентных течений при больших числах Рейнольдса.

Несмотря на геометрическую сложность рисунков 1а и 10а, в обоих случаях доминирующие масштабы длины намного больше, чем любые микроскопические масштабы пор. Но это не выполняется, когда кто-то изучает аппликатуру при постоянно увеличивающихся числах Пекле в постоянно уменьшающихся масштабах.

Сложный и интересный вопрос относится к структуре нелинейных аппликатур в пределе, в котором явления, приводящие к шкале отсечки, полностью отсутствуют, т.е. в случае нулевой дисперсии или молекулярной диффузии в приведенных выше примерах. Из-за свойств теории линейной устойчивости в этом пределе начальная задача некорректна, но мы можем



искать решения, которые имеют разрывы или другие особенности. Пренебрежение дисперсией сохраняет резкие скачки в профилях вязкости на все времена, в результате чего давление подчиняется уравнению Лапласа с заданными граничными условиями на движущейся границе. В результате в решении могут возникать различные типы особенностей, и по этому вопросу очень мало работы.



Рис. 1.8 Пальцы в смешивающемся смещении в непрозрачных средах в два разных момента времени, что видно по поглощению рентгеновских лучей [1].

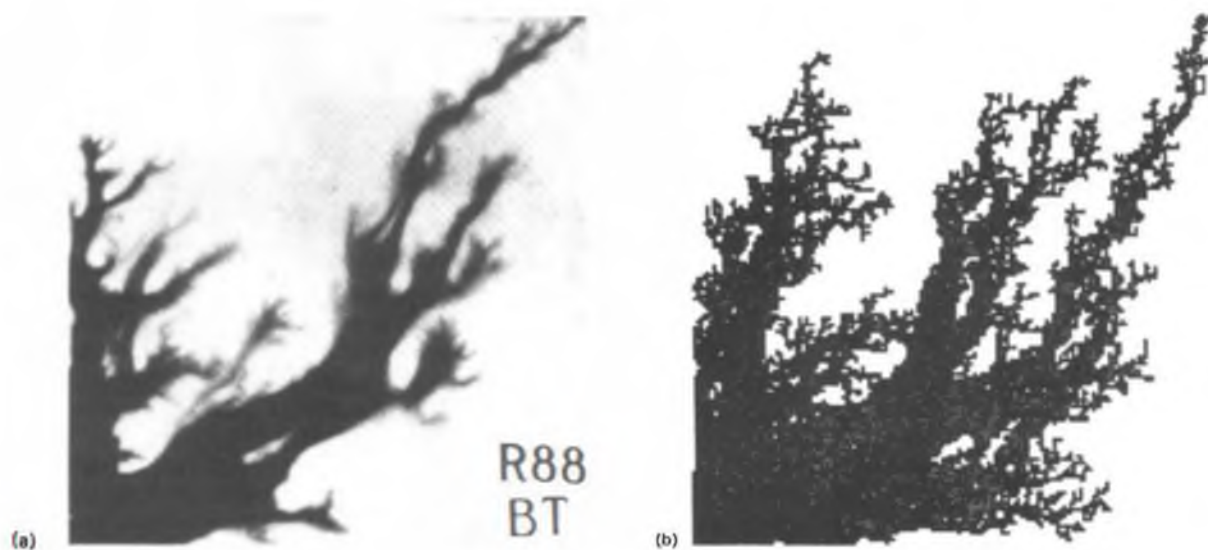


Рис. 1.9. Аппликатура в пяти точках: (а) двумерные эксперименты пористых сред [2]; (б) решетчатое моделирование [1].

## ГЛАВА 2. ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

### 2.1 Создание 3D модели ячеек в программе SolidWorks

Создание 3D модели ячейки включает в себя следующие шаги:

1. Создание нового документа
2. В появившемся окне будут предложены на выбор создание 2D и 3D моделей, причем 3D деталь можно выбрать сборную или одну часть. Для построения ячейки достаточно выбрать одну деталь.
3. Откроется рабочая область, в которой необходимо выбрать плоскость, к которой будет создаваться эскиз детали.
4. Построение эскиза. Так как ячейка имеет прямоугольный вид, для построения трех сторон треугольника достаточно выбрать прямую и указать размеры каждой из сторон (в данном случае прямоугольник с размерами 400x176). А вход, на который будет подаваться возмущение будет задаваться уравнением:  $x = A \cos \frac{2\pi T}{L} y$ , которое нужно ввести в левой части рабочей области. Эскиз создан.
5. Утверждаем эскиз.
6. Выбираем инструмент “вытянутая бобышка” и в окне левой части рабочей задаем ширину вытягивания (в данном случае  $-d = 0,81$  мм).
7. Выделение каждого типа границы определенным цветом (в данном случае вход - красный, выход – синий, остальные грани – серым). Это понадобится при моделировании процесса на стадии задачи граничных условий.
8. Сохраняем эскиз с таким расширением файла, чтобы его можно было открыть в программе FlowVision (в данном случае -.wrl)

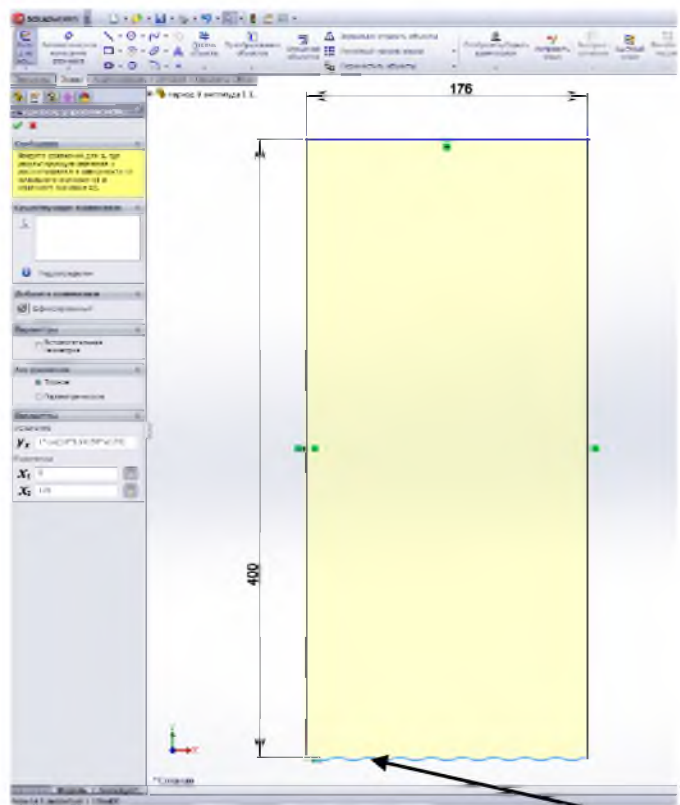


Рис.2.1 Пример создания ячейки в программе SolidWorks. (1) – входное возмущение

## 2.2 Численное моделирование процесса вытеснения

Численное моделирование вытеснения жидкости производится в программе FlowVision. Для начала процесса моделирования нужно задать область расчета, т.к ячейка уже создана в другой программе, нужно только открыть созданную ячейку, после чего она появится в рабочей области.

Далее нужно задать математическую модель жидкости. Из предложенных вариантов выбираем модель – ламинарная жидкость и из предложенных уравнений выбираем те, расчеты которых нам будут необходимы для решения данной задачи (в данной работе это – скорость и вязкость).

После выбора модели жидкости нужно задать физические параметры методов расчета. В окне опорные параметры была изменена температура на 300 К, а значение давления оставили по умолчанию – 101000 Па. В окне Параметры модели все данные оставляем по умолчанию, они подходят для данной модели жидкости. В окне Физические параметры нужно выбрать

свойства веществ, которые будут находиться в ячейке. Вещество0 – вещество, которое изначально заполняет ячейку, Вещество1 – вещество, которое будет подаваться на вход. В данной работе за Вещество0 взято минеральное масло 10W40. Этого вещества нет в базе данных, поэтому все параметры нужно вводить самостоятельно, либо выбрать схожее по некоторым параметрам вещество (в данном случае был выбран керосин). Параметром ввода для Вещества0 была вязкость – 133 мПа\*с. За Вещество1 – вода, это вещество имеется в базе данных, поэтому никакие параметры вводить не нужно.

Следующим этапом подготовки расчета программы будет задание граничных условий. Здесь и пригодятся ранее подготовленные и выделенные по цветам грани трехмерной модели ячейки. Наводим на выделенную область, выбираем “Редактировать граничное условие” и выбираем тип границы. В данной работе красная грань – вход с заданным возмущением обозначается как Вход, синяя грань обозначается как Свободный выход, что означает, что жидкость может свободно вытекать, не задерживаясь в ячейке, все остальные грани, окрашенные по умолчанию в серый цвет, обозначаются стенками. По условиям задачи вода, подаваемая на вход, вытесняет масло, значит нужно задать скорость подачи воды – Вещество1 на вход. Граничное условие для входа будет  $u_0 = 3$  мм/с.

Задание начальной сетки, также является неотъемлемой частью подготовки запуска расчета. В данной работе количество ячеек расчетной сетки составляло 400x600x1. И использовалась адаптация на входе, ячейки, которые контактировали со входной гранью –дробились на большее количество ячеек для повышения точности расчетов.

В глобальных параметрах можно выбрать шаг по времени, в который будет математически описываться процесс.

После проведения всех подготовительных работ осуществляется запуск программы и получаются картинка заливки.

### 2.3 Методика обработки расчетных данных

Для обработки данных было решено исследовать зависимость роста самого длинного «вязкого пальца» и зависимость средней скорости от амплитуды и периода возмущения, подаваемого на границу раздела жидкостей.

Из полученных картин заливки в каждый заданный момент времени выбирался самый длинный палец и измерялась его длина. Если учесть, что на вход подаваться жидкость начала в момент времени  $t = 0$ , то соответственно скорость роста самого большого пальца можно вычислить, как  $v = \frac{l}{t}$ , где  $l$  – длина самого длинного пальца в момент времени  $t$ . А средняя скорость  $v_{\text{ср}} = \frac{l}{t}$ , где  $l$  – максимальная длина пальца, а  $t$  – время, за которое палец достиг максимальной длины.

### 2.4 Результаты

В результате процесса моделирования были получены различные картины заливки в зависимости от параметров, подаваемых на границу раздела возмущений.

На рисунке 2.1 можно пронаблюдать, что при продолжительности процесса  $t = 1$  с, граница раздела ровная, но при достижении времени  $t = 3$  с образуются явно видимые вязкие пальцы. При  $t = 6$  с, можно заметить, что пальцы, соприкасающиеся с боковыми гранями ячейки, вырываются вперед и подтягивают за собой соседние пальцы. Самый длинный вязкий палец выходит за пределы ячейки при  $t = 34$  с, также, в этой фазе процесса можно увидеть, что минимум по четыре пальца с каждой стороны боковых граней слились в один крайний и эта тенденция продолжается, видно, что соседний отдельный палец тянется к большому боковому.

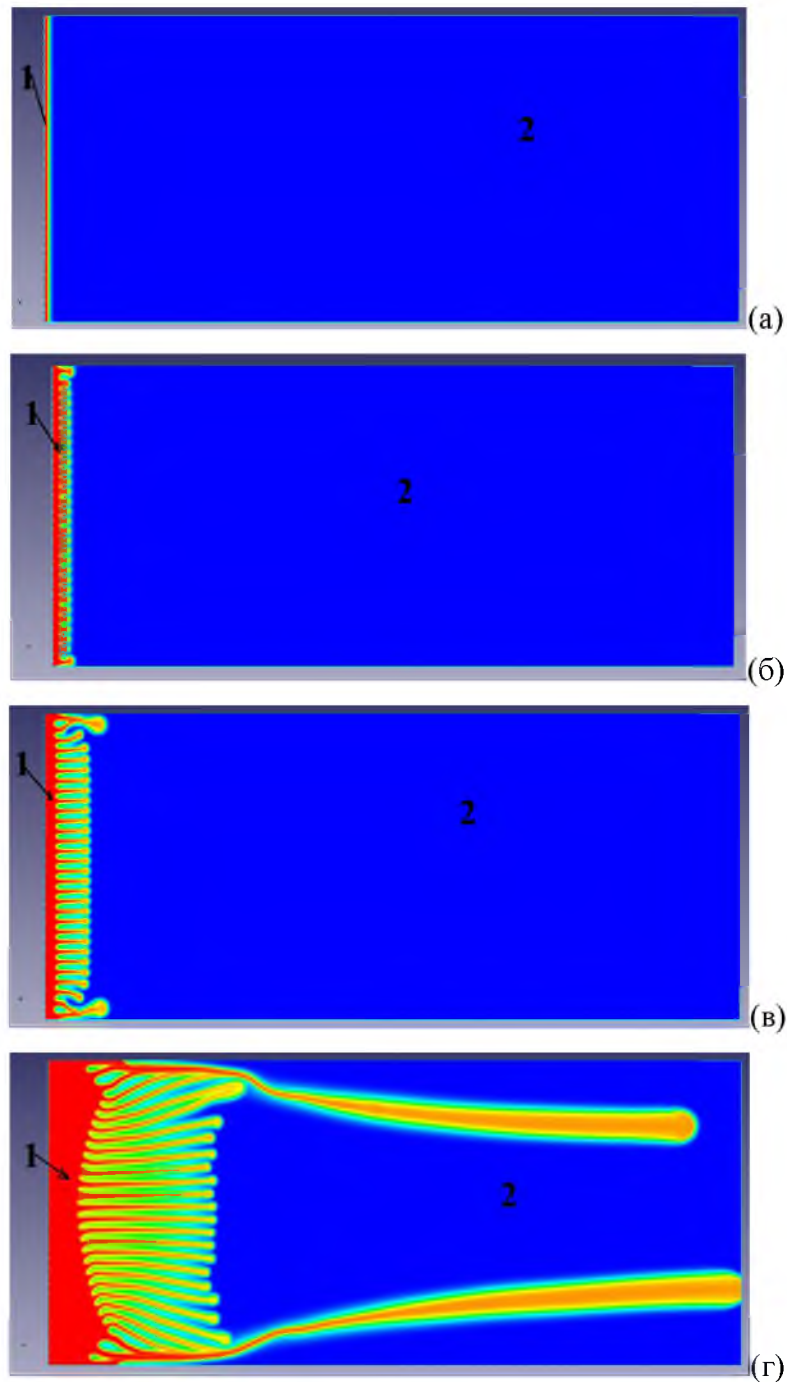


Рис. 2.1 Процесс вытеснения масла водой при отсутствии возмущений на входе. (а) – продолжительность процесса  $t = 1$  с; (б) – продолжительность процесса  $t = 3$  с; (в) – продолжительность процесса  $t = 6$  с; (г) – продолжительность процесса  $t = 34$  с. Область 1 – вода, область 2 – масло

Без задания начального возмущение границы раздела жидкостей на входе, наблюдается образование двух пальцев, граничащих с боковыми гранями ячейки, в то время, как остальные пальцы растут гораздо медленнее.

На следующих рисунках представлены картины заливки одного процесса в разные промежутки времени

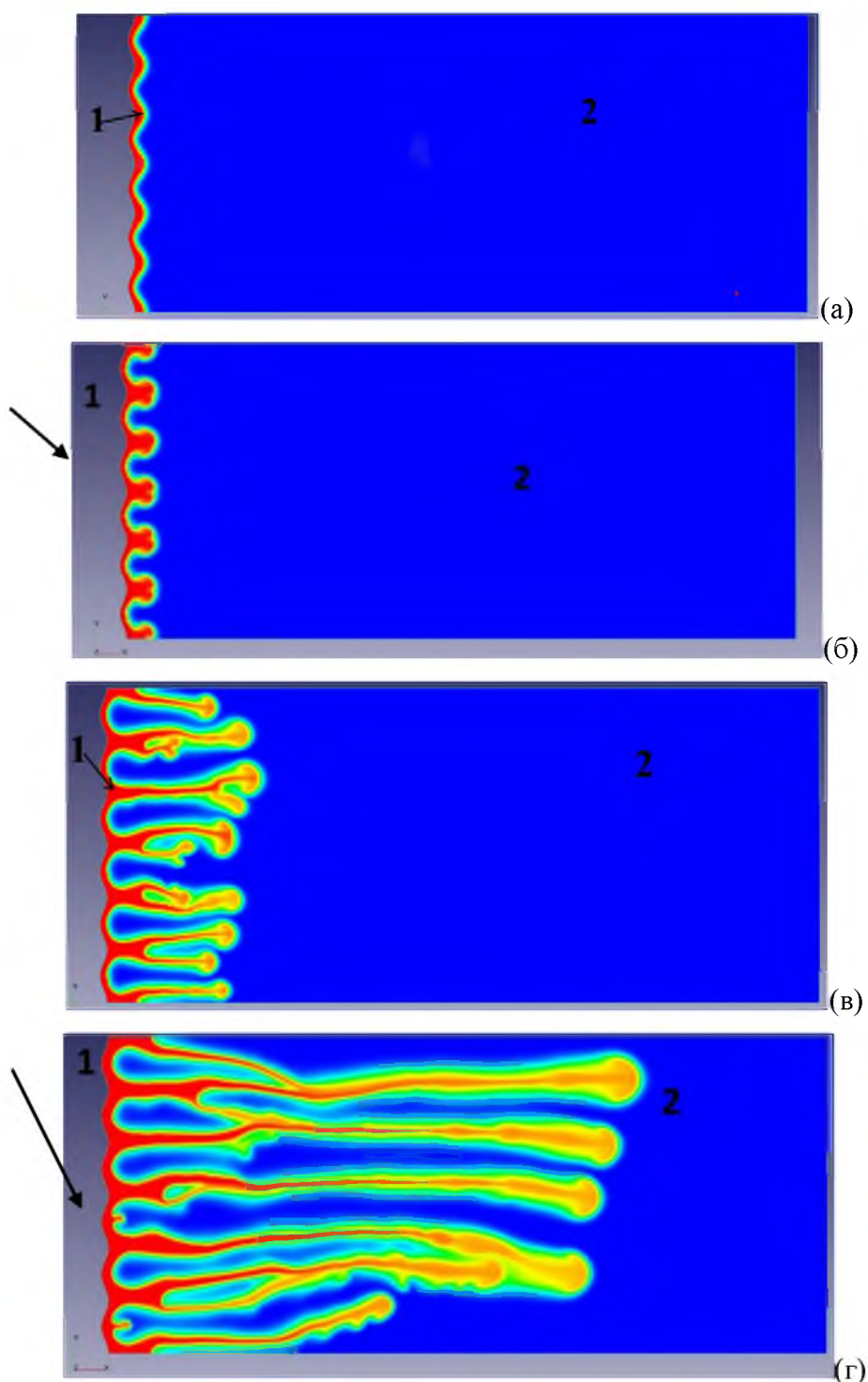


Рис.2.2 Вода, подаваемая со скоростью  $u_0 = 3$  мм/с, вытесняет масло в горизонтальной ячейке Хеле – Шоу.  $T = 6$ .  $A = 2$  мм. (а)  $t = 2$  с; (б)  $t = 4$  с; (в)  $t = 12$  с; (г)  $t = 36$  с. Область 1 – вода, область 2 – масло

На рисунке 2.2 (а) видно, что в первые секунды эксперимента границей раздела является косинусоида, но уже через 2 секунды на границе появляются образования схожие с формой сердца (рис 2.2 (б)), каждый из вязких пальцев начинает делиться на две части, в форме сердца, что в следствии ведет к развилке пальцев, которые в течении некоторого времени, как показано на рисунке 2.2 (в) растут по отдельности, в форме схожей с формой грибов, но при дальнейшем росте начинают сливаться с соседними ответвлениями.

При подаче возмущений на вход, вырывание вперед каких – то отдельных пальцев не обнаружено. Скорость роста всех пальцев примерно одинаковая.

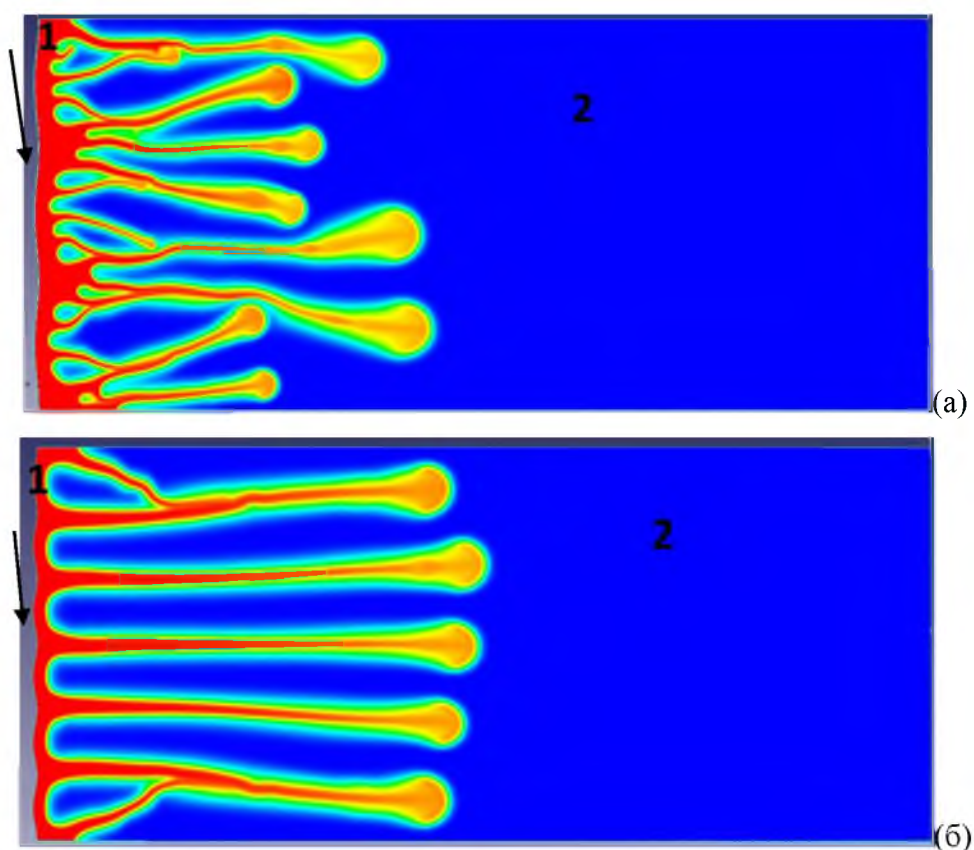


Рис.2.3 Процесс вытеснения масла водой при одинаковых фазах эксперимента, с одинаковой амплитудой, но разными периодами возмущений на входе: (а)  $T = 3$ ; (б)  $T = 6$ . Область 1 – вода, область 2 – масло

На рисунке 2.3 (а) в начальной фазе эксперимента можно заметить образование большого количества ответвлений, которые через некоторое



время начинают соединяться, образуя новые пальцы. Такого же образования ответвлений нет при подаче на вход возмущения с большим периодом, это можно пронаблюдать на рисунке 2.3 (б). В данном случае можно заметить равномерный рост пяти центральных пальцев, но пальцы, растущие вдоль боковых стенок ячейки, вливаются в соседние ответвления, что полностью отличается от примера без подачи возмущения на вход.

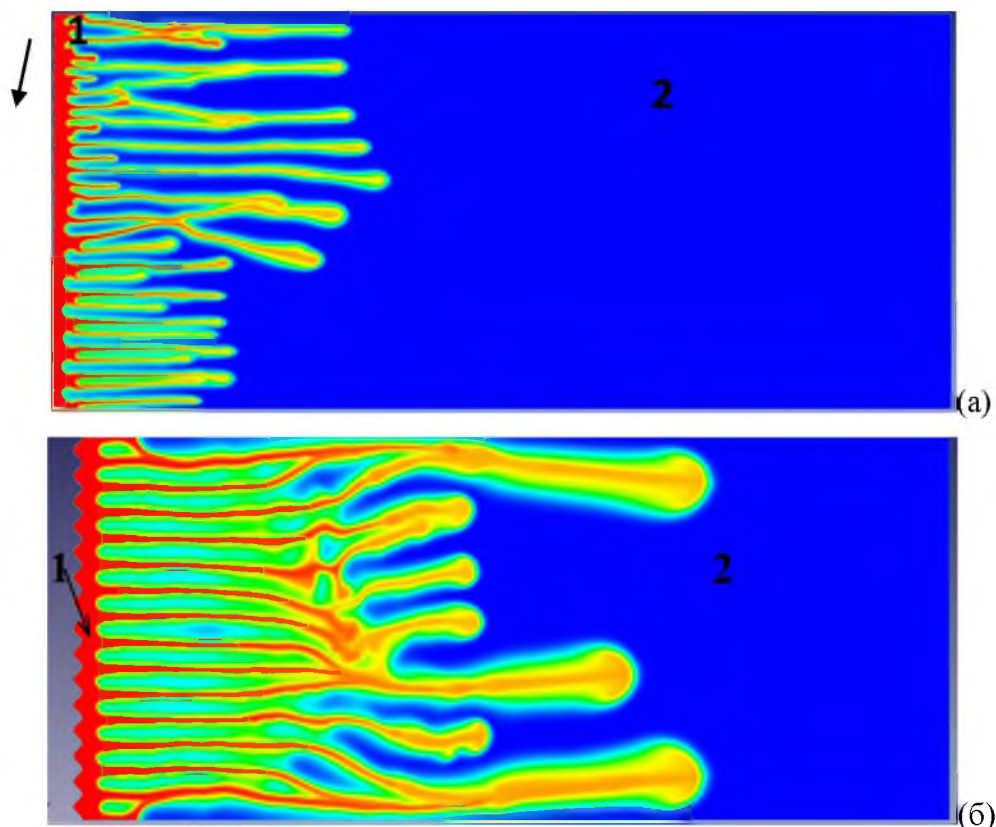


Рис.2.4 Процесс вытеснения масла водой при одинаковых фазах эксперимента: (а)  $A = 0,2$  мм; (б)  $A = 2$  мм. Область 1 – вода, область 2 – масло

На рисунке 2.4 показано, как изменилась граница масло – вода, за время  $t = 45$  с. Скорость роста вязких пальцев при амплитуде  $A = 2$  мм значительно превышает скорость роста пальцев при  $A = 0.2$  мм. Большинство ответвлений на рисунке 2.4 (а) растет сонаправленно со скоростью ввода воды. На первых этапах (рис 2.4 (б)) пальцы росли по направлению ввода воды в ячейку, но почти все, в итоге образовали новые пальцы.

Для обработки данных, было решено исследовать зависимость скорости роста самого длинного пальца от параметров возмущения, подаваемого на вход (амплитуды и периода).

На рисунках 2.5-2.6 представлены зависимости изменения скорости роста самого длинного пальца от периода и амплитуды возмущений.

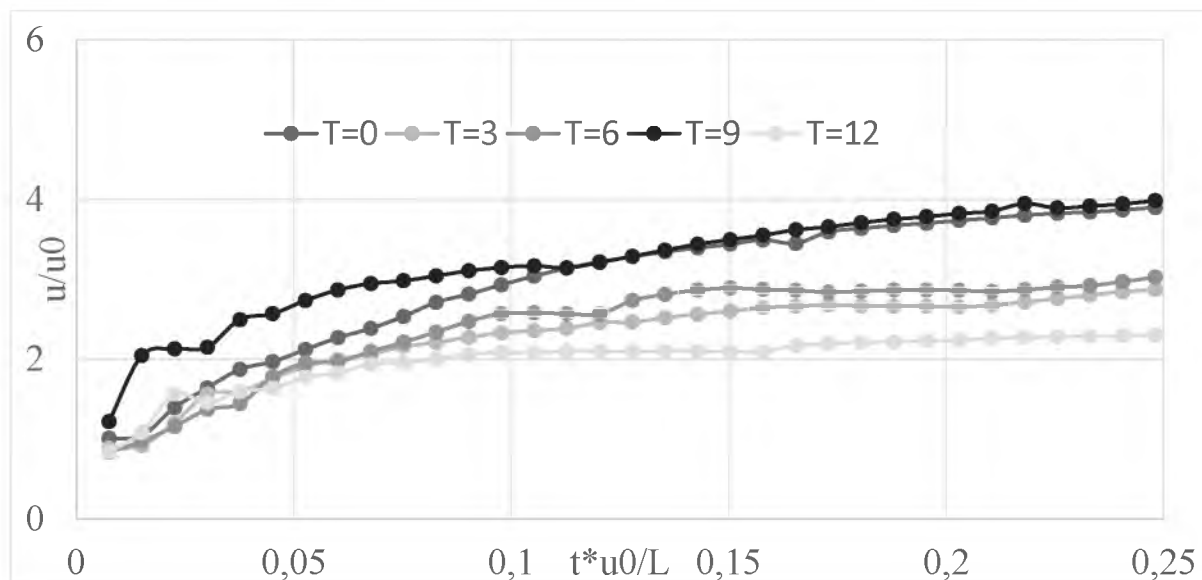


Рис.2.5 Изменение скорости роста самого длинного пальца от периода возмущений

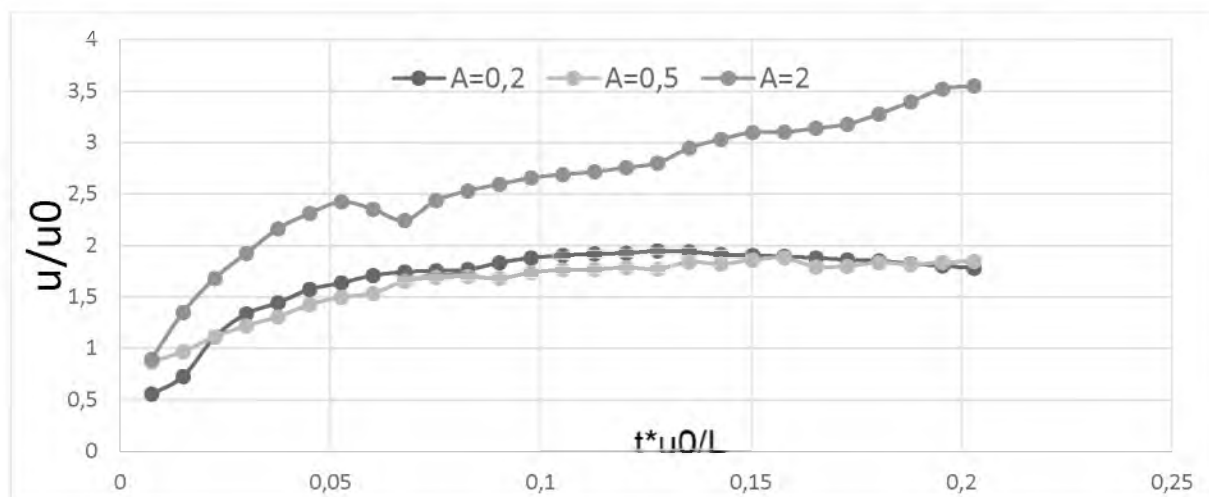


Рис.2.6 Изменение скорости роста “вязких пальцев” при различных амплитудах возмущения

По эти зависимостям можно пронаблюдать общую для всех параметров, подаваемого возмущения на вход, тенденцию большого роста скорости на

первых этапах эксперимента и после чего, при достижении относительного времени  $t_{\text{относ}} = t \frac{u_0}{L} = 0.1$ , почти равномерной скорости роста.

В качестве следующего способа обработки результатов, было решено пронаблюдать зависимость средней скорости роста самого длинного пальца от параметров возмущения на входе (период и амплитуда).

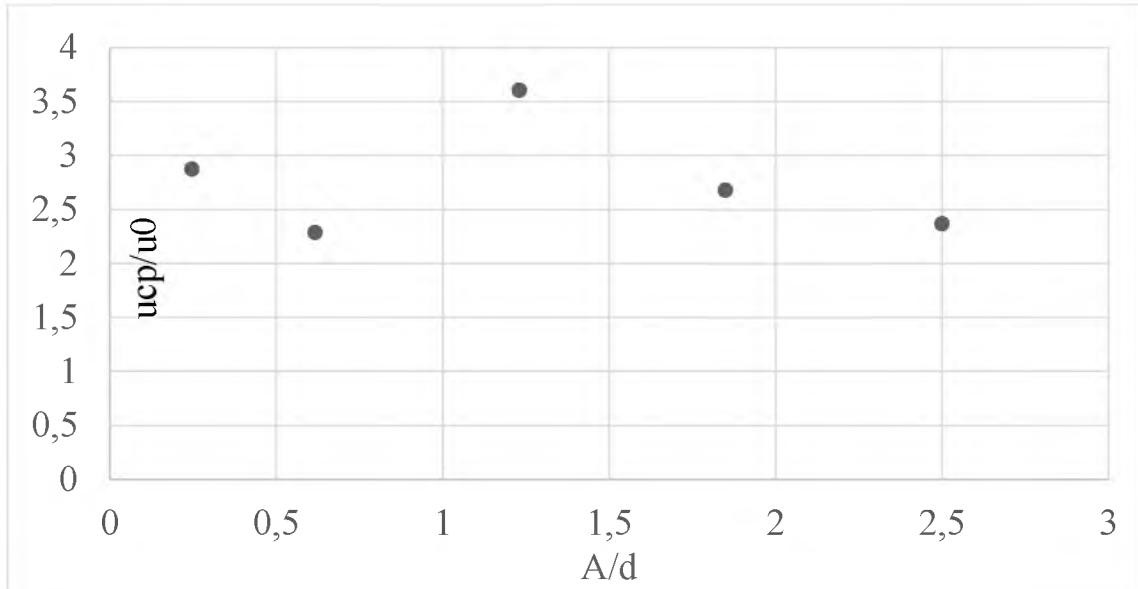


Рис.2.7 Зависимость средней скорости от амплитуды возмущений

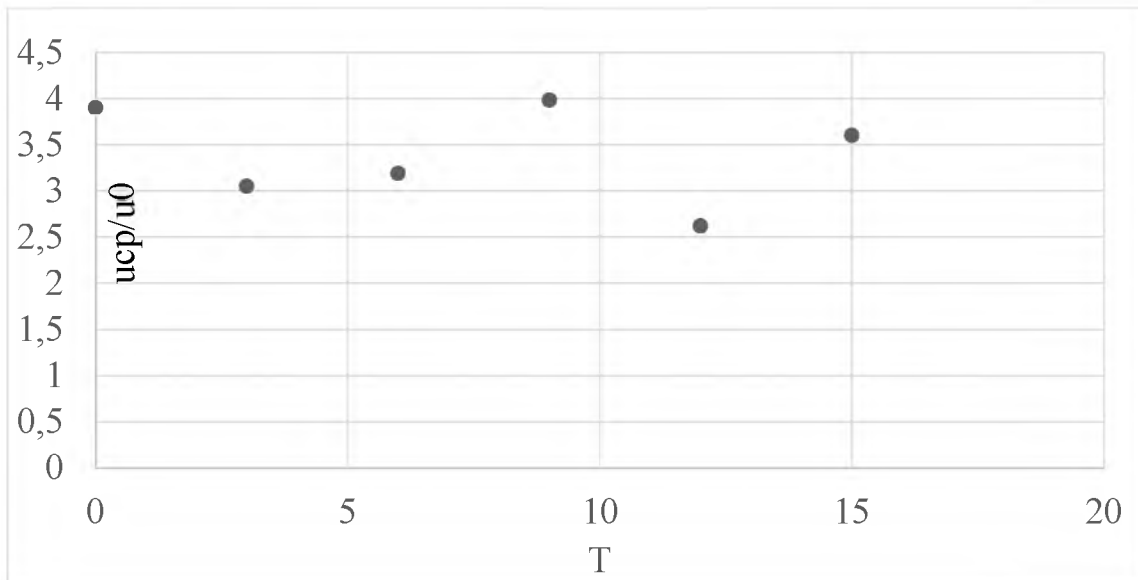


Рис.2.8 Зависимость средней скорости от периода возмущений

На Рис.2.7-2.8 видно, что относительная скорость роста вязких пальцев  $u_{\text{относ}} = \frac{u_{\text{ср}}}{u_0}$ , где  $u_{\text{ср}} = \frac{L}{t}$  меняется в пределах от 2 до 4.

## ГЛАВА 3. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ

### 3.1 Разработка экспериментальной установки

Для проведения лабораторных исследований был создан экспериментальный стенд, состоящий из ячейки Хеле-Шоу и модели, системы подачи жидкости и замера давления, системы подсветки и видеозаписи. На рис 3.1 представлены схема стенда (слева) и внешний вид стенда (справа). Ячейки Хеле-Шоу выполнены из двух органических стекол толщиной 4 мм размером  $200 \times 100 \text{ мм}^2$ . (рис. 3.2) Зазор между стеклами составляет 0,8 мм. С боков ячейка герметично закрыта, а вход и выход соединен через щелевое отверстие с трубами, по которым осуществляется подача и вывод жидкостей.

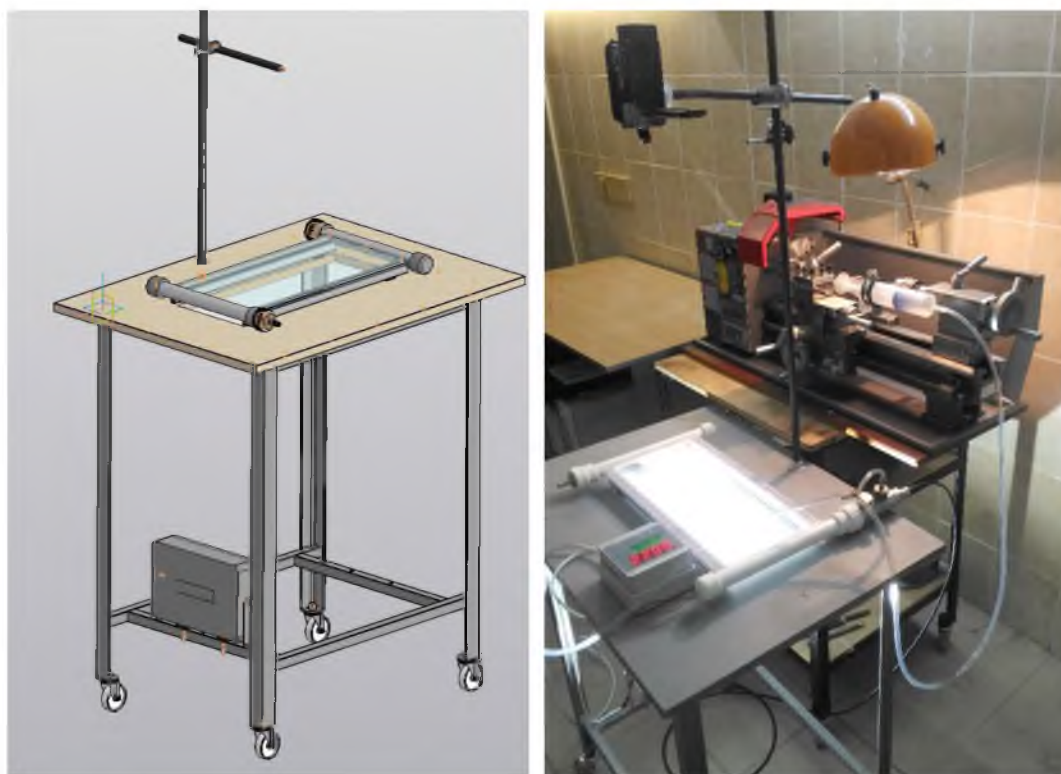


Рис. 3.1 – Схема и внешний вид лабораторной установки

Система регистрации процесса вытеснения жидкости в ячейке построена на базе цифровой видеокамеры и смартфона, обеспечивающего видеозапись разрешением  $1920 \times 1080$  пикселей. Полупрозрачная горизонтальная поверхность, на которой размещается ячейка Хеле-Шоу, и помещенная под

ней панель с LED подсветкой обеспечивает контрастное изображение наблюдаемого процесса. В качестве излучателя вначале колебаний использован гидрофон ВС312 без встроенной электроники, который размещается в одной из труб подачи жидкости. В дальнейшем были созданы излучатели из пьезоэлектрических колец, рабочей и тыльной накладок (рис. 3.2).



Рис. 3.2 – Модернизированная экспериментальная установка с LED подсветкой и излучателями колебаний

В качестве задающего генератора был использован генератор электрических колебаний ГЗ-120. Исследование частотных характеристик излучателей осуществлялось с использованием контактного микрофона и цифрового осциллографа АКИП-4115/1А. Замер разности давления на границах ячейки осуществляется при помощи показывающего цифрового датчика давления.

Исследование процесса вытеснения жидкости в ячейке Хеле-Шоу на экспериментальной установке основано на обработке видеозаписи эксперимента. Записанный видеофайл открывался в программе обработки



видео Vegas Pro откуда извлекались картины ячейки Хеле-Шоу с наблюдаемой границей для различных моментов времени. На картинах также отображалось давление и фиксировалось время. Запись видео осуществлялась с разрешением 1920x1080 пикселей 30 кадров в секунду. Продолжительность одного эксперимента составляла около 1 минуты, что соответствует порядка 1000 кадров.

### 3.2 Физическое моделирование вытеснения в ячейке Хеле-Шоу

Экспериментальные исследования проводились на созданном стенде при различных скоростях течения жидкостей, а также при различных частотах акустического воздействия. Процесс вытеснения записывался на видеокамеру, а далее с помощью компьютера записанные видеофайлы анализировались и обрабатывались. На рис. 3.4 представлены стоп-кадры некоторых экспериментов. На снимках видны значения перепада давления на границах ячейки Хеле-Шоу, а также прослеживается граница раздела вытесняемой и вытесняющей жидкостей.

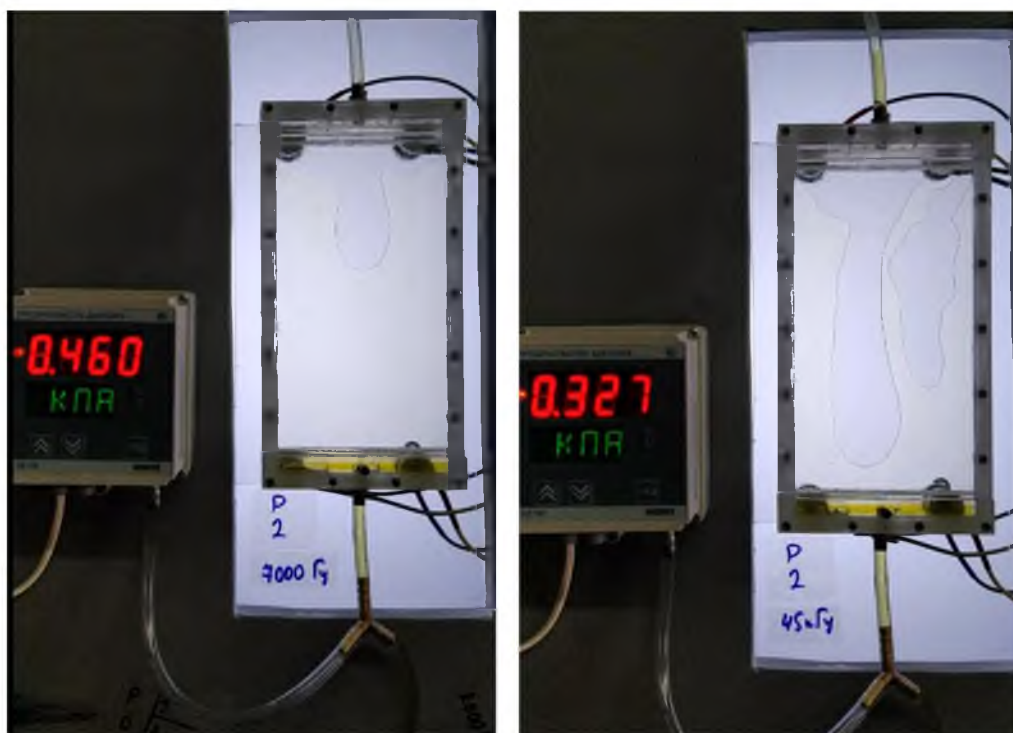


Рис. 3.4 – Стоп-кадры видеосъемки процесса вытеснения масла в ячейке Хеле-Шоу

В качестве вытесняемой жидкости использовалось минеральное масло И-20А вязкостью 45,4 мПа·с и коэффициентом поверхностного натяжения 0,1472 Н/м при комнатной температуре, которое вытеснялось дистиллированной водой и воздухом. Капиллярное число в экспериментах менялось в диапазоне  $(5-10) \cdot 10^{-4}$ .

Обработка экспериментальных данных позволила получить изображение границы раздела, а совмещение полученных границ в различные моменты времени показывает, как развивается неустойчивость Саффмана-Тейлора. На рис. 3.5 представлено сравнение двух экспериментов, проведенных в одинаковых условиях, с той разницей, что в одном случае (картина слева) эксперимент проводился в отсутствии акустического воздействия, а в другом (картина справа) – при акустическом воздействии на частоте 45 кГц.

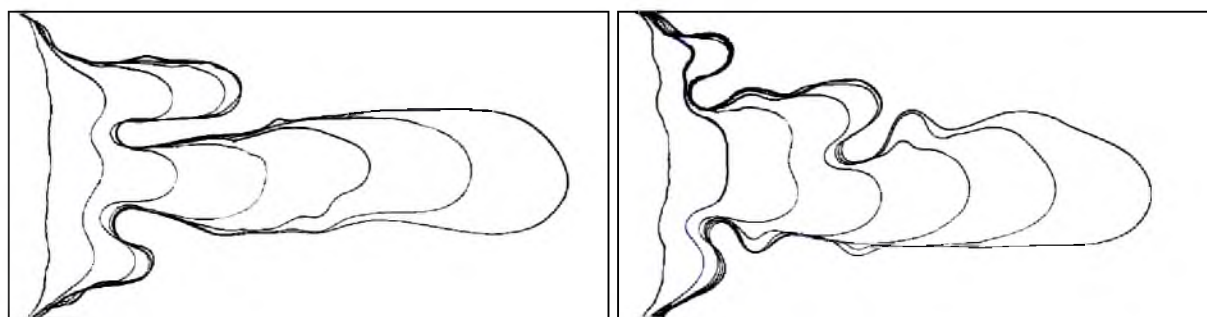


Рис. 3.5 – Изменения границ раздела жидкостей в ячейке Хеле-Шоу с шагом 5 с. (слева – без воздействия, справа – при воздействии на частоте 45 кГц)

Была проведена серия экспериментов с различными частотами воздействия и различными скоростями вытеснения. На рис. 3.6 представлены зависимости относительной скорости роста вязких пальцев от частоты. Видно, что в отсутствии акустического воздействия скорость роста вязкого пальца примерно в 2,18 раза больше скорости вытеснения.

Наложение акустического воздействия на процесс приводит к неоднозначному результату. Вначале наблюдается тенденция увеличения скорости роста вязкого пальца, с максимальным значением на частоте 15 кГц. Затем относительная скорость снижается, достигнув минимума на частоте 45

кГц. Кроме того, наложение колебаний приводит к тому, что происходят возмущения границы на самом вязком пальце (рис. 3.5 справа). При некотором сочетании факторов возможно «почкование» и рост новых пальцев от основного.

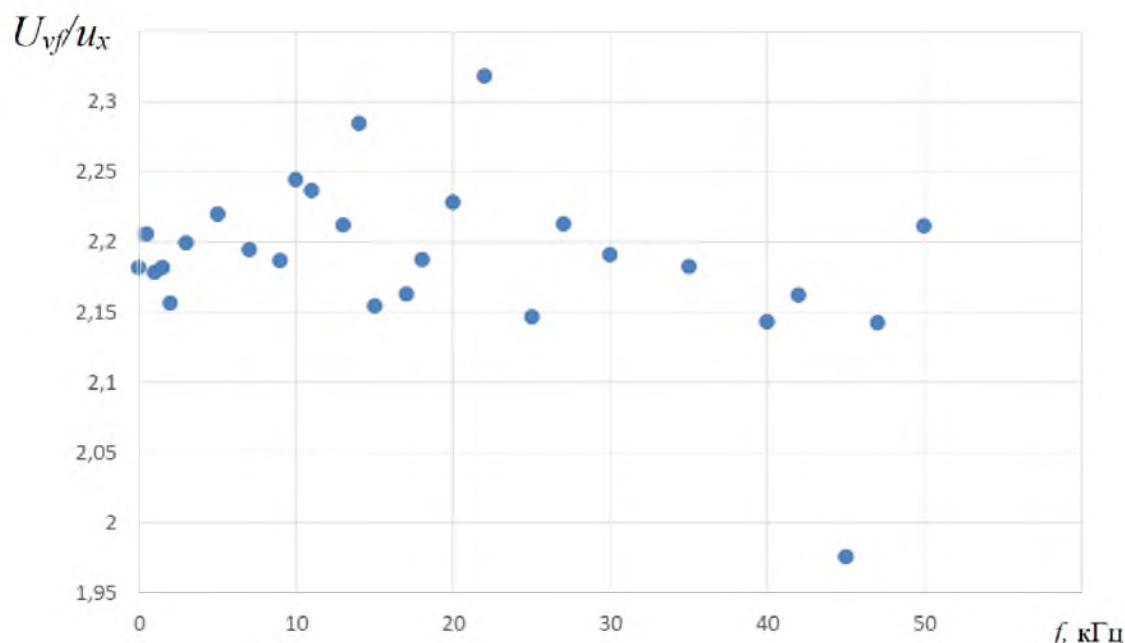


Рис. 3.6 – Средняя относительная скорость роста «вязких пальцев» для различных частот волнового воздействия на процесс вытеснения масла

Таким образом, на созданном экспериментальном стенде проведен комплекс экспериментальных исследований вытеснения вязкого масла водой и воздухом в ячейке Хеле-Шоу как для стационарного режима течения, так в условиях с наложенными колебаниями. Выявлены закономерности формирования и роста неустойчивости в виде изменения во времени геометрии «вязких пальцев» при вытеснении жидкости в ячейке Хеле-Шоу. Эксперименты в стационарных условиях подтвердили известные данные. При вытеснении вязкого масла водой или воздухом изначально ровная граница раздела жидкостей искривляется, образуя несколько складок, которые увеличиваются в размерах. Примерно на расстоянии 10% длины ячейки происходит ускоренный рост большого «вязкого пальца», при этом рост других сильно замедляется. Средняя скорость роста «вязкого пальца» больше,



чем в два раза превышает начальную скорость движения границы раздела. При наложении упругих колебаний картина процесса несколько меняется. Так с повышением частоты до 22 кГц средняя скорость роста увеличивается на 6,4%, затем снижается достигнув минимума на частоте 45 кГц и далее снова увеличивается. Максимальное снижение скорости «вязкого пальца» составило 9,6%.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В результате проведенных исследований получены следующие результаты:

1) На основе обобщения теоретических исследований и обзора научной литературы разработана методика проведения численных и экспериментальных исследований, позволяющая получить знания о закономерностях развития неустойчивости Саффмана-Тейлора в условиях наложенных колебаний. Численные исследования включают в себя разработку трехмерной расчетной области ячейки Хеле-Шоу и пористой среды; выбор математической модели течения жидкостей в расчетной области; задание начальных и граничных условий.

2) Разработана численная модель ячейки Хеле-Шоу с границей раздела жидкостей. Трехмерная расчетная область ячейки Хеле-Шоу создана с использованием системы CAD-проектирования и представляет собой объем в форме прямоугольного параллелепипеда.

3) Получены расчетные данные о распределении давления, скорости и концентрации в ячейке Хеле-Шоу при различных скоростях течения, а также о положении границы раздела жидкостей в различные моменты времени. Полученные данные представляют собой мгновенные картины заливки давления, скорости и концентрации в плоском сечении ячейки. По этим картинам определяется граница раздела жидкостей, выявляются характерные особенности образования «вязких пальцев» и их роста.

4) Установлены закономерности формирования и роста неустойчивости в виде изменения во времени геометрии «вязких пальцев» в стационарных условиях и при различных режимах воздействия. Для случая невозмущенной начальной границы раздела жидкости процесс образования «вязких пальцев» начинается на границах ячейки (вверху и внизу). Скорость роста этих двух «вязких пальцев» плавно увеличивается и достигает максимального значения  $U_{vf}=4 \cdot u_x$ , где  $u_x$  – скорость подачи жидкости в ячейку. Наличие начального

возмущения приводит к тому, что образуются несколько зародышей «вязких пальцев» которые со временем сливаются друг с другом, образуя в конце 3-4 «вязких пальца» один из которых растет быстрее других. Причем, чем меньше период начального возмущения, тем меньше максимальная скорость роста «вязких пальцев». Так при периоде возмущения равном  $B/12$  максимальная скорость роста составляет  $2,5 \cdot u_x$ . Амплитуда начального возмущения границы раздела также оказывает существенное влияние на образование рост «вязких пальцев». Так, увеличение амплитуды с  $0,5 \cdot d$  до  $2 \cdot d$  приводит к увеличению скорость роста «вязких пальцев» с  $1,8 \cdot u_x$  до  $3,5 \cdot u_x$ .

5) Разработан экспериментальный стенд на котором проведен комплекс экспериментальных исследований вытеснения вязкого масла водой и воздухом в ячейке Хеле-Шоу как для стационарного режима течения, так в условиях с наложенными колебаниями. Эксперименты в стационарных условиях подтвердили известные данные. При вытеснении вязкого масла водой или воздухом изначально ровная граница раздела жидкостей искривляется, образуя несколько складок, которые увеличиваются в размерах. Примерно на расстоянии 10% длины ячейки происходит ускоренный рост большого «вязкого пальца», при этом рост других сильно замедляется. Средняя скорость роста «вязкого пальца» больше, чем в два раза превышает начальную скорость движения границы раздела. При наложении упругих колебаний картина процесса несколько меняется. Так с повышением частоты до 22 кГц средняя скорость роста увеличивается на 6,4%, затем снижается достигнув минимума на частоте 45 кГц и далее снова увеличивается. Максимальное снижение скорости «вязкого пальца» составило 9,6%.

## СПИСОК ИСПОЛЬЗУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Homsy G.M. Viscous fingering in Porous media // *Annu. Rev. Fluid Mech.* – 1987. – V.19. – P. 271-311.
2. Rabbani H.S., Or D., Liu Y., Lai C.-Y., Lu N.B., Datta S.S., Stone H.A., Shokri N. Suppressing viscous fingering in structured porous media // *Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America.* – 2018. – V.115 (19). – P. 4833-4838.
3. Wooding R.A., Morel-Seytoux H.J. Multiphase fluid flow through porous media // *Ann. Rev. Fluid Mech.* – 1976.– V.8. – P. 233-274.
4. Aref H. Finger, bubble, tendril, spike // *Pol. Acad. Sci. Fluid Dyn. Trans.* – 1986. – V.13
5. Ewing R.E. *The Mathematics of Reservoir Simulation.* – Philadelphia: SIAM. – 1983. – 186 pp
6. Saffman P.G. Viscous fingering in Hele-Shaw cells // *J. Fluid Mech.* – 1986. – V.173. – P.73-94.
7. Saffman P.G., Taylor G.I. The penetration of a fluid into a porous medium or Hele-Shaw cell containing a more viscous liquid // *Proc. R. Soc. Lond.* – 1958. – A245. – P.312-329.
8. Hill S. Channelling in packed columns // *Chem. Eng. Sci.* – 1952. – V.1. – P. 247-253.
9. Chouke R.L., van Meurs P., van der Poel C. The instability of slow, immiscible, viscous liquid-liquid displacements in permeable media // *Trans. AIME.* – 1959. – V. 216. – P.188-194
10. Park C.-W., Homsy G.M. Twophase displacement in Hele-Shaw cells: theory // *J. Fluid Mech.* – 1984.– V. 139. – P.291-308.
11. Reinelt D.A. Interface conditions for two-phase displacement in Hele-Shaw cells // *J. Fluid Mech.* – 1986. – V.183. – P.219-234.
12. Wilson S.D.R. A note on the measurement of dynamic contact angles // *J. Colloid Interface Sci.* – 1975. – V. 5(1). –P. 532-534.
13. White I., Colombera P.M., Philip J. R. Experimental study of wetting front instability induced by gradual change of pressure gradient and by

- heterogeneous porous media // *Soil Sci. Soc. Am. J.* – 1976. – V. 41. – P. 483-489.
14. Beeson-Jones T.H., Woods A.W. On the selection of viscosity to suppress the Saffman–Taylor instability in a radially spreading annulus // *Journal of Fluid Mechanics.* – 2015. – Vol. 782. – P. 127-143. – DOI: 10.1017/jfm.2015.512.
  15. Kessler D.A., Levine H. Coalescence of Saffman-Taylor fingers: a new global instability // *Phys. Rev.* – 1986b. – A 33. – P.3625-3627
  16. Rabbani H.S., Or D., Liu Y., Lai C.-Y., Lu N.B., Datta S.S., Stone H.A., Shokri N. Suppressing viscous fingering in structured porous media // *Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America.* – 2018. – V.115. – №19. – P.4833-4838.
  17. Mehmani A., Kelly S., Torres-Verdín C., Balhoff M. Residual oil saturation following gas injection in sandstones: Microfluidic quantification of the impact of pore-scale surface roughness // *Fuel.* – 2019. – V.251. – P.147-161.
  18. Logvinov O.A., Malashin A.A. Generalized Navier–Stokes–Darcy model // *European Journal of Mechanics, B/Fluids.* – 2017. – V.63. – P.100-105.
  19. Kargozarfard Z., Riazi M., Ayatollahi S. Viscous fingering and its effect on areal sweep efficiency during waterflooding: an experimental study // *Petroleum Science.* – 2019. – V.16. – №1. – P.105-116.
  20. Nijjer J.S., Hewitt D.R., Neufeld J.A. The dynamics of miscible viscous fingering from onset to shutdown // *J. Fluid Mech.* – 2018. – V. 837. – P. 520-545.
  21. Shoghi M.R., Norouzi M. Linear stability analysis and nonlinear simulation of non-Newtonian viscous fingering instability in heterogeneous porous media // *Rheol. Acta.* – 2015. – V.54. – №11–12. – P.973–991.
  22. Eslami A., Taghavi S.M. Viscous fingering of yield stress fluids: The effects of wettability // *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics.* – 2019. – V.264. – P.25-47.
  23. Norouzi M., Yazdi A.A., Birjandi A.K. A numerical study on Saffman-Taylor instability of immiscible viscoelastic-Newtonian displacement in a Hele-Shaw cell // *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics.* – 2018. – V. 260. – P.109-119.

24. Shokri H., Kayhani M.H., Norouzi M. Nonlinear Simulation of Viscoelastic Fingering Instability in Miscible Displacement through Homogeneous and Heterogeneous Porous Media // *Journal of Engineering Mechanics*. – 2019. – V.145. – №12. – 04019098.
25. Shokri H., Kayhani M.H., Norouzi M. Saffman–Taylor instability of viscoelastic fluids in anisotropic porous media // *International Journal of Mechanical Sciences*. – 2018. – V.135. – P.1-13.
26. Paşa G.I. On the displacement of two immiscible Oldroyd-B fluids in a Hele-Shaw cell // *Annali dell'Universita di Ferrara*. – 2019. – V.65. – №2. – P.337-359.
27. Nilsson M.A., Kulkarni R., Gerberich L., Hammond R., Singh R., Baumhoff E., Rothstein J.P. Effect of fluid rheology on enhanced oil recovery in a microfluidic sandstone device // *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics*. – 2013. – V.202. – P. 112-119.
28. McLean J., Saffman P.G. The effect of surface tension on the shape of fingers in a Hele-Shaw cell // *J. Fluid Mech*. – 1981. – V.102. – P.455-469.
29. Nittmann J., Daccord G., Stanley H.E. Fractal growth of viscous fingers : quantitative characterization of a fluid instability phenomenon // *Nature*. – 1985. – V.314. – P.141-144.
30. Park C.-W., Homsy G.M. The instability of long fingers in Hele-Shaw flows // *Phys. Fluids*. – 1985. – V.28. – P.1583-1585
31. Tabeling P., Zocchi G., Libchaber A. An experimental study of the Saffman-Taylor instability// *J. Fluid Mech*. – 1987. – V.177. – P.67-82.
32. Kessler D.A., Levine H. Stability of finger patterns in Hele-Shaw cells // *Phys. Rev*. – 1986. – A 32. – P.1930-1933.
33. Kessler, D. A., Levine, H. 1 986c. Theory of the Saffman-Taylor finger I & II. // *Phys. Rev*. – 1986c. – A 33. –Pp.2621-2633, 2634-2639.
34. Liang S. Random walk simulations of flow in Hele-Shaw cells // *Phys. Rev*. – 1986. – A 33. – P.2663-2674.
35. Bensimon D. 1986. On the stability of viscous fingering // *Phys. Rev*. – 1986. – A 33. – P.1302-1308.

36. Park C.-W. Theory and experiment for instabilities in Hele-Shaw cells. PhD thesis. Stanford Univ., Stanford, Calif. – 1985. – 123 pp.
37. DeGregoria A.J., Schwartz L.W. Finger break-up in Hele-Shaw cells // *Phys. Fluids*. – 1985. – V.28. – P.2313-2314.
38. Paterson L. Radial finger in gin a Hele-Shaw cell // *J. Fluid Mech.* – 1981. – V.113. – P.513-529
39. Reed H. 1985. Gallery of fluid motion // *Phys. Fluids*. – 1985. –V.28. – P.2631-2640.
40. Ben-Jacob E., Godbey R., Goldenfeld N.D., Koplik J., Levine R. et al. Experimental demonstration of the role of anisotropy in interfacial pattern formation // *Phys. Rev. Lett.* – 1985. –V.55. – P.1315-1318.
41. Maher J.V. Development of viscous fingering patterns // *Phys. Rev. Lett.* – 1985. – V.54. – P. 1498- 1501.
42. Tryggvason G., Aref H. Numerical experiments on Hele-Shaw flow with a sharp interface // *J. Fluid Mech.* – 1983. –V.136. – P.1-30.
43. Gardner J.W., Ypma J.G.J. An investigation of phase behavior-macroscopic bypassing interaction in CO<sub>2</sub> flooding // *SPE*. – 1982. – 10686.
44. Heller J.P. Onset of instability patterns between miscible fluids in porous media // *J. Appl. Phys.* – 1966. –V.37. – P.1566-1579.
45. Schowalter W.R. Stability criteria for miscible displacement of fluids from a porous medium // *AIChE*. – 1965. – J.11. – P.99-105
46. Wooding R.A. The stability of an interface between miscible fluids in a porous medium // *ZAMP*. – 1962. –V.13. – P.255-265.
47. Tan C.-T., Homsy G.M. Stability of miscible displacements in porous media: Rectilinear flow // *Phys. Fluids*. 1986. V.29. – 3649.
48. Hickernell F.J., Yortsos Y.C. Linear stability of miscible displacement processes in porous media in the absence of dispersion // *Stud. Appl. Math.* – 1986. –V.74. – P.93-115.
49. Benham A.L., Olson R.W. A model study of viscous fingering // *Soc. Pet. Eng. J.* – 1963. –V.3. – P.138-144.
50. Wooding R. A. Growth of fingers at an unstable diffusing interface in a porous medium or Hele-Shaw cell // *J. Fluid Mech.* – 1969. –V.39. – P.477-495

51. Peaceman D.W., Rachford H.H.Jr. Numerical calculation of multidimensional miscible displacement // Soc. Pet. Eng. J. – 1962. – V.2. – P.327-339.
52. Paterson L. Fingering with miscible fluids in a Hele-Shaw cell // Phys. Fluids. – 1985. – V.28. – P.26-30.
53. Daccord G., Nittmann J., Stanley H.E. 1986. Radial viscous fingers and diffusion-limited aggregation– Fractal dimension and growth sites // Phys. Rev. Lett. – 1986. – V.56. – P.336-339.
54. Beresnev I.A., Johnson P.A. Elastic-wave stimulation of oil production: A review of methods and results // Geophysics. – 1994. – V. 59. – №6. – P.1000-1017.
55. Kravtsov J.I., Marfin E.A., Butorin E.A., Gataullin R.N. About the processes determining the mechanism of integrated influence on an oil formation // Georesursy - Georesources. – 2009. – V.29. – №1. – P.43-45.
56. Kravtsov Y.I., Marfin E.A., Abdrashitov A.A. Development of the oscillator of pressure fluctuations for solution oilfield and geophysical problems // Engineering Geophysics 2017. – 2017.
57. Marfin E.A., Abdrashitov A.A., Kravtsov Y.I. On the selection of the optimal mode of the wave stimulation in oil production // 7th EAGE Saint Petersburg International Conference and Exhibition: Understanding the Harmony of the Earth's Resources Through Integration of Geosciences. – 2016.
58. Marfin E.A., Kravtsov Ya.I. Choice of optimum geometrical parameters of a radiator on the basis of a Helmholtz resonator // Izvestiya Akademii Nauk. Energetika. – 2005. – V. 6. – P.108-113.
59. Gataullin, R.N., Kravtsov, Ya.I., Marfin, E.A. [2013] Intensification the process of hard to recover hydrocarbons reserves extraction by integrated heat-wave influence on layer // Neftyanoe khozyaystvo - Oil Industry. – 2013. – V.1. – P.90-93.
60. van Meurs P. The use of transparent three-dimensional models for study in gthe mechanism of flow processes in oil reservoirs // Trans. AIME. – 1957. – V.210. – P.295-301.
61. Wooding R. A. Unsaturated seepage flow from a horizontal boundary // Q. Appl. Math. – 1975. – V. 33.– P.143-150.



62. Gorell S., Homsy G. M. A theory of the optimal policy of oil recovery by secondary displacement processes // SIAM J. Appl. Math. – 1983. –V.43. – P.79-98.
63. Yortsos Y.C., Huang A.B. Linear stability analysis of immiscible displacement including continuously changing mobility and capillary effects: Part 1- simple basic flow profiles // SPE. – 1984. – 12692.
64. Huang A. B., Chikhliwala E.D., Yortsos Y.C. Linear stability analysis of immiscible displacement including continuously changing mobility and capillary effects– P.Part II-general basic flow profiles // SPE. – 1984. – 13163.
65. Chikhliwala E.D., Yortsos Y.C. Theoretical investigations on finger growth by linear and weakly nonlinear stability analysis // SPE. – 1985. – 14367.
66. Jerauld G. R., Davis H. T., Scriven L.E. Stability fronts of permanent form in immiscible displacement // SPE. – 1984. – 13164.
67. Jerauld G. R., Nitsche L.C, Teletzke G.F., Davis H.T., Scriven L.E. Frontal structure and stability in immiscible displacement // SPE – 1984. – 12691.
68. Habermann B. The efficiency of miscible displacement as a function of mobility ratio // Trans. AIME. – 1960. – V.219. – P.264-272.
69. Stoneberger M., Claridge E.L. Graded viscosity bank design with pseudoplastic fluid // SPE. – 1985. – 14230.

**АПРОБАЦИЯ РАБОТЫ****1. Публикации в изданиях, индексируемых в Scopus:**

- 1.1. *Garaeva S., Marfin E., Kokhanova Y.* Numerical simulation of viscous liquid displacement in Hele-Shaw cell // AIP Conference Proceedings. – 2019. – V.2181. – 020011. – DOI 10.1063/1.5135671
- 1.2. *Marfin E.A., Garaeva S.V., Ermolaev D.V.* Numerical simulation of the Saffman-Taylor instability in the Hele-Shaw cell // Journal of Physics: Conference Series. – 2019. – V.1158. – 032028. – DOI: 10.1088/1742-6596/1158/3/032028

**2. Прочие публикации в материалах конференций (статьи, тезисы):**

- 2.1. *Марфин Е.А., Ермолаев Д.В., Гараева С.В.* Динамика границы раздела жидкостей в ячейке Хеле-Шоу // Материалы XII Международная конференция по Прикладной математике и механике в аэрокосмической отрасли (NPNJ'2018), 24-31 мая 2018 г., Алушта. – М.: Изд-во МАИ, 2018. С.205-207. <https://elibrary.ru/item.asp?id=35651272>
- 2.2. *Гараева С.В., Марфин Е.А.* Численное моделирование вытеснения вязкой жидкости в ячейке Хеле-Шоу // Материалы XXI Международной конференции по вычислительной механике и современным прикладным программным системам (ВМСППС'2019), 24-31 мая 2019 г., Алушта. – М.: Изд-во МАИ, 2019. – С. 42-44. <https://elibrary.ru/item.asp?id=40894007>
- 2.3. *Гараева С.В.* Численное моделирование вытеснения масла водой в ячейке Хеле-Шоу // Итоговая научно-образовательная конференция студентов Казанского федерального университета 2018 года: сб. тезисов: в 4 т. – Казань: Изд-во Казан. ун-та, 2018. – Т. 1: Высшая школа информационных технологий и информационных систем; Инженерный институт; Институт вычислительной математики и информационных технологий; Институт математики и механики им. Н.И. Лобачевского; Институт физики; Институт геологии и нефтегазовых

технологий; Институт фундаментальной медицины и биологии; Институт экологии и природопользования; Химический институт им. А.М. Бутлерова. – С.73-74.

**3. Доклады на конференциях с личным участием (Название доклада, название конференции, организатор конференции (город, место), дата проведения, тип доклада):**

3.1. Численное моделирование вытеснения масла водой в ячейке Хеле-Шоу, Итоговая научно-образовательная конференция студентов Казанского федерального университета, КФУ, Казань, 2018 г., устный.

3.2. Численное моделирование вытеснения вязкой жидкости в ячейке Хеле-Шоу, XXI Международная конференция по вычислительной механике и современным прикладным программным системам (ВМСППС'2019), МАИ, Алушта 24-31 мая 2019 г., устный.

**4. Участие в конкурсах научных работ (Название конкурса, организатор конкурса (место), дата проведения, призовое место, награда):**

4.1. Конкурс на лучшую научную работу студентов КФУ 2018 по инженерно-техническому направлению, 20.04.2018, Диплом участника.

4.2. Конкурс на соискание стипендии Академии наук РТ, 20.02.2019 г.

4.3. Конкурс среди молодых ученых, XXI Международная конференция по вычислительной механике и современным прикладным программным системам (ВМСППС'2019), МАИ, Алушта 24-31 мая 2019 г., Диплом победителя.

4.4. Конкурс для поддержки участия студентов и аспирантов КФУ в научных мероприятиях, победитель, денежная премия, май 2019.