Министерство образования и науки РФ

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего профессионального образования «Казанский (Приволжский) федеральный университет»

ИНСТИТУТ МАТЕМАТИКИ И МЕХАНИКИ ИМ. Н.И. ЛОБАЧЕВСКОГО

КАФЕДРА ВЫСШЕЙ МАТЕМАТИКИ И МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

Специальность: - Математика с дополнительной специальностью информатика

ВЫПУСКНАЯ КВАЛИФИКАЦИОННАЯ РАБОТА

(дипломная работа)

Студента 5го курса Насыбуллина Газинура Рафиковича

«Факультатив по подготовке школьников к сдаче ЕГЭ по математике. Задачи с параметрами»

Работа завершена:

"___"_________ 2014г. ____________________ ()

Работа допущена к защите:

Научный руководитель
к.ф.-м.н., доц.

"___"_________ 2014г. ____________________ ()

Заведующий кафедрой
д.ф.-м.н., проф.

"___"_________ 2014 г. ____________________ ()

Казань – 2014

ОГЛАВЛЕНИЕ

Введение

Ученые-педагоги, занимающиеся проблемой исследования уровня знаний учащихся средней школы по математике, пришли к выводу, что требования к знаниям учащихся в школе и при поступлении в Вузы отличаются [35], [36]. Некоторые темы курса школьной математики рассматриваются в недостаточном объеме, а также слишком маленькое количество уроков отводится на повторение и систематизацию основных вопросов математики в выпускных классах. Разрешение данной проблемы возможно при организации проведения курсов по подготовке к ЕГЭ, которые будут направлены на расширение и систематизацию знаний учащихся.

Одной из форм проведения курсов являются факультативные занятия. Их относят к внеурочным формам повышенной подготовки учащихся по разделам основ наук, изучаемых в школе. Факультативные занятия включены в базисный план, в его вариативную часть. Занятия проводятся по расписанию с учащимися постоянного, в течение года, состава и, как правило, по утвержденной Министерством образования программе. Последнее требование сейчас не обязательно, учителю предоставлена возможность, перераспределять учебное время, по своему усмотрению менять порядок изучения тем, исключать их из рассмотрения или вводить новые.

Факультативные занятия способствуют профессиональной ориентации учащихся, помогают им окончательно убедиться в том, к какой науке и области деятельности они имеют направленность. Так же факультативы дают возможность получить прочную базу для успешного продолжения дальнейшего образования и самообразования.

Особого недостатка в разработках подготовительных курсов по математике нет, т.к. все учебные пособия для поступающих в Вузы рассчитаны не только на самостоятельную подготовку учеников старших классов, но и на ее проведение под руководством учителя ([29], [35], [36] и т.д.). Кроме этого разработаны подготовительные факультативы для выпускников [37], и целые многолетние циклы факультативных занятий, нацеленные на обеспечение успеха при поступлении.

Большинство из этих пособий и разработок факультативов устарели, потому что они были созданы для подготовки учащихся к сдаче письменного экзамена в форме контрольной работы, состоящей, как правило, из шести заданий. Сейчас в высших учебных заведениях вводится новая форма контроля знаний – тестирование, основные отличия которого от традиционного письменного экзамена заключаются в большем количестве разнообразных заданий, в быстроте и объективности выставления оценки.

Используемый на экзаменах вид тестов «с выбором ответа» основан на анализе типичных ошибок, допускаемых школьниками и абитуриентами. Варианты ответов его заданий включают ответы, полученные в результате этих ошибок. В своей работе мы предлагаем методику организации и проведения факультативов в старших классах по теме « Подготовка к ЕГЭ по математике ».

Поясним, почему именно мы выбрали для рассмотрения именно эту тему:

во-первых, проанализировав учебники, по которым занимаются в районах республики Татарстана, мы пришли к выводу, что они не содержат достаточного объема знаний для успешного прохождения тестирования;

во-вторых, как уже отмечалось выше, разработанные подготовительные курсы устарели, в связи с изменением формы проведения экзаменов.

Таким образом, проблему исследования мы видим в следующем: существует противоречие между объемом знаний, полученным учениками из школьных учебников, и требованиями к знаниям, предъявляемым на вступительном тестировании в Вузы. Проблема может разрешиться при разработке факультативного курса под названием «Подготовка к ЕГЭ по математике ».

Цель работы состоит в обобщении и систематизации материала, включенного в содержание вступительных тестов в высшие учебные заведения, и перенесение его на методическую основу.

В качестве **гипотезы исследования** выдвигается следующее предположение: введенный в школьную программу факультатив по данной теме увеличит статистику успешной сдачи учащихся вступительных тестов по математике.

Объектом исследования является **методика проведения** подготовительного курса на факультативных занятиях в старших классах. Предмет исследования – процесс обучения учащихся на подготовительных факультативных курсах по математике.

Для решения проблемы потребовалось решить ряд задач:

1) изучить психолого-педагогическую, научную, методическую литературу по данной теме;
2) проанализировать особенности тестирования как формы контроля, а так же выявить основную структуру содержания вступительного теста;
3) выделить типичные ошибки, допускаемые школьниками и абитуриентами по математике;
4) провести анализ содержания школьных учебников;
5) подобрать и систематизировать материал для проведения факультативных занятий;
6) разработать методику проведения и организации факультатива;
7) апробировать полученные результаты исследования в старших классах средней школы.

Для решения задач были использованы следующие методы исследований:

1) теоретический анализ и обобщение содержания факультативных занятий, опирающиеся на изучение математической литературы;

2) эксперимент, заключающийся в апробировании разработанной методики при проведении данного факультативного курса;

3) наблюдение за процессом усвоения материала.

Новизна работы состоит в принципиально новом построении и содержании факультативного курса по теме «Подготовка к ЕГЭ по математике ».

Апробация: методика применялась в рамках факультатива в одной из республиканских школ с учащимися 11 классов.

Глава I. ЕГЭ как особая форма контроля знаний

ЕГЭ- это за форма контроля, история ее развития, а также преимущества и недостатки тестирования по сравнению с другими формами контроля – рассмотрению этих вопросов посвящен первый параграф. В конце этого параграфа приведена структура теста по математике, предлагаемая центром тестирования Министерства образования России.

При составлении предлагаемых вариантов ответов во вступительных тестах учитываются типичные ошибки, допускаемые школьниками и абитуриентами. Во втором параграфе данной главы приведены результаты исследований педагогов (Далингера В.А [23], Дорофеева Г.В. [27],, Шарыгина И.Ф.[37], [38] и др.) по вопросам выявления видов типичных ошибок, допускаемых учениками и абитуриентами, и причины их появления для учтения работы по их избежанию при создании нашего подготовительного курса.

§1. Тестирование - как форма контроля

1.1. Тестирование - как метод педагогической диагностики

Среди известных методов педагогической диагностики: наблюдение, вопрос, анкетирование, тестирование и т. д. – наиболее ценным для обучения является именно метод тестирования. Этот метод позволяет изменять и интерпретировать результаты обучения с большей долей объективности и надёжности.

Что же такое тест? Психологи, технологи, инженеры, медики, педагоги используют термин «тестирование», понимая под ним испытание для выявления свойств объекта, применяемое в сочетании с определенной методикой измерения и оценкой результатов. [31]

Тесты имеют давнюю историю. Тестовая методика начала развиваться в конце XIX столетия в нескольких сферах жизни и деятельности человека. Впервые тест как метод измерения и сам термин «test» (задание) были введены в 90-е годы XIX века английским психологом Д. Кеттелом.

В начале XX века специалисты – тестологи начинают разграничивать два направления в тестовой работе: тесты психологические и тесты педагогические. Психологические тесты направлены на измерение психолого-физиологических и личностных характеристик человека. К педагогическим тестам относятся тесты, которые измеряют готовность ребенка к школе, успеваемость его обучения по тем или иным школьным дисциплинам, пригодность к профессиональному обучению.

В России исследования по изучению и составлению тестов в области педагогики и психологии начали проводить с 20-х годов XX столетия (М. С. Бернштейн, П. П. Блонский и др.). Тесты нашли применение в профконсультационной работе, в исследованиях работоспособности человека и отчасти при оценке школьной успеваемости. Однако в 1936 году постановлением ЦК ВКП (б) «О педологических извращениях в системе наркомпросов» были отвергнуты все формы тестирования, в том числе и тесты успешности [33]. Только в 60-е. годы был вновь поставлен вопрос о возможности и целесообразности пользования в средней школе тестовой методикой проверки знаний. В этом направление работали многие педагоги того времени, такие как В.П. Беспалько, К.А. Краснянская, Э.И. Моносзон и др. Но и на этот раз тесты не нашли широкого применения в массовой школе.

В течении последних15 ти лет ЕГЭ внедряется на качественно новом уровне как форма проверки состояния обученности школьников. Причем не только в школу, многие высшие, а также средние специальные учебные заведения стали использовать эту форму контроля знаний. Студенты набираются из числа учеников, набравших определенное количество баллов в тестах, составленных Центром тестирования Министерства образования России [22],

1.2. Тесты в школьном курсе математики.

Под тестами в курсе школьной математики понимают некоторую совокупность стандартизованных заданий, предъявляемых малыми порциями, но охватывающих большой круг оперативно проверяемых вопросов. [31].

Тесты, как система оценки школьной успеваемости, имеют целый ряд положительных характеристик, позволяющих:

1) учитывать индивидуальные особенности учащегося в ходе проверки результатов обучения;
2) проверять качество усвоения учащимися теоретического и практического материала;
3) оживить процесс обучения, вводя не только новую для учащегося форму контроля, но и различные виды тестов;
4) сэкономить учебное время, затрачиваемое на опрос, и личное время учителя, идущее на проверку результатов выполненной учащимися работы;
5) использовать тесты для компьютеризации;
6) обеспечить оперативность проверки выполненной работы.

На сегодняшней день существует несколько классификаций тестов по математике. Рассмотрим, на наш взгляд, самую удачную из них.

Классификация тестов, предложенная лабораторией математического образования ИОО МО и Науки РФ:

Первый вид тестов предполагает заполнение пропусков в истинных утверждениях или в правильных формулировках математических определений, правил. Он относится к тестам со свободным выбором ответа. Эти тесты в основном направленно на проверку прочности овладения обязательным материалом и понимание смысла изученного на уровне воспроизведения, т.е. имеется в виду формулировка определений, теорем, правил, выполнение заданий, предполагающих стереотипную ситуацию и т.д.

Второй вид тестов требует установить истинность или ложность утверждений; правильность формулировок определений и теорем. Он относиться к серии альтернативных тестов; в нём предлагается лишь два ответа для выбора «верно» - «неверно», такими тестами проверяется понимание изученного в основном на продуктивном уроке, т. е. проверяется готовность учащихся рассуждать делать выводы, обосновать правильность действий на основе общих правил положений, свойств, теорем. Проводят такие тесты в письменной и устной форме.

Третий вид тестов предполагает выбор ответа из целого ряда вариантов, из которых только один верный. В тестах такого вида предлагаются не менее трёх ответов для выбора. При составлении ответов учитываются типичные ошибки учащихся. В основном в этих тестах проверяется готовность учащихся применять учебный материал. Обычно проводятся в письменной форме, т. к. тесты этого вида плохо воспринимаются учащимися устно.

На вступительных экзаменах, а также при централизованном тестировании используется в основном третий вид тестов.

§ 2 Анализ типичных ошибок, допускаемых абитуриентами

а) распространенные ошибки проведения различных тождественных преобразований

1) ошибочное установление аналогий между объектами, внешне сходными, но по сути своей совершенно различными (пример: $bc = c$; $b + c = c$); причина: слабое знание учащимися правил сокращения алгебраических дробей;
2) ошибки, связанные со слабым знанием учащихся и абитуриентов действий над одночленами и многочленами;
3) ошибки, основанные на не умении проводить тождественные преобразования иррациональных выражений;
4) ошибки, связанные с неумением выполнять действие возведения в степень;

5) ошибочное извлечение из под корня выражения содержащего квадрат; причина: не знание тождества $\sqrt{a^2} = |a|$;
6) ошибки, связанные с переходом от степени с дробным показателем к корню с соответствующим показателем; причина слабое знание учащихся свойств степеней.

Пути избежания: на занятиях в качестве разминок ввести математические диктанты на тождественные преобразования величин и свойства степеней.

б) Распространенные ошибки при решении уравнений и неравенств:

1) Учащиеся не уделяют должного внимания нахождению ОДЗ, хотя именно она в ряде случаев есть ключ к решению. Пути избежания: больше внимания на занятиях при решении уравнений и неравенств уделять нахождению ОДЗ, прочитать учащимся лекцию или раздать памятки с описанием равносильных и неравносильных преобразований (Приложение 3).
2) Учащиеся не владеют на должном уровне определениями понятий, формулами, формулировками теорем, алгоритмами.
3) Многие ошибки являются следствием того, что учащиеся пытаются решать задачи по шаблону, привычным путем, рассмотренным в учебнике. Методы решения в учебниках охватывают далеко не все множество разнообразных уравнений, решения учащихся заходят в тупик.
4) Самая типичная ошибка состоит в том, что учащиеся при решении уравнений и неравенств без дополнительных пояснений используют преобразования, нарушающие равносильность, что приводит к потере корней или появлению посторонних. Это связанно с незнанием учащихся о существование равносильных и неравносильных преобразований.

Пути избежания: больше внимания на занятиях при решении уравнений уделять нахождению ОДЗ и проведению проверки правильности путем подстановки полученных решений в уравнение; прочитать учащимся лекцию или раздать отпечатанные листы с рассмотрением равносильных и неравносильных преобразований (приложение 3).

в) Распространенные ошибки учащихся при решении текстовых задач:

Текстовые задачи, решаемые методом составления уравнений и их систем, традиционно считаются одними из самых сложных. Это объясняется в значительной степени тем, что если задания другого вида требуют для своего решения формально-технического аппарата, применение которого алгоритмизировано, то решение сюжетных текстовых задач требует от учащихся еще и этапа составления уравнения или систем, который в значительно меньшей степени формализуем. Он требует от решающего понимания имеющихся в задаче условий и перевода их на язык математических уравнений.

Перечислим основные недостатки, которые имеют место при решении учащимися и абитуриентами сюжетных текстовых задач методом составления уравнений:

1. школьники и абитуриенты не владеют решением текстовых задач с помощью метода составления уравнений и их систем, более того они не знают и не различают некоторых особенностей в решении текстовых задач «на движение», «на проценты», «на сплавы и смеси», «на работу».
2. Не рационально выбиваются в качестве независимой переменной та или иная величина в задаче, что приводит к сложному решению и даже к ошибкам. Как правело, учащиеся и абитуриенты стремятся выбирать в качестве независимой переменной величину искомую в задаче. В ряде случаев делать это не целесообразно.
3. Учащиеся не следят за размерностью величин, встречающихся в задаче. Часто, размерности одних величин не согласуются с размерностью других.
4. Составленное уравнение не соответствует смыслу задачи. Это происходит в следствии того, что учащиеся не верно трактуют некоторые условия задачи, а также потому, что ими неверно понимается смысл некоторых слов и словосочетаний (Например: себестоимость, рентабельность).
5. Не выполняется логическая проверка полученного ответа, что часто к нелепостям типа: 1,25 рабочих.
6. Составленное для решения текстовой задачи уравнение не учитывает ряд ограничений на физические величины, которые были положительны по смыслу задачи. Это приводит к появлению лишних корней [23].

Способы избежания: при проведении факультативных занятий по решению текстовых задач рассмотреть отдельно каждый из видов задач и способы его решения; предложить учащимся, как, и в уравнениях так и в неравенствах, при анализе условий задачи определить область допустимых значений неизвестного.

г)Распространенные типы ошибок при решении задач геометрии:

1. ошибки, возникающие вследствие неправильного чертежа: неправильно построенной фигуры; несоблюдения параметров (пропорций), указанных в условии задачи; неудачно выбранного ракурса изображаемого тела; загроможденность рисунка или мелкое изображение, в результате чего происходит путаница с обозначением. Одна из причин этого заключается в том, что очень часто учебные пособия дают примеры чертежей, перегруженных ненужными деталями, небольших по величине [37];

2. ошибки, возникающие в результате неправильного обозначения основных элементов фигуры; причина: у учащихся слабо сформировано представление об общепринятых обозначениях (при обозначении фигуры, сначала указываются вершины верхнего основания, потом – нижнего);
3. учащиеся не знают свойств, формул характерных для данной геометрической фигуры, путаю различные геометрические тела;
4. ошибки, возникающие в результате неверной трактовки условий задачи;
5. ошибки, встречающиеся при решении задач геометрии с применением тригонометрии; причины: слабое знание тригонометрических формул; учащиеся путают в формулах «прилежащий» и «противолежащий» катеты;
6. ошибки при решении задач на подобие фигур (или пропорции) из-за неправильного определения расположения соответственных вершин.

Пути избежания: на занятиях больше внимания уделять правильности построения чертежей; рассмотрению с учащимися основных приемов изображения и обозначения пространственных тел, способа выноса фрагментарных картинок; посвятить часть времени обсуждению и составлению планов решения задач геометрии с выделением используемых при этом формул.

Мы не отметили здесь такую распространенную ошибку как неправильное оформление решения (неполная запись условий, нелогичный ход рассуждений, нерациональный способ решения и т.д.), т.к. в тестировании это не учитывается. Поэтому при подборе содержания факультативных занятий и его проведении мы не акцентировали внимание учащихся на правильность ведения записей, хотя и придерживались в оформлении общепринятых норм.

Вывод по главе 1

Вступительные экзамены стали проводиться в форме ЕГЭ – тестирование. Истории развития тестов как формы контроля, его преимуществам и недостаткам, а также разновидностям тестов посвящен первый параграф данной главы. На вступительных экзаменах также используются тесты с выбором ответа, варианты предложенных ответов к заданиям которого составлены с учетом типичных ошибок допускаемых абитуриентами и выпускниками. Поэтому во втором параграфе (и последнем) первой главы были рассмотрены типичные ошибки, причины и способы их избежания.

Глава 2. Методика построения подготовительного курса

Подготовка ученика к сдаче вступительных экзаменов в различные типы образовательных учреждений может осуществляться в форме репетиторского курса, подготовительных курсов при учебном заведении или в форме факультативных занятий, проводимых в школе. Все эти формы различаются по времени и месту проведения, а также по числу обучаемых. В качестве формы проведения нашего подготовительного курса мы выбрали факультативные занятия в школе, особенности которых рассмотрели в первом параграфе данной главы.

Второй параграф содержит возможное тематическое планирование факультативного курса по теме «Подготовка к вступительным экзаменам в Вузы», построенное на анализе школьных учебников и учебных пособий с учетом содержания и особенностей вступительных тестов.

В третьем параграфе изложены общие методические рекомендации по проведению нашего факультатива, а также рекомендации к проведению занятий в различных организационных формах (фрагментарная лекция, семинар и практикум).

В заключение главы описаны проведение и результаты педагогического эксперимента.

§1. Факультатив как одна из форм проведения подготовительных курсов

1.1. Факультатив – одна из форм проведения внеклассных занятий

Факультативные занятия не обязательные занятия, организуемые для углубления и расширения знаний по отдельным курсам, темам или вопросам в соответствии с желаниями и интересами учащихся. [29]

Основными целями факультативных занятий является: побуждение, формирование и развитие способностей ребенка по предмету, расширение кругозора учащегося, формирование интереса к различным областям наук; воспитание мировоззрения и ряда личностных качеств средствами углубленного изучения материала. [28]

Идеи о необходимости проведения дополнительных занятий с отдельными учащимися с целью углубленного изучения предметов возникла у педагогов уже в конце XIX века. В России эта форма учебной работы была введена только в 1966 году постановлением ЦК КПСС и Совета министров СССР «О мерах дальнейшего улучшения работы средней образовательной школы», в котором было рекомендовано всем школам проведение в 7 –10 классах факультативных занятий «…для углубления знаний учащихся, для развития их интересов и способностей» [32]. Это, по мнению Фирсова В. В., «…явилось важным шагом в деле совершенствования системы среднего образования» [34]. С этого времени факультативные курсы стали одним из основных видов внеклассной работы со школьниками.

Введение в школе факультативных занятий приводит к разделению учебного материала на основной, обязательный для всех учащихся, и дополнительный, рассчитанный на удовлетворение повышенных интересов отдельных учеников. Что дает возможность повысить уровень общего образования, не допуская перегрузки ребят обязательными учебными предметами. Это позволяет найти правильное решение в преодолении серьезного противоречия: неизбежность внесения нового материала в учебные программы и необходимость предупреждения учебной перегрузки учащихся. Кроме этого проведение факультативных занятий позволяет апробировать новое содержание и методику обучения, новое оборудование, что способствует усовершенствованию школьного образования.

На сегодняшний день различают четыре типа факультативных занятий:

1. курсы, углубляющие программный материал, изучаемый в классе;
2. внепрограммные курсы;
3. занятия, ориентированные главным образом на практическое применение изучаемых закономерностей;
4. факультативы, носящие межпредметный характер.

Независимо от типа, факультативные занятия выполняют следующую общеобразовательную функцию: предоставляют возможность учащимся, проявившим интерес и склонности к предмету, получить дополнительные знания по этому предмету. В этом аспекте факультативные занятия входят в систему повышенной подготовки учащихся, являясь одним из ее компонентов.

В отличие от других видов внеклассной работы в основе факультативных занятий лежит конкретная программа. Но при этом она обладает гибкостью, позволяющей варьировать содержание факультативного курса в направлении, отвечающем возможностям и желаниям учителей и учащихся факультативной группы. Также наличие программного обеспечения не исключает возможности проводить учителям занятия по экспериментальным программам. В настоящее время учителям школы, студентам и преподавателям высших учебных заведений предоставляется право самостоятельной разработки программ факультативных занятий и подбора для их содержания учебного материала. [33] Для обучения на факультативе отводится определенное количество часов, что отражено в сборнике нормативных документов для средних общеобразовательных школ в вариативной части.

Еще одно отличие факультативных занятий от других форм внеклассных занятий заключается в наличии у учащихся серьезного интереса к предмету – это необходимое условие их успешного проведения. Развитие интереса к предмету – проблема до факультативной подготовки, которая становится центральной для различных видов внеклассной работы.

Кроме этого, выбрав факультативный курс, учащиеся обязаны посещать его в течение учебного года, что отражается в журнале для факультативных занятий, выполнять домашние задания, соблюдать дисциплину. Т.е. требования к ученикам такие же, как и в отношении любого учебного предмета.

1.2. Организация факультативных занятий по математике и специфика проведения на них подготовительных курсов

Факультативные занятия по математике содействуют профессиональной ориентации учащихся в области математики и ее приложений, облегчая тем самым выбор специальности и дальнейшее совершенствование в ней. Это массовая форма повышения математической подготовки учащихся, играющая большую роль в совершенствовании школьного, в том числе и математического образования.

Основными целями факультативных занятий по математике являются: углубление и расширение знаний, развитие математических способностей, формирование активного познавательного интереса к предмету, привитие школьникам навыков самостоятельной исследовательской работы.

В сборнике нормативных документов для средне общеобразовательной школы [30] указано, что на факультатив по математике отводится 68 часов в год (2 раза в неделю) или 34 часа в год (1 раз в неделю).

Факультативные группы численностью 10 – 15 человек и более создаются из учащихся одного класса или нескольких параллельных (возможно объединение групп учеников из последовательных классов 8-9, 10-11). При наборе учебных групп недопустимо принуждение школьников к обязательному выбору факультативных курсов, а также отборочные испытания при их комплектации. Факультативные занятия должны быть рассчитаны на всех учеников, пожелавших добровольно изучать данный курс.

Занятия на факультативе сказываются на уровне математического развития учащегося и, следовательно, на его успехах в изучении обязательного курса. Однако уровень требований, предъявляемых учащимся при прохождении основного курса математики, не должен зависеть от того, посещает или не посещает данный школьник факультатив по математике.

Знания учащихся, посещающих факультатив, подлежат обязательной оценке, при этом существует два подхода к оценке: учащиеся получают текущие оценки знаний по трехбалльной системе 3, 4, 5 (неудовлетворительные оценки не фиксируются); оценка знаний учащихся происходит только по итогам четверти и года. Сведения о посещении факультативного курса, а также его результаты фиксируются в приложении к аттестату о среднем (полном) общем образовании.

Подготовительные курсы в школе проводятся среди учащихся выпускных классов, для помощи им в поступлении в различные типы учебных заведений. Основная форма проведения – факультативные занятия. Целью таких занятий является углубление и систематизация изучаемого в классе программного материала. Подготовительный курс может проводиться по любому учебному предмету при наборе на него более 10 человек.

Содержание подготовительного курса по математике охватывает очень большой объем изученного материала. Поэтому для успешной сдачи вступительных экзаменов по предмету недостаточно посещения только факультатива, залогом к успеху является практическая проработка учащимися материала, излагаемого на факультативных занятиях. Здесь подразумевается не только выполнение домашних заданий, но и самостоятельное решение задач из различных учебных пособий, предназначенных для старшеклассников, готовящихся к поступлению в высшие учебные заведения.

Эффективность проведения подготовительного факультатива по математике зависит от его правильной организации. На наш взгляд не удачно отведение на подготовительные курсы для 11 класса одного часа в неделю , т.к., во-первых, очень мало времени отводится на самостоятельную работу учеников; во-вторых, одного часа не достаточно для полного раскрытия темы занятия, а разбиение материала приводит к нарушению систематичности изложения. Мы предлагаем проводить занятия, разработанного нами факультативного курса по теме «Подготовка к ЕГЭ по математике», один раз в две недели, при чем продолжительность одного занятия - два часа.

§2. Структура факультативного курса по теме «подготовка к ЕГЭ по математике»

2.1. Содержание подготовительного курса

Взяв за основу структуру теста по математике, предлагаемую центром тестирования Министерства образования России, и проанализировав содержание вступительных тестов (по математике) в различные учебные заведения [40][39], мы решили, что большая часть нашего подготовительного курса будет посвящена рассмотрению методов решения уравнений и неравенств разных типов. Наш выбор был мотивирован тем, что:

- во-первых, количество заданий, сводящихся к решению уравнений или неравенств, на вступительных экзаменах колеблется от 33% до 56% (тесты централизованного тестирования за 2010-2013 год);

- во-вторых, преобразования, используемые при решении уравнений, применяются и при упрощении алгебраических выражений, и при решении примеров.

Таким образом, рассмотрение этих двух линий способствует успешности выполнения в среднем 72% от числа всех заданий в тесте.

Методам решения каждого вида уравнений, а также решению неравенств мы посвятили отдельные занятия, рассчитанные на два часа. Для обобщения методов решения уравнений в подготовительный курс включили еще одно занятие по выделению общих и специальных методов решения уравнений.

Еще в подготовительном курсе рассматриваются методы решения задач с параметрами; логических, текстовых задач; заданий, с использованием формул арифметической и геометрической прогрессий; задач по стереометрии и планиметрии. Кроме этого туда включены занятия по подготовке к контрольной работе, итоговое тестирование и работа над ошибками.

Мы не стали выносить исследование функций как отдельное занятие подготовительного курса, т.к. задания с применением алгебраических методов исследования функций, встречающиеся в тестах, у нас рассматриваются в других темах; изучению же тем: исследование функций с помощью производных; применение свойств различных функций и их графиков для решения задач - отводится около половины всего учебного времени в одиннадцатом классе.

Таким образом, наш подготовительный курс состоит из следующих занятий:

1. Введение. Рациональные уравнения и системы.
2. Уравнения, содержащие переменную под знаком модуля.
3. Решение иррациональных уравнений и их систем.
4. Методы решения тригонометрических уравнений.
5. Уравнения, содержащие обратные тригонометрические функции. Решение систем тригонометрических уравнений.
6. Методы решения показательных уравнений и их систем.
7. Методы решения логарифмических уравнений и их систем.
8. Общие и специальные методы решения уравнений.
9. Неравенства.
10. Задачи с параметром.
11. Текстовые задачи. Прогрессии.
12. Логические задачи.
13. Задачи по планиметрии.
14. Задачи по стереометрии.
15. Подготовка к итоговому тестированию.
16. Итоговое тестирование.
17. Работа над ошибками.

Итого факультативный курс состоит из 17 занятий, его продолжительность – 34 часа.

2.2. Анализ школьных учебников

Для определения целей, форм обучения и организации занятий каждой темы факультативного курса (за исключением тем по закреплению, контролю и коррекции знаний) нами был проведен анализ школьных учебников, по которым занимаются в школах . Анализу были подвергнуты учебники алгебры Алимова Ш.А. (отдельно линия его новых, переработанных учебников), Виленкина И.Я. и учебники геометрии Атанасяна Л.С. и Погорелова А.В.

Анализ проводился следующим образом:

1) по каждой теме факультативного курса были выделены методы и приемы решения, используемые при выполнении заданий тестирования;
2) для каждого занятия были составлены таблицы, в которых обозначили методы решения и линии учебников;
3) далее просматривалось содержание учебников (изложенный в них материал и предложенные для решения примеры) и на основании этого заполнялись таблицы (см. ПРИЛОЖЕНИЕ 1);
4) по каждой таблице делался вывод о полноте изложения материала в школьных учебниках (таблицы с анализом тем, изложенных во всех учебниках в достаточном объеме или не рассмотренные вообще (логические задачи), в приложение 1 не включены);
5) выбор целей и форм по теме проводился по следующим критериям:

- тема рассматривается в учебнике в достаточном объеме:
цель занятия: повторить и систематизировать знания учащихся;
форма проведения: семинарское занятие;
форма организации обучения: групповая работа в сочетании с индивидуальной;
- тема рассматривается не полностью:
цель занятия: расширить и систематизировать знания учащихся;
форма проведения: фрагментарная лекция;
форма организации обучения: фронтальная работа в сочетании с индивидуальной;
- тема в учебниках изложена поверхностно или не рассматривается вообще:
цель занятия: ввести новые понятия, рассмотреть методы решения;
форма проведения: фрагментарная лекция;
форма организации обучения: фронтальная работа в сочетании с коллективной.

Мы не будем подробно останавливаться на выводах о соответствии содержания различных школьных учебников (по выделенным нами темам) с требованиями к знаниям, предъявляемыми к абитуриентам при поступлении. Хотим лишь отметить, что из числа проанализированных нами учебников наихудшими, с точки зрения разнообразия рассматриваемых методов, являются не переработанные учебники Алимова Ш.А., по которым занимается подавляющее большинство школ.

Результаты анализа учебников Алимова Ш.А. (не переработанных) и Атанасяна Л.С. отражены в технологической карте факультативных занятий по теме «Подготовка к вступительным экзаменам по математике в Вузы». Для построения технологической карты нашего подготовительного факультативного курса с учетом особенностей содержания других учебников (из числа нами проанализированных) учитель может пользоваться данными таблиц приложения 1.

Ко всему прочему данные таблиц анализа учебников мы рекомендуем использовать учителю для самостоятельного конструирования содержания занятий факультативного курса, уделяя больше внимания тем методам решения, которые в школьном учебнике (по которому занимаются в данной школе) не рассматриваются полностью или используются при решении заданий повышенной сложности, не предназначенных для обязательного изучения.

2.3. Технологическая карта факультативных занятий

Пояснительная записка

Факультативный курс по теме «Подготовка к ЕГЭ по математике» рассчитан на учеников выпускных (одиннадцатых) классов и состоит из семнадцати занятий, продолжительность каждого из которых два учебных часа. Т.е. его продолжительность – 34 учебных часа, время его проведения – весь учебный год. В его основе лежат знания по всему курсу математики средней школы.

Цель проведения факультатива: подготовка учащихся к прохождению Централизованного тестирования по предмету математика.

Изучение материала, положенного в основу факультативного куса по данной теме, предусматривает следующие цели:

1.*обучающие:*

1) систематизировать знания учащихся по темам «Решение текстовых задач», «Арифметическая и геометрическая прогрессии», «Решение задач по планиметрии и стереометрии»;
2) систематизировать и расширить знания учащихся о методах решения рациональных, иррациональных, тригонометрических, логарифмических, показательных, уравнений, систем, неравенств;

3) ознакомить учащихся с методами решений уравнений, содержащих обратные тригонометрические функции, и уравнений, содержащих переменную под знаком модуля;
4) рассмотреть способы решения задач с параметрами и логических задач;

2.*воспитательные:*

1) воспитание у учащихся внимания и аккуратности при ведении математических записей;
2) воспитание умения слушать учителя и товарищей, выделять главное в услышанном;
3) установление более тесных контактов между учителем и выпускниками;

3.*развивающие*:

1) развитие математических способностей у учащихся;
2) формирование умений составления плана решения и прогнозирования результатов;
3) формирование предметных и общеинтелектуальных умений и навыков, навыков учебно-познавательной деятельности и самообразования;

10)формирование навыков самоконтроля;
11)развитие математической речи;
12)развитие логического мышления.

Технологическая карта:

№	**Тема занятия**	**Форма проведения**	**Ведущая образовательная цель**	**Форма организации**	**Методы и приемы обучения**	**Новые понятия и методы**
1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**
1.	Введение. Рациональные уравнения и системы.	Вводная фрагментарная лекция	Расширить и систематизировать знания учащихся о видах преобразований, о методах решения рациональных уравнений и систем; научить их делить многочлен на многочлен.	Фронтальная работа с учащимися	Объяснительно-иллюстративный, практический методы	Методы: подбор корней, сведение уравнений к квадратным; решение нестандартных уравнений. Понятие: деление многочлена на многочлен

№	Тема занятия	Форма проведения	Ведущая образовательная цель	Форма организации	Методы и приемы обучения	Новые понятия и методы
1	2	3	4	5	6	7
2.	Уравнения, содержащие переменную под знаком модуля	Фрагментарная лекция	Повторить определение и геометрический смысл модуля и методы решения уравнений основанные на этих понятиях; ознакомить учащихся с методами: возведения обеих частей уравнения в квадрат; разбиения на промежутки; решения уравнений, содержащих «модуль в модуле»	Фронтальная работа в сочетании с индивидуальной	Объяснительно-иллюстративный, алгоритмический, практический методы	Методы: возведения обеих частей уравнения в квадрат; разбиения на промежутки; решения уравнений, содержащих «модуль в модуле»
3.	Решение иррациональных уравнений и их систем.	Фрагментарная лекция	Обобщить, расширить и систематизировать знания учащихся о методах решения иррациональных уравнений и их систем	Фронтальная работа сочетании с индивидуальной	Объяснительно-иллюстративный, практический методы	Методы: сведения к системе алгебраических уравнений; решения через систему неравенств
4.	Методы решения тригонометрических уравнений.	Фрагментарная лекция	Рассмотреть дополнительные тригонометрические формулы; расширить и систематизировать знания учащихся о методах решения тригонометрических уравнений, ознакомить учащихся с правилами отбора корней в уравнениях	Коллективная форма работы	Объяснительно-иллюстративный, алгоритмический, практический методы	Методы: «универсальных» подстановок; решения уравнений понижением степени; решения уравнений с помощью оценки его частей
5.	Уравнения, содержащие обратные тригонометрические функции. Решение систем тригонометрических уравнений	Фрагментарная лекция	Повторить понятия обратных тригонометрических функций, рассмотреть методы решения уравнений, содержащих обратные тригонометрические функции, систем тригонометрических уравнений; ознакомить учащихся с записью ответа для систем уравнений	Коллективная форма работы с учащимися в сочетании с индивидуальной и групповой	Объяснительно-иллюстративный, практический, проблемно-поисковый методы	Методы: введения новой переменной; нахождения значений тригонометрической функции от обеих частей уравнения; решения систем тригонометрических уравнений заменой неизвестных
6.	Методы решения показательных уравнений и	Фрагментарная лекция	Повторить понятие и свойства показательных функций, расширить и системати-	Фронтальная форма работы с учащимися	Объяснительно-иллюстративные,	Методы: группировки; решения нестандартных уравнений

№	Тема занятия	Форма проведения	Ведущая образовательная цель	Форма организации	Методы и приемы обучения	Новые понятия и методы
1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**
	их систем.		зировать знания учащихся о методах решения показательных уравнений и их систем	в сочетании с индивидуальной	практические методы	
7.	Методы решения логарифмических уравнений и их систем.	Фрагментарная лекция	Повторить свойства и определение логарифма; обобщить и систематизировать методы решения логарифмических уравнений и их систем; рассмотреть метод решения с помощью логарифмирования	Фронтальная форма работы с учащимися в сочетании с индивидуальной	Объяснительно-иллюстративный, практический методы	Методы: подстановки, логарифмирования
8.	Общие и специальные методы решения уравнений.	Практикум	Выявление общих подходов к решению уравнений различных видов, для большей осознанности сути применения каждого из методов решения.	Фронтальная и индивидуальная формы работ учащихся	Исследовательский, практический методы; прием: учебная дискуссия	
9.	Неравенства	Фрагментарная лекция	Повторить свойства показательной, логарифмической, тригонометрической функций; рассмотреть алгоритмы решения различных видов неравенств и применение этих алгоритмов при выполнении заданий	Фронтальная форма работы учащихся в сочетании с индивидуальной	Объяснительно-иллюстративный, алгоритмический, практический методы	Методы решения неравенств с модулем; рациональных неравенств высших степеней;
10	Задачи с параметром	Фрагментарная лекция	Рассмотреть алгоритм решения задач с параметром и его применение при решении различных типов заданий	Фронтальная форма работы с учащимися в сочетании с индивидуальной	Объяснительно-иллюстративный, алгоритмический, практический методы	
11	Текстовые задачи. Прогрессии.	Семинар	Повторить и систематизировать знания приемов решения текстовых задач, решения заданий с арифметическими и геометрическими прогрессиями.	Групповая и коллективная формы работы учащихся	Исследовательский, практический методы	

№	Тема занятия	Форма проведения	Ведущая образовательная цель	Форма организации	Методы и приемы обучения	Новые понятия и методы
1	2	3	4	5	6	7
12	Логические задачи	Фрагментарная лекция	Ввести понятия: логическая цепочка, решение логической цепочки, логическая задача; ознакомить учащихся с основными методами их решения	Коллективная, групповая и индивидуальная форма работы	Объяснительно-иллюстративный, алгоритмический, практический методы	Методы решения логических цепочек и логических за дач (с помощью таблиц). Понятия: логическая цепочка; решение логической цепочки, логическая задача
13	Задачи по планиметрии.	Семинар	Повторить, обобщить и систематизировать основные формулы и приемы решения задач планиметрии.	Групповая и коллективная формы работы с учащимися	Исследовательский, объяснительно иллюстративный, практический методы прием: введение элементов соревнования	
14	Задачи по стереометрии	Семинар	Повторить, обобщить и систематизировать основные формулы и приемы решения задач стереометрии.	Коллективная форма работы с учащимися	повторить, обобщить и систематизировать основные формулы и приемы решения задач стереометрии.	
15	Подготовка к итоговому тестированию	Практикум	Закрепить практические умения и навыки применения различных методов и приемов решения.	Фронтальная, групповая и индивидуальная формы работы с учащимися	Практический, проблемно поисковый методы	
16	Итоговое тестирование	Практикум	Определить уровень усвоения школьниками материала данного факультативного курса, дать уча-	Индивидуальная работа учащихся	Метод самостоятельной работы, практиче-	

№	Тема занятия	Форма проведения	Ведущая образовательная цель	Форма организации	Методы и приемы обучения	Новые понятия и методы
1	2	3	4	5	6	7
			щимся возможность оценить свою степень подготовки к сдаче вступительных тестов		ские и поисковые методы обучения	
17	Работа над ошибками	Практикум	Рассмотреть задания, вызвавшие трудности у учащихся при выполнении итогового тестирования	Коллективная и индивидуальная формы работы	Исследовательские, практические методы	

§3. Методика проведения факультативных занятий по теме «подготовка к ЕГЭ по математике»

Форма организации на факультативе может быть различной. В начале первого занятия необходимо сказать несколько слов обо всем подготовительном курсе, о его назначении, кратко сказать о его содержании. Так как данный факультатив предназначен для подготовки учащихся и не включает в себя большого объема нового теоретического материала, то мы не рекомендуем проводить занятия в форме лекций. В качестве основной формы проведения нами выбрана фрагментарная (или комбинированная) лекция.

3.1. Методические рекомендации к проведению занятий в форме фрагментарной лекции

На фрагментарной лекции происходит изучение нового материала, совершенствование знаний, умений и навыков, обобщение и систематизация. Отсюда она получила название – фрагментарная. Эффективность и результативность комбинированной лекции зависит от четкого определения ее целевых установок и от абсолютизирования ее структуры.

Выделяют следующие основные элементы фрагментарной лекции:

1. организация учащихся;
2. повторение и проверка знаний учащихся, выявление глубины понимания и степени прочности изученного на предыдущих занятиях и актуализация необходимых знаний и способов деятельности для последующей работы по изучению и осмыслению нового материала на текущем уроке;
3. введение учителем нового материала и организация работы учащихся по его осмыслению и усвоению;

4. первичное закрепление нового материала и организация работы по выработке у учащихся умений и навыков применения знаний на практике;
5. задание упражнений на дом;
6. подведение итога лекции с выставлением оценок за работу на занятии отдельным учащимся [29].

Перечисленные компоненты методической подструктуры комбинированной лекции в зависимости от характера учебной ситуации и педагогического мастерства учителя взаимодействуют между собой и зачастую переходят друг в друга, меняют свою последовательность в зависимости от организации познавательного процесса. Ее структура является гибкой и подвижной. Проведение фрагментарной лекции вынуждает учителя четко регламентировать время ее отдельных этапов.

Мы рекомендуем в такой форме проводить занятия по темам: «Рациональные уравнения и системы», «Уравнения, содержащие переменную под знаком модуля», «Решение иррациональных уравнений и их систем», «Методы решения тригонометрических уравнений», «Уравнения, содержащие обратные тригонометрические функции. Решение систем тригонометрических уравнений», «Методы решения показательных уравнений и их систем», «Методы решения логарифмических уравнений и систем», «Неравенства», «Задачи с параметром», «Решение логических задач» (содержание этих занятий см. в ПРИЛОЖЕНИИ 2).

Апробация нашего подготовительного курса в школе позволила определить приемы и примерные временные рамки проведения каждого из этапов комбинированной лекции:

1. *организация учащихся*. Посещение факультативных занятий- дело добровольное, кроме этого данный факультатив рассчитан на выпускников (людей достаточно взрослых), поэтому на этот этап мы решили отводить не более 2-ух минут.

2. *повторение и актуализация знаний*. Продолжительность этого этапа 10 – 15 минут. На нем мы рекомендуем провести небольшую самостоятельную работу 1 – 2 задания по предыдущей теме и повторить с учениками основные понятия и формулы из новой темы. Этот этап мы оставляем для личного творчества учителя, отметив лишь, что на наш взгляд, обязательно нужно провести актуализацию знаний в форме самостоятельной письменной работы по теме «Методы решения тригонометрических уравнений», т.к. знание тригонометрических формул во многом обеспечивает успешность выполнения заданий по тригонометрии.

3. *введение нового материала.* На этот этап отводится от 40 до 55 минут. Содержание по каждой теме, предложенное нами в приложении 2, не является обязательным. Учитель может сам определять содержимое факультативного занятия с учетом специфики класса и школьного учебника, беря пред-

ложенное нами за основу. На наш взгляд, факультатив станет более эффективным, если ученики будут кратко записывать суть отдельных методов решения, а также предложенные алгоритмы решения. В процессе объяснения новой темы мы предлагаем преподавателю не прорешивать полностью задание, если его свели к решению уже известными методами, а предоставить это сделать учащимся. Это позволит в процессе изучения нового материала сразу проводить его первичное закрепление. Объяснение дальнейшего решения таких задач рекомендуем проводить в устной форме, так как это будет способствовать развитию математической речи у учащихся, а так же сокращению времени на выполнение задания.

4. *закрепление нового материала.* Продолжительность этапа 15 – 25 минут. В конце каждой из предложенных тем нами предусмотрены упражнения на закрепление полученных знаний (см. ПРИЛОЖЕНИЕ 2). Мы предлагаем проводить закрепление следующим образом: после изложения нового материала нового материала делается пяти минутный перерыв, на котором записываются задания; далее совместно устно разбирается план решения каждого из заданий, и выбираются задачи, которые будут решены на занятии (остальные задаются на дом). Выбранные задачи решаются самостоятельно или по группам, ответы сверяются. Если много человек не справилось с решением, то задание прорешивается либо у доски, либо его проговаривает один из справившихся учеников.

5. *подведение итогов* обязательно для всех занятий. Оно заключается в кратком повторении (по возможности учащимися) содержания прошедшего занятия, выставлении оценок. Его продолжительность зависит от оставшегося времени.

6. *домашние задание* состоит из двух частей: первая – это дорешивание дома задач, записанных на доске, но не решенных; вторая – повторение основных положений по следующей рассматриваемой теме.

На первом занятии данного факультативного курса мы рекомендуем не только сообщить учащимся цели проведения и содержание факультатива, но и кратко рассмотреть понятия и виды равносильных и неравносильных преобразований уравнений (можно просто раздать им листы с ПРИЛОЖЕНИЕМ 3, чтобы этот этап занял меньше времени) для использования их при решении уравнений.

Кроме этого мы советуем в начале каждого занятия, и после объяснения новой темы уделять несколько минут вопросам учащихся по материалу, вызвавшему у них затруднения во время решения заданий в классе или дома, при рассмотрении заданий из учебных пособий для поступающих. Такие консультации можно проводить как для всей факультативной группы, так и в индивидуально.

Несколько занятий по нашей теме мы решили провести в форме семинаров.

3.2. Методические рекомендации к проведению семинарских занятий.

Цель проведения занятий – семинаров в том, чтобы сделать теоретическое обобщение, отработать основные методы, способы и приемы решения математических задач, показать связь математики с жизнью.

Проведение семинарских занятий активизирует процесс обучения, учит учащихся выступать с самостоятельными сообщениями, формирует у них навыки исследовательских умений, а также повышает культуру общения и развитость речи.

Укажем основные случаи, когда предпочтительнее организовывать занятия в форме семинаров:

1) занятия по теме учитель проводит в форме лекций, уделяя особое внимание разъяснению главного, основного содержания материала. Вслед за ними проводится семинарское занятие (одно или несколько), на котором учащиеся самостоятельно, пользуясь литературой, изучают материал, выполняют упражнения, закрепляют полученные знания.

2) при проведении обобщающих занятий по некоторым темам.

3) при изучении новой темы, если материал доступен для самостоятельной переработки учащихся. [27]

Эффективность семинарских занятий в значительной мере зависит от организации их подготовки. На подготовку к семинару необходимо выделять достаточное количество времени. Учащимся сообщается тема семинара, основные вопросы теории, которые будут рассматриваться на занятии, даются задачи, приемами решения которых должен овладеть каждый. Распределяются индивидуальные и групповые задания на нахождение применения рассматриваемых вопросов на практике, на самостоятельное рассмотрение отдельных тем и др.

В процессе подготовки к семинару по рекомендации учителя школьники изучают дополнительную литературу, работают над задачным материалом.

Мы предлагаем на нашем факультативном курсе провести семинары – обобщение знаний. Здесь понятие «обобщение знаний» подразумевает повторение и систематизацию материала, включенного в задания вступительных тестов и рассматриваемого в школьном курсе математики в достаточном объеме. Материал с точки зрения содержания данного подготовительного курса является новым.

Всего тематическое планирование факультативного курса «Подготовка к ЕГЭ по математике» предусматривает проведение трех семинарских занятий: Мы расположили эти темы в конце подготовительного курса, т.к. они не несут новых знаний, и их проведение не обязательно (они будут рассматриваться при проведении консультаций перед выпускными экзаменами в школе)

Семинар 1 (занятие 11)

Тема: Текстовые задачи. Прогрессии.

Тип: семинар – обобщение знаний.

Основная образовательная цель: повторить и систематизировать знания приемов решения текстовых задач, решения заданий с арифметическими и геометрическими прогрессиями.

Предварительная работа: на одиннадцатом факультативном занятии (в его конце) происходит разбиение учеников на шесть групп, каждой из которых предлагают самостоятельно рассмотреть или основные приемы решения текстовых задач одного из видов (задачи на движение, задачи на вычисление процентов, задачи на работу и задачи на смеси), или формулы и способы решения заданий с арифметическими и геометрическими прогрессиями. При подготовке ученикам рекомендуется пользоваться учебными пособиями и учебниками.

Проведение: В начале занятия каждая группа делает сообщения, остальные записывают основное. Далее преподаватель предлагает серию задач по рассмотренным темам, составленную из вариантов тестов для поступления. Мы рекомендуем больше внимания уделить задачам на вычисление процентов, т.к. такой тип заданий встречается во многих вариантах вступительного тестирования. Необязательно на занятии решать задачи полностью, достаточно, разобрав условия, составлять уравнения или составлять план решения, такие задачи ученики дорешивают дома (тогда на следующем занятии, в самом его начале, сверяются ответы). Это позволит за занятие разобрать больше различных видов задач.

Домашнее здание: решение предложенных учителем задач, которые не успели рассмотреть на данном занятии; подготовка к следующему семинарскому занятию.

Подведение итогов: в конце семинара еще раз кратко повторяются основные положения рассмотренных тем, после чего ученикам выставляются две оценки: общая для группы, при этом учитывается качество выступлений и колличество выступающих и индивидуальная - за работу на уроке.

Занятия «Решение задач планиметрии» и «Решение задач стереометрии» (занятия 13 и 14) мы предлагаем провести также в форме семинаров, основываясь на проведенный анализ заданий из вступительных тестов, который показал, что объема материала школьного курса геометрии достаточно для успешного их решения.

Семинар 2 (занятие 13)

Тема: Решение задач планиметрии.

Тип занятия: семинар – обобщение знаний.

Основная образовательная цель: повторить, обобщить и систематизировать основные формулы и приемы решения задач планиметрии.

Предварительная работа: на дом дается задание выписать формулы планиметрии, распределив их по группам для основных геометрических фигур. Трем ученикам (по желанию) дается задание подготовить сообщения (~10 минут) по темам: «Решение задач с помощью выявления характерных особенностей заданной конфигурации», «Геометрические методы решения задач», «Аналитические методы решения задач», взяв за основу материал из учебных пособий Шарыгина И.Ф. За неделю до проведения занятия просмотреть у них содержание выступлений.

Проведение: в начале занятия повторяются основные формулы по планиметрии. Происходит это в виде игры: разделившись на несколько групп, учащиеся по очереди читают выписанные ими формулы по определенной теме, побеждает группа, последняя назвавшая формулу, повторять формулы нельзя. При этом остальные пополняют записи недостающими формулами. Далее делаются сообщения, можно предложить ученикам отразить у себя в тетрадях суть выступлений. Все оставшееся время занятия отводится на решение задач планиметрии, ведущие методы решения которых - алгебраические, т.к. подобные задания характерны для тестов. Задачи можно не прорешивать полностью, а разобрав вместе условия задач и нарисовав рисунок к ним, составлять планы решения, по которым ученики самостоятельно дорешают дома (в начале следующего занятия обязательно нужно сверить результаты).

Домашнее задание: подготовка к следующему семинару.

Подведение итогов: в конце еще раз обсуждаются стандартные приемы решения задач планиметрии. За работу на занятии выставляются оценки.

Семинар 3 (занятие 14)

Тема: Решение задач стереометрии.

Тип занятия: семинар – обобщение знаний.

Основная образовательная цель: повторить, обобщить и систематизировать основные формулы и приемы решения задач стереометрии.

Предварительная работа: на подведении итогов семинарского занятия «Решение задач по планиметрии» учитель сообщает, что для задач стереометрии остаются прежними ведущие принципы решения задач планиметрии, и предлагает учащимся самостоятельно их рассмотреть и выписать основные формулы стереометрии, повторить основные свойства фигур. К занятию подготавливаются модели различных пространственных тел, рассматриваемых в условиях задач, и карточки с названиями основных изучаемых пространственных тел (если получится – по числу посещающих факультатив).

Проведение: в начале занятия повторяются основные понятия, свойства, отношения пространственных тел, при этом могут использоваться их модели. Проводится это следующим образом: один из учеников, взяв на выбор карточку с названием фигуры, перечисляет основные понятия, параметры, свойства и формулы, связанные с этим телом; остальные помогают и т.д. Оставшееся время посвящено решению, при этом сначала решаются по одному заданию на каждый прием решения задач стереометрии, с обсуждением сути каждого, а потом (до конца занятия) рассматривается решение задач алгебраическими методами. Эти задачи можно не прорешивать полностью, а разобрав вместе условия задач и нарисовав рисунок к ним, составлять планы решения, по которым ученики самостоятельно дорешают дома (в начале следующего занятия обязательно нужно сверить результаты).

Подведение итогов: обобщаются приемы решения задач планиметрии и стереометрии, еще раз повторяется суть их применения. Выставляются присутствовавшим оценки за работу на занятии. На дом ученикам предлагается выполнить самостоятельную работу, состоящую из задач по планиметрии и стереометрии (задания могут быть общими для всех, по вариантам или индивидуальные)

Основное содержание нашего факультативного курса составляют методы решения задач. Поэтому ведущей его задачей будет овладение учащимися навыками и умениями решения задач разных типов. Для этого, на наш взгляд, наиболее эффективно организовать несколько занятий по решению задач в виде практикумов.

3.3. Методические рекомендации к проведению занятий в форме практикумов

Практикум – один из видов лабораторно-практических работ в старших классах. Практикумы проводят при завершении крупного раздела, курса и их цель: обобщение о повторение способов действий. На занятиях данного типа происходит осмысление, воспроизведение и применение знаний с целью их углубления. Школьники учатся владеть приемами применения теории при выполнении упражнений и решении задач практического содержания. Характерным для занятий-практикумов является усиление роли самостоятельной работы учащихся.[23]

Проведение практикумов требует от учителя большой подготовительной работы по анализу теоретического и задачного материала темы, по определению целей занятия и способов контроля, по разграничению этапов занятия и выделению его структуры.

В форме практикумов мы предлагаем провести четыре занятия: «Общие и специальные методы решения уравнений», «Подготовка к итоговому тестированию», «Итоговое тестирование», «Работа над ошибками».

Практикум 1 (занятие 8)

Тема: Общие и специальные методы решения уравнений .

Основная образовательная цель: выявление общих подходов к решению уравнений различных видов, для большей осознанности сути применения каждого из методов решения.

Проведение: занятие состоит из трех частей: первая посвящена совместному анализу (учителя и учеников) изученного материла на выявление общих методов решения уравнений; вторая - решению уравнений разных типов, при этом задания составлены так, что уравнения решающиеся общим методом располагаются подряд (таких групп уравнений получается четыре, по числу методов: метод группировки, метод подстановки, метод сведения к алгебраическим уравнениям или неравенствам (или к их системам), метод оценки их левой и правой частей (анализ ОДЗ)) для выявления общих приемов решения любого типа уравнений; в конце занятия – небольшая самостоятельная работа по решению уравнений.

Подведение итогов: по окончанию занятия делается вывод об общей сути применения методов решения уравнений разных типов и об их схожести. За занятие каждый ученик получает оценку, учитывающую его работу в классе и выполнение самостоятельной работы.

Практикум 2 (занятие 14)

Тема: Подготовка к итоговому тестированию.

Основная образовательная цель: закрепить практические умения и навыки применения различных методов и приемов решения.

Проведение: занятие полностью посвящено выполнению различных заданий, часть из которых может выполняться у доски, часть – на местах (индивидуально или по группам). Для рассмотрения большего объема материала учителю можно заранее сделать на каждую парту ксерокопию упражнений, это позволит сэкономить время и увеличить число работающих у доски, т. к. у преподавателя отпадет необходимость читать и записывать на доску условия заданий. Данные ксерокопии можно будет потом использовать на следующий год при проведении подобного подготовительного курса. Кроме этого часть заданий можно не решать, обсудив план их решения.

Подведение итогов: в конце занятия недорешенные в классе примеры задаются на дом, и сообщается, что на следующем занятии будет проведена итоговая работа по данному подготовительному курсу.

Проверка знаний по данному факультативному курсу проводится на предпоследнем занятии в форме тестирования. По его результатам ставится ученикам окончательная оценка за факультативные занятия.

Продолжительность его проведения – два часа.

Ведущая цель проведения занятия: определить степень подготовки учащихся к сдаче ЕГЭ (см. ПРИЛОЖЕНИЕ 4).

<u>Данное тестирование включает следующие этапы проведения</u>:

организация учащихся (так как факультативные занятия посещает обычно не большое колличество человек, то их можно рассадить по одному за парту, и ограничится одним вариантом итогового тестирования);

постановка цели данного тестирования (здесь необходимо отметить, что данное тестирование проводится в большей степени для самих учеников, позволяя им определить свою степень готовности к сдаче вступительных экзаменов, это увеличит достоверность полученных результатов);

инструктаж (мы рекомендуем учителю сделать копию теста для каждого ученика, правильные варианты ответов пусть учащиеся записывают на отдельном бланке ответов, это позволит пользоваться данными тестами неоднократно);

выполнение учениками работы (желательно, чтобы ученики по окончанию занятия сдали не только листочки с ответами, но и решения заданий, это позволит преподавателю выявить причины допущенных ошибок и учесть их при проведении подобного факультатива в последующих одиннадцатых классах);

сверка результатов (после того, как работы будут сданы, ученикам даются правильные варианты ответов, заранее записанные учителем на обратной стороне доски, для самостоятельной предварительной оценки);

подведение итогов (на наш взгляд, удачнее будет выбрать девяти бальную систему оценки, так как она используется на вступительных экзаменах в большинстве Вузов, уже в конце занятия можно сделать предварительные выводы об успешности выполнения данного теста).

Результаты итогового тестирования можно довести до сведения родителей на родительском собрании, если на это дадут согласие ученики.

Последнее занятие на факультативе также рекомендуется провести в форме практикума. Это занятие посвящено работе над ошибками. Здесь необходимо рассмотреть те задания, в которых большинство ребят допустили ошибки при выполнении итогового тестирования. Часть времени можно посвятить консультациям индивидуальным вопросам учащихся. Так же можно в конце занятия провести небольшую самостоятельную работу для желающих исправить оценку за факультативный курс.

Для успешного проведения данного факультативного курса при подготовке к занятиям учителю можно разработать и приготовить опорные конспекты по каждой теме, что приведет к экономии времени, отводимого на изложение материала, и, следовательно, позволит дольше заниматься отработкой практических навыков. Так же мы рекомендуем ученикам вести записи по данному подготовительному курсу в общих тетрадях, это облегчит их дальнейшую самоподготовку.

Вывод по главе 2

Факультативные занятия стали неотъемлемой частью учебно-воспитательного процесса в средней общеобразовательной школе. Опыт показал, что факультативы обеспечили достижение более высокого уровня знаний по всем предметам. Они дали возможность более полно отразить в школьном преподавании достижения науки, техники и культуры, развивать любознательность школьников, формировать у них навыки самостоятельной работы с книгой, справочной литературой. Проведение подготовительных курсов на факультативах является основным фактором повышения уровня знаний учащихся на внеурочных занятиях. Их эффективность во многом зависит от построения, организации и проведения факультативных занятий.

Также успешность их проведения во многом зависит от желания учащихся заниматься самоподготовкой

Построенные на основе анализа вариантов различных тестов и содержания школьных учебников структура и содержание нашего подготовительного курса и отработанные во время проведения педагогического эксперимента методические рекомендации к организации факультативных занятий облегчат работу учителя по подготовке к занятиям по данному факультативному курсу. В зависимости же от специфики школьных учебников (по которым преподает учитель), от личности учителя и его методики преподавания, а также от уровня обученности ребят, посещающих факультатив, содержание и методические особенности проведения могут изменяться. В данной главе описаны рекомендации к проведению подготовительного курса по математики для школ, занимающихся по учебникам «Алгебра», автор - Алимов Ш.А. (не переработанным, т.к. по ним занимаются большинство школ района), и «Геометрия», автор - Атанасян Л.С. Наш подготовительный курс рассчитан на учеников с высоким уровнем учебных возможностей.

Педагогический эксперимент показал эффективность проведения разработанного абитуриентского курса по математике, ученики, его посещавшие, получили высокие оценки на независимом всероссийском тестировании. Это позволяет сделать вывод о необходимости организации в общеобразовательных школах подобных подготовительных курсов по математике.

Глава 3. Уравнения с параметрами

Главной целью факультативных занятий по математике являются расширение и углубление знаний, развитие интереса учащихся к предмету, развитие их математических способностей. Процесс обучения строится как совместная исследовательская деятельность учащихся.

Большую роль в развитии математического мышления учащихся на факультативных занятиях играет изучение темы "Уравнения с параметрами". Вместе с тем изучение этой темы в школьной программе не уделено достаточного внимания. Интерес к теме объясняется тем, что уравнения с параметрами предлагаются как на школьных выпускных экзаменах, так и при сдачи ЕГЭ по математике

Целью работы является ознакомление учащихся с теоретическими основами решения уравнений с параметрами, основными их видами и рекомендациями к решению.

§1. Теоретические основы решения уравнений с параметрами.

Рассмотрим уравнение

$$F(x, y, ..., z; \alpha,\beta, ..., \gamma) = 0 \qquad (F)$$

с неизвестными $x, y, ..., z$ и с параметрами $\alpha,\beta, ..., \gamma$;при всякой допустимой системе значений параметров $\alpha_0,\beta_0, ..., \underline{\gamma_0}$ уравнение (F) обращается в уравнение

$$F(x, y, ..., z; \alpha_0,\beta_0, ..., \gamma_0) = 0 \qquad (F_0)$$

с неизвестными $x, y,..., z$, не содержащее параметров. Уравнение (Fo) имеет некоторое вполне определенное множество (быть, может, пустое) решений.

Аналогично рассматриваются системы уравнений, содержащих параметры. Допустимыми системами значений параметров считаются системы, допустимые для каждого уравнения в отдельности.

Определение. *Решить уравнение (или систему), содержащее параметры, это значит, для каждой допустимой системы значений параметров найти множество всех решений данного уравнения (системы).*

Понятие эквивалентности применительно к уравнению, содержащим параметры, устанавливается следующим образом.

Определение. *Два уравнения (системы)*

$$F(x, y, ..., z; \alpha,\beta, ..., \gamma) = 0 \ (F),$$

$$\Phi(x, y, ..., z; \alpha,\beta, ..., \gamma) = 0 \ (\Phi)$$

с неизвестным $x, y,..., z$ и с параметрами $\alpha,\beta, ..., \gamma$ называются эквивалентными, если для обоих уравнений (систем) множество допустимых систем значений параметров одно и то же и при всякой допустимой системе значений, параметров оба уравнения (системы уравнений) эквивалентны.

Итак, *эквивалентные уравнения при всякой допустимой системе значений параметров имеют одно и то же множество решений.*

Преобразование уравнения, изменяющее множество допустимых систем значений параметров, приводит к уравнению, не эквивалентному данному уравнению.

Предположим, что каждое из неизвестных, содержащихся в уравнении

$$F(x, y,,z; \alpha,\beta, \ldots, \gamma)=0 \quad (F)$$

задано в виде некоторой функции от параметров:

$x = x(\alpha,\beta, \ldots, \gamma)$; $y = y(\alpha,\beta, \ldots, \gamma); \ldots$ $z=z(\alpha,\beta, \ldots, \gamma)$. (X)

Говорят, что система функций (X), заданных совместно, удовлетворяет уравнению (F), если при подстановке этих функций вместо неизвестных $x, y, \ldots,$ z в уравнение (F) левая его часть обращается в нуль тождественно при всех допустимых значениях параметров:

$$F(x(\alpha,\beta, \ldots, \gamma), y(\alpha,\beta, \ldots, \gamma), \ldots, z(\alpha,\beta, \ldots, \gamma)) \equiv 0.$$

При всякой допустимой системе численных значений параметров $\alpha = \alpha_0, \beta=\beta_0, \ldots, \gamma= \gamma_0$ соответствующие значения функций (X) образуют решение уравнения $F(x, y, \ldots, z; \alpha_0,\beta_0, \ldots, \gamma_0) =0$

§2. Основные виды уравнений с параметрами

2.1 Линейные и квадратные уравнения.

Линейное уравнение, записанное в общем виде, можно рассматривать как уравнение с параметрами : $ax = b$, где x – неизвестное, a, b – параметры. Для этого уравнения особым или контрольным значением параметра является то, при котором обращается в нуль коэффициент при неизвестном.

При решении линейного уравнения с параметром рассматриваются случаи, когда параметр равен своему особому значению и отличен от него.

Особым значением параметра a является значение $a = 0$.

1. Если $a \neq 0$, то при любой паре параметров a и b оно имеет единственное решение $x = \frac{b}{a}$.

2. Если $a = 0$, то уравнение принимает вид: $0\,x = b$. В этом случае значение $b = 0$ является особым значением параметра b.

2.1. При $b \neq 0$ уравнение решений не имеет.

2.2. При $b = 0$ уравнение примет вид : $0\,x = 0$. Решением данного уравнения является любое действительное число.

П р и м е р . Решим уравнение

$$2a(a - 2)\,x = a - 2. \quad (2)$$

Р е ш е н и е. Здесь контрольными будут те значения параметра, при которых коэффициент при x обращается в 0. Такими значениями являются $a=0$ и $a=2$. При этих значениях a невозможно деление обеих частей уравнения на коэффициент при x. В то же время при значениях параметра $a\neq 0$, $a\neq 2$ это деление возможно. Таким образом, целесообразно множество всех действительных значений параметра разбить на подмножества

$$A_1=\{0\},\ A_2=\{2\} \text{ и } A_3= \{a\neq 0,\ a\neq 2\}$$

и решить уравнение (2) на каждом из этих подмножеств, т. е. решить уравнение (2) как семейство уравнений, получающихся из него при следующих значениях параметра:

1) $a=0$; 2) $a=2$; 3) $a\neq 0$, $a\neq 2$.

Рассмотрим эти случаи.

1) При $a=0$ уравнение (2) принимает вид $0\,x= - 2$. Это уравнение не имеет корней.

2) При $a=2$ уравнение (2) принимает вид $0\,x=0$. Корнем этого уравнения является любое действительное число.

3) При $a\neq 0$, $a\neq 2$ из уравнения (2) получаем, $x= \frac{a-2}{2a(a-2)}$

откуда x= $\frac{1}{2a}$.

0 т в е т: 1) если a=0, то корней нет; 2) если a=2, то x — любое действительное число; 3) если $a \neq 0$, $a \neq 2$, то $x = \frac{1}{2a}$

П р и м е р . Решим уравнение

$$(a - 1)\, x^2 + 2\,(2a+1)\, x + (4a+3) = 0; \quad (3)$$

Р е ш е н и е. В данном случае контрольным является значение a=1. Дело в том, что при a=1 уравнение (3) является линейным, а при $a \neq 1$ оно квадратное (в этом и состоит качественное изменение уравнения). Значит, целесообразно рассмотреть уравнение (3) как семейство уравнений, получающихся из него при следующих значениях параметра: 1) a=l; 2) $a \neq 1$.

Рассмотрим эти случаи.

1) При a=1 уравнение (3) примет вид бx+7=0. Из этого уравнения находим x= - $\frac{7}{6}$.

2) Из множества значений параметра $a \neq 1$ выделим те значения, при которых дискриминант уравнения (3) обращается в 0.

Дело в том, что если дискриминант $D=0$ при $a=a_o$, то при переходе значения D через точку a_o дискриминант может изменить знак (например, при $a<a_o$ D< 0, а при $a>a_o$ D>0). Вместе с этим при переходе через точку a_o меняется и число действительных корней квадратного уравнения (в нашем примере при $a<a_o$ корней нет, так как D< 0, а при $a>a_o$ D>0 уравнение имеет два корня). Значит, можно говорить о качественном изменении уравнения. Поэтому значения параметра, при которых обращается в 0 дискриминант квадратного уравнения, также относят к контрольным значениям.

Составим дискриминант уравнения (3):

$\frac{D}{4}$ =(2a+ l)^2 — (a — 1) (4a+3). После упрощений получаем $\frac{D}{4}$ = 5a+4.

Из уравнения $\frac{D}{4}$ =0 находим $a= -\frac{4}{5}$ — второе контрольное значение параметра a. При

этом если $a < -\frac{4}{5}$, то D <0; если $a \geq -\frac{4}{5}$, , то D≥0. $a \neq 1$.

Таким образом, осталось решить уравнение (3) в случае, когда $a< -\frac{4}{5}$ и в случае, когда { $a \geq -\frac{4}{5}$, $a \neq 1$ }.

Если $a< -\frac{4}{5}$, то уравнение (3) не имеет действительных корней; если же

{ $a \geq -\frac{4}{5}$, $a \neq 1$ }, то находим $x_{1,2} = \frac{-(2a+1) \pm \sqrt{5a+4}}{a-1}$

Ответ: 1) если $a< -\frac{4}{5}$, то корней нет ; 2) если a= 1, то x = -$\frac{7}{6}$;

3) $\begin{cases} a \geq -\frac{4}{5}, \\ a \neq 1 \end{cases}$ то $x_{1,2} = \frac{-(2a+1) \pm \sqrt{5a+4}}{a-1}$

2.2. Дробно-рациональные уравнения с параметрами, сводящиеся к линейным

Процесс решения дробных уравнений протекает по обычной схеме: дробное уравнение заменяется целым путем умножения обеих частей уравнения на общий знаменатель левой и правой его частей. После чего учащиеся решают известным им способом целое уравнение, исключая посторонние корни, т. е. числа, которые обращают общий знаменатель в нуль. В случае уравнений с параметрами эта задача более сложная. Здесь, чтобы исключить посторонние корни, требуется находить значение параметра, обращающее общий знаменатель в нуль, т. е. решать соответствующие уравнения относительно параметра.

П р и м ер . Решим уравнение

$$\frac{x}{a(x+1)}-\frac{2}{x+2}=\frac{3-a^2}{a(x+1)(x+2)} \qquad (4)$$

Р е ш е н и е. Значение $a=0$ является контрольным. При $a=0$ уравнение (4) теряет смысл и, следовательно, не имеет корней. Если $a\neq 0,$ то после преобразований уравнение (4) примет вид:

$$x^2+2\,(1 — a)\,x + a^2 — 2a — 3=0. \ (5)$$

Найдем дискриминант уравнения (5)

$$\frac{D}{4}= (1 — a)^2 — (a^2 — 2a — 3) =4.$$

Находим корни уравнения (5):

$$x_1 =a + 1, \quad x_2 = a — 3.$$

При переходе от уравнения (4) к уравнению (5) расширилась область определения уравнения (4), что могло привести к появлению посторонних корней. Поэтому необходима проверка.

П р о в е р к а. Исключим из найденных значений х такие, при которых $x_1+1=0$, $x_1+2=0$, $x_2+1=0$, $x_2+2=0$.

Если $x_1+1=0$, т. е. $(a+1)+1=0$, то $a= — 2$. Таким образом, при $a= — 2$,x_1 — посторонний корень уравнения (4).

Если $x_1+2=0$, т. е. $(a+1)+2=0$, то $a= — 3$. Таким образом, при $a= — 3$, x_1 — посторонний корень уравнения (4).

Если $x_2+1 =0$, т. е. $(a — 3)+1=0$, то $a=2$. Таким образом, при $a=2$,x_2 — посторонний корень уравнения (4)'.

Если $x_2+2=0$, т. е. $(a — 3)+2=0$, то $a=1$. Таким образом, при $a= 1$ x_2 — посторонний корень уравнения (4).

В соответствии с предыдущими рассуждениями, при $a= — 3,$ получаем $x=$-3- 3=- 6;

При $a= - 2$, $x= — 2 — 3= — 5$; при $a=1$ $x= 1+1=2$; при $a=2$ $x=2+1=3$.

Итак, можно записать

От в ет: 1) если $a = -3$, то $x = -6$; 2) если $a = -2$, то $x = -5$; 3) если $a=0$, то корней нет; 4) если $a=1$, то $x=2$; 5) если $a=2$, то $x=3$;

6) если $a \neq -3$; $a \neq -2$; $a \neq 0$; $a \neq 1$; $a \neq 2$, то $x_1 = a + 1$, $x_2 = a - 3$.

2.3.Иррациональные уравнения с параметрами

Существует несколько способов решения иррациональных уравнений с параметрами. Познакомимся с ними, разобрав следующий пример.

П р и м ер . Решить уравнение $x - \sqrt{a - x^2} = 1$. (6)

Решение:

Возведем в квадрат обе части иррационального уравнения с последующей проверкой полученных решений.

Перепишем исходное уравнение в виде:

$$\sqrt{a - x^2} = x - 1 \quad (7)$$

При возведении в квадрат обеих частей исходного уравнения и проведения тождественных преобразований получим:

$$2x^2 - 2x + (1 - a) = 0, \; D = 2a - 1.$$

Особое значение : $a = 0{,}5$. Отсюда :

1) при $a > 0{,}5$ $x_{1,2} = 0{,}5\,(1 \pm \sqrt{2a-1})$;
2) при $a = 0{,}5$ $x = 0{,}5$;
3) при $a < 0{,}5$ уравнение не имеет решений.

Проверка:

1) при подстановке $x = 0{,}5$ в уравнение (7), равносильное исходному, получим неверное равенство. Значит, $x = 0{,}5$ не является решением (7) и уравнения (6).

2) при подстановке $x_1 = 0{,}5\,(1 \pm \sqrt{2a-1})$ в (7) получим:

$$-0{,}5\,(1 + \sqrt{2a-1}) = \sqrt{a} - (0{,}5\,(1 - \sqrt{2a-1}))^2$$

Так как левая часть равенства отрицательна, то x_1 не удовлетворяет исходному уравнению.

3) Подставим x_2 в уравнение (7):

$$\sqrt{a - \left(\frac{1+\sqrt{2a-1}}{2}\right)^2} = \frac{1+2a-1}{2}$$

Проведя равносильные преобразования, получим:

Если $\frac{\sqrt{2a-1}-1}{2} \geq 0$, то можно возвести полученное равенство в квадрат: $\frac{a-\sqrt{2a-1}}{2} = \left(\frac{\sqrt{2a-1}-1}{2}\right)^2$

Имеем истинное равенство при условии, что $\frac{\sqrt{2a-1}-1}{2} \geq 0$

Это условие выполняется, если $a \geq 1$. Так как равенство истинно при $a \geq 1$, а x_2 может быть корнем уравнения (6) при $a > 0{,}5$, следовательно, x_2 – корень уравнения при $a \geq 1$.

2.4.Тригонометрические уравнения

Большинство тригонометрических уравнений с параметрами сводится к решению простейших тригонометрических уравнений трех типов. При решении таких уравнений необходимо учитывать ограниченность тригонометрических функций $y = \sin x$ и $y = \cos x$. Рассмотрим примеры.

Пример . Решить уравнение: $\cos\sqrt{x-1} = 2a$.

Решение: Так как $E(\cos t) = [-1; 1]$, то имеем два случая.

1. При $|a| > 0{,}5$ уравнение не имеет решений.

2. При $|a| \leq 0{,}5$ имеем:

а) $\sqrt{x-1}$=arccos2a+2πn. Так как уравнение имеет решение, если arccos2a+2πn≥0, то n может принимать значения n=0, 1, 2, 3,.... Решением уравнения является $x = 1+(2\pi n+\arccos 2a)^2$

б) $\sqrt{x-1}$=-arccos2a+πn. Так как уравнение имеет решение при условии, что -arccos2a+2πn>0, то n=1, 2, 3,..., и решение уравнения. $x=1+(2\pi n-\arccos 2a)^2$.

Ответ: если |a| > 0,5, решений нет;

если |a| ≤0,5 , $x = 1+(2\pi n+\arccos 2a)^2$при n = 0, 1, 2,... и $x=1+(2\pi n-\arccos 2a)^2$ при $n\in$ N.

Пример . Решить уравнение: $\operatorname{tg} ax^2 = \sqrt{3}$

Решение:.

$$ax^2 = \frac{\pi}{3}+\pi n,\ n\in Z$$

Если коэффициент при неизвестном зависит от параметра, то появляется особое значение параметра. В данном случае:

1. Если a=0, то уравнение не имеет решений.

2. Если $a \neq 0$, то $x^2 = \frac{\pi}{3a}+\frac{\pi n}{a},\ n\in Z$

Уравнение имеет решение, если $\frac{\pi}{3a}+\frac{\pi n}{a}\geq 0$. Выясним, при каких значениях n

и a выполняется это условие:

$$\frac{\pi}{3a}+\frac{\pi n}{a}\geq 0 \Leftrightarrow \frac{\pi(1+3n)}{3a}\geq 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\begin{cases}1+3n\geq 0,\\ a>0,\end{cases}\\ \begin{cases}1+3n\leq 0,\\ a<0.\end{cases}\end{array}\right.$$

откуда $n\geq -\frac{1}{3}$ и $a>0$ или $n\leq -\frac{1}{3}$ и $a<0$.

Итак, уравнение имеет решение $x = \pm\sqrt{\frac{\pi}{3a} + \frac{\pi n}{a}}$, если

1) $a > 0$ и $n = 1,2,3,\ldots$ или

2) $a < 0$ и $n \in Z$.

Ответ: при $a = 0$ решений нет;

при $a > 0$ и $n = 1,2,3,\ldots$ или $a < 0$ и $n \in Z$ $x = \pm\sqrt{\frac{\pi}{3a} + \frac{\pi n}{a}}$.

Пример. Решите уравнение: $a \sin bx = 1$

Решение: Особое значение параметра $a : a = 0$.

1. При $a = 0$ решений нет.
2. При $a \neq 0$ $\sin bx = \frac{1}{a}$. Имеем 2 случая:

2.1. Если $\left|\frac{1}{a}\right| > 1$, то решений нет.

2.2. Если $\left|\frac{1}{a}\right| \leq 1$, то особое значение $b = 0$:

2.2.1. Если $b = 0$, то решений нет.

2.2.2. Если $b \neq 0$, то $x = \frac{1}{b}((-1)^n \arcsin\frac{1}{a} + \pi n), n \in Z$

Ответ: при $a = 0$ или $\left|\frac{1}{a}\right| > 1$ и $a \neq 0$ или $a \neq 0$ $b = 0$ решений нет;

при $a \neq 0$ и $\left|\frac{1}{a}\right| \leq 1$ и $b \neq 0$ $x = \frac{1}{b}((-1)^n \arcsin\frac{1}{a} + \pi n), n \in Z$

2.5. Показательные уравнения с параметрами

Многие показательные уравнения с параметрами сводятся к элементарным показательным уравнениям вида $a^{f(x)} = b^{\varphi(x)}$ (*), где $a > 0$, $b > 0$.

Область допустимых значений такого уравнения находится как пересечение областей допустимых значений функций $f(x)$ и $\varphi(x)$. Для решения уравнения (*) нужно рассмотреть следующие случаи:

1) При $a = b = 1$ решением уравнения (*) является область его допустимых значений D.
2) При $a = 1, b \neq 1$ решением уравнения (*) служит решение уравнения $\varphi(x) = 0$ на области допустимых значений D.
3) При $a \neq 1, b = 1$ решение уравнения (*) находится как решение уравнения $f(x) = 0$ на области D.
4) При $a = b$ ($a > 0, a \neq 1, b > 0, b \neq 1$) уравнение (*) равносильно уравнению $f(x) = \varphi(x)$ на области D.
5) При $a \neq b$ ($a > 0, a \neq 1, b > 0, b \neq 1$) уравнение (*) тождественно уравнению
   $\log_c a^{f(x)} = \log_c b^{\varphi(x)}$ ($c > 0, c \neq 1$) на области D.

Пример. Решите уравнение: $a^{x+1} = b^{3-x}$

Решение. ОДЗ уравнения: $x \in R$, $a > 0$, $b > 0$.

1) При $a \leq 0, b \leq 0$ уравнение не имеет смысла.
2) При $a = b = 1$, $x \in R$.
3) При $a = 1, b \neq 1$ имеем: $b^{3-x} = 1$ или $3 - x = 0 \Rightarrow x = 3$.
4) При $a \neq 1, b = 1$ получим: $a^{x+1} = 1$ или $x + 1 = 0 \Rightarrow x = -1$.
5) При $a = b$ ($a > 0, a \neq 1, b > 0, b \neq 1$) имеем: $x + 1 = 3 - x \Rightarrow x = 1$.
6) При $a \neq b$ ($a > 0, a \neq 1, b > 0, b \neq 1$) прологарифмируем исходное уравнение

по основанию a, получим:

$$\log_a a^{x+1} = \log_a b^{3-x}, \quad x + 1 = (3 - x)\log_a b, \quad x = \frac{3\log_a b - 1}{\log_a b + 1}$$

Ответ: при $a \leq 0, b \leq 0$ уравнение не имеет смысла;

при $a = b = 1$, $x \in R$;

при $a = 1, b \neq 1$ $x = 3$.

при $a \neq 1, b = 1$ $x = -1$

при $a = b$ $(a > 0, a \neq 1, b > 0, b \neq 1)$ $x = 1$

при $a \neq b$ $(a > 0, a \neq 1, b > 0, b \neq 1)$ $x = \frac{3\log_a b - 1}{\log_a b + 1}$

2.6.Логарифмические уравнения с параметром

Решение логарифмических уравнений с параметрами сводится к нахождению корней элементарного логарифмического уравнения. Важным моментом решения уравнений такого типа является проверка принадлежности найденных корней ОДЗ исходного уравнения.

Пример. Решите уравнение $2 - \log_{a^2}(1 + x) = 3\log_a \sqrt{x-1} - \log_{a^2}(x^2 - 1)^2$

Решение. ОДЗ: $x > 1$, $a > 0, a \neq 1$.

Осуществим на ОДЗ цепочку равносильных преобразований исходного уравнения:

$$\log_a a^2 + \log_{a^2}(x^2 - 1) = \log_a (\sqrt{x-1})^3 + \log_a \sqrt{x+1},$$

$$\log_a (a^2 (x^2 - 1)) = \log_a ((\sqrt{x-1})^3 \sqrt{x+1}),$$

$$a^2 (x^2 - 1) = (x - 1)\sqrt{(x-1)(x+1)},$$

$$a^2 (x - 1)(x + 1) = (x - 1)\sqrt{(x-1)(x+1)}$$

Так как $x \neq -1$ и $x \neq 1$, сократим обе части уравнения на $(x - 1)$ $\sqrt{(x-1)(x+1)}$

$$a^2 \sqrt{x+1} = \sqrt{x-1}$$

Возведем обе части полученного уравнения в квадрат:

$$a^4 (x + 1) = x - 1 \Rightarrow a^4 x + a^4 = x - 1 \Rightarrow x(1 - a^4) = a^4 + 1$$

Так как $a \neq -1$ и $a \neq 1$, то $x = \frac{1 + a^4}{1 - a^4}$

Для того чтобы значения x являлось решением уравнения, должно выполняться условие $x > 1$, то есть $\frac{1+a^4}{1-a^4} > 1$

Выясним, при каких значениях параметра a это неравенство истинно:

$$\frac{1+a^4}{1-a^4} - 1 > 0, \quad \frac{2a^4}{1-a^4} > 0$$

Так как $a > 0$, то полученная дробь положительна, если $1 - a^4 > 0$, то есть при $a < 1$.

Итак, при $0 < a < 1$, $x > 1$, значит при $0 < a < 1$ x является корнем исходного уравнения.

Ответ: при $a \le 0$, $a = 1$ уравнение не имеет смысла;

при $a > 1$ решений нет;

при $0 < a < 1$ $x = \frac{1+a^4}{1-a^4}$

§3. Разработка факультативных занятий по теме «задачи с параметрами»

В общеобразовательных классах данная тема не берется в явном виде. Она рассматривается в заданиях более сложного характера. Например, при изучении темы "Квадратные уравнения", можно встретить следующие задания:

1) При каком p уравнение $x^2 - 2x + 1 = p$ имеет один корень ?
2) При каких значениях параметра p сумма корней квадратного уравнения

   $x^2 + (p^2 + 4p - 5)x - p = 0$ равна нулю ?

В классах с углубленным изучением математики уравнения с параметрами целенаправленно начинают изучать с 8 класса. Именно в этот период вводится понятие "параметр". Основная задача – научить учащихся решать уравнения с одним параметром.

Ученики должны уяснить, что уравнения с параметром – это семейство уравнений, определяемых параметром. Отсюда и вытекает способ решения: в зависимости от структуры уравнения выделяются подмножества множества допустимых значений параметра и для каждого такого подмножества находится соответствующее множество корней уравнения. Нужно обратить внимание на запись ответа. В нем должно быть указано для каждого значения параметра (или множества его значений), сколько корней имеет это уравнение и какого вида.

На факультативных занятиях следует разобрать следующие виды задач:

1) на разрешимость: определить параметры, при которых задача имеет хотя бы одно решение или не имеет решений вовсе.
2) на разрешимость на множестве: определить все параметры, при которых задача имеет m решений на множестве M или не имеет решений на множестве M.
3) на исследование: для каждого параметра найти все решения заданной задачи.

Разработка факультативных занятий приведена в приложении. Структура следующая:

Занятие№1. Решение линейных и квадратных уравнений с параметрами.
Занятие№2. Решение линейных и квадратных уравнений с параметрами.
Занятие№3. Решение дробно-рациональных и иррациональных уравнений с параметрами.
Занятие№4. Тест

Занятие№5. Решение тригонометрических уравнений с параметрами.
Занятие№6. Решение тригонометрических уравнений с параметрами.
Занятие№7. Решение показательных и логарифмических

уравнений с параметрами.

Занятие№8. Тест

Вариант с задачами для занятия №1

1. Решите уравнение k(x - 4) + 2 (x + 1) = 1 относительно x.

   а) при k=-2 корней нет; при k≠=-2 $x = \frac{4k-1}{k+2}$;

   б) при k≠-2 корней нет; при k=-2 $x = \frac{4k-1}{k+2}$;

   в) при k=-2 корней нет; при k≠=-2 и k≠=0,25 $x = \frac{4k-1}{k+2}$.

2. Решите уравнение $2a(a - 2)x = a^2 - 5a+6$ относительно x

   а) при a=2 x ∈R ; при a=0 корней нет; при a≠0 и a≠2 $x = \frac{(a+3)(a+2)}{2a(a-2)}$;

   б) при a=2 x ∈R ; при a=0 корней нет; при a≠0 и a≠2 $x = \frac{a-3}{2a}$;

   в) при a=2 x ∈R ; при a=0 корней нет; при a≠0 и a≠2 $x = \frac{(a+2)}{2a(a-2)}$.

3. При каких значениях b уравнение 1+2x – bx = 4+x имеет отрицательное решение.

   а) b<1 ; б) b>1 ; в) b=1

4. При каких значениях a парабола $y = ax^2 - 2x +25$ касается оси x?

   а) a=25 ; б) a=0 и a= 0,04 ; в) a=0,04.

5. При каких значениях k уравнение $(k - 2)x^2 = (4 - 2k)x+3 = 0$ имеет единственное решение?

   а) k=-5, k= -2 ; б) k=5 ; в) k=5, k= 2 .

6. Решите относительно x уравнение $\frac{5-x}{2b+2} + \frac{2x}{1-b} = \frac{3b}{b^2-1}$

а)при $b \neq +1$, $b \neq -\frac{3}{5}$ $x = -\frac{5+b}{3+5b}$; при $b = -\frac{3}{5}$ реш.нет; при b=±1 нет смысла;

б)при $b \neq -\frac{3}{5}$ $x = -\frac{5+b}{3+5b}$; при $b = -\frac{3}{5}$ реш.нет; при b=±1 нет смысла;

в)при $b = -\frac{3}{5}$ $x = -\frac{5+b}{3+5b}$; при b=±1 нет смысла.

7. При каких значениях параметра а уравнение имеет решение $\sqrt{3x-a} = a-2x$

   а) a≥ 3 ; б) a=4 ; в) a≥ 0

8. При каких значениях а уравнение $\sqrt{x+a} = x$ имеет 2 корня?

   а) –0,25≤a≤ 0 ; б) –0,25<a≤ 0 ; в) –0,25<a< 0

9. При каких значениях параметра с уравнение $\frac{x-2}{4} = \frac{cx-c-3}{3c}$ имеет 2 корня?

   а) c∈(- ∞ ; -1,5√3)U(1.5√3; + ∞); б) при c = ±1,5√3; в) c∈(- ∞ ; -1,5√3)

Вариант с задачами для занятия №2

1. Решите уравнение 2x(a+1)= 3a(x+1)+7 относительно x.

   а) при a=-2 корней нет; при $a \neq -2$ $x = \frac{3a+7}{2-a}$;

   б) при $a \neq -2$ корней нет; при a=-2 $x = \frac{3a+7}{2-a}$;

   в) при $a \neq -2$ и $a \neq -\frac{7}{3}$ корней нет; при a=-2 $x = \frac{3a+7}{2-a}$.

2. Решите уравнение $(a^2 - 81)x = a^2 + 7a - 18$ относительно x

   а) при a=-9 $x \in R$; при a=9 корней нет; при $a \neq -9$ и $a \neq 9$ $x = \frac{a-2}{a-9}$;

   б) при a=9 $x \in R$; при a=-9 корней нет; при $a \neq -9$ и $a \neq 9$ $x = \frac{a-2}{a-9}$;

   в) при a= -9 $x \in R$; при a=9 корней нет; при $a \neq -9$ $x = \frac{a-2}{a-9}$;

3. При каких значениях b уравнение 2+4x-bx=3+x имеет отрицательное решение?

   а) b<3 ; б) b<2 ; в) b>3

4. При каких значениях k уравнение $kx^2 - (k - 7)x + 9 = 0$ имеет два равных положительных корня?
   а) k=49, k= 1 ; б) k=1 ; в) k=49 .

5. При каких значениях а уравнение $ax^2 - 6x + a = 0$ имеет два различных корня?

   а) $a \in (-3;0) \cup (0;3)$; б) при $a \in (-3;3)$; в) $c \in (-\infty;-3) \cup (3;+\infty)$

6. Решите относительно x уравнение $\frac{3ax-5}{(a-1)(x+3)} + \frac{3a-11}{a-1} = \frac{2x+7}{x+3}$

   а)при $a \neq 1, a \neq 2{,}25$, $a \neq -0{,}4$, $x = \frac{31-2a}{4a-9}$; а=2,25, а=-0,4,реш.нет; при а=1 нет смысла;

   б) при $a \neq 2{,}25$, $a \neq -0{,}4$, $x = \frac{31-2a}{4a-9}$; а=2,25, а=-0,4,реш.нет; при а=1 нет смысла;

   в) при $a \neq 1$, $a \neq -0{,}4$, $x = \frac{31-2a}{4a-9}$; а=-0,4,реш.нет; при а=1 нет смысла.

7. При каких значениях параметра а уравнение имеет решение $\sqrt{3x-2} + \sqrt{x+2} = a$?

   а) $a \geq 2/3$; б) $a \geq 2/3\sqrt{6}$; в) $a \leq 2/3\sqrt{6}$

8. При каких значениях а уравнение $\sqrt{x-1} = a$ имеет 2 корня?

   а) $a \geq 0$; б) ни при каких ; в) $a \geq 1$

9. При каких значениях параметра с уравнение $\frac{x-2}{4} = \frac{cx-c-3}{3c}$ имеет 2 корня?

   а) $c \in (-\infty; -1{,}5\sqrt{3}) \cup (1.5\sqrt{3}; +\infty)$; б) при $c = \pm 1{,}5\sqrt{3}$; в) $c \in (-\infty; -1{,}5\sqrt{3})$

Вариант с задачами для занятия №5

1. Решите уравнение 3 cos x = 4b + 1 для всех значений параметра.

а) при $b \in$ (-1; 0,5) x = ± arcos $\frac{4b+1}{3} + 2\pi k, k \in Z$; при $b \in$(-∞;-1]U[0,5;+∞) реш.нет;

б) при $b \in$ [-1; 0,5] x = ± arcos $\frac{4b+1}{3} + 2\pi k, k \in Z$; при $b \in$(-∞;-1)U(0,5;+∞) реш.нет;

в) $b \in$(-∞;-1]U[0,5;+∞) x = ± arcos $\frac{4b+1}{3} + 2\pi k, k \in Z$; $b \in$ (-1; 0,5) при реш.нет;

2. Найдите все действительные значения параметра a, при которых уравнение $\sin^2 x - 3\sin x + a = 0$.

а) $a \in$ [-4; 2] ; б) $a \in$ (-4 ; 2) ; в) $a \in$ [- 4; 2).

3. При каких значениях a уравнение $\cos^4 x + \sin^4 x = a$ имеет корни?

а) $a \in$ [0,5; 1] ; б) $a \in$ [-1 ; 0,5] ; в) $a \in$ [- 0,5; 1).

4. Решите уравнение $a^{-(x+0.5)} a^{-0.5} = a \times a^{-2x}$

а) при $a \le 0$ $x \in$R ; при $a > 0, a \ne 1$ $x = 2$; при $a = 1$ не имеет смысла.
б) при $a > 0$ $x \in$R ; при $a = 1$ $x = 2$; при $a \le 0$ не имеет смысла.
в) при $a = 1$ $x \in$R ; при $a > 0, a \ne 1$ $x = 2$; при $a \le 0$ не имеет смысла.

5. При каких значениях параметра уравнение $4^x - a2^{x+1} - 3a^2 + 4a = 0$ имеет единственное решение?

а) 2; б) 1 ; в) -1.

6. Решите уравнение $\log_a x^2 + 2\log_a (x + 2) = 1$.

а) при $a \le 1$ $x = 0{,}5(2+ \sqrt{4-2\lg a})$; при a =100 $x = 1$.
б) при $a > 100$ реш. нет; при $1<a<100$ $x = 0{,}5(2+ \sqrt{4-2\lg a})$; при a =100 $x = 1$;
при $a \le 1$ не имеет смысла .
в) при $a > 100$ реш.нет ; при $1<a<100$ $x = 0{,}5(2+ \sqrt{4-2\lg a})$;
при $a \le 1$ не имеет смысла .

7. Найдите все значения параметра, для которых данное уравнение имеет только один корень $1+ \log_2 (ax) = 2\log_2 (1 - x)$

а) $a > 0, a = 2$; б) $a > 0, a = - 2$; в) $a < 0, a = - 2$.

8. Решите уравнение $x^{\log_a x} = a^2 x$, $a > 0$, $a \neq 1$

а) a ; $\frac{1}{a}$; б) a^2 ; - $\frac{1}{a}$; в) a^2 ; $\frac{1}{a}$

Вариант с задачами для занятия №6,7

1. Решите уравнение cos (3x +1) = b для всех значений параметра.

а) при $|b| \leq 1$ $x = \frac{-1 \pm \arccos b4b + 2\pi k}{3}, k \in Z$; при $|b| > 1$ реш.нет;

б) при $|b| \leq 1$ и b=0 $x = \frac{-1 \pm \arccos b4b + 2\pi k}{3}, k \in Z$; при $|b| > 1$ реш.нет;

в) при $|b| > 1$ $x = \frac{-1 \pm \arccos b4b + 2\pi k}{3}, k \in Z$; при $|b| < 1$ реш.нет;

2. Найдите все действительные значения параметра a, при которых уравнение cos2 x + $a$sin x =2 a -7.

а) $a \in$ (2 ; 6) ; б) $a \in$ (2 ; 4] ; в) $a \in$ [2 ; 6].

3. При каких значениях a уравнение $\cos^6 x + \sin^6 x = a$ имеет корни?

а) $a \in$ [0,25; 0,5] ; б) $a \in$ [0,25 ; 1] ; в) $a \in$ [- 0,25; 1].

4. Решите уравнение $a^{-(x+0.5)}a^{-0.5} = a \times a^{-2x}$

а) при $a \leq 0$ $x \in$R ; при $a > 0$, $x = 1$; при $a = 1$ не имеет смысла.
б) при $a = 1$ $x \in$R ; при $a > 0$, $a \neq 1$ $x = 1$; при $a \leq 0$ не имеет смысла.
в) при $a > 0 x \in$R ; при $a = 1$, $x = 1$; при $a \leq 0$ не имеет смысла.

5. При каких значениях параметра уравнение $a(2^x + 2^{-x}) = 5$ имеет единственное решение?

а) -2,5; 2,5 ; б) 2; 2,5 ; в) –2,5.

6. Решите уравнение 3 lg (x – a) - 10 lg (x - a)+1 = 0.

а) $x = a + 1000$, $x = a + {}^3\sqrt{10}$;
б) $x = a - {}^3\sqrt{10}$, $x = a - 1000$;
в) $x = a - {}^3\sqrt{10}$, $x = a + 1000$.

7. Найдите все значения параметра, для которых данное уравнение имеет только один корень $\frac{\lg(kx)}{\lg(x+1)} = 2$

а) 4 ; б) -4 ; в) - 2 .

8. Решите уравнение $x^{\log_a x} = a^{\log_a^3 x}$, $a > 0$, $a \neq 1$

а) -1 ; a ; б) 1 ; - a; в) 1 ; a

Заключение

В квалификационной работе была рассмотрена проблемы подготовки школьников к сдаче ЕГЭ и создание подготовительного курса по математике, в рамках факультативных занятий. Анализ заданий из тестов ЕГЭ и учебных пособий для поступающих в ВУЗЫ показал, что содержание последних в основном устарело и не полностью соответствует требованиям к сдаче ЕГЭ. Беседы с учителями математики в старших классах подтвердили наше предположение об актуальности проблемы создания такого подготовительного курса.

В соответствии с целью данной работы и поставленными задачами, а также в результате проведенного теоретического и экспериментального исследования получены следующие выводы и результаты:
определена структура тестов, которая послужила основой при подборе тем подготовительного курса; в результате прорешивания заданий тестов, выделены методы решения для каждой темы подготовительного курса; разработано содержание подготовительного курса; в качестве формы проведения подготовительных курсов на внеклассных занятиях в школе был выбран факультатив; подобраны формы проведения факультативных занятий, основанные на анализе школьных учебников по темам подготовительного курса; составлена технологическая карта факультативных занятий по теме «Подготовка к вступительным экзаменам по математике в Вузы»; разработана методика организации и проведения факультатива;

В главе 3 рассмотрены и разработаны примеры для проведения курсов по теме «Уравнения с параметрами».

В конце хотелось бы добавить, что разработанные факультативные занятия дают учащимся не только необходимые для поступления знания, умения, навыки, но и позволяют систематизировать самоподготовку учащихся, способствуют развитию у учеников логического мышления, математической речи, навыков самоконтроля и самооценки.

Список Литературы

1. Алгебра для 8 кл.: Учеб. пособие для учащихся школ и классов с углубл. изуч. математики / И.Я. Виленкин, Г.С Сурвилло и др./ Под ред. И.Я. Виленкина. – М.: Просвещение, 2006.
2. Алгебра для 9 класса.: Учеб. пособие для учащихся школ и классов с углубл. изуч. математики / И.Я. Виленкин, Г.С Сурвилло, А.С. Симонов, А.И. Кудрявцев./ Под ред. И.Я. Виленкина. – М.: Просвещение, 2006.

3. Алгебра и математический анализ для 10 класса.: Учеб. пособие для учащихся школ и классов с углубл. изуч. математики / И.Я. Виленкин, О.С. Ивашов-Мусатов, С.И. Шварцбурд. – М.: Просвещение, 2006.
4. Алгебра и математический анализ для 11 класса.: Учеб. пособие для учащихся школ и классов с углубл. изуч. математики / И.Я. Виленкин, О.С. Ивашов-Мусатов, С.И. Шварцбурд. – М.: Просвещение, 2010.
5. Алгебра: Учебник для 7-го класса средней школы / Ш.А. Алимов, Ю.М. Колягин, Ю.В. Сидоров и др. – М.: Просвещение, 2011.
6. Алгебра: Учебник для 8-го класса общеобразовательных учреждений / Ш.А. Алимов, Ю.М. Колягин, Ю.В. Сидоров и др. – М.: Просвещение, 2011.
7. Алгебра: Учебник для 9-го класса общеобразовательных учреждений / Ш.А. Алимов, Ю.М. Колягин, Ю.В. Сидоров и др. – М.: Просвещение, 2011.
8. Алгебра: Учебник для 9-го класса общеобразовательных учреждений / Ш.А. Алимов, Ю.М. Колягин, Ю.В. Сидоров и др. -, перераб. – М.: Просвещение, 2011.
9. Алгебра и начало анализа. Учебник для 10-11-го класса средней школы / Ш.А. Алимов, Ю.М. Колягин, Ю.В. Сидоров и др. – М.: Просвещение, 2011.
10. Алгебра и начало анализа: Учебник для 10-11 кл. общеобразовательных учреждений / Ш.А. Алимов, Ю.М. Колягин, Ю.В. Сидоров и др. – 8-е изд., перераб. – М.: Просвещение, 2000.
11. Алгебра и начало анализа: Проб. учеб. для 10-11 кл. сред. шк. / Ш.А. Алимов, Ю.М. Колягин, Ю.В. Сидоров, М.И. Шабунин. – 4-е изд. – М.: Просвещение, 2011.
12. Алгебра, геометрия: Проб. учеб. для 6-8 кл. сред. шк. / Ш.А. Алимов, Ю.М. Колягин, Ю.В. Сидоров, М.И. Шабунин, Л.С. Атанасян, В.Ф. Бутузов, С.Б. Кадомцев, Э.Г. Позняк– М.: Просвещение, 1984.
13. Алгебра и начало анализа: учебное пособие для 9 и 10 классов сред. шк./ А.Н. Колмогоров, А.М. Абрамов, Б.Е. Ейц и др. - М.: Просвещение, 1983.
14. Алтынов П.И. Алгебра и начала анализа. Тесты. 10-11 кл.: Учебно-метод. Пособие. – 4-е изд., стереотип. – М.: Дрофа, 2013.
15. Алтынов П.И. Геометрия. Тесты. 10-11 кл.: Учебно-метод. Пособие. – 4-е изд., стереотип. – М.: Дрофа, 2001.
16. Блох А.Я. Тестовая система оценки знаний по математике в школах США.// Математика в школе, 1990, №2.
17. Вольпер Е.Е., Федорова Е.И. Задачи по математике для подготовки к тестированию и вступительным экзаменам. – Омск: ОмГПУ, 2013.
18. Геометрия: Учеб. для 10-11 кл. сред. шк. / Л.С. Атанасян, В.Ф. Бутузов, С.Б. Кадомцев и др. – М.: Просвещение, 2013.

19. Геометрия: Учеб. для 7-9 кл. сред. шк. / Л.С. Атанасян, В.Ф. Бутузов, С.Б. Кадомцев и др. – М.: Просвещение, 2013.
20. Геометрия: Учебное пособие для 6-8 кл. сред. шк. / А.Н. Колмогоров, А.Ф. Семенович, Р.С. Черкасов. – М.: Просвещение, 2006.
21. Глазков Ю.А. Централизованное тестирование абитуриентов.//Математика в школе, 2001, №1. – 61с.
22. Говоров В.М., Давыдов П.Т., Мирошин Н.В., Смирнова С.Ф. Сборник конкурсных задач по математике (с методическими указаниями и решениями).: Учеб. пособие. – 2-е изд. – М.: Наука, 1986.
23. Далингер В.А. Все для обеспечения успеха на выпускных и вступительных экзаменах по математике: Выпуск 2. Текстовые задачи решаемые методом составления уравнений: Уч. пособие. – Омск: Изд-во Ом. пед. ун-та, 1996.
24. Зарипов Ф.Ш. Методическое пособие по математике для поступающих в ВУЗЫ. Часть 1 (Алгебра, начало анализа).– Казань: Изд-во КГПУ, 2004.
25. Зарипов Ф.Ш. Методическое пособие по математике для поступающих в ВУЗЫ. Часть 2 (Геометрия).– Казань: Изд-во КГПУ, 2004.
26. Дорофеев Г.В., Дудницын Ю.П., Смирнова В.К. Об экзамене по алгебре и началам анализа в школах РСФСР (1988/89 учебный год).// Математика в школе, 1990, №1. – 21с.
27. Калягин Ю.М. Методика преподавания в школе. Общая методика. – М.: Просвещение, 1975.
28. Методика преподавания математики в средней школе: Общая методика. Учеб. пособие для студентов пед. ин-тов по спец. «Математика» и «Физика»/ А.Я. Блох, Е.С. Канин, Н.Г. Килина и др.; Сост. Р.С. Черкасов, А.А. Столяр. – М.: Просвещение, 1985.
29. Педагогическая Энциклопедия, том 1. – М.: Изд-во советская энциклопедия, 1968.
30. Программы средней общеобразовательной школы. Факультативные курсы. – М.: Просвещение, 1990.
31. Тесты в школьном курсе математики.// Математика: еженедельное приложение к газете «Первое сентября», 1994, №31-32. –3с.
32. Фирсов В.В. Состояние и перспектива развития факультативных занятий. – М.: Просвещение, 1976.
33. Фирсов В.В. Изображение вопросов математики. Факультативный курс. – М.: Просвещение, 1980.
34. Хрестоматия по истории советской школы и педагогики.: Учеб. пособие для студентов пед. ин-тов./ Под ред. гл. - корр. АПН СССР, д-ра пед. наук, проф. А.Н. Алексеева и канд. пед. наук, доцента И.П. Щербова. Сост. и авт. вводных очерков канд. пед. наук, доцент М.И. Анисов. – М.: Просвещение, 1972.

35. Чередов М.М. Формы учебной работы в средней школе. – М.: Просвещение, 1988.
36. Шабунин М.И. Математика для поступающих в Вузы: Уравнения и системы уравнений: Учеб. пособие. – М.: 2006
37. Шарыгин И.Ф. Математика. Для поступающих в вузы: Учеб. пособие. – М.: Дрофа, 2006.
38. Шарыгин И.Ф., Голубев В.И. Факультативный курс по математике: решение задач.: Учеб. пособие для 11 кл. сред. шк. – М.: Просвещение, 2006.
39. Математика. Тесты 11 класс. Варианты и ответы централизованного тестирования. – М.: Прометей, 2000.
40. Вольпер Е.Е., Федорова Е.И. Задачи по математике для подготовки к тестированию и вступительным экзаменам. – Омск: ОмГПУ, 2000.

Приложение 1

Анализ школьных учебников

Таблица №1: Рациональные уравнения и системы

Методы решения ур-ий:	**А**	**А(н)**	**В**
Подстановка корней	**-**	**-**	**-**
Решения простейших ур-ий	+	+	+

Решение уравнений, сводящихся к квадратным	Биквадратное ур-е	±	+	+
	Возвратное ур-е	-	+	-
	Ур-е вида (x+a)(x+b)(x+c)(x+d)=t	-	+	-
Метод групировки		±	+	+
Метод подстановки			+	+
Метод подбора корней		-	+	+
Методы решения систем ур-ий:				
Метод последовательного исключения неизвестных		+	+	+
Метод решения симметричных систем ур-ий		-	±	±
Метод решения систем однородных ур-ий		-	-	-
Итого:		~	≈	≈

Таблица №2: Уравнения, содержащие переменную под знаком модуля

Методы решения ур-ий:		**A**	**A(н)**	**B**
Решение ур-ий f|x|=g(x)	Графический метод	+	+	+
	Решение уравнения по определению	+	+	+
Методы решения уравнений вида |f(x)|=g(x)	Раскрытие модуля по определению	-	+	+
	Возведение обеих частей ур-ия в квадрат	-	-	+
	Методы разбиения на промежутки	-	-	+
	Решение ур-ий, содержащих «модуль в модуле»	-	-	-
Итого:		~	~	≈

Таблица №3: Решение иррациональных уравнений и их систем

Методы решения ур-ий:	**A**	**A(н)**	**B**
Метод рационализации ур-ий	+	+	+
Метод введения нового неизвестного			+
Метод сведения к системе алгебраических ур-ий	-	-	-
Метод решения через систему неравенств		±	±
Методы решения систем иррациональных уравнений	±	±	±
Итого:	~	~	≈

Таблица №4: Методы решения тригонометрических уравнений

Методы решения ур-ий:	**A**	**A(н)**	**B**
Отбор корней в ур-ях	±	±	±
Решение простейших уравнений	+	+	+
Метод группировки	+	+	+
Метод решения ур-ий понижением степени		±	±

Метод решения однородных ур-ий и приводимых к ним		±	±	+
Метод подстановки		±	+	+
Методы решения ур-ий с помощью «универсальных» подстановок	t=sinx+cosx			
	t=sinx-cosx			
	t=cos2x			
	t=tg(x/2)			+
Метод решения уравнений выражением всех его членов через одну из тригонометрических функций		±	±	+
Метод введения вспомогательного угла		±	+	+
Методы решения не стандартных тригонометрических уравнений		±	±	±
Итого:		≈	≈	≈

Таблица №5: Уравнения, содержащие обратные тригонометрические функции. Решение систем тригонометрических уравнений

Методы решения ур-ий:	**A**	**A(н)**	**B**
Метод решения простейших ур-ий	±	+	+
Метод введения новой переменной	-	-	-
Метод нахождения значения тригонометрической функции от левой и правой частей ур-ия	-	-	-
Методы решение систем тригонометрических ур-ий			
Запись ответов в системах тригонометрических ур-ий	-	±	+
Метод исключения неизвестных	+	+	+
Метод замены неизвестных		±	+
Итого:	~	~	~

Таблица №6: Решение показательных уравнений и их систем

Методы решения ур-ний:	**A**	**A(н)**	**B**
Решение простейших ур-ний	+	+	+
Приведения к одному основанию	+	+	+
Метод подстановки	+	+	+
Метод по членного деления	+	+	+
Способ группировки	-	-	±
Решение не стандартных ур-ний	-	-	±
Методы решения систем показательных ур-ний		±	**+**
Итого:	**~**	≈	**≈**

Таблица №7: Решение логарифмических уравнений и их систем

Методы решения ур-ий:	**A**	**A(н)**	**B**
Метод решения по определению логарифма	+	+	+

Метод потенциирования	+	+	+
Метод подстановки	-		+
Метод приведения к одному основанию	+	+	+
Метод логарифмирования		±	
Метод решения систем логарифмических уравнений	±	±	+
Итого:	≈	≈	≈

Таблица №8: Неравенства

Решения неравенства		**А**	**А(н)**	**В**
Рациональные неравенства	Квадратные неравенства	+	+	+
	Рациональные неравенства высших степеней	-	±	+
	Дробно-рациональные неравенства	+	+	+
Неравенства с модулем		-	-	±
Иррациональные неравенства		±	+	+
Показательные неравенства		+	+	+
Логарифмические неравенства		+	+	+
Тригонометрические неравенства		+	+	+
Итого:		≈	≈	≈

Таблица №9: Задачи с параметром

Решения задач	**А**	**А(н)**	**В**
Линейные ур-ния и приводимые к ним	+	+	+
Квадратные ур-ния	+	+	+
Иррациональные ур-ния			+
Показательные ур-ния			+
Логарифмические ур-ния			+
Тригонометрические ур-ния		+	+
Системы ур-ний	±	+	+
Неравенства		±	+
Итого:	~	≈	1

Таблица №10: Общие анализ тем факультативного курса

Тема	**Учебники**		
Алгебра			
	А	**А(н)**	**В**
Рациональные ур-ния и системы	~	≈	≈
Уравнения, содержащие переменные под знаком	~	~	≈

модуля			
Решение иррациональных ур-ний и их систем	~	~	≈
Методы решения тригонометрических ур-ний	≈	≈	≈
Ур-ния, содержащие обратные тригонометрические функции. Решение систем тригонометрических ур-ний	~	~	~
Методы решения показательных ур-ний и их систем	~	≈	≈
Методы решения логарифмических ур-ний	≈	≈	≈
Неравенства	≈	≈	≈
Задачи с параметром	~	≈	1
Текстовые задачи. Прогрессии	1	1	1
Логические задачи	0	0	0
Геометрия			
	Г.А		**Г.П**
Задачи по планиметрии	1		1
Задачи по стереометрии	1		1

А -учебники «Алгебры» Алимова Ш.А, [5], [6], [7], [9].
А(н) –переработанные учебники «Алгебры» Алимова Ш.А. [5], [6], [8], [10].
В –учебники «Алгебры» для учащихся школ и классов с углубленным изучением математики, автор Виленкин И.Я. [1], [2], [3], [4].
Г.А –учебники «Геометрии» для 7-11 кл. Атанасяна Л.С. [18], [19].
Г.П –учебник «Геометрии» для 7-11 кл. Погорелова А.В.
«+» -метод рассматривается в учебнике полностью.
«±» -в учебнике рассматриваются частные случаи или недостаточное число примеров по этому методу.
«+» -в учебнике содержатся примеры, решаемые этим методом.
«–» -метод в учебнике не рассматривается.
«1» -тема изложена в учебниках в достаточном объеме.
«0» –тема не предлагается учебниками к изучению.
«~» –тема в учебниках данного автора рассматривается поверхностно.
«≈» –почти все методы по данной теме отражены в содержании данной линии учебников

ПРИЛОЖЕНИЕ 2

СОДЕРЖАНИЕ ФАКУЛЬТАТИВНЫХ ЗАНЯТИЙ, ПРОВОДИМЫХ В ФОРМЕ ФРАГМЕНТАРНЫХ ЛЕКЦИЙ

Решение логических задач

Последнее время во вступительных тестах стали появляться задания, выполнение которых требует последовательных рассуждений, аргументированных выводов, умений анализировать, сопоставлять информацию, строить заключения из имеющихся посылок.

Рассмотрим два основных вида таких заданий: логические цепочки и логические задачи.

Решение логических цепочек

Логические цепочки – это цепочки из цифр (букв, фигур и т.д.), между звеньями которой существует какая-то связь, зависимость.

Под решением логической цепочки понимают нахождение пропущенного звена (символа) или ее продление. Для этого между «звеньями» цепочки находится логическая связь. Если цепочка состоит из чисел, то зависимость находится следующим образом:

1. «звенья» предложенной цепочки раскладываются на простые множители, ищется зависимость, делается предположение;
2. находится разность (сумма) между соседними «звеньями» цепочки, ищется зависимость, делается предположение (если зависимость не обнаруживается, то ищется логическая связь между членами цепочки, расположенных через одно звено и т.д.);
3. если предположения о зависимостях между «звеньями» охватывают всю цепочку, то на основе одного из них находим нужное число;
4. проверяем, подходит ли оно по остальным предположениям;
5. если «нет» – проверяем верность сделанных предположений, проделываем всю работу снова, если «да» – записываем ответ.

ПРИМЕР: Вставьте в ряд недостающее число:

11 8 16 13 * 23

Решение. Разложим на множители «звенья»:

11=11; 8=2*2*2; 16=2*2*2*2; 13=13 … 23=23.

Единственную связь, которую можно обнаружить – это третье «звено» равно удвоенному второму. Можно сделать предположение1: четное звено меньше последующего в два раза.

Найдем разность между соседними «звеньями»:

11-8=3; 8-16=8; 16-13=3,

два раза она равна трем.

Прелположение2: нечетное «звено» больше последующего на три.

Предположения 1 и 2 охватывают всю цепочку (показывают зависимость между четными и нечетными «звеньями»), следовательно их достаточно для решения.

Основываясь на предположении1, получаем, что недостающее число равно 26. Проверка показывает, что оно удовлетворяет предположению2 и, следовательно, является верным.

Ответ: получилась цепочка 11 8 16 13 26 23

Иногда при решении логических цепочек достаточно сделать одно предположение.

ПРИМЕР. Вставьте в ряд недостающее число:

5 10 30 * 600

Решение. Разложим звенья на простые множители:

1. 5=5; 2. 10=2*5; 3. 30=2*3*5; 4. **;** 5. 600=23*4*5*5.

Получили, что каждое следующее «звено» цепочки получено произведением предыдущего числа на порядковый номер данного звена – это наше предположение. Оно охватывает все «звенья» цепочки, поэтому его одного достаточно для решения. Недостающее число равно 3*4=120.

Ответ: 5 10 30 120 600

Решение логических задач

Логические задачи – это задачи, решение которых не требует больших математических вычислений, его находят путем рассуждений, анализа условий задачи.

При решении логических задач часто используют такие методы как перебор, доказательство от противного, решение задач с помощью таблиц и др. Мы рассмотрим метод решения логических задач с помощью таблиц, т.к. все логические задачи, встретившиеся нам среди заданий вступительных тестов, можно решить этим методом.

Суть метода: составляется таблица, куда записываются основные условия задачи. Предварительно в задачах желательно для удобства проверки обозначить каждое условие.

Проиллюстрируем это на примере.

ПРИМЕР. Коля, Боря, Толя, Юра заняли первые четыре места в соревнованиях по плаванию, причем никакие два мальчика не делили между собой места. На вопрос, какие места они заняли, трое ответили:

Коля занял ни первое, ни последнее место;

Боря – второе;

Витя не был последним.

Какое место занял Витя?

Решение. В задаче идет речь о двух важных признаках: именах и местах – которые надо сопоставить между собой.

Представим данные в виде таблицы (см. рис.1)

имена	Место			
	1	2	3	4
Коля				
Боря				
Витя				
Юра				

Рис.1

По первому условию, Коля не занял первое и четвертое места, следовательно, в этих клетках ставим минусы с коэффициентом единица (см. рис.2).

По второму условию, Боря занял второе место, поэтому в строке «Боря» во всех остальных клетках можно поставить минусы с коэффициентом «2», т.к. Боря не мог занять еще какое-нибудь место. Аналогично можно поставить «$-_2$» во всех остальных клетках второго столбца, т.к. второе место больше не мог занять никто (см. рис.2).

В третьем условии сказано, что Витя не занял четвертого места, поэтому в соответствующей клетке поставим минус с коэффициентом три (см. рис.2).

Имена	Место			
	1	2	3	4
Коля	$-_1$	$-_2$		$-_1$
Боря	$-_2$	$+_2$	$-_2$	$-_2$
Витя		$-_2$		$-_3$
Юра		$-_2$		

Рис.2

В полученной таблице 2 в четвертом столбце везде стоят минусы, кроме одной клетки. Значит, четвертое место мог занять только Юра. В строке «Коля» стоят три минуса, следовательно, Коля мог занять только третье место. Тогда Витя занял первое место.

Ответ: Витя занял первое место.

Коэффициенты ставятся для того, чтобы легче было проверять правильность составления таблицы. Иногда для заполнения таблицы ее условия проверяются несколько раз, в этих случаях можно ставить двузначные коэффициенты (первая цифра – условие, вторая, – какой раз проверяется это условие)

Упражнения:

1. В этом году на нашей улице построили пять домов: №10, 11, 12, 13, 14. Один из них пятиэтажный, другой- шестиэтажный, третий – семиэтажный, четвертый – восьмиэтажный, пятый – девятиэтажный. Известно, что в доме №14 этажей больше, чем в доме №10; в доме №11 больше, чем в доме №13, и меньше, чем в доме №10; в доме №14 этажей меньше, чем в доме №12. Сколько этажей в доме №10. (7)

2. Удлините цепочку на два «звена»:

174 117 57 54 18 15 (5 2)

3. Три ученицы – Тополева, Березкина и Осинина на пришкольном участке посадили три дерева: тополь, березу и осину. Ни одна из девочек не посадила дерево той породы, от которой происходила их фамилия. Какое дерево посадила тополева, если Березкина посадила тополь. (осина)

4. В семье четверо детей, им 5, 8, 13 и 15 лет. Детей зовут Аня, Боря, Вера, Галя. Сколько лет Гале, если: одна девочка ходит в детский сад; Аня старше Бори; сумма лет Ани и Веры делится на три. (Гале 15 лет)

5. вставьте в ряд недостающее число

1 * 2 6 24 120 (1)

6. Найдите недостающие в цепочке числа

6 8 10 11 14 14 * * 22 (18 17)

Приложение 3

РАВНОСИЛЬНЫЕ И НЕРАВНОСИЛЬНЫЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ УРАВНЕНИЙ

При решении уравнений используют как равносильные, так и неравносильные преобразования.

Равносильные - те, при выполнении которых множество корней исходного уравнения не меняется.

Неравносильные – те, при выполнении которых происходит потеря корней или появляются посторонние корни.

Равносильные преобразования уравнений:

1. Уравнения $f(x)=g(x)$ и $f(x)-g(x)=0$ равносильны.
2. $f(x)=g(x)$ и $f(x)+A=g(x)A$ равносильны для любого A.
3. $f(x)=g(x)$ и $Af(x)=Ag(x)$ –равносильны.
4. $f(x)=g(x)$ и $a^{f(x)}=a^{g(x)}$ равносильны для любого a ($a\neq1$).
5. $f(x)=g(x)$, и $f(x)=\varphi(x)$, если для любого фиксированного числа x_0 справедливо равенство: $\varphi(x_0)=g(x_0)$, т.е. функции $\varphi(x)$ и $g(x)$ тождественно равны при всех значениях аргумента x области определения уравнения.
6. Пусть n –натуральное число и на некотором множестве К функций $x=f(x)$ и $y=g$ неотрицательны. Тогда на множестве К уравнения $f(x)=g(x)$ и $f''(x)=g''(x)$ равносильны.
7. Пусть функция $y=\varphi(x)$ определена на множестве К и не обращается в нуль ни в одной точке множества К. Тогда на этом множестве К уравнения $f(x)=g(x)$ и $f(x)\varphi(x)=g(x)\varphi(x)$ равносильны.
8. Пусть фиксированное число a такого, что a>o и $a\neq1$, и на некотором множестве К функции $f(x)$ и $g(x)$ положительны. Тогда на этом множестве К уравнения $f(x)=g(x)$ и $\log_a f(x)=\log_a g(x)$ равносильны. В частности, если $b>0$, то уравнения $a^{f(x)}=b$ и $f(x)= \log_a b$ равносильны.
9. Равносильность логарифмического уравнения не нарушится, если в нем выражение logax2n , где $n\in N$, $x\neq0$ заменить выражением $2n \log_a|x|$;
10. Показательное уравнение $a^{f(x)}=a^{g(x)}$ и уравнение $f(x)=g(x)$ равносильны.

Неравносильные преобразования уравнений:

1. Замена уравнения $f(x)\varphi(x)=g(x)\varphi(x)$ на уравнение $f(x)=g(x)$ может привести к потере корней;
2. Замена уравнения $\varphi(f(x))=\varphi(g(x))$ на $f(x)=g(x)$ может привести к появлению посторонних корней
3. Приравнивание к нулю числителя уравнения $f(x)/g(x)$ может привести к появлению посторонних корней;
4. Замена уравнения $f(x)/\varphi(x)=g(x)/\varphi(x)$ на уравнение $f(x)=g(x)$ может привести к появлению посторонних корней;
5. Возведение в четную степень обеих частей иррационального уравнения может привести к появлению «лишних» корней;
6. В тригонометрических уравнениях при использовании «универсальной» подстановки $tg(x/2)=t$ возможна потеря корня $x=\pi+2\pi k$;
7. В тригонометрических уравнениях при раскрытии по формуле тангенс суммы (разности) в уравнении происходит сужение области определения неизвестного, что может привести к потере корней;
8. В логарифмических уравнениях использование формул нахождение суммы или разности логарифмов приводит к потере или появлению посторонних корней, при чем если $y= \log_a(f(x)g(x))$ заменить на $y= \log_a f(x)+\log_a g(x)$, то может произойти потеря корней, остальные преобразования по этим формулам могут привести к появлению посторонних корней;

9. .В логарифмических уравнениях посторонние корни могут появиться, если при решении уравнения заменить функцию $y=a^{\log af(x)}$ на функцию y=f(x) и при обратной замене;
10. В логарифмических уравнениях потеря корней может произойти, если при решении уравнения заменить функцию $y=\log_a f^{2n}(x)$ на функцию $y=2n\log_a f(x)$, где n натуральное число.

Приложение 4

Итоговое тестирование

Отметьте номер правильного ответа в бланке ответов

№	ЗАДАНИЯ	Варианты ответов
1.	Если 20% числа равны $(\sqrt{3}-\sqrt{2})\big/(\sqrt{3}+\sqrt{2})+2\sqrt{6}$, то это число равно	1)15 2)20 3)25 4)30 5)35
2.	Результат упрощения выражения $(a-b)(\sqrt{a}-\sqrt{b})\big/(a+b-2\sqrt{ab}\sqrt{a}\sqrt{b})$ имеет вид	1) $a+b$ 2) $\sqrt{a}+\sqrt{b}$ 3) $a-b$ 4) $\sqrt{a}-\sqrt{b}$ 5) $2a$
3.	Количество целых значений параметра а, при которых абсцисса и ордината вершины параболы $y=(x-2a)^2-a^2-8a-15$ положительны, равно	1)0 2)1 3)2 4)3 5)4
4.	Сумма корней уравнения $\sqrt{x-1,5}(2^x+8\cdot 2^{-x}-6)=0$ равна	1)4,5 2)2,5 3)4 4)3,5 5)2
5.	Результат вычисления выражения $tg(\arcsin(-\frac{1}{3})+\frac{\pi}{2})$ равен	1)$2\sqrt{2}$ 2)$\sqrt{2}/4$ 3)$-2\sqrt{2}$ 4)$-\sqrt{2}/4$ 5)2,828
6.	Двое рабочих выполнили заказ, причем второй приступил к работе на час позже первого. Через 3 часа после начала работы им оставалось выполнить 45% заказа. По окончанию работы оказалось, что каждый выполнил ровно половину заказа. За сколько часов каждый рабочий может выполнить весь заказ?	1)12 И 10 Ч. 2)10 И 8 Ч. 3)8 И 6 Ч. 4)10,5 И 9Ч.
7.	Если в треугольнике АВС заданы АВ=2, ВС=3, СА=4, то синус угла С равен	1)$\sqrt{13}/8$ 2)$\sqrt{15}/8$ 3)$\sqrt{14}/8$ 4)$\sqrt{19}/8$
8.	Если сфера касается всех граней правильной треугольной призмы, а ребро основания призмы равно 1, то радиус сферы равен	1)$\sqrt{3}/2$ 2)$\sqrt{3}/3$ 3)$\sqrt{3}/4$ 4)$\sqrt{3}/5$ 5)$\sqrt{3}/6$
9.	Сколько членов арифметической прогрессии нужно взять, чтобы их сумма была равна 91, если третий член равен 9, а седьмой на 20 больше второго.	1)6, 2)7 3)9 4)11 5)10
10.	Указать наибольшее натуральное значение из области определения функции: $y=\log_5\left(\frac{1}{x}-x\right)$	1)5 2) 3)7 4)8 5)0
11.	Найдите недостающие в ряду числа: 12 14 28 * 60 62	1)26 2)58 3)30 4)38 5)50
12.	Найти произведение корней уравнения $\left(\frac{10x+1}{10}\right)^{\lg(x+0,1)+2}=1000$	1)1 2)-0.9801 3)0.9801 4)0.99
13.	Найдите корни уравнения $\cos 4x+2\cos^2 x=0$	1)$\pi/4+\pi K/2$, $\pi K\pm\pi/3$ 2)$\pi/4+\pi K$, $\pi K+\pi/3$ 3)$\pi/4\pm\pi N$
14.	Найти сумму корней уравнения $\lvert x+1\rvert=2\lvert x-2\rvert$	1)5 2)6 3)4 4)8 5)3
15.	Наименьшее натуральное решение неравенства $\lvert\cos x\rvert<\sqrt{3}/2$ равно	1)1 2)2 3)3 4)4 5)5

Правильные ответы к итоговому тестированию

НОМЕРА ЗАДАНИЙ	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
ПРАВИЛЬНЫЕ ОТВЕТЫ	3	1	1	4	1	2	2	5	2	2	3	2	1	2	3