

**МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**

**Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
«Казанский (Приволжский) федеральный университет»**

ИНСТИТУТ МАТЕМАТИКИ И МЕХАНИКИ ИМ. Н.И. ЛОБАЧЕВСКОГО

**КАФЕДРА ТЕОРИИ И ТЕХНОЛОГИЙ ПРЕПОДАВАНИЯ
МАТЕМАТИКИ И ИНФОРМАТИКИ**

Направление: 050.201.65

ВЫПУСКНАЯ КВАЛИФИКАЦИОННАЯ РАБОТА

ТЕМА

Методика изучения многогранников в школьном курсе стереометрии

Работа завершена:

" ___ " _____ 201_ г. _____ (Л.Г. Шакирова)

Работа допущена к защите:

Научный руководитель

К.п.н., доцент

" ___ " _____ 201_ г. _____ (Е.Р. Садыкова)

Заведующий кафедрой

Д.п.н., профессор

" ___ " _____ 201_ г. _____ (Л.Р. Шакирова)

Казань – 2014

Содержание

Введение.....	3
Глава 1. Теоретические основы изучения темы «Многогранники».....	6
1.1. Исторические аспекты теории многогранников.....	6
1.2. Подходы к определению многогранника.....	8
1.3. Подходы к определению выпуклого многогранника.....	13
1.4. Подходы к определению правильного многогранника.....	16
Глава 2. Изучение темы «Многогранники» в школьном курсе стереометрии.....	19
2.1. Изучение темы в учебнике «Геометрия 10-11» под редакцией Атанасяна Л.С.....	21
2.2. Изучение темы в учебнике «Геометрия 10-11» под редакцией Смирновой И.М.....	24
2.3. Методические особенности изучения темы «Многогранники» по учебнику «Геометрия 10-11» под редакцией Погорелова А.В.....	26
Глава 3. Методические особенности изучения темы «Многогранники» для билингвальной системы обучения.....	35
3.1. Особенности билингвального языкового образования на начальном этапе обучения	35
3.2. План-конспект урока по теме «Пирамида» для билингвальной системы обучения	42
Заключение.....	54
Литература.....	55
Приложение 1.....	57
Приложение 2.....	59

Введение

Главной целью усовершенствования образования является улучшение его доступности, качества и результативности. Все это ведет к конкретному и верному подходу к образовательному развитию. На данный момент обычный взгляд на содержание обучения математике, ее роль и место в общем образовании пересматриваются и уточняются. Наряду с обучением учеников, которые в будущем начнут изучать математику, главной целью обучения является обеспечение учеников гарантированным уровнем математической подготовки независимо от их специальности, которую они выберут в будущем. Поэтому изучение темы «Многогранники» является основным и важным этапом в системе школьного образования.

Тема «Многогранники» одна из главных в курсе школьной геометрии и играет важнейшую роль в стереометрии. Изучение параллельных и перпендикулярных прямых и плоскостей, двугранных углов и другое, так же как введение векторов и координат, - все это только введение в стереометрию, а также подготовка средств для исследования ее более содержательных объектов – главным образом, тел и поверхностей.

Главная роль многогранников формируется, в первую очередь тем, что многие результаты, которые относятся к различным иным телам и выходят, исходя из определенных результатов для многогранников. Вполне разумным будет напомнить определение объемов тел и площадей поверхностей путем предельного перехода от многогранников.

Тема «Многогранники» представляет собой достаточно насыщенный предмет исследования, отличающийся среди всех различных тел разными замечательными свойствами, теоремами и задачами. В качестве примера можем вспомнить теорему Эйлера о числе граней, ребер и вершин, симметрию правильных многогранников, вопрос о заполнении пространства многогранниками и др.

Многогранникам требуется уделять в курсе стереометрии большое внимание, потому что эта тема представляет собой достаточно насыщенную информацию для развития пространственных представлений, для развития того соединения живого пространственного воображения со строгой логикой, которое составляет сущность геометрии. Даже наиболее обычные факты, относящиеся к многогранникам, предлагают такое соединение, которое в действительности оказывается абсолютно не простым процессом. Даже такой простой факт, как пересечение диагоналей параллелепипеда в одной точке, требует усилия воображения, чтобы его увидеть наглядно, и нуждается в строгом доказательстве.

Ко всему этому, применение многогранников в начале обучения стереометрии определяется различными дидактическими целями. На многогранниках удобно демонстрировать взаимное расположение прямых и плоскостей в пространстве, показывать применение признаков параллельности и перпендикулярности прямых и плоскостей в пространстве. Демонстрирование основных теорем в геометрии на определенных моделях улучшает заинтересованность учеником к предмету.

Также можно отметить, что одной из главных целей изучения в школьном курсе геометрии считается развитие у школьников абстрактного мышления. Данной задаче в значительной мере способствует использование наглядных пособий, причем не только в младших классах, но и в старших. Большие возможности для осуществления данной задачи предоставляет тема «Многогранники», а именно, самостоятельное изготовление учениками наглядных пособий. В результате изготовления моделей многогранников, помимо теоретических знаний и умений, учащиеся закрепляют сформировавшиеся новые понятия при помощи чертежа и фактического решения задач на построение. При самостоятельном изготовлении моделей образ создается по частям, в силу этого с ними можно производить различные манипуляции. При этом все их свойства и особенности легко познаются и прочно закрепляются в памяти учащихся.

Цель работы: рассмотреть особенности методики изучения темы «Многогранники» в курсе стереометрии 10–11 классов.

Объект исследования: процесс обучения геометрии в 10-11 классах средней школы.

Предмет исследования: методика изучения многогранников в школьном курсе стереометрии.

Задачи работы:

- 1) рассмотреть подходы к основным определениям данной темы.
- 2) проанализировать данную тему в действующих школьных учебниках;
- 3) рассмотреть методические особенности изучения по теме «Многогранники»;
- 4) разработать конспект урока по теме «Пирамида» для билингвальной системы обучения.

Практическая значимость исследования заключается в том, что рассмотренные методические особенности по изучению темы «Многогранники» могут быть использованы учителями и студентами-практикантами как в общеобразовательной школе, так и в школе с билингвальной системой обучения.

Структура работы: работа состоит из введения, трех глав, заключения, списка использованной литературы, двух приложений и содержит 60 страниц.

Глава 1. Теоретические основы изучения темы «Многогранники»

1.1. Исторические аспекты теории многогранников

Первые упоминания о многогранниках известны еще за три тысячи лет до нашей эры в Египте и Вавилоне. Достаточно вспомнить знаменитые египетские пирамиды и самую известную из них – пирамиду Хеопса. Это правильная пирамида, в основании которой квадрат со стороной 233 м и высота которой достигает 146,5 м. Не случайно говорят, что пирамида Хеопса – немой трактат по геометрии.

Правильные многогранники уже известны с древнейших времён. Их орнаментные модели можно найти на резных каменных шарах, созданных в период позднего неолита, в Шотландии, как минимум за 1000 лет до Платона. В костях, которыми люди играли на заре цивилизации, уже угадываются формы правильных многогранников.

В значительной мере правильные многогранники были изучены древними греками. Некоторые источники, такие как Прокл, Диадокх, приписывают честь их открытия Пифагору. Другие утверждают, что ему были знакомы только тетраэдр, куб и додекаэдр, а честь открытия октаэдра и икосаэдра принадлежит Теэтету Афинскому, современнику Платона. В любом случае, Теэтет дал математическое описание всем пяти правильным многогранникам и первое известное доказательство того, что их ровно пять.

Начиная с 7 века до нашей эры, реализовываются философские школы в Древней Греции. Огромную значительность в данных школах получают размышления, с помощью которых удалось получать новые геометрические свойства.

Одна из первых и самых знаменитых школ была Пифагорейская школа, которая была названа в честь своего основателя Пифагора.

Специфическим символом пифагорейцев была пентаграмма, на математическом языке - это правильный невыпуклый или звездчатый пятиугольник.

Греческая математика, в которой впервые появилась теория многогранников, развивалась под большим влиянием известного ученого Платона. Различительным свойством обучения Платона считается рассмотрение "идеальных" объектов - абстракций. Математика, взяв на вооружение идеи Платона, со времен Евклида изучает именно абстрактные, "идеальные" объекты. Однако и сам Платон, и многие древние математики вкладывали в термин "идеальный" не только смысл "абстрактный", но и смысл "наилучший". Самая идеальная линия для греков - прямая или правильная окружность, самый идеальный многоугольник - правильный многоугольник, у которого все стороны и все углы равны.

Люди выражают заинтересованность к правильным многоугольникам и многогранникам в течение всей своей сознательной деятельности – от трехлетнего ребенка, играющего деревянными кубиками, до зрелого математика. Некоторые из правильных и полуправильных тел встречаются в природе в виде кристаллов, другие – в виде вирусов, которые можно рассмотреть с помощью электронного микроскопа.

Иоганн Кеплер - немецкий математик, астроном, оптик, для которого правильные многогранники были любимым предметом изучения, предположил, что существует связь между 5 правильными многогранниками и 6 открытыми к тому времени планетами солнечной системы. Согласно этому предположению в сферу орбиты Сатурн можно вписать куб, в который вписывается сфера орбиты Юпитера. В нее вписывается тетраэдр, описанный около сферы орбиты Марс. В сферу орбиты Марс вписывается додекаэдр, в который вписывается сфера орбиты Земля, а она описана около икосаэдра, в который вписана сфера орбиты Венера, сфера этой планеты описана около октаэдра, в который вписывается сфера Меркурия.

Другим выдающимся вкладом Кеплера в геометрию многогранников является открытие им двух звездных правильных тел. Кеплер открыл малый додекаэдр, названный им колючим или ежом, и большой додекаэдр. Всего их четыре; два других нашел французский математик Луи Пуансон в 1809 г.

большой звездчатый додекаэдр и большой икосаэдр, они называются также телами Кеплера-Пуансо.

Последующее ответственное развитие в науке о многогранниках сделал в XVIII веке Леонард Эйлер (1707-1783), который без преувеличения «проверил алгеброй гармонию». Теорема Эйлера о соотношении между числом вершин, ребер и граней выпуклого многогранника, доказательство которой Эйлер опубликовал в 1758 г. в «Записках Петербургской академии наук», окончательно навела математический порядок в многообразном мире многогранников.

$$V + G - P = 2. \text{ (где } V \text{ - вершина, } G \text{ –грань, } P \text{ – ребра многогранников)}$$

Многогран- ник	Вершины	Грани	Ребра
Тетраэдр	4	4	6
Куб	8	6	12
Октаэдр	6	8	12
Додекаэдр	20	12	30
Икосаэдр	12	20	30

В соответствии с традицией, идущей от древних математиков, среди всех многогранников лучшие те, которые имеют своими гранями правильные многоугольники.

1.2 Подходы к определению многогранника

Определение понятия многогранника является одним из главных в курсе геометрии. Многогранники выделяются своими интересными свойствами, красивыми формами. Теория многогранников имеет огромное значение как для теоретических исследований по геометрии, так и для практических исследований в различных разделах математики, таких, как алгебра, теория чисел, естествознание и т.д.

В понятии многогранника в школьном курсе геометрии рассматривают два важнейших способа введения:

- 1) многогранник как поверхность
- 2) многогранник как тело.

В основном применяется второй способ.

Дать полное определение понятию многогранника в школе сложно, потому что в определение входят понятия как ограниченность, поверхность, внутренние точки и др.

Наиболее рациональным будет, если дать описание на основе наглядных представлений школьника. Легче всего рассмотреть многогранник как тело, поверхность которого состоит из многоугольников. При всем этом «тело» и «поверхность» можно понимать в наглядном смысле. В связи с этим, данное определение можно переформулировать так: многогранник – это часть пространства, ограниченная конечным числом многоугольников.

К примеру, в учебнике «Геометрия 10-11» Атанасяна Л.С.: «Многогранник – это поверхность, составленная из многоугольников и ограничивающая некоторое геометрическое тело». В учебнике «Геометрия 10-11» Погорелова А.В.: «Многогранник – это такое тело, поверхность которого состоит из конечного числа плоских многоугольников»;

В соответствии с наглядным представлением предлагается следующее:

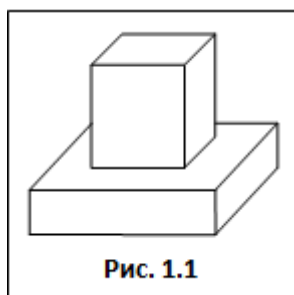
1) Подразумевается конечная часть пространства, т.е. конечная в значении конечности её размеров, или по-другому можно сказать, ограниченная.

2) Многоугольники, ограничивающие многогранник, содержатся в нем. Многоугольники составляют его поверхность, так как другая сторона многогранника - это его внутренность. Отсюда можно сделать вывод - многогранник состоит из поверхности и внутренности. Это - описательное определение поверхности и внутренности.

3) Многогранник, и даже одна его внутренность, состоит из одного куска, или, по-другому можно сказать, связна: не выходя из многогранника,

можно непрерывно пройти от одной ее точки до любой другой. Или, что в данном случае, равносильно, любые две точки внутренней можно соединить лежащей в ней ломаной.

Возьмем, к примеру, два различных куба, которые приставлены по ребру один к другому (они имеют только общее ребро и не образуют многогранника), а грани, которые приставлены по куску - образуют многогранник. То же самое, что и соединение параллелепипеда с поставленным на него кубом и т. д. (рис.1.1).



Все вышеуказанное имеется в наглядном представлении о многограннике и делается это для того, чтобы проанализировать и выяснить, а конкретнее всего различать в определенных ситуациях, может ли эта фигура являться многогранником или нет.

2) Дадим определение многогранника, который предложил А.Д. Александров [3].

Рассмотрим простые определения, относящиеся к пространству и к плоскости.

Фигура - множество точек.

Точка называется граничной точкой данной фигуры, если сколь угодно близко от нее есть точки, как принадлежащие фигуре, так и не принадлежащие ей.

Точка фигуры, не являющаяся ее граничной точкой, называется внутренней.

Множество всех граничных точек фигуры называется ее границей, а множество всех ее внутренних точек - внутренностью.

Замкнутой областью называется множество точек, обладающее следующими свойствами:

1) оно содержит внутренние точки, а внутренность его связна.

2) оно содержит свою границу, и она совпадает с границей его внутренности.

Это определение относится либо к пространству, либо к множеству точек на плоскости. Замкнутая область в пространстве называется телом, а на плоскости - плоской замкнутой областью. Из такого определения вытекает, что замкнутая плоскость состоит из внутренности и ее границы, которая является границей самой замкнутой области. Следовательно, определение замкнутой области можно детерминировать немного по-другому. Замкнутая область - это множество точек, имеющее связную внутренность и состоящее из нее и ее границы.

Теперь рассмотрим определение многоугольника и многогранника. Многоугольником называется замкнутая область конечных размеров, граница которой состоит из конечного числа отрезков. Многоугольник называется простым, если его граница представляет собой одну простую замкнутую ломаную.

Многогранником называется тело конечных размеров, граница (поверхность) которого состоит из конечного числа многоугольников. Это определение заимствует определению на основе наглядных представлений, но на данный момент, понятия поверхность и тело рассматриваются не только наглядно, но и согласно данным выше определениям.

Как уже отмечалось выше, многогранником называют не тело, ограниченное многоугольниками, а поверхность, составленную из многоугольников. Такого типа употребления слов не наблюдается в школьном курсе геометрии. Встречается и смешивание определений, когда «многогранник» понимается в разных смыслах. Так, когда мы слышим, к примеру, «склеим из развертки куб», то имеем в виду не тело, а поверхность.

Схожее высказывание одного и того же слова в разных, но тесно связанных смыслах, можно встретить в геометрии довольно часто. Углом называют и фигуру, состоящую из двух лучей, и ограниченную ею часть плоскости. Двугранный угол понимают как фигуру из двух плоскостей, и как ограниченную ею часть пространства. Так же и многоугольником называют и ломаную, и ограниченную ею часть плоскости, и т. п.

3) Также можно изучить иное определение понятия многогранника, если рассмотреть следующее: фигура, составленная из многогранников, прилегающих друг к другу по граням или по кускам граней, сама оказывается многогранником, и так можно из простых многогранников составлять сколь угодно сложные. Это замечание можно пояснить и получить из него новое понятие многогранника, отталкиваясь из простых многогранников - из тетраэдров. А именно выполняется теорема.

Теорема. Всякое тело, составленное из тетраэдров, является многогранником и всякий многогранник можно разбить на тетраэдры или, что равносильно, составить из тетраэдров.

Немного в конкретной форме и, не используя термин тело, данную теорему можно изложить так:

Фигура является многогранником тогда и только тогда, когда ее можно составить из конечного числа тетраэдров так, что:

1) каждые два тетраэдра либо не имеют общих точек, либо имеют только одну общую вершину, или одно общее ребро, или одну общую грань;

2) от каждого тетраэдра к каждому можно пройти по тетраэдрам, последовательно прилегающим один к другому по целым граням.

Эта теорема разрешает нам определить многогранник как фигуру, которая составлена из тетраэдров так, что выполняются условия 1), 2).

4) Еще один подход к определению многогранника показан в пособии Болтянского В.Г «Элементарная геометрия», которая построена на основе вейлевской векторной аксиоматики геометрии. Данный метод не рассматривается в школьных учебниках [7].

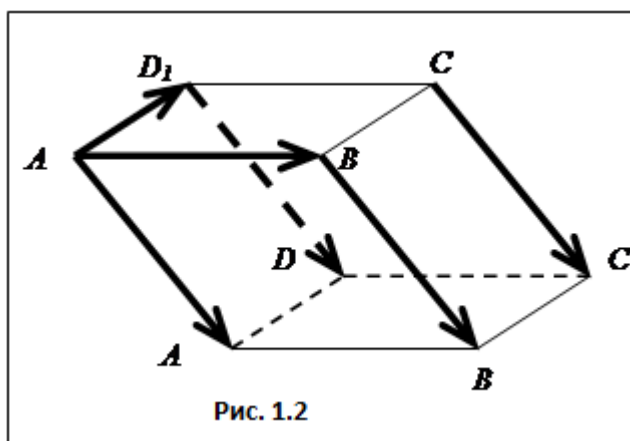
Понятие многогранников, таких как призма, пирамида, тетраэдр и др. в этом подходе, в действительности, не отличается от понятий в школьном курсе, но этот способ наиболее интересен на основе другой аксиоматике.

Отметим, что определение понятия многогранника может быть рассмотрено разными методами и приемами. Понятию многогранника можно дать как дескриптивное, так и конструктивное определение; как определение, основанное на наглядном представлении, так и строгое; можно определить многогранник как тело и как поверхность.

При введении понятий выпуклых и правильных многогранников так же существует несколько способов и подходов.

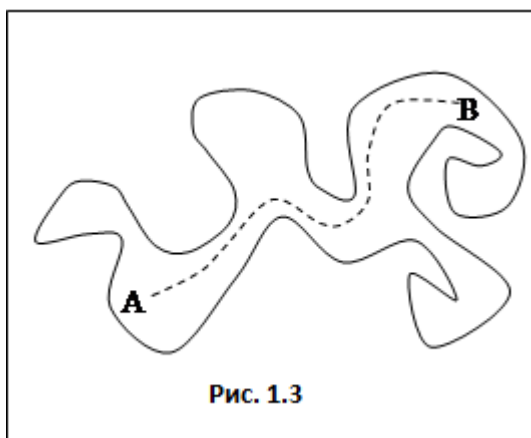
1.3 Подходы к определению выпуклого многогранника

После введения определения многогранника, как правило, в школе изучают выпуклые многогранники. Один из подходов – когда вводится понятие выпуклого многогранника и для него определяются элементы. Рассмотрение свойства выпуклых многоугольников и многогранников занимает довольно важное место в школьном курсе геометрии. Школьники не понимают смысла слова «выпуклый» и, даже если скажешь им изобразить любой четырехугольник, они нарисуют фигуру, которая изображена на рис. 1.2. Иногда пренебрежение условия о выпуклости многоугольника или многогранника является приемлемым, т.е. существует такая теорема: сумма углов выпуклого n -угольника равна $(n-2) \cdot 180^\circ$.



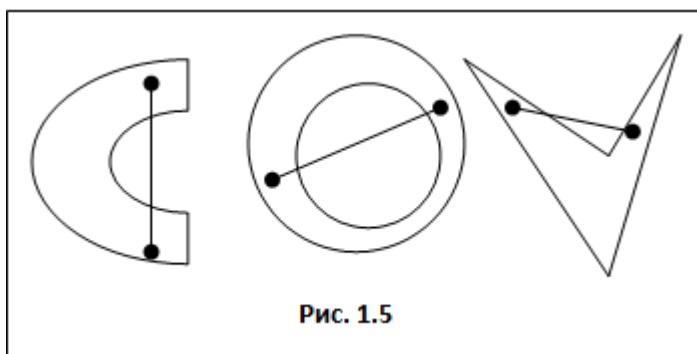
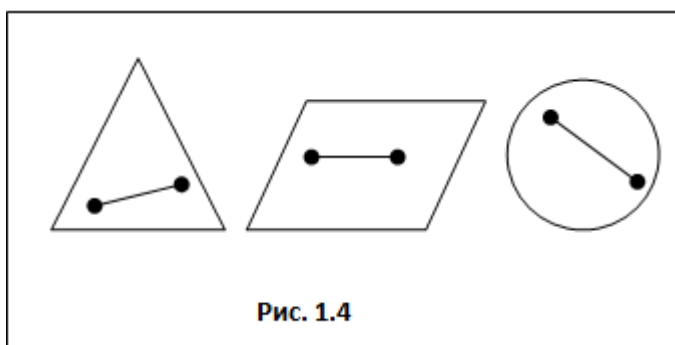
Определение выпуклого многогранника, в основном, вводят на подобии с выпуклым многоугольником. В учебном пособии Александрова А.Д. «Геометрия для 10-11 кл.». вводится два подхода к понятию выпуклого многогранника. Если многогранник лежит по одну сторону от каждой из ограничивающих его плоскостей, то многогранник называется выпуклым. Этот подход просматривается в учебниках Атансяна Л.С. «Геометрия 10-11 кл.» [4] и Погорелова А.В. «Геометрия 10-11 кл.» [18]. Или, если любые две его точки могут быть соединены отрезком, то такой многогранник является выпуклым. Это понятие изучается в учебнике Смирновой И.М. «Геометрия 10-11 кл.» [22]. В учебнике Александрова А.Д. «Геометрия 10-11 кл.» за основу берется второе определение.

Рассмотрим второе определение. В основном, в стереометрии изучают связные фигуры. Это фигуры, в которых любые две точки можно соединить линией, полностью принадлежащей этой фигуре. Наряду с этим, соединяющая линия может оказаться достаточно трудной (рис 1.3). Элементарно подчеркнуть класс фигур, где линия соединяет две ее точки A , B , всегда можно найти самую простую линию, которая является прямолинейным отрезком AB . Такие фигуры называются выпуклыми.



Если вместе с каждыми двумя точками A и B она полностью содержит и весь отрезок AB , то такая фигура F называется выпуклой. На рис.1.4 пред-

ставлены примеры выпуклой фигуры; на рис. 1.5 представлены несколько невыпуклых фигур.



Помимо плоских можно проанализировать пространственные выпуклые фигуры. Иными словами, их называют выпуклыми телами. Примерами могут быть такие фигуры как параллелепипед, тетраэдр, шар, и т.д.

Выпуклые фигуры в пространстве можно обозначить как пересечение какого-либо множества полупространств. Фигуру, которую можно показать в виде пересечения конечного числа полупространств, называются простейшими выпуклыми фигурами. Эти выпуклые фигуры являются выпуклыми многогранниками.

Свойство, в котором за основу взяли определение выпуклых тел, т.е. наличие в выпуклом теле прямолинейного отрезка, который соединяет любые две точки, сначала может показаться незначительными. На самом деле, выделение определения класса выпуклых фигур является довольно значимым для стереометрии. Но если рассматривать тела, которые не являются многоугольниками, то появляются трудности. Для рассмотрения можно привести пример: возьмем плоскую фигуру, она ограниченная и не пересекает себя замкнутой линией, а также она не имеет площади и

периметра. Таких характеристик для выпуклых тел не существует и никогда не могут быть. Каждое ограниченное плоское выпуклое тело имеет определенную площадь и периметр, а пространственная выпуклая фигура имеет объем и площадь поверхности.

1.4. Подходы к определению правильного многогранника

После рассмотрения выпуклых многогранников, учащиеся изучают их виды: призмы, пирамиды и их разновидности. Во многих учебниках они вводятся идентично. Проанализируем некоторые подходы к определению понятия правильного многогранника.

Во всех учебниках по геометрии вводят разные определения этого понятия. Например, в учебнике Атанасяна Л.С. «Геометрия 10-11 кл.» [4] выпуклый многогранник называется правильным, если все его грани — равные правильные многоугольники и, кроме того, в каждой вершине сходится одно и то же число ребер. В учебнике Погорелова А.В. «Геометрия 10-11 классов» [18] вместо условия равенства правильных многоугольников требуется, чтобы правильные многоугольники были с одним и тем же числом сторон. А в учебнике Александрова А.Д. «Геометрия 10-11 кл.» [3], в отличие от учебника Атанасяна Л.С. «Геометрия 10-11 кл.» дополнено требование равенства всех двугранных углов правильного многогранника. При этом многогранник называется выпуклым, если любые две его точки соединимы в нем отрезком.

В учебнике Клопского В.М. «Геометрия 9-10 кл.» [13] дается определение: выпуклый многогранник называется правильным, если все его грани — конгруэнтные правильные многоугольники, и все его многогранные углы имеют одинаковое число граней.

В учебнике Киселева А.П. [12], многогранник называется правильным, если все его грани — равные правильные многоугольники и все многогранные углы равны. А также в книге Глаголева Н.А. [8] говорится, что

многогранник называется правильным, если все его грани равные правильные многоугольники, и все его двугранные углы равны.

Очевидно, что в разных перечисленных пособиях вводятся разные определения понятия правильного многогранника, которые используют различные свойства правильных многогранников.

Перечислим их:

1. выпуклость многогранника.
2. все грани — равные правильные многоугольники.
3. все грани — правильные многоугольники с одним и тем же числом сторон.
4. в каждой вершине сходится одинаковое число ребер.
5. все многогранные углы имеют одинаковое число граней.
6. равны все многогранные углы.
7. равны все двугранные углы.
8. равны все ребра многогранника.
9. равны все плоские углы многогранника.

Чтобы выбрать определение правильного многогранника нужно следовать условиям:

- любое определение должно содержать такие свойства, которые целиком определяют данное понятие.

- любое термин должен быть кратким, т. е. не иметь ненужных свойств, которые рассматриваются из других свойств правильного многогранника.

- определение правильного многогранника должно быть похоже на определение понятия правильного многоугольника на плоскости.

- в определении правильного многогранника нужно добавить различные обобщения.

- определение должно быть педагогически соответствующим, т.е. свойства, которые содержит определение, должны рассматриваться при изучении правильных многогранников.

Аналог определения правильного многоугольника вводится в учебнике Киселева А.П. [13] и Глаголева Н.А. [8]. Положительно то, что в этих пособиях не рассматривается условие выпуклости, которое для учеников является достаточно трудным. Рассматривается оно при доказательстве теорем и решении задач.

Для определения топологически правильных многогранников используются такие свойства, которые носят топологический характер. Таковыми свойствами являются 3° , 4° и 5° . Но лучше всего для этих условий соответствует понятие правильного многогранника, которое рассматривается в пособии Погорелова А.В. «Геометрия 10-11 кл.» [18].

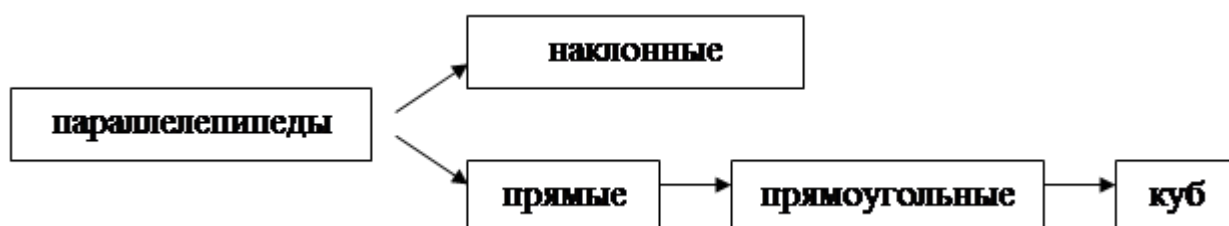
Отсюда следует, что ни одно из введенных выше понятий правильного многогранника не считается обобщенным. Если требуется ознакомить учеников с понятием правильного многогранника, представив аналогию с определением правильного многоугольника, и не исследовав свойства правильных многогранников, то лучше всего рассматривать определения, которые введены в учебнике Киселева А.П. и Глаголева Н.А. А если изучать свойства правильных многогранников более подробно, а именно рассматривать топологически правильные многогранники, предпочтительней всего использовать учебник Атанасяна Л.С. «Геометрия 10-11 кл.» и Смирновой И.М. «Геометрия 10-11 кл.»

Глава 2. Изучение многогранников в школьном курсе математики

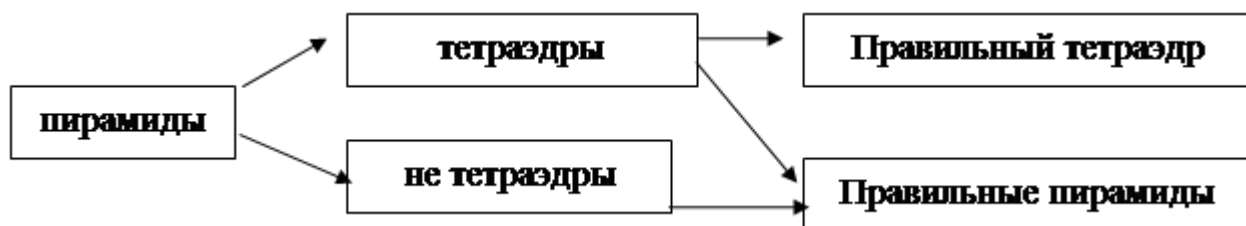
В школьных учебниках после изучения прямых и плоскостей рассматриваются пространственные фигуры, а именно, многогранники. Модель многогранника можно создать, покрутить, «раскрыть» его поверхность и даже «разрезать» - посмотреть на сечение. Выделяется две методологические группы в введении стереометрии многогранников, а именно их классификация и исследование количественных характеристик. Несомненно, эти две группы соединяются друг с другом. В данной теме «Многогранники» вводятся такие характеристики как численные, т.е. высоты, длины ребер, величины углов, площади поверхностей. Также вводятся качественные характеристики. Изучаются всего два вида многогранников: призмы и пирамиды. Несомненно, среди данных типов выполняется грубейшая разделение по числу углов - призмы и пирамиды бывают n -угольными, где $n = 3, 4, 5, \dots$. Наиболее развернутая классификация, это по общему расположению ребер и граней, по виду граней.



И далее:



Школьная классификация пирамид менее разветвленная:



Главная цель преподавателя - получить от учеников знания данной классификации, которая введена в учебнике. Вторая цель преподавателя, не менее важная - это получить знания у учащихся всех теорем с доказательствами.

И третья цель преподавателя – это научить учеников правильно и логически решать задачи. Фактически все задачи вычислительные, в основном, задачи являются простыми.

Проанализируем изучение темы «Многогранники» в школьных учебниках геометрии. В качестве примера рассмотрим учебные пособия различного уровня содержания материала: предназначенные для общеобразовательной школы, для гуманитарных классов и для классов с математическим уклоном.

2.1 Учебник «Геометрия 10-11» под ред. Атанасяна Л.С.

Проанализируем данную тему «Многогранники» по учебнику Атанасяна Л.С. «Геометрия 10-11 кл.». Данное учебное пособие предназначено для общеобразовательной школы. Данная тема рассматривается в главе 3 «Многогранники». На ее изучение выделяется 12 уроков. Ниже приведено поурочное планирование в таблице.

Таблица 1.

Номер урока	Содержание учебного материала
1-3	§1. Понятие многогранника. Призма. Понятие многогранника. Призма. Площадь поверхности призмы (п.25-27)
4-8	§2. Пирамида. Пирамида. Правильная пирамида. Усеченная пирамида. Площадь поверхности пирамиды (п.25-30)
9-11	§3. Правильные многогранники. Симметрия в пространстве. Понятие правильного многогранника. Элементы симметрии правильных многогранников (п.31-33)
12	Контрольная работа

До того как изучить тему «Многогранники» ученики встречают их простейшие виды в главе 1 §4 «Тетраэдр и параллелепипед». На рассмотрение данной темы выделяется 5 часов. Определение параллелепипеда и тетраэдра содержится в этой главе, чтобы построение сечений и изучение свойств содействовали расширению понимания вопросов взаимного расположения прямых и плоскостей. Следовательно, нужно, чтобы решение задач указывалось ссылками на аксиомы, теоремы и определения.

Во время введения определения тетраэдра и параллелепипеда нужно акцентировать внимание на том, что многоугольник в пространстве

представляет собой плоскую поверхность, а тетраэдр и параллелепипед – поверхности, составленные из плоских поверхностей, т.е. многоугольников.

Для представления у школьников о различных способах изображения на чертеже тетраэдра и параллелепипеда можно с помощью проектора на экране показать различные проекции их каркасных моделей. Также можно рассмотреть простейшие свойства параллельной проекции.

При завершении изучения параграфа ученики должны знать и уметь объяснять, что такое тетраэдр и параллелепипед, показывать на чертеже элементы многогранников, знать свойства диагоналей и граней параллелепипеда, а также правильно чертить и строить сечение тетраэдра и параллелепипеда.

Главная задача темы «Многогранники» - это рассмотреть с учениками систематические сведения об основных видах многогранников. После того как школьники познакомятся с понятиями тетраэдра и параллелепипеда, им следует углубить представления о многогранниках и их свойствах. Используя многогранники, а именно куб, тетраэдр, призма, школьникам требуется перечислить элементы данных многогранников, т.е. таких как вершина, ребро, грань и диагонали тел. Если школьники освоят все термины и понятия, то им нетрудно будет понимать условие задачи. Уже после данной теме необходимо изучать выпуклые и не выпуклые многогранники.

Рассматриваем призму $A_1 A_2 \dots A_n B_1 B_2 \dots B_n$, которая составлена из двух равных многоугольников $A_1 A_2 \dots A_n$ и $B_1 B_2 \dots B_n$, и n -параллелограммов $A_1 A_2 B_2 B_1, \dots, A_n A_1 B_1 B_n$. Они расположены в разных плоскостях. После чего мы вводим определение прямой, наклонной и правильной призмы. Требуется акцентировать школьников на четырехугольную призму. Всем известно, что это параллелепипед. Напомнить им, что у параллелепипеда все шесть граней - параллелограммы, а боковые грани - прямоугольники, у прямоугольного параллелепипеда все шесть граней – прямоугольники.

Рассматриваем пирамиду, которая составлена из n -угольника $A_1 A_2 \dots A_n$ и n -треугольников. При изучении термина правильной пирамиды требуется

уделить особое внимание школьникам на два пункта, такие как, основание пирамиды - правильный многоугольник, и отрезок, который соединяет вершину пирамиды с центром ее основания, является высотой пирамиды.

Введем теорему о площади боковой поверхности правильной пирамиды и формулой докажем ее. Пусть сторона основания n -угольной пирамиды равна a , апофема равна d , S_{Δ} - площадь боковой грани. Тогда

$S_{бок} = n \cdot S_{\Delta}$, $S_{бок} = n \cdot a \cdot d$, $S_{бок} = (n \cdot a) \cdot d$, $S_{бок} = P \cdot d$, где P - периметр основания пирамиды.

Дальше мы рассматриваем определение усеченной пирамиды. Плоскость, параллельная основанию пирамиды, разбивает ее на два многогранника: один из них является пирамидой, а другой называется усеченной пирамидой. Усеченная пирамида - это часть полной пирамиды, заключенная между ее основанием и секущей плоскостью, параллельной основанию данной пирамиды.

Также в учебном пособии Атанасяна Л.С. «Геометрия 10-11 кл.» в теме «Многогранники» рассматривается симметрия в пространстве и понятие правильного многогранника. Ключевыми словами здесь являются понятия центра, оси, плоскости симметрии фигуры. При изучении определения правильного многогранника необходимо выделить два условия: 1) все грани многогранника - равные правильные многоугольники; 2) в каждой вершине многогранника сходится одно и то же число ребер.

Данное учебное пособие представляет собой рассмотрение темы «Многогранники» с опорой на наглядность и на предметы окружающей действительности.

Вся теоретическая информация рассматривает прямые призмы, правильные призмы и правильные пирамиды. Очень много присутствует задач с вычислениями, где у школьника вырабатываются умение использовать теоретический материал с использованием формулы площадей, а также уметь решать задачи, применяя такие понятия как «угол между прямой и плоскостью» и др.

2.2 Учебник «Геометрия 10-11» под ред. Смирновой И.М.

Данное учебное пособие предназначено для гуманитарного профиля. Здесь уменьшен теоретический материал, но рассматриваются также темы исторического, мировоззренческого и прикладного характера.

Также как и в учебнике Атанасяна Л.С. «Геометрия 10-11 кл.» [4], рано вводится пространственные фигуры и многогранники. Рассматривается в п.3 «Основные пространственные фигуры». Основная цель - это познакомить учащихся с пространственными фигурами и моделями многогранников. Здесь также изучается понятие многогранника как пространственной фигуры, поверхность которой состоит из конечного числа многоугольников, называемых гранями многогранника. Стороны этих многоугольников называются ребрами многогранника, а вершины многоугольников – вершинами многогранника.

Школьникам показывают такие многогранники как:

1) куб – многогранник, поверхность которого состоит из шести квадратов;

2) параллелепипед – многогранник, поверхность которого состоит из шести параллелограммов;

3) прямоугольный параллелепипед – параллелепипед, у которого грани – прямоугольники;

4) призма – многогранник, поверхность которого состоит из двух равных многоугольников, называемых основаниями призмы, и параллелограммов, называемых боковыми гранями

5) прямая призма – призма, боковые грани которой - прямоугольники; правильная призма – прямая призма, основаниями которой являются правильные многоугольники;

б) пирамида – многогранник, поверхность которого состоит из многоугольника, называемого основанием пирамиды, и треугольников с общей вершиной, называемых боковыми гранями пирамиды;

7) правильная пирамида – пирамида, в основании которой правильный многоугольник, и все боковые ребра равны.

В учебнике показаны другие сложные многогранники, а именно, правильные, полуправильные и звездчатые многогранники. Показаны также способы заготовок моделей многогранников из разверток.

Отсюда следует, что школьники уже ознакомились с темой «Многогранники» с основной информацией по данной теме. Также можно углубить знания у учащихся о многогранниках, изучив значительно детально правильные, полуправильные и звездчатые многогранники.

Главная цель данной главы – это познакомить школьников с понятиями и свойствами выпуклых многогранников, а также изучить теорему Эйлера.

Приведем тематическое планирование данного раздела.

Таблица 2.

Пункт учебника	Содержание	Кол-во часов
18	Выпуклые многогранники	2
19	Теорема Эйлера	2
20*	Приложения теоремы Эйлера	2
21	Правильные многогранники	2
22*	Топологически правильные многогранники	1
23	Полуправильные многогранники	2
23	Звездчатые многогранники	1

В пространственных фигурах главную важность занимают выпуклые фигуры, а именно, выпуклые многогранники. Это определение в учебном пособии вводится так образом: если он является выпуклой фигурой, т.е.

вместе с любыми двумя своими точками целиком содержит и соединяющий их отрезок, о многогранник называется выпуклым. Далее изучаются свойства выпуклых многогранников и теорема Эйлера с приложениями.

Если гранями многогранника являются равные правильные многоугольники, и в каждой вершине сходится одинаковое число граней, то такой выпуклый многогранник называется правильным. Выпуклый многогранник называется полуправильным, если грани многогранника являются правильные многоугольники, причем в каждой вершине сходится одинаковое число граней, то такой выпуклый многогранник называется полуправильным. Также изучаются пять видов правильных многогранников.

При введении правильных и полуправильных многогранников нужно использовать модели этих многогранников.

2.3. Методические особенности изучения по теме «Многогранники» по учебнику «Геометрия 10-11» под ред. Погорелова А.В.

При введении изучения данной темы преподаватель определяет цели и методические задачи.

Установленные цели обучения данной темы

Цель 1: усваивание учебного материала и формирование интеллектуальных умений при изучении: а) понятий, б) теорем, в) типов задач.

Цель является достигнутой, если школьник находится на уровнях:

Таблица 3.

Первый уровень	<p>а) составлять план определения понятий многогранников, а именно пирамиду, призму, и параллелепипеда с применением учебного пособия и набора объектов;</p> <p>б) написать символическую схему теоремы с применением учебного пособия и листочка с пропусками;</p> <p>в) проверять решение типовых задач первого уровня сложности и группировать данные задачи, применяя подсказку.</p>
Второй уровень	<p>а) должен сам составлять план определения понятий разных типов многогранников с применением учебного пособия и набора объектов;</p> <p>б) находить доказательство и уметь написать схему доказательства, а также подчеркивать базис доказательства;</p> <p>в) соединять решения типовых задач одного уровня сложности и уметь находить способы их решения, применяя подсказку.</p>
Третий уровень	<p>а) должен сам уметь составлять план определения понятий разных типов многогранников с применением учебного пособия и набора объектов;</p> <p>б) уметь самостоятельно находить доказательство теоремы. Например, теорему о гранях параллелепипеда.</p> <p>в) уметь находить способы решения различных типов задач или по схеме.</p>

Цель 2: проверка знаний теоретического материала при обучении: а) с геометрическими понятиями; б) с теоремами; в) с типами и классами задач.

Цель является достигнутой, если школьник находится на уровнях:

Таблица 4.

<p>Первый уровень</p>	<p>а) озвучивать план определения понятий и формулировать определения пирамиды, призмы и параллелепипеда, а также приводить разные примеры многогранников; называть признаки, исходя из перечисленных формулировок определения фигур; вписывать пропущенные слова в определениях.</p> <p>б) доказывать теоремы данных многогранников; вписывать слова в пропусках в доказательстве, применяя готовый план.</p> <p>в) применять инструкцию для решения задач первого уровня.</p>
<p>Второй уровень</p>	<p>а) формулировать определение пирамиды, призмы и параллелепипеда; приводить объект под понятие; озвучивать план взаимной связи пирамиды, призмы параллелепипеда;</p> <p>б) доказывать решение именно на своей модели; вписывать слова в пустую готовую схему доказательства; указывать базис доказательства; озвучивать схему доказательства;</p> <p>в) применять инструкцию для решения задач второго уровня.</p>
<p>Третий уровень</p>	<p>а) формулировать определение пирамиды, призмы и параллелепипеда; видеть различие свойств и признаков данных понятий; показывать область применения этого понятия; озвучивать схему их различия и др.</p> <p>б) определять главное в доказательстве; отметить область применения теорем;</p> <p>в) уметь решать задачи третьего уровня</p>

Цель 3: выражение коммуникативных умений через включение в групповую работу; взаимовыручка, оценка ответов, образование взаимонаблюдения и взаимопроверки во всех этапах.

Цель является достигнутой, если школьник:

а) когда работает в группе, проявляет поддержку, оценивает ответы своих одноклассников по каким-либо определенным задачам с доказательством.

б) проявляет поддержку одноклассникам, которые работают на предыдущих этапах;

в) на определенную тему выступает с докладом и защищает в паре с одноклассником;

г) на основе своего уровня освоения разрабатывает самостоятельную работу по теме.

Цель 4: выражение организационного мастерства (полагание цели, планирование цели, осуществление плана).

Цель является достигнутой, если школьник:

а) выражает цели учебной деятельности;

б) подбирает и решает задания;

в) реализовывает самостоятельную проверку с применением каких-либо примеров, способов;

г) готовит самостоятельную работу на основе своего уровня усвоения;

д) дает оценку своей деятельности по определенным объективным критериям;

е) подводит итог, проводит коррекцию исправления учебной деятельности.

Установленные учебные цели для обучения понятий и терминов

Таблица 5.

<i>Типы учебных целей</i>	<i>Критерии достижения целей</i>
	<i>Цель является достигнутым, если школьник:</i>
1. Знание	<ul style="list-style-type: none"> - вписывает в выражения пропущенные слова; - выражает значение и определение термина; - находит формулировку определения среди определенных понятий.
2. Понимание	<ul style="list-style-type: none"> - делает знаковую и графическую запись определения; - показывает и находит различные примеры и контрпримеры; - находит необходимые требования для того, чтобы объект подошел под определение; - выявляет результат из требования принадлежности объекта к определенному определению; - диагностирует связь определенного определения с различными иными изученными определениями; - указывает способы, примеры и методы познания на данном уровне открытия определения.
3. Использование	<ul style="list-style-type: none"> - показывает применение определенного

(в стандартных случаях)	<p>понятия для нахождения каких-либо задач</p> <ul style="list-style-type: none"> - создавать поучительные задания на использование понятия; - использовать понятие в стандартных случаях; - находить отличие понятия, свойств и признаков при доказательстве этапа нахождения решения задачи.
-------------------------	---

Установленные учебные цели для обучения теорем

Таблица 6.

<i>Типы учебных целей</i>	<i>Критерии достижения целей</i>
	<i>Цель является достигнутым, если школьник:</i>
1. Знание	<ul style="list-style-type: none"> - выражает теорему; - вписывает в выражение пропущенные слова; - озвучивает решение доказательства; - вписывает пропущенные слова в доказательстве.
2. Понимание	<ul style="list-style-type: none"> - составляет запись (знаковую и графическую) к теореме, подчеркивает в теореме требование и вывод; - доказывает решение теоремы по новой форме и обозначениях; - показывает главную мысль (прием,

	<p>способ, метод) решения доказательства</p> <ul style="list-style-type: none"> - показывает теоремы, доказываемые таким же способом; - создает примерный ход доказательства теоремы; - подчеркивает основу решения доказательства теоремы; - показывает использование определенной теоремы, для нахождения решения каких-либо задач; - показывает приемы умозаключений на уровнях открытия закономерности и нахождения доказательства.
<p>3. Использование (в стандартных случаях)</p>	<ul style="list-style-type: none"> - использует способ и прием доказательства теоремы в нахождении решения задачи. - создает поучительные задания на использование теоремы; - использует теорему в стандартных случаях.

План изучения темы «Многогранники»

I. Тема «Многогранники». Учебник Погорелова А.В. 10-11 классы.

II. Актуализация: Свойства углов равнобедренного треугольника, свойства прямоугольного треугольника, угол между прямой и плоскостью, линейный угол двугранного угла, формула Эйлера.

III. Теоретическое содержание темы:

§ 1. Двугранный угол, трехгранный и многогранный углы, многогранник.

§ 2. Призма, прямая призма, площадь поверхности призмы, изображение призмы и построение ее сечений.

§ 3. Параллелепипед, теорема о гранях параллелепипеда, теорема о диагоналях параллелепипеда, прямоугольный параллелепипед.

§ 4. Пирамида, построение пирамиды и ее плоских сечений, усеченная пирамида, правильная пирамида, площадь поверхности пирамиды.

§ 5. Правильные многогранники, теорема Эйлера.

IV. Контрольная работа

V. Средства обучения : модели многогранников, дидактический материал(карточки для индивидуальной и групповой работы), проектор.

VI. Внеаудиторная самостоятельная деятельность

§ 1. п 39-41 вопросы № 1-8 стр. 81, № 2, 4 стр.83;

§ 2. п. 42-44 вопросы 9-18 стр. 82, № 7, 9, 10, 11, 12, 15, 19, 20, 21, 18, 16, 23, 22 стр. 83-84;

§ 3. п. 45-46, вопросы 19-26 стр.82, № 26, 28, 31, 32, 34, 35, 37, 29, 32, 25 стр 85-86 ;

§ 4. п. 47-50, вопросы 27-35 стр.82, № 43, 44. 46, 48, 49, 51, 54, 55, 57, 58, 59, 63, 64, 65, 66, 69, 72 стр 86-88 ;

§ 5. п. 51, вопросы 36-38 стр. 82, № 81, 83, 84, 85 стр 88-89 .

VII. Индивидуальные задания:

1. В мире многогранников.
2. Многогранники и хиромантия.
3. Многогранники в архитектуре.
4. Модели многогранников.
5. Другие темы.

VIII. Регулятивные универсальные учебные действия:

при изучении понятий, теорем, решении задач; познавательные; личностные; коммуникативные.

Применение выстроенной степени целей и задач, план обучения темы предоставляет:

- 1) организовывать старания преподавателя и учащихся на важном, находить первоочередные задачи, план и перспективу последующей работы;
- 2) предоставить точность и открытость процесса изучения (объяснить ученикам цель в их учебной работе, рассмотреть их, довести до их понимания любых заинтересованных лиц, например, родителей);
- 3) разработать примеры оценок результатов обучения.
- 4) предоставить учащимся возможность достичь цели на уровне усвоения стереометрии, которые они выбрали.

Глава 3. Методические особенности изучения темы «Многогранники» для билингвальной системы обучения

3.1. Особенности билингвального языкового образования на начальном этапе обучения

Усовершенствование системы школьного образования в России определена рядом объективных обстоятельств и, в первую очередь, преобразованием экономической и культурной ситуации. В среде, где человек сосуществует в поликультурном пространстве, язык считается, возможно, исключительно единственным инструментом, из-за которого происходит взаимопонимание и взаимодействие между представителями различных лингвосообществ. Отсюда совершенно очевидна необходимость уделять особое внимание проблеме формирования у учащихся способности эффективно участвовать в межкультурной коммуникации. В условиях средней общеобразовательной школьной системы, одних из самых рациональных способов решения этого вопроса считается ориентация на билингвальное языковое образование.

Значение билингвальное языковое образование подразумевает “взаимосвязанное и равнозначное овладение учащимися двумя языками (родным и неродным), освоение родной и неродной/иноязычной культуры, развитие учащегося как двуязычной и биокультурной личности и осознание им своей двуязычной и биокультурной принадлежности”.

С учетом всего этого, практические цели билингвального языкового образования определены как:

- овладение предметным знанием с использованием двух языков (родного и иностранного);
- формирование и совершенствование межкультурной компетенции учащихся;

- развитие коммуникативной компетенции учащихся в родном и изучаемом иностранном языке;
- развитие у учащихся способности получать дополнительную предметную информацию из разных сфер функционирования иностранного языка.

Осуществить данные цели – это означает создать языковую личность школьника, то есть личность, которая способна формировать и понимать речевые высказывания. В изложение языковой личности обычно содержатся следующие особенности:

- ценностный, мировоззренческий компонент содержания воспитания, т.е. система ценностей, или жизненных смыслов. Язык обеспечивает первоначальный и глубинный взгляд на мир, образует тот языковой образ мира и иерархию духовных представлений, которые лежат в основе формирования национального характера и реализуются в процессе языкового диалогового общения;
- культурологический компонент, т.е. уровень освоения культуры как эффективного средства повышения интереса к языку. Привлечение фактов культуры изучаемого языка, связанных с правилами речевого и неречевого поведения, которые способствуют формированию навыков адекватного употребления и эффективного воздействия на партнера по общению;
- личностный компонент, т.е. в любом человеке существует что-то индивидуальное и глубинное.

Согласно изучению иностранного языка следует, наряду с понятием “языковая личность”, изучать лингводидактическую категорию “вторичная языковая личность”, которая понимается как совокупность способностей человека к адекватному взаимодействию с представителями других культур. В этом случае использование родного и иностранного языков осуществляется параллельно на паритетной основе.

В соответствии с концептом вторичной языковой личности осознание себя как вторичной языковой личности предусматривает:

- осознание себя, как языковой личности в целом, включая мотивационный уровень, лингвокогнитивный уровень и семантический уровень;

- способность пользоваться языком в текстовой деятельности – коммуникации;

- способность к саморазвитию, к обеспечению творческой текстовой деятельности.

Физиологи и психологи пришли к выводу о том, что освоение другим языком – это не просто накапливание языкового материала в результате подбора лексических единиц, ситуаций и усвоения грамматических форм и структур, а перестройка речевых механизмов человека для взаимодействия, а позже и параллельного использования двух языковых систем. На начальных этапах освоения, для этого надо сформировать навык переключения с языка на язык, а на более поздних этапах – устранить одну систему для создания более благоприятных условий функционирования другой.

В связи с этим, одним из основных задач билингвального языкового образования является создание механизма билингвизма.

Изучая сущность происхождения механизма билингвизма, достаточно выделить, что она заключается в “возбуждении знаковых, семасиологических или ситуационных связей лексических единиц в условиях необходимости или возможности выбора между двумя языковыми системами”. У большинства людей, которые начинают изучать иностранный язык, существуют денотативные или ситуационные связи лексических единиц родного языка. При изучении лексических единиц второго языка, каждая новая иноязычная лексическая единица связывается не с тем или иным субъектом действительности, а с соответствующим словом родного языка и только через него с самим обозначаемым. При этом возникает опасность создания ложных знаковых связей в том случае, если новое иностранное слово не имеет полноценного эквивалента в родном языке.

Р.К. Миньяр-Белоручев [15] выделяет некоторые особенности становления механизма билингвизма. Возможность создания ложных знаковых связей между лексическими единицами двух языков является первой особенностью данного механизма.

Вторая особенность происхождения механизма билингвизма состоит в связи иностранного языка с родным, что вызывает и его связь с соответствующей семантической системой, которая образуется вокруг любой лексической единицы.

Третья его особенность связана с правилом доминантного языка, который подавляет второй и прочие языки и является причиной не только лексической, грамматической, но и лингвострановедческой интерференции.

Все вышесказанные особенности происхождения механизма билингвизма говорят о необходимости его формирования уже на начальном этапе обучения. На данной ступени образования происходит становление личности учащегося, выявление и развитие его способностей. Изучая новый язык, школьник расширяет не только свой кругозор, но и границы своего мировосприятия и мироощущения. При этом то, как он воспринимает мир и что он в нем видит, всегда отражается в понятиях, сформированных на основе родного языка учащегося и с учетом всего многообразия присущих данному языку выразительных средств. Явления иной культуры всегда оцениваются ребенком через призму принятых в родном лингвосоциуме культурных норм и ценностей, через призму усвоенной им модели миропонимания.

Таким образом, речь идет о том, чтобы, с одной стороны, не допустить происхождению ложных знаковых связей между речевыми единицами родного и иностранного языков, а с другой стороны, способствовать происхождению новой национальной системы понятий, в зависимости с системой понятий родного языка. Это может быть при осуществлении следующих задач:

- закрепление знаковых связей иноязычных речевых единиц с их эквивалентами в родном языке;

- разработка ситуационных связей ситуационных клише иностранного языка;
- торможение процесса создания ложных знаковых связей между лексическими единицами и структурами второго и первого языка;
- разработка механизма переключения с одного языка на другой;
- создание условий порождения иноязычных высказываний независимо от структур родного языка.

Практическая реализация вышеперечисленных положений возможна при использовании уже на начальном этапе следующих приемов обучения:

- презентация иноязычных лексических единиц с учетом их семантических полей, т.е. объяснение границ его значения, а также существенных для него связей с другими словами;
- систематические упражнения на создание и закрепление знаковых связей словосочетаний путем их перевода, прежде всего с родного языка на иностранный;
- разработка речевых микроситуаций для создания и закрепления ситуационных связей речевых клише;
- упражнения в чтении, записи под диктовку, цифровом обозначении числительных, названий дней недели, месяцев;
- использование зрительного субъективного кода как средства обучения монологической речи, ограничивающего влияние родного языка. С этой целью учащиеся получают задание записать содержание иноязычного текста любыми условными знаками, в том числе и рисунками, но без использования слов родного языка. На основе своих записей учащиеся строят монологическое высказывание. Работа с “личным кодом” вызывает большой интерес и способствует повышению мотивации.

Созданию механизма билингвизма на начальном этапе обучения будут способствовать и упражнения, направленные на формирование сопутствующих речевых механизмов:

- повторение иноязычного текста, варьируемое по темпу речи и временному периоду (отставание от речи ведущего, измеряемое в количестве слов);
- скороговорки на изучаемом языке;
- аудирование иноязычного текста с опорой на текст на родном языке;
- сложное аудирование (аудирование одновременно с чтением другого текста);
- зрительное восприятие текста со счетом и др.

На начальном этапе обучения в условиях билингвального языкового образования особую роль играют приемы, формирующие не только механизм билингвизма, но и интерес учащихся к изучению родного и иностранного языков, способствующие более глубокому постижению родной и иноязычной культуры. Одним из наиболее эффективных является чтение текста на родном языке, в котором новые лексические единицы даются на иностранном языке, и о значении которых можно догадаться по контексту или чтение текста на иностранном языке с вкраплениями словосочетаний на родном языке. Например, в медленном темпе учитель читает текст на родном языке, заменяя некоторые слова иноязычными:

Мой birthday (1) – 5 января. Мы celebrate (2) его в семейном circle (3). Мама cooks (4) праздничный ужин. Он очень tasty (5). Папа buys (6) большой торт. Его decorate with свечами. Я get (7) много подарков. и т.д.

Задача учащихся – записать русский эквивалент иноязычных слов. Затем они читают текст на иностранном языке, не испытывая затруднений в понимании содержания. После этого предлагается следующий вид работы: учащиеся читают иноязычный текст, в котором активизируемые лексические единицы переведены на родной язык. Учащимся необходимо заменить их на иноязычные, выбрав из предложенного учителем списка.

Работая с несложным иностранным текстом, можно использовать следующий прием: читая его глазами, считать на родном языке вслух. Сначала это трудно будет сделать, но вскоре учащиеся приспособятся и сумеют

извлечь смысл иностранного текста, несмотря на устный счет. После прочтения такого текста нужно обязательно рассказать, о чем там написано, а после этого можно проверить себя, снова обратившись к тексту.

Формирование механизма билингвизма требует также работы над техникой речи, в процессе которой учащиеся отрабатывают различные скороговорки на иностранном и родном языке, подбирают прилагательные к существительным, расширяют простое предложение, произносят короткие монологи на заданную тему и т.д.

Подводя итог всему сказанному, можно сделать следующий вывод: для современного языкового образования необходимы междисциплинарная интеграция, многоуровневость, вариативность, ориентация на межкультурный аспект овладения языком.

Языковая культура является неотъемлемой и существенной частью культуры человека в целом. Не вызывает сомнения, что правильно поставленное лингвистическое образование является единственным путем к созданию более высокой культуры.

Билингвальное языковое образование считается, с одной стороны, наилучшим средством для познания родного языка, а с другой – для философского его преодоления и для развития диалектического мышления.

Учитель, владеющий "математическим" иностранным языком, подготовлен к общению на нём в своей профессиональной сфере. Многие выдающиеся ученые отмечали, что в процессах усвоения иностранного языка и математики имеются общие моменты. Л.В. Щерба (1942), говоря о необходимости "освободить понятие из-под власти символов", подчеркивал, что "нет более простого и естественного средства для этого, как изучение иностранного языка". "Трудности составления уравнений, это в сущности трудности языкового перевода", - писал известный американский математик, методист Д.Погш (1959), а Л.С. Выготский (1956) утверждал, что "усвоение иностранного языка также подымает на высшую ступень родную речь, как усвоение алгебры подымает на высшую ступень арифметическое мышление".

3.2. План-конспект урока для билингвальной системы обучения

Класс: 10 Б

Тема урока: Polyhedrons. Pyramid.

Тип урока: изучение нового материала.

Цели урока:

1)Обучающая:

- а) введение и первичное закрепление нового материала по теме «Пирамида»;
- б) актуализация знаний по теме многогранник и формула Эйлера;
- в) формирование математических, лингвистических навыков, гуманизация обучения математике.

2) Развивающая :

развитие познавательного интереса; развитие мышления, смысловой памяти; развитие воспроизведения английской речи в процессе деятельности.

3)Воспитательная: развитие коммуникативных навыков общения; умения слушать и слышать.

Задачи:

1. Развивать умения использовать теоретические знания при решении задач.
2. Развивать лингвистические умения учащихся: строить связанное высказывание, давать логический и последовательный ответ.
3. Развивать вычислительные навыки, память, самостоятельность, наблюдательность, оригинальность, языковую догадку. Формировать коммуникативную и эмоциональную культуру.
4. Совершенствовать устную речь учащихся.

Оборудование: экран, проектор.

Ход урока:

1) Организационный момент.

Good morning pupils. How are you? Thanks. Seet down please. Today we will repeat that a polyhedron, Euler's formula and we get acquainted with the pyramid. Сегодня мы с вами повторим что такое многогранник, формулу Эйлера и познакомимся с вами с новой темой - пирамида.

2) Актуализация знаний.

а) Давайте познакомимся с новыми словами, которые мы будем использовать сегодня на нашем уроке.

Let's get acquainted with new words that we use today in our lesson.

(учитель произносит слова, учащиеся повторяют за учителем)

Dictionary:

Face – грань

Vertices – вершины

Edges – ребра

Regular pyramid – правильная пирамида

Irregular pyramid – неправильная пирамида

Apex – вершина

Base – основание

Base area – площадь основания

Height – высота

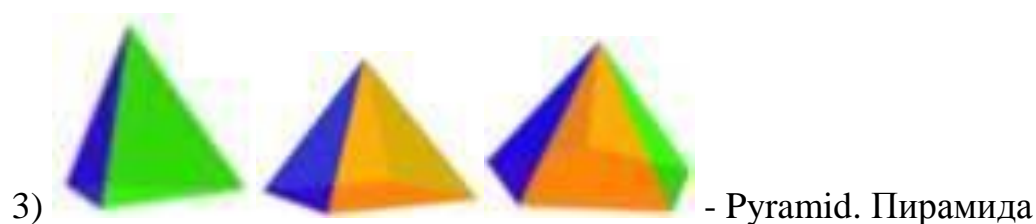
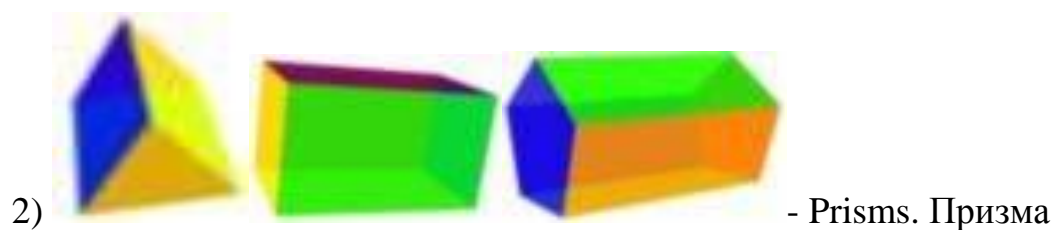
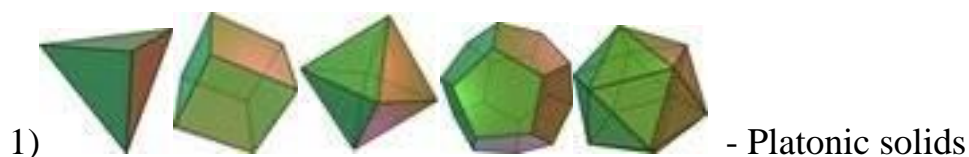
Slant length – длина наклонной

Lateral area – площадь боковой поверхности

б) Let us remember that a polyhedron and list the types of polyhedra. Давайте вспомним, что такое многогранник и перечислим типы многогранников.

A polyhedron is a solid with flat faces (from Greek poly- meaning "many" and -edron meaning "face").

Types of polyhedra:



Молодцы, все верно. Well done, that's right.

c) Let us remember that a Euler's formula. Давайте вспомним, формулу Эйлера. Как сосчитать вершины, ребра и грани?

Counting Faces, Vertices and Edges

When we count the number of faces (the flat surfaces), vertices (corner points), and edges of a polyhedron we discover an interesting thing:

The number of **faces** plus the number of **vertices** minus the number of **edges** equals **2**

This can be written neatly as a little equation:

$$F + V - E = 2$$

It is known as Euler's formula and is very useful to make sure we have counted correctly!

Давайте приведем пример. Let's try some examples:

This cube has:

6 Faces

8 Vertices (corner points)

12 Edges



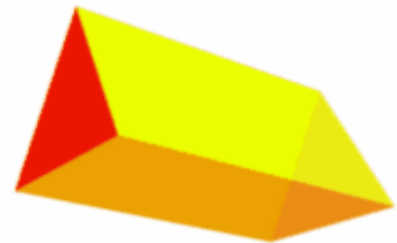
$$F + V - E = 6 + 8 - 12 = 2$$

This prism has:

5 Faces

6 Vertices (corner points)

9 Edges



$$F + V - E = 5 + 6 - 9 = 2$$

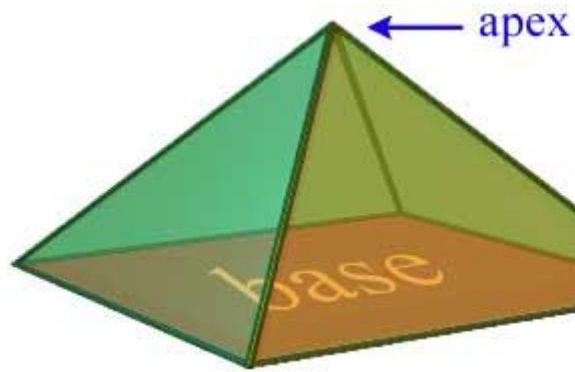
3) Изучение нового материала

Now we will look at the pyramid. Теперь мы с вами познакомимся с пирамидой.

When we think of pyramids we think of the **Great Pyramids of Egypt**.

They are actually Square Pyramids, because their base is a Square. Когда нам говорят о пирамиде, мы сразу же вспоминаем Великую пирамиду Египта.

а) Части пирамиды. Parts of a Pyramid



A pyramid is made by connecting a **base** to an **apex**.

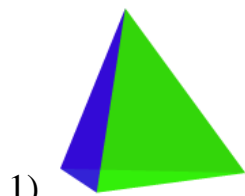
Пирамида состоит путем соединения основания к вершине.

b) Какие бывают типы пирамиды.

There are many types of Pyramids, and they are named after the shape of their base.

Pyramid


Base



- Triangular pyramid. Треугольная пирамида.



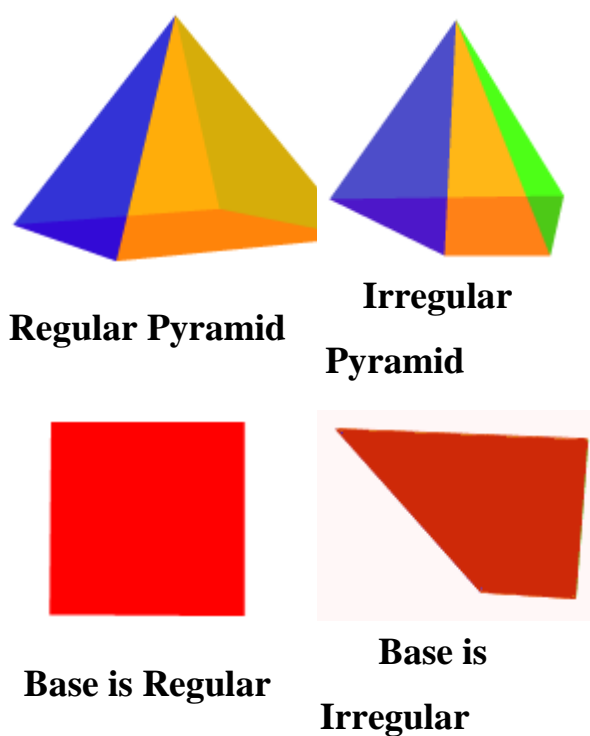
- Square pyramid. Четырехугольная пирамида.

3)  - Pentagonal pyramid. Пятиугольная пирамида.

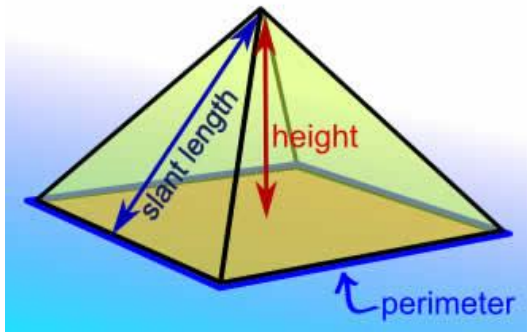
с) Правильная и неправильная пирамиды. Regular and Irregular Pyramids.

This tells us about the shape of the base. When the base is regular polygon it is a Regular Pyramid, otherwise it is an Irregular Pyramid.

Это говорит нам о форме основания. Когда в основании правильный многоугольник - это правильная пирамида, в противном случае это неправильная пирамида



d) Сейчас мы рассмотрим площадь и объем пирамиды. Now, we consider the area and volume of the pyramid.



The Volume of a Pyramid

- $\frac{1}{3} \times [\text{Base Area}] \times \text{Height}$

The Surface Area of a Pyramid

When all side faces are the same:

- $[\text{Base Area}] + \frac{1}{2} \times \text{Perimeter} \times [\text{Slant Length}]$

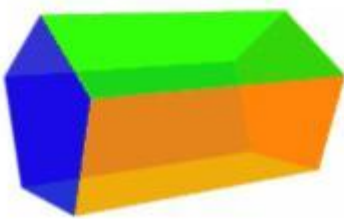
When side faces are different:

- $[\text{Base Area}] + [\text{Lateral Area}]$

4)Проверка полученных знаний

Question 1

What is the name of this solid?



- A) A pentagonal prism
- B) A pentagonal pyramid
- C) A dodecahedron
- D) A cylinder

Key: A

Question 2

What is the name of this solid?



- A) An octahedron
- B) A cone
- C) A triangular prism
- D) A triangular pyramid

Key: D

Question 3

What is the value of $F + V - E$ for a pentagonal prism?

- A) 1
- B) 2
- C) 4
- D) 5

Key: 2

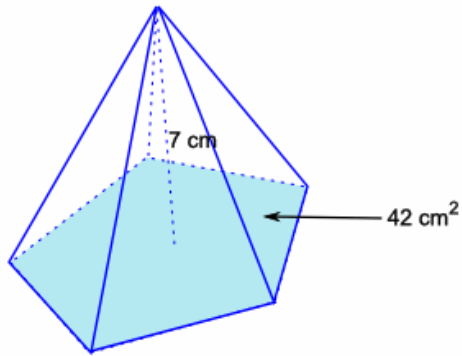
Question 4

A polyhedron has 12 vertices and 30 edges. How many faces does it have?

- A) 14
- B) 16
- C) 18
- D) 20

Key: D

Question 5



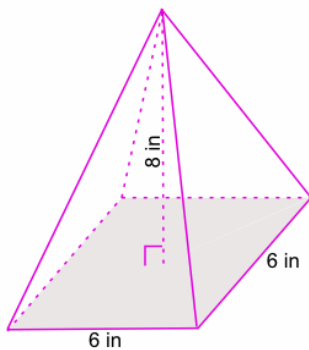
The diagram shows a pyramid whose base is a regular pentagon of area 42 cm^2 and whose height is 7 cm

What is the volume of the pyramid?

- A) 98 cm^3
- B) 105 cm^3
- C) 126 cm^3
- D) 147 cm^3

Key: A

Question 6



The diagram shows a square-based pyramid with base lengths 6 in and height 8 in

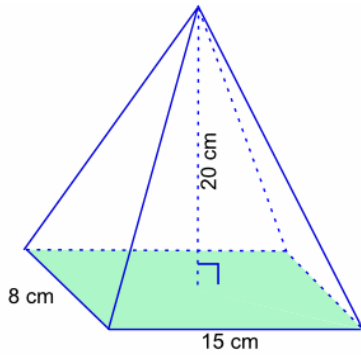
What is the volume of the pyramid?

- A) 64 in^3

- B) 96 in^3
- C) 144 in^3
- D) 288 in^3

Key: B

Question 7



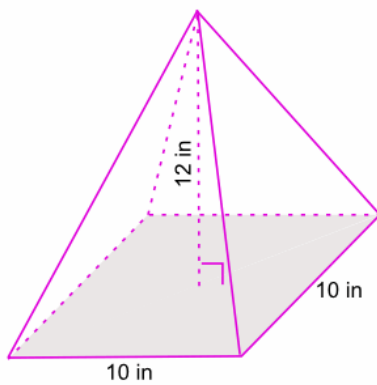
The diagram shows a rectangular-based pyramid with base length 15 cm and width 8cm. The height of the pyramid is 20 cm

What is the volume of the pyramid?

- A) 306.7 cm^3
- B) 400 cm^3
- C) 800 cm^3
- D) $1,200 \text{ cm}^3$

Key: C

Question 8



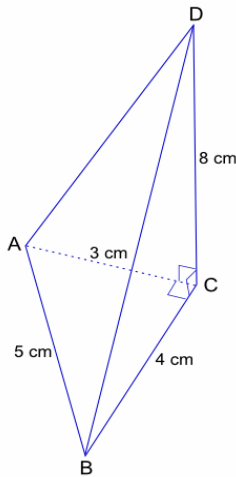
The diagram shows a square-based pyramid with base lengths 10 in and height 12 in

What is the surface area of the pyramid?

- A) 260 in^2
- B) 340 in^2
- C) 360 in^2
- D) 400 in^2

Key: C

Question 9



The diagram shows a pyramid with a triangular base ABC.

The point D is vertically above the point C.

What is the volume of the pyramid?

- A) 16 cm^3
- B) 20 cm^3
- C) 24 cm^3
- D) 32 cm^3

Key: A

5) Домашнее задание. Творческая работа.

Изготовить три многогранника из обычных разверток с использованием бумаги и картона.

На этом наш урок закончен. До свидания!

Вывод: На уроке мы систематизировали и закрепили полученные знания о многогранниках, формуле Эйлера, пирамиде; использовали теоретические знания при решении теста; совершенствовали устную речь учащихся на английском языке. Данный метод обучения развивает лингвистические умения учащихся, а именно строить связанное высказывание, давать логический и последовательный ответ.

Заключение

Целью данной работы было рассмотрение особенностей методики изучения темы «Многогранники» в курсе стереометрии 10-11 классов. В процессе выполнения работы решены следующие задачи: рассмотрены различные подходы к определениям многогранника, выпуклого многогранника и правильного многогранника, сделаны выводы о том, какие подходы целесообразнее использовать в школе. Кроме того, рассмотрены особенности изучения темы в учебниках разной направленности: общеобразовательной, гуманитарной, с математическим уклоном. Изучение методических особенностей темы «Многогранники» позволило определить, что при подготовке к урокам учитель математики должен учитывать следующее:

- 1) действующие подходы к определению понятия многогранник, выпуклый многогранник и правильный многогранник;
- 2) анализ темы в действующих школьных учебных пособиях геометрии;
- 3) свойства изучения частных видов многогранников;
- 4) задачный материал.

В приложении рассмотрены особенности школьных учебников.

В выпускной квалификационной работе мы рассмотрели главные, общие моменты изучения многогранников в школьном курсе стереометрии.

Список использованной литературы

1. Автономова Т.В. Основные понятия и методы школьного курса геометрии: Книга для учителя./ Т.В. Автономова, Б.И. Аргунов. – М.: Просвещение, 1988.
2. Александров А.Д. Что такое многогранник? / А.Д. Александров// Математика в школе. – 1981. - № 1-2.
3. Александров А.Д. Геометрия для 10-11 классов: Учеб. Пособие для учащихся шк. и классов с углубл. изуч. математики / А.Д. Александров, А.Л. Вернер, В.И. Рыжик. - М.: Просвещение, 2013.
4. Атанасян Л.С. Геометрия: Учеб. для 10-11 кл. общеобразоват. учреждений. / Л.С. Атанасян, В.Ф. Бутузов, С.Б. Кодомцев и др. - М.: Просвещение, 2009. - 255с.
5. Болтянский В.Г. Элементарная геометрия: Кн. для учителя. / В.Г. Болтянский. - М.: Просвещение, 1985. – 320 с.
6. Боженкова Л.И. Планиметрия в таблицах, предписаниях, УУД. Учебные материалы. – М., Калуга: КПКУ им. К.Э. Циолковского, 2010. – 48 с.
7. Гальскова Н.Д., Коряковцева Н.Ф., Мусницкая Е.В., Нечаев Н.Н. Обучение на билингвальной основе как компонент углубленного языкового образования // Иностранные языки в школе. - 2003. - № 2. - С.12-16.
8. Глаголев Н.А. Геометрия: Стереометрия. / Н.А. Глаголев, А.А. Глаголев. - М.: Учпедгиз, 1958.
9. Данилюк А.Я., Кондаков А.М., Тишков В.А.. Концепция духовно-нравственного развития и воспитания личности гражданина России. - М.: Просвещение, 2009. - 24 с.
10. Зив Б.Г. Задачи по геометрии: Пособие для учащихся 7-11 кл. общеобразоват. учреждений. / Б.Г. Зив, В.М. Мейлер, А.Г. Баханский. - М.: Просвещение, 2003, - с.271

11. Иванова Т.А. Современный урок математики: теория, технология, практика: книга для учителя. – Н. Новгород, НГПУ, 2010. – 288 с.
12. Киселев А.П. Геометрия: Учебник для 9-10 классов средней школы. / А.П. Киселев. - М.: 2004. - 328с
13. Клопский В.М. Геометрия: Учебное пособие для 9 и 10 классов средней школы. / В.М. Клопский, З.А. Скопец, М.И. Ягодовский / Под. ред. З.А. Скопеца. - М.: Просвещение, 1979.
14. Методика преподавания математики: Общая методика. / Составители: Р.С. Черкасов, А.А. Столяр. - М.: Просвещение, 1985.
15. Миньяр-Белоручев Р.К. Механизм билингвизма и проблема родного языка при обучении иностранному // Иностранные языки в школе. - 1991. - № 5.- С.15-16.
16. Паповский В.М. Углубленное изучение геометрии в 10-11 классах: Метод. рекомендации к преподаванию курса геометрии в 10-11 кл. по учеб. пособию А.Д. Александрова, А.Л. Вернера, В.И. Рыжика: Кн. для учителя. / В.М. Паповский. - М.: Просвещение, 1993. – 223 с.
17. Петрова Е.С. Теория и методика обучения математике: Учеб.-метод. пособие для студ. мат. спец.: В 3 ч. Ч. 1. Общая методика. / Е.С. Петрова - Саратов: Изд-во Сарат. ун-та, 2004. – 84 с.
18. Погорелов А.В. Геометрия: Учеб. для 10-11 кл. сред. шк. / А.В. Погорелов. - М.: Просвещение, 2014 - 175 с.
19. Преподавание геометрии в 9-10 классах. / (сб. статей) сост. З.А. Скопец, Р.А. Хабиб. - М.: Просвещение, 1980.
20. Саакян С.М. Изучение темы «Многогранники» в курсе 10 класса. / С.М. Саакян, В.Ф. Бутузов. // Математика в школе. – 2000. - № 2.
- 21.Сверчевская. // Математика в школе. – 2003. - № 7.
22. Смирнова И.М. Геометрия: Учеб. пособие для 10-11 кл. гуманитар. Профиля. / И.М. Смирнова. – М.: Просвещение, 2008. - 288 с
23. Ходеева Т. Свойства многогранников. / Т. Ходеева. // Математика. – 2002. - № 11.

Приложения

Приложение 1. Учебник Александрова «Геометрия 10-11» под ред. Александрова А.Д.

Данное учебное пособие предназначено для школ с математическим уклоном. Здесь присутствует богатая математическая информация, которая развивает школьника, и данный учебник очень трудно усваиваемый. Выявим принципы изучения многогранников в данном учебном пособии.

1) многогранники рассматриваются после введения круглых тел.

2) при рассмотрении темы многогранников наблюдается связь с многоугольником.

Благодаря этому можно изложить эту тему так: сначала разобрать определение многоугольника, а потом проанализировать все вопросы в пространстве. Или же иначе, воспользоваться §21 учебного пособия, ввести понятие многогранника и понятие многоугольника.

Различием будет рассмотрение двух понятий призмы, т.е. как в учебниках Атанасяна Л.С. «Геометрия 10-11кл.» [4] и Смирновой И.М. «Геометрия 10-11 кл.» [27], и как цилиндр, в основании которого лежит многоугольник, и доказываемая равносильность этих определений. На подобии вводится иное определение пирамиде, т.е. как конус с многоугольником в основании. В §24 рассматривается тема «Выпуклые многогранники» и она представлена в виде равносильности двух определений выпуклого многогранника. Тема «Правильные многогранники» также довольно значительно различается от изложения в учебных пособиях иных авторов. В начале вводятся пять типов правильных многогранников, доказываемая, что все пять правильных многогранников существуют, и иных правильных выпуклых многогранников не может быть.

Отсюда следует, что учебное пособие включает достаточно огромную теоретическую информацию по многогранникам, а также данный учебник можно использовать в качестве дополнительного изучения в традиционных школах.

В таблице приведено поурочное планирование материала.

Таблица 7.

№ урока	Содержание учебного материала
1-2	Обобщение понятие многоугольника. Многогранник.
3-5	Призма, параллелепипед. Упражнения.
6-10	Пирамида. Виды пирамид. Упражнения.
11-13	Выпуклые многогранники.
14-16	Теорема Эйлера. Развертка выпуклого многогранника.
17-19	Правильные многогранники.

Обобщая выше сказанное, можно сказать, что в основном во всех учебных пособиях изучаются почти одинаковые основные понятия: определение многогранника, выпуклые многогранники, призма, пирамида, правильные многогранники. Отличие состоит лишь в том, в каком классе ты учишься: в гуманитарных классах данная тема рассматривается более бегло, в основном без доказательств; в классах с математическим уклоном данная тема вводится достаточно основательно. На данный момент, в основном, все общеобразовательные школы используют учебное пособие Атанасяна Л.С.

Приложение 2. Особенности изучения школьных учебников

Таблица 8.

Учебники	Особенности темы
1. Атанасян Л.С «Геометрия 10-11»	Прежде чем познакомить нас с темой «Многогранники», автор знакомит нас с их простейшими видами в главе «Тетраэдр и параллелепипед». Затем автор углубляет наши представления о многогранниках и их свойствах, а именно куб, тетраэдр, призма. Далее автор нас знакомит с выпуклыми и невыпуклыми многогранниками, рассматривая подробно призму, пирамиду и усеченную пирамиду. Также в данном учебном пособии рассматривается симметрия в пространстве и понятие правильного многогранника. Вся теоретическая информация рассматривает прямые призмы, правильные призмы и правильные пирамиды. Очень много присутствуют задачи с вычислениями.
2. Смирнова И.М «Геометрия 10-11»	В данном учебном пособии, как и у Атанасяна Л.С. «Геометрия 10-11», автор рано знакомит нас с пространственными фигурами и многогранниками. Знакомит с моделями многогранников, а именно куб, параллелепипед, прямоугольный параллелепипед, призма, прямая призма, пирамида, правильная пирамида. Также вводит другие сложные многогранники, а именно правильные, полуправильные и звездчатые многогранники. Далее автор знакомит нас с понятиями и свойствами выпуклых многогранников, а также с теоремой Эйлера с приложениями. Затем изучаются пять видов правильных многогранников.
3. Александров А.Д «Геометрия 10-11»	В данном учебном пособии автор знакомит нас с темой многогранники после введения круглых тел. Сначала вводится понятие многогранника, затем понятие многоугольника. Автор рассматривает понятие призмы, как цилиндр, в основании которого лежит многоугольник; понятие пирамиды, как конус с многоугольником в основании. Затем автор вводит выпуклые многогранники, представляя в виде равносильности двух определений. Также тема

	<p>правильные многогранники значительно отличается от содержания других учебных пособиях. Данный учебник содержит достаточно богатую теоретическую информацию по многогранникам.</p>
--	--

Заключительный лист

Подпись автора _____

Дата _____

Квалификационная работа допущена к защите

Назначен рецензент - Халитова Зульфия Равильевна, кандидат педагогических наук, доцент кафедры информатики и вычислительных технологий Института вычислительной математики и информационных технологий КФУ.

Заведующий кафедрой - Шакирова Лилиана Рафиковна

Дата - 29.05.2014 года

Защита в ГАК с оценкой

« _____ »

Дата _____

Секретарь ГАК:

Камалиева К.М.