

**МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ  
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ  
ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ**

**«КАЗАНСКИЙ (ПРИВОЛЖСКИЙ) ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»**

**ИНСТИТУТ МАТЕМАТИКИ И МЕХАНИКИ ИМ. Н.И.ЛОБАЧЕВСКОГО**

**КАФЕДРА АЭРОГИДРОМЕХАНИКИ**

Специальность (направление): 010800.68 – Механика и математическое  
моделирование

Специализация: механика жидкости, газа и плазмы

**ВЫПУСКНАЯ КВАЛИФИКАЦИОННАЯ РАБОТА**

**ОБТЕКАНИЕ ОСЦИЛЛИРУЮЩЕГО ПЛАСТИНКИ СТАЦИОНАРНЫМ  
ПОТОКОМ ВЯЗКОЙ ЖИДКОСТИ**

**Работа завершена:**

Студент 05-001 группы

« \_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 2015 г.

(А.А.Кабиров)

**Работа допущена к защите:**

Научный руководитель

Кандидат физико-математических наук

« \_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 2015 г.

(А.Н.Нуриев)

Заведующий кафедрой

доктор физико-математических наук, профессор

« \_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 2015 г.

(А.Г.Егоров)

**Казань — 2015**

## Оглавление

1. Введение	3
2. Постановка задачи	6
3. Дискретизация сетки	7
4. Сеточная сходимость	11
5. Дискретизация системы уравнений движения	12
6. Дискретизация граничных условий	16
7. Численное решение	17
8. Моделирование возмущенного потока	19
9. Результаты проведенных расчетов	20
10. Вывод	25
Литература	26
Приложение	28

## Введение

Задача об обтекании вязкой несжимаемой жидкостью пластины, совершающего гармонические колебания, является предметом исследования классической гидромеханики. Морское и гражданское строительство, авиационно-космическое проектирование – это только многие из областей, в которых проблема совмещает прикладное приложение. С теоретической точки зрения огромный интерес показывает изучение трудных физических механизмов вихреобразования, структурных редкостей течения, разбор интегральных характеристик (скажем гидродинамических сил, действующих на пластину). Строение течения около осциллирующей пластины подчиняется от двух управляющих параметров, в качестве которых часто используются число Стокса  $\beta$  [1], характеризующее квадрат отношения высоты пластины к толщине нестационарного пограничного слоя, и число Келигана - Карпентера  $KC$  [2], характеризующее отношение амплитуды колебаний к высоте пластины, либо число Рейнольдса  $Re$ , построенное по высоте пластины. Эти параметры определяются следующим образом:

Здесь  $U_{max}$  – амплитуда скорости колебаний,  $T$  – период

$$KC = \frac{U_{max}T}{D}, Re = \frac{U_{max}T}{\nu}, \beta = \frac{D^2}{\nu T}$$

колебаний,  $D$  – высота пластины,  $\nu$  – кинематическая вязкость жидкости. Управляющие параметры связаны между собой соотношением

$$\beta = \frac{Re}{KC}$$

Любая пара из этих трех параметров полностью характеризует рассматриваемое течение.

Исследование подобных задач проводится с середины 19 века, долгое время основными исследованиями были эксперименты по гидродинамике вокруг осциллирующего тела. В процессе проведения экспериментов были выявлены следующие недостатки.

**Недостатки экспериментальных методов по определению гидродинамических сил, действующих на колеблющиеся тела:**

- а) затруднение в оценке эффекта волн и возмущения свободных поверхностей;
- б) некоторые внешние воздействия могут приводить к ошибкам и вызвать нарушения в проведении экспериментов;
- с) вибрация системы, особенно на низкой частоте колебаний, является неизбежным. Следовательно, нужно обратить внимание на гладкость линии с помощью, которой записываются силы и использовать подходящие электронные фильтры;

d) сила инерции из-за массы колеблющегося тела могут быть вычтены из общей силы, электронным путем;

e) возможность изменения силы действующий на тело, затрудняет получение гармоника движения тела при высоких скоростях;

f) сложно одновременно измерить независимые друг от друга продольные и поперечные силы. Мерсье [18], который измерял как продольные так и поперечные силы в колеблющихся телах, испытывал значительные трудности в оценке степени точности измерений даже при относительно небольших числах Рейнольдса. На самом деле Мерсье говорил, что «колеблющиеся силы связанные с моделью, сильно зависят от силы инерции, на долю которой приходится около трех четвертей от общей силы для малых амплитуд движения и около половины для больших амплитуд». В связи с этим, считается, трудным и неточным, попытка получения информации о гидродинамической силе. Для этого необходимо проводить испытания с максимальной осторожностью, чтобы избежать большую инерционность. Тирриот [19] столкнулся с аналогичными трудностями в оценке сопротивления компонент продольной силы. Они не были связаны с инерциальной составляющей продольной и поперечной силы. Несмотря на эти трудности, достаточно хорошо определяются силовые коэффициенты для большинства случаев.

#### **Особенности движения жидкости около тела:**

a) Комман и Далтон[20], которые осциллировали тело в покоящейся жидкости, столкнулись с различными трудностями, четко описанные ими. Перед получением сигналов в системе усилителя-рекордера, они использовали низкие и высокие частотные фильтры. Это, в свою очередь, вызвало смещение фаз, которые должно было определяться с помощью косвенных средств. Стало ясно, что реальная картина силы на колеблющиеся тела могут быть получены только после того, как значения из записей было исправлено динамической составляющей. Что привело к правильному написанию положения сигнала.

Если жидкость имеет гармонические колебания, то ее собственная частота в U-образном тоннеле фиксируется. Следовательно, число Рейнольдса не может быть изменено. Однако  $\beta$  частотный параметр, может быть постоянным при изменении КС. Эта процедура была продемонстрирована Келеганом и Карпентером. Таким образом, постоянство периода больше не является недостатком.

b) Жидкость может также быть колебательным поршнем в U-образном тоннеле. Такая система будет чрезвычайно сложной для больших чисел Рейнольдса. Даже тогда она не может быть свободной от трудностей, описанных в связи с колебанием тела.

c) Если колебательная жидкость включает в себя свободную поверхность,

нужно учитывать то, что свободная поверхность является нестабильной, особенно в том случае, когда ускорение направлено в сторону жидкости, как показано Тейлором[22], Бенджамин и Урселла[23]. Следовательно, для колеблющейся жидкости в U образном туннеле, свободная поверхность неустойчива в движении вниз по течению.

Вышеперечисленные экспериментальные трудности становятся не значительными в численном исследовании, в котором мы можем столкнуться с проблемами дискретизации сетки, моделировании возмущенного потока, дискретизация уравнения движения.

Все расчеты в работе проводятся на высокопроизводительном кластере в пакете OpenFOAM (Open Source Field Operation And Manipulation) [3–5] – открытой платформе для численного моделирования. Широкий инструмент для формализации задачи, значительная эффективность реализации, а также превосходная масштабируемость под архитектуру вычислительной системы дают возможность свободно сконструировать численную модель в пакете. Открытый исходный код в собственную очередь предоставляет вероятность в подробностях контролировать ход решения, начиная от построения сетки вплоть до подбора методик аппроксимации слагаемых управляющей системы и способов численного решения.

## 1. Постановка задачи

Пластинка с длинами  $d$  и  $s$  разнообразными толщинами делает высокочастотные, малоамплитудные гармонические колебания в горизонтальной плоскости в несжимаемой вязкой жидкости со скоростью:

$$u = U_0 \cos(\omega t),$$

где  $U_0$  – амплитуда скорости,  $\omega$  – частота колебаний. Пространственные координаты: время и скорость нормируем на  $R$ , получаем  $RU_0^{-1}$ ,  $-U_0$  соответственно, выведем главную систему уравнений в декартовой системе координат

$$\partial U / \partial t + U \cdot \nabla U = -\nabla p + (2/Re)\Delta U, \quad (1)$$

$$\nabla \cdot U = 0. \quad (2)$$

где  $U = (u, v, w)$  – скорость в безразмерном виде,  $p$  – давление в безразмерном виде,  $Re$  – число Рейнольдса. В нормированных переменных уравнение движения пластины переписывается в данной форме

$$u = -\cos(\pi t / KC).$$

В представленной формуле  $KC$  – второй главный безразмерный параметр задачи – число Кейлигана-Карпентера.

Чтобы удобнее решить эту проблему численно перейдем в систему координат связанную с пластинкой, которая будет являться подвижной. Для сохранения движения системы в формуле (1) давление определяется в неинерциальной новой системе координат:

$$p = \tilde{p} + x \sin(\pi t / KC) \pi / KC.$$

Здесь 1-ое слагаемое  $\tilde{p}$  – давление в подвижной системе координат, а 2-ое – вклад от инерциальных составляющих. В новой системе координат на границе пластины задаются следующие условия прилипания:

$$u = v = w = 0. \quad (3)$$

Изменение скорости на бесконечности определяется по следующему гармоническому закону:

$$u = \cos(\pi t / KC), v = 0, w = 0. \quad (4)$$

Условия для давления получаем в предположение о потенциальном течении жидкости на бесконечности из (4):

$$\partial p / \partial x = \sin(\pi t / KC) \pi / KC, \text{ или } p = x \sin(\pi t / KC) \pi / KC. \quad (5)$$

Вместо одного из первых двух граничных условий (4) можно использовать любое из условий (5)

## 2. Дискретизация сетки

Численное решение задачи проводится в ограниченной области, которая показывает собой прямоугольный параллелепипед в центре которого помещена пластина. Для дискретизации расчетной области используются блочные структурированные сетки, построенные с поддержкой утилиты blockMesh [3,6], вступающей в состав пакета OpenFOAM. В начале вся область делится на простые геометрические части – блоки, а после отдельный блок разбивается на непересекающиеся ячейки, содержащие форму шестигранников (гексаэдров). Метод деления расчетной области на блоки в плоскости xOy представлена рисунке 1.

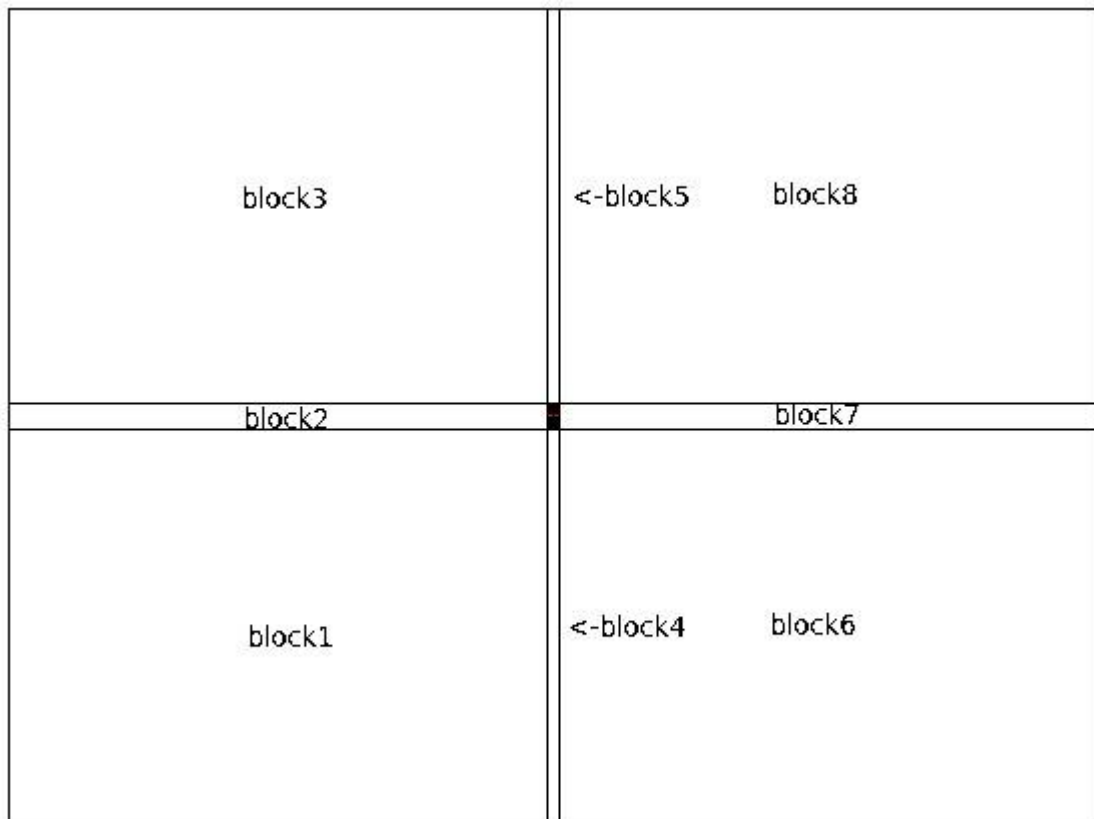


Рисунок 1. Способ деления области на блоки

Значительными факторами оценки качества построенных расчетных сеток являются [7,8]:

1. Неортогональность. Коэффициент неортогональности  $M_n$  измеряется в виде угла, а между вектором  $d$  соединяющим центры 2-ух располагающихся рядом ячеек и нормалью  $S$  к их общей поверхности (Рис. 2).

$$M_n = \angle a = dS$$

Имеет оптимальное значение 0 градусов.

2. Скошенность. Коэффициент скошенности  $M_s$  измеряется в виде отношений длины вектора  $m$  равной расстоянию между точкой  $f_o$  (образованной пресечением вектора  $d$  с общей гранью ячеек) и центром

поверхности  $f_c$  к длине вектора  $d$  (Рис. 2).

$$M_s = |m|/|d|$$

Имеет оптимальное значение 0.

3. Равномерность. Коэффициент равномерности  $M_u$  измеряется в виде отношений длины вектора соединяющего точку  $f_o$  с центром ячейки  $N$  к длине вектора  $d$  (Рис. 2).

$$M_u = |\overline{f_o N}|/|d|$$

Для равномерной сетки  $M_u = 0.5$

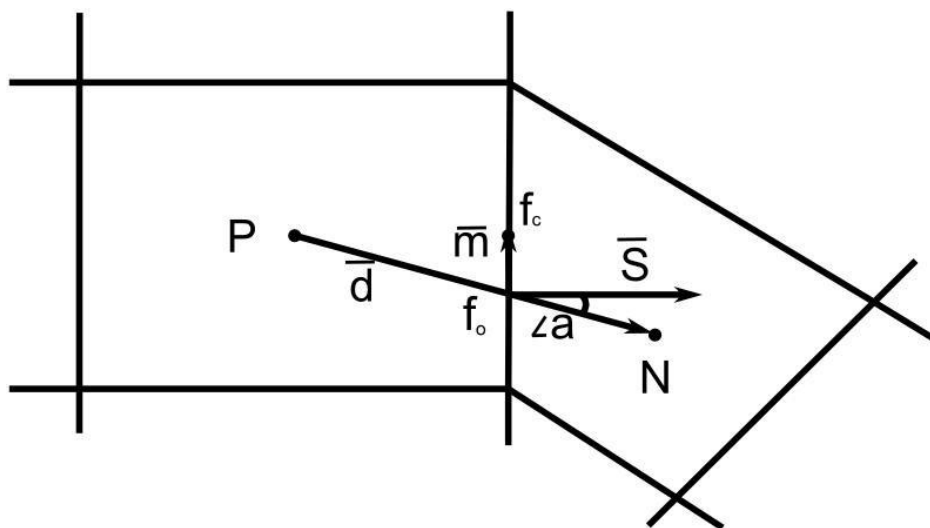


Рисунок 2. Ячейки расчетной сетки

Именно такие локальные свойства сетки показывают основное влияние на корректность результирующей аппроксимационной схемы.

Было построено сетки для пластин разной толщины, именно 1/2, 1/3, 1/5, 1/20 (отношение к высоте пластины), где до КС8 использовались сетки с малым количеством узлов, а с КС8 до КС13 были подобраны оптимальные сетки. Во всех расчетах использовалась сетка  $m_2$  — 80x60 со сгущением узлов в окрестности пластины.



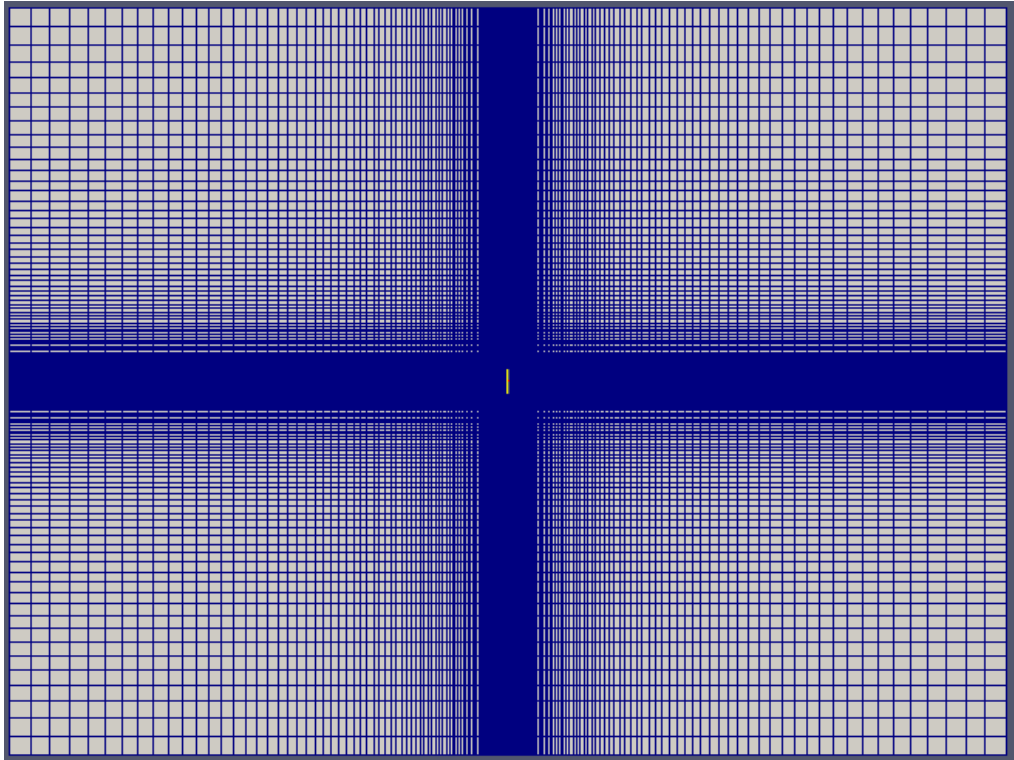


Рисунок 1. Сетка для 1/5 до КС8

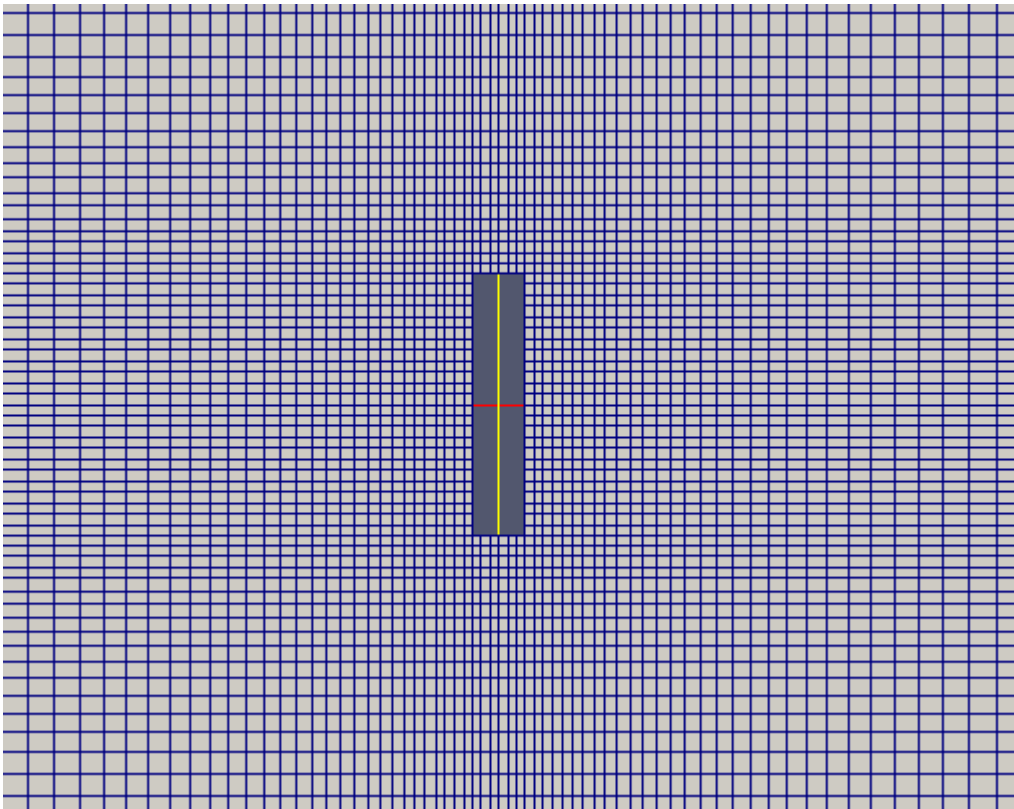


Рисунок 2. Приближенная сетка для 1/5, около пластины до КС8

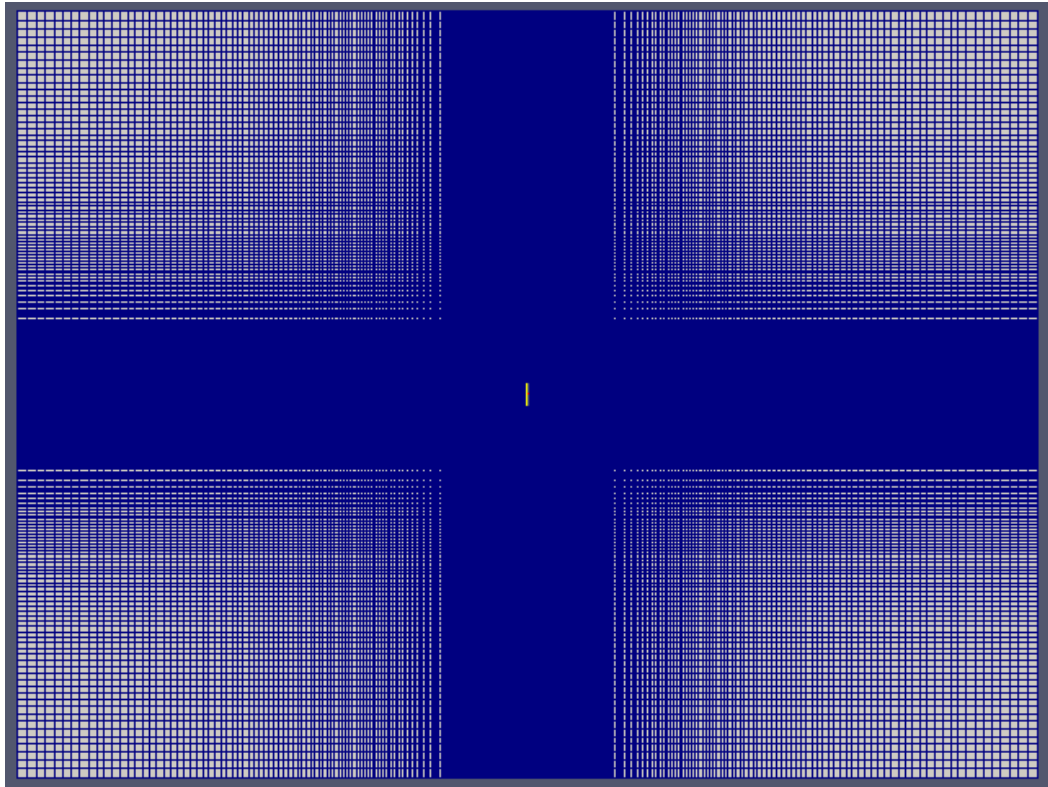


Рисунок 3. Сетка для  $1/5$  с КС8

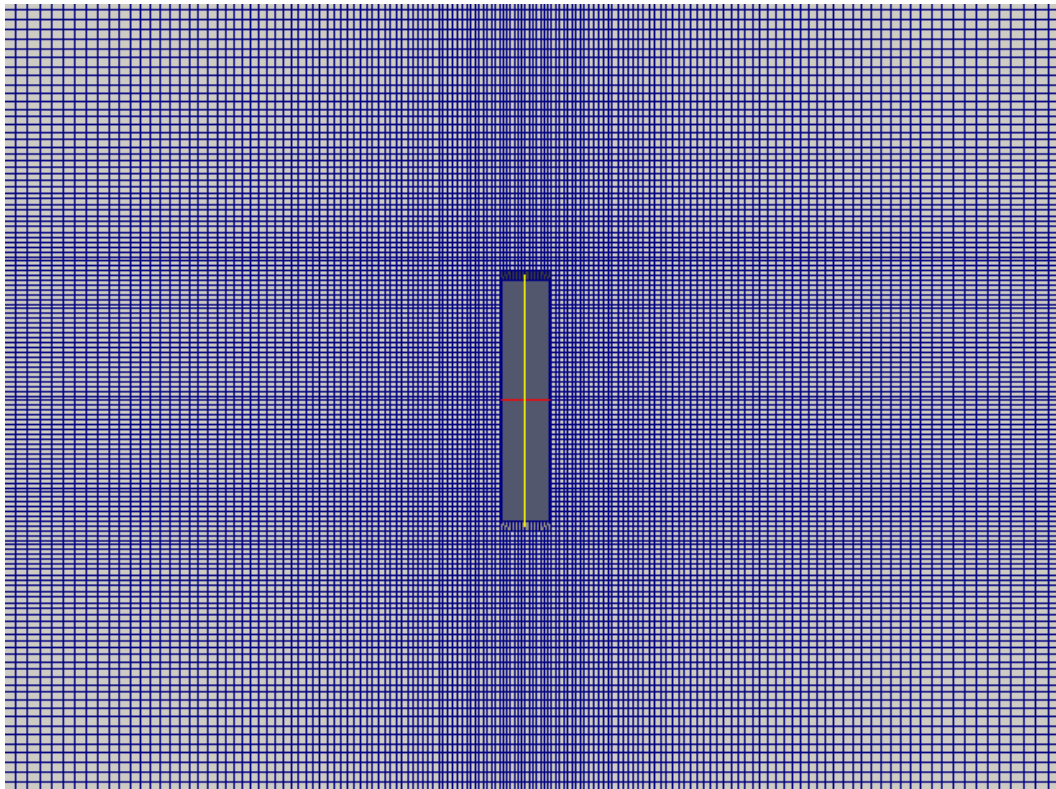


Рисунок 4. Приближенная сетка для  $1/5$ , около пластины с КС8

#### 4. Сеточная сходимость.

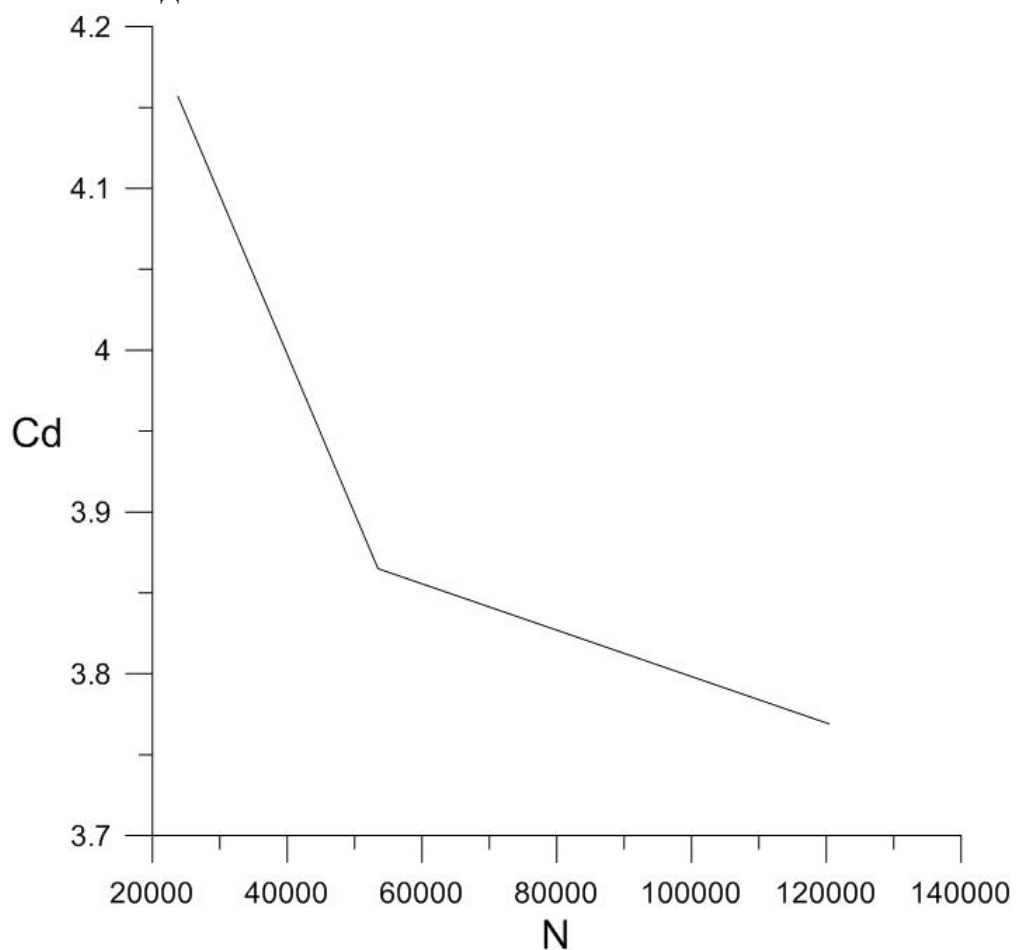


Рисунок 7. График силы сопротивления для сеток с разным количеством узлов.

Были проведены расчеты для сеток с узлами 23760, 53460, 120420 и  $КС=8$ . Из рисунка 7 можно увидеть как уменьшается сила сопротивления с увеличением количество узлов, из этого следует что сетки сходятся.

## 5. Дискретизация системы уравнений движения

Дискретизация системы уравнений движения в пакете OpenFOAM проводится по методу конечных объемов (FVM) в декартовой системе координат. Для этого дискретные значения составляющих скорости и дискретные давления локализуются в центрах ячеек построенной расчетной сетки. Для произвольной ячейки сетки с объемом  $V$  система уравнений записывается в последующей интегральной форме:

$$\int_V \frac{\partial U}{\partial t} dV + \int_V \nabla \cdot (UU) dV = - \int_V \nabla p dV + \nu \int_V \Delta U dV$$

$$\int_V \nabla \cdot U dV = 0 \quad (6)$$

1-ое слагаемое системы приближается в середине ячейки как произведение среднего значения подинтегральной функции в объем ячейки  $V$ . С целью подсчета остальных объемных интегралов согласно контрольному объему  $V$  системы уравнений применяется общая процедура Гаусса [9], в соответствии с которой осуществляется переход с объемного интеграла к поверхностному. Затем поверхностные интегралы представляются в виде суммы интегралов согласно граням ячейки и приблизительно вычисляются по формуле средних прямоугольников. В последствии этого, полудискретная система уравнений для произвольной ячейки представляется в виде:

$$\left(\frac{\partial U}{\partial t}\right)_p + \sum_f S_f \cdot (UU)_f = - \sum_f S_f p_f + \nu \sum_f S_f \cdot (\nabla U)_f$$

$$\sum_f S_f \cdot (U)_f = 0 \quad (7)$$

В данной формуле индекс  $f$  показывает на то, что переменная или градиент определены на поверхности ячейки,  $P$  – в центре ячейки, а  $S_f$  определяется как вектор ортогональный к поверхности ячейки и согласно модулю равный площади этой поверхности. С целью линеаризации системы, конвективные слагаемые представляются в последующей форме:

$$\sum_f S_f \cdot (UU)_f = \sum_f F(U)_f \quad (8)$$

где  $F$  – массовый поток через поверхность с индексом  $f$ , считается известным. Обновление  $F$  связано с итерационной процедурой решения

задачи. Значимости функции и стандартных градиентов в поверхности ячеек в системе для внутренних ячеек расчетной области интерполируются из значений функции в центрах располагающихся рядом ячеек. Рассмотрим применяемые в данной работе схемы интерполяции переменных.

Чтобы аппроксимировать градиент давления в расчетах применяется линейная интерполяция. Значение  $p_f$  на поверхности  $f$  между двумя ячейками с центрами  $P$  и  $N$  (рис. 3.3) находится по формуле:

$$p_f = p_P f_x + p_N (1 - f_x)$$

где  $f_x$  – интерполяционный множитель. Порядок точности используемой аппроксимации обусловлен локальными характеристиками сетки. Он понижается вплоть до основного в случае локальной скошенности сетки (3), т. к. вычисляемое значение определяется не в центре поверхности  $f_c$ . В остальных случаях аппроксимация имеет второй порядок точности.

Для интерполяции переменных в конвективных слагаемых применяется нелинейная NVD (normalised variable diagram) схема «Gamma» предложенная в работах [6, 10]. Использование данной схемы дает возможность гарантировать устойчивость численной задачи, привнося минимальную численную диффузию. В свойстве схемы высокого порядка точности в «Gamma» применяются центральные разности (линейная интерполяция), в свойстве безусловно устойчивой схемы низкого порядка – противопоточная модель «upwind». Вычисление дискретной составляющей скорости  $u_f$  на поверхности с индексом  $f$  для  $F > 0$  производится по формуле:

$$\begin{cases} u_f = u_P, & \bar{u}_P \leq 0, \bar{u}_P \geq 1 \\ u_f = u_P f_x + u_N (1 - f_x), & \beta_m \leq \bar{u}_P < 1 \\ u_f = (1 - \gamma_u (1 - f_x)) u_P + \gamma_u (1 - f_x) u_N, & 0 < \bar{u}_P < \beta_m \end{cases} \quad (9)$$

Здесь – нормализованная переменная,  $\bar{d}$  – вектор направленный из точки  $P$  в точку  $N$ ,  $\gamma_u = u_{\bar{p}} / \beta_m$  – факторы смешивания, – предопределенная константа метода. Выбор больших значений  $\beta_m$  из указанного диапазона обеспечивает наилучшую устойчивость схемы, меньших – увеличивает точность интерполяции. В данной работе использовалось значение  $\beta_m = 0.25$ . В случае противоположного направления потока  $F$  ( $F < 0$ ) формула изменяются соответствующим образом.

В диффузионных слагаемых при дискретизации оператора Лапласа нужно вычислять нормальные градиенты скорости на поверхности ячейки. В ортогональных участках сетки, в каком месте градиент  $S$  параллелен вектору  $\bar{d}$ , они вычисляются со значением скорости в центрах соседних ячеек по

симметричной схеме 2-го порядка:

$$S \cdot (\nabla u)_f = |S| (u_N - u_P) / |d| \quad (10)$$

На неортогональных участках сетки (рис. 3.3) скалярное произведение  $S \cdot (\nabla u)_f$  представляется в виде суммы двух слагаемых:

$$S \cdot (\nabla u)_f = l \cdot (\nabla u)_f + k \cdot (\nabla u)_f$$

1-ое с слагаемых соответствует за ортогональный вклад, 2-ое – за неортогональную поправку, при этом для векторов  $k$  и  $l$  выполняется соотношение

$$S = k + l \quad (11)$$

Ортогональный вклад вычисляется по формуле, где вместо вектора  $S$  используется вектор  $l$ , параллельный вектору  $d$ , длина которого определяется по формуле

$$l = d / (d \cdot S) |S|^2$$

Неортогональная поправка вычисляется следующим образом: вектор  $k$  находится из соотношения, а значение градиента  $(\nabla u)_f$  на поверхности ячейки интерполируется из значений градиентов в центрах соседних ячеек:

$$(\nabla u)_f = (\nabla u)_P f_x + (\nabla u)_N (1 - f_x)$$

Для интерполяции слагаемых  $(\nabla v)_f$ ,  $(\nabla w)_f$  применяется аналогичный подход.

Аппроксимирование диффузионных слагаемых обладает 2-ой порядок точности с целью равномерных участков сеток, в неравномерных участках порядок понижается вплоть до первого [7]. Для дискретизации системы по времени применяется неявная схема Эйлера:

$$((U_P^n - U_P^o) / \tau) V + \sum_f F U_f^n = - \sum_f S_f p_f^n + v \sum_f S_f \cdot (\nabla U)_f^n \quad (12)$$

$$\sum_f S_f \cdot U_f^n = 0, \sum_f S_f \cdot U_f^o = 0 \quad (13)$$

Таблица 1: Схемы аппроксимации слагаемых в пакете OpenFOAM и порядок точности. (\*) – порядок точности зависит от локальных характеристик сетки

Слагаемое	Схема аппроксимации в OpenFOAM	Порядок аппроксимации
Производная по времени $dU / dt$	Euler	первый
Градиент давления $\nabla p$	Gauss linear	второй *
Конвективные слагаемые $\Delta \cdot (UU)$	Gauss GammaV	первый/второй
Лапласиан $v \Delta U$	Gauss linear corrected	второй *

Лапласиан $\nabla \cdot (a p - 1 \nabla p)$	Gauss linear corrected	второй *
---	------------------------	----------

Тут верхние индексы «o» и «n» показывают в применение переменной со старого либо нового временного слоя в соответствии с этим,  $\tau$  – шаг по времени. Несмотря на то, сама модель является, бесспорно стабильной, однако для минимизации результатов связанных с аппроксимацией 1-го порядка точности, шаг по времени в абсолютно всех расчетах выбирается из требования  $Co_{max} < 0.1$  – предельное число Куранта не превосходит значения 0.1. Число Куранта в пакете OpenFOAM выражается по формуле:

$$Co = (|U_p| \tau) / \delta,$$

где  $|U_p|$  – модуль скорости в ячейке,  $\delta$  – величина ячейки в направлении скорости. В таблице 1 приведены все без исключения используемые для аппроксимации системы (6) схемы, а и ещё их обозначения в пакете OpenFOAM.

## 6. Дискретизация граничных условий

При решении задачи в любом временном слое используется итерационный метод PISO (см. следующий пункт), основанный в последовательном решении уравнений для скоростей и давлений. При этом необходимо установить граничные условия для скорости и давления и в данной основе провести дискретизацию уравнений в граничных ячейках. На входной и выходной границах области задаются не отражающие граничные условия типа:

$$\begin{cases} p = 2\pi f x \sin(2\pi f t), u_0 > 0; \\ \partial p / \partial x = 2\pi f \sin(2\pi f t), u_0 \leq 0; \end{cases}$$
$$v = 0, \quad w = 0.$$

Они скомбинированы из условий, конкретных на бесконечно удаленной границе. Размер горизонтальной составляющей скорости рассчитывается при решении задачи. Условие для давления зависит от переменной  $u_0$ , определяющей направление потока относительно внешней нормали к границе. Она равна  $u_0 = \cos(2\pi f t)$  для входной границы,  $u_0 = -\cos(2\pi f t)$  – для выходной границы.

На верхней и нижней границах ставятся условия проскальзывания:

$$\partial p / \partial y = 0, \partial u / \partial y = 0, v = 0, w = 0 \quad (14)$$

Эти условия также являются следствием условий (4), (5) на бесконечности.

На границе пластины ставятся условия прилипания для скорости

$$u = v = w = 0$$

и условие для давления  $\partial p / \partial n = 0$ ,

которое можно трактовать как отсутствие потока массы через границу.

На передней и задней границах площади в двумерной постановке задаются особые «пустые» краевые условия предусмотренные в пакете в интересах ситуации, когда расчеты в обозначенном направлении не производятся, в многомерной постановке задаются условия периодичности.

Для реализации чередующихся граничных условий на входной и выходной границах используется дополнение groovyBC [11].

В качестве первоначальных условий задачи во всей расчетной области используются значения скоростей и давления надлежащие невозмущенному потоку.



## 7. Численное решение

Чтобы решить данную задачу воспользуемся программой `icoFoam`, которая в свою очередь реализует алгоритм PISO (Pressure Implicit Splitt Operator) [7, 9, 12, 13]. На основании последовательного решения уравнений для скоростей и давления используется повторяющийся процесс алгоритма. Уравнение для давления выражается из уравнений дискретизаций движения и неразрывности, чтобы соблюсти согласование схем аппроксимация (см. [7, 14]). Главные характеристики алгоритма PISO – число коррекций и число неортогональных коррекций – выбираются одинаковыми в соответствии (3) для используемых сеток. При решении системы уравнений для давления используется метод сопряженных градиентов PCG с многосеточным алгебро-геометрическим предобуславливателем GAMG (Geometric agglomerated algebraic multigrid solver). При сглаживании предобуславливателя GAMG используется метод Гауса-Зейделя с числом 1, 2 пост- и пререлаксаций, а алгоритм `faceAreaPair` используется для агломерации сетки ячеек.[15]

Задача	Методы решения	Параметры
для давления	PGG	Preconditioner GAMG; maxIter 20; tolerance 1e-8; relTol 0.0;
предобуславливатель	GAMG	Smoother GaussSeidel; f agglomerator faceAreaPair; nPreSweeps 1; nPostSweeps 2; nFinestSweeps 2; tolerance 1e-8; nCellsInCoarsestLevel 50; relTol 0.0;
для скоростей	PBICG	preconditioner DILU; maxIter 20; tolerance 1e-8; relTol 0.0;

Таблица 2: Используемые алгоритмы решения линейных задач и их параметры: `preconditioner` – предобуславливатель, `maxIter` – максимальное число итераций, `tolerance` – максимально допустимое значение модуля невязки, `smoother` – метод сглаживания, `agglomerator` – агломератор, `nPreSweeps` – число пререлаксаций, `nPostSweeps` – число пострелаксаций, `nFinestSweep` – число релаксаций на самой точной сетке, `nCellsInCoarsestLevel` – число ячеек на самой грубой сетке.

Система уравнений для скоростей решается методом би-сопряженных

градиентов PBiCG с предобуславливателем основанным на неполной LU факторизации (Diagonal incomplete-LU). Сходимость согласно всем методам производится до значений невязки меньших  $10^{-8}$ . Представленный пакет алгоритмов решения, их характеристики и обозначения в OpenFOAM представлены в таблице 2.

Представленный пакет алгоритмов решения, их характеристики и обозначения в OpenFOAM представлены в таблице 2.

Все расчеты выполняются распределенным способом согласно технологии MPI, используя способ декомпозиции области решения (domain decomposition). С целью данного вычисленная область разделяется на несколько подобластей. Подзадачи в любой подобласти рассчитываются на разных процессорах.

## 8. Моделирование возмущенного потока

При фиксированном значении параметра  $\beta$  вплоть до некоторого предельного значения параметра Келигана-Карпентера ( $KC_{cr}$ ) течение остается стабильным к внешним возмущениям и сохраняет симметрию и цикличность. При значениях  $KC$  больших критического устойчивость теряется, и течение теряет исходную симметрию под воздействием внешних возмущений, которые постоянно присутствуют в реальном течении. В случае непосредственного числового моделирования природа возмущений, подобных естественным, может быть связана только с вычислительными погрешностями или погрешностями дискретизации. При проведении расчетов в области умеренных  $KC > KC_{cr}$  влияние малых вычислительных и схемных ошибок на симметрию проявляется не раньше чем после 15-20 периодов колебания. Поэтому в область течения записываются дополнительные возмущения по способу Мартинеза [16]. Согласно данному методу возмущения порождаются сдвигом стенок пластинки относительно оси  $Oz$ : некоторый промежуток периода левая стенка пластинки смещается вверх относительно начального, а потом, через небольшой временной промежуток, он перемещается в противоположном направлении вплоть до исходной позиции. Аналогичная технология раньше использовалась Джастинсоном для решения задачи о гармонических колебаниях цилиндра в работе [17].

## 9. Результаты проведенных расчетов

	KC1	KC2	KC3	KC4	KC5	KC6	KC7	KC8	KC9	KC10	KC11	KC12	KC13
1/2	10,4963	5,8888	4,5159	3,8755	3,481	3,17			2,4783	3,0883	3,4005	3,4851	
1/3	10,0603	5,8295	4,7371	3,7960	3,6818	3,3708	3,1539	3,0283	3,6248	3,7089	3,6558	3,6760	3,8178
1/5	9,8786	6,0282	5,1187	4,5796	4,2022	3,7960	3,6146	3,7698	4,1175	4,1336	4,0440	4,0005	4,1346
1/20	10,1618	6,8793		5,9587	5,3163	4,9223	4,7129	4,7161	4,7078	4,5370	4,4314		

Таблица 3. Коэффициенты силы сопротивления ( $c_d$ ) для разной толщины пластины.

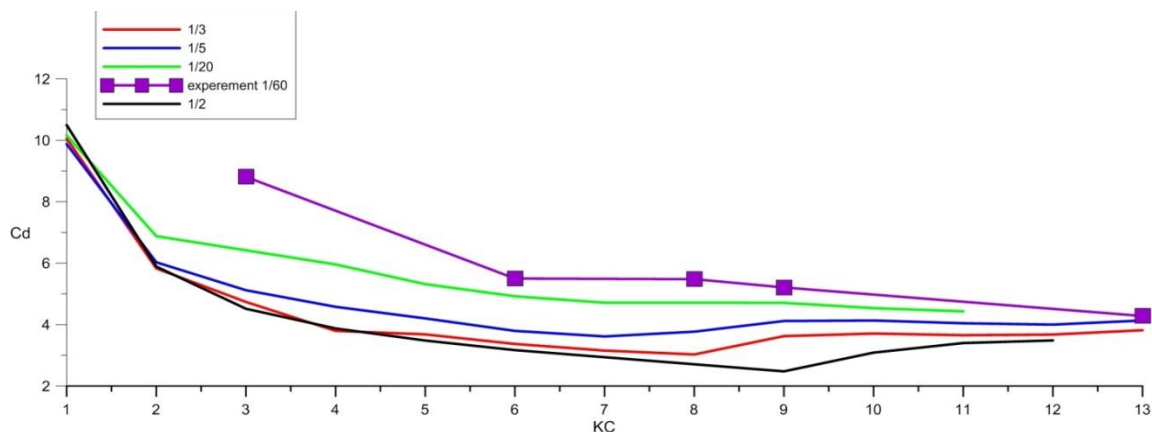


Рисунок 5. График таблицы 3.

	KC1	KC2	KC3	KC4	KC5	KC6	KC7	KC8	KC9	KC10	KC11	KC12	KC13
1/2	10,4963	5,8888	4,5159	3,8755	3,481	3,17			2,4783	3,0883	3,4005	3,4851	
1/3	10,0603	5,8295	4,7371	3,7960	3,6818	3,3708	3,1539	3,0283	3,6248	3,7089	3,6558	3,6760	3,8178
1/5	9,8786	6,0282	5,1187	4,5796	4,2022	3,7960	3,6146	3,7698	4,1175	4,1336	4,0440	4,0005	4,1346
1/20	10,1618	6,8793		5,9587	5,3163	4,9223	4,7129	4,7161	4,7078	4,5370	4,4314		

Таблица 4 Коэффициенты силы инерции ( $c_m$ ) для разной толщины пластины.

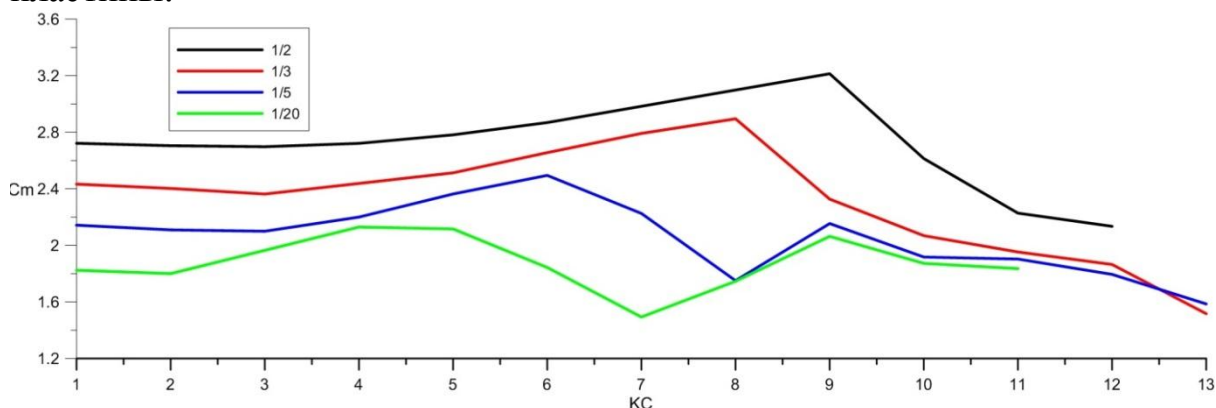


Рисунок 6. График таблицы 4

Из рисунков 5,6 можно сделать вывод, что коэффициент силы сопротивления растёт с уменьшением толщины пластинки, а сила инерции убывает. Визуально сравнивая, видно что численные расчеты довольно-таки близки к экспериментальным данным Келигана - Карпентера.

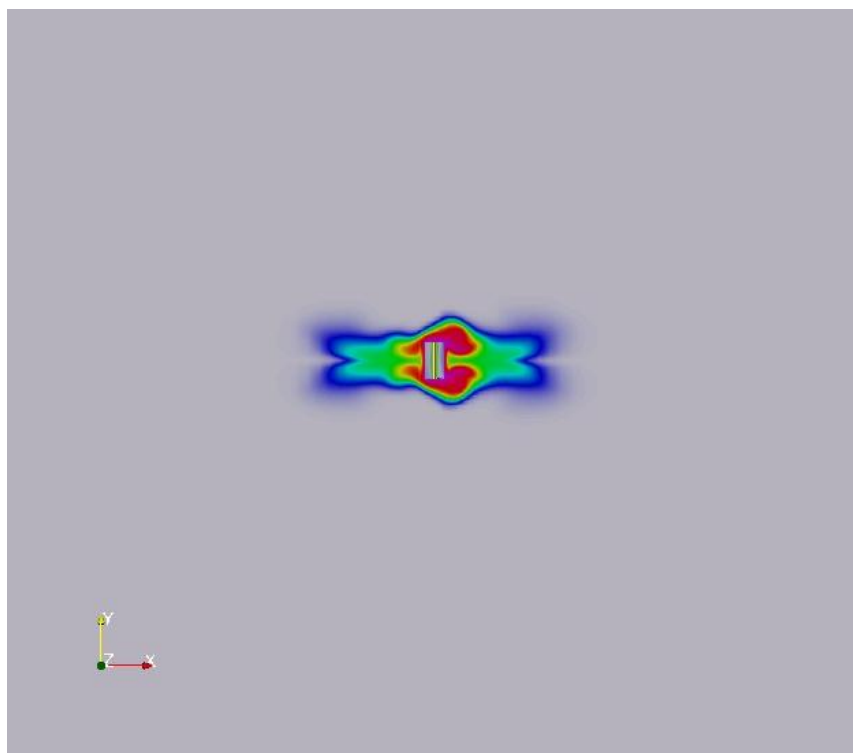


Рисунок 7. На изображении представлена визуализация с помощью невесомых частиц, выполненная в данной работе при  $KC = 5$  и толщиной  $1/2$ .

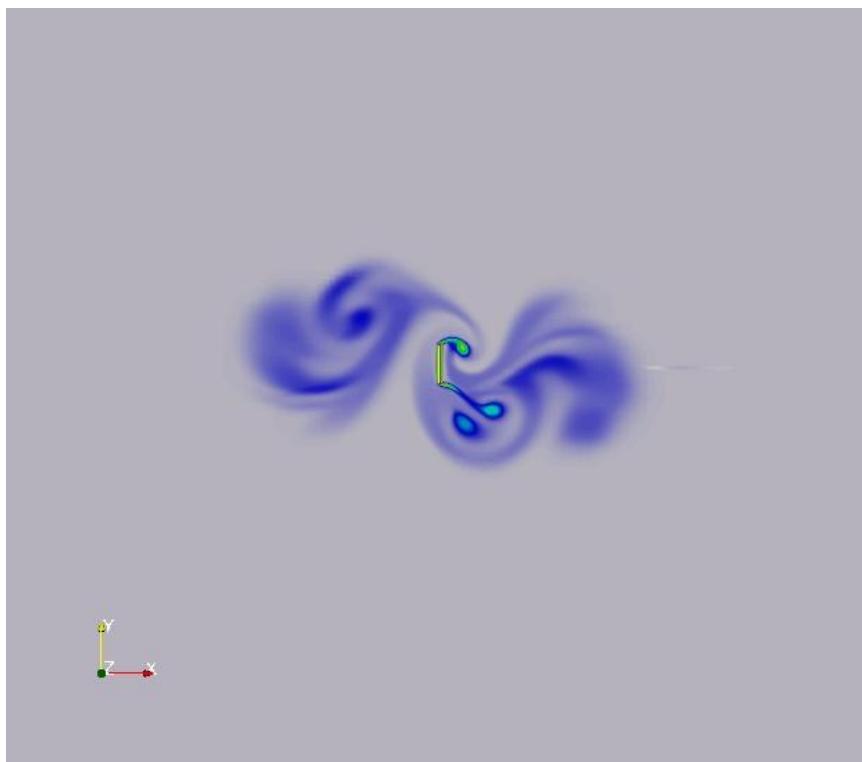


Рисунок 8. На изображении представлена визуализация с помощью невесомых частиц, выполненная в данной работе при  $KC = 5$  и толщиной  $1/20$ .

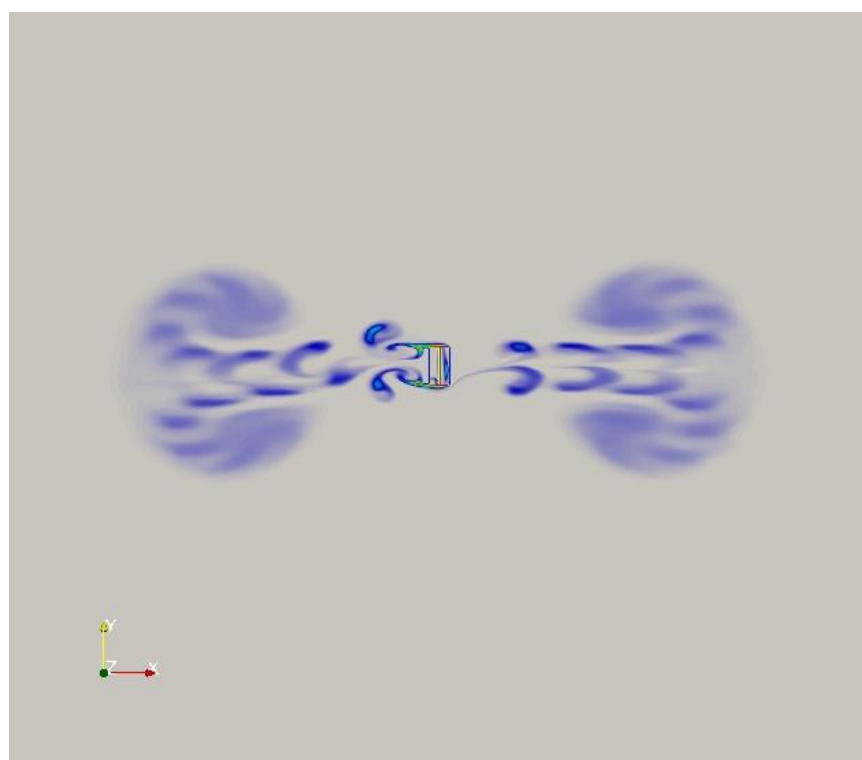


Рисунок 9. На изображении представлена визуализация с помощью невесомых частиц, выполненная в данной работе при  $KC = 9$  и толщиной  $1/2$ .

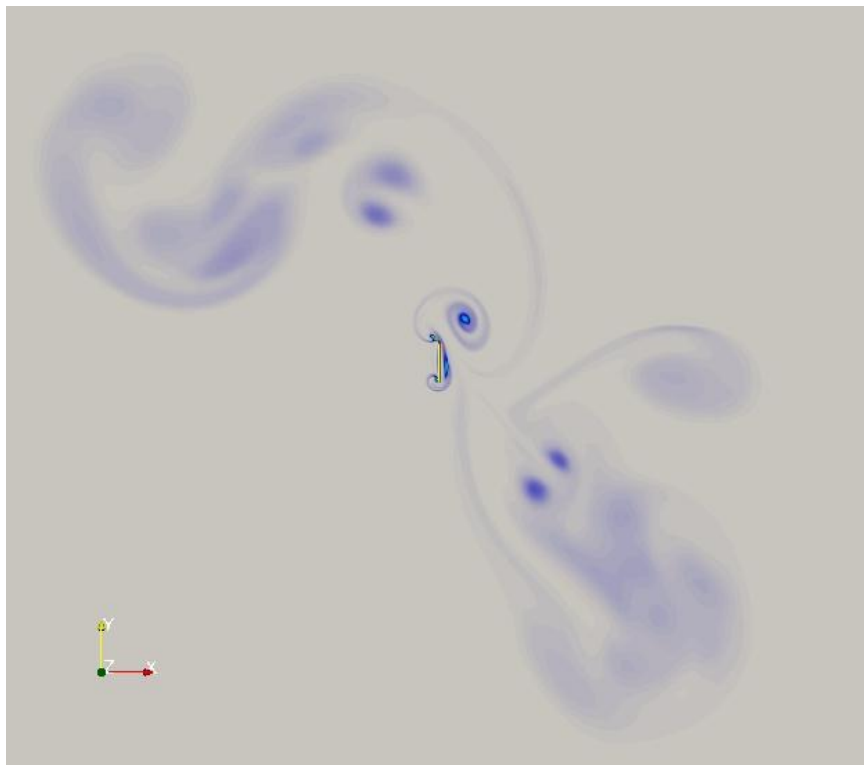


Рисунок 10. На изображении представлена визуализация с помощью невесомых частиц, выполненная в данной работе при  $KC = 9$  и толщиной  $1/20$ .

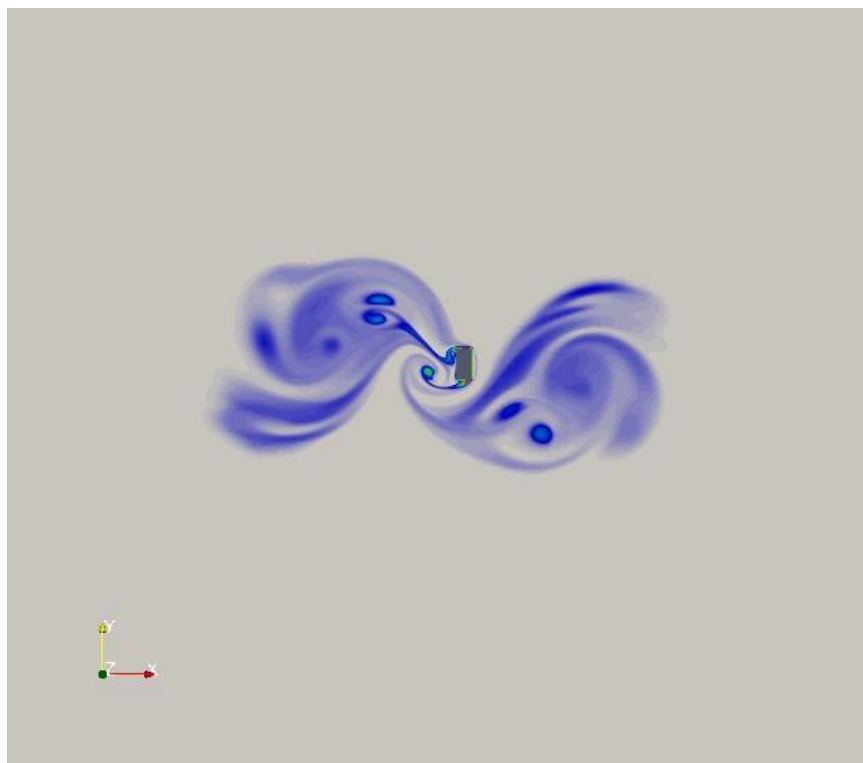


Рисунок 11. На изображении представлена визуализация с помощью невесомых частиц, выполненная в данной работе при  $KC = 10$  и толщиной  $1/2$ .

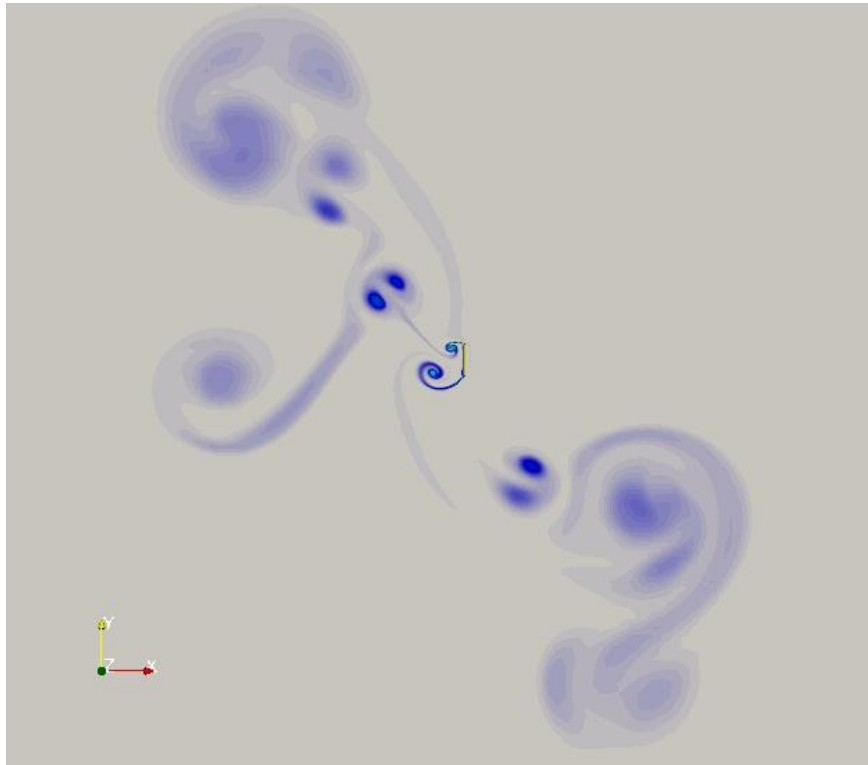


Рисунок 12. На изображении представлена визуализация с помощью невесомых частиц, выполненная в данной работе при  $KS = 10$  и толщиной  $1/20$ .

На рисунках видно как меняется гидродинамика течения с уменьшением толщины пластинки в одно и тоже время. На рисунках 7 и 9 наблюдается симметричные режимы течения, на рисунке 8 несимметричный режим течения, а на рисунке 10,11 устанавливается режим D с диагональной вихревой дорожкой.



## **Выводы.**

Были получены следующие новые научные результаты: по данным проведенных исследований можно сделать вывод, что сила сопротивления растет с уменьшением толщины пластины. Сравнивая экспериментальными данными с полученными результатами, можем увидеть стремление расчетов к экспериментальным, относительно толщин (рисунок 5).

## Литература

1. Sarpkaya, T. Vortex shedding and resistance in harmonic flow about smooth and rough circular cylinders at high Reynolds numbers: Tech. Rep. NPS-59SL76021 / T. Sarpkaya: Naval Postgraduate School, 1976.
2. Keulegan, G. H. Forces on cylinders and plates in an oscillating fluid. / G. H. Keulegan, L. H. Carpenter // J. Res. Natl Bur. Stand. — 1958. — Vol. 60. — Pp. 423–440.
3. Open FOAM (The Open Source CFD Toolbox): User Guide Version 2.2.1. — 2013. — Last visited on 28.07.2013. URL: <http://www.openfoam.org/docs/user/>.
4. Jasak, H. OpenFOAM: A C++ Library for Complex Physics Simulations /H. Jasak, A. Jemcov, Z. Tukovi // International Workshop on Coupled Methods in Numerical Dynamics. — Dubrovnik, Croatia: 2007.
5. Unofficial OpenFOAM wiki. — Last visited on 28.07.2013. URL: [http://openfoamwiki.net/index.php/Main\\_Page](http://openfoamwiki.net/index.php/Main_Page).
6. Глава 5. Создание и конвертация сеток (перевод руководства пользователя OpenFOAM). — Last visited on 28.07.2013. URL: [http://www.unihub.ru/resources/125/download/latex\\_mesh.pdf](http://www.unihub.ru/resources/125/download/latex_mesh.pdf).
7. Jasak, H. Error analysis and estimation for the Finite Volume method with applications to fluid flows: Ph.D. thesis / Imperial College, University of London.— 1996.
8. Franjo, Juretic. Error analysis in finite volume CFD: Ph.D. thesis / Imperial College, University of London. — 2004.163
9. Ferziger, J. H. Computational methods for fluid dynamics / J. H. Ferziger, M. Peric. — 3rd rev. edition. — Berlin: Springer, 2002. — P. 424.
10. Jasak, H. High resolution NVD differencing scheme for arbitrarily unstructured meshes / H. Jasak, H. G. Weller, A. D. Gosman // Int. J. Numer. Meth. Fluids. — 1999. — Vol. 31. — Pp. 431–449.
11. A library that introduces a boundary-condition groovyBC. — Last visited on 20.05.2013. URL: [http://openfoamwiki.net/index.php/Contrib\\_groovyBC](http://openfoamwiki.net/index.php/Contrib_groovyBC).
12. Issak, R. I. Solution of implicitly discretised fluid flow equations by operator-splitting / R. I. Issak // J. Comput. Phys. — 1986. — Vol. 62. — Pp. 40–65.
13. Versteeg, H. K. An introduction to computational fluid dynamics. The finite volume method / H. K. Versteeg, W. Malalasekera. — New York: Longman, 1995. — P. 258.
14. P., Karrholm F. Numerical Modelling of Diesel Spray Injection, Turbulence Interaction and Combustion: Ph.D. thesis / Chalmers University of Technology, Goteborg. — 2008.
15. T., Behrens. OpenFOAM's basic solvers for linear systems of equations / Behrens T. — 2009. — P. 18. URL: [http://www.tfd.chalmers.se/~hani/kurser/OS\\_CFD\\_2008/TimBehrens/tibeh-report-fin.pdf](http://www.tfd.chalmers.se/~hani/kurser/OS_CFD_2008/TimBehrens/tibeh-report-fin.pdf).

16. Martinez, G. Caractéristiques dynamiques et thermiques de l'écoulement autour d'un cylindre circulaire a nombres de Reynolds modérés: Ph.D. thesis / I.N.P. Toulouse. — 1979.
17. Justesen, P. A numerical study of oscillating flow around a circular cylinder / P. Justesen // J. Fluid Mech. — 1991. — Vol. 222. — Pp. 157–196.
18. Mercier, J. A., "Large Amplitude Oscillations of a Circular Cylinder in a Low-Speed Stream," Ph. D. Dissertation, Stevens Institute of Technology, 1973.
19. Thirrlot, C., Longree, W. D., and Barthet, H., "Sur la perte de charge due a un obstacle en mouvement periodique," Proceedings of the 14th Congress IAHR, 1971.
20. Hamman, F. H. and Dalton, C. J., "The Forces on a Cylinder Oscillating Sinusoidally in Water," Trans. ASME, Vol. 93, Series B, No. 4, 1971
21. Sarpkaya, T., "Forces on Cylinders and Spheres in a Sinusoidally Oscillating Fluid," Journal of Applied Mechanics, ASME, Vol. 42 No. 1, March 1975, pp. 32-37.
22. Taylor, G. I., "The Instability of Liquid Surfaces when Accelerated in a Direction Perpendicular to Their Planes," Proc. Royal Soc. Of London, Ser. A, Pt. I, Vol. 201, 1950, pp. 192-196.
23. Benjamin, T. B. and Ursell, F., "The Stability of the Plane Free Surface of a Liquid in Vertical Periodic Motion," Proc. Royal Soc. Of London, Ser. A, Vol. 225, 1954, pp. 505-515.

## Приложения

### Листинг текстового файла blockMesh

BlockMesh файл для определения сетки пластины.

vertices

(

(-40 -30 0) //0

(-40 -1 0) //1

(-40 1 0) //2

(-40 30 0) //3

(-0.05 -30 0) //4

(-0.05 -1 0) //5

(-0.05 1 0) //6

(-0.05 30 0) //7

(0.05 -30 0) //8

(0.05 -1 0) //9

(0.05 1 0) //10

(0.05 30 0) //11

(40 -30 0) //12

(40 -1 0) //13

(40 1 0) //14

(40 30 0) //15

(-40 -30 1) //16

(-40 -1 1) //17

(-40 1 1) //18

(-40 30 1) //19

(-0.05 -30 1) //20

(-0.05 -1 1) //21

(-0.05 1 1) //22

(-0.05 30 1) //23

(0.05 -30 1) //24

(0.05 -1 1) //25

(0.05 1 1) //26

```

(0.05 30 1)//27

    (40 -30 1) //28
(40 -1 1) //29
(40 1 1) //30
(40 30 1) //31

);

edges //no arc
(
);

blocks
(

    hex (0 4 5 1 16 20 21 17) (180 135 1) simpleGrading (0.04 0.005 1.0)
    //1
    hex (1 5 6 2 17 21 22 18) (180 54 1) simpleGrading (0.04 1.0 1.0) //2
    hex (2 6 7 3 18 22 23 19) (180 135 1) simpleGrading (0.04 200.0 1.0)
    //3

    hex (4 8 9 5 20 24 25 21) (10 135 1) simpleGrading (1.0 0.005 1.0) //4
    hex (6 10 11 7 22 26 27 23) (10 135 1) simpleGrading (1.0 200.0 1.0)
    //5

    hex (8 12 13 9 24 28 29 25) (180 135 1) simpleGrading (25.0 0.005 1.0)
    //6
    hex (9 13 14 10 25 29 30 26) (180 54 1) simpleGrading (25.0 1.0 1.0)//7
    hex (10 14 15 11 26 30 31 27) (180 135 1) simpleGrading (25 200.0 1.0)//8

);

```

**Листинг файла проверки строения сетки checkMesh**

```

// * * * * *
Create time
Create polyMesh for time = 0
29
Time = 0
Mesh stats
  points:      240196

```

internal points: 0  
faces: 478118  
internal faces: 237922  
cells: 119340  
boundary patches: 7  
point zones: 0  
face zones: 0  
cell zones: 0

Overall number of cells of each type:

hexahedra: 119340  
prisms: 0  
wedges: 0  
pyramids: 0  
tet wedges: 0  
tetrahedra: 0  
polyhedra: 0

Checking topology...

Boundary definition OK.  
Cell to face addressing OK.  
Point usage OK.  
Upper triangular ordering OK.  
Face vertices OK.  
Number of regions: 1 (OK).

Checking patch topology for multiply connected surfaces ...

Patch	Faces	Points	Surface topology
inlet	324	650	ok (non-closed singly connected)
outlet	324	650	ok (non-closed singly connected)
bottom	370	742	ok (non-closed singly connected)
top	370	742	ok (non-closed singly connected)
cylinder	74	150	ok (non-closed singly connected)
cylinderm	54	110	ok (non-closed singly connected)
defaultFaces	238680	240196	ok (non-closed singly connected)

Checking geometry...

30

Overall domain bounding box (-40 -30 0) (40 30 1)  
Mesh (non-empty, non-wedge) directions (1 1 0)  
Mesh (non-empty) directions (1 1 0)  
All edges aligned with or perpendicular to non-empty directions.  
Boundary openness (-1.8534e-19 1.75512e-21 -6.29147e-17) OK.  
Max cell openness = 2.18876e-16 OK.  
Max aspect ratio = 131.202 OK.

Minimum face area = 5.64853e-05. Maximum face area = 1.12971. Face area magnitudes OK.

Min volume = 5.64853e-05. Max volume = 0.837223. Total volume = 4799.8. Cell volumes OK.

Mesh non-orthogonality Max: 0 average: 0

Non-orthogonality check OK.

Face pyramids OK.

Max skewness = 4.42594e-11 OK.

Coupled point location match (average 0) OK.

Mesh OK.

End