

5 класс

1. Буратино купил мороженое в пачках по 40 рублей и по 50 рублей. Стоимость всех 40-рублёвых пачек мороженого равна общей стоимости 50-рублёвых. Сколько всего пачек мороженого купил Буратино, если было куплено не более 20 пачек?
2. Найдите наименьшее натуральное n , для которого произведение чисел n , $n + 1$ и $n + 2$ делится на 200.
3. За круглым столом сидят 66 человек, каждый из которых или рыцарь, который всегда говорит правду, или лжец, который всегда лжёт. Среди сидящих за столом есть хотя бы один рыцарь. Каждый из них утверждает: «Мои соседи — рыцарь и лжец». Сколько рыцарей сидит за столом?
4. Разрежьте клетчатый прямоугольник размером 7×9 по клеточкам на максимальное количество «уголков» шириной в одну клетку так, чтобы все «уголки» состояли из *разного* числа клеток. (Длины «сторон» уголка могут быть как одинаковыми, так и различными.)
5. В наборе были гири с массами 14, 15 и 16 граммов, поровну каждого вида. После того как несколько гирек потерялось, все оставшиеся гири взвесили, их масса оказалась равной 1000 граммов. Какое *наименьшее* количество гирек могло быть потеряно?

5 класс

1. Буратино купил мороженое в пачках по 40 рублей и по 50 рублей. Стоимость всех 40-рублёвых пачек мороженого равна общей стоимости 50-рублёвых. Сколько всего пачек мороженого купил Буратино, если было куплено не более 20 пачек?
2. Найдите наименьшее натуральное n , для которого произведение чисел n , $n + 1$ и $n + 2$ делится на 200.
3. За круглым столом сидят 66 человек, каждый из которых или рыцарь, который всегда говорит правду, или лжец, который всегда лжёт. Среди сидящих за столом есть хотя бы один рыцарь. Каждый из них утверждает: «Мои соседи — рыцарь и лжец». Сколько рыцарей сидит за столом?
4. Разрежьте клетчатый прямоугольник размером 7×9 по клеточкам на максимальное количество «уголков» шириной в одну клетку так, чтобы все «уголки» состояли из *разного* числа клеток. (Длины «сторон» уголка могут быть как одинаковыми, так и различными.)
5. В наборе были гири с массами 14, 15 и 16 граммов, поровну каждого вида. После того как несколько гирек потерялось, все оставшиеся гири взвесили, их масса оказалась равной 1000 граммов. Какое *наименьшее* количество гирек могло быть потеряно?

6 класс

1. Найдите *наименьшее* натуральное число n , для которого произведение $(n + 1)(n + 2)(n + 3)$ делится на 200.

2. Вокруг круглого стола сидят одиннадцать человек — каждый либо рыцарь, либо лжец. Рыцарь всегда говорит правду, а лжец всегда лжет. Каждого из них спросили: «Кто сидит *справа* от тебя?» а) Могли ли они все ответить «рыцарь»? б) Могли ли они все ответить «лжец»?

3. Числа 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14 расставили в кружочках на рисунке 1 так, что суммы всех пяти троек чисел, расположенных «на отрезках», оказались равны между собой. Чему равно число x , стоящее в верхнем кружочке? Укажите все возможные варианты.

4. В игре «Морской бой» на клетчатой доске 8×11 расположен один клетчатый корабль размера 1×3 . Одним выстрелом можно прострелить целиком *все* клетки одной строки или одного столбца. Какого *минимального* количества выстрелов хватит, чтобы гарантированно ранить корабль?

5. В наборе были гири с массами 17, 18 и 19 граммов, поровну каждого вида. После того как несколько гирек потерялось, все оставшиеся гири взвесили, их масса оказалась равной 1000 граммов. Какое *наименьшее* количество гирек могло быть потеряно?

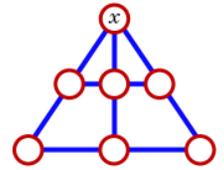


Рис. 1

6 класс

1. Найдите *наименьшее* натуральное число n , для которого произведение $(n + 1)(n + 2)(n + 3)$ делится на 200.

2. Вокруг круглого стола сидят одиннадцать человек — каждый либо рыцарь, либо лжец. Рыцарь всегда говорит правду, а лжец всегда лжет. Каждого из них спросили: «Кто сидит *справа* от тебя?» а) Могли ли они все ответить «рыцарь»? б) Могли ли они все ответить «лжец»?

3. Числа 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14 расставили в кружочках на рисунке 1 так, что суммы всех пяти троек чисел, расположенных «на отрезках», оказались равны между собой. Чему равно число x , стоящее в верхнем кружочке? Укажите все возможные варианты.

4. В игре «Морской бой» на клетчатой доске 8×11 расположен один клетчатый корабль размера 1×3 . Одним выстрелом можно прострелить целиком *все* клетки одной строки или одного столбца. Какого *минимального* количества выстрелов хватит, чтобы гарантированно ранить корабль?

5. В наборе были гири с массами 17, 18 и 19 граммов, поровну каждого вида. После того как несколько гирек потерялось, все оставшиеся гири взвесили, их масса оказалась равной 1000 граммов. Какое *наименьшее* количество гирек могло быть потеряно?

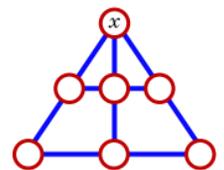


Рис. 1

7 класс

1. За столом сидят несколько детей. Из пакета с конфетами первый взял 1 конфету, второй — 2, третий — 3 и так далее: каждый следующий брал на одну конфету больше. Известно, что на втором круге было взято в сумме на 121 конфету больше, чем на первом. Сколько детей сидело за столом?

2. Вокруг круглого стола сидят шестнадцать человек — каждый либо рыцарь, либо лжец. Рыцарь всегда говорит правду, а лжец всегда лжет. Каждого из них спросили: «Кто сидит справа от тебя?» Могла ли половина из них ответить «рыцарь», а половина — «лжец»?

3. Числа $1, 2, 3, \dots, 9$ расставили в кружочках на рисунке 1 так, что суммы чисел на каждой стороне треугольника одинаковы и равны s . Какое *наименьшее* значение может принимать s ?

4. На доске были написаны девять последовательных натуральных чисел. Когда из них стёрли четыре подряд идущих чисел, то сумма пяти оставшихся оказалась равна 100. Какие числа стёрли? Найдите все возможные варианты.

5. Диагонали четырёхугольника $ABCD$ пересекаются в точке O . Известно, что $AB = BC = 7$, $AO = DO$ и $\angle BOC = 120^\circ$. Чему равно CD ?

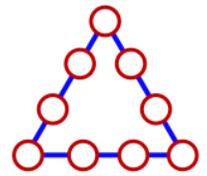


Рис. 1

7 класс

1. За столом сидят несколько детей. Из пакета с конфетами первый взял 1 конфету, второй — 2, третий — 3 и так далее: каждый следующий брал на одну конфету больше. Известно, что на втором круге было взято в сумме на 121 конфету больше, чем на первом. Сколько детей сидело за столом?

2. Вокруг круглого стола сидят шестнадцать человек — каждый либо рыцарь, либо лжец. Рыцарь всегда говорит правду, а лжец всегда лжет. Каждого из них спросили: «Кто сидит справа от тебя?» Могла ли половина из них ответить «рыцарь», а половина — «лжец»?

3. Числа $1, 2, 3, \dots, 9$ расставили в кружочках на рисунке 1 так, что суммы чисел на каждой стороне треугольника одинаковы и равны s . Какое *наименьшее* значение может принимать s ?

4. На доске были написаны девять последовательных натуральных чисел. Когда из них стёрли четыре подряд идущих чисел, то сумма пяти оставшихся оказалась равна 100. Какие числа стёрли? Найдите все возможные варианты.

5. Диагонали четырёхугольника $ABCD$ пересекаются в точке O . Известно, что $AB = BC = 7$, $AO = DO$ и $\angle BOC = 120^\circ$. Чему равно CD ?

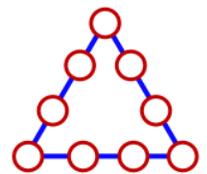


Рис. 1

5 класс

1. Буратино купил мороженое в пачках по 40 рублей и по 50 рублей. Стоимость всех 40-рублёвых пачек мороженого равна общей стоимости 50-рублёвых. Сколько всего пачек мороженого купил Буратино, если было куплено не более 20 пачек?

Ответ: 9 пачек или 18 пачек.

Решение. Пусть x, y — количество 40- и 50-рублёвых пачек мороженого соответственно. По условию $40x = 50y$ и $x + y \leq 20$. Из равенства $4x = 5y$ видно, что x делится на 5. Поскольку $x \leq 20$, значение x равно 5, 10, 15 или 20, при этом $y = 4, 8, 12$ или 16. В первых двух случаях значения $x + y$ равны 9 или 18; в двух последних $x + y$ равно 27 или 36, что больше 20.

Критерии. За каждый пример — 2 балла. Доказано, что других решений нет — 3 балла.

2. Найдите наименьшее натуральное n , для которого произведение чисел $n, n + 1$ и $n + 2$ делится на 200.

Ответ: $n = 23$.

Решение. Из трёх последовательных натуральных чисел на 5 может делиться только одно. Поэтому в произведении $n(n + 1)(n + 2)$ один из трёх сомножителей должен делиться на 25. Значит, наибольший сомножитель $n + 2$ не меньше 25, то есть $n \geq 23$. Легко проверить, что если $n = 23$, то произведение делится и на 25, и на 8, то есть кратно 200.

Критерии. Правильный ответ — 2 балла. Отмечается, что один из сомножителей делится на 25 — 2 балла.

3. За круглым столом сидят 66 человек, каждый из которых или рыцарь, который всегда говорит правду, или лжец, который всегда лжёт. Среди сидящих за столом есть хотя бы один рыцарь. Каждый из них утверждает: «Мои соседи — рыцарь и лжец». Сколько рыцарей сидит за столом?

Ответ: 44 рыцаря.

Решение. Рассмотрим сидящего за столом рыцаря. Поскольку его утверждение правдиво, рядом с ним один сосед — рыцарь, а второй — лжец. Предположим, что сидящий справа от него — рыцарь, тогда следующим будет лжец, то есть имеем последовательность РРЛ. С другой стороны от лжеца сидит рыцарь, и следующий за ним — тоже рыцарь, то есть получим РРЛРР. Но тогда следующим за рыцарем должен быть снова лжец, и так далее. В итоге получим расстановку всех рыцарей и лжецов РРЛРРЛРРЛ... РРЛ, в которой всего 44 рыцаря.

Критерии. Только ответ без объяснений — 1 балл. Правильная расстановка рыцарей и лжецов с ошибкой в вычислениях — 4 балла.

4. Разрежьте клетчатый прямоугольник размером 7×9 по клеточкам на максимальное количество «уголков» шириной в одну клетку так, чтобы все «уголки» состояли из *разного* числа клеток. (Длины «сторон» уголка могут быть как одинаковыми, так и различными.)

Ответ: 9 уголков. Например, как на рисунке 1.

Решение. Площадь прямоугольника — 63 клетки, а самого маленького «уголка» — 3 клетки. Представим число 63 в виде суммы *наибольшего* числа различных слагаемых, начиная с трёх: $63 = 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10 + 11$. Значит, при разрезании исходного прямоугольника может получиться не более девяти уголков (*оценка*). На рисунке 1 приведён один из возможных способов разрезания прямоугольника 7×9 на девять «уголков» с указанными количествами клеток (*пример*).

Критерии. Правильный пример разрезания — 3 балла. Доказано, что число уголков не более девяти — ещё 4 балла.

5. В наборе были гирьки с массами 14, 15 и 16 граммов, поровну каждого вида. После того как несколько гирек потерялось, все оставшиеся гирьки взвесили, их масса оказалась равной 1000 граммов. Какое *наименьшее* количество гирек могло быть потеряно?

Ответ: 5 гирек.

Решение. Исходный суммарный вес всех гирь больше 1000 граммов и должен делиться на $14 + 15 + 16 = 45$. Вот несколько первых чисел, больших 1000 и кратных 45: $1035 = 45 \cdot 23$, $1080 = 45 \cdot 24, \dots$

Если вначале набор весил 1035 граммов, то вес потерянных гирь составлял бы 35 граммов. Две самые тяжёлые 16-граммовые гири весят всего 32 грамма, поэтому было потеряно не менее трёх гирь. Однако вес любых трёх гирь не меньше $3 \cdot 14 = 42 > 35$, и значит, этот случай невозможен.

Если бы исходный набор весил 1080 граммов, то вес потерянных гирь составлял бы 80 граммов. Четыре самые тяжёлые 16-граммовые гири весят меньше 80 граммов, поэтому было потеряно *не менее* пяти гирь. Вес в 80 граммов можно набрать с помощью пяти 16-граммовых гирь. Значит, наименьшее количество потерянных гирь — 5, при этом вначале было по 24 гирьки каждого вида.

Критерии. Ответ без объяснений и примера — 0 баллов. Правильный пример — 2 балла. Доказано, что потеряно не менее 5 гирек — 5 баллов.

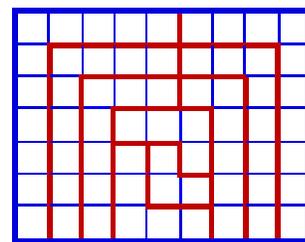


Рис. 1

6 класс

1. Найдите *наименьшее* натуральное число n , для которого произведение $(n+1)(n+2)(n+3)$ делится на 200.

Ответ: $n = 22$.

Решение. Из трёх последовательных натуральных чисел на 5 может делиться только одно. Поэтому в произведении $(n+1)(n+2)(n+3)$ один из трёх сомножителей должен делиться на 25. Значит, наибольший сомножитель $n+3$ не меньше 25, то есть $n \geq 22$. Легко проверить, что если $n = 22$, то произведение делится и на 25, и на 8, то есть кратно 200.

Критерии. Правильный ответ — 2 балла. Отмечается, что один из сомножителей делится на 25 — 2 балла.

2. Вокруг круглого стола сидят одиннадцать человек — каждый либо рыцарь, либо лжец. Рыцарь всегда говорит правду, а лжец всегда лжет. Каждого из них спросили: «Кто сидит *справа* от тебя?» а) Могли ли они все ответить «рыцарь»? б) Могли ли они все ответить «лжец»?

Ответ: а) да, могли; б) нет, не могли.

Решение. а) За столом могли сидеть одиннадцать рыцарей (или одиннадцать лжецов), и тогда каждый из них на вопрос в задаче ответил «рыцарь».

б) Предположим, что все одиннадцать ответили «лжец». Лжец мог так ответить только в том случае, если справа от него сидит рыцарь. А рыцарь мог так ответить только в том случае, если справа от него сидит лжец. Значит, сидящие за столом лжецы и рыцари *чередуются*. Но одиннадцать — нечетное число, поэтому лжецы и рыцари не могут чередоваться.

Критерии. Только ответ — 0 баллов. Правильный пример в пункте а) — 1 балл. В пункте б) отмечено без доказательства, что лжецы и рыцари обязательно чередуются — 2 балла. Доказано, что лжецы и рыцари чередуются — 4 балла. Обосновано, что из-за нечётности числа сидящих, чередование невозможно — ещё 2 балла. Полное решение пункта б) — 7 баллов.

3. Числа 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14 расставили в кружочках на рисунке 1 так, что суммы всех пяти троек чисел, расположенных «на отрезках», оказались равны между собой. Чему равно число x , стоящее в верхнем кружочке? Укажите все возможные варианты.

Ответ: 8.

Решение. Обозначим сумму троек чисел на каждом «отрезке» через s . Сумма этих сумм по трём «отрезкам», выходящим из верхнего кружочка, равна $3s$, при этом каждое из чисел в кружочках входит в эту сумму по одному разу, кроме числа x , которое входит в три раза. Поэтому

$$3s = 2 + 4 + 6 + 8 + 10 + 12 + 14 + 2x,$$

то есть $3s = 56 + 2x$. Если мы сложим числа лишь по двум горизонтальным «отрезкам», то получим сумму шести чисел из семи, то есть $2 + 4 + 6 + 8 + 10 + 12 + 14 - x$. Следовательно,

$$2s = 56 - x,$$

откуда $x = 56 - 2s$. Подставив это значение в первое уравнение, получим $3s = 56 + 2(56 - 2s)$, откуда $s = 24$, $x = 56 - 2s = 8$.

Приведём пример расстановки чисел, когда $x = 8$: $\begin{matrix} & & 8 & & \\ & 6 & 4 & 14 & \\ 10 & & 12 & & 2 \end{matrix}$.

Критерии. Только ответ — 0 баллов. Правильный ответ и пример расстановки чисел — 3 балла. Доказано, что других вариантов нет — ещё 4 балла.

4. В игре «Морской бой» на клетчатой доске 8×11 расположен один клетчатый корабль размера 1×3 . Одним выстрелом можно прострелить целиком *все* клетки одной строки или одного столбца. Какого *минимального* количества выстрелов хватит, чтобы гарантированно ранить корабль?

Ответ: *хватит 5 выстрелов.*

Решение. ПРИМЕР. Сделаем 5 выстрелов так, как показано на рисунке 2. Тогда видно, что корабль гарантированно будет ранен.

ОЦЕНКА. Покажем, что если сделано только 4 выстрела, то можно не ранить корабль. Пусть, например, вдоль строк сделано не более одного выстрела. Тогда в любом столбце, в который не сделано выстрела, прострелено не более одной клетки, и поэтому в этом столбце может стоять корабль, который не будет ранен. Значит, количество «горизонтальных» выстрелов не меньше двух.

Аналогично доказывается, что число «вертикальных» выстрелов не меньше трёх, и значит, общее число выстрелов не меньше пяти.

Действительно, если сделано два «вертикальных» выстрела, то между любыми «соседними» столбцами, по которым произведены выстрелы, должно быть не более двух столбцов, иначе в строке, которую не сделан выстрел, можно поставить корабль, который не будет ранен. Тогда один из промежутков от края доски до столбца, по которому произведён «вертикальный» выстрел, будет содержать не менее 5 столбцов, и значит, в одну из строк снова можно поставить неуязвимый корабль.

Это же рассуждение верно и в случае, если число «вертикальных» выстрелов менее двух.

Критерии. Только ответ — 0 баллов. Указан правильный ответ и расположение выстрелов (пример) — 3 балла. Доказано, что количество выстрелов не меньше 5 (оценка), — ещё 4 балла.

5. В наборе были гири с массами 17, 18 и 19 граммов, поровну каждого вида. После того как несколько гирек потерялось, все оставшиеся гири взвесили, их масса оказалась равной 1000 граммов. Какое *наименьшее* количество гирек могло быть потеряно?

Ответ: 10 *гирек.*

Решение. Исходный суммарный вес всех гирь больше 1000 граммов и должен делиться на $17 + 18 + 19 = 54$. Вот несколько первых чисел, больших 1000 и кратных 54: $1026 = 54 \cdot 19$, $1080 = 54 \cdot 20$, $1134 = 54 \cdot 21$, $1188 = 54 \cdot 22$, ...

Ясно, что исходный набор не мог весить 1026 граммов, поскольку вес потерянных гирь тогда составлял бы 26 граммов, что невозможно.

Если вначале набор весил 1080 граммов, то вес потерянных гирь составлял бы 80 граммов. Четыре самые тяжёлые 19-граммовые гири весят меньше 80 граммов, поэтому было потеряно не менее пяти гирь. Однако вес любых пяти гирь не меньше $5 \cdot 17 = 85 > 80$, и значит, этот случай невозможен.

Невозможен также случай, когда исходный набор весил 1134 грамма, то есть вес потерянных гирь — 134 грамма. Поскольку семи самых тяжёлых гирь недостаточно для этого веса ($7 \cdot 19 < 134$), значит, было потеряно *не менее* восьми гирь. Однако вес любых восьми гирь не меньше $8 \cdot 17 > 134$, значит, и этот случай невозможен.

Если же начальный вес набора 1188 граммов, вес потерянных гирь составляет 188 граммов. Девять самых тяжёлых гирь весят всего $9 \cdot 19 < 188$ граммов, значит, потеряно *не менее* 10 гирек. Вес в 188 граммов можно набрать с помощью одной 17-граммовой и девяти 19-граммовых гирь.

Итак, наименьшее количество потерянных гирь — 10, при этом вначале было по 22 гири каждого вида.

Критерии. Ответ без объяснений и примера — 0 баллов. Правильный пример — 2 балла. Доказано, что потеряно не менее 10 гирек — 5 баллов.

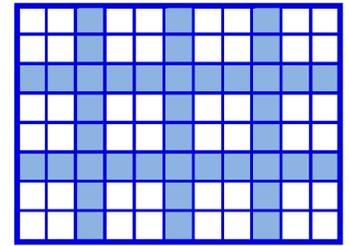


Рис. 2

7 класс

1. За столом сидят несколько детей. Из пакета с конфетами первый взял 1 конфету, второй — 2, третий — 3 и так далее: каждый следующий брал на одну конфету больше. Известно, что на втором круге было взято в сумме на 121 конфету больше, чем на первом. Сколько детей сидело за столом?

Ответ: 11 детей.

Решение. Если за столом сидят n детей, то на втором круге каждый возьмет на n конфет больше, чем на первом. Значит, всего на втором круге будет взято на $n \cdot n = n^2$ конфет больше, чем на первом. Отсюда $n^2 = 121$, то есть $n = 11$.

Критерии. Только ответ — 2 балла. Число детей найдено подбором — 7 баллов.

2. Вокруг круглого стола сидят шестнадцать человек — каждый либо рыцарь, либо лжец. Рыцарь всегда говорит правду, а лжец всегда лжет. Каждого из них спросили: «Кто сидит справа от тебя?» Могла ли половина из них ответить «рыцарь», а половина — «лжец»?

Ответ: да, это возможно.

Решение. Рассадим рыцарей и лжецов за круглым столом, например, так:

РРЛЛРРЛЛРРЛЛРРЛЛ,

где буквы Р и Л обозначают рыцаря и лжеца соответственно. Их ответы на вопрос из условия задачи образуют последовательность РЛРЛРЛРЛРЛРЛРЛРЛ, в которой слова «рыцарь» и «лжец» встречаются поровну (по восемь раз).

Критерии. Только ответ — 0 баллов. Правильный пример — 7 баллов.

3. Числа 1, 2, 3, ..., 9 расставили в кружочках на рисунке 1 так, что суммы чисел на каждой стороне треугольника одинаковы и равны s . Какое наименьшее значение может принимать s ?

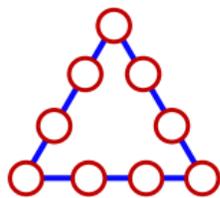


Рис. 3

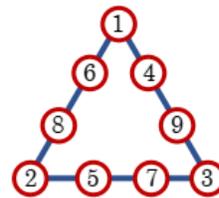


Рис. 4

Ответ: 17.

Решение. ОЦЕНКА. Пусть s — сумма чисел вдоль одной стороны треугольника (рис. 3). Сумма этих трёх сумм чисел вдоль каждой стороны треугольника равна $3s$, при этом каждое из чисел в кружочках входит в эту сумму по одному разу, кроме чисел A , B и C в «вершинах» треугольника, которые входят два раза. Поэтому

$$3s = 1 + 2 + \dots + 9 + (A + B + C),$$

то есть $3s = 45 + (A + B + C)$. Наименьшее значение $A + B + C$ не меньше суммы трёх наименьших чисел набора, то есть $A + B + C \geq 1 + 2 + 3$, и поэтому $3s \geq 45 + 6$, то есть $s \geq 17$.

ПРИМЕР. На рисунке 4 сумма чисел вдоль каждой стороны треугольника равна $s = 17$.

Критерии. Только ответ — 0 баллов. Приведён пример — 3 балла. Доказана оценка — 4 балла.

4. На доске были написаны девять последовательных натуральных чисел. Когда из них стёрли четыре подряд идущих чисел, то сумма пяти оставшихся оказалась равна 100. Какие числа стёрли? Найдите все возможные варианты.

Ответ: 14, 15, 16, 17 или 23, 24, 25, 26.

Решение. Пусть x — наименьшее из написанных чисел, тогда сумма всех чисел равна

$$x + (x + 1) + \dots + (x + 8) = 9x + 36.$$

Обозначим через $x + y$ — наименьшее вычеркнутое число ($0 \leq y \leq 5$), тогда сумма четырёх стёртых чисел составляет

$$(x + y) + (x + y + 1) + (x + y + 2) + (x + y + 3) = 4x + 4y + 6.$$

Сумма оставшихся чисел равна $(9x + 36) - (4x + 4y + 6)$, поэтому $5x - 4y + 30 = 100$, или $5(x - 14) = 4y$. Из этого равенства следует, что y делится на 5. Это возможно только при $y = 0$ и $y = 5$; соответствующие значения $x = 14$ и $x = 18$. В первом случае исходный набор состоит из чисел 14, 15, ..., 22, стёрли — 14, 15, 16, 17. Во втором случае исходный набор — это 18, 19, ..., 26, стёртые числа — 23, 24, 25, 26.

Критерии. За каждый правильный пример — по 1 баллу. Доказано, что других вариантов нет — 5 баллов. Полное решение — 7 баллов.

5. Диагонали четырехугольника $ABCD$ пересекаются в точке O . Известно, что $AB = BC = 7$, $AO = DO$ и $\angle BOC = 120^\circ$. Чему равно CD ?

Ответ: $CD = 7$.

Решение. Отметим на прямой AC такую точку E , что треугольник BOE — равносторонний (рис. 5). Докажем равенство треугольников BAE и BCO . Действительно, поскольку $AB = BC$, треугольник ABC — равнобедренный, и значит, $\angle BAC = \angle BCA$. Кроме того, отметим ещё одну пару равных углов $\angle AEB = \angle BOC = 120^\circ$. Таким образом, треугольники BAE и BCO равны по стороне и двум углам, отсюда $AE = CO$ и $AO = AE + EO = CO + BO$.

Аналогичным образом отметим на прямой BD такую точку F , что треугольник COF — равносторонний. Докажем равенство треугольников AEB и CFD . Действительно, $AE = CO = CF$ и $BE = EO = AO - AE = OD - OF = FD$, а также $\angle AEB = \angle DFC = 120^\circ$. Таким образом, треугольники AEB и CFD равны по двум сторонам и углу между ними. Отсюда следует, что $CD = AB = 7$.

Критерии. Только ответ — 0 баллов. Правильное дополнительное построение, связанное с равносторонним треугольником — 2 балла. Установлено равенство $AO = CO + BO$ или аналогичное ему $DO = BO + CO$ — 5 баллов.

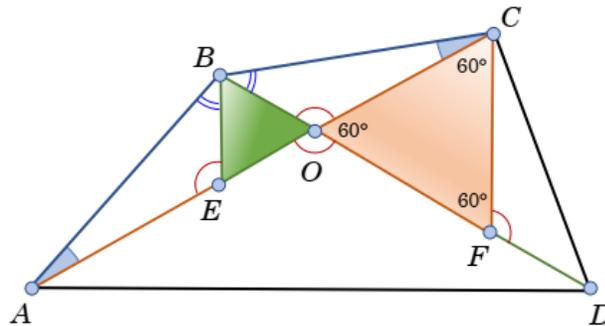


Рис. 5