

**Программа повышения квалификации учителей математики  
«Использование цифровых образовательных технологий как  
средство развития математической грамотности школьника» с  
9.12 по 20.12.2019 г.**

**Внедрение системы компьютерной математики WolframMathematica в  
процесс обучения математике в старших классах в рамках реализации  
ФГОС (2ч.)**

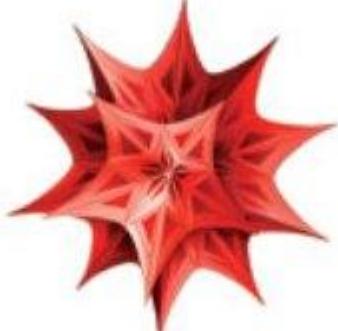
**Использование элементов мультимедиа при создании учебного контента.  
Практикум Звуковое сопровождение к объектам на рабочей области в ПО.  
Анимация объектов. Работа со встроенным браузером (2ч.)**

**Преподаватель**

**Вильданов Ришат Рашитович, учитель информатики  
МБОУ СОШ№3 с УИОП Бугульминского муниципального района  
Республики Татарстан**

---

**Wolfram**  
*Mathematica*<sup>®</sup>



# **Wolfram Mathematica**

Внедрение системы компьютерной математики WolframMathematica в процесс обучения математике в старших классах в рамках реализации ФГОС .

---

- ◆ [Основные понятия Mathematica](#)
- ◆ [Палитры](#)
- ◆ [Basic Math Assistant: Calculator](#)
- ◆ [Basic Math Assistant: Basic Commands](#)
- ◆ [Basic Math Assistant: Typesetting](#)
- ◆ [Справка](#)
- ◆ [Вычисления](#)
- ◆ [Точные и приближенные вычисления](#)
- ◆ [Правила написания. Некоторые встроенные функции](#)
- ◆ [Часто используемые функции](#)
- ◆ [Работа с матрицами](#)
- ◆ [Графики](#)
- ◆ [Аналитические операции. Решение уравнений](#)
- ◆ [Пользовательские функции](#)
- ◆ [Проверка значений функций и переменных](#)
- ◆ [Как скачать пробную версию Mathematica Wolfram](#)
- ◆ [Порядок сдачи лабораторных работ](#)

# Содержание

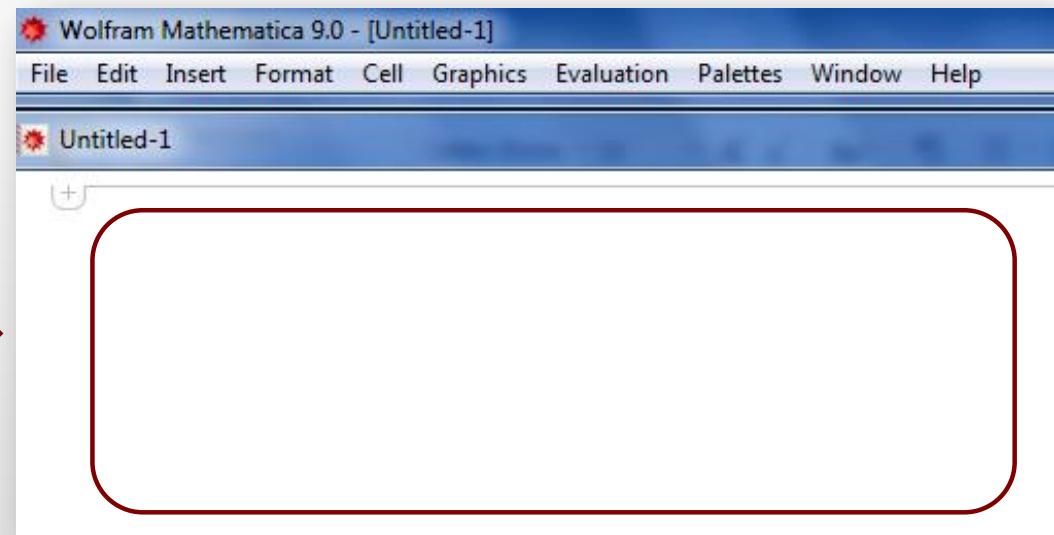
---

## Программы (2)

Wolfram Mathematica 9

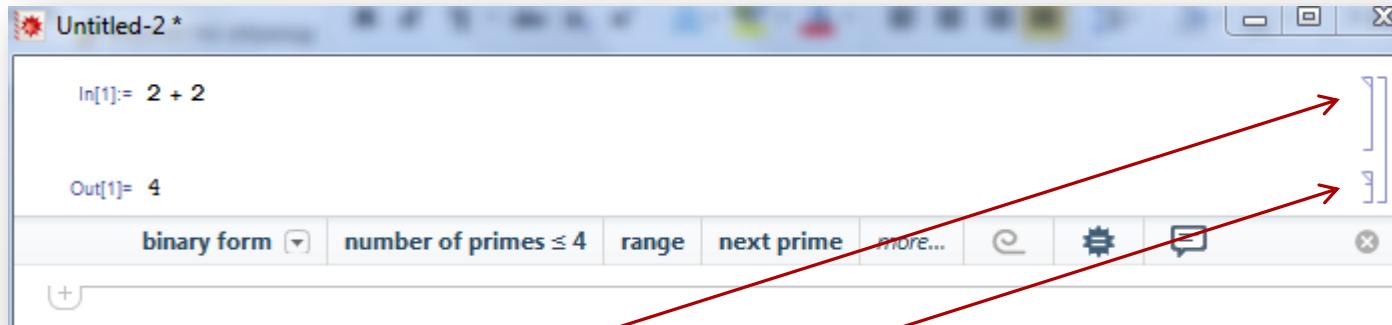
Wolfram Mathematica 9 Kernel

Тетрадь →

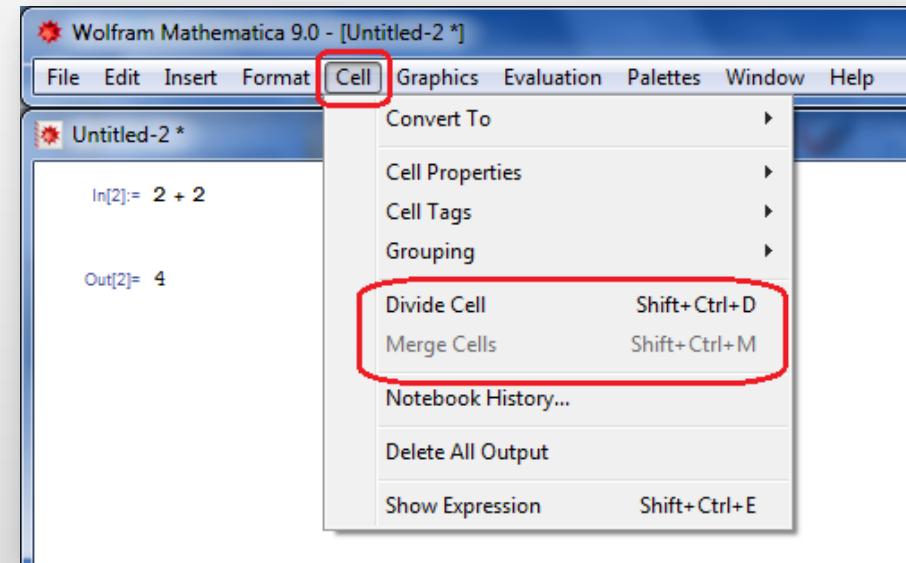


# Основные понятия Mathematica





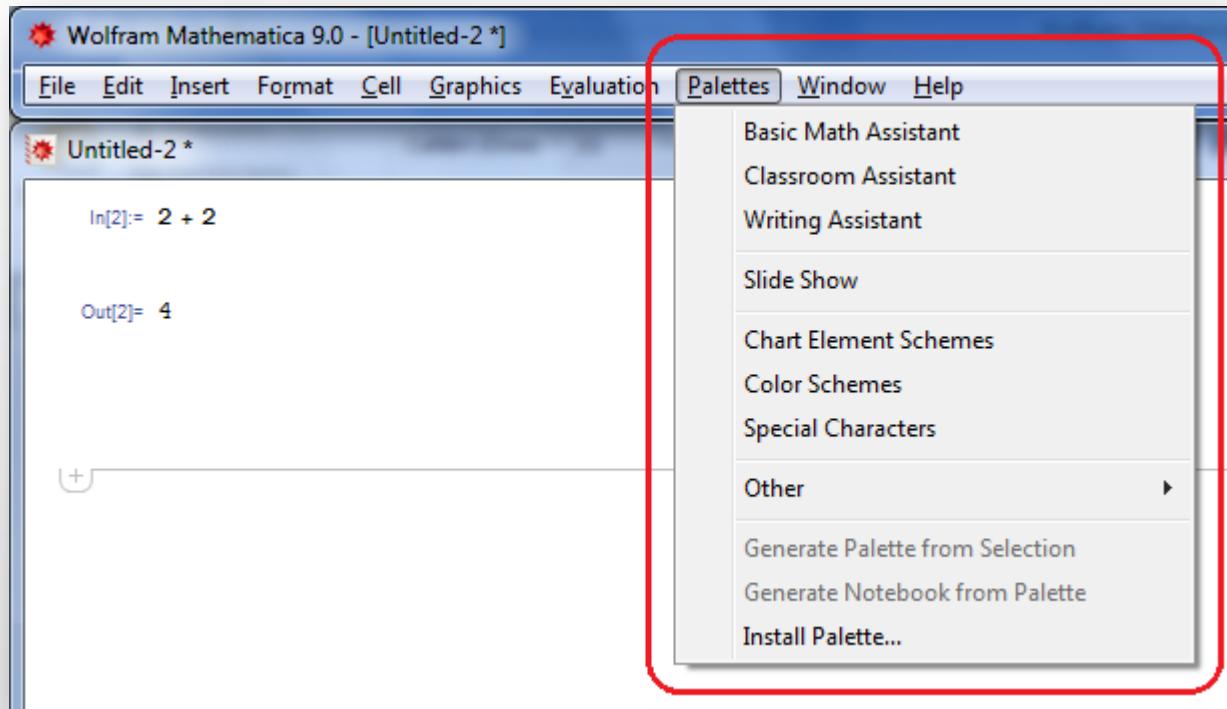
# Ячейки



# Основные понятия Mathematica

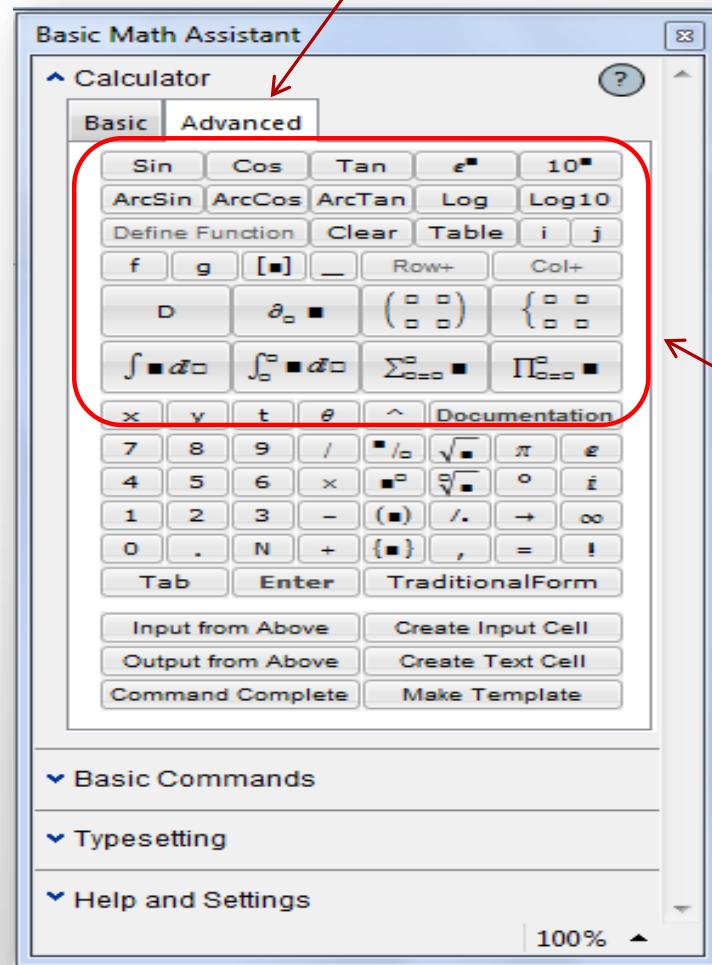
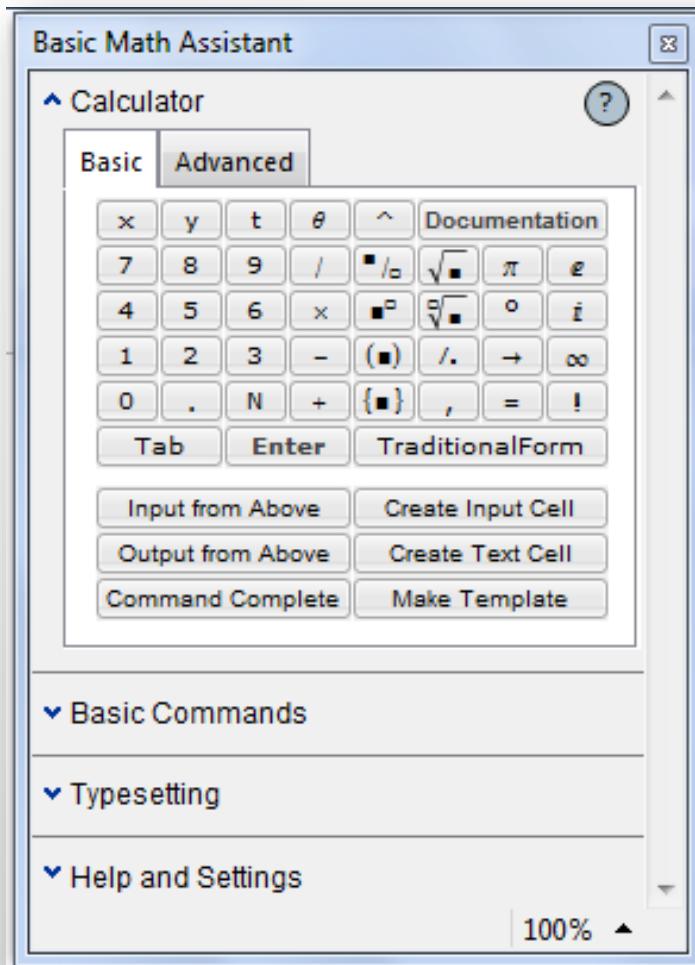


# Палитры



# Основные понятия Mathematica





# Basic Math Assistant: Calculator



Basic Math Assistant

▼ Calculator

▲ Basic Commands

$\sqrt{x}$   $y=x$   $d\int \Sigma$   $(::)$  List 2D 3D

Mathematical Constants  
 $\pi$   $e$   $i$   $\infty$   $\phi$   $o$  More ▾

Numeric Functions  
N Abs Ceiling Round  
 $\sqrt{\square}$   $\frac{\square}{\square}$  Floor More ▾

Elementary Functions  
 $e^x$  Log  $10^x$  Log10  
Sinh Cosh Tanh More ▾

Trigonometric Functions  
Sin Cos Tan Cot  
ArcSin ArcCos ArcTan More ▾

Integer Functions  
Divisors Factorial  
GCD LCM Prime More ▾

Random Functions  
RandomInteger RandomChoice  
RandomReal More ▾

▼ Typesetting

▼ Help and Settings

100% ▾

Basic Math Assistant

▼ Calculator

▲ Basic Commands

$\sqrt{x}$   $y=x$   $d\int \Sigma$   $(::)$  List 2D 3D

Expressions and Equations  
Simplify Solve  
Expand NSolve  
Factor FindRoot  
Together Apart  
More ▾ Algebraic Trig ▾

▼ Typesetting

▼ Help and Settings

100% ▾

Basic Math Assistant

▼ Calculator

▲ Basic Commands

$\sqrt{x}$   $y=x$   $d\int \Sigma$   $(::)$  List 2D 3D

Calculus  
D Limit  
Integrate Integrate (definite)  
Sum DSolve  
 $\partial_a \square$   $\partial_{a,a} \square$   
 $\int \square d\alpha$   $\int_0^a \square d\alpha$   
 $\sum_{a=0}^{\infty} \square$   $\prod_{a=0}^{\infty} \square$   
More ▾ Numeric ▾  
Multivariable Calculus ▾

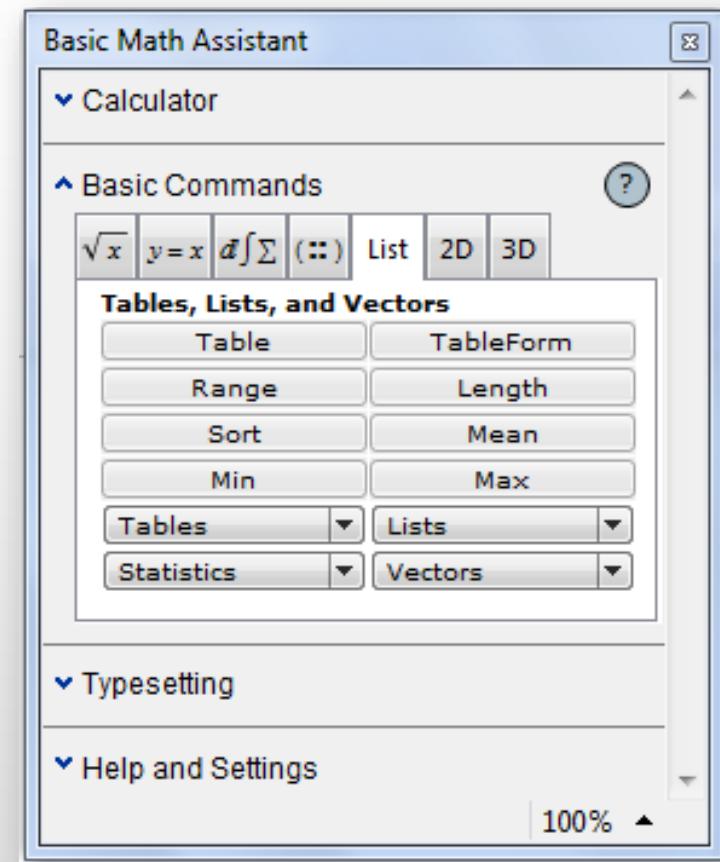
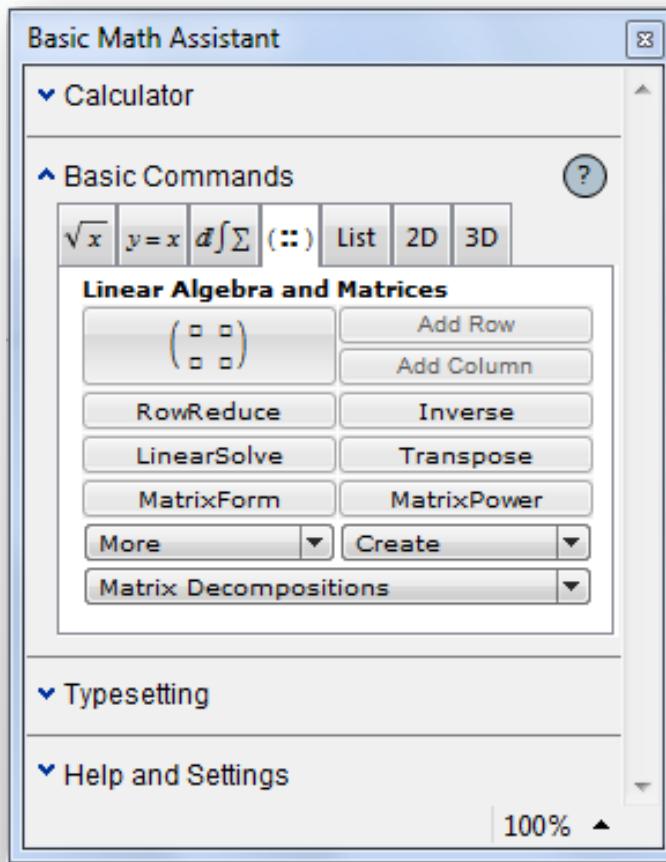
▼ Typesetting

▼ Help and Settings

100% ▾

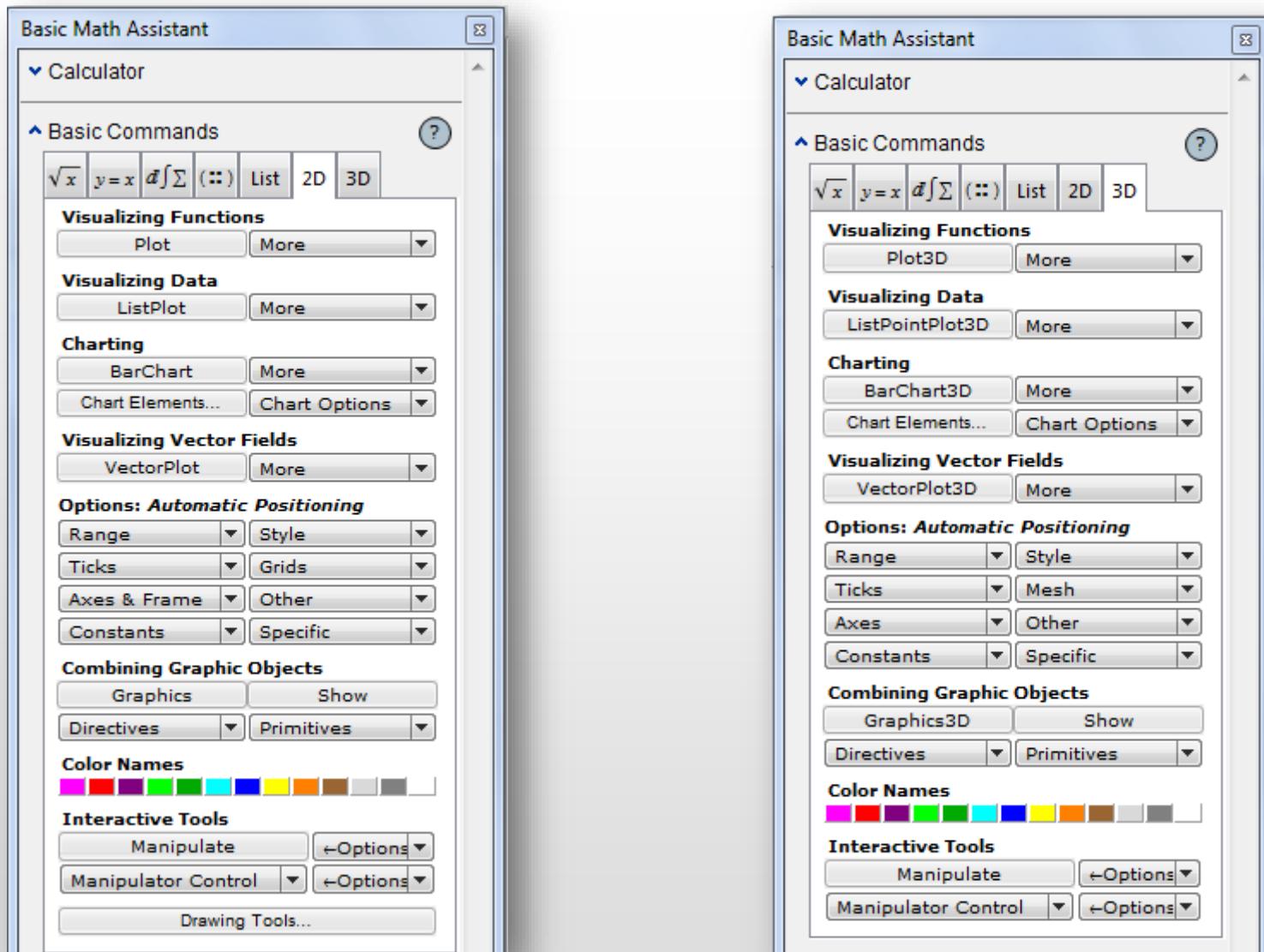
# Basic Math Assistant: Basic Commands





# Basic Math Assistant: Basic Commands





# Basic Math Assistant: Basic Commands



Basic Math Assistant

Calculator

Basic Commands

Typesetting

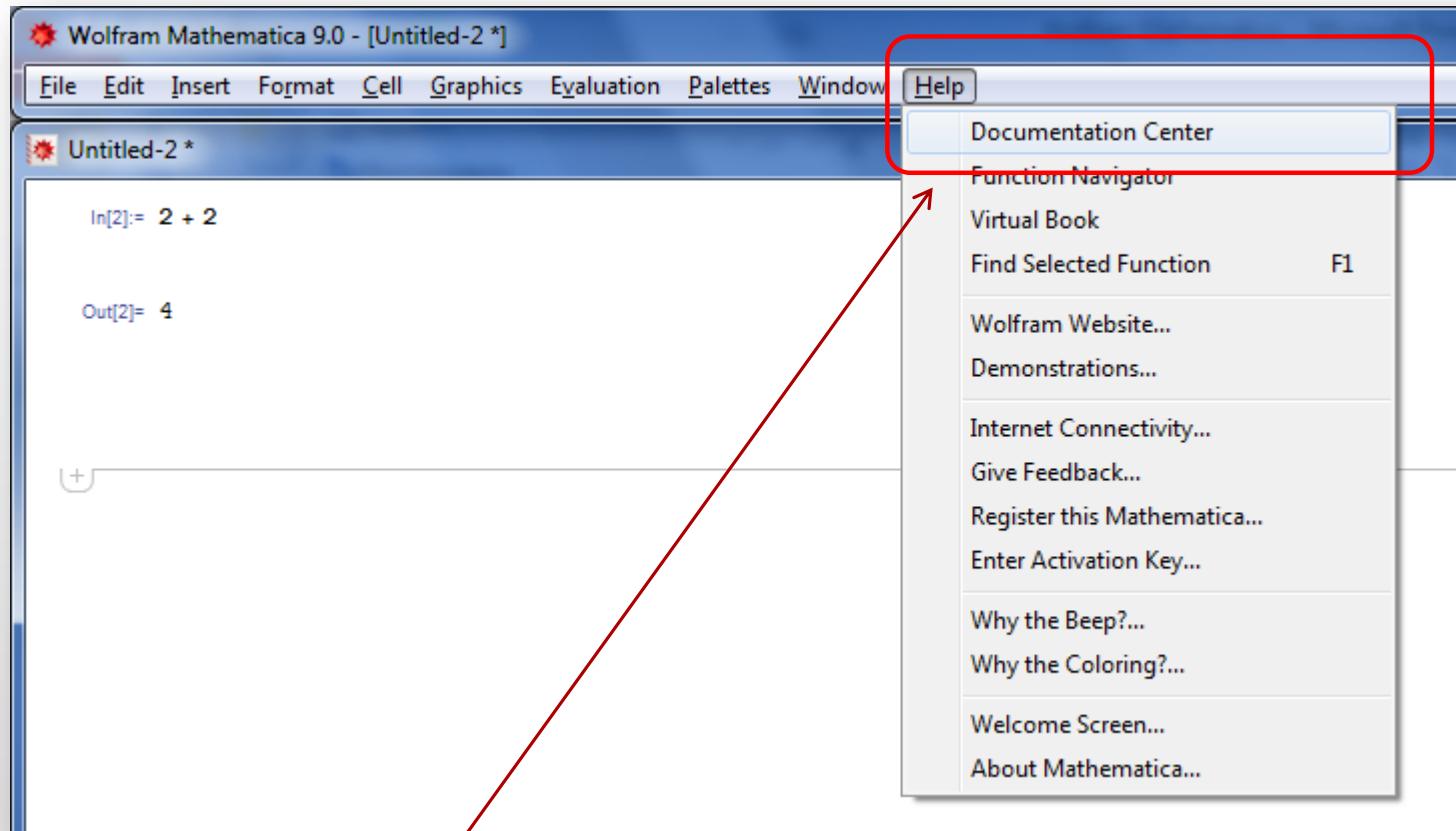
Help and Settings

100%

The image displays three side-by-side screenshots of the 'Basic Math Assistant' software window, specifically focusing on the 'Typesetting' tab. Each screenshot shows a grid of mathematical symbols and operators. The first screenshot shows a grid of symbols including square root, infinity, beta, multiplication, division, and various Greek letters. The second screenshot shows a grid including summation, product, union, intersection, and other mathematical operators. The third screenshot shows a grid including multiplication, division, less than or equal to, greater than or equal to, and various mathematical operators. Each screenshot also includes a 'Help and Settings' section at the bottom.

# Basic Math Assistant: Typesetting





# Справка



The screenshot shows the Wolfram Mathematica Help Browser window titled "Solve - Wolfram Mathematica". The URL bar contains "ref/Solve". The page is titled "Solve" and describes the function `Solve[expr, vars]` which attempts to solve the system `expr` of equations or inequalities for the variables `vars`. It also describes the function `Solve[expr, vars, dom]` which solves over the domain `dom`. Common choices of `dom` are `Reals`, `Integers`, and `Complexes`.

**Details and Options**

**Examples (105)**

**Basic Examples (6)**

Solve a quadratic equation:

```
In[1]:= Solve[x^2 + a x + 1 == 0, x]
Out[1]= {{x → 1/2 (-a - Sqrt[-4 + a^2])}, {x → 1/2 (-a + Sqrt[-4 + a^2])}}
```

Solve simultaneous equations in `x` and `y`:

```
In[1]:= Solve[a x + y == 7 && b x - y == 1, {x, y}]
Out[1]= {{x → 8/(a + b), y → -(a - 7 b)/(a + b)}}
```

Solutions are given as lists of replacements:

```
In[1]:= sol = Solve[x^2 + y^2 == 1 && x + y == a, {x, y}]
Out[1]= {{x → 1/2 (a - Sqrt[2 - a^2]), y → 1/2 (a + Sqrt[2 - a^2])}},
```

# Справка



```
In[2]:= 2 + 2
```

```
Out[2]= 4
```

**Shift+Enter**

# Вычисления

---



```
In[3]:= 100 !
Out[3]= 93 326 215 443 944 152 681 699 238 856 266 700 490 715 968 264 381 621 468 592 963 895 .
          217 599 993 229 915 608 941 463 976 156 518 286 253 697 920 827 223 758 251 185 210 .
          916 864 000 000 000 000 000 000 000 000 000
```

```
In[4]:= 100. !
Out[4]= 9.33262 × 10157
```

```
In[7]:= Sqrt[2]
Out[7]= √2
```

```
In[8]:= Sqrt[2] // N
Out[8]= 1.41421

In[9]:= N[Sqrt[2]]
Out[9]= 1.41421
```

```
In[10]:= N[Sqrt[2], 20]
Out[10]= 1.4142135623730950488
```

# Точные и приближенные вычисления



- В языке Mathematica малые и большие буквы различаются.
- Названия всех встроенных функций и констант начинаются с большой буквы; поэтому, во избежание недоразумений, рекомендуется идентификаторы начинать с малой буквы.
- Знак умножения (\*) можно опускать, заменяя его в случае необходимости пробелом. Несколько примеров представления оператора умножения:
  - **2a** эквивалентно **2\*a**,
  - **a b** эквивалентно **a\*b**,
  - **a(x+y)** эквивалентно **a\*(x+y)**,
  - **Sin[x]2** эквивалентно **2 Sin[x]**, эквивалентно **2\*Sin[x]**.
- Однако, выражения "**a2**", "**ab**" воспринимаются Математикой как единые идентификаторы.
- Аргументы функций пишутся в квадратных скобках.
- Фигурные скобки используются при описании списков, массивов и для задания пределов изменения переменной величины.

## **Правила написания. Некоторые встроенные функции.**

---



## Вычисление пределов

```
In[11]:= Limit[Sin[x]/x, x → 0]
```

```
Out[11]= 1
```

```
]]
```

**Limit[ expr, x → x<sub>0</sub>] –** предельное значение выражения expr при x стремящемся к x<sub>0</sub>. Более полный формат команды: **Limit[ expr, x → x<sub>0</sub>, Direction → 1]** – нахождение предела при x стремящемся к x<sub>0</sub> слева. Соответственно, **Direction → -1** – нахождение предела справа.

## Дифференцирование

- **D[f, x]** – производная функции f по аргументу x.
- **D[f, {x, n}]** – производная порядка n.
- **D[f, x<sub>1</sub>, x<sub>2</sub>, ...]** – смешанная производная функции f по аргументам x<sub>1</sub>, x<sub>2</sub>, и т.д.

Другое обращение к производной:

- **f'[x], f''[x], f'''[x]** – соответственно, первая, вторая и третья производная функции f[x].
- Для обращения к производной можно воспользоваться также “заготовкой”, имеющейся в палитре Basic Input.

## **Часто используемые функции**



## Интегрирование

- **Integrate[f, x]** – неопределенный интеграл.
- **Integrate[f, {x, xmin, xmax}]** – определенный интеграл на отрезке от  $x_{\min}$  до  $x_{\max}$ .
- **Integrate[f, {x, xmin, xmax}, {y, ymin, ymax}]** – кратный интеграл.
- **NIntegrate** – численное интегрирование.
- “Заготовка” для интеграла имеется в палитре Basic Input.

## Нахождение минимумов и максимумов

- Функция **FindMinimum[f, {x, x<sub>0</sub>}]** ищет локальный минимум функции  $f$ , ближайший к точке  $x_0$ . Функция возвращает список:  $\{f_{\min}, \{x \rightarrow x_{\min}\}\}$  – где  $x_{\min}$  – точка минимума,  $f_{\min}$  – значение функции  $f$  в точке минимума.
- Функция **FindMinimum[f, {x, x<sub>0</sub>}, {y, y<sub>0</sub>}, ...]** ищет локальный минимум функции нескольких аргументов.

## Часто используемые функции



Входное выражение	Выходное выражение	Примечания
<b>m2=Inverse[m1]</b>	$\{\{-\}, \{, -\}\}$	<b>Обратная матрица</b>
<b>m1.m2</b>	$\{\{1, 0\}, \{0, 1\}\}$	<b>Произведение матриц</b>
<b>Det[m1]</b>	$-3$	<b>Определитель матрицы</b>
<b>MatrixPower[m1, 2]</b>	$\{\{5, 4\}, \{4, 5\}\}$	<b>Матрица в степени 2</b>
<b>m3=Table[Random[Integer,{0,9}],{2},{3}]</b>	$\{\{0, 9, 2\}, \{5, 8, 6\}\}$	<b>Матрица [2 на 3] со случайными элементами</b>
<b>m4=Transpose[m3]</b>	$\{\{0, 5\}, \{9, 8\}, \{2, 6\}\}$	<b>Транспонированная матрица</b>
<b>Length[m4]</b>	$3$	<b>Количество строк</b>
<b>Dimensions[m4]</b>	$\{3, 2\}$	<b>Размеры матрицы</b>
<b>m4.v3</b>	$\{5 y, 9 x + 8 y, 2 x + 6 y\}$	<b>Произведение матрицы на вектор</b>
<b>DiagonalMatrix[{1, a, \$}]</b>	$\{\{1, 0, 0\}, \{0, a, 0\}, \{0, 0, \$\}\}$	<b>Диагональная матрица</b>

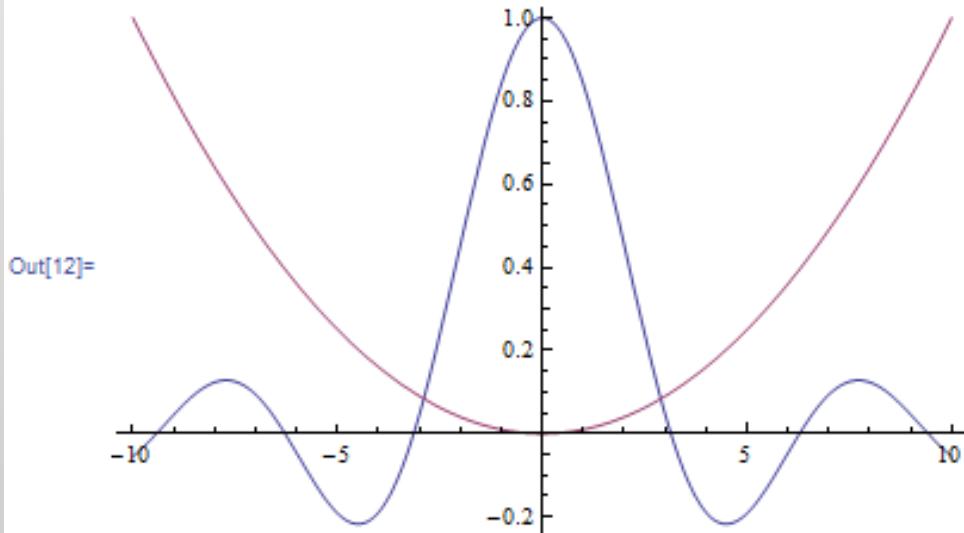
# Работа с матрицами



**Plot[{ $f_1(x)$ ,  $f_2(x)$ ,...}, { $x$ ,  $x_{\min}$ ,  $x_{\max}$ }],**

где  $\{f_1(x), f_2(x), \dots\}$  – список функций,  $x_{\min}$ ,  $x_{\max}$  – диапазон изменения аргумента.

```
In[12]:= p1 = Plot[{Sin[x]/x, x^2/100}, {x, -10, 10}]
```



## Графики



## Разложение функции в степенной ряд

- **Series[f, {x, x<sub>0</sub>, n}]** – строит степенной ряд для функции f относительно точки x<sub>0</sub> до слагаемого степени n.
- **Series[f, {x, x<sub>0</sub>, n<sub>x</sub>}, {y, y<sub>0</sub>, n<sub>y</sub>}]** – разложение по двум переменным.
- Функция Series позволяет строить ряд Тейлора, а также разложения, включающие отрицательные и дробные степени, разложения относительно бесконечной точки.

```
In[13]:= Series[Exp[1/x], {x, Infinity, 3}]
```

$$\text{Out}[13]= 1 + \frac{1}{x} + \frac{1}{2x^2} + \frac{1}{6x^3} + O\left[\frac{1}{x}\right]^4$$



## **Аналитические операции. Решение уравнений**



## Упрощение функции

- **Simplify[expr]** – осуществляет алгебраические преобразования для упрощения выражения expr.

## Решение уравнений

- **Solve[eqns, vars]** ищет решение системы уравнений eqns относительно переменных vars. **Solve[eqns]** ищет решение для всех переменных в системе eqns.

```
In[17]:= Solve[x + 2 y = 0 && 2 x - y = 5 a, {x, y}]  
Out[17]= {{x → 2 a, y → -a}}
```

## **Аналитические операции. Решение уравнений**



```
In[1]:= SinSquare[x] = (Sin[x])^2
Out[1]= Sin[x]^2
In[2]:= {SinSquare[Pi], SinSquare[y], SinSquare[x]}
Out[2]= {SinSquare[\pi], SinSquare[y], SinSquare[x]}
```



```
In[1]:= SinSquare[x_] := (Sin[x])^2
In[2]:= {SinSquare[Pi/4], SinSquare[Pi/2],
         SinSquare[Pi], SinSquare[y], SinSquare[x]}
Out[2]= {1/2, 1, 0, Sin[y]^2, Sin[x]^2}
```



В In[1] мы пытаемся определить функцию возведения в квадрат синуса угла, присваивая выражению **SinSquare[x]** значение  $(\text{Sin}[x])^2$ . В In[2] мы пытаемся применить нашу функцию **SinSquare** к числу **Pi**, выражениям **y** и **x**. Как мы видим в Out[2], вычисление произошло только для аргумента **x**. Дело в том, что, Mathematica расценивает **x** как фиксированный символ. Поэтому выражение **SinSquare[x]** следует рассматривать как единое целое, а не как выражение, состоящее из двух функционально обособленных элементов **SinSquare** и **[x]**. Чтобы избавиться от этой проблемы, принято задавать пользовательские функции. Структура любой пользовательской функции:

```
funcname[arg1_,arg2_,...]:=body
```

## Пользовательские функции

```
In[1]:= SinSquare[x] = (Sin[x])^2
Out[1]= Sin[x]^2

In[2]:= {SinSquare[Pi], SinSquare[y], SinSquare[x]}
Out[2]= {SinSquare[ $\pi$ ], SinSquare[y], SinSquare[x]}
```



```
In[1]:= SinSquare[x_] := (Sin[x])^2
In[2]:= {SinSquare[Pi/4], SinSquare[Pi/2],
         SinSquare[Pi], SinSquare[y], SinSquare[x]}
Out[2]= { $\frac{1}{2}$ , 1, 0, Sin[y]^2, Sin[x]^2}
```



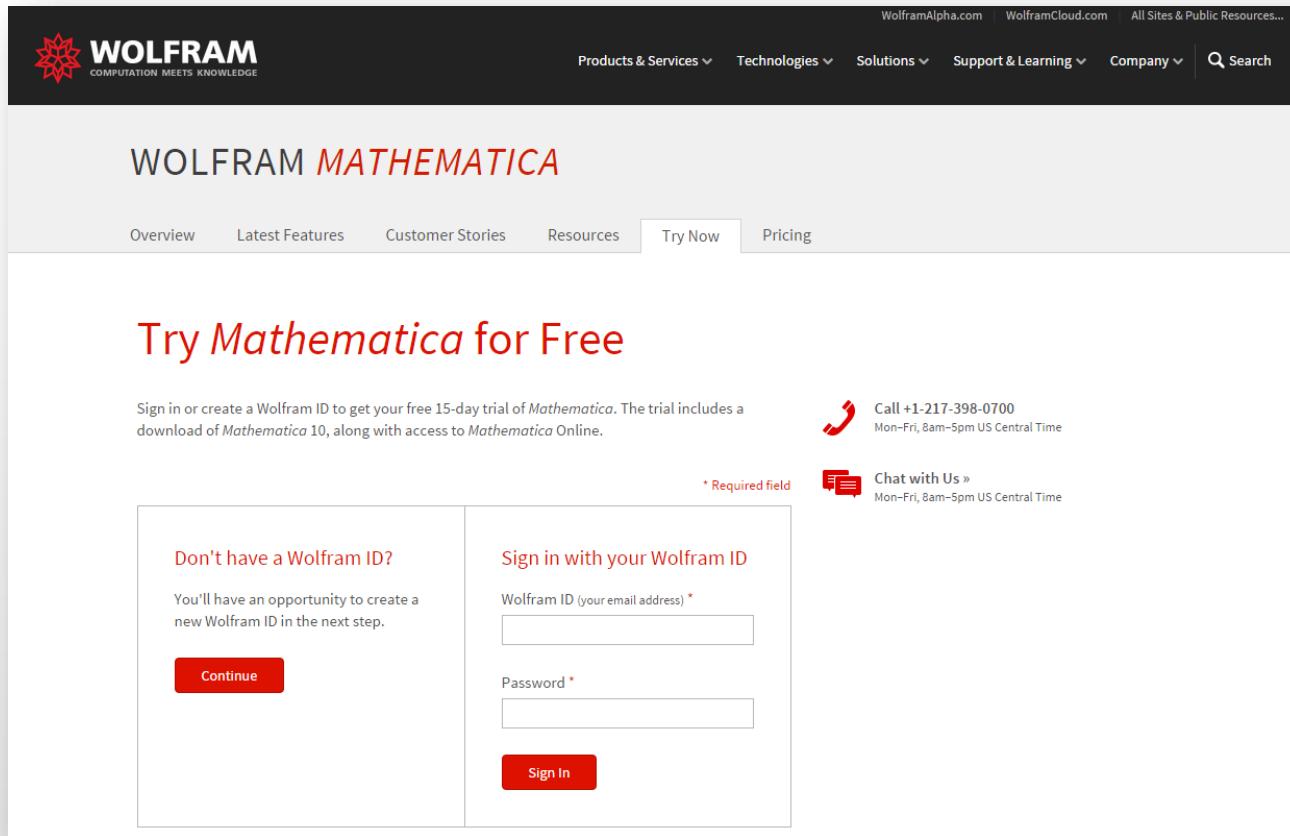
После работы с пользовательскими функциями может возникнуть необходимость узнать:

1. значение переменной
2. получить информацию о функции.

Для этого необходимо набрать команды:

1. «?*идентификатор*» или **Definition[идентификатор]**
2. «?*имя функции*» или **Definition[имя функции]**

## **Проверка значений функций и переменных**



The screenshot shows the Wolfram Mathematica trial landing page. At the top, there's a navigation bar with links to WolframAlpha.com, WolframCloud.com, All Sites & Public Resources..., Products & Services, Technologies, Solutions, Support & Learning, Company, and a search bar. Below the navigation is the Wolfram logo and the text "COMPUTATION MEETS KNOWLEDGE". The main heading is "WOLFRAM MATHEMATICA". Below it is a horizontal menu with "Overview", "Latest Features", "Customer Stories", "Resources", "Try Now" (which is highlighted), and "Pricing". The main content area features a large red header "Try Mathematica for Free". Below this, a sub-header says "Sign in or create a Wolfram ID to get your free 15-day trial of Mathematica. The trial includes a download of Mathematica 10, along with access to Mathematica Online." To the right, there are two contact options: a phone icon with "Call +1-217-398-0700" and "Mon-Fri, 8am-5pm US Central Time", and a chat icon with "Chat with Us" and "Mon-Fri, 8am-5pm US Central Time". On the left, there's a box for users who don't have a Wolfram ID, stating they'll have an opportunity to create one later. It has a "Continue" button. On the right, there's a "Sign in with your Wolfram ID" form with fields for "Wolfram ID (your email address)" and "Password", and a "Sign In" button.

<https://www.wolfram.com/mathematica/trial/>

# Как скачать пробную версию Mathematica Wolfram



**Спасибо за внимание!**

