

ОРИГИНАЛЬНАЯ СТАТЬЯ

УДК 622.06:004.94

doi: 10.26907/2541-7746.2021.2.128-142

## МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ СОРБЦИОННЫХ ПРОЦЕССОВ С УЧЕТОМ ТРАНСФОРМАЦИИ ПОРИСТОЙ МАТРИЦЫ

*М.Н. Кравченко, М.И. Ивлев, К.Д. Пантелей*

*Российский государственный университет нефти и газа (национальный  
исследовательский университет) имени И.М. Губкина, г. Москва, 119991, Россия*

### Аннотация

В статье рассмотрены результаты гидродинамического моделирования процесса полимерного заводнения с учётом изменения фильтрационно-емкостных параметров пористой матрицы и свойств флюидов. Для замыкания математической модели многофазной фильтрации используются эмпирические и промысловые данные по свойствам коллектора и характеру вытеснения нефти полимерными составами различного типа. Предложен метод обработки результатов реальных экспериментов на кернех по полимерному заводнению путем моделирования процесса вытеснения с учетом трансформации кривой распределения пор по размерам. На основе гидродинамических расчётов удалось установить зависимость скорости адсорбционного процесса от концентрации полимерного раствора, скорости прокачки поверхностно-активного агента через образец, времени обработки и текущей толщины образующейся полимерной пленки для конкретных используемых составов и структуры образца. Сравнение результатов моделирования с данными динамических экспериментов по вытеснению нефти раствором на основе полимера Gum Arabic показало хорошую корреляцию расчетных и экспериментальных данных, что подтверждает возможность использовать гидроперколяционный подход для прогноза коэффициента нефтеизвлечения при применении различных полимерных субстанций на конкретных месторождениях.

**Ключевые слова:** численное моделирование, многофазная фильтрация, распределение пор по размерам, полимерное заводнение

На месторождениях в поздней стадии разработки для повышения коэффициента извлечения нефти (КИН) активно используется закачка химически активных растворов (кислот), полимеров и поверхностно-активных веществ, влияющих на изменение пористости и проницаемости и изменяющих угол смачивания и капиллярное давление на контактной границе фаз. В настоящее время доступным инструментом исследования керна стала компьютерная томография (КТ), которая позволяет построить достаточно корректно функцию распределения пор по размерам (ФРП)  $f(r)$ . Однако исследуемые методом КТ образцы, выпиленные из полноразмерного керна, имеют очень малые размеры (как правило, менее 1 см), что не позволяет использовать их для проведения гидродинамических исследований, тем более оценивать, как меняются фильтрационно-емкостные свойства (ФЕС) в зависимости от типа воздействия при закачке в образец керна химически или поверхностно-активных веществ. При этом использовать результаты КТ, позволяющие построить функцию  $f(r)$  для каждого конкретного образца, можно

в процессе численного моделирования, выработав метод трансформации  $f(r)$  в различных гидродинамических процессах.

Одним из современных подходов является метод создания трехмерной электронной модели ядра [1] с дальнейшим ее применением для решения задачи о движении по сетке капилляров жидкости различной реологии, например, с использованием уравнения Навье–Стокса [2]. Такой подход хорош с точки зрения гидродинамики, но чрезвычайно сложен в реализации и требует огромных ресурсов памяти и времени даже для расчета течения внутри малоразмерного образца, тем более при переходе к масштабу зоны дренирования скважины.

Вторая методика, предложенная нами ранее в работе [3], основана на сочетании гидродинамического подхода к расчету макропараметров течения и учета микроструктурных изменений в пористой матрице. В указанной работе мы использовали расширенную математическую модель, позволяющую учитывать наличие нескольких подвижных фаз и компонент, их взаимодействие между собой и с пористой матрицей, что дает возможность моделировать реальные физические эксперименты по повышению качества нефтеизвлечения за счет применения химически и поверхностно-активных составов. Кроме того, в этой работе продемонстрировано применение такого подхода к обработке результатов экспериментов на керновых образцах по вытеснению с использованием полимерных субстанций. Для конкретного образца ядра методом порометрии определяют конечный набор интервалов, характеризующих наличие пор определенного размера. Частотность имеющихся в образце пор из заданного интервала характеризуется соответствующим числом. Полученный дискретный набор точек аппроксимируется непрерывной кривой, которая называется функцией вероятности распределения пор по размерам  $f(r)$ . Для различных пород функции  $f(r)$  могут качественно отличаться. Обычно логнормальное распределение достаточно хорошо описывает ФРП для терригенных пород

$$f(r) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}ra} \exp\left(-\frac{(\ln(r/r_*) - b)^2}{2a^2}\right), \quad r_k = \int_0^{\infty} r f(r) dr, \quad (1)$$

где  $r$  – размер капилляра определенного типа,  $r_k$  – средний радиус капиллярной решетки,  $r_*$  – единичный радиус (параметр обезразмеривания),  $a$  и  $b$  – параметры функции распределения (подбираются для интерполяции экспериментальных значений).

Если среда представляется в микромасштабе регулярной периодической решеткой капилляров с неким эффективным радиусом  $r_k$ , то его значение можно задать как математическое ожидание случайной величины  $r$  с функцией распределения пор по размерам  $f(r)$ . Простейшая капиллярная регулярная структура, характеризующая тензор проницаемости для изотропной среды, представляется тремя взаимно перпендикулярными капиллярами одинаковых радиусов  $r_k$  и длин  $l_k$ , равных периоду капиллярной решетки между двумя узлами.

Внешнее воздействие на пористую среду учитывается путем изменения во времени и в пространстве состояния сетки капилляров, что математически описывается трансформацией кривой распределения  $f(r)$  и соответствующим пересчетом ФЕС. Смещение кривой  $f(r)$  вдоль оси размеров пор в сторону больших радиусов отвечает, например, процессу кислотной обработки, когда происходит увеличение порового пространства за счет растворения карбонатной части породы, а сдвиг в сторону меньших размеров происходит при адсорбции полимера на поверхности порового скелета вплоть до закупоривания части каналов наименьшего радиуса [4, 5]. Трансформацию ФРП можно описать изменением параметров  $a$  и  $b$ : первый «отвечает» за сдвиг вдоль оси  $r$ , второй – за форму кривой  $f(r)$ . Рис. 1

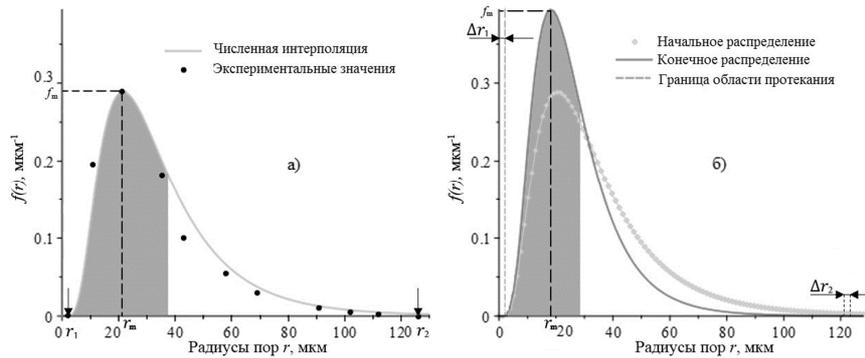


Рис. 1. Изменение кривой распределения пор по размерам при адсорбции полимера от начального (а) до конечного (б) состояния

иллюстрирует, как происходит процесс трансформации ФРП от ее начального состояния до окончания процесса адсорбции полимера на стенках капилляров. Для построения исходной  $f(r)$  были использованы экспериментальные данные [6]. На рис. 1, а показано распределение  $f(r)$  в «исходном» образце, построенное по экспериментальным точкам, а на рис. 1, б – уже трансформированная кривая распределения после прокачки полимера, полученная на основе результатов эксперимента на керне [7] (начальной ФРП отвечают параметры  $a = 0.5756$  и  $b = 0.8$ , интервал распределения от  $r_1 = 2$  мкм до  $r_2 = 123$  мкм, максимум достигается в  $r_m = 22$  мкм,  $f(r_m) = 0.29$  мкм $^{-1}$ ; конечному виду  $f(r)$  после окончания адсорбции отвечают  $a = 0.5536$  и  $b = 0.5799$ ,  $r_1 = 2$  мкм,  $r_2 = 120.5$  мкм,  $r_m = 19$  мкм,  $f(r_m) = 0.39$  мкм $^{-1}$ ).

При фильтрации полимерного раствора сквозь насыщенную пористую среду молекулы полимера, осаждаваясь на стенках капилляров, как уменьшают радиусы крупных и средних каналов, так и перекрывают более «узкие» каналы, диаметр которых не позволяет полимерной молекуле пройти свободно через них, образуя «участки непроходимости». Процессы адсорбции и закупоривания каналов приводят к изменению формы и интервала функции распределения капилляров по размерам. Если предположить, как это сделано в работе [3], что скорость адсорбции не зависит от радиуса капилляра и происходит только сдвиг ФРП с сохранением длины интервала вероятности (ИВ) на некоторую величину, равную толщине адсорбированной пленки, то в области малых радиусов можем получить отрицательные значения  $r_1$  (левой границы ИВ). С учетом возможного размера полимерных глобул, перекрывающих капилляры, левая граница интервала вероятности может переместиться даже правее исходного  $r_1$  в противоположность к тенденции уменьшения значений  $r_2$  (правой границы ИВ). Таким образом, при сокращении длины интервала вероятности  $r_2 - r_1$  произойдет рост асимметрии ФРП со смещением моды  $r_m$  в область меньших значений и, соответственно, с ростом  $f(r_m)$ . Рассчитать все параметры ФРП можно из эксперимента, имея данные по свойствам полимера (размеру глобул и агрегатов), изменению пористости в результате адсорбции полимера, на основе которых можно вычислить изменение эффективного радиуса  $r_k$ , оценить порог непротекания  $\Delta r_1$  (минимальный размер капилляра, способного пропускать раствор с агрегатами из полимерных частиц) и определить сдвиг правой границы ИВ относительно исходного значения  $\Delta r_2$  так, чтобы для новой  $f(r)$  математическое ожидание случайной величины  $r$  равнялось вычисленному из эксперимента  $r_k$ . Заметим, что для карбонатных пород ФРП может иметь

качественно другой вид, например характеризоваться двумя модами (локальными максимумами) [6, 8], тогда расчет трансформации должен проводиться по-другому.

Математическое моделирование полимерного заводнения проводится в три этапа: 1) построение начальной функции распределения пор по размерам и начальных значений всех фильтрационно-емкостных параметров; 2) расчет связи всех параметров (пористости, проницаемости, капиллярного давления, средней толщины пленки), соответствующих динамике адсорбционного процесса; 3) численное моделирование процесса вытеснения нефти полимерным раствором в образце керна с вычислением КИН. Цель этих этапов – создать замкнутую модель, позволяющую использовать ее для расчета полимерного заводнения в масштабах зоны дренирования реальной скважины.

В качестве базового для настоящего исследования выбран эксперимент по обработке реального полноразмерного керна водным раствором полисахарида Gum Arabic [7]. В эксперименте проводилось измерение начальных значений пористости и проницаемости, а также контроль конечной проницаемости после прокачки через образец двух поровых объемов раствора полимера. В отсутствие данных по порометрии для образца, применяемого в [7], за исходные данные для построения ФРП примем результаты эксперимента [6] на схожем терригенном образце. В качестве замыкающих соотношений воспользуемся результатами измерений вязкости раствора в зависимости от концентрации полимера [9] и данными [10] по капиллярному давлению.

Предположим, что изначально исследуемый образец является изотропным и для каждого микрообъема распределение пор по размерам будет задаваться одной и той же функцией распределения  $f(r)$ , то есть до начала эксперимента по прокачке полимера для всего образца будет характерно одно и то же значение эффективного радиуса  $r_k$ . Затем на основе экспериментального значения начальной пористости образца керна  $m_0$  нами вычисляется шаг капиллярной решетки  $l_k$  (далее считается неизменным) и ее начальная абсолютная проницаемость  $k_0$  (по формуле Козени–Кармана) с учетом трехмерности капиллярной решетки и структурного коэффициента  $\beta_k$ . Константа  $\beta_k$  подбирается на основе сопоставления экспериментальных начальных значений пористости и проницаемости для реального керна, что и отражено в формулах (2), используемых и для связи текущих значений пористости  $m$  и проницаемости  $k$  в зависимости от изменяющегося в процессе адсорбции полимера эффективного радиуса  $r_k$ :

$$m = \frac{3\pi r_k^2}{l_k^2}, \quad k = \frac{\pi r_k^4}{\beta_k l_k^2}. \quad (2)$$

На втором этапе для каждого типа полимера вычисляется максимальная толщина полимерной пленки  $\Delta_{\max}$ , образующейся на внутренней поверхности капилляров. Для этого необходимо знать результаты физического эксперимента по контролю текущей навески (прироста массы образца) при прокачке полимерного состава изначально заданной концентрации или иметь данные по проницаемости/пористости на начало и по завершении обработки керна. Таким образом, по завершении адсорбционного процесса при изначально известных ФЕС с учетом трансформации ФРП вычисляется предельное изменение эффективного радиуса  $r_k^*$  относительно начального значения:  $\Delta r = r_k^* - r_k$ , именно это значение принимаем за  $\Delta_{\max}$ .

Для перерасчета функции распределения  $f(r)$  организуем итерационный процесс: на начальном этапе адсорбции предположим, что происходит простой сдвиг влево ФРП на некоторое малое текущее значение (шаг итерации). Для новой ФРП рассчитываем математическое ожидание, которое для капиллярной ячейки принимаем за новый эффективный радиус  $r_k$ , затем вычисляем текущую пористость,

проницаемость и капиллярное давление. На следующем шаге снова производим сдвиг ФРП и пересчет ФЕС. При достижении на левой границе ИВ значения предела непротекания фиксируем  $r_1 = \Delta r_1$  (для полимера Gum Arabic примем порог непротекания  $\Delta r_1 = 2$  мкм, что соответствует агрегату молекул размером примерно в 10 глобул, а в конкретном случае фактически совпало с начальным значением левой границы интервала вероятности, полученным при обработке результатов КТ для зерна [8]) и далее меняем только значение  $r_2$  на каждом шаге итерации до тех пор, пока эффективный радиус не уменьшится до значений, отвечающих конечному экспериментальному значению проницаемости и соответствующей пористости с учетом формул (2), где структурный коэффициент  $\beta_k = 233.83$  вычисляется из начальных данных для образца [7]. На каждом шаге итерации в соответствии с вычисленным значением эффективного диаметра определяется капиллярное давление по формуле Леверетта (3)

$$p_{\text{cap}} = \sqrt{\frac{m}{k}} \cos \Theta \sigma J(S), \quad (3)$$

где характерный размер  $\sqrt{k/m}$  принимается равным текущему эффективному радиусу  $r_k$ ,  $\sigma$  – поверхностное натяжение на границе «нефть–вода» (в расчетах принималось постоянным),  $\Theta$  – угол смачивания,  $J$  – функция Леверетта. При расчетах использовалась зависимость  $\cos \Theta J(S) = 0.0121S^{-4.34}$ , полученная на основе экспериментальных данных [10].

Для перехода к этапу фильтрационного моделирования необходимо задать начальное состояние насыщенностей и фильтрационные свойства фаз. На рис. 1 серым цветом показаны площади под графиками  $f(r)$  в интервалах меньших радиусов, которые схематично отражают состояние водонасыщенности образца до и после закачки полимерного состава. Интегрально по выделенному серым цветом интервалу на оси  $r$  можно подсчитать среднее значение радиуса, которому отвечает доля порового пространства, занятого водной фазой (согласно представлению, что более смачивающая фаза занимает преимущественно более тонкие капилляры). По соотношению закрашенных площадей на рис. 1 *a* и *b* можно судить об изменении, например, предельной начальной водонасыщенности. В работах [11–13] отмечено, что при вытеснении нефти полимерным раствором может происходить изменение объема заземленной воды в сторону его роста по мере уменьшения радиуса пор, что может влиять на значения начальной и конечной водонасыщенности и, соответственно, на вид функций относительных фазовых проницаемостей (ОФП). Кроме того, утверждается, что при полимерном заводнении значения функции ОФП для воды заметно уменьшаются, в то время как значения функции ОФП для нефти меняются в меньшей степени, а также уменьшается количество оставшейся в порах нефти. Однако авторы работы [11] отмечают, что в основном это касается гидрофильных образцов породы. В [12] описаны эксперименты по фильтрации гелевых систем (высококонцентрированных растворов полимеров), в том числе и через гидрофобные образцы породы, и установлено, что интенсивность адсорбции падает с ростом степени гидрофобности, хотя не исключается полностью, при этом полимер может влиять на смачиваемость породы, делая ее более гидрофильной, но существенного влияния на кривые ОФП в [12] не было установлено. В других экспериментах на зернах [13] зафиксировано, что чем выше вязкость полимерного раствора, тем сильнее снижается значение функции ОФП по воде. Итак, очевидно, что для различных типов образцов зерна и типов полимера нужны специальные исследования. Поскольку в рассматриваемой нами работе [7] на разных образцах при единой методике их подготовки получены различные данные по начальной насыщенности образцов перед обработкой химически активными составами, а для образца № 7, на котором проводилась закачка полимера Gum Arabic, не указаны

Табл. 1

## Константы расчета

Характеристика	Значение
Тип полимера	Полисахарид Gum Arabic
Молекулярная масса, млн г/моль	2.5
Размер глобулы, нм	20
Концентрация полимера, %	3
Вязкость раствора, мПа · с	1.94
Поверхностное натяжение на границе нефть – вода, Н/м	0.034
Начальная пористость образца, %	25.23
Начальная проницаемость образца, Д	0.245
Конечная проницаемость образца, Д	0.103

Табл. 2

## Расчетные параметры процесса при адсорбции полимера Gum Arabic

Параметр	Значение
Конечная пористость, %	16.4
Начальный эффективный радиус, мкм	26.1
Конечный эффективный радиус, мкм	21.0
Средняя толщина адсорбированной полимерной пленки, мкм	5.1
Начальное капиллярное давление, кПа	96.7
Конечное капиллярное давление, кПа	121.4

ни предельные значения водо- и нефтенасыщенностей, ни начальные (на момент перед закачкой полимера), мы выбрали диапазон изменения предельных значений водонасыщенности от  $S_* = 0.3$  до  $S^* = 0.7$  (что в среднем соответствует данным, полученным на других образцах), считая, что водонасыщенность перед закачкой полимера также равна 0.3. На рис. 1, а использованы именно эти значения для начальной водонасыщенности. После обработки (рис. 1, б) объем порового пространства уменьшился и, если принять то же значение объемной доли связанной воды – 0.3, то в абсолютном выражении этот объем будет меньше, как и объем остаточной нефти, при этом с учетом изменения объема порового пространства за счет образования полимерной пленки и эффекта «запирания» мелких капилляров в абсолютном выражении объем «заземленной воды» растет, что качественно соответствует выводам цитируемых выше работ. Принятая схема применена при расчете динамики вытеснения. При этом ОФП принимались на основе данных по расходу в экспериментах [7] на образце зерна № 7.

В табл. 1 перечислены некоторые характеристики полимера Gum Arabic и значения параметров, использованные при расчете для исходной концентрации полимера, равной 3%, на основе данных [7, 9, 10]. Рассчитанные нами ФЕС на момент завершения процесса адсорбции полимера Gum Arabic приведены в табл. 2 (параметры округлены до десятых долей). На рис. 2 показана связь текущей пористости и других параметров (капиллярного давления, эффективного радиуса, проницаемости), отнесенных к начальным значениям.

Третий этап заключается в моделировании двух серий экспериментов [7] при вытеснении нефти водой и водным раствором полимера. Используемый в эксперименте образец зерна изначально экстрагируется, затем последовательно проводятся процессы пропитки, дренажа и только потом исследуется процесс вытеснения водным раствором полимера с целью установления дополнительного коэффициента извлечения нефти (КИН) в сравнении с процессом простой пропитки (вы-

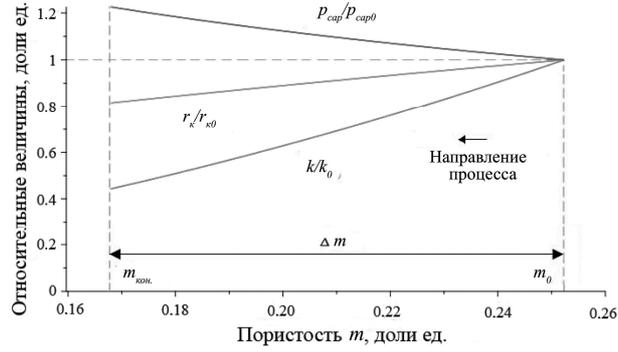


Рис. 2. Изменение относительных значений капиллярного давления, эффективного радиуса, проницаемости в зависимости от пористости

теснения нефти водой). В связи с конструкционными особенностями проведения физических экспериментов на ядрах для моделирования будем использовать уравнения изотермической фильтрации в одномерной постановке для двух подвижных фаз (водного раствора полимера и нефти) и одной неподвижной (минеральной матрицы пористого скелета). Осаждение полимерных частиц будем отслеживать по изменению массовой концентрации полимера ( $c$ ) в водном растворе за счет интенсивности адсорбционного процесса  $J_{pa}(c)$ , рассчитывая при этом значение пористости  $m$  и связанных с ней проницаемости  $k$ , функции распределения  $f(r)$ , эффективного радиуса капиллярной решетки  $r_k$ . В рамках теории взаимодействующих континуумов запишем гидродинамическую модель многокомпонентной двухфазной фильтрации, состоящую из уравнений неразрывности для водной и нефтяной фаз, уравнения изменения концентрации полимера, уравнения изменения пористости за счет адсорбции полимера, а также уравнений для скорости фильтрации водной фазы  $w_w$ , характеризующейся насыщенностью  $S$ , и нефтяной  $w_o$ , имеющей насыщенность  $(1 - S)$ :

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial S m c}{\partial t} + \frac{\partial w_w c}{\partial x} &= - \frac{J_{pa}(c)}{\rho_{pw}}, \\
 \frac{\partial (1 - S) m}{\partial t} + \frac{\partial w_o}{\partial x} &= 0, \\
 \frac{\partial S m (1 - c)}{\partial t} + \frac{\partial w_w (1 - c)}{\partial x} &= 0, \\
 \frac{\partial m}{\partial t} &= - \frac{J_{pa}(c)}{\rho_{rock}}, \\
 w_w &= - \frac{k k'_w}{\mu_w} \frac{\partial p_w}{\partial x}, \\
 w_o &= - \frac{k k'_o}{\mu_o} \frac{\partial p_o}{\partial x}.
 \end{aligned} \tag{4}$$

При записи системы уравнений учтено, что концентрация полимера мала (менее 5%), поэтому можно полагать, что плотность водного раствора  $\rho_{pw}$  меняется несущественно и близка к плотности пластовой воды (например, при концентрации до 3% полимера Gum Arabic разница составляет менее 0.9%):  $\rho_{pw} \approx \rho_w = 1000 \text{ кг/м}^3$ . Кроме того, считаем, что тонкая полимерная пленка, адсорбируемая на поверхности капилляров, меняет пористость  $m$ , но не приводит к заметному изменению

плотности скелета  $\rho_{\text{rock}} = 2580 \text{ кг/м}^3$ . Принимая условие квазиравновесной фильтрации, будем считать, что давления в водной  $p_w$  и нефтяной  $p_o$  фазах различаются на капиллярное давление  $p_{\text{cap}} = p_o - p_w$ , рассчитываемое по формуле (3), которое зависит от кривизны межфазной поверхности, то есть от эффективного радиуса капилляров. Пренебрегая относительными скоростями компонент водного раствора полимера, будем полагать, что скорости фильтрации (приведенные скорости) для обеих компонент (полимерной и «неполимерной») равны  $w_w = Smv_w$ , где  $v_w$  – истинная скорость движения воды. Считаем, что скорости фильтрации как водной  $w_w$ , так и нефтяной  $w_o$  фаз описываются в соответствии с обобщенным законом Дарси без учета гравитационной составляющей. Относительные фазовые проницаемости фаз изначально подбираются в соответствии с адаптацией расчетов к результатам лабораторных экспериментов по вытеснению водой:  $k'_w = 0.38S^2 - 0.18S + 0.02$ ,  $k'_o = 0.52S^2 - 0.81S + 0.31$ . Влияние на ОФП изменения формы кривой распределения пор по размерам при использовании полимерного состава определенной концентрации можно учесть, опираясь на перколяционные формулы [15]. Однако оценочные расчеты ОФП по указанным формулам показали незначительное их изменение, поэтому в модели использовались неизменные числовые зависимости для ОФП на интервале водонасыщенности 0.3–0.7, которые были получены путем адаптации к экспериментальным данным по расходу и конечным значениям КИН. В динамике скорость движения флюидов меняется в зависимости, во-первых, от вязкости полимерного раствора с учетом изменения концентрации полимера в водной фазе при адсорбции, во-вторых, от абсолютной проницаемости, напрямую зависящей от интенсивности образования полимерной пленки, изменяющей функцию распределения, в-третьих, от водонасыщенности в конкретном сечении образца. Считаем, что динамический коэффициент вязкости нефти  $\mu_o = 4.96 \text{ мПа}\cdot\text{с}$  остается неизменным, а вязкость водного раствора  $\mu_{pw}(c)$  меняется относительно вязкости «чистой воды»  $\mu_w = 0.89 \text{ мПа}\cdot\text{с}$  с ростом концентрации полимера [16] по формуле:  $\mu_{pw}/\mu_w = 4110.79c^2 - 84c + 1$ . Интенсивность адсорбции  $J_{pa}$  считаем зависящей от концентрации ( $c$ ) и скорости фильтрации водного раствора ( $w_w$ ) таким образом, чтобы интегрально по времени получить полную массу адсорбированного полимера  $M_p$ , которую можно вычислить по экспериментальным данным, если известны значения навески (прироста массы пористого образца), либо оценить по разнице начальной и конечной пористости, зная концентрацию водного раствора полимера, плотность полимера  $\rho_p$ , скорость закачки (объемный расход водного раствора)  $Q_{pw}$  и время эксперимента  $T$  (или соответствующее количество прокачанных поровых объемов), отвечающего излому кривой КИН (выходу на «плато»), которое можно интерпретировать как завершение адсорбционного процесса во всем объеме экспериментального образца ( $V = \pi d^2 L/4$ ) длины  $L$  и диаметра  $d$ :

$$J_{pa} = \frac{\rho_p}{T} j_1(c)j_2(w_w), \quad M_p = \int_V \int_0^T J_{pa} dt dV. \quad (5)$$

Примем  $j_1 = c(1 - \Delta(t)/\Delta_{\text{max}})$ , где  $\Delta(t) = \Delta r_k$  – текущая эффективная толщина пленки,  $\Delta_{\text{max}}$  – максимальная толщина (средняя на конец эксперимента);  $j_2(w_w) = j\pi d^2 w_w/4Q_{pw}$  (в расчетах согласно [7, 17] приняты константы  $\Delta_{\text{max}} = 8.6 \text{ мкм}$ ,  $\rho_p = 700 \text{ кг/м}^3$ ,  $T = 133 \text{ с}$ ,  $4Q_{pw}/\pi d^2 = 0.58 \cdot 10^{-6} \text{ м/с}$ ; поправочный коэффициент  $j = 2.36$  получаем на основе сопоставления численного и экспериментального значений пористости и КИН по окончании сорбционного процесса).

В эксперименте экстрагированный образец зерна длиной 6.1 см и диаметром 5.5 см первоначально насыщался соляным раствором, который затем вымещался

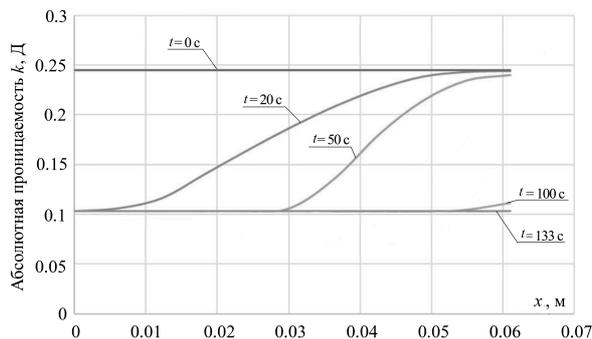


Рис. 3. Расчетное изменение проницаемости по длине образца в ходе прокачки полимерного состава

нефтью. Далее в два этапа проводились эксперименты по вытеснению: сначала процесс пропитки (насыщения водой) с контролем объема вытесненной нефти и рассчитывался КИН (коэффициент извлечения нефти). На втором этапе керн снова насыщали нефтью и проводили вытеснение с раствором полисахарида Gum Arabic на водной основе. Проводился контроль проницаемости в зависимости от объема закачки полимера (до двух поровых объемов). В результате количество нефти, вытесненной с помощью полимерного раствора, оказалось на 5.2% выше, чем при вытеснении водой. Произошло также уменьшение пористости с 25.2% до 16.4% и проницаемости с 0.245 до 0.103 Д.

Далее представлены результаты численного моделирования описанных экспериментов по вытеснению нефти. На рис. 3 показано, как меняется со временем абсолютная проницаемость в каждом сечении образца при адсорбции полимера в процессе вытеснения нефти полимерным раствором концентрации 3%. Окончание эксперимента отвечает двум прокачанным поровым объемам контрольного образца. Как видим, конечная проницаемость в образце изменяется до экспериментальных значений, представленных в табл. 1, при этом процесс адсорбции на начальном участке образца протекает за первые 50 с и полностью завершается примерно на 133-й секунде при прокачке 0.8 поровых объемов раствора полимера, что коррелирует с данными эксперимента [7]. Каждому значению проницаемости соответствуют свои значения пористости, капиллярного давления и эффективного радиуса (рис. 2), вычисленные для текущего вида функции распределения пор по размерам.

На рис. 4 показано изменение КИН при различных типах вытеснения: сплошная черная линия отвечает результатам численного моделирования вытеснения нефти «чистой» водой, а сплошная серая линия – раствором полимера концентрации 3% с учетом кривых ОФП, продемонстрированных в правой части рисунка. На рис. 4 также показаны пунктирными линиями результаты лабораторных экспериментов по вытеснению водой (черного цвета) и полимерным раствором (серого цвета) [7]. Горизонтальная двойная шкала отражает время эксперимента и число прокачанных объемов. Анализ экспериментальных точек КИН на начальном временном интервале (до 0.3 прокачанных объемов) дает основание полагать, что сначала преобладает приток воды. Из этого можно сделать предположение, что в процессе подготовки кернового образца (последовательно проведенных пропитке и дренаже), по-видимому, образовались «каналы прорыва» воды на тонких капиллярах, что характерно для состояния обводненного коллектора на практике. Именно этим эффектом неравномерности водонасыщенности в образце керна перед проведением эксперимента по вытеснению объясняется несовпадение численных

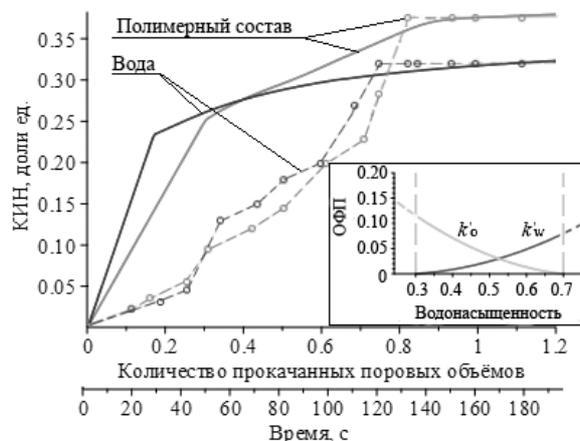


Рис. 4. Сравнение расчетных (сплошные линии) и экспериментальных (пунктирные линии) КИН при вытеснении водой (черная линия) и 3%-ным раствором полимера (серая линия)

и экспериментальных значений КИН при прокачке малых объемов вытесняющих жидкостей. Поскольку в работе [7] нет данных как о начальном распределении водонасыщенности в контрольном образце, так и о предельных значениях водо- и нефтенасыщенностей, реализующихся в данном эксперименте, возможно получить сравнение КИН для модельного и реального экспериментов лишь на поздних этапах закачки при «выравнивании» фронта вытеснения. При этом, как можно видеть из рис. 4, расчетные профили соответствуют классическому представлению об образовании фронта пропитки при вытеснении водным раствором пластового флюида значительно более высокой вязкости (одномерной модели Рапопорта–Лиса). Кроме того, ввиду отсутствия экспериментальных данных по начальным и предельным значениям насыщенностей фаз расчет проводился при неизменных границах окна подвижности 0.3–0.7 (в долях к текущему поровому объему) и коэффициентах для функций ОФП (приведены выше), полученных с ориентацией на конечные экспериментальные значения КИН при вытеснении «чистой» водой. Численные результаты при вытеснении полимерным раствором получены без дополнительной адаптации ОФП, и наблюдаемый на рис. 4 выход графиков КИН на экспериментальный уровень при полимерном вытеснении свидетельствует о правильном учете в модели уменьшения абсолютной проницаемости в процессе адсорбции, приводящего к уменьшению доли объема, открытого для фильтрации. Заметим, что неизменность числовых значений границ окна подвижности при общей тенденции к уменьшению порового пространства в абсолютном выражении дает рост суммарного объема, занятого смесью воды и полимера (с учетом объема осевшего полимера) и снижение в абсолютном выражении объема остаточной нефти, что происходит на фоне повышения вязкости вытесняющего агента и ведет, соответственно, к снижению отношения подвижностей вытесняющей и вытесняемой фаз. Первый излом на расчетных кривых при вытеснении водой и при полимерном вытеснении отвечает прорыву фронта водонасыщенности с последующим слабым ростом КИН. Второй излом на полимерной кривой свидетельствует об окончании сорбционного процесса.

На рис. 5 показаны относительные изменения КИН для различных концентраций полимера. Эффект изменения качества вытеснения объясняется более интенсивным процессом адсорбции с ростом концентрации полимера в водном растворе,

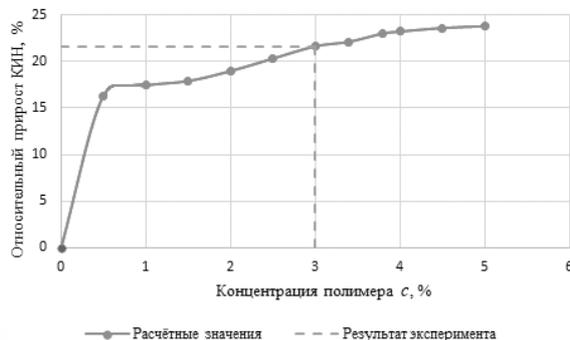


Рис. 5. Изменение КИН при различных концентрациях раствора

ускорением трансформации матрицы порового коллектора и изменением подвижностей вытесняющего и вытесняемого флюидов. Расчетное начальное отношение подвижности по воде ( $k'_w/\mu_{pw}$ ) к подвижности по нефти ( $k'_o/\mu_o$ ) для условий моделируемого эксперимента составило 3.75. В результате обработки полимерным составом низкой концентрации (3%) отношение подвижностей уменьшилось до значения 1.72. Отметим, что данные значения подвижностей получены для точки пересечения кривых ОФП по воде и нефти. Если провести расчет по значениям ОФП в предельных точках, то относительное снижение подвижностей после обработки полимерным составом будет иметь фактически то же значение, что и в первом случае ( $1.72/3.75 = 0.46$  и изменится не более чем на 1.5% в диапазоне концентраций до 5%). При использовании растворов более высокой концентрации можно дополнительно снизить соотношение подвижностей, однако максимальный относительный прирост КИН достигается при концентрации полимера 5%, что объясняет нецелесообразность применения более концентрированных растворов на практике.

### Заключение

Построенный численный алгоритм определения фильтрационно-емкостных и гидродинамических параметров дает возможность проводить моделирование процесса полимерного заводнения и других технологических схем повышения нефтеотдачи пластов с достаточной степенью достоверности, о чем свидетельствует хорошая корреляция численных и экспериментальных результатов по конечным КИН и приросту КИН за счет адсорбции полимера. При расчете получено повышение КИН на 5.2%, что соответствует экспериментальному уровню. Расчетное повышение концентрации полимера с 3% до 5% дает прогноз роста КИН от 38% до 38.5%, то есть максимального повышения КИН на 5.7% относительно КИН по воде (без применения полимера).

**Благодарности.** Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта № 19-07-00433.

### Литература

1. Тимохин П.Ю., Михайлюк М.В. Технология создания мультизадачной графической оболочки системы визуализации цифровой модели ядра // Вестн. кибернетики. – 2018. – № 3. – С. 247–254.

2. Михайлюк М.В., Тимохин П.Ю., Мальцев А.В., Никитин В.Ф., Скрылева Е.И., Тюренкова В.В. Моделирование и визуализация процесса вытеснения нефти из пористой среды // Вестн. кибернетики. – 2016. – № 3. – С. 32–38.
3. Кравченко М.Н., Кадет В.В., Ярши В.В., Диева Н.Н., Лицуж А.Н. Перколяционный подход к гидродинамическому моделированию заводнения с использованием активных агентов // SOCAR Proc. – 2020. – No 1. – P. 029–035. – doi: 10.5510/OGP20200100419.
4. Закиров Т.Р., Никифоров А.И. Влияние режимов фильтрации на эффективность кислотного воздействия на нефтяные пласты // Нефтепромысловое дело. – 2013. – № 8. – С. 21–26.
5. Кравченко М.Н., Диева Н.Н., Мурадов А.В. Моделирование термо-химического воздействия на керогеносодержащие пласты с учетом изменения фильтрационно-емкостных свойств // Сб. тр. XII Всерос. съезда по фундам. проблемам теор. и прикл. механики. – Уфа: Изд-во РИЦ БашГУ, 2019. – Т. 4. – С. 374–376.
6. Дмитриев Н.М., Максимов В.М., Дмитриев М.Н., Кузьмичев А.Н., Мурадов А.В., Кравченко М.Н. Двухфазная фильтрация в анизотропных средах. Теория и эксперимент // Сб. докл. XI Всерос. съезда по фундам. проблемам теор. и прикл. механике. – Казань: Изд-во КФУ, 2015. – С. 1199–1201.
7. John M.F., Olabode O.A., Egeonu G.I., Ojo T.I. Enhanced oil recovery of medium crude oil (31° Api) using nanoparticles and polymer // Int. J. Appl. Eng. Res. – 2017. – V. 12, No 19. – P. 8425–8435.
8. Цыбульский С.П., Гусев Н.И., Константинов А.А., Кравченко М.Н. Экспериментальное определение влияния кислотной обработки образцов ядерного материала на анизотропию ФЕС // Междунар. науч.-практ. конф. «Актуальные вопросы исследования нефтегазовых пластовых систем»: Тез. докл. – М.: Газпром ВНИИГАЗ, 2020. – С. 140.
9. Atgie M. Composition and structure of Gum Arabic in solution and at oil-water interfaces: PhD Thesis. – Inst. National Polytechnique de Toulouse, 2018. – 163 p.
10. Константинов М.Ю. Определение функций относительных фазовых проницаемостей при наличии капиллярных эффектов: Дис. ... канд. техн. наук. – М., 2001. – 185 с.
11. Schneider F.N., Owens W.W. Steady state measurements of relative permeability for polymer/oil systems // SPE J. – 1982. – V. 22, No 01. – P. 79–86. – doi: 10.2118/9408-PA.
12. Liang J.-T., Sun H., Seright R.S. Why do gels reduce water permeability more than oil permeability? // SPE Res. Eng. – 1994. – V. 10, No 04. – P. 282–286. – doi: 10.2118/27829-PA.
13. Seright R.S., Wang D., Lerner N., Nguen A., Sabid J., Tochor R. Beneficial relative permeabilities for polymer flooding // Proc. SPE Improved Oil Recovery Conf., Tulsa, Oklahoma, USA, Apr. 2018. – 2018. – Art. SPE-190321-MS, P. 14–18. – doi: 10.2118/190321-MS.
14. Egorov A.V., Hasanov Sh.M., Kravchenko M.N., Magadova L.A. Mathematical modeling of acid treatment of inhomogeneous limestone and sandstone reservoirs // Physical and Mathematical Modeling of Processes in Geomedia: Proc. 3rd Int. Sci. Sch. of Young Scientists. – Moscow, 2017. – P. 16–18.
15. Kadet V.V., Galechyan A.M. Percolation model of relative permeability hysteresis // J. Appl. Mech. Tech. Phys. – 2013. – V. 54, No 3. – P. 423–432. – doi: 10.1134/S0021894413030115.

16. *Al-Assaf S., Amar V., Phillips G.O.* Characterisation of Gum Ghatti and comparison with Gum Arabic // *Gums and Stabilisers for the Food Industry* / Ed. by P.A. Williams, G.O. Phillips. – R. Soc. Chem., 2008. – P. 280–290.
17. *Хаддад Д.М.* Совершенствование процесса получения рафинированного гуммиарабика: Дис. . . канд. техн. наук. – М., 2009. – 104 с.

Поступила в редакцию  
18.01.2021

**Кравченко Марина Николаевна**, кандидат физико-математических наук, доцент кафедры нефтегазовой и подземной гидромеханики

Российский государственный университет нефти и газа (национальный исследовательский университет) имени И.М. Губкина

пр-т Ленинский, д. 65, корп. 1, г. Москва, 119991, Россия

E-mail: *kravchenko.m@gubkin.ru*

**Ивлев Михаил Игоревич**, аспирант кафедры нефтегазовой и подземной гидромеханики

Российский государственный университет нефти и газа (национальный исследовательский университет) имени И.М. Губкина

пр-т Ленинский, д. 65, корп. 1, г. Москва, 119991, Россия

E-mail: *mix.ivleff@gmail.com*

**Пантелей Клим Денисович**, инженер АСУ

Российский государственный университет нефти и газа (национальный исследовательский университет) имени И.М. Губкина

пр-т Ленинский, д. 65, корп. 1, г. Москва, 119991, Россия

E-mail: *kpanteley@mail.ru*

ISSN 2541-7746 (Print)

ISSN 2500-2198 (Online)

UCHENYE ZAPISKI KAZANSKOGO UNIVERSITETA.  
SERIYA FIZIKO-MATEMATICHESKIE NAUKI  
(Proceedings of Kazan University. Physics and Mathematics Series)

2021, vol. 163, no. 2, pp. 128–142

ORIGINAL ARTICLE

doi: 10.26907/2541-7746.2021.2.128-142

### Mathematical Modeling of Sorption Processes Considering the Transformation of the Porous Matrix

*M.N. Kravchenko\**, *M.I. Ivlev\*\**, *K.D. Pantelei\*\*\**

*National University of Oil and Gas “Gubkin University”, Moscow, 119991 Russia*

E-mail: *\*kravchenko.m@gubkin.ru*, *\*\*mix.ivleff@gmail.com*, *\*\*\*kpanteley@mail.ru*

Received January 18, 2021

#### Abstract

The paper addresses the results of the polymer flooding process hydrodynamic modeling considering changes in the reservoir properties of the porous matrix and the fluids properties. Application of a multiphase filtration mathematical model requires the system closure considering the data of oil displacement with a specific type of polymer. A method for processing

the results of the experiment on core samples with displacement process modeling, considering the real-time transformation of the pore size distribution curve during polymer adsorption, is suggested. Based on the hydrodynamic calculations, we estimate the dependence of the rate of the adsorption process on the concentration of the polymer solution, the rate of pumping of the surfactant through the sample, the processing time, and the current thickness of the polymer film formed for the specific compositions and structure of the sample used. A comparison of the simulation results with the data of dynamic experiments on oil displacement with Gum Arabic polymer solution showed a good correlation of the calculated and experimental data, which confirms the possibility of using a hydropercolation approach to predict the oil recovery coefficient when using various polymer substances at specific fields.

**Keywords:** numeric modeling, multiphase filtration, pore size distribution, polymer flooding

**Acknowledgments.** The study was supported by the Russian Foundation for Basic Research (project no. 19-07-00433).

### Figure Captions

Fig. 1. Transformation of the pore size distribution curve during polymer adsorption from the initial (*a*) to final (*b*) states.

Fig. 2. Changes in the relative values of capillary pressure, effective radius, and permeability depending porosity.

Fig. 3. Estimated permeability changes along the sample length during the polymer pumping.

Fig. 4. Comparison of the estimated (solid lines) and experimental (dashed lines) values of the oil recovery coefficient on displacement by water (black line) and 3% polymer solution (gray line).

Fig. 5. Changes in the oil recovery coefficient at different solution concentrations.

### References

1. Timokhin P.Yu., Mikhailyuk M.V. Technology for creating a multitasking graphical shell to visualize a digital core model. *Vestn. Kibern.*, 2018, no. 3, pp. 247–254. (In Russian)
2. Mikhailyuk M.V., Timokhin P.Yu., Mal'tsev A.V., Nikitin V.F., Skryleva E.I., Tyurenkova V.V. Modeling and visualizing the process of oil displacement from a porous medium. *Vestn. Kibern.*, 2016, no. 3, pp. 32–38. (In Russian)
3. Kravchenko M.N., Kadet V.V., Yarysh V.V., Dieva N.N., Lishchuk A.N. Percolation approach to hydrodynamic modeling of flooding through active agents. *SOCAR Proc.*, 2020, no. 1, pp. 029–035. doi: 10.5510/OGP20200100419.
4. Zakirov T.R., Nikiforov A.I. The influence of filtering modes on the efficiency of acid treatment of oil. *Neftepromysl. Delo*, 2013, no. 8, pp. 21–26. (In Russian)
5. Kravchenko M.N., Dieva N.N., Muradov A.V. Modeling the thermochemical treatment of kerogen-containing layers regarding changes in permeability and porosity. *Sb. tr. XII Vseros. s'ezda po fundam. problemam teor. i prikl. mekhaniki* [Proc. XII All-Russ. Conf. on Fundamental Problems of Theoretical and Applied Mechanics]. Vol. 4. Ufa, Izd. RITS BashGU, 2019, pp. 374–376. (In Russian)
6. Dmitriev N.M., Maksimov V.M., Dmitriev M.N., Kuz'michev A.N., Muradov A.V., Kravchenko M.N. Two-phase filtration in anisotropic media. Theory and experiment. *Sb. dokl. XI Vseros. s'ezda po fundam. problemam teor. i prikl. mekhanike* [Proc. XI All-Russ. Conf. on Fundamental Problems of Theoretical and Applied Mechanics]. Kazan, Izd. KFU, 2015, pp. 1199–1201. (In Russian)

7. John M.F., Olabode O.A., Egeonu G.I., Ojo T.I. Enhanced oil recovery of medium crude oil (31° Api) using nanoparticles and polymer. *Int. J. Appl. Eng. Res.*, 2017, vol. 12, no. 19, pp. 8425–8435.
8. Tsybul'skii S.P., Gusev N.I., Konstantinov A.A., Kravchenko M.N. Experimental determination of the effect of acid treatment of core samples on permeability and porosity anisotropy. *Mezhdunar. nauch.-prakt. konf. "Aktual'nye voprosy issledovaniya neftegazovykh plastovykh sistem"* [Proc. Int. Sci.-Pract. Conf. "Current Problems of Oil and Gas Reservoir Systems Research"]. Moscow, Gazprom VNIIGAZ, 2020, p. 140. (In Russian)
9. Atgie M. Composition and structure of Gum Arabic in solution and at oil-water interfaces. *PhD Thesis*. Inst. Natl. Polytech. Toulouse, 2018. 163 p.
10. Konstantinov M.Yu. Determination of relative phase permeability functions in the presence of capillary effects. *Cand. Tech. Sci. Diss.* Moscow, 2001. 185 p. (In Russian)
11. Schneider F.N., Owens W.W. Steady state measurements of relative permeability for polymer/oil systems. *SPE J.*, 1982, vol. 22, no. 01, pp. 79–86. doi: 10.2118/9408-PA.
12. Liang J.-T., Sun H., Seright R.S. Why do gels reduce water permeability more than oil permeability? *SPE Res. Eng.*, 1994, vol. 10, no. 04, pp. 282–286. doi: 10.2118/27829-PA.
13. Seright R.S., Wang D., Lerner N., Nguen A., Sabid J., Tochor R. Beneficial relative permeabilities for polymer flooding. *Proc. SPE Improved Oil Recovery Conf., Tulsa, Oklahoma, USA, Apr. 2018*, 2018, art. SPE-190321-MS, pp. 14–18. doi: 10.2118/190321-MS.
14. Egorov A.V., Hasanov Sh.M., Kravchenko M.N., Magadova L.A. Mathematical modeling of acid treatment of inhomogeneous limestone and sandstone reservoirs. *Physical and Mathematical Modeling of Processes in Geomedia: Proc. 3rd Int. Sci. Sch. of Young Scientists*. Moscow, 2017, pp. 16–18.
15. Kadet V.V., Galechyan A.M. Percolation model of relative permeability hysteresis. *J. Appl. Mech. Tech. Phys.*, 2013, vol. 54, no. 3, pp. 423–432. doi: 10.1134/S0021894413030115.
16. Al-Assaf S., Amar V., Phillips G.O. Characterisation of Gum Ghatti and comparison with Gum Arabic. In: Williams P.A., Phillips G.O. (Eds.) *Gums and Stabilisers for the Food Industry*. R. Soc. Chem., 2008, pp. 280–290.
17. Haddad D.M. Improvement of the process of obtaining refined Gum Arabic. *Cand. Tech. Sci. Diss.* Moscow, 2009. 104 p. (In Russian)

---

⟨ **Для цитирования:** Кравченко М.Н., Ивлев М.И., Пантелей К.Д. Математическое моделирование сорбционных процессов с учетом трансформации пористой матрицы // Учен. зап. Казан. ун-та. Сер. Физ.-матем. науки. – 2021. – Т. 163, кн. 2. – С. 128–142. – doi: 10.26907/2541-7746.2021.2.128-142. ⟩

⟨ **For citation:** Kravchenko M.N., Ivlev M.I., Pantelei K.D. Mathematical modeling of sorption processes considering the transformation of the porous matrix. *Uchenye Zapiski Kazanskogo Universiteta. Seriya Fiziko-Matematicheskie Nauki*, 2021, vol. 163, no. 2, pp. 128–142. doi: 10.26907/2541-7746.2021.2.128-142. (In Russian) ⟩