

УДК 519.958

## НЕКОТОРЫЕ АСПЕКТЫ ЧИСЛЕННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ПЛАЗМЫ СО СПЛОШНЫМИ И КАПИЛЛЯРНО-ПОРИСТЫМИ МАТЕРИАЛАМИ

*И.Ш. Абдуллин, В.С. Желтухин, О.В. Панкратова, И.Р. Сагбиев*

### Аннотация

В работе построена математическая модель процесса обработки сплошных и капиллярно-пористых материалов (КПМ) в высокочастотной (ВЧ) плазме пониженного давления. Предлагаемая модель является основой для теоретического исследования взаимодействия низкотемпературной плазмы и КПМ, а также для разработки практических методик расчета технологических параметров ВЧ-плазменной обработки материалов. Необходимость разработки модели связана с перспективами практического применения этого вида плазмы.

### Введение

Рассматривается ВЧ-разряд в инертном газе при давлении газа  $p = 13.3 \div 133$  Па, частоте поля  $f = 1 \div 18$  МГц, мощности разряда  $0.5 \div 5$  кВт. Генерируемая при этом плазма характеризуется следующими параметрами: степенью ионизации  $10^{-5} \div 10^{-3}$ , концентрацией электронов  $n_e = 10^{15} \div 10^{18}$  м<sup>-3</sup>, температурой электронного газа  $1 \div 4$  эВ, температурой атомов и ионов  $0.02 \div 0.08$  эВ [1]. Оценки элементарных процессов показали, что средние длины свободного пробега электронов  $\bar{l}_e$  и ионов  $\bar{l}_i$  в высокочастотной плазме пониженного давления составляют  $\bar{l}_e \sim 10^{-3}$  м,  $\bar{l}_i \sim 10^{-5}$  м, радиус Дебая  $\lambda_D \sim 10^{-5}$  м.

В экспериментах [1–3] установлено, что воздействие ВЧ-плазмы пониженного давления на КПМ приводит к модификации свойств во всем объеме образца, а не только на его поверхности. Это противоречит имеющимся представлениям о взаимодействии плазмы с пористыми материалами.

Плазма внутрь КПМ не проникает, так как размеры пор в исследуемых материалах не превышают длин свободного пробега заряженных частиц и дебаевского радиуса. Воздействие только вакуума или только электрического поля не приводит к изменению свойств материала. Таким образом, изменения свойств материала в объеме являются результатом специфического взаимодействия плазмы и КПМ.

Физический механизм взаимодействия ВЧ-плазмы пониженного давления с материалами рассмотрен ниже.

### 1. Физическая модель

Как известно, тело, помещенное в плазму, заряжается отрицательно, а в его окрестности, непосредственно примыкающей к поверхности, образуется двойной электрический слой – область, в которой нарушается условие квазинейтральности. Такая ситуация характерна для произвольной плазмы. Толщина двойного слоя оценивается величиной дебаевского радиуса  $\lambda_D$ .

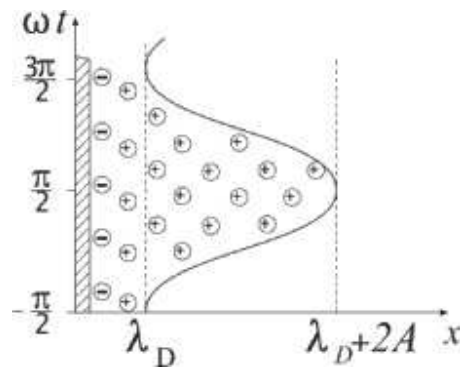


Рис. 1. Структура СПЗ у поверхности образца в ВЧ-плазме пониженного давления

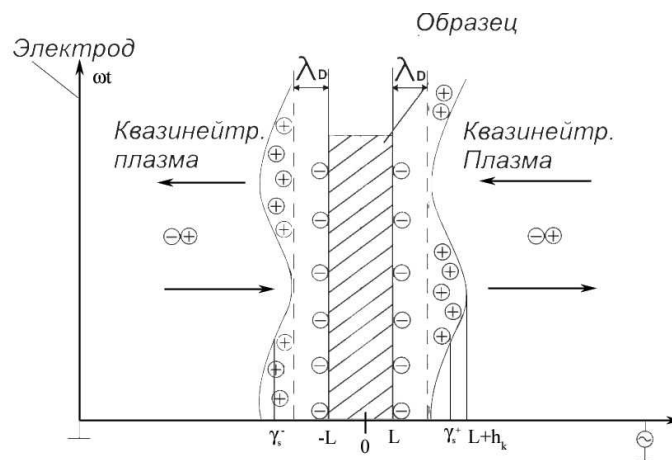


Рис. 2. Схема взаимодействия ВЧ-плазмы пониженного давления с образцом. Стрелками показано направление движения электронов в электрическом поле

В плазме ВЧ-разряда любое тело независимо от его проводящих свойств становится дополнительным электродом [4]. Поэтому у его поверхности так же, как и в приэлектродной области ВЧ-емкостного разряда [5], образуется слой положительного заряда (СПЗ) толщиной порядка  $10^{-3}$  м, причиной возникновения которого являются колебания электронного газа относительно малоподвижных ионов в осциллирующем электрическом поле.

Ионы плазмы ускоряются в электрическом поле СПЗ до энергий  $10 \div 100$  эВ и бомбардируют поверхность образца. Низкоэнергетическая ионная бомбардировка является основной причиной модификации свойств поверхности материалов, как сплошных, так и капиллярно-пористых.

Особенностью ВЧ-плазменной обработки КПМ является, как отмечено выше, объемный характер воздействия. Рассмотрим его возможный механизм.

В СПЗ, возникшем у поверхности изолированного тела в ВЧ-плазме пониженного давления, можно выделить двойной слой толщиной  $\lambda_D$  и область колебаний электронного газа толщиной порядка  $10^{-3}$  м (см. рис. 1).

Поверхность образца в ВЧ-плазме пониженного давления подвергается воздействию потоков электронов и ионов. В среднем за период колебания поля электронный и ионный потоки на поверхности равны. Однако динамика их разная. Поток

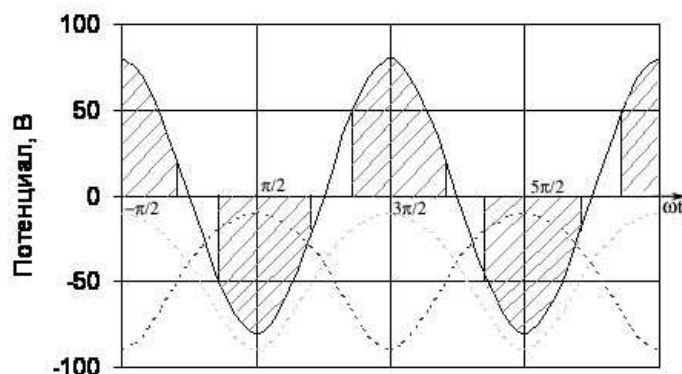


Рис. 3. Схема динамики потенциала противоположных сторон образца диэлектрического КПМ. Заштрихована зона пробоя пор и капилляров

ионов поступает на внешнюю поверхность образца в течение всего периода колебаний ВЧ-поля под влиянием отрицательного заряда тела, а электроны поступают из плазмы только в полупериод положительной, относительно вектора внешней нормали, напряженности поля в виде импульса тока, длительность которого зависит от условий в разряде.

В соответствии с динамикой потоков ионов и электронов на поверхность образца плотности поверхностного заряда противоположных сторон образца и потенциал, создаваемый этими зарядами, увеличиваются и уменьшаются в противофазе друг с другом (см. рис. 2). Минимальное значение потенциала каждой стороны соответствует плавающему потенциалу

$$|\varphi_{\text{П, min}}| = \left( \frac{kT_l}{2e} \right) \ln \left( \frac{m_i}{\gamma m_e} \right) \approx 6 \div 20 \text{ В}; \quad (1)$$

где  $\gamma = 2\pi/c^2$ ,  $c = 1,247$  [6],  $m_i$  — масса иона,  $m_e$  — масса электрона.

Максимальное значение потенциала, как показали результаты экспериментальных измерений [7], достигает 100 В. Таким образом, амплитуда разности потенциалов противоположных сторон образца составляет  $\Delta\varphi = \varphi_{\text{П, max}} - \varphi_{\text{П, min}} \approx 80 \div 90$  В при толщине плоского образца  $0.5 \div 1$  мм, разность потенциалов создает электрическое поле внутри КПМ напряженностью  $10^4 \div 10^5$  В/м.

Из-за разности диэлектрических проницаемостей вещества КПМ и газа напряженность электрического поля в газовых промежутках в несколько раз больше среднего значения. Поэтому напряженности электрического поля, создаваемого в порах и капиллярах в процессе обработки ВЧ-плазмой пониженного давления, достаточно для их пробоя. Пробой газа в порах и капиллярах происходит в моменты наибольшей напряженности электрического поля с частотой  $2\omega$  (см. рис. 3).

Заряженные частицы, возникающие при пробое, рекомбинируют на стенках пор и капилляров с выделением энергии рекомбинации, что приводит к модификации свойств материала во всем объеме образца.

## 2. Математическая модель

**2.1. Основные предположения.** Будем рассматривать установившиеся высокочастотные разряды в инертном газе, считая, что плазма состоит из трех видов частиц: нейтральных атомов, электронов и положительных однозарядных ионов.

Допустим, что размеры образца КПМ, помещенного в плазму, много больше толщины СПЗ, образец является плоским, параметры СПЗ однородны вдоль поверхности тела. Тогда математическая модель параметров взаимодействия ВЧ-плазмы пониженного давления с КПМ можно рассматривать в одномерном по пространственным координатам приближении.

В данной работе мы рассмотрим модель процессов, которые происходят в зоне контакта квазинейтральной ВЧ-плазмы пониженного давления с образцом, а также внутри КПМ.

Следует отметить, что и в объеме плазмы, и на границе с телом, и внутри КПМ происходит большое количество элементарных физических процессов, сильно различающихся по характерным пространственным, временным и энергетическим масштабам.

**2.2. Математическая модель процессов в зоне контакта плазмы с телом.** При исследовании СПЗ следует учитывать, что граница «СПЗ – плазма» колеблется вместе с изменением знака поля. Так как плазма ВЧ-разряда пониженного давления является термически неравновесной, то между СПЗ и невозмущенной плазмой можно выделить область, так называемый «предслой», в которой  $k_B T \leq e|\varphi_p| \leq k_B T_e$  [6], где  $e$  – заряд электрона,  $\varphi_p$  – потенциал электрического поля,  $T$  – температура атомов и ионов,  $k_B$  – постоянная Больцмана,  $T_e$  – температура электронов.

Мгновенное значение ВЧ-плавающего потенциала образца не может быть меньше величины постоянно плавающего потенциала  $\varphi_{\Pi, \min}$ . Электроны плазмы, обладающие энергией  $\tilde{\varepsilon} < e|\varphi_{\Pi, \min}|$ , не могут преодолеть потенциальный барьер. Соответственно, расстояние от границы квазинейтральной плазмы до поверхности образца не может быть меньше дебаевского радиуса

$$\lambda_D = \sqrt{\frac{k_B \varepsilon_0 T_e}{n_e e^2}}, \quad (2)$$

где  $n_e$  – концентрация электронов,  $\varepsilon_0$  – электрическая постоянная.

Толщина СПЗ  $h_k$  оценивается удвоенной амплитудой колебаний электронов относительно положения равновесия:

$$h_k = 2 \cdot A + \lambda_D = \frac{2eE_a}{m_e \nu_c \omega} + \lambda_D = \frac{2\mu_e E_a}{\omega} + \lambda_D, \quad (3)$$

где  $E_a$  – амплитуда колебаний напряженности электрического поля,  $\nu_c$  – частота упругих столкновений электронов с атомами и ионами,  $\mu_e$  – подвижность электронов.

Положение границы  $\gamma_s$  плазмы в каждый момент времени определяется условием равенства кинетической энергии электронов  $\tilde{\varepsilon}_e$  и запирающей энергии потенциального барьера:

$$\tilde{\varepsilon}_e(\gamma_s) = -e\varphi_p(\gamma_s). \quad (4)$$

Распределение потенциала электрического поля в плазме и диэлектрическом теле описывается уравнением Пуассона:

$$\frac{d}{dx} \left( \varepsilon \frac{d}{dx} \varphi_p(x, t) \right) = \frac{e}{\varepsilon_0} (n_i(x, t) - n_e(x, t)), \quad t > 0 \quad (5)$$

с граничными условиями:

$$\varphi_p|_{\pm\infty} = 0, \quad \left[ \frac{\partial \varphi_p}{\partial x} \right] \Big|_{\pm L} = -\frac{q_b(\pm L, t)}{2\varepsilon\varepsilon_0}, \quad t > 0. \quad (6)$$

Здесь  $n_i$  – концентрация ионов,  $\varepsilon$  – диэлектрическая проницаемость среды,  $\varphi_p(x, t)$  – значение потенциала электрического поля в точке  $(x, t)$ ,  $L$  – половина толщины образца.

Если тело – проводник, то второе из условий (6) принимает вид

$$\frac{\partial \varphi_p(\pm L, t)}{\partial x} = -\frac{q_b(\pm L, t)}{2\varepsilon\varepsilon_0}, \quad t > 0. \quad (7)$$

В граничных условиях (6) плотность электрического заряда  $q_b$  на поверхностях образца  $(\pm L)$  определяется уравнениями

$$\frac{dq_b(\pm L, t)}{dt} = j_e(\pm L, t) - j_i(\pm L, t), \quad t > 0, \quad (8)$$

$$q_b(\pm L, t) = q_{b0}, \quad \text{где} \quad j_{e,i} = -e \left( \frac{D_{e,i}}{n_{e,i}} \cdot \frac{\partial n_{e,i}}{\partial x} \pm \mu_{e,i} E \right), \quad E = -\frac{d\varphi_p}{dx}. \quad (9)$$

Здесь  $E$  – напряженность электрического ВЧ-поля,  $D_{e,i}$  – коэффициенты электронной и ионной диффузии,  $\mu_{e,i}$  – коэффициенты подвижности электронов и ионов,  $j_{e,i}$  – плотности электронного и ионного тока. В формуле (9) знак «+» соответствует ионам, знак «-» – электронам.

Движение ионов в квазинейтральной плазме и СПЗ описывается уравнением неразрывности:

$$\frac{\partial n_i}{\partial t} = -\frac{d}{dx} (D_i \cdot \frac{dn_i}{dx} + \mu_i \mathbf{E} n_i) + \nu_i n_e, \quad x > L + \lambda_D, \quad x < -(L + \lambda_D), \quad t > 0, \quad (10)$$

$$n_i(x, 0) = n_i^{(0)} \quad x > L + \lambda_D, \quad x < -(L + \lambda_D), \quad (11)$$

$$\left( D_i \frac{\partial n_i}{\partial x} + \mu_i \mathbf{E} n_i \right) \Big|_{\pm(L+\lambda_D)} = n_i \bar{v}_i, \quad \forall t > 0. \quad (12)$$

Движение электронов в квазинейтральной плазме описывается аналогичным уравнением:

$$\frac{\partial n_e}{\partial t} = -\frac{d}{dx} (D_e \cdot \frac{dn_e}{dx} - \mu_e \mathbf{E} n_e) + \nu_i n_e, \quad x < \gamma_s^-(t), \quad x > \gamma_s^+(t), \quad t > 0, \quad (13)$$

$$n_e(x, 0) = n_e^{(0)} \quad x < \gamma_s^-(t), \quad x > \gamma_s^+(t). \quad (14)$$

Граничные условия для электронного газа, в отличие от задачи (10)–(12), ставятся на подвижной границе «плазма – СПЗ»  $\gamma_s(t)$ :

$$\left( D_e \frac{\partial n_e}{\partial x} - \mu_e E n_e \right) \Big| = \frac{n_e \bar{v}_e}{4} \left( 1 + \frac{\pi e E}{m_e \nu_{ce}} \right), \quad x = \gamma_s^+, \gamma_s^-, \quad \forall t > 0. \quad (15)$$

Здесь  $m_e$  – масса электрона,  $\nu_{ce}$  – частота упругих столкновений электронов,  $\bar{v}_e$  – средняя скорость электрона.

Для описания движения заряженных частиц в слое, непосредственно прилегающем к поверхности тела, использовались следующие уравнения. Для движения ионов в двойном слое:

$$\frac{d\mathbf{v}_i}{dt} = \frac{e\mathbf{E}_{loc}}{m_i}, \quad \frac{d\mathbf{r}_i}{dt} = \mathbf{v}_i, \quad t > 0, \quad (16)$$

$$\mathbf{v}_i(0) = \mathbf{n}, \quad \mathbf{r}_i(0) = \lambda_d \mathbf{n}, \quad \mathbf{E}_{loc} = \Sigma_k \mathbf{E}_{loc,k}, \quad (17)$$

где  $\mathbf{E}_{loc,k}$  – вектор напряженности электрического поля, создаваемого локальным зарядом на поверхности,  $\mathbf{E}_{loc}$  – вектор напряженности электрического поля системы зарядов.

Для описания движения электронов в СПЗ  $\gamma_s^-(t) < x < L^-$ ,  $L^+ < x < \gamma_s^-(t)$  используются уравнения:

$$\frac{d\mathbf{v}_e}{d\tau} = \frac{e\mathbf{E}_{loc}}{m_e}, \quad \frac{d\mathbf{r}_e}{d\tau} = \mathbf{v}_e, \quad \tau > t, \quad (18)$$

$$\mathbf{v}_e(0) = \left( \frac{2 \cdot \tilde{\varepsilon}_e}{m_e} \right)^{1/2} \cdot \mathbf{n}, \quad \mathbf{r}_e(t) = \gamma_s(t)\mathbf{n}, \quad (19)$$

где  $\mathbf{v}_i$ ,  $\mathbf{v}_e$  – вектора скоростей ионов и электронов,  $m_i$  – масса ионов,  $m_e$  – масса электронов,  $\mathbf{r}_i$ ,  $\mathbf{r}_e$  – радиус-векторы ионов и электронов.

**2.3. Математическая модель процессов в КПМ.** В данной работе мы рассматриваем диэлектрические КПМ. Поэтому ВЧ-электрическое поле проникает внутрь него. Распределение потенциала электрического поля в КПМ описывается уравнением (5) с граничным условием (6).

Относительная диэлектрическая проницаемость  $\varepsilon$  вычислялась как средняя величина ее значений для газовой среды в порах и для вещества КПМ

$$\varepsilon = (1 - P) \cdot \varepsilon_{col} + P \cdot \varepsilon_{por}, \quad -L < x < L, \quad (20)$$

где  $P$  – пористость материала,  $\varepsilon_{col}$ ,  $\varepsilon_{por}$  – диэлектрическая проницаемость вещества КПМ и газа в порах соответственно.

Процесс пробоя капиллярно-пористого материала в общем случае может быть записан в виде системы дифференциальных уравнений первого порядка следующего вида:

$$\frac{dn_e}{dt} = f(E), \quad \frac{dn_i}{dt} = f(E), \quad t > 0 \quad (21)$$

с начальными условиями

$$n_e(0) = 0, \quad n_i(0) = 0, \quad (22)$$

где  $f(E)$  – скорость рождения и гибели заряженных частиц в порах:

$$f(E) = \begin{cases} 0, & E < E_0, \\ A \cdot \exp(-B_0 \cdot p/(E - E_0)), & E > E_0. \end{cases} \quad (23)$$

Здесь  $A_0$ ,  $B_0$ ,  $C_0$  – коэффициенты аппроксимации, зависящие от свойств материала, пористости,  $E_0$  – пороговое значение напряженности поля.

**2.4. Обсуждение модели.** Математическая модель взаимодействия ВЧ-плазмы пониженного давления с поверхностью сплошных твердых тел учитывает наличие двух подобластей: 1) подобласти квазинейтральной плазмы с предслоем и 2) подобласти, в которой отсутствует ионизационное равновесие. Математическая модель взаимодействия ВЧ-плазмы с КПМ представляет собой систему трех задач (4)–(22), которые взаимосвязаны между собой в единый блок и должны решаться совместно.

Общий алгоритм решения задачи применительно к исследованию взаимодействия плазмы с КПМ выглядит следующим образом.

Решив уравнение Пуассона (5) с граничными условиями (6), определяем величину потенциала электрического поля в плазме и внутри образца. Это уравнение эллиптического типа с граничными условиями, зависящими от величины

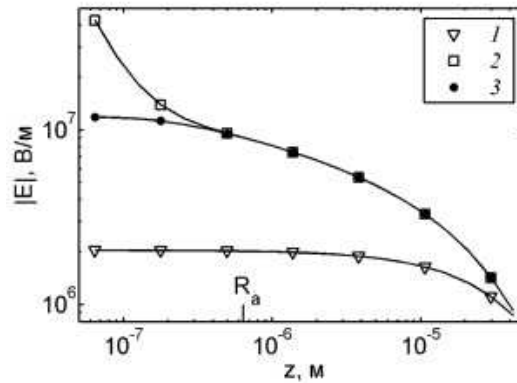


Рис. 4. Распределение напряженности электрического поля в двойном электрическом слое возле неравномерно заряженной поверхности диэлектрического образца: 1 – поле равномерно заряженной плоскости, 2 – поле над локальными электрическими зарядами, 3 – поле между локальными электрическими зарядами

поверхностного заряда, значение которого периодически меняется и нуждается в пересчете в различные моменты времени.

Далее, для решения системы необходимо по известному значению потенциала  $\varphi_p(x, t)$  вычислить положение границы СПЗ, которые определяются уравнением (4), связывающим значение потенциала электрического поля с потенциальным барьером. Это нелинейное трансцендентное уравнение, сложность решения которого заключается в том, что значение функции  $\varphi_p(x, t)$  определяется в процессе решения уравнения Максвелла. Результатом решения рассматриваемого уравнения является набор координат, определяющих положение границы СПЗ.

Дифференциальное уравнение параболического типа (10) с граничными условиями третьего рода определяет концентрацию ионов в квазинейтральной области и СПЗ. Коэффициенты этого уравнения терпят разрыв на границе СПЗ, которая динамически изменяется со временем (осциллирует с частотой поля).

Дифференциальное уравнение параболического типа (13), определяющее пространственно-временное распределение концентрации электронов в предслое, необходимо решать в области с подвижной границей.

Следует отметить, что уравнения (4), (5), (10) необходимо решать совместно на каждом временном слое; при этом результаты численной реализации одного уравнения являются исходными данными для следующего уравнения и так далее. Это существенно усложняет процесс численной реализации задачи,

Предварительные расчеты задач, входящих в систему, показали, что существуют вычислительные трудности, связанные с разномасштабностью характерных величин, большими градиентами напряженности электрического поля и ангармоническим движением границы «плазма – СПЗ».

### 3. Результаты расчетов

С помощью представленной математической модели проведены предварительные расчеты отдельных параметров взаимодействия ВЧ-плазмы пониженного давления с материалами, ответственных за модификацию поверхности твердых тел.

Установлено, в частности, что в двойном электрическом слое напряженность электрического поля, вычисленная как суперпозиция электрических полей, создаваемых поверхностными зарядами (рис. 4), почти на порядок выше напряженно-

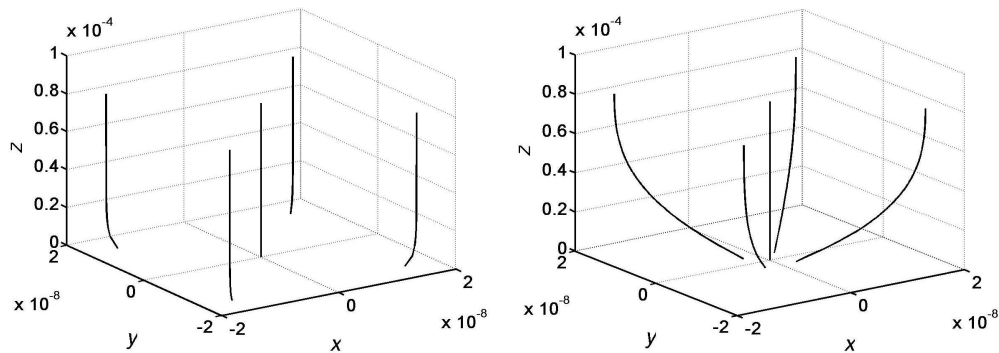


Рис. 5. Траектории ионов в двойном диэлектрическом слое при разных начальных скоростях  $v_0$ . Прямая линия в центре показывает траекторию иона, влетевшего в двойной слой над местом локализации электрического заряда, кривые линии – траектории ионов, влетевших между локальными электрическими зарядами; на левом рисунке скорость ионов составляет  $1.55 \cdot 10^4$  м/с, на правом –  $0.49 \cdot 10^5$  м/с

сти плоского поля. При этом неравномерность распределения поля, обусловленная неоднородностью распределения поверхностного электрического заряда, является существенной на расстояниях порядка расстояния  $R_\alpha$  между точками локализации заряда.

Таким образом, ионный поток в двойном слое в соответствии с искривлением силовых линий электрического поля в непосредственной близости к поверхности фокусируется на неоднородностях поверхностного электрического заряда (рис. 5). На этих рисунках центральная прямая линия соответствует траектории иона, влетевшего в двойной слой над точкой локализации заряда, кривые линии – траектории ионов, попавших в слой между точками локализации заряда.

Таким образом, при обработке в ВЧ-плазме пониженного давления наибольшему воздействию подвергаются в первую очередь области с повышенной локальной плотностью поверхностного заряда, что позволяет проводить избирательную обработку поверхности [1].

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект № 07-01-00674а).

### Summary

*I.S. Abdullin, V.S. Zheltukhin, O.V. Pankratova, I.R. Sagbiev.* Some aspects of simulation of interaction between plasma and solids as well as capillary-porous material.

A mathematical model of solids as well as capillary-porous materials (CPM) treatment by low pressure RF plasmas is constructed. The model is a base for theoretical investigations of interaction between low temperature plasmas materials, as well as for technological parameters calculation of different materials plasma treatment in practical work. Necessity of model construction is stimulated by abilities of practical using of RF plasmas treatment of different materials.

### Литература

1. *Абдуллин И.Ш., Желтухин В.С., Кашанов Н.Ф.* Высоочастотная плазменно-струйная обработка материалов при пониженных давлениях. Теория и практика применения. – Казань: Изд-во Казан. ун-та, 2000. – 348 с.



2. *Абдуллин И.Ш., Абуталипова Л.Н., Желтухин В.С., Красина И.И.* Высоочастотная плазменная обработка в динамическом вакууме капиллярно-пористых материалов. Теория и практика применения. – Казань: Изд-во Казан. ун-та, 2004. – 427 с.
3. *Абдуллин И.Ш., Желтухин В.С., Кудинов В.В.* Физическая модель взаимодействия высоочастотной плазмы с твердыми телами в динамическом вакууме // Физ. и хим. обработка материалов. – 2003. – № 4. – С. 40–46.
4. *Вознесенский Э.Ф., Дресвянников А.Ф., Красина И.В., Кулецов Г.Н.* Структурные изменения кожевенных материалов под воздействием высоочастотной плазмы пониженного давления // Вестн. Казан. технол. ун-та. – Казань: КГТУ, 2005. – № 2, Ч. II. – С. 265–269.
5. *Левитский С.М.* Потенциал пространства и распыление электронов в высоочастотном разряде // Журн. техн. физ. – 1957. – Т. 27, Вып. 5. – С. 1001–1009.
6. *Райзер Ю.П., Шнейдер М.Н., Яценко Н.А.* Высоочастотный емкостный разряд: Физика. Техника эксперимента. Приложения. – М.: Изд-во Моск. физ.-техн. ин-та; Физматлит, 1995. – 320 с.
7. *Абдуллин И.Ш., Исрафиллов И.Х., Гафаров И.Г., Шаехов М.Ф.* Единый эколого-технологический комплекс модификации среды обитания человека с помощью сорбционной очистки гидросферы. – Казань: Изд-во Казан. ун-та. – 2001. – 419 с.

Поступила в редакцию  
26.10.07

---

**Абдуллин Ильдар Шаукатович** – доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой плазмохимических и нанотехнологий высокомолекулярных материалов Казанского государственного технологического университета.

E-mail: [abdullin\\_i@kstu.ru](mailto:abdullin_i@kstu.ru)

**Желтухин Виктор Семенович** – доктор физико-математических наук, доцент, заведующий кафедрой математической статистики Казанского государственного университета.

E-mail: [victor.zheltukin@ksu.ru](mailto:victor.zheltukin@ksu.ru)

**Панкратова Ольга Владиславовна** – кандидат физико-математических наук, доцент кафедры вычислительной математики Казанского государственного университета.

E-mail: [olga\\_pankratova@rambler.ru](mailto:olga_pankratova@rambler.ru)

**Сагбиев Ильгизар Раффакович** – кандидат технических наук, доцент кафедры теоретических основ теплотехники Казанского государственного технологического университета.

E-mail: [sagbiev@mail.ru](mailto:sagbiev@mail.ru)