

### Задача 1

Почему, когда мы режем хлеб, перемещаем нож вперед-назад, а не только сверху вниз?

### Решение

При ответе на этот вопрос можно указать на две причины.

1. На острие ножа обычно имеются микроскопические зазубрины. При движении лезвия зазубрины цепляются за частицы предмета (например, поролона) и разрывают между ними связи.

2. Если лезвие аккуратно наточено, и можно считать, что зазубрин на его режущей кромке практически нет, как, например, на лезвии бритвы, то и таким ножом легче разрезать предмет, если перемещать нож вперед – назад.

Остановимся на этом случае подробнее.

Пусть лезвие ножа представляет собой клин с углом  $\alpha$  ([рис.1](#)). Очевидно, легче резать ножом, у которого режущий угол  $\alpha$  меньше.

Поместим мысленно нож на поролон и отметим на поверхности поролона три точки  $A$ ,  $B$  и  $C$ . Пусть точка  $C$  касается лезвия ножа. При резании точки  $A$  и  $B$  будут касаться разных граней лезвия, а точка  $C$  вместе с ребром ножа опустится вниз. Таким образом, в поролон оказывается вдавленным клин с углом  $ACB$  ([рис.2](#)). Сравним величину этого угла в двух случаях:

1. нож движется вдоль нормали к поверхности поролона (вдавливается в поролон);

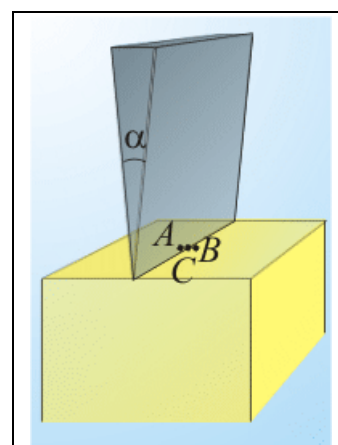


Рис. 1

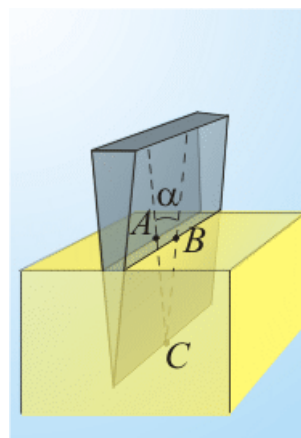


Рис.2

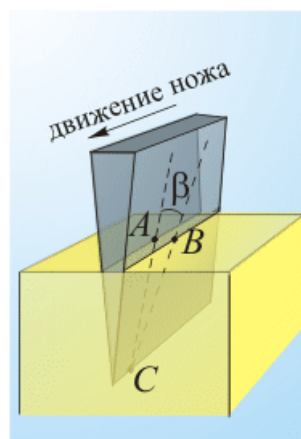


Рис. 3

2. нож движется под некоторым углом к нормали.

В первом случае точки  $A$ ,  $C$ ,  $B$  находятся в плоскости нормальной к поверхности поролона ([рис.2](#)).

Во втором случае точка  $C$  смещается вдоль линии разреза, и плоскость  $ACB$  будет образовывать некоторый угол с нормалью к поверхности поролона ([рис.3](#)).

Если в обоих случаях нож погружается на одну и ту же глубину, расстояние  $|AB|$  будет одинаковым, а расстояния  $|AC|$  и  $|BC|$  во втором случае окажутся больше.

Значит, в случае, когда нож перемещается вдоль поверхности, режущий угол  $ACB$  оказывается меньше. Поэтому для разрезания можно прикладывать меньшую силу. Это и наблюдалось в эксперименте. В случае, когда нож не перемещался вдоль линии разреза, поролон сминался заметно больше. Это значит, что на него действовала большая сила, и требовались большие усилия со стороны режущего.

Вопрос о соответствии приведённых соображений и закона сохранения энергии предлагаем рассмотреть самостоятельно.

## Задача 2

Муха заметила на столе каплю меда, пролетая точно над ней горизонтально со скоростью  $v_0$  на высоте  $H$ . Как надо двигаться мухе, чтобы как можно быстрее добраться до меда? Считайте, что не смотря на гравитацию, муха способна развивать ускорение  $a$  в любом направлении.

**Решение.** Муха не может двигаться к капле меда по кратчайшему пути — сначала придется «погасить» начальную скорость  $v_0$ , а на это нужно время. Траектория явно будет криволинейной. Однако легко указать систему отсчета, в которой траектория мухи прямолинейна, — это система отсчета, движущаяся со скоростью  $v_0$  относительно стола. В этой системе отсчета муха  $A$  вначале неподвижна и может начинать движение в любом направлении, а капля меда  $B$  убегает от нее по столу со скоростью, по модулю равной  $v_0$ . Теперь даже муха сообразит: двигаться нужно по прямой на некую «упрежденную» точку  $C$ , и двигаться нужно с максимально возможным ускорением  $a$  (см. рис. а) Тогда

$$AC = \frac{at^2}{2}, BC = v_0 t.$$

Из прямоугольного треугольника  $ABC$ :  $\left(\frac{at^2}{2}\right)^2 = (v_0 t)^2 + H^2$ , откуда

$$t = \frac{v_0}{a} \cdot \sqrt{2\left(1 + \sqrt{1 + \left(\frac{aH}{v_0^2}\right)^2}\right)}.$$

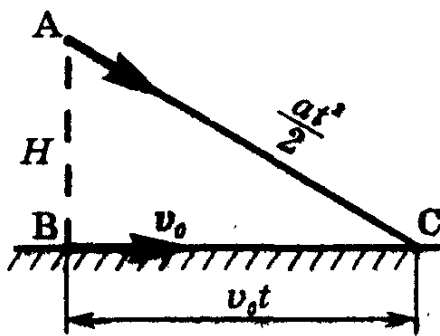


Рис. а

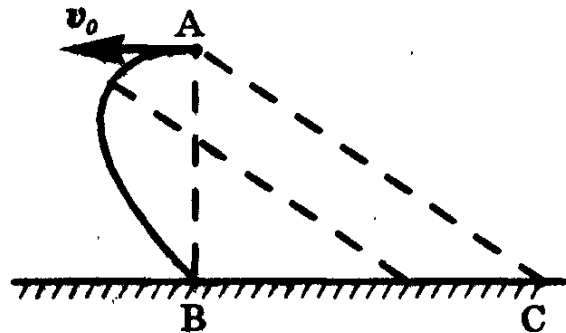


Рис. б

В неподвижной системе отсчета ускорение мухи то же (так как  $v_0 = \text{const}$ ); значит, движение будет равноускоренным. Однако за счет начальной скорости траектория превращается в параболу, ось которой параллельна  $a$  (т. е. отрезку  $AC$ ). Примерный вид траектории показан на рис. б.

### Задача 3

Лестница, поставленная к стене, начинает скользить, когда ее угол наклона равен  $\alpha$ . Чему равен коэффициент трения о стену, если коэффициент трения о пол равен  $\mu$ .

### Решение

Запишем уравнение движения, когда лестница начинает скользить:

$$x: \quad mg - N_{\Pi} - \mu_c N_c = 0$$

$$y: \quad N_c - \mu N_{\Pi} = 0$$

$$\text{моменты:} \quad \frac{mgl}{2} \cos\alpha - N_{\Pi} l \cos\alpha + \mu N_{\Pi} l \sin\alpha = 0$$

Решая эти уравнения получим:

$$\mu_c = \frac{1}{\mu} - \operatorname{tg}\alpha$$

### Задача 4

Почему, не очень хорошо видящие люди, если не носят очки, часто прищуриваются?

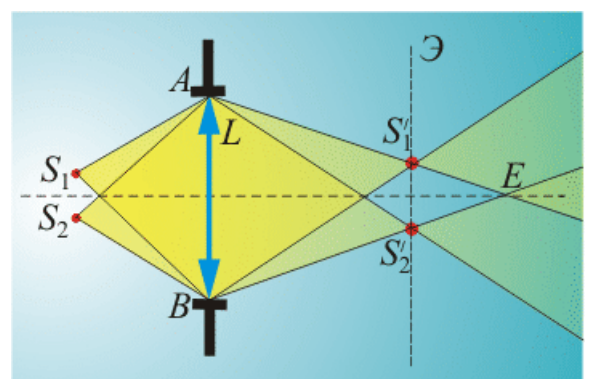
### Решение

Когда люди щурятся, ресницы частично перекрывают ход световых лучей. В результате, последние проходят не через весь хрусталик, а только через его часть. Хрусталик глаза представляет собой линзу, формирующую изображение на сетчатке, поэтому рассмотрим далее, что происходит с изображением, если некоторый непрозрачный экран (диафрагма) частично перекрывает линзу

Любой предмет, изображение которого мы хотим получить с помощью линзы, можно представить как набор светящихся точек. Каждая точка предмета будет давать своё изображение на экране, а все вместе они создают изображение предмета.

Какая картина возникнет на экране, если предмет состоит только из двух точек?

На рисунке показана линза  $L$ , диаметр которой  $|AB|$ . Перед линзой расположены две светящиеся точки  $S_1$  и  $S_2$ . Точка  $S_1$  посылает пучок лучей в телесный



угол  $AS_1B$ . После линзы до точки  $S_1'$  этот пучок будет сходящимся, а после точки  $S_1'$  – расходящимся. Точка  $S_1'$  является изображением точки  $S_1$ .

Аналогично, формируется и точка  $S_2'$  – изображение точки  $S_2$ .

Если установить экран  $\mathcal{E}$  точно в плоскости изображений (это положение показано пунктирной линией на рисунке), то на нём будут наблюдаться две яркие точки. Если сместить экран, например, вправо, то, вместо точек  $S_1'$  и  $S_2'$ , на нём образуются два светлых кружка, диаметры которых зависят от положения экрана. Если установить экран за точкой  $E$ , то кружки будут перекрываться тем сильнее, чем дальше от линзы окажется экран. Изображение полностью размоется.

Если уменьшить диаметр светового пучка пропуская его через диафрагму, или через “решетку” ресниц, уменьшение телесных углов  $AS_1B$  и  $AS_2B$  приведет к уменьшению диаметров кружков в плоскости экрана. Кружки перестанут перекрываться, и резкость изображения возрастет.

Интересно так же отметить, что при стремлении диаметра диафрагмы к нулю резкое изображение предмета можно наблюдать даже в том случае, если экран значительно удалить от плоскости изображения. При этом значение фокусного расстояния линзы, а значит и её наличие (!), становятся неважными. Практическое использование малых отверстий для получения резкого изображения предметов ограничивается тем, что яркость получаемых изображений мала.

## 10 класс

### Задача 1

Почему, не очень хорошо видящие люди, если не носят очки, часто прищуриваются?

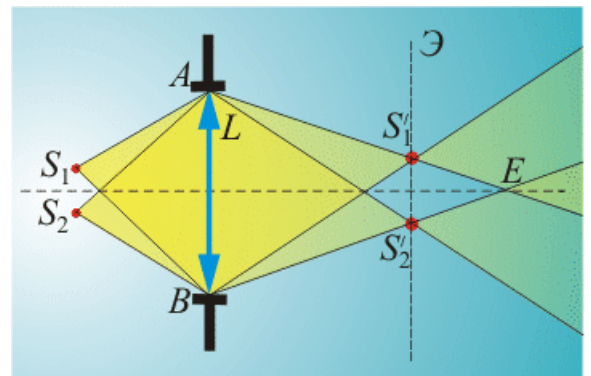
### Решение

Когда люди щурятся, ресницы частично перекрывают ход световых лучей. В результате, последние проходят не через весь хрусталик, а только через его часть. Хрусталик глаза представляет собой линзу, формирующую изображение на сетчатке, поэтому рассмотрим далее, что происходит с изображением, если некоторый непрозрачный экран (диафрагма) частично перекрывает линзую

Любой предмет, изображение которого мы хотим получить с помощью линзы, можно представить как набор светящихся точек. Каждая точка предмета будет давать своё изображение на экране, а все вместе они создают изображение предмета.

Какая картина возникнет на экране, если предмет состоит только из двух точек?

На рисунке показана линза  $L$ , диаметр которой  $|AB|$ . Перед линзой расположены две светящиеся точки  $S_1$  и  $S_2$ . Точка  $S_1$  посылает пучок лучей в телесный угол  $AS_1B$ . После линзы до точки  $S_1'$  этот пучок будет сходящимся, а после точки  $S_1'$  – расходящимся. Точка  $S_1'$  является изображением точки  $S_1$ .



Аналогично, формируется и точка  $S_2'$  – изображение точки  $S_2$ .

Если установить экран  $\mathcal{E}$  точно в плоскости изображений (это положение показано пунктирной линией на рисунке), то на нём будут наблюдаться две яркие точки. Если сместить экран, например, вправо, то, вместо точек  $S_1'$  и  $S_2'$  на нём образуются два светлых кружка, диаметры которых зависят от положения экрана. Если установить экран за точкой  $E$ , то кружки будут перекрываться тем сильнее, чем дальше от линзы окажется экран. Изображение полностью размоется.

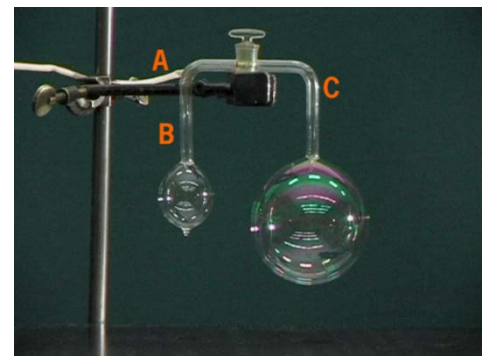
Если уменьшить диаметр светового пучка пропуская его через диафрагму, или через “решетку” ресниц, уменьшение телесных

углов  $AS_1B$  и  $AS_2B$  приведет к уменьшению диаметров кружков в плоскости экрана. Кружки перестанут перекрываться, и резкость изображения возрастет.

Интересно так же отметить, что при стремлении диаметра диафрагмы к нулю резкое изображение предмета можно наблюдать даже в том случае, если экран значительно удалить от плоскости изображения. При этом значение фокусного расстояния линзы, а значит и её наличие (!), становятся неважными. Практическое использование малых отверстий для получения резкого изображения предметов ограничивается тем, что яркость получаемых изображений мала.

### Задача 2

На концах стеклянной трубочки надули два мыльных пузыря разных радиусов. Что произойдет, если позволить воздуху беспрепятственно переходить из пузыря в пузырь?



### Решение

Как известно, вдоль поверхности жидкости действуют силы поверхностного натяжения.

Рассмотрим состояние равновесия маленькой части поверхности мыльного пузыря, сечение которой показано на [рис. 1](#). Это состояние достигается, когда сила давления  $F$ , действующая изнутри пузыря, уравнивает силу атмосферного давления  $F_0$  и равнодействующую сил поверхностного натяжения  $F_n$ :

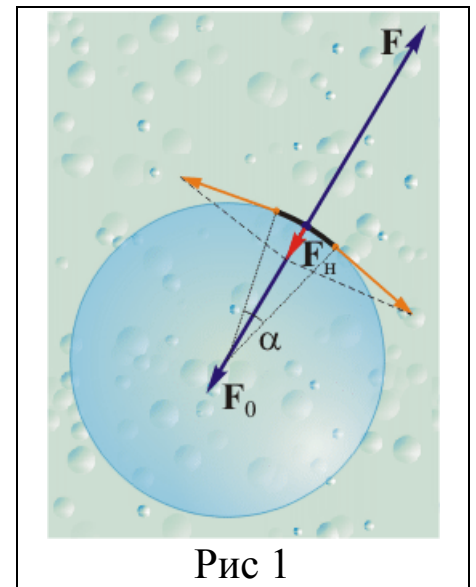


Рис 1

$$p \cdot s = p_0 \cdot s + F_n \quad (1)$$

(здесь  $s$  – площадь выбранной части поверхности,  $p$  и  $p_0$  – давления внутри и вне пузыря).

Из рисунка видно, что величина  $F_n$  зависит от угла  $\alpha$ . Чем меньше  $\alpha$ , тем меньше  $F_n$ . Выделим одинаковые по площади элементы поверхности двух пузырей разного радиуса ([рис. 2](#)).

Очевидно, что  $\alpha_1 > \alpha_2$ . При этом  $F_{н1} > F_{н2}$ . Тогда из уравнения (1) следует, что давление внутри пузыря меньшего радиуса будет больше. Если теперь соединить полости этих пузырей, воздух будет перетекать из меньшего в больший. Это и наблюдалось в показанном опыте.

Величину  $F_n/s$ , называют давлением Лапласа, в честь французского ученого, который показал, что разность давлений снаружи  $p_1$  и внутри  $p_2$  жидкости равна (формула Лапласа):

$$p_2 - p_1 = \frac{2\sigma}{R},$$

если поверхность жидкости является сферой радиуса  $R$ , а коэффициент поверхностного натяжения равен  $\sigma$ .

Для мыльного пузыря разность давлений воздуха внутри и вне пузыря вдвое больше:

$$p - p_0 = \frac{4\sigma}{R}.$$

Это связано с тем, что оболочка пузыря имеет две поверхности жидкость – газ: наружную и внутреннюю. Такая оболочка ведёт себя как поверхность с удвоенным поверхностным натяжением.

### Задача 3

В результате сложной ядерной реакции в вершинах квадрата со стороной  $l$  оказались две  $\alpha$ -частицы и два позитрона. Причём одинаковые частицы расположены на диагоналях. Оцените скорости, с которыми они покинут зону наблюдения с характерным размером в несколько сантиметров.

### Решение

Так как масса позитронов намного меньше массы  $\alpha$ -частиц, мы можем считать, что сначала улетают позитроны, а потом разлетаются  $\alpha$ -частицы. Потенциальная энергия позитрона в начальный момент времени:  $\frac{2 \cdot 2 \cdot e^2}{l} + \frac{e^2}{\sqrt{2}l}$  на бесконечности она

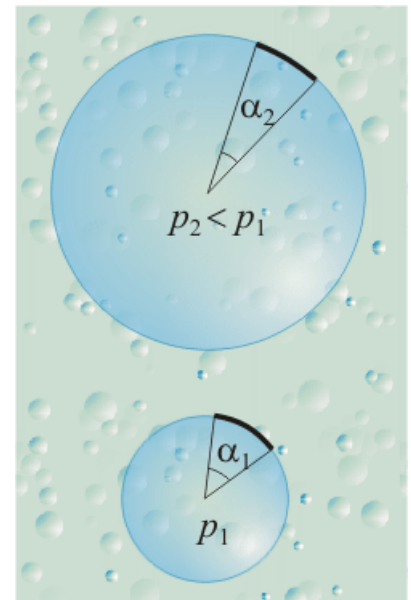


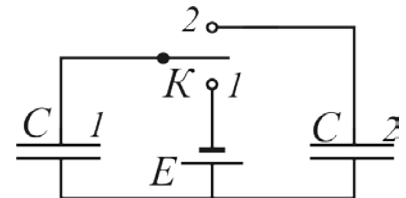
Рис 2



перейдёт в кинетическую энергию позитрона:  $2mv^2/2$ . После разлёта позитронов мы можем рассмотреть движение  $\alpha$ -частиц. Их первоначальная потенциальная энергия  $\frac{(2e)^2}{\sqrt{2}l}$  превращается в кинетическую  $2MV^2/2$ . Таким образом,  $v = e\sqrt{\frac{8\sqrt{2}+1}{lm\sqrt{2}}}$ ,  $V = e\sqrt{\frac{2\sqrt{2}}{lM}}$

#### Задача 4

В показанной на рис схеме ключ сначала устанавливают в положение 1, а затем – 2. Найдите отношение энергии второго конденсатора в состоянии равновесия к работе, затраченной источником.  $C_1 = C_2$



#### Решение

Первый конденсатор зарядится до напряжения равного ЭДС источника тока, при этом на нём соберётся заряд  $q = E \cdot C$ , после переключения ключа этот заряд распределится между конденсаторами поровну. На втором конденсаторе заряд будет  $E \cdot C/2$ . Его энергия  $E^2 \cdot C/8$ . Работа ЭДС будет равна  $E^2 \cdot C$ . Отношение составит  $1/8$ .

# 11 класс

## Задача 1

Почему, не очень хорошо видящие люди, если не носят очки, часто прищуриваются?

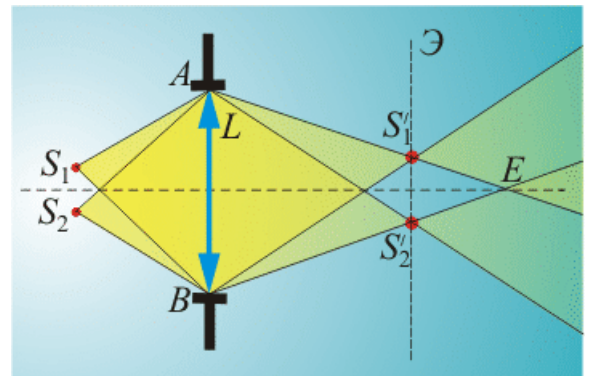
## Решение

Когда люди щурятся, ресницы частично перекрывают ход световых лучей. В результате, последние проходят не через весь хрусталик, а только через его часть. Хрусталик глаза представляет собой линзу, формирующую изображение на сетчатке, поэтому рассмотрим далее, что происходит с изображением, если некоторый непрозрачный экран (диафрагма) частично перекрывает линзу

Любой предмет, изображение которого мы хотим получить с помощью линзы, можно представить как набор светящихся точек. Каждая точка предмета будет давать своё изображение на экране, а все вместе они создают изображение предмета.

Какая картина возникнет на экране, если предмет состоит только из двух точек?

На рисунке показана линза  $L$ , диаметр которой  $|AB|$ . Перед линзой расположены две светящиеся точки  $S_1$  и  $S_2$ . Точка  $S_1$  посылает пучок лучей в телесный угол  $AS_1B$ . После линзы до точки  $S_1'$  этот пучок будет сходящимся, а после точки  $S_1'$  – расходящимся. Точка  $S_1'$  является изображением точки  $S_1$ .



Аналогично, формируется и точка  $S_2'$  – изображение точки  $S_2$ .

Если установить экран  $\mathcal{E}$  точно в плоскости изображений (это положение показано пунктирной линией на рисунке), то на нём будут наблюдаться две яркие точки. Если сместить экран, например, вправо, то, вместо точек  $S_1'$  и  $S_2'$  на нём образуются два светлых кружка, диаметры которых зависят от положения экрана. Если установить экран за точкой  $E$ , то кружки будут перекрываться тем сильнее, чем дальше от линзы окажется экран. Изображение полностью размоется.

Если уменьшить диаметр светового пучка пропуская его через диафрагму, или через “решетку” ресниц, уменьшение телесных

углов  $AS_1B$  и  $AS_2B$  приведет к уменьшению диаметров кружков в плоскости экрана. Кружки перестанут перекрываться, и резкость изображения возрастет.

Интересно так же отметить, что при стремлении диаметра диафрагмы к нулю резкое изображение предмета можно наблюдать даже в том случае, если экран значительно удалить от плоскости изображения. При этом значение фокусного расстояния линзы, а значит и её наличие (!), становятся неважными. Практическое использование малых отверстий для получения резкого изображения предметов ограничивается тем, что яркость получаемых изображений мала.

### Задача 2

Стеклянная, запаянная с одного конца трубка открытым концом опущена в сосуд со ртутью. После подъема трубки уровни ртути в сосуде и трубке совпадают. При этом длина части трубки, занятой воздухом,  $l = 100$  см. Затем трубку поднимают на 10 см. Какой будет после этого высота уровня ртути в трубке? (Капиллярными явлениями пренебречь.)

### Решение

Так как первоначально уровень ртути в сосуде и трубке совпадают, давление в трубке равно атмосферному. Когда трубку поднимают давление в трубке уменьшается и компенсируется подъемом ртути.

Тогда мы можем записать равенство давлений на уровне ртути в сосуде:

$$\rho g x + P = P_0$$

Здесь  $P_0$  атмосферное давление,  $P$  - давление в трубке,  $\rho g x$  давление ртути высотой  $x$ .

Запишем уравнение закона Бойля-Мариотта для газа внутри трубки:

$$P_0 l S = P(l + \Delta l - x)S$$

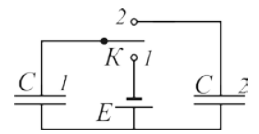
$S$  - площадь трубки.

Решая совместно эти два уравнения получаем результат:

$$x = \frac{P_0 + \rho g(l + \Delta l) - \sqrt{(P_0 + \rho g(l + \Delta l))^2 - 4\rho g\Delta l P_0}}{2\rho g}$$

### Задача 3

В показанной на рис схеме ключ сначала устанавливают в положение 1, а затем – 2. Найдите отношение энергии второго конденсатора в состоянии равновесия к работе, затраченной источником  $C_1 = C_2$



### Решение

Первый конденсатор зарядится до напряжения равного эдс источника тока, при этом на нём соберётся заряд  $q = E \cdot C$ , после переключения ключа этот заряд распределится между конденсаторами поровну. На втором конденсаторе заряд будет  $E \cdot C/2$ . Его энергия  $E^2 \cdot C/8$ . Работа эдс будет равна  $E^2 \cdot C$ . Отношение составит  $1/8$ .

### Задача 4

В результате сложной ядерной реакции в вершинах квадрата со стороной  $l$  оказались две  $\alpha$ -частицы и два позитрона. Причём одинаковые частицы расположены на диагоналях. Оцените скорости, с которыми они покинут зону наблюдения с характерным размером в несколько сантиметров.

### Решение

Так как масса позитронов намного меньше массы  $\alpha$ -частиц, мы можем считать, что сначала улетают позитроны, а потом разлетаются  $\alpha$ -частицы. Потенциальная энергия позитрона в начальный момент времени:  $\frac{2 \cdot 2 \cdot 2e^2}{l} + \frac{e^2}{\sqrt{2}l}$  на бесконечности она перейдёт в кинетическую энергию позитрона:  $2mv^2/2$ . После разлёта позитронов мы можем рассмотреть движение  $\alpha$ -частиц. Их первоначальная потенциальная энергия  $\frac{(2e)^2}{\sqrt{2}l}$  превращается в кинетическую  $2MV^2/2$ . Таким образом,  $v = e \sqrt{\frac{8\sqrt{2}+1}{lm\sqrt{2}}}$ ,  $V = e \sqrt{\frac{2\sqrt{2}}{lM}}$