

УДК 532.517.3

ПРЯМОЕ ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ЛАМИНАРНО-ТУРБУЛЕНТНОГО ПЕРЕХОДА НА СЕТКАХ С ЛОКАЛЬНЫМ СГУЩЕНИЕМ

Д.И. Охотников

Казанский (Приволжский) федеральный университет, г. Казань, 420008, Россия

Аннотация

В работе рассмотрен класс течений в канале с поперечным препятствием при числе Рейнольдса, вычисленных по высоте препятствия, порядка 10^2 – 10^3 , когда в следе за телом наблюдается формирование крупных вихревых структур и ламинарно-турбулентный переход (ЛТП). Показана возможность прямого численного моделирования (DNS) таких течений на сравнительно грубых сетках с локальным сгущением. Для построения сетки использован генератор HybMesh, реализующий композитный гибридный подход, когда сетка собирается из структурированных блоков, которые сшиваются с помощью неструктурированных вставок. Построенная в соответствии с описанной в работе методикой конечно-объемная сетка учитывает особенности рассматриваемого течения, включая разрешение диссипативных вихрей в областях генерации турбулентности при сравнительно небольшом количестве ($N \sim 10^6$) составляющих ее элементов. Представлены конкретные примеры DNS для ЛТП в канале с поперечным цилиндрическим препятствием. Показано хорошее совпадение результатов расчета с данными лабораторного эксперимента, а также численными результатами других авторов, полученных на сетках высокого разрешения ($N \sim 10^7$).

Ключевые слова: течение в канале, поперечное препятствие, ламинарно-турбулентный переход, прямое численное моделирование, композитная сетка, локальное сгущение

Введение

В работах [1–3] экспериментально и численно изучалось течение в канале прямоугольного поперечного сечения с установленным на нижней стенке полукруговым цилиндрическим выступом. Число Рейнольдса, вычисленное по высоте препятствия h , варьировалось в диапазоне от 135 до 480. Установлено, что при $Re \geq Re_* \approx 270$ за препятствием наблюдается периодическое формирование и отрыв крупных вихревых структур, их дробление и распад на каскад более мелких вихрей. При этом в ограниченной области за выступом размером в несколько диаметров выступа наблюдается ламинарно-турбулентный переход (ЛТП).

Для расчета течений данного типа предпочтительно использовать прямое численное моделирование (direct numerical simulation – DNS). Главное преимущество DNS в сравнении, например, с осредненными по Рейнольдсу моделями RANS состоит в том, что интегрируются непосредственно уравнения Навье – Стокса без привлечения каких-либо полуэмпирических моделей турбулентности с обязательным набором параметров, обычно требующих адаптации. Единственным «параметром» численной схемы DNS, определяющим точность моделирования, является расчетная сетка. В DNS все вихри, характеризуемые спектром волновых чисел, – от вихрей размером порядка h из энергетического интервала до диссипативных вихрей

колмогоровского масштаба $\lambda \sim h\text{Re}^{-3/4}$ [4, 5] – должны быть вычислены (разрешены) на используемой сетке. Элементарная оценка количества ячеек такой сетки $N > (h/\lambda)^3 \sim \text{Re}^{9/4}$ показывает, что на современном уровне развития вычислительной техники многовариантные расчеты турбулентных течений практически невозможны уже при $\text{Re} > 10^4$.

Выгодное исключение представляет изучаемый процесс локального ЛТП, причем можно отметить три положительных момента. Во-первых, число Рейнольдса в данном течении не превышает $5 \cdot 10^2$, что заметно снижает размерность сетки. Во-вторых, приведенные выше оценки получены для полностью развитой однородной изотропной турбулентности, в которой реально представлены все вихри спектра. Исследуемое течение ЛТП, очевидно, не обладает ни одним из названных свойств, поэтому колмогоровский масштаб λ развитой турбулентности следует рассматривать как экстремальную оценку снизу. Наконец, в-третьих, поперечный выступ на нижней стенке при указанных низких значениях Re провоцирует турбулизацию потока не во всем канале, а только в локальной зоне среднего следа.

Эти обстоятельства позволяют применить композитный подход к построению сеток для задач данного класса, сократив общее количество элементов, но сгустив узлы локально в тех подобластях, где это необходимо (пограничные сдвиговые слои и область ЛТП). Для построения сетки с адаптивным сгущением проводится декомпозиция расчетной области на подобласти, в каждой из которых построение и сгущение сетки определяется несколькими управляющими параметрами. Данный композитный подход реализован в сеточном генераторе HybMesh [6], в котором для построения сетки необходимо выполнение трех основных шагов: 1) построение структурированных сеток-прототипов в областях с примитивной геометрией; 2) конформное отображение прототипов на соответствующие части (блоки) расчетной области; 3) суперпозиция построенных сеток, в результате чего получается композитная сетка, представляющая собой набор структурированных блоков, сшитых с помощью неструктурированных вставок.

В настоящей статье представлена методика использования генератора HybMesh для построения композитной сетки для задачи о ЛТП в канале с препятствием, а также выполнена верификация результатов численного моделирования по данным лабораторного эксперимента и результатам расчетов других авторов.

1. Расчетная область и определяющие уравнения

Моделирование течения проводилось в области, изображенной на рис. 1, которая полностью повторяет геометрию рабочего участка, использовавшегося в экспериментальных работах [1, 2]. В дальнейшем используются относительные единицы измерения и безразмерные переменные. Все линейные размеры нормированы на диаметр препятствия $d = 2h$, скорости отнесены к средней расходной скорости u_0 , а давление нормировано на скоростной напор ρu_0^2 , где ρ – плотность жидкости. Высота канала H равна 3.33, ширина $B = 8.33$, общая длина $L = L_1 + L_2 = 41.6$, а высота препятствия $h = 0.5$. Препятствие расположено на расстоянии 16.66 от входного сечения канала.

Система уравнений Навье–Стокса [7], описывающая изотермическое течение вязкой, несжимаемой жидкости внутри расчетной области в декартовой системе координат x, y, z , начало которой помещено в центр нижней плоскости полуцилиндра, а ось x направлена по течению (см. рис. 1), имеет вид

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + (\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} = -\nabla p + \frac{1}{\text{Re}} \Delta \mathbf{u}, \quad \text{Re} = \frac{u_0 h}{\nu}, \quad (1)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0, \quad \mathbf{u} = (u, v, w) \equiv (u_x, u_y, u_z).$$

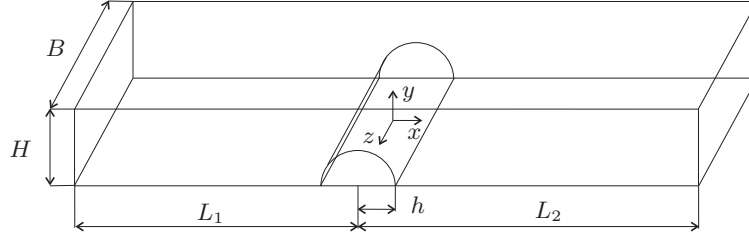


Рис. 1. Геометрия расчетной области

Здесь \mathbf{u} – вектор скорости, p – давление, ν – кинематическая вязкость, а t – время.

В качестве граничных условий на входе в канал $x = -L_1$ задается равномерный профиль скорости $\mathbf{u} = (1, 0, 0)$; на стенках канала и препятствии ставятся условия прилипания $\mathbf{u} = 0$; на выходной границе $x = L_2$ задается так называемое конвективное граничное условие [8]

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + (\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} = 0,$$

обеспечивающее свободный от напряжений выход жидкости.

В качестве начального условия используется условие покоя: $\mathbf{u} = 0, p = 0$.

Вычисления по двухслойной сеточной схеме с шагом по времени $\tau = 0.02$ для уравнений (1) продолжаются до установления стационарного либо периодического режима течения. Численное решение задачи – сеточные функции \mathbf{u}, p – строятся с помощью пакета Ansys Fluent 14.5 [9]. Мгновенные поля скорости и давления используются для подсчета средних значений и пульсаций:

$$\bar{\mathbf{u}}(t) = \frac{1}{2\Delta t} \int_{t-\Delta t}^{t+\Delta t} \mathbf{u}(\theta) d\theta, \quad \bar{p}(t) = \frac{1}{2\Delta t} \int_{t-\Delta t}^{t+\Delta t} p(\theta) d\theta, \quad (2)$$

$$\mathbf{u}'(t) = \mathbf{u}(t) - \bar{\mathbf{u}}(t), \quad p'(t) = p(t) - \bar{p}(t),$$

где Δt – масштаб осреднения, который выбирается много большим, чем период автоколебаний. По актуальным величинам \mathbf{u}, p определяются такие функционалы численного решения, как безразмерная частота колебаний потока в точке (число Струхала) и коэффициент сопротивления препятствия:

$$Sh = \frac{fd}{u_0}, \quad C_d = \frac{1}{Bh} \int_{\gamma} \left(pn_x + \frac{1}{\text{Re}} \frac{\partial u}{\partial n} \right) d\gamma, \quad (3)$$

где f – истинная частота; γ – поверхность препятствия, \mathbf{n} – нормаль к γ , $n_x = \cos(\widehat{\mathbf{n}, \mathbf{x}})$. Подсчитанные пульсации (2) используются для составления моментов второго порядка, характеризующих турбулентность. Важнейшими из них являются тензор напряжений Рейнольдса с компонентами $\tau_{ij} = -\overline{u'_i u'_j}$, $i, j = x, y, z$ и его второй инвариант $II_{\tau} = \sqrt{\tau_{ij}\tau_{ji}}$ (суммирование по повторяющимся индексам), показывающий интенсивность турбулентных напряжений. Энергетический спектр $E(k) = \widehat{u}'(k)^2 + \widehat{v}'(k)^2 + \widehat{w}'(k)^2$ турбулентных пульсаций скорости характеризует распределение энергии турбулентных пульсаций по волновым числам $k = 2\pi/\lambda$, λ – длина волны. Для его построения используются преобразование Фурье от пульсаций

$$\hat{u}'(k) = \frac{1}{T} \int_0^T u'(t) e^{-ikt} dt.$$

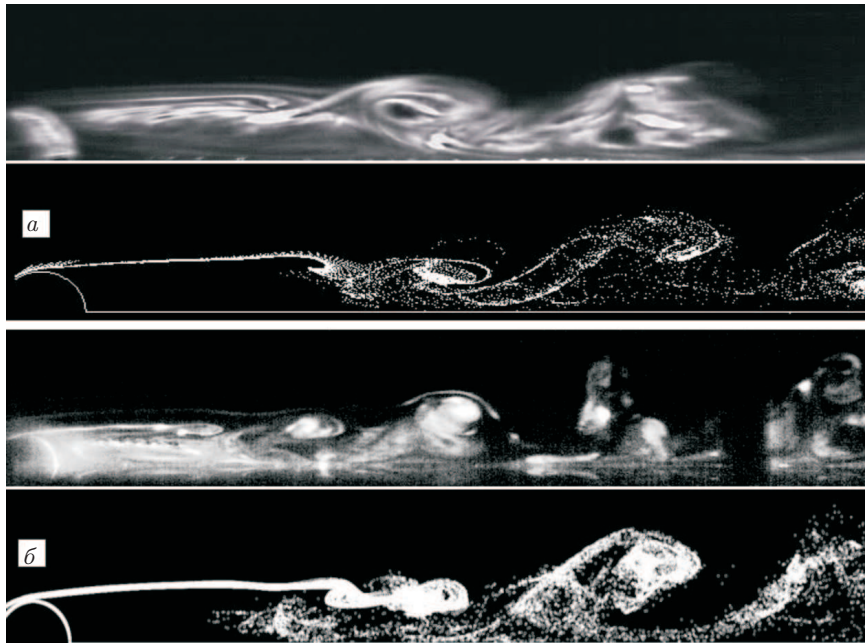


Рис. 2. Результаты визуализации (сверху) и расчета (снизу) мгновенной картины течения в плоскости, параллельной боковым стенкам канала: *a* – $Re = 270$; *б* – $Re = 480$

2. Построение композитной сетки с локальным сгущением

Из экспериментальных исследований и тестовых расчетов известны следующие особенности течения, определяющие локальное сгущение сетки. До препятствия поток – ламинарный, зона ЛТП локализована в ближнем следе, на расстоянии 2–5 диаметров за препятствием; возникающие в результате взаимодействия пограничного слоя с выступом вихревые структуры, уносятся вниз по потоку, не распространяясь при этом выше, чем на $0.75H$ (см., например, рис. 2).

Кроме этого, сетку следует сгустить в пограничных слоях, развивающихся на стенках канала.

В соответствии с этими соображениями расчетная область течения была разбита на подобласти (рис. 3, *a*). Обозначения основных геометрических параметров подобластей показаны на рис. 3, *б*.

Процедура построения сетки содержит несколько этапов. На первом этапе строится контур канала, представляющий собой прямоугольник $[0, H] \times [-L_1, L_2]$. На втором этапе происходит построение подобласти 1. С этой целью строятся две концентрические окружности радиуса h с центром в начале координат, после чего одна из них подвергается преобразованиям растяжения и переноса таким образом, чтобы получилась кольцевая область, изображенная на рис. 4, *a*. Построение завершается операцией пересечения указанного кольца с контуром, найденным на первом этапе, в результате чего образуется область 1 (рис. 4, *б*).

На третьем этапе происходит построение области следа 2. Для этого строится четырехугольник с вершинами

$$p_1(1.1h, 0), \quad p_2(L_6 + h, 0), \quad p_3(L_6 + h, L_5), \quad p_4(1.1h, 0.9(L_7 + h)).$$

Затем из полученной области вычитается область 1. Результат операции показан на рис. 5.

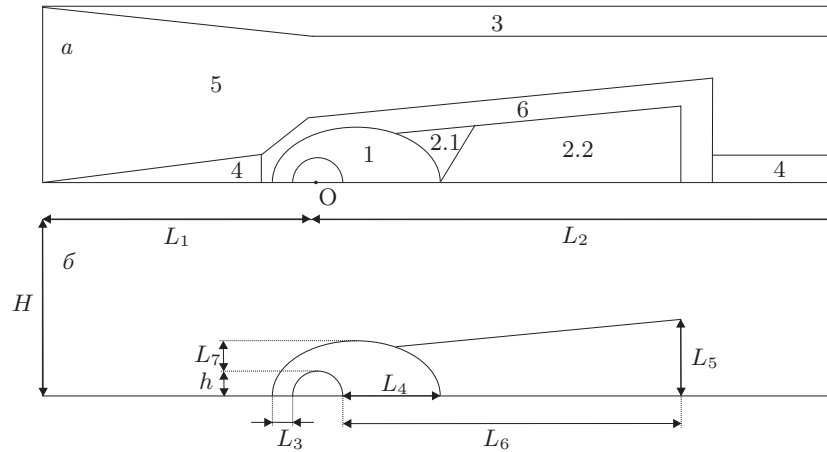


Рис. 3. Построение сетки в расчетной области: *a* – разбиение на подобласти; *б* – геометрические характеристики сетки

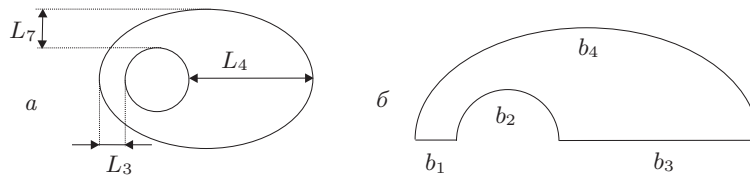


Рис. 4. Построение области 1: *a* – кольцевая область; *б* – результат обрезки кольцевой области контуром канала

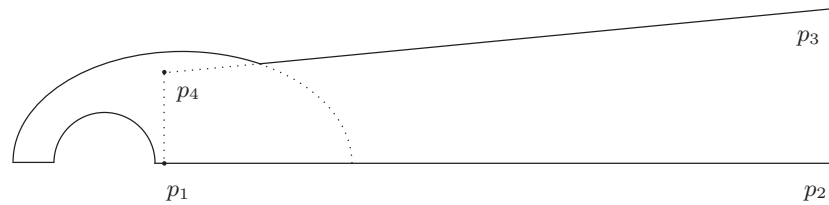


Рис. 5. Построение области 2. Отсекаемая областью 1 часть четырехугольника показана пунктирной линией

Четвертый этап заключается в построении ортогональной сетки в области 1. Контур этой области разбивается на подконтуры b_1 , b_2 , b_3 , b_4 , как показано на рис. 4, б. На контурах b_3 и b_4 строятся одномерные сетки; для контура b_4 сетка равномерная с шагом h_2 , а для контура b_3 – неравномерная, шаг разбиения растет от h_1 до h_2 по степенному закону. После этого внутри области 1 в соответствии с заданным разбиением на границах b_3 и b_4 с использованием алгоритма [10, 11], встроенного в генератор HybMesh, строится ортогональная сетка, изображенная на рис. 6.

На пятом этапе строится сетка в области 2, которая сначала разбивается на две подобласти – 2.1 и 2.2. Область 2.1 представляет собой криволинейный треугольник, а область 2.2 – четырехугольник. Изображения этих областей и сеток, построенных на них, представлены на рис. 7.

Сетка в области 2.1 (рис. 7, б) строится путем переноса канонической сетки в прямоугольном треугольнике с помощью преобразования координат методом

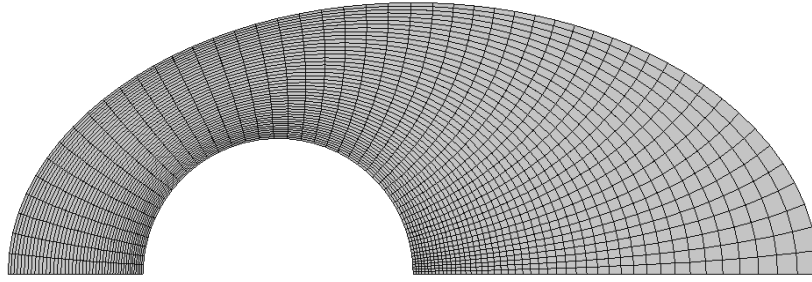
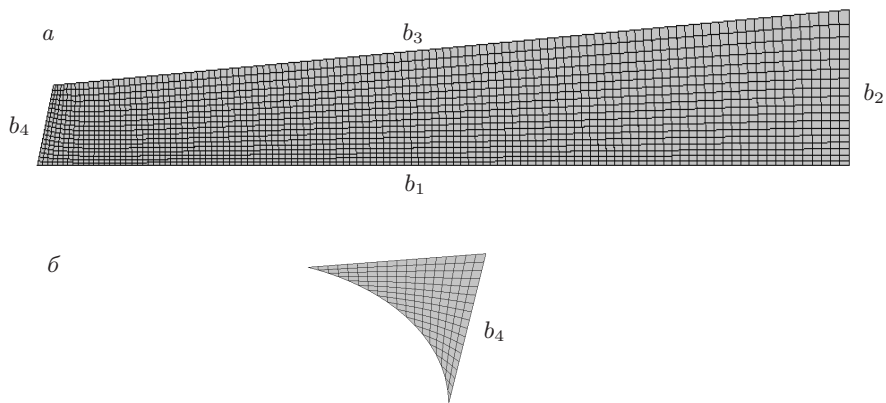


Рис. 6. Ортогональная сетка, построенная в области 1

Рис. 7. Сетка, построенная в области 2: *a* – подобласть 2.2, *б* – подобласть 2.1

численного решения системы уравнений Лапласа [12, 13]. Область 2.2 покрывается ортогональной сеткой (рис. 7, *a*) по аналогии с областью 1. Здесь в качестве опорных используются разбиения участка b_4 , взятое из подобласти 2.1, и участка b_1 .

В области 3 строится четырехугольная сетка в соответствии с рис. 8. Отметим, что выбор геометрии области 3 отражает особенности течения в канале при наличии равномерного профиля входной скорости: во входном сечении наблюдается скачок продольной скорости на стенках канала. Далее течение характеризуется только ростом пограничного слоя вдоль стенок, но при набегании пограничного слоя на препятствие происходит отрыв потока, который определяет дальнейшее сложное нестационарное вихревое течение. Для качественного численного отображения этого отрыва важно, чтобы сетка разрешала растущий пограничный слой на стенках канала от входного течения ($x = -L1$) до препятствия ($x = 0$). Область 4 в точности повторяет область 3, и для ее построения достаточно лишь применить к области 3 операцию отражения.

Для построения контура области 5 необходимо вычесть из области, построенной на первом этапе, области 3 и 4. Результат этой операции показан на рис. 9, *a*. Контур b_3 и b_1 , ограничивающие его, наследуют разбиения от областей 3 и 4. На контуре b_2 строится равномерная сетка с шагом h_2 . Контур b_4 разбивается равномерно так, чтобы количество узлов разбиения совпало с числом узлов на контуре b_2 . После этого область 5 покрывается четырехугольной сеткой, согласующейся с уже построенными сетками в областях 3 и 4 (рис. 9, *б*).

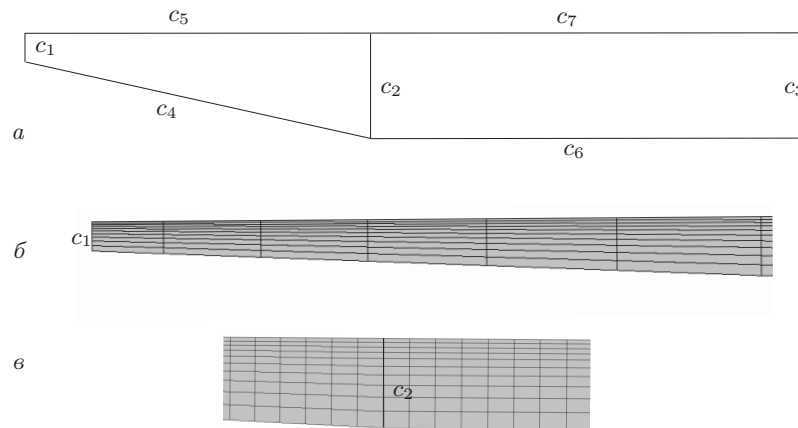


Рис. 8. Разбиение контура области 3 на подконтур (а); изображение построенной сетки вблизи контура c_1 (б); изображение построенной сетки вблизи контура c_2 (в)

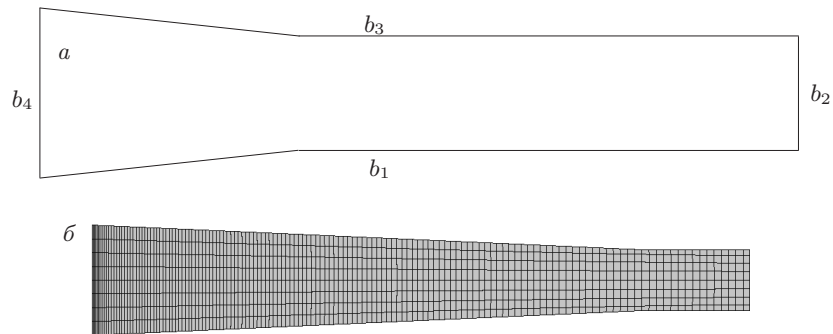


Рис. 9. Контур области 5 (а) и построенная в ней сетка (б)

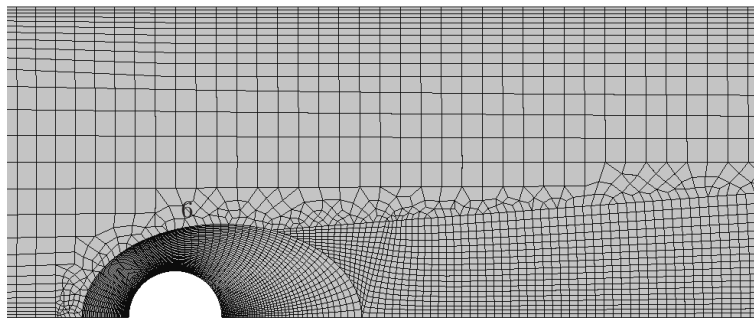


Рис. 10. Фрагмент итоговой двумерной сетки в окрестности препятствия

Сетки, построенные в областях 1 и 2, а также сетки в областях 3, 4, 5, согласованы на линиях контактов; они сливаются в G_1 и G_2 соответственно. Далее осуществляется объединение G_1 и G_2 , при этом вокруг G_1 строится так называемая буферная зона δ заданного радиуса h_4 . Все элементы сетки G_2 , попавшие в нее, удаляются, а зона δ заполняется рекомбинированной сеткой, состоящей из четырехугольников и треугольников [14, 15]. Фрагмент сетки в окрестности препятствия изображен на рис. 10.

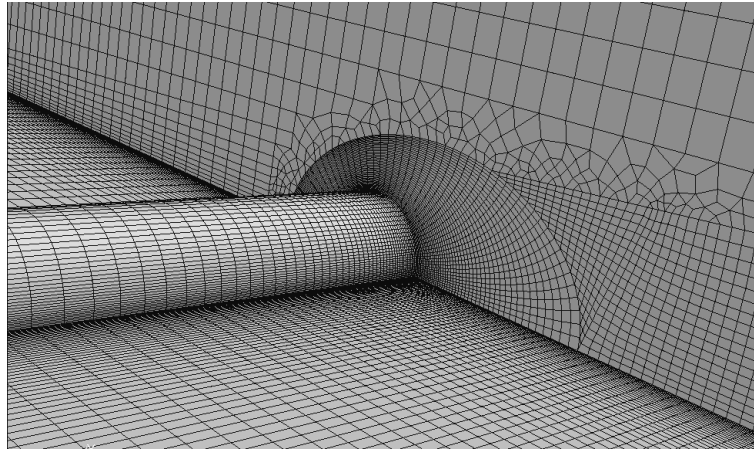


Рис. 11. Фрагмент трехмерной сетки в окрестности препятствия (вид изнутри канала)

Последним этапом построения сетки является преобразование двумерной сетки в трехмерную с помощью операции «продавливания» (extrude) двумерной сетки вдоль заданной направляющей. В качестве такой направляющей задается отрезок длины B , ортогональный плоскости двумерной сетки. Этот отрезок заранее разбивается со сгущением к концам, чтобы учесть пограничные слои на боковых стенках. Шаг сетки варьируется от h_0 в середине отрезка до h_1 на его концах. Результат применения операции показан на рис. 11.

Итак, построение сетки в пакете HybMesh управляется конечным набором параметров, регулирующих локальное сгущение сетки, позволяющим оперативно осуществлять адаптацию сетки к решению конкретной задачи. Применительно к задаче, сформулированной в п. 1 и моделирующей ЛТП в следе за препятствием, были определены и использованы следующие значения геометрических параметров:

$$L_1 = 16.66, \quad L_2 = 25, \quad H = 3.33, \quad B = 8.33,$$

$$L_7 = 0.5, \quad h = 0.5, \quad L_3 = 0.5, \quad L_4 = 1.5, \quad L_6 = 15,$$

$$L_5 = 2, \quad h_0 = 0.03, \quad h_1 = 0.01, \quad h_2 = 0.08, \quad h_3 = 0.15, \quad h_4 = 0.2.$$

Общее количество элементов сетки составило $1.5 \cdot 10^6$. При этом пространственный шаг сетки в областях сгущения был равен примерно 0.01, а в зонах разрежения достигал 0.2. Безразмерный временной шаг τ был выбран равным 0.02. Данные параметры сетки по порядку величины соответствуют колмогоровским пространственным и временным масштабам диссипативных вихрей [4] для значений числа Рейнольдса в диапазоне от 135 до 480:

$$0.01 < \lambda = \text{Re}^{-3/4} < 0.017, \quad 0.046 < \tau = \text{Re}^{-1/2} < 0.067. \quad (4)$$

Основным преимуществом генератора HybMesh перед аналогами (например, Gambit [9]) состоит в том, что композитный подход к построению сетки существенно облегчает задачу адаптации сетки в заданных подобластях расчетной области. Генератор позволяет пользователю оперативно (с использованием скрипта на языке Python) управлять построением сетки с использованием числовых параметров, а реализованная в нем операция объединения сеток путем их наложения с выделением буферной зоны позволяет не следить за соответствием числа узлов на границах подобластей.

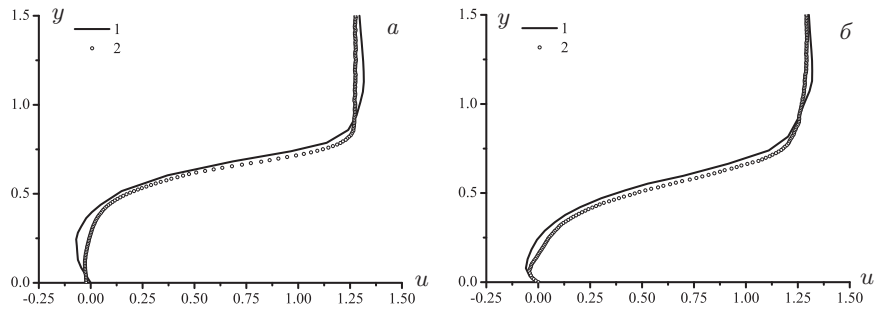


Рис. 12. Эпюры продольной скорости, $Re = 480$: 1 – полученные нами данные, 2 – эксперимент (SIV); а – вдоль прямой $x = 2$; б – вдоль прямой $x = 4$

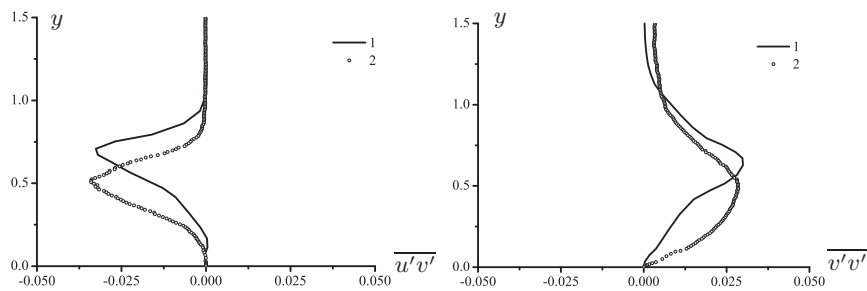


Рис. 13. Эпюры моментов второго порядка $\overline{u'u'}$ и $\overline{v'v'}$, $Re = 480$: 1 – полученные нами данные, 2 – эксперимент (SIV), $x = 4$

3. Верификация сеточной схемы расчета ЛТП

Для определения пригодности сетки, построенной в п. 1 для моделирования ЛТП, была проведена верификация результатов численного моделирования задачи (1), (2) путем сравнения с результатами эксперимента. Были выполнены сравнения картины течения, размера отрывной области, конфигурации вихревых сгустков, размеров вихрей, а также профилей средней скорости потока и пульсаций с экспериментальными данными, полученными с использованием SIV [16, 17].

Во всех случаях получено удовлетворительное совпадение расчетных и экспериментальных данных, как по общей картине потока (рис. 2), так и по профилям осредненной средней скорости (рис. 12) и моментам пульсаций скорости в зоне ЛТП (рис. 13).

Переход к турбулентности сопровождается усилением пульсаций скорости, что приводит к наполнению энергетического спектра. На рис. 14 показаны энергетические спектры пульсаций скорости течения в точке с координатами $(10, 1, 0)$, расположенной за препятствием. Кривая 1 соответствует начальной стадии ЛТП, когда стационарное течение сменяется периодическим. На спектре четко виден всплеск на основной частоте схода вихрей. Кривая 2 соответствует стадии развития турбулентности, о чем свидетельствует присутствие в спектре множества гармоник.

Проведено специальное сравнение с результатами DNS-решения задачи [18], описывающей тот же класс течений с ЛТП за поперечным препятствием в виде кругового цилиндра в канале прямоугольного сечения. В цитируемой статье число Рейнольдса изменялось от 70 до 400. На боковых стенках ставилось условие свободного скольжения, поэтому при малых Re течение по существу было плоским и представляло собой вихревую дорожку Кармана за круговым цилиндром. Но при

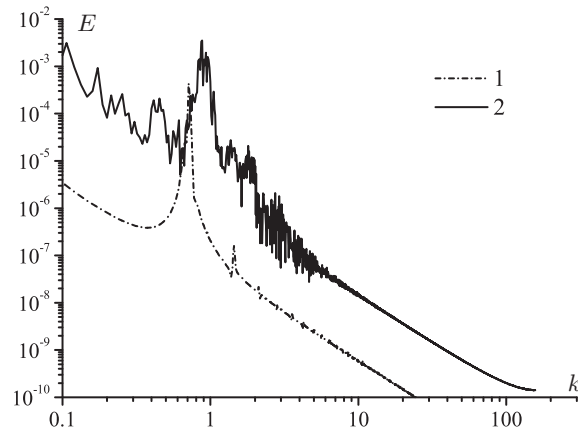


Рис. 14. Энергетический спектр пульсаций скорости течения в следе за препятствием в точке $(10; 1; 0)$: 1 – $Re = 270$; 2 – $Re = 480$

достижении критического значения устойчивость плоского течения нарушалась, наблюдалось формирование и турбулентный распад трехмерных вихревых структур в следе за препятствием. Авторы [18] использовали и сравнивали *между* собой два варианта расчета: по плоской, двумерной модели (2D) и по полной, трехмерной (3D). Показано, что при $Re < Re_*$ результаты 2D- и 3D-расчетов практически совпадают, а в закритической области при $Re > Re_*$ наблюдаются принципиальные различия. С методической точки зрения ценность исследований [18] в том, что авторы численно исследовали сходимость решения на последовательности пространственных сеток, от грубой до самой мелкой, содержащей $27 \cdot 10^6$ ячеек и заведомо удовлетворяющей условию (4) разрешения всех вихрей турбулентного спектра. Было показано, что сходимость численного решения достигается уже при размерности сетки $7 \cdot 10^6$ ячеек; однако и на этой сетке проведение одного варианта расчета (180 периодов вихреобразования) с использованием кластера, состоящего из 32 вычислительных узлов, на базе процессора Opteron 244 (1.8 GHz) с 4 GB RAM требовало 27 дней.

Мы повторили расчеты [18] на построенной нами гибридной сетке, способ получения которой в генераторе NubMesh [19] повторяет подход, описанный в п. 1. При этом размерность построенной сетки составила $1.5 \cdot 10^6$, что почти в пять раз меньше минимальной размерности сетки в [18], что позволило получать решение задачи на персональном компьютере, содержащем 2 вычислительных узла на базе процессора Intel i7-2600 (3.4 GHz) с 4 GB RAM за 5 дней.

Результаты решения задачи как в двумерной, так и в трехмерной постановках вполне согласуются во всем диапазоне изменения числа Рейнольдса. Наблюдается также хорошее согласование с результатами, полученными в работе [20].

На рис. 15 слева показана зависимость коэффициента сопротивления цилиндра от числа Рейнольдса. Обе версии расчетов дают схожие значения $C_d(Re)$ в до- и закритических областях и демонстрируют, что ветви 2D- и 3D-решений разделяются при значении $Re_* \approx 180$.

Справа на рис. 15 показана зависимость числа Струхалия от числа Рейнольдса, которая также подтверждает согласование результатов расчетов, что говорит о пригодности экономной сетки, построенной в соответствии с описанным выше подходом, для моделирования ЛТП за препятствием.

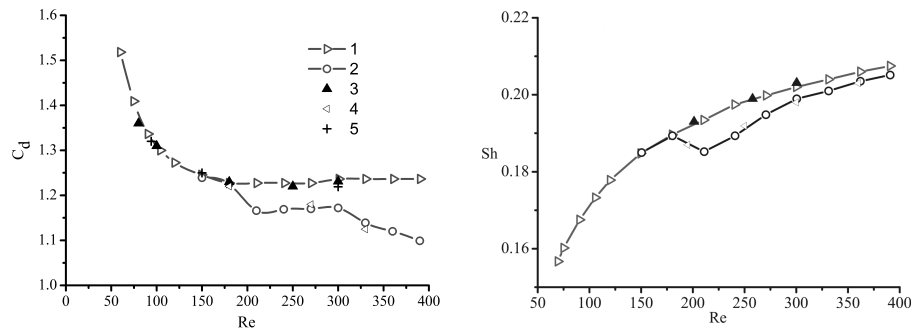


Рис. 15. Зависимость коэффициента сопротивления цилиндра (слева) и числа Струхалия (справа) от Re : 1 – 2D-расчет [7]; 2 – 3D-расчет [7]; 3 – проведенный нами 2D расчет; 4 – проведенный нами 3D-расчет; 5 – 2D-расчет [20]

Заключение

Представлена методика построения композитной адаптивной сетки в генераторе NubMesh, которая учитывает особенности течения и сгущает сетку в пограничных слоях и областях перехода к турбулентности. В результате получается «экономная» сетка из одного-двух миллионов ячеек, использование которой делает доступным применение вихреразрешающих методов для расчета сложных трехмерных течений с ламинарно-турбулентным переходом на компьютерах средней мощности. Данная методика продемонстрирована на примере расчета ЛТП за поперечным препятствием цилиндрической формы в канале при числах Рейнольдса, вычисленных по высоте препятствия, порядка $10^2 \div 10^3$. Удовлетворительная точность моделирования с использованием «экономной» гибридной сетки подтверждена сравнением полученных результатов DNS как с экспериментальными данными, так и с результатами расчета других авторов на сетках высокого разрешения.

Благодарности. Автор выражает благодарность профессору А.Б. Мазо и кандидату физико-математических наук Е.И. Калинину за полезные консультации при подготовке публикации.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект № 15-01-06172).

Литература

1. Молочников В.М., Мазо А.Б., Малюков А.В., Калинин Е.И., Михеев Н.И., Душина О.А., Паерелий А.А. Особенности формирования вихревых структур в отрывном течении за выступом в канале при переходе к турбулентности // Теплофизика и аэромеханика. – 2014. – Т. 21, № 3. – С. 325–334.
2. Душина О.А., Молочников В.М., Михеев Н.И., Паерелий А.А. Эволюция кинематической структуры за поперечным выступом в канале на переходных режимах течения // Теплофизика и аэромеханика. – 2012. – Т. 19, № 2 – С. 235–243.
3. Мазо А.Б., Охотников Д.И. Локальный переход к турбулентности за препятствием в канале при номинально ламинарном режиме течения // Учен. зап. Казан. ун-та. Сер. Физ.-матем. науки. – 2015. – Т. 157, кн. 2. – С. 116–125.
4. Мазо А.Б. Моделирование турбулентных течений несжимаемой жидкости. – Казань: Казан. гос. ун-т, 2007. – 106 с.
5. Гарбарук А.В., Стрелец М.Х., Травин А.К., Шур М.Л. Современные подходы к моделированию турбулентности. – СПб: Изд-во Политехн. ун-та, 2016. – 234 с.

6. *Kalinin E.I., Mazo A.B., Isaev S.A.* Composite mesh generator for CFD problems // IOP Conf. Ser.: Mater. Sci. Eng. – 2016. – V. 158, No 1. – Art. 012047, P. 1–6. – doi: 10.1088/1757-899X/158/1/012047.
7. *Schlichting H., Gersten K.* Boundary-Layer Theory. – Berlin; Heidelberg: Springer, 2017. – 805 p.
8. *Fletcher C.* Computational techniques for fluid dynamics. V. 2. – N. Y.: Springer-Verlag, 1988. – 409 p.
9. ANSYS Fluent Tutorial Guide. – Southpointe: Ansys Inc., 2011. – 1146 p.
10. *Harri H., Tri Q., Antti R.* Conjugate function method for numerical conformal mappings // J. Comput. Appl. Math. – 2013. – V. 237, No 1. – P. 340–353. – doi: 10.1016/j.cam.2012.06.003.
11. *Brown P.R., Porter R.M.* Conformal mapping of circular quadrilaterals and weierstrass elliptic functions // Comp. Methods Funct. Theory. – 2011. – V. 11, No 2. – P. 463–486.
12. *Liseikin V.D.* Grid Generation Methods. – Springer, 2010. – XVIII, 390 p. – doi: 10.1007/978-90-481-2912-6.
13. *Liseikin V.D.* A computational differential geometry approach to grid generation. – Berlin; Heidelberg: Springer-Verlag, 2007. – XIV, 294 p. – doi: 10.1007/3-540-34236-2.
14. *Geuzaine C., Remacle J.-F.* Gmsh: a three-dimensional finite element mesh generator with built-in pre- and post-processing facilities // Int. J. Numer. Methods Eng. – 2009. – V. 79, No 11. – P. 1309–1331. – doi: 10.1002/nme.2579.
15. *Remacle J.-F., Geuzaine C., Compere G., Marchandise E.* High-quality surface remeshing using harmonic maps // Int. J. Numer. Methods Eng. – 2010. – V. 83, No 4. – P. 403–425. – doi: 10.1002/nme.2824.
16. *Mikheev N.I., Dushin N.S.* A method for measuring the dynamics of velocity vector fields in a turbulent flow using smoke image-visualization vide // Instrum. Exp. Tech. – 2016. – V. 59, No 6. – P. 880–887. – doi: 10.1134/S0020441216060063.
17. *Зарипов Д.И., Аслаев А.К., Михеев Н.И., Душин Н.С.* Оценка точности нового оптического метода измерения мгновенных полей скорости потока // Труды Академэнерго. – 2016. – № 1. – С. 42–52.
18. *Nicolas K., Dimokratis G., Starvos K.* Three dimensional flow around a circular cylinder confined in a plane channel // Phys. Fluids. – 2016. – V. 23, No 6. – Art. 064106, P. 1–14. – doi: 10.1063/1.3599703.
19. HybMesh Generator. – URL: <https://github.com/kalininei/HybMesh/>.
20. *Singha S., Sinhamahapatra K.P.* Flow past a circular cylinder between parallel walls at low Reynolds numbers. // Ocean Eng. – 2010. – V. 37, No 8–9. – P. 757–769. – doi: 10.1016/j.oceaneng.2010.02.012.

Поступила в редакцию
16.02.17

Охотников Дмитрий Иванович, аспирант кафедры аэрогидромеханики
Казанский (Приволжский) федеральный университет
ул. Кремлевская, д. 18, г. Казань, 420008, Россия
E-mail: dmitry.okhotnikov@gmail.com

UCHENYE ZAPISKI KAZANSKOGO UNIVERSITETA.
SERIYA FIZIKO-MATEMATICHESKIE NAUKI
(Proceedings of Kazan University. Physics and Mathematics Series)
2017, vol. 159, no. 2, pp. 216–230

Direct Numerical Simulation of Laminar-Turbulent Transition on Grids with Local Refinement

D.I. Okhotnikov

Kazan Federal University, Kazan, 420008 Russia

E-mail: dmitry.okhotnikov@gmail.com

Received February 16, 2017

Abstract

This paper considers a method of building composite grids with local refinement for direct numerical simulation of flows in a channel with transverse cylindrical rib at moderate Reynolds numbers. The specific characteristic of the flows is LTT (laminar-turbulent transition) in a trace behind the rib. Grids characterized by resolution of the whole spectrum of vortices are needed for numerical simulation of LTT, thereby leading to significant computational costs and a need for supercomputers. The purpose of the study is to generate a cost-efficient computational grid based on the above-described method, as well as to test this grid for flows in a channel with the following two types of ribs: a semicircular ridge on the lower wall of the channel and cylinder near it. The grid has been built using the HybMesh generator, which is based on the composite approach, when the grid is built from a set of structured subdomains, in which grid generation and refinement is defined by several control parameters. As a result of superposition of the grids built in subdomains, a composite grid from structured parts superposed with unstructured inserts has been obtained. The results of the direct numerical simulation on a grid for the problem with a semicircular ridge have turned out to be in a good agreement with the results of the laboratory experiment, both along the profiles of average velocity and the profiles of pulsations. The results obtained on the grid for the problem with a circular cylinder have demonstrated good agreement with the results of the numerical simulation on high-definition grids, predicting in the right way the transition point to three-dimensionality in a trace behind the cylinder. The method of building composite grids with the use of the HybMesh generator allows to generate cost-efficient composite grids taking into account all flow peculiarities and allowing for calculations using medium-powered computers.

Keywords: flow in channel, transverse rib, laminar-turbulent transition, direct numerical simulation, composite grids, local refinement

Acknowledgments. We are grateful to A.B. Mazo, Professor and Doctor of Physics and Mathematics, and E.I. Kalinin, PhD in Physics and Mathematics, for valuable advice during the manuscript preparation.

The study was supported by the Russian Foundation for Basic Research (project no. 15-01-06172).

Figure Captions

Fig. 1. Computational domain geometry.

Fig. 2. The results of visualization (upwards) and calculation (downwards) of the instantaneous image of flow in plane parallel to side walls of the channel: a – $Re = 270$; b – $Re = 480$.

Fig. 3. Grid generation in the computational domain: a – division into subdomains; b – geometrical characteristics of the grid.

Fig. 4. Generation of the domain 1: a – circular domain; b – the result of cutting of the circular domain with the contour.

Fig. 5. Generation of the domain 2. The dotted line shows a part of the quadrilateral which is cut with the domain 1.

Fig. 6. Orthogonal grid built in the domain 1.

Fig. 7. The grid built in the domain 2: a – subdomain 2.2, b – subdomain 2.1.

Fig. 8. Division of the contour of the domain 3 into subcontours (a); the image of the grid generated near the contour c_1 (b); the image of the grid generated near the contour c_2 (c).

Fig. 9. The contour of the domain 5 (a) and the grid generated in it (b).

Fig. 10. A fragment of the resulting two-dimensional grid near the rib.

Fig. 11. A fragment of the three-dimensional grid near the rib (inside view).

Fig. 12. Epures of the longitudinal velocity, $Re = 480$: 1 – our data, 2 – experiment (SIV); a – along the straight line $x = 2$; b – along the straight line $x = 4$.

Fig. 13. Epures of the second moments $\overline{u'v'}$ and $\overline{v'v'}$, $Re = 480$: 1 – our data, 2 – experiment (SIV), $x = 4$.

Fig. 14. The energy spectrum of flow velocity in a trace behind the rid in the point $(10; 1; 0)$: 1 – $Re = 270$; 2 – $Re = 480$.

Fig. 15. The dependence of the cylinder resistance coefficient (on the left) and the Strouhal number (on the right) on Re : 1 – 2D-computation [7]; 2 – 3D-computation [7]; 3 – our 2D-computation; 4 – our 3D-computation; 5 – 2D-computation [20].

References

1. Molochnikov V.M., Mazo A.B., Malyukov A.V., Kalinin E.I., Mikheev N.I., Dushina O.A., Paereliy A.A. Distinctive features of vortical structures generation in separated channel flow behind a rib under transition to turbulence. *Thermophys. Aeromech.*, 2014, vol. 21, no. 3, pp. 309–317. doi: 10.1134/S0869864314030056.
2. Dushina O.A., Molochnikov V.M., Mikheev N.I., Paereliy A.A. Evolution of kinematic structure of the flow behind a transverse rib for transitional flow regimes. *Thermophys. Aeromech.*, 2012, vol. 19, no. 2, pp. 259–266. doi: 10.1134/S0869864312020096.
3. Mazo A.B., Okhotnikov D.I. Local transition to turbulence behind an obstacle for a nominally laminar flow. *Lobachevskii J. Math.*, 2015, vol. 37, no. 3, pp. 360–367. doi: 10.1134/S1995080216030045.
4. Mazo A.B. Simulation of Turbulent Flows of Incompressible Fluid. Kazan, Kazan. Gos. Univ., 2007. 106 p. (In Russian)
5. Garbaruk A.V., Strelez M.H., Travin A.K., Shur M.L. Modern Approaches to Turbulence Modeling. St. Petersburg, Polytekh. Univ., 2016. 234 p. (In Russian)
6. Kalinin E.I., Mazo A.B., Isaev S.A. Composite mesh generator for CFD problems. *IOP Conf. Ser.: Mater. Sci. Eng.*, 2016, vol. 158, no. 1, art. 012047, pp. 1–6. doi: 10.1088/1757-899X/158/1/012047.
7. Schlichting H., Gersten K. Boundary-Layer Theory. Berlin, Heidelberg, Springer, 2017. 805 p.
8. Fletcher C. Computational Techniques for Fluid Dynamics. New York, Springer-Verlag, 1988. 409 p.

9. ANSYS Fluent Tutorial Guide. Southpointe, Ansys Inc., 2011. 1146 p.
10. Harri H., Tri Q., Antti R. Conjugate function method for numerical conformal mappings. *J. Comput. Appl. Math.*, 2013, vol. 237, no. 1, pp. 340–353. doi: 10.1016/j.cam.2012.06.003.
11. Brown P., Porter R. Conformal mapping of circular quadrilaterals and weierstrass elliptic functions. *Comput. Methods Funct. Theory*, 2011, vol. 11, no. 2, pp. 463–486.
12. Liseikin V.D. Grid Generation Methods. Ed. 2. Springer, 2010. XVIII, 390 p. doi: 10.1007/978-90-481-2912-6.
13. Liseikin V.D. A Computational Differential Geometry Approach to Grid Generation. Berlin, Heidelberg, Springer-Verlag, 2007. XIV, 294 p. doi: 10.1007/3-540-34236-2.
14. Geuzaine C., Remacle J.-F. Gmsh: A three-dimensional finite element mesh generator with built-in pre- and post-processing facilities. *Int. J. Numer. Methods Eng.*, 2009, vol. 79, no. 11, pp. 1309–1331. doi: 10.1002/nme.2579.
15. Remacle J.-F., Geuzaine C., Compere G., Marchandise E. High-quality surface remeshing using harmonic maps. *Int. J. Numer. Methods Eng.*, 2010, vol. 83, no. 4, pp. 403–425. doi: 10.1002/nme.2824.
16. Mikheev N.I., Dushin N.S. A method for measuring the dynamics of velocity vector fields in a turbulent flow using smoke image-visualization vide. *Instrum. Exp. Tech.*, 2016, vol. 59, no. 6, pp. 880–887. doi: 10.1134/S0020441216060063.
17. *Zaripov D.I., Aslaev A.K., Miheev N.I., Dushin N.S.* Estimation of accuracy of new method of instantaneous flow velocity field measurement. *Tr. Academenergo*, 2016, no. 1, pp. 42–52. (In Russian)
18. Nicolas K., Dimokratis G., Starvos K. Three dimensional flow around a circular cylinder confined in a plane channel. *Phys. Fluids*, 2016, vol. 23, no. 6, art. 064106, pp. 1–14. doi: 10.1063/1.3599703.
19. HybMesh Generator. Available at: <https://github.com/kalininei/HybMesh>.
20. Singha S., Sinhamahapatra K. Flow past a circular cylinder between parallel walls at low Reynolds numbers. *Ocean Eng.*, 2010, vol. 37, nos. 8–9, pp. 757–769. doi: 10.1016/j.oceaneng.2010.02.012.

⟨ **Для цитирования:** Охотников Д.И. Прямое численное моделирование ламинарно-турбулентного перехода на сетках с локальным сгущением // Учен. зап. Казан. ун-та. Сер. Физ.-матем. науки. – 2017. – Т. 159, кн. 2. – С. 216–230. ⟩

⟨ **For citation:** Okhotnikov D.I. Direct numerical simulation of laminar-turbulent transition on grids with local refinement. *Uchenye Zapiski Kazanskogo Universiteta. Seriya Fiziko-Matematicheskie Nauki*, 2017, vol. 159, no. 2, pp. 216–230. (In Russian) ⟩