

УДК 535.42

АНАЛИЗ СПИРАЛЬНЫХ ПУЧКОВ НА ОСНОВЕ АСТИГМАТИЧЕСКОГО ПРЕОБРАЗОВАНИЯ

П.Г. Харский, К.Н. Афанасьев

Аннотация

В работе предложен интерференционный метод восстановления фазы спиральных пучков с использованием астигматического преобразования. В ходе преобразования двумерное световое поле с фазовыми сингулярностями одного знака сводится к одномерному при помощи системы цилиндрических линз. Полученное одномерное поле несет всю информацию об исходном спиральном пучке, при этом информация представляется в виде, удобном для наблюдения и регистрации. Предложенный метод позволяет анализировать экспериментально сформированные спиральные пучки и определять количество и расположение нулей в области с низкой интенсивностью. Также предложенный метод может быть полезен в задачах восстановления фазы вихревых световых полей более общего вида.

Введение

Получение информации о свойствах светового поля является неотъемлемой частью любого оптического эксперимента. Поле является полностью определенным, если одновременно известны распределения его интенсивности и фазы. На практике непосредственно удается измерить только интенсивность световой волны. Для получения информации о фазе поля пользуются косвенными измерениями. Наибольшее распространение получили интерференционные методы анализа, при этом информацию о фазе поля получают из структуры интерференционных полос.

В этой работе рассматривается интерференционный способ анализа спиральных световых пучков [1]. В структуре волнового фронта таких пучков имеются особые точки (фазовые сингулярности или, как их ещё называют, дислокации волнового фронта), где амплитуда световых колебаний обращается в нуль, а фаза не определена. Свойство фазовой сингулярности заключается в том, что при обходе вокруг неё фаза изменяется на $2\pi L$, где L определяет порядок дислокации.

Спиральные пучки могут иметь форму различных плоских кривых, при этом они сохраняют свою структуру при распространении и фокусировке с точностью до масштаба и поворота. Известны три способа формирования спиральных пучков: внутррезонаторным способом, при помощи амплитудно-фазовых масок и путём астигматического преобразования.

Вихревой характер распространения световой энергии в спиральных пучках обуславливает наличие у пучков существенно ненулевого углового момента количества движения. Свойства спиральных пучков могут использоваться в различных областях, например, для лазерного манипулирования микроскопическими частицами. С помощью этих пучков можно не только захватывать микроскопические частицы, но и перемещать их по заданной траектории [2].

В общем случае положение нулей при интерференционном анализе вихревых полей определяют по характерным «вилкам» в структуре интерференционных полос. Однако этот метод не позволяет определить положение нулей в областях с низкой

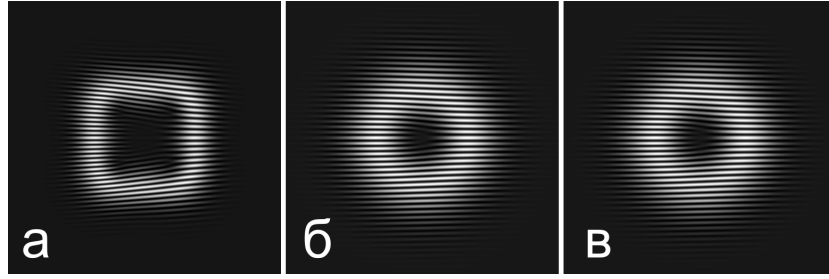


Рис. 1. Интерференционные картины: а) спирального пучка в форме квадрата (внутри квадрата 8 изолированных нулей), б) спирального пучка в форме кольца (два нуля расположены отдельно), в) спирального пучка в форме кольца (в центре – один нуль второго порядка)

интенсивностью. На рис. 1, а показана интерферограмма спирального пучка в форме эписциклоиды, внешне близкой к квадрату. Внутри границы расположены восемь изолированных нулей, четыре из которых очень сложно идентифицировать. Также на практике плохо различаются несколько дислокаций первого порядка, расположенных близко друг к другу, и одна дислокация более высокого порядка. Например, на рис. 1, б, в показаны две практически неразличимые интерферограммы, соответствующие различным полям (рис. 1, б с двумя отдельными нулями, а рис. 1, в с одним нулём второй степени). Такое расположение фазовых сингулярностей характерно для спиральных пучков в форме замкнутых кривых. Поэтому непосредственный интерференционный анализ спиральных пучков часто не дает желаемого результата. Для решения этой проблемы предлагается другой способ, основанный на астигматическом преобразовании спирального пучка.

1. Астигматическое преобразование

В некоторой плоскости пространства $l = \text{const}$ зададим параметрически кривую $\zeta(t) = \xi(t) + i\eta(t)$. Введём комплексные координаты $z = \xi + i\eta$ и $\bar{z} = \xi - i\eta$. В работах [1, 3] показано, что можно сформировать спиральный пучок $I(z, \bar{z}|\zeta)$ с распределением интенсивности в форме этой плоской кривой. Это поле будет описываться соотношением:

$$I(z, \bar{z}|\zeta(t), t \in [0, T]) = \exp\left(-\frac{z\bar{z}}{\rho^2}\right) \times \int_0^T \exp\left[-\frac{\zeta(t)\bar{\zeta}(t)}{\rho^2} + \frac{2z\bar{\zeta}(t)}{\rho^2} + \frac{1}{\rho^2} \int_0^t (\bar{\zeta}(\tau)\zeta'(\tau) - \zeta(\tau)\bar{\zeta}'(\tau))\right] \cdot |\zeta'(t)| dt. \quad (1)$$

На рис. 2 приведён пример спирального пучка в форме границы квадрата (в качестве кривой выбрана эписциклоида $\zeta(\tau) = 0.68i \left[3 \exp(it) - \frac{7}{20} \exp(-3it)\right]$). На фазовом распределении отчётливо видны восемь точек сингулярности, расположенных внутри контура квадрата.

Теоретически и экспериментально показано [1], что любой спиральный пучок $I(z, \bar{z}|\zeta)$ вида (1) можно свести к одномерной комплексной функции $h(\rho y|\zeta)$ в ходе

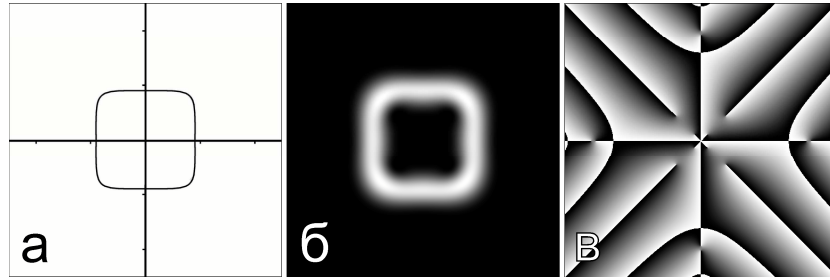


Рис. 2. Спиральный пучок в форме квадрата: а) кривая для построения спирального пучка в форме квадрата, б) распределение интенсивности спирального пучка (чёрный цвет – 0, белый цвет – 2π)

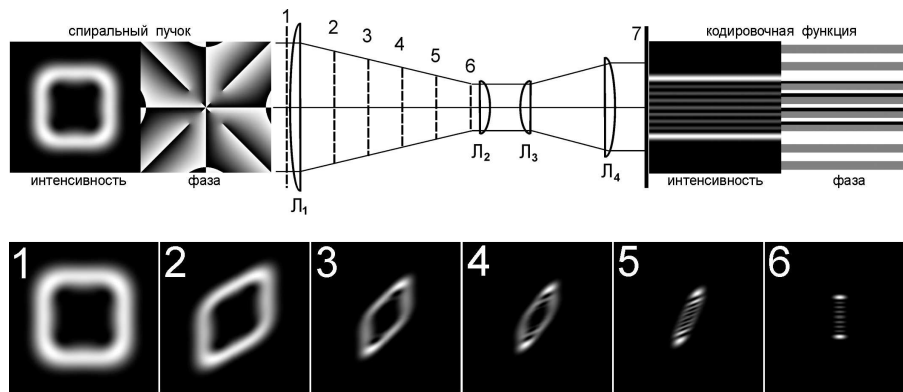


Рис. 3. Оптическая реализация астигматического преобразования: L_1, L_2, L_3, L_4 – цилиндрические линзы. В нижней части рисунка показано распределение интенсивности в промежуточных плоскостях между линзами L_1 и L_2

следующего преобразования:

$$\iint \exp\left(-i(x\xi + y\eta) + \frac{2i\xi\eta}{\rho^2}\right) I(\xi + in, \xi - in|\zeta) d\xi d\eta = \frac{\pi\rho^2}{\sqrt{2}} \exp\left(-\frac{i\rho^2xy}{4} - \frac{\rho^2x^2}{8}\right) h(\rho y|\zeta). \quad (2)$$

Функцию $h(\rho y|\zeta)$ называют кодировочной функцией для спирального пучка $I(z, \bar{z}|\zeta)$.

На рис. 3 представлена схема экспериментальной реализации преобразования (2) при помощи цилиндрических линз. На входе астигматического конвертора (в плоскости 1) сформирован спиральный пучок, цилиндрическая линза L_1 повернута под углом 45° к осям x и y входящего пучка и имеет пропускание $\psi_1(x, y) = \exp(2ixy)$, линза L_2 имеет пропускание $\psi_2(x, y) = \exp(\frac{1}{4}ixy)$. Линзы L_3 и L_4 образуют цилиндрический телескоп, растягивающий пучок в горизонтальном направлении.

В рассмотренном примере мы получили кодировочную функцию для спирального пучка в форме квадрата. Полученная функция несет полную информацию об исходном спиральном пучке, но теперь эта информация имеет более удобный для

анализа вид: поле является одномерным, и его характерные структурные особенности (линии) хорошо видны.

2. Восстановление спирального пучка по его кодировочной функции

Рассмотрим процесс восстановления фазы кодировочной функции интерферометрическим способом. Представим $h(y)$ в виде: $h(y) = \sqrt{I_1(y)} \cdot \exp(i\phi_1(y))$, где $I_1(y)$ и $\phi_1(y)$ – интенсивность и фаза кодировочной функции соответственно. Аналогично плоскую опорную волну представим в виде: $g(y) = \sqrt{I_2} \cdot \exp(i\phi_2(y))$, где $I_2 = \text{const}$. Интенсивность интерференционной картины будет иметь вид:

$$I_3(y) = |h(y) + g(y)|^2 = I_1(y) + I_2 + 2\sqrt{I_1(y) \cdot I_2} \cos(\phi_1(y) - \phi_2(y)). \quad (3)$$

Из этой интерференционной картины нельзя однозначно определить $\phi_1(y)$, потому что $\cos(\phi_1(y) - \phi_2(y)) = \cos(\phi_2(y) - \phi_1(y))$. Для разрешения этой неопределённости можно получить ещё одну интерференционную картину кодировочной функции с плоской опорной волной $g_1(y) = \sqrt{I_2} \cdot \exp(i\phi_2(y) + \frac{3\pi}{2})$. Тогда, во втором случае, получаем выражение:

$$I_4(y) = |h(y) + g_1(y)|^2 = I_1(y) + I_2 + 2\sqrt{I_1(y) \cdot I_2} \cos\left(\phi_1(y) - \phi_2(y) + \frac{3\pi}{2}\right)$$

или

$$I_4(y) = |h(y) + g_1(y)|^2 = I_1(y) + I_2 + 2\sqrt{I_1(y) \cdot I_2} \sin(\phi_1(y) - \phi_2(y)). \quad (4)$$

Величины $I_1(y)$, I_2 , $I_3(y)$ и $I_4(y)$ можно зарегистрировать экспериментально. Выражая из уравнения (3) $\cos(\phi_1(y) - \phi_2(y))$, а из (4) – $\sin(\phi_1(y) - \phi_2(y))$, получаем восстановленную фазу $\phi_B(y)$ в виде:

$$\phi_1(y) = \phi_B(y) = \arg[\cos(\phi_1(y) - \phi_2(y)) - i \sin(\phi_1(y) - \phi_2(y))] + \phi_2(y).$$

Восстановленная кодировочная функция будет иметь вид:

$$h_B(y) = \sqrt{I_1(y)} \exp(i\phi_B(y)).$$

Если $h_B(y)$ численно подвергнуть обратному астигматическому преобразованию, то мы полностью восстановим исследуемый спиральный пучок (рис. 2, б, в). Таким образом мы можем определить количество и расположение фазовых сингулярностей экспериментально сформированного спирального пучка.

Работа выполнена в рамках проекта РФФИ 04-02-96508, гранта 271Е.4 К (Конкурс Самарской области для молодых ученых 2006 г.) и при поддержке Фонда содействия отечественной науке.

Summary

P.G. Kharskiy, K.N. Afanasiev. Spiral beams analysis based on astigmatic transform.

The phase retrieval algorithm for spiral beams with preset intensity distribution is demonstrated. Two-dimensional light field with like-sign phase singularities can be reduced to one-dimensional field under astigmatic transform, performed by ordinary cylindrical and spherical optics. The result field contains complete information about initial one and at the same time is more convenient for observation and registration. The following interference analysis allows to restore the quantity of singularities and their location in the low-intensity areas.

Литература

1. *Абрамочкин Е.Г., Волостников В.Г.* Спиральные пучки света // Успехи физических наук. – 2004. – Т. 174, № 12. – С. 1273–1300.
2. *Abramochkin E.G., Kotova S.P., Korobtsov A.V., Losevsky N.N., Mayorova A.M., Rakhmatulin M.A., Volostnikov V.G.* Microobject manipulations using laser beams with nonzero orbital angular momentum // Laser Physics. – 2006. – V. 16, No 5. – P. 842–848.
3. *Abramochkin E.G., Volostnikov V.G.* Spiral-type beams: optical and quantum aspects // Optics Comm. – 1996. – V. 125. – P. 302–323.

Поступила в редакцию
29.01.07

Харский Павел Геннадьевич – инженер Самарского филиала Физического института имени П.Н. Лебедева РАН.

E-mail: pashh@rambler.ru

Афанасьев Кирилл Николаевич – младший научный сотрудник Самарского филиала Физического института имени П.Н. Лебедева РАН.

E-mail: afanasiev@fian.smr.ru