

УДК 539.3

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ И ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ УПРУГОПЛАСТИЧЕСКОГО ВЫПУЧИВАНИЯ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ОБОЛОЧЕК, ЗАПОЛНЕННЫХ СЫПУЧИМ МАТЕРИАЛОМ, ПОД ДЕЙСТВИЕМ ПОПЕРЕЧНОЙ СИЛЫ

*В.Г. Баженов¹, Е.Г. Гоник², А.И. Кибец¹,
М.В. Петров², Т.Г. Федорова², И.А. Фролова²*

¹Научно-исследовательский институт механики Национального исследовательского
Нижегородского государственного университета им. Н.И. Лобачевского,
г. Нижний Новгород, 603950, Россия

²Чувашский государственный университет им. И.Н. Ульянова,
г. Чебоксары, 428015, Россия

Аннотация

Численно и экспериментально исследован процесс упругопластического деформирования, потери устойчивости и закритического поведения консольно закрепленных тонкостенных цилиндрических оболочек средней длины, нагружаемых на торцах поперечной силой. Определяющая система уравнений сформулирована в переменных Лагранжа в трехмерной динамической постановке. Упругопластическое деформирование описано соотношениями теории течения. Геометрическая нелинейность (большие формоизменения) учтена с помощью пересчета геометрии оболочки в каждый момент времени. Численное решение задачи основано на методе конечных элементов и явной конечно-разностной схеме интегрирования по времени типа «крест». Изучено влияние геометрических параметров и сыпучего заполнителя на выпучивание оболочек. Численно и экспериментально показано, что в рассматриваемой задаче сыпучий заполнитель повышает значение критической нагрузки, но его влияние на форму потери устойчивости несущественно.

Ключевые слова: цилиндрическая оболочка, заполнитель, пластические деформации, выпучивание, эксперимент, расчет

Введение

Задача об устойчивости цилиндрической оболочки сопряжена с различными техническими приложениями (расчет авиационных конструкций, трубопроводов, транспортных систем и др.). Различные аспекты этой проблемы рассматривались в работах [1–29]. Результаты экспериментальных исследований устойчивости цилиндрических оболочек приведены в [1–6]. Вопросам устойчивости цилиндрических оболочек при локальных нагружениях посвящены работы [7–10]. Теоретический и экспериментальный анализ устойчивости ортотропных цилиндрических оболочек при изгибе проведен в [11, 12]. Численное исследование нелинейного деформирования и устойчивости овальных цилиндрических оболочек при комбинированном нагружении выполнено в [13]. Устойчивость оболочек при взаимодействии с заполнителем изучалась в [14–19]. Влияние геометрических параметров на устойчивость цилиндрических оболочек теоретически и экспериментально исследовалось в [11, 12, 20, 21]. Устойчивость и закритическое поведение упругопластических цилиндрических оболочек рассматривались в [15–17, 21–24]. Результаты

теоретических и экспериментальных исследований, показали, что упругопластические деформации существенно снижают критические нагрузки. Дополнительную информацию о публикациях по рассматриваемой теме можно найти в [25–29].

Трудность решения задачи при поперечном изгибе (под действием сосредоточенных сил или распределенной нагрузки) обусловлена тем, что в зависимости от геометрии оболочки и жесткостных параметров потеря устойчивости может происходить по двум типам: от действия касательных напряжений (по типу кручения) и нормальных напряжений (по типу сжатия-изгиба) [11, 12]. При этом как касательные, так и нормальные напряжения являются существенно неоднородными (локализованными), и их максимальные значения достигаются в различных зонах оболочки. Существенное влияние на картину волнообразования и критическую нагрузку оказывают начальные несовершенства геометрии оболочки и другие факторы [15, 28]. Решение задачи значительно усложняется, если потеря устойчивости оболочки сопровождается образованием пластических деформаций. Мало исследованными остаются вопросы потерм устойчивости и закритического упругопластического деформирования оболочек при их взаимодействии с заполнителем.

Методы и результаты решения задачи устойчивости упругопластических оболочек в бифуркационной постановке «по Эйлеру» в предположении однородности и безмоментности напряженного состояния изложены в [30]. В связи с развитием математического моделирования численных методов и программных средств появились новые возможности решения задач устойчивости упругопластических конструкций в геометрически нелинейной постановке как неидеальных систем с начальными несовершенствами формы при сложных нагружениях. При этом вместо критических бифуркационных нагрузок определяются предельные нагрузки и соответствующие формоизменения конструкций. Для численного решения подобных квазистатических задач в теории упругости хорошо разработан метод продолжения по обобщенному параметру [31]. Для упругопластических задач этот метод мало пригоден ввиду зависимости решения от истории нагружения. Более перспективным является применение динамической формулировки задачи с использованием в качестве параметра нагружения модифицированного времени [32]. В квазистатических задачах в этом случае роль регуляризатора численного решения выполняют инерционные члены, вклад которых регулируется выбором соответствующей скорости нагружения и ее реверсом при разгрузках [32]. При использовании численных методов и программных комплексов [11, 13, 15, 20, 21, 23, 24, 29] возникают определенные трудности с выбором расчетных схем и формированием конечно-элементных сеток, что, в свою очередь, требует проведения дополнительных исследований. Цель настоящей работы состоит в численном и экспериментальном изучении упругопластического деформирования, потери устойчивости и закритического поведения консольно закрепленных цилиндрических оболочек при изгибе поперечной силой с использованием вычислительной системы (ВС) «Динамика-3» [33, 34] и экспериментальной методики [16]. Сопоставление с экспериментальными данными позволяет оценить достоверность результатов численного решения. Выполнен анализ влияния геометрических параметров и сыпучего заполнителя на устойчивость оболочек.

1. Методика экспериментального исследования устойчивости тонкостенной цилиндрической оболочки

Схема установки для испытаний изображена на рис. 1. Экспериментальная установка состояла из жесткой стальной стенки (1), оправки (2), образца - цилиндрической оболочки с жесткой вставкой – круглым диском на нагружаемом

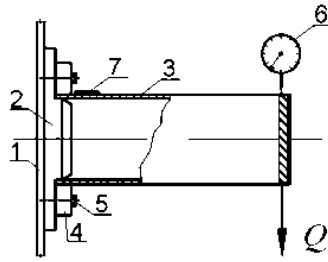


Рис. 1. Схема установки для испытаний

Табл. 1

Серия испытаний	Радиус R , мм	Толщина стенки h , мм	Длина L , мм	h/R	L/R
1	32.80	0.10	135	0.0030	4.12
2	32.80	0.10	270	0.0030	8.24
3	41.65	0.12	165	0.0029	3.96

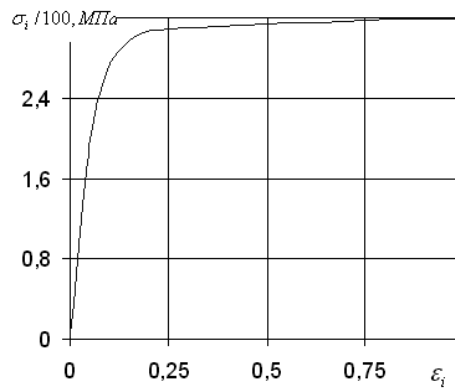


Рис. 2. Диаграмма деформирования алюминиевого сплава

торце (3), двух полуколец (4), четырех болтов для крепления полуколец к жесткой стенке (5), индикатора часового типа ИЧ-10 (6), тензодатчиков с измерителем деформаций (7), нагружающего устройства с гириями (Q). Металлическая оправка (2), выточенная по внутреннему диаметру образца, жестко приваривалась к стенке (1). На оправку плотно насаживался один торец испытываемого образца (3) и на его нагруженную поверхность надевались полукольца (4), которые стягивались между собой и болтами (5) крепились к стальной стенке (1). Шаг нагрузки F варьировался от 10 Н на начальном этапе до 1 Н при подходе к критическому значению. Вертикальное перемещение нагружаемого торца образца (3) измерялось с помощью индикатора часового типа (6). Размеры образцов приведены в табл. 1.

Исследуемые образцы изготовлены путем глубокой вытяжки из алюминиевого сплава 3004 в состоянии Н19. Диаграмма деформирования алюминиевого сплава представлена на рис. 2.

В каждой серии экспериментов испытывались по 10 образцов с последующей статистической обработкой результатов [35]. Рассматривался изгиб полых образцов и заполненных на 90% сыпучим материалом (железным порошком ПЖ-5 плотностью 2.62 г/см^3).

2. Определяющая система уравнений

Деформирование оболочки описывается в переменных Лагранжа с позиций механики сплошных сред [36, 37] в динамической постановке [32]. Наряду с общим базисом $X = [X_1 X_2 X_3]$ введем местную (сопутствующую) систему координат $x = [x_1 x_2 x_3]$ [38] с направляющими косинусами n_{ij} :

$$x_i = n_{ij} X_j, \quad i, j = 1, 2, 3 \tag{1}$$

(по повторяющимся индексам ведется суммирование). Здесь x_3 – координата, отсчитываемая от срединной поверхности оболочки и нормальная к ней, x_1, x_2 ортогональны к x_3 . Деформации поперечного сдвига предполагаем малыми, что позволяет считать местный базис ортогональным в течение всего процесса деформирования. Компоненты тензора скоростей деформаций в местном базисе $\dot{\epsilon}_{ij}$ выражаются через компоненты $\dot{\epsilon}_{ij}$ скорости деформаций в общем базисе по формулам

$$\dot{\epsilon}_{ij} = n_{im} n_{jk} \dot{\epsilon}_{mk}, \tag{2}$$

$\dot{\epsilon}_{ij}$ определяются в метрике текущего состояния

$$\dot{\epsilon}_{ij} = (\dot{U}_{i,j} + \dot{U}_{j,i})/2, \quad i, j = 1, 2, 3, \quad X_i = X_i|_{t=0} + \int_0^t \dot{U}_i dt \tag{3}$$

Здесь U_i – перемещения в общей декартовой системе координат X , индекс после запятой означает частную производную по соответствующей пространственной переменной, точка над символом – частную производную по времени t .

Уравнение движения выводится из баланса виртуальных мощностей [37]:

$$\int_{\Omega} \sigma_{ij} \delta \dot{\epsilon}_{ij} dV + \int_{\Omega} \rho \ddot{U}_i \delta \dot{U}_i dV = \int_{\Gamma_p} P_i \delta \dot{U}_i d\gamma, \quad i, j = 1, 2, 3 \tag{4}$$

где σ_{ij} – компоненты тензора напряжений Коши; ρ – плотность; P_i – распределенная нагрузка; Ω – исследуемая область; Γ_p – зона действия внешнего давления; $\delta \dot{\epsilon}_{ij}$ и $\delta \dot{U}_i$ – вариации $\dot{\epsilon}_{ij}$ и \dot{U}_i (на поверхности с заданными кинематическими граничными условиями $\delta \dot{U}_i = 0$).

Упругопластическое деформирование материала описывается соотношениями теории течения [39–41]

$$\begin{aligned} \sigma'_{ij} &= \sigma_{ij} + \sigma^V \delta_{ij}, \quad \dot{\sigma}^V = -3K \dot{\epsilon}^V, \quad \dot{\epsilon}^V = \dot{\epsilon}_{ii}/3, \\ \dot{\epsilon}'_{ij} &= \dot{\epsilon}_{ij} - \dot{\epsilon}^V \delta_{ij} - \dot{\epsilon}^p_{ij}, \quad \dot{\epsilon}^p_{ii} = 0, \quad \dot{\sigma}'_{ij} = 2G \dot{\epsilon}'_{ij}, \\ \dot{\epsilon}^p_{ij} &= \frac{\dot{\lambda} \partial f}{\partial \sigma'_{ij}}, \quad f = \sigma'_{ij} \sigma'_{ij} - \frac{2}{3} \sigma_T^2 = 0; \\ \sigma_T &= \sigma_T(\chi), \quad \chi = \sqrt{\frac{2}{3}} \int_0^t \sqrt{\dot{\epsilon}'_{ij} \dot{\epsilon}'_{ij}} dt. \end{aligned} \tag{5}$$

Здесь $\sigma'_{ij}, \dot{\epsilon}'_{ij}, \sigma^v, \dot{\epsilon}^v$ – девиаторные и шаровые компоненты тензоров напряжений и скоростей деформаций; $\dot{\epsilon}^p_{ij}$ – скорости пластических деформаций; G, K – модули сдвига и объемного сжатия; δ_{ij} – символы Кронекера; f – поверхность текучести Мизеса, σ_T – предел текучести; $\dot{\lambda}$ – параметр, тождественно равный нулю при упругом деформировании и определяемый при упругопластическом деформировании из условия прохождения мгновенной поверхности текучести через конец вектора догрузки.

Нагружение оболочки осуществлялось в два этапа. На первом этапе ($t \leq t_0$) моделировалось нагружение оболочки собственным весом сыпучего заполнителя. В расчетах весовая нагрузка аппроксимировалась аналитической функцией, зависящей от пространственных переменных и времени [21, 23]. Распределение весовой нагрузки вдоль оси вращения оболочки предполагалось равномерным. В поперечном сечении изменение давления P по повороту задавалось формулой

$$P = P_T \sin(\phi/2), \quad 0 \leq \phi \leq 2\pi$$

$$P_T = \begin{cases} P_1 t/t_0, & t \leq t_0, \\ P_1, & t > t_0, \end{cases} \quad P_1 = P_o \left(\int_0^L \int_0^{2\pi} \sin(\varphi/2) d\varphi dx \right)^{-1}, \quad (6)$$

где P_o – вес заполнителя, L – длина оболочки. Для уменьшения влияния инерционных сил на решение задачи время нарастания нагрузки t_0 должно быть на порядок больше периода колебаний конструкции по низшей форме. На втором этапе задавалась скорость вертикального смещения торца оболочки предварительно нагруженного действием весомого заполнителя.

Определяющая система уравнений (1)–(6) дополнялась кинематическими граничными и начальными условиями.

3. Метод решения

Для дискретизации определяющей системы уравнений (1)–(6) применяются моментная схема метода конечных элементов и явная конечно-разностная схема интегрирования по времени типа «крест» [41–44]. Оболочка заменяется лагранжевой сеткой, состоящей из 8-узловых конечных элементов (КЭ). В узлах сетки определяются ускорения $\{\ddot{U}\}$, скорости $\{\dot{U}\}$ и перемещения $\{U\}$ в общей системе координат $\{X\} = \{X_1 X_2 X_3\}^T$. Предполагается, что деформации поперечного сдвига в конечных элементах малы, а смещения и углы поворота КЭ как жесткого могут быть большими. В каждом конечном элементе вводится локальный базис $\{x\} = \{x_1 x_2 x_3\}^T$ (1), отслеживающий его вращение как жесткого целого пошаговым пересчетом направляющих косинусов осей [41, 44]. Конечный элемент с помощью полилинейного изопараметрического преобразования отображается на куб $-1 \leq \xi_i \leq 1$, $i = 1, 2, 3$:

$$x_i = \sum_{k=1}^8 x_i^k N_k(\xi_1 \xi_2 \xi_3), \quad N_k = (1 + \xi_1/\xi_1^k)(1 + \xi_2/\xi_2^k)(1 + \xi_3/\xi_3^k)/8. \quad (7)$$

Здесь x_i^k , ξ_i^k – координаты узлов в базисах x , ξ ; N_k – функции формы. Компоненты скорости деформаций $\dot{\varepsilon}_{ij}$ на КЭ аппроксимируются линейными функциями

$$\dot{\varepsilon}_{ij} = \dot{\varepsilon}_{ij}^0 + \dot{\varepsilon}_{ij}^1 \xi_1 + \dot{\varepsilon}_{ij}^2 \xi_2 + \dot{\varepsilon}_{ij}^3 \xi_3, \quad (8)$$

где $\dot{\varepsilon}_{ij}^0$ – значения компонент скорости деформаций в центре КЭ (безмоментные составляющие), а $\dot{\varepsilon}_{ij}^k = \partial \dot{\varepsilon}_{ij} / \partial \xi_k = \text{const}$ – их градиент (моментные составляющие) [41]. С применением формул численного интегрирования [43] напряжения, определенные в локальном базисе, заменяются статически эквивалентными узловыми силами, которые проецируются в общую систему координат. После замены интегрирования по области Ω суммированием по конечным элементам, получим дискретный аналог уравнений движения

$$[M]\{\ddot{U}\} = \{F\} \quad (9)$$

Табл. 2

Серия испытаний	Процент заполнения образцов	Критическая сила Q_{cr} , кН		Процент увеличения Q_{cr} для заполненного образца
		эксперимент	расчет	
1	0 (пустой)	0.153	0.16	40.5
	90	0.215	0.223	
2	0	0.060	0.063	16.9
	90	0.070	0.0747	
3	0	0.262	0.269	30.2
	90	0.341	0.349	

Табл. 3

R_2/R_1	h_2/h_1	L_2/L_1	Q_{cr}^1/Q_{cr}^2	
			пустой образец	заполненный образец
1	1	2	2.56	3.07

Табл. 4

R_3/R_1	h_3/h_1	L_3/L_1	Q_{cr}^3/Q_{cr}^2	
			пустой образец	заполненный образец
1.27	1.2	1.22	1.71	1.59

где $[M]$ – диагональная матрица масс; $\{\ddot{U}\}$, $\{F\}$ – векторы, составленные из ускорений узлов КЭ-сетки и результирующих узловых сил в общей системе координат. Система обыкновенных дифференциальных уравнений (9) интегрируется с использованием явной конечно-разностной схемы типа «крест». В результате расчетов определяется зависимость поперечной силы и прогиба оболочки с учетом веса заполнителя.

Изложенная КЭ-методика реализована в рамках вычислительной системы «Динамика-3», аттестованной в научно-техническом центре по ядерной и радиационной безопасности [33] и Госстандарте РФ [34].

4. Сопоставление и анализ результатов расчетов и экспериментов

При численном решении задачи количество КЭ оболочки варьировалось от 3200 до 6400 в зависимости от ее длины. Количество КЭ в окружном направлении было постоянным (40 КЭ). Для повышения точности по длине оболочки применялось локальное сгущение сетки в зоне потери устойчивости и в зоне приложения нагрузки. Результаты численного и экспериментального исследований упругопластического деформирования и выпучивания консольно заземленной цилиндрической оболочки под действием поперечной нагрузки приведены в табл. 2 и на рис. 3

В табл. 2 приведены значения критической нагрузки, полученные в расчетах и экспериментах для образцов 1–3, геометрические параметры которых приведены в табл. 1. В табл. 3, 4 показаны критические нагрузки для образцов серий 1 и 2 (табл. 3) и образцов серий 1 и 3 (табл. 4) при одинаковых значениях прогибов на торцах оболочек в эксперименте и при численных расчетах. На рис. 3 представлена форма примыкающего к опорной стенке фрагмента оболочки без заполнителя из первой серии испытаний ($h/R = 0.03$, $L/R = 4.12$) после потери устойчивости (а – расчет, б – эксперимент).

По расчетным и экспериментальным данным при достижении поперечной нагрузкой критического значения сначала образуются ромбовидные вмятины вблизи заделки в сжатой зоне образца перпендикулярно к его оси («изгибная» форма

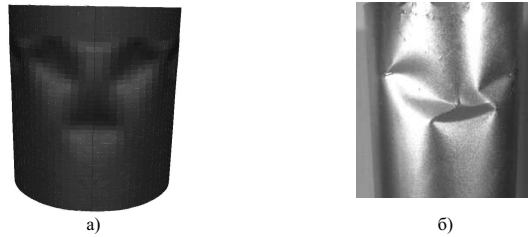


Рис. 3. Форма примыкающего к опорной стенке фрагмента оболочки без заполнителя при $h/R = 0.03$, $L/R = 4.12$ после потери устойчивости (а – расчет, б – эксперимент)

выпучивания в зоне максимальных продольных сжимающих напряжений [11]). Затем образуются вмятины на боковых поверхностях образца, направленные под углом к его оси («сдвиговая» форма выпучивания в зоне максимальных касательных напряжений). Для других вариантов оболочки, представленных в табл. 1, картина волнообразования качественно не менялась. Потеря устойчивости оболочки происходит в области вмятин при малых упругопластических деформациях, не превосходящих 1%. На момент потери устойчивости и значение критической нагрузки существенно влияет диаграмма деформирования материала [23].

Сыпучий заполнитель создает давление на внутреннюю поверхность оболочки, препятствующее образованию вмятин, и изгибающий момент от равномерно распределенной по длине оболочки весовой нагрузки. Первый фактор увеличивает критическую поперечную нагрузку Q_{cr} , а второй уменьшает. Кроме того, при оценке Q_{cr} необходимо учитывать взаимодействие «изгибной» и «сдвиговой» форм выпучивания цилиндрических оболочек средней длины. При изгибе упругой консоли закрепленной оболочки поперечной силой Q , приложенной на торце, максимальные нормальные σ_{max} и касательные τ_{max} напряжения определяются формулами [11]

$$\sigma_{max} = QL/\pi hR^2, \quad \tau_{max} = Q/\pi hR. \quad (10)$$

«Сдвиговая» форма выпучивания характерна для коротких оболочек, а «изгибная» – для длинных оболочек [11, 12].

Сыпучий заполнитель увеличивает Q_{cr} на 16.9–40.5% в зависимости от геометрии оболочки (табл. 2). Как видно из табл. 3, с увеличением длины оболочки в два раза уменьшается критическая поперечная нагрузка, что объясняется увеличением σ_{max} от действия весовой нагрузки. При практически пропорциональном увеличении радиуса, толщины и длины оболочки на 20% возрастает роль изгибающего момента от весовой нагрузки и критическая поперечная нагрузка увеличивается в меньшей степени, чем в серии испытаний 1 (табл. 2, 4).

В целом наблюдается хорошее соответствие между результатами вычислительных и натуральных экспериментов по формам волнообразования (рис. 3) и критическим нагрузкам (табл. 2).

Заключение

Результаты проведенных теоретических и экспериментальных исследований показывают, что для всех образцов сыпучий заполнитель увеличивает значение критической поперечной нагрузки. В рассмотренных вариантах задачи наблюдалась качественно одинаковая картина упругопластического выпучивания оболочки, не зависящая от наличия заполнителя. Напряженно-деформированное состояние и критические нагрузки для геометрически подобных цилиндрических оболочек

различаются, если не корректировать весовую нагрузку от заполнителя. Хорошее соответствие результатов расчетов и экспериментов подтвердило эффективность вычислительной модели упругопластического выпучивания цилиндрических оболочек, заполненных сыпучим материалом.

Благодарности. Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ (проект № 16-38-60051-мол_а_дк).

Литература

1. *Lundquist E.E.* Strength Tests of Thin-Walled Duralumin Cylinders in Combined Transverse Shear and Bending // *NACA TN523*. – 1935. – 28 p.
2. *Даревский В.М.* Устойчивость консольно й цилиндрической оболочки при изгибе поперечной силой с кручением и внутренним давлением // *Расчет пространственных конструкций*. – 1959. – Вып. 5. – С. 431–449.
3. *Туркин К.Д.* Общая устойчивость подкрепленной цилиндрической оболочки при поперечном изгибе // *Расчет пространственных конструкций*. – 1959. – Вып. 5. – С. 450–474.
4. *Ильгамов М.А.* Экспериментальное исследование устойчивости консольно закрепленной цилиндрической оболочки под действием поперечной силы и внутреннего давления // *Исследования по теории пластин и оболочек*. Изд-во Казан. ун-та. – 1964. – № 2. – С. 186–191.
5. *Коноплев Ю.Г.* Экспериментальное исследование устойчивости цилиндрической оболочки под действием произвольного числа локальных осевых сил // *Исследования по теории пластин и оболочек*. – Казань: Изд-во Казан. ун-та, 1970. – Вып. 6–7. – С. 481–484.
6. *Моссаковский В.И., Маневич Л.И., Мильцын А.М.* Моделирование несущей способности цилиндрических оболочек. – Киев: Наукова думка, 1977. – 141 с.
7. *Саченков А.В.* О локальной устойчивости оболочек // *Изв. Казан. филиала АН СССР. Сер. физ.-мат. и техн. наук*. – 1960. – № 14. – С. 35–42.
8. *Гурьянов Н.Г.* Замкнутая цилиндрическая оболочка под действием сосредоточенной силы // *Исследования по теории пластин и оболочек*. – Казань: Изд-во Казан. ун-та, 1966. – Вып. 4. – С. 55–64.
9. *Жигалко Ю. П.* Расчет тонких упругих цилиндрических оболочек на локальные нагрузки // *Исследования по теории пластин и оболочек*. – Казань: Изд-во Казан. ун-та, 1966. – Вып 4. – С. 3–41.
10. *Соболев Ю.В., Вегнер А.Р., Адлер А.Г., Алешин Н.Н.* К расчету несущей способности стальных цилиндрических оболочек при локальном нагружении // *Изв. вузов. Строительство и архитектура*. – 1986. – № 12. – С. 1–5.
11. *Маневич А.И., Пономаренко Е.А., Прокопало Е.Ф.* Устойчивость ортотропных цилиндрических оболочек при изгибе поперечной силой. Сообщение 1. Теория // *Проблемы прочности*. – 2013. – № 1. – С. 101–111.
12. *Маневич А.И., Пономаренко Е.А., Прокопало Е.Ф.* Устойчивость ортотропных цилиндрических оболочек при изгибе поперечной силой. Сообщение 2. Эксперимент // *Проблемы прочности*. – 2013. – № 2. – С. 114–120.
13. *Бойко Д.В., Железнов Л.П., Кабанов В.В.* Исследование нелинейного деформирования и устойчивости овальных цилиндрических оболочек при комбинированном нагружении изгибающим и крутящим моментами // *Изв. вузов. Авиац. техника*. – 2007. – № 3. – С. 3–7.

14. *Ильгамов М.А., Иванов В.А., Гулин Б.В.* Прочность, устойчивость и динамика оболочек с упругим наполнителем. – М.: Наука, 1977. – 331 с.
15. *Баженов В.Г., Кибец А.И., Петров М.В., Федорова Т.Г., Шошин Д.В.* Теоретическое и экспериментальное исследование потери устойчивости и закритического поведения тонкостенной цилиндрической оболочки при изгибе // Проблемы прочности и пластичности. – 2009. – Вып. 71. – С. 77–83.
16. *Гоник Е.Г., Петров М.В., Федорова Т.Г.* Экспериментальное исследование потери устойчивости консольно закрепленных цилиндрических тонкостенных оболочек при поперечном изгибе // Проблемы прочности и пластичности. – 2016. – Т. 78, № 2. – С. 228–235.
17. *Петров М.В., Федорова Т.Г., Гоник Е.Г.* Экспериментальное исследование потери устойчивости тонкостенных оболочек при чистом изгибе // Вестн. Чуваш. гос. пед. ун-та им. И.Я. Яковлева. Сер. Механика предельного состояния. – 2015. – № 2. – С. 119–125.
18. *Knebel K., Schweizerhof K.* Buckling of cylindrical shells containing granular solids // Thin-Walled Struct. – 1995. – V. 23, No 1–4. – P. 295–312. – doi: 10.1016/0263-8231(95)00018-9.
19. *Шагивалеев К.Ф.* Расчет замкнутой цилиндрической оболочки, заполненной сыпучим материалом, на радиальную нагрузку // Изв. вузов. Строительство. – 2003. – № 2. – С. 20–23.
20. *Rotter J.M., Sadowski A.J.* Full plastic resistance of tubes under bending and axial force: exact treatment and approximations // Structures. – 2016. – V. 10. – P. 30–38. – doi: 10.1016/j.istruc.2016.11.004.
21. *Bazhenov V.G., Gonik E.G., Kibets A.I., Petrov M.V., Fedorova T.G.* Stability and supercritical behavior of large size tankers for transportation of loose goods // J. Mach. Manuf. Reliab. – 2015. – V. 44, No 5. – P. 422–427. – doi: 10.3103/S1052618815050039.
22. *Chen L., Doerich C., Rotter J.M.* A study of cylindrical shells under global bending in the elastic-plastic range // Steel Constr. – 2008. – V. 1, No 1. – P. 59–65. – doi: 10.1002/stco.200890008.
23. *Bazhenov V.G., Gonik E.G., Kibets A.I., Petrov M.V., Fedorova T.G., Frolova I.A.* Stability and supercritical behaviour of thin-walled cylindrical shell with discrete aggregate in bending // Mater. Phys. Mech. – 2016. – V. 28, No 1–2. – P. 16–20.
24. *Rotter J.M., Sadowski A.J., Chen L.* Nonlinear stability of thin elastic cylinders of different length under global bending // Int. J. Solids Struct. – 2014. – V. 51, No 15–16. – P. 2826–2839. – doi: 10.1016/j.ijsolstr.2014.04.002.
25. *Вольмир А.С.* Устойчивость деформируемых систем. – М.: Наука, 1967. – 984 с.
26. *Григolloк Э.И., Кабанов В.В.* Устойчивость оболочек. – М.: Наука, 1978. – 360 с.
27. *Кабанов В.В.* Устойчивость неоднородных цилиндрических оболочек. – М.: Машиностроение, 1982. – 256 с.
28. *Гудрамович В.С.* Особенности нелинейного деформирования и критические состояния оболочечных систем с геометрическими несовершенствами // Прикл. механика. – 2006. – Т. 42, № 12. – С. 3–47.
29. *Sadowski A.J., Rotter J.M.* Solid or shell finite elements to model thick cylindrical tubes and shells under global bending // Int. J. Mech. Sci. – 2013. – V. 74. – P. 143–153. – doi: 10.1016/j.ijmecsci.2013.05.008.
30. *Зубчанинов В.Г.* Устойчивость и пластичность. Т. 1: Устойчивость. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2007. – 448 с.

31. Шалашилин В.И., Кузнецов Е.Б. Метод продолжения решения по параметру и наилучшая параметризация. – М.: Эдиториал УРСС, 1999. – 224 с.
32. Баженов В.Г. Большие деформации и предельные состояния упругопластических конструкций // Упругость и неупругость: Материалы Междунар. науч. симпозиума по проблемам механики деформируемых тел, посвящ. 105-летию со дня рожд. А.А. Ильюшина. – М.: Моск. гос. ун-т, 2016. – С. 136–140.
33. Вычислительный комплекс «Динамика-3». Научно-технический центр по ядерной и радиационной безопасности. Аттестационный паспорт программного средства. Регистрационный паспорт аттестации ПС № 325 от 18.04.2013.
34. Сертификат соответствия Госстандарта России № РОСС RU.МЕ20.Н00338.
35. Румшицкий Л.З. Математическая обработка результатов эксперимента. – М.: Наука, 1971. – 192 с.
36. Поздеев А.А., Трусов П.В., Няшин Ю.И. Большие упругопластические деформации: теория, алгоритмы, приложения. – М.: Наука, 1986. – 232 с.
37. Коробейников С.Н. Нелинейное деформирование твердых тел. – Новосибирск: Изд-во СО РАН, 2000. – 262 с.
38. Коробейников С.Н., Шутов А.В. Выбор отсчетной поверхности в уравнениях пластин и оболочек // Вычисл. технологии. – 2003. – Т. 8, № 6. – С. 38–59.
39. Качанов Л.М. Основы теории пластичности. – М.: Наука, 1969. – 420 с.
40. Казаков Д.А., Капустин С.А., Коротких Ю.Г. Моделирование процессов деформирования и разрушения материалов и конструкций. – Н. Новгород: Изд-во ННГУ, 1999. – 226 с.
41. Баженов В.Г., Гоник Е.Г., Кибец А.И., Шошин Д.В. Устойчивость и предельные состояния упругопластических сферических оболочек при статических и динамических нагружениях // Прикл. механика и техн. физика. – 2014. – Т. 55, № 1. – С. 13–22.
42. Голованов А.И., Тюленева О.Н., Шигабутдинов А.Ф. Метод конечных элементов в статике и динамике тонкостенных конструкций. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2006. – 391 с.
43. Belytschko T., Liu W.K., Moran B. Nonlinear finite elements for continua and structures. – N. Y.: John Wiley & Sons, 2000. – 600 p.
44. Баженов В.Г., Жестков М.Н., Замятин В.А., Кибец А.И. Математическое моделирование развития запроектной аварии внутри корпуса реактора на быстрых нейтронах // Вестн. ПНИПУ. Механика. – 2015. – № 3. – С. 5–14.

Поступила в редакцию
29.05.17

Баженов Валентин Георгиевич, доктор физико-математических наук, профессор, главный научный сотрудник

Научно-исследовательский институт механики Национального исследовательского Нижегородского государственного университета им. Н.И. Лобачевского
пр-т Гагарина, 23, корп.6, г. Нижний Новгород, 603950, Россия
E-mail: bazhenov@mech.unn.ru

Гоник Екатерина Григорьевна, старший преподаватель кафедры строительных конструкций

Чувашский государственный университет им. И.Н. Ульянова
пр-т Московский, 15, г. Чебоксары, 428015, Россия
E-mail: katya.gonik@mail.ru

Кибец Александр Иванович, доктор физико-математических наук, профессор, главный научный сотрудник

Научно-исследовательский институт механики Национального исследовательского Нижегородского государственного университета им. Н.И. Лобачевского

пр-т Гагарина, 23, корп.6, г. Нижний Новгород, 603950, Россия

E-mail: *kibec@mech.unn.ru*

Петров Михаил Васильевич, доктор технических наук, доцент кафедры строительных конструкций

Чувашский государственный университет им. И.Н. Ульянова

пр-т Московский, 15, г. Чебоксары, 428015, Россия

E-mail: *rimmapetrova20@gmail.com*

Федорова Татьяна Георгиевна, кандидат технических наук, доцент кафедры строительных конструкций

Чувашский государственный университет им. И.Н. Ульянова

пр-т Московский, 15, г. Чебоксары, 428015, Россия

E-mail: *tanusha2884@mail.ru*

Фролова Ирина Анатольевна, старший преподаватель кафедры строительных конструкций

Чувашский государственный университет им. И.Н. Ульянова

пр-т Московский, 15, г. Чебоксары, 428015, Россия

E-mail: *frolovai@bk.ru*

ISSN 2541-7746 (Print)

ISSN 2500-2198 (Online)

UCHENYE ZAPISKI KAZANSKOGO UNIVERSITETA.
SERIYA FIZIKO-MATEMATICHESKIE NAUKI
(Proceedings of Kazan University. Physics and Mathematics Series)

2017, vol. 159, no. 3, pp. 282–295

Experimental and Theoretical Study of Elastoplastic Buckling of Cylindrical Shells Filled with Bulk Material under the Action of a Transverse Force

V.G. Bazhenov^{a}, E.G. Gonik^{b**}, A.I. Kibets^{a***}, M.V. Petrov^{b****},
T.G. Fedorova^{b*****}, I.A. Frolovai^{b*****}*

^a*Research Institute of Mechanics, N.I. Lobachevsky State University of Nizhny Novgorod, Nizhny Novgorod, 603950 Russia*

^b*I.N. Ulyanov Chuvash State University, Cheboksary, 428015 Russia*

E-mail: **bazhenov@mech.unn.ru, **katya.gonik@mail.ru, ***kibec@mech.unn.ru,
****rimmapetrova20@gmail.com, *****tanusha2884@mail.ru, *****frolovai@bk.ru*

Received June 29, 2017

Abstract

The process of elastoplastic deformation, loss of stability and supercritical behavior of cantilevered thin-walled cylindrical shells of medium length loaded at the end face by transverse force, has been numerically and experimentally investigated. The defining system of equations has been formulated in the Lagrange variables in a three-dimensional dynamic formulation. The elastic-plastic deformation has been described by the relations of the theory of flow. Geometric nonlinearity (large deformations) has been taken into account by recalculating

the geometry of the shell at each instant of time. The numerical solution of the problem is based on the finite element method and an explicit finite-difference time-integration scheme of the “cross” type. The effect of geometric parameters and loose filler on shell buckling has been studied. It has been shown numerically and experimentally that the bulk filler in the problem under consideration raises the value of the critical load, but its effect on the form of stability loss is insignificant.

Keywords: cylindrical shell, aggregate, plastic deformation, buckling, experiment, calculation

Acknowledgments. The study was supported by the Russian Foundation for Basic Research (project no. 16-38-60051-mol_a.dk).

Figure Captions

- Fig. 1. Scheme of the installation for testing.
Fig. 2. Diagram of aluminum alloy deformation.
Fig. 3. The shape of the shell fragment adjacent to the supporting wall without filler at $h/R = 0.03$, $L/R = 4.12$ after the loss of stability (a – calculation, b – experiment).

References

1. Lundquist E.E. Strength Tests of Thin-Walled Duralumin Cylinders in Combined Transverse Shear and Bending. *NACA TN523*, 1935. 28 p.
2. Darevsky V.M. Stability of the cantilevered cylindrical shell under bending by transverse force with torsion and internal pressure. *Raschet prostranstvennykh konstruksii* [Calculation of Spatial Structures], 1959, vol. 5, pp. 431–449. (In Russian)
3. Turkin K.D. General stability of a reinforced cylindrical shell under transverse bending. *Raschet prostranstvennykh konstruksii* [Calculation of Spatial Structures], 1959, vol. 5, pp. 450–474. (In Russian)
4. Ilgamov M.A. Experimental study of the stability of a cantilevered cylindrical shell under the action of transverse force and internal pressure. *Issled. Teor. Plastin Obolochek*. Kazan, Izd. Kazan. Univ., 1964, no. 2, pp. 186–191. (In Russian)
5. Konoplev Yu.G. Experimental study of the stability of a cylindrical shell under the effect of an arbitrary number of local axial forces. *Issled. Teor. Plastin Obolochek*. Kazan, Izd. Kazan. Univ., 1970, nos. 6–7, pp. 481–484. (In Russian)
6. Mossakovsky V.I., Menevich L.I., Miltsyn A.M. Modeling of the Bearing Capacity of Cylindrical Shells. Kiev, Naukova Dumka, 1977, 141 p. (In Russian)
7. Sachenkov A.V. On the local stability of shells. *Izv. Kazan. Fil. Akad. Nauk SSSR, Ser. Fiz.-Mat. Tekh. Nauk*, 1960, no. 14, pp. 35–42. (In Russian)
8. Guryanov N.G. Closed cylindrical shell under the action of concentrated force. *Issled. Teor. Plastin Obolochek*. Kazan, Izd. Kazan. Univ., 1966, no. 4, pp. 55–64. (In Russian)
9. Zhigalko Yu.P. Calculation of thin elastic cylindrical shells for local loads. *Issled. Teor. Plastin Obolochek*. Kazan, Izd. Kazan. Univ., 1966, no. 4, pp. 3–41. (In Russian)
10. Sobolev Yu.V., Wegner A.G., Adler A.G., Aleshin N.N. On calculation of the bearing capacity of steel cylindrical shells under local loading. *Izv. Vyssh. Uchebn. Zaved., Stroit. Arkhit.*, 1986, no. 12, pp. 1–5. (In Russian)
11. Manevich A.I., Ponomarenko E.A., Prokopalo E.F. Stability of orthotropic cylindrical shells under bending by transverse force. Part 1. Theory. *Strength Mater.*, 2013, vol. 45, no. 1, pp. 73–81.
12. Manevich A.I., Ponomarenko E.A., Prokopalo E.F. Stability of orthotropic cylindrical shells under bending by a transverse force. Part 2. Experiment. *Strength Mater.*, 2013, vol. 45, no. 2, pp. 205–209.

13. Boyko D.V., Zheleznov L.P., Kabanov V.V. Investigation of nonlinear deformation and stability of oval cylindrical shells under combined loading by bending and twisting moments. *Izv. Vyssh. Uchebn. Zaved., Aviats. Tekh.*, 2007, no. 3, pp. 3–7. (In Russian)
14. Ilgamov M.A., Ivanov V.A., Gulin B.V. Strength, Stability, and Dynamics of Shells with Elastic Filler. Moscow, Nauka, 1977, 331 p. (In Russian)
15. Bazhenov V.G., Kibets A.I., Petrov M.V., Fedorova T.G., Shoshin D.V. Theoretical and experimental study of stability loss and supercritical behavior of a thin-walled cylindrical shell under bending. *Probl. Prochn. Plast.*, 2009, vol. 71, pp. 77–83. (In Russian)
16. Gonik E.G., Petrov M.V., Fedorova T.G. Experimental study of the stability loss of cantilevered cylindrical thin-walled shells under transverse bending. *Probl. Prochn. Plast.*, 2016, vol. 78, no. 2, pp. 228–235. (In Russian)
17. Petrov M.V., Fedorova T.G., Gonik E.G. Experimental study of the loss of stability of thin-walled shells under pure bending. *Vestn. Chuv. Gos. Pedagog. Univ. im. I.Y. Yakovleva, Ser. Mekh. Predelnogo Sost.*, 2015, no. 2, pp. 119–125. (In Russian)
18. Knebel K., Schweizerhof K. Buckling of cylindrical shells containing granular solids. *Thin-Walled Struct.*, 1995, vol. 23, nos. 1–4, pp. 295–312. doi: 10.1016/0263-8231(95)00018-9.
19. Shagivaleev K.F. Calculation of a closed cylindrical shell filled with bulk material, for a radial load. *Izv. Vyssh. Uchebn. Zaved., Stroit.*, 2003, no. 2, pp. 20–23. (In Russian)
20. Rotter J.M., Sadowski A.J. Full plastic resistance of tubes under bending and axial force: Exact Treatment and Approximations. *Structures*, 2016, vol. 10, pp. 30–38. doi: 10.1016/j.istruc.2016.11.004.
21. Bazhenov V.G., Gonik E.G., Kibets A.I., Petrov M.V., Fedorova T.G. Stability and supercritical behavior of large size tankers for transportation of loose goods. *J. Mach. Manuf. Reliab.*, 2015, vol. 44, no. 5, pp. 422–427. doi: 10.3103/S1052618815050039.
22. Chen L., Doerich C., Rotter J.M. A study of cylindrical shells under global bending in the elastic-plastic range. *Steel Constr.*, 2008, vol. 1, no. 1, pp. 59–65. doi: 10.1002/stco.200890008.
23. Bazhenov V.G., Gonik E.G., Kibets A.I., Petrov M.V., Fedorova T.G., Frolova I.A. Stability and supercritical behaviour of thin-walled cylindrical shell with discrete aggregate in bending. *Mater. Phys. Mech.*, 2016, vol. 28, nos. 1–2, pp. 16–20.
24. Rotter J.M., Sadowski A.J., Chen L. Nonlinear stability of thin elastic cylinders of different length under global bending. *Int. J. Solids Struct.*, 2014, vol. 51, nos. 15–16, pp. 2826–2839. doi: 10.1016/j.ijsolstr.2014.04.002.
25. Volmir A.S. Stability of Deformable Systems. Moscow, Nauka, 1967. 984 p. (In Russian)
26. Grigolyuk E.I., Kabanov V.V. Stability of Shells. Moscow, Nauka, 1978, 360 p. (In Russian)
27. Kabanov V.V. Stability of Inhomogeneous Cylindrical Shells. Moscow, Mashinostroenie, 1982, 256 p. (In Russian)
28. Gudramovich V.S. Peculiarities of nonlinear deformation and critical states of shell systems with geometric imperfections. *Prikl. Mekh.*, 2006, vol. 42, no. 12, pp. 3–47. (In Russian)
29. Sadowski A.J., Rotter J.M. Solid or shell finite elements to model thick cylindrical tubes and shells under global bending. *Int. J. Mech. Sci.*, 2013, vol. 74, pp. 143–153. doi: 10.1016/j.ijmecsci.2013.05.008.
30. Zubchaninov V.G. Stability and Plasticity. Vol. 1. Stability. Moscow, FIZMATLIT, 2007. 448 p. (In Russian)

31. Shalashilin V.I., Kuznetsov E.B. The Method of Continuation of the Solution with Respect to the Parameter and the Best Parametrization. Moscow, Ed. URSS, 1999. 224 p. (In Russian)
32. Bazhenov V.G. Large deformations and limiting states of elastoplastic structures. *Uprugost i neuprugost. Materialy Mezhdunarodnogo nauchnogo simpoziuma po problemam mekhaniki deformiruemyyh tel, posvyashchennogo 105-letiyu so dnya rozhdeniya A.A. Ilyushina* [Elasticity and Inelasticity. Proc. Int. Sci. Symp. on the Problems of Mechanics of Deformable Bodies Dedicated to the 105th Anniversary of the Birth of A.A. Ilyushin]. Moscow, Mosk. Gos. Univ., 2016, pp. 136–140. (In Russian)
33. Computer complex “Dynamics-3”. Scientific and Technical Center for Nuclear and Radiation Safety. *Attestation Passport of the Software Product No. 325*. Apr. 18, 2013. (In Russian)
34. GOST Russia Certificate of Conformity No. RU.ME20.H00338. (In Russian)
35. Rumshyskii L.Z. Mathematical Processing of Experimental Results. Moscow, Nauka, 1971. 192 p. (In Russian)
36. Pozdeev A.A., Trusov P.V., Nyashin Yu.I. Large elastoplastic Deformations: Theory, Algorithms, Applications. Moscow, Nauka, 1986. 232 p. (In Russian)
37. Korobeinikov S.N. Nonlinear Deformation of Solids. Novosibirsk, Izd. Sib. Otd. Ross. Akad. Nauk, 2000. 262 p. (In Russian)
38. Korobeinikov S.N., Shutov A.V. Selection of the reference surface in the equations of plates and shells. *Vychisl. Tekh.*, 2003, vol. 8, no. 6, pp. 38–59. (In Russian)
39. Kachanov L.M. Fundamentals of the Theory of Plasticity. Moscow, Nauka, 1969. 420 p. (In Russian)
40. Kazakov D.A., Kapustin S.A., Korotkikh Yu.G. Modeling of the Processes of Deformation and Destruction of Materials and Structures. Nizhny Novgorod, Izd. NNGU, 1999. 226 p. (In Russian)
41. Bazhenov V.G., Gonik E.G., Kibets A.I., Shoshin D.V. Stability and limit states of elastoplastic spherical shells under static and dynamic loading. *J. Appl. Mech. Tech. Phys.*, 2014, vol. 55, no. 1, pp. 8–15. doi: 10.1134/S0021894414010027.
42. Golovanov A.I., Tyuleneva O.N., Shigabutdinov A.F. Finite Element Method in Static and Dynamics of Thin-Walled Structures. Moscow, FIZMATLIT, 2006. 391 p. (In Russian)
43. Belytschko T., Liu W.K., Moran B. Nonlinear Finite Elements for Continua and Structures. New York, John Wiley & Sons, 2000. 600 p.
44. Bazhenov V.G., Zhestkov M.N., Zamyatin V.A., Kibets A.I. Mathematical modeling of the development of a beyond-design accident within the reactor shell on fast neutrons. *Vestn. PNIPU, Mekh.*, 2015, no. 3, pp. 5–14. (In Russian)

Для цитирования: Баженов В.Г., Гоник Е.Г., Кибец А.И., Петров М.В., Федорова Т.Г., Фролова И.А. Экспериментальное и теоретическое исследование упруго-пластического выпучивания цилиндрических оболочек, заполненных сыпучим материалом, под действием поперечной силы // Учен. зап. Казан. ун-та. Сер. Физ.-матем. науки. – 2017. – Т. 159, кн. 3. – С. 282–295.

For citation: Bazhenov V.G., Gonik E.G., Kibets A.I., Petrov M.V., Fedorova T.G., Frolova I.A. Experimental and theoretical study of elastoplastic buckling of cylindrical shells filled with bulk material under the action of a transverse force. *Uchenye Zapiski Kazanskogo Universiteta. Seriya Fiziko-Matematicheskie Nauki*, 2017, vol. 159, no. 3, pp. 282–295. (In Russian)