Известия вузов. Математика
2016, №10, с. 86–91

http://kpfu.ru/science/nauchnye-izdaniya/ivrm/
e-mail: izvuz.matem@kpfu.ru

Краткое сообщение, представленное А.М. Бикчентаевым

В.Ж. САКБАЕВ

О ЗАКОНЕ БОЛЬШИХ ЧИСЕЛ ДЛЯ КОМПОЗИЦИЙ НЕЗАВИСИМЫХ СЛУЧАЙНЫХ ПОЛУГРУПП

Аннотация. Изучаются случайные линейные операторы в банаховых пространствах и случайные однопараметрические полугруппы таких операторов. Для композиций независимых случайных полугрупп линейных операторов в гильбертовом пространстве получены достаточные условия выполнения закона больших чисел и приведены примеры его нарушения.

Ключевые слова: закон больших чисел, случайное отображение, случайная полугруппа, теорема Чернова.

УДК: 517.98 : 519.2

1. Введение. В данной работе будут исследованы случайные операторы, случайные полугруппы и их итерации. Для последовательности композиций n независимых одинаково распределенных случайных полугрупп операторов изучается асимптотика отклонения композиции от ее математического ожидания при $n \to \infty$.

Для последовательностей $S_n = \frac{1}{n} \sum\limits_{k=1}^{n} \eta_k$, $n \in \mathbf{N}$, сумм независимых числовых случайных величин η_n, $n \in \mathbf{N}$, закон больших чисел утверждает, что $P(\{|S_n - M\eta| > \varepsilon\}) \to 0$ при $n \to \infty$ для любого числа $\varepsilon > 0$, где $M\eta$ — математическое ожидание случайной величины η_k и $P(\{|S_n - M\eta| > \varepsilon\})$ — вероятность отклонения случайной величины S_n от ее математического ожидания более чем на ε. В данной статье для последовательности $\{\mathbf{U}_n\}$ независимых случайных величин со значениями в множестве однопараметрических полугрупп линейных операторов в гильбертовом пространстве H ставится вопрос об асимптотическом поведении последовательности $\langle \mathbf{U} \rangle_n = \mathbf{U}_n^{1/n} \circ \dots \circ \mathbf{U}_1^{1/n}$, $n \in \mathbf{N}$, композиций независимых случайных полугрупп.

Будем говорить, что для последовательности $\{\mathbf{U}(n)\}$ композиций случайных полугрупп со значениями в банаховом пространстве операторнозначных функций X выполняется закон больших чисел, если вероятность того, что отклонения композиции $\mathbf{U}(n)$ от ее математического ожидания по норме пространства X превосходит некоторое положительное число, стремится к нулю при $n \to \infty$. Будем говорить, что для последовательности $\{\mathbf{U}(n)\}$ композиций случайных полугрупп со значениями в топологическом векторном пространстве операторнозначных функций Y выполняется закон больших чисел, если для каждой полунормы p из семейства S, определяющего топологию на пространстве Y, вероятность

Поступила 24.03.2016

Благодарности. Работа выполнена за счет средств гранта Российского научного фонда (проект №14-11-00687).

того, что отклонение композиции $\mathbf{U}(n)$ от ее математического ожидания по полунорме p превосходит некоторое положительное число, стремится к нулю при $n \to \infty$.

Изучение композиций случайных линейных преобразований баноховых пространств представляет интерес для некоммутативной теории вероятности, теории динамических систем и теории стохастических дифференциальных уравнений.

В работах [1]–[4] случайные динамические системы с дискретным временем изучаются как последовательности композиций n независимых случайных отображений фазового пространства. В указанных работах изучаются инвариантные меры, разложение динамики на детерминированную и стохастическую компоненты, эргодические свойства, аттракторы. В работах [3], [5], [6] получены условия, достаточные для стремления к нормальному распределению логарифмов показателей Ляпунова композиций n незавсимых случайных линейных операторов при $n \to \infty$. В работе [7] исследованы предельные распределения спектрального радиуса для композиций случайных линейных операторов.

В данной работе исследуются случайные полугруппы линейных преобразований банахова пространства, введенные в статье [8] и изученные в работах [9], [10]. Установлены условия на случайные полугруппы операторов, достаточные для выполнения закона больших чисел; приведены примеры случайных полугрупп операторов, для которых закон больших чисел не выполнен.

2. Случайные операторы и полугруппы. Для изучения случайных полугрупп и операторов введем следующее расширение понятия случайной величины. Всюду далее измеримым пространством называется пара $(E, \mathcal{A})$, где E — множество, $\mathcal{A}$ — некоторая алгебра его подмножеств; вероятностным пространством называется набор $(E, \mathcal{A}, \mu)$, где $(E, \mathcal{A})$ — измеримое пространство, а μ — неотрицательная нормированная конечно аддитивная функция на алгебре $\mathcal{A}$, которую называем также вероятностной мерой. Случайной величиной называем $\mathcal{A}$-измеримую функцию ξ на вероятностном пространстве $(E, \mathcal{A}, \mu)$ со значениями в некотором измеримом пространстве. Случайная величина ξ может принимать значения в топологическом векторном пространстве, снабженном минимальной алгеброй подмножеств, содержащей все открытые множества топологии. Например, если такая случайная величина ξ принимает значения в пространстве операторов, то она называется случайным оператором; аналогично определяется и случайная полугруппа.

Понятие случайной полугруппы состоит в следующем. Пусть $Y_s(X)$ – топологическое векторное пространство сильно непрерывных отображений $\mathbf{F}$ полуоси $R_+ = [0, +\infty)$ в банахово пространство $B(X)$ линейных преобразований банахова пространства X, топология τ_s на котором определяется семейством функционалов $\phi_{T,u}$, $T \geq 0$, $u \in X$, действующих по правилу $\phi_{T,u}(\mathbf{F}) = \sup\limits_{t \in [0,T]} \|\mathbf{F}(t)u\|_X$; пусть также X_* — такое банахово пространство, что $(X_*)^* = X$.

Определение. Случайной полугруппой называем случайную величину G, принимающую значения в множестве $\mathcal{S}(X)$ сильно непрерывных однопараметрических полугрупп операторов, действующих в банаховом пространстве X (алгебра $\mathcal{A}_{\mathcal{S}}$ подмножеств $\mathcal{S}(X)$, превращающая его в измеримое пространство, представляет собой минимальную алгебру подмножеств множества $\mathcal{S}(X)$, содержащую все множества из топологии $\tau_{\mathcal{S}}$, индуцированой на $\mathcal{S}(X)$ из топологического пространства $Y_s(X)$).

Математическим ожиданием случайной полугруппы G как отображения пространства с мерой $(E, \mathcal{A}, \mu)$ в топологическое пространство $Y_s(X)$ будем называть интеграл Петтиса

$$M[G] = \int_E G_\varepsilon d\mu(\varepsilon),$$

где $M[G]$ — такой элемент пространства $Y_s(X)$, что для любых $t \in R_+$, $f \in X$, $g \in X_*$ выполняется равенство

$$\langle M[G](t)f, g\rangle = \int_E \langle G_\varepsilon(t)f, g\rangle d\mu(\varepsilon). \tag{1}$$

Здесь через $\langle f, g\rangle$ обозначается значение на элементе $g \in X_*$ линейного непрерывного функционала $f \in X = X_*^*$. Теорема 1 предоставляет достаточные условия существования математического ожидания [11].

Теорема 1 ([10]). *Пусть μ — вещественнозначная мера на алгебре $\mathcal{A}$ подмножеств множества E с ограниченной вариацией. Тогда если измеримое отображение $\xi : E \to Y_s(X)$ является равномерно ограниченным и существует такое плотное в пространстве X линейное подпространство $\mathcal{D}$, что для каждого $u \in \mathcal{D}$ семейство отображений $\xi_\varepsilon(t)u \in C(R_+, X)$, $\varepsilon \in E$, является сильно равномерно липшицевым, то $M\xi(t) \in Y_s(X)$.*

Математическим ожиданием случайного оператора $\mathbf{U}$ называется оператор $M[\mathbf{U}] \in B(H)$, равный интегралу Петтиса от вектор-функции $\mathbf{U} : E \to B(H)$ по мере μ.

Определим второй момент и дисперсию случайных линейных операторов в гильбертовом пространстве. Пусть H — сепарабельное гильбертово пространство. Рассмотрим случайную величину $\mathbf{U}$ со значениями в банаховом пространстве $B(H)$. Охарактеризовать второй момент векторной случайной величины $\mathbf{U}$ могут математические ожидания различных неотрицательно определенных квадратичных отображений K пространства $B(H)$. В данной статье рассмотрим отображение $K : B(H) \to B(H)$, которое действует по правилу $K(\mathbf{U}) = \mathbf{U}^*\mathbf{U}$. Тогда соответствующим функции K вторым моментом случайной величины $\mathbf{U}$ является неотрицательно определенный оператор $M[K(\mathbf{U})] = M[\mathbf{U}^*\mathbf{U}]$, а дисперсией случайной величины $\mathbf{U}$ является неотрицательный оператор $D(\mathbf{U}) = M[K(\mathbf{U} - M[\mathbf{U}])] = M[K(\mathbf{U})] - K(M[\mathbf{U}])$.

3. Закон больших чисел для композиций независимых операторов (полугрупп). При изучении последовательностей композиций независимых одинаково распределенных случайных величин $\mathbf{U}_j$, $j \in \mathbf{N}$, со значениями в банаховом пространстве ограниченных линейных операторов $B(H)$ будем интересоваться асимптотическими при $n \to \infty$ свойствами распределения вероятности случайной величины $\mathbf{U}^n = \mathbf{U}_n \circ \dots \circ \mathbf{U}_1$ и усредненной случайной величины

$$\langle \mathbf{U}\rangle_n = (\mathbf{U}_n)^{1/n} \circ \dots \circ (\mathbf{U}_1)^{1/n},$$

где дробная степень оператора определяется с помощью спектрального разложения в случае самосопряженного или унитарного оператора. Для последовательности композиций независимых случайных операторов аналогом закона больших чисел являются следующие утверждения.

Пусть $\{\mathbf{A}_n\}$ — последовательность независимых случайных операторов, имеющих одинаковое математическое ожидание $\overline{\mathbf{A}}$. Тогда если

$$\lim_{n\to\infty} P(\{\|(\mathbf{A}_n)^{1/n} \circ \dots \circ (\mathbf{A}_1)^{1/n} - \overline{\mathbf{A}}\|_{B(H)} > \varepsilon\}) = 0 \tag{2}$$

при любых $\varepsilon > 0$ либо

$$\lim_{n\to\infty} P(\{\|((\mathbf{A}_n)^{1/n} \circ \dots \circ (\mathbf{A}_1)^{1/n} - \overline{\mathbf{A}})x\|_H > \varepsilon\}) = 0 \tag{3}$$

при любых $x \in H$, $x \neq 0$, и любых $\varepsilon > 0$, то для последовательности независимых случайных операторов $\{\mathbf{A}_n\}$ закон больших чисел выполнен по норме (2) либо сильно (3).

Если

$$\lim_{n\to\infty} D((\mathbf{A}_n)^{1/n} \circ \dots \circ (\mathbf{A}_1)^{1/n} - \overline{\mathbf{A}}) = 0, \tag{4}$$

где предельный переход выполняется по операторной норме или в сильной операторной топологии, то закон больших чисел выполняется для последовательности независимых случайных операторов $\{\mathbf{A}_n\}$ в форме Чебышева (по норме или сильно).

Пусть $\{\mathbf{U}_n(t), t \geq 0\}$ — последовательность независимых случайных полугрупп, имеющих одинаковое математическое ожидание $\overline{\mathbf{U}}(t)$, $t \geq 0$. Тогда если

$$\lim_{n\to\infty} P(\{\|\mathbf{U}_n(t/n) \circ \dots \circ \mathbf{U}_1(t/n) - \overline{\mathbf{U}}(t)\|_{B(H)} > \varepsilon\}) = 0 \tag{5}$$

при любых $t \geq 0$ и любых $\varepsilon > 0$ либо если

$$\lim_{n\to\infty} P(\{\sup_{t\in[0,T]} \|(\mathbf{U}_n(t/n) \circ \dots \circ \mathbf{U}_1(t/n) - \overline{\mathbf{U}}(t))x\| > \varepsilon\}) = 0 \tag{6}$$

при любых $x \in H$, $x \neq 0$, любых $T \geq 0$ и любых $\varepsilon > 0$, то для последовательности случайных полугрупп $\{\mathbf{U}_n\}$ закон больших чисел выполнен но норме поточечно на полуоси R_+ (5) либо сильно равномерно на каждом отрезке $[0, T]$, $T > 0$, (6). Если

$$\lim_{n\to\infty} D((\mathbf{U}_n(t/n)) \circ \dots \circ (\mathbf{U}_1(t/n)) - \overline{\mathbf{U}}(t)) = 0, \tag{7}$$

где предельный переход в (7) выполняется в некоторой топологии на пространстве отображений $R_+ \to B(H)$, то закон больших чисел выполняется для последовательности случайных полугрупп $\{\mathbf{U}_n(t), t \geq 0\}$ в форме Чебышева (в соответствующей топологии).

Теорема 2. *Пусть ξ — случайная величина со значениями в множестве самосопряженных операторов в пространстве H и пусть $U(t) = \exp(i\xi t)$, $t \geq 0$, — соответствующая случайная полугруппа. Пусть существует такое плотное в пространстве H подпространство $\mathcal{D}$, что для любого $u \in \mathcal{D}$ выполняется условие $\int\limits_E \|\xi(\varepsilon)u\|_H d\mu(\varepsilon) < \infty$. Тогда если определенный на пространстве $\mathcal{D}$ равенством $\overline{\xi}u = \int\limits_E \xi(\varepsilon)u d\mu(\varepsilon)$ оператор $\overline{\xi}$ существенно самосопряжен, то для последовательности $\{\mathbf{U}_n\}$ независимых одинаково распределенных случайных полугрупп выполняется условие*

$$\lim_{n\to\infty} [\sup_{t\in[0,T]} \|D(\mathbf{U}_n(t/n) \circ \dots \circ \mathbf{U}_1(t/n))x\|_H] = 0 \quad \forall T > 0, \quad \forall x \in H. \tag{8}$$

Доказательство. Рассмотрим последовательность $\{\mathbf{U}^n\}$, значением n-го члена которой является композиция n независимых случайных полугрупп линейных операторов $\mathbf{U}_1, \mathbf{U}_2, ..., \mathbf{U}_n$:

$$\mathbf{U}^n = \mathbf{U}_n \circ \dots \circ \mathbf{U}_2 \circ \mathbf{U}_1.$$

Так как при каждом $n \in \mathbf{N}$ случайные операторы $\mathbf{U}_1, \mathbf{U}_2, \dots, \mathbf{U}_n$ являются независимыми в совокупности и одинаково распределенными, то

$$M[\mathbf{U}^n] = M[\mathbf{U}_n] \circ \dots \circ M[\mathbf{U}_2] \circ M[\mathbf{U}_1] = (M[\mathbf{U}])^n \quad \forall n \in \mathbf{N}.$$

При каждом $t \geq 0$ и каждом $n \in \mathbf{N}$ справедливы следующие равенства:

$$D(\langle\mathbf{U}\rangle_n(t)) = M[\mathbf{U}_1^*(t/n) \circ \dots \circ \mathbf{U}_n^*(t/n) \circ \mathbf{U}_n(t/n) \circ \dots \circ \mathbf{U}_1(t/n)] - (M[(\mathbf{U}(t/n))^n])^* M[(\mathbf{U}(t/n))^n].$$

Поэтому для последовательности $\{\mathbf{U}_n\}$ независимых случайных унитарных полугрупп

$$D(\langle\mathbf{U}\rangle_n(t)) = \mathbf{I} - ((M[\mathbf{U}(t/n)])^n)^* (M[\mathbf{U}(t/n)])^n. \tag{9}$$

В соответствии с теоремой 3 работы [10] оператор-функция $M[\mathbf{U}(t)]$, $t \geq 0$, эквивалентна по Чернову ([8], [10]) полугруппе $\exp(i\overline{\xi}t)$, $t \geq 0$, т. е. последовательность $(M[\mathbf{U}(t/n)])^n$, $t \geq 0$, сходится к полугруппе $\exp(i\overline{\xi}t)$, $t \geq 0$, в сильной операторной топологии равномерно на каждом отрезке полупрямой R_+. Поэтому $\lim\limits_{n\to\infty}(\sup\limits_{t\in[0,T]} \|[(((M[\mathbf{U}(t/n)])^n)^* (M[\mathbf{U}(t/n)])^n - \mathbf{I}]x\|_H) = 0$ для любых $T > 0$ и $x \in H$. □

Заметим, что из (8) следует (6). В условиях равномерной ограниченности случайного оператора ξ по норме утверждение теоремы может быть усилено.

Теорема 3. *Пусть ξ — случайная величина со значениями в множестве ограниченных самосопряженных операторов в пространстве H, множество значений которой ограничено по норме пространства $B(H)$, и пусть $\mathbf{U}(t) = \exp(i\xi t)$, $t \geq 0$, — соответствующая случайная полугруппа. Тогда для последовательности $\{\mathbf{U}_n\}$ независимых одинаково распределенных случайных полугрупп выполняется условие*

$$\lim_{n\to\infty} [\sup_{t\in[0,T]} \|D(\mathbf{U}_n(t/n)\circ\cdots\circ\mathbf{U}_1(t/n))\|_{B(H)}] = 0 \ \ \forall T > 0. \tag{10}$$

В работе [12] установлена справедливость закона больших чисел для случайной полугруппы с ограниченным множеством генераторов без предположения унитарности.

Теорема 4. *Пусть ξ — случайная величина со значениями в пространстве $B(H)$, множество значений которой ограничено по норме пространства $B(H)$, и $\mathbf{U}(t) = \exp(i\xi t)$, $t \geq 0$, — соответствующая случайная полугруппа. Тогда для последовательности $\{\mathbf{U}_n\}$ независимых одинаково распределенных случайных полугрупп выполняется условие* (10).

Заметим, что из (10) следует условие (5).

Пример нарушения закона больших чисел для композиций случайных полугрупп. Пусть $E = (0,1)$, 2^E — алгебра всех подмножеств множества E и пусть $W_0(E)$ — класс неотрицательных нормированных конечно аддитивных мер μ на алгебре подмножеств 2^E, сосредоточенных в произвольной проколотой окрестности точки $\varepsilon_0 = 0$ в том смысле, что для любого множества $A \in 2^E$, замыкание которого не содержит точки нуль, выполняется условие $\mu(A) = 0$. Пусть $(E, 2^E, \mu)$ — пространство с мерой $\mu \in W_0(E)$.

Пусть $\mathbf{L}$ – максимальный симметрический, но не самосопряженный оператор в гильбертовом пространстве H с индексами дефекта $(0,m)$, $m \in \mathbf{N}$, и пусть $\mathbf{L}_\varepsilon$, $\varepsilon \in (0,1)$, — однопараметрическое семейство самосопряженных операторов, сильный граф-предел которых при $\varepsilon \to 0$ совпадает с оператором $\mathbf{L}$. Пример таких операторов приведен в работе [13] и там же показано, что оператор $i\mathbf{L}$ является генератором изметрической полугруппы $e^{it\mathbf{L}}$, $t \geq 0$, а оператор $i\mathbf{L}$ является генератором сжимающей полугруппы $e^{-it\mathbf{L}^*}$, $t \geq 0$. При каждом $t > 0$ оператор $e^{-it\mathbf{L}^*}$ имеет нетривиальное ядро $H_1(t)$, причем ([14]) оператор $e^{-it\mathbf{L}}e^{-it\mathbf{L}^*}$ является ортогональным проектором на подпространство $H_0(t) = (H_1(t))^\perp$.

Тогда отображение $E \ni \varepsilon \to \{e^{-it\mathbf{L}_\varepsilon},\ t \geq 0\} \in Y_s(H)$ является случайной полугруппой. При фиксированном значении параметра $t > 0$ получаем случайный оператор

$$\mathbf{U}_\varepsilon(t) = e^{-it\mathbf{L}_\varepsilon}, \ \ \varepsilon \in E, \tag{11}$$

со значениями во множестве унитарных операторов.

Лемма. *Для любого $t \geq 0$ случайный оператор* (11) *имеет математическое ожидание $M[\mathbf{U}](t) = e^{-it\mathbf{L}^*}$.*

Действительно ([13]), в силу условий $\dim(\mathrm{Ker}(\mathbf{L}^* - i\mathbf{I})) = 0$ и $\dim(\mathrm{Ker}(\mathbf{L}^* + i\mathbf{I})) \neq 0$ при любом $t > 0$ последовательность унитарных операторов $\{\mathbf{U}_\varepsilon(t)\}$, $\varepsilon \to +0$, сходится в слабой операторной топологии к оператору $e^{-it\mathbf{L}^*}$ при $\varepsilon \to +0$. Так как $\mu \in W_0(E)$, то интеграл Петтиса $\int\limits_E e^{-it\mathbf{L}_\varepsilon} d\mu(\varepsilon)$ равен $e^{-it\mathbf{L}^*}$.

Предложение. *Пусть $t > 0$ и $\mathbf{U}(t) : E \to B(H)$ — случайный оператор* (11)*. Тогда $D(\langle\mathbf{U}\rangle_n(t)) = \mathbf{I} - e^{-it\mathbf{L}}e^{-it\mathbf{L}^*} \equiv \mathbf{P}_{H_1(t)}$ при всех $n \in \mathbf{N}$. Здесь $H_1(t)$ — сдвиговая компонента в разложении Вольда* ([14]) *изометрического оператора $e^{it\mathbf{L}}$.*

Действительно, поскольку значениями случайной полугруппы $\mathbf{U}$ являются унитарные операторы, то для дисперсии n-кратной композиции $(\mathbf{U}(t/n))^n$ справедлива формула (9). Так как математическое ожидание $M[\mathbf{U}](t)$, $t \geq 0$, является полугруппой, то $(M[\mathbf{U}](t/n))^n = M[\mathbf{U}](t) = e^{-it\mathbf{L}^*}$ при всех $n \in \mathbf{N}$, что и доказывает предложение.

Из предложения следует, что при любом $t > 0$ $\|D((\mathbf{U}(t/n))^n)\| = 1$ и что условие $\lim\limits_{n\to\infty} P(\{\|(\mathbf{U}(t/n))^n - M(\mathbf{U}(t/n))^n\|_{B(H)} > \delta\}) = 0$ не выполняется ни при каком $\delta > 0$.

Литература

[1] Бланк М.Л. *Устойчивость и локализация в хаотической динамике* (МЦНМО, М., 2001).

[2] Григорчук Р.И. *Эргодические теоремы для действия свободной группы и свободной полугруппы*, Матем. заметки. **65** (5), 779–783 (1999).

[3] Оселедец В.И. *Марковские цепи, косые произведения и эргодические теоремы для общих динамических систем*, ТВП **10** (3), 551–557 (1965).

[4] Kakutani S. *Random ergodic theorem and Markov processes with a stable distribution*, Proc. of 2nd Berkeley Sympos. Math. Statist. and Prob. 247–261 (1951).

[5] Тутубалин В.Н. *Некоторые теоремы типа усиленного закона больших чисел*, ТВП **14** (2), 319–326 (1969).

[6] Лётчиков А.В. *Условная предельная теорема для произведений случайных матриц*, Матем. сб. **186** (3), 65–84 (1995).

[7] Протасов В.Ю. *Инвариантные функции для показателей Ляпунова случайных матриц*, Матем. сб. **202** (1), 105–132 (2011).

[8] Орлов Ю.Н., Сакбаев В.Ж., Смолянов О.Г. *Формулы Фейнмана как метод усреднения случайных гамильтонианов*, Тр. МИАН **285**, 232–243 (2014).

[9] Ефремова Л.С., Сакбаев В.Ж. *Понятие взрыва множества решений дифференциальных уравнений и усреднение случайных полугрупп*, ТМФ **185** (2), 252–271 (2015).

[10] Орлов Ю.Н., Сакбаев В.Ж., Смолянов О.Г. *Случайные неограниченные операторы и формулы Фейнмана*, Изв. РАН (в печати) **81** (1) (2017).

[11] Иосида К. *Функциональный анализ* (Мир, М., 1967).

[12] Сакбаев В.Ж. *О законе больших чисел для композиций независимых случайных операторов и случайных полугрупп*, Тр. МФТИ **8** (1), 140–152 (2016).

[13] Сакбаев В.Ж. *Задача Коши для линейного дифференциального уравнения с вырождением и усреднение аппроксимирующих ее регуляризаций*, Современ. матем. Фундамент. направления **43**, 3–174 (2012).

[14] Секефальви-Надь Б., Фояш Ч. *Гармонический анализ операторов* (Мир, М., 1970).

В.Ж. Сакбаев

Московский институт имени В.А. Стеклова Российской Академии наук,
ул. Губкина, д. 8, г. Москва, 119991, Россия,

`e-mail:` fumi2003@mail.ru

V.Zh. Sakbaev

On the law of large numbers for compositions of independent random semigroups

Abstract. We study random linear operators in Banach spaces and random one-parameter semigroups of such operators. For compositions of independent random semigroups of linear operators in the Hilbert space we obtain sufficient conditions for fulfilment of the law of large numbers and give examples of its violation.

Keywords: law of large numbers, random map, random semigrop, Chernoff theorem.

V.Zh. Sakbaev

Steklov Mathematical Institute of Russian Academy of Sciences,
8 Gubkin str., Moscow, 119991 Russia,

`e-mail:` fumi2003@mail.ru