

ОРИГИНАЛЬНАЯ СТАТЬЯ

УДК 504.064.2.001.18

doi: 10.26907/2542-064X.2023.2.281-294

ЭНТРОПИЙНАЯ МОДЕЛЬ ДИНАМИЧЕСКОГО ХАОСА ГЕОЭКОЛОГИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ

О.В. Базарский¹, Ж.Ю. Кочетова¹, В.В. Кульнев², Д.А. Пантелеев¹

*¹ВУНЦ ВВС «Военно-воздушная академия имени профессора Н.Е. Жуковского и
Ю.А. Гагарина», г. Воронеж, 394004, Россия*

*²Центрально-Черноземное межрегиональное управление Федеральной службы
по надзору в сфере природопользования, г. Воронеж, 394087, Россия*

Аннотация

Системы динамического хаоса описываются нелинейным циклическим соотношением Ферхюльста. Цель работы – актуализация этого соотношения для описания деградации геоэкологических систем, находящихся на различных стадиях развития. Введено новое понятие – геохимическая энтропия экологических систем, которая изменяется в интервале $[0, 4]$ и определяет уровень их устойчивости в интервале $[0, 1]$. Модель верифицирована на примере оценки загрязнения почв в г. Липецк. Показано, что, несмотря на высокий уровень загрязнения почв города в отдельных точках, в целом экологическая ситуация соответствует рангу «норма» с высоким уровнем устойчивости (0.98). Сделаны прогнозы развития экологической ситуации в г. Липецк при изменении техногенной нагрузки. При сохранении текущей антропогенной нагрузки устойчивость экологической системы останется практически неизменной. При повышении загрязнения почв устойчивость может уменьшаться с различной скоростью в зависимости от энтропии системы. Предложенная модель позволяет оценить текущее геоэкологическое состояние масштабных антропогенно нагруженных территорий с высокими уровнями вариации загрязнения на различных участках, прогнозировать уровень комфортности проживания населения в городских агломерациях и управлять геоэкологическими системами.

Ключевые слова: модель Ферхюльста, динамический хаос, энтропия, устойчивость экологической системы, прогноз экологической ситуации, загрязнение почв, тяжелые металлы

Введение

В классической науке известны два подхода к описанию структуры материи – динамический и статистический. Первый применяют, когда причина и следствие событий связаны однозначно с точностью до ошибок измерений, а результатом события является один исход. Такой подход справедлив при малом числе состояний (тел) системы, например, в механике. Математическое описание заключается в составлении и решении системы уравнений, дающей однозначное решение. Статистический подход используют, когда на систему воздействует множество случайных факторов, измерить и предсказать которые невозможно. Результатом события в этом случае является ряд исходов с

различной вероятностью. Математическое описание подчиняется теории вероятностей и математической статистике.

Однако существуют промежуточные системы – так называемые «системы динамического хаоса», в которых сочетаются случайные и детерминированные процессы. В таких системах с течением времени наблюдается переход от простых однозначных упорядоченных состояний к случайным беспорядочным [1, 2]. Теория динамического хаоса впервые начала развиваться в трудах физика Эдварда Лоренца и математика Митчела Фейгенбаума [3] во второй половине прошлого века. Лоренц изучал гидродинамические процессы перехода динамического ламинарного течения жидкости и газа к хаотическому турбулентному и аналогичные метеорологические процессы. Было показано, что такие процессы неустойчивы к незначительным изменениям начальных условий на больших рядах наблюдений, и существует «горизонт прогноза», когда динамическое развитие системы сменяется хаотическим и предсказать ее поведение становится невозможным. На русском языке теория динамического хаоса впервые опубликована в работе [5].

Аналогичные закономерности возникновения динамического хаоса наблюдаются при изучении колебательных процессов, в частности радиотехнических, когда периодические колебательные процессы скачкообразно меняются на аperiodические с потерей синхронизации [6, 7]. Математическое описание систем динамического хаоса основана на системах дифференциальных уравнений.

Митчел Фейгенбаум ввел понятие «странный аттрактор» и дал математические представления о динамическом хаосе, характеризуемом странными аттракторами, а Пьер Франсуа Ферхюльст предложил простое нелинейное уравнение, описывающее подобные процессы, состоящие из последовательности циклов, когда выходные параметры n цикла являлись входными для $n + 1$. Это математическая модель, когда малые ошибки предыдущих детерминированных циклов накапливаются и приводят к скачку перехода от динамического развития системы к хаотическому.

С нашей точки зрения, уравнение П.Ф. Ферхюльста способно описать геоэкологические процессы перехода от динамического развития при достаточно малых антропогенных нагрузках к хаотическим [8–10]. Для этого необходимо придать экологический смысл обобщенным параметрам, входящим в уравнение П.Ф. Ферхюльста. С точки зрения динамического хаоса экологические процессы изучены мало, но многими авторами отмечаются перспективность и актуальность развития этого нового направления в экологии [10, 11].

Цель работы – построение модели динамического хаоса для геоэкологической системы и ее верификация на примере загрязнения почв г. Липецк.

2. Энтропийная модель динамического хаоса

Математическая модель циклических процессов, приводящих к динамическому хаосу, описывается уравнением П.Ф. Ферхюльста [12]:

$$X_{n+1} = KX_n(1 - X_n); \quad n = 0, 1, 2, \dots, \gamma, \quad (1)$$

где X_n – выходной параметр системы после n -го цикла, являющийся входным для $(n + 1)$ цикла; K – управляющий параметр; n – число циклов (лет).

В экологии естественно предположить, что длительность каждого цикла равна одному году. Число циклов $n = \gamma$ определяет накопленные ошибки, характеризующие степень деградации системы.

Степень экологической деградации системы ограничена областью $[0; 1]$. При малых значениях X степень деградации минимальна, система пребывает в динамическом состоянии. При $X = 1$ система находится в абсолютно хаотическом состоянии. При промежуточных значениях X наблюдается переход от динамического развития системы к хаотическому.

Управляющий параметр K должен быть аддитивной величиной, так как характеризует степень беспорядка, приобретаемого системой за счет всего разнообразия антропогенного воздействия. Фактически, K – это энтропия экологической системы, а степень деградации системы X можно описать как уровень ее неустойчивости к антропогенным факторам [13]. Если неустойчивость системы находится в интервале $P \in [0; 1]$, то энтропийный управляющий параметр $S \in [0; 4]$. Таким образом, в этой модели все параметры развития системы ограничены как снизу, так и сверху.

Запишем уравнение (1) для геоэкологической системы следующим образом:

$$P_{n+1} = SP_n(1 - P_n); \quad n = 0, 1, 2, \dots, \gamma. \quad (2)$$

Слагаемое SP_n характеризует линейное приращение неустойчивости экологической системы на n -ной итерации, второе слагаемое $(-SP_n^2)$ – нелинейный сдерживающий фактор, накладывающий ограничения на бесконечный рост неустойчивости. Если начальное состояние экологической системы – природный фон ($P_0 = 0$), то система имеет одно состояние, ее энтропия $S_0 = 0$. В состоянии абсолютного хаоса $P = 1$ и, в соответствии с моделью, максимальное значение геохимической энтропии $S = 4$.

Принципиальным является вопрос математической записи геоэкологической энтропии, в частности геохимической. Поскольку используется модель динамического хаоса, сочетающая переход от динамического развития геоэкологической ситуации к хаотическому, необходимо ввести новое понятие «геоэкологическая энтропия». Но в целом подход должен быть статистическим, основанным на законах распределения случайной величины, определяющей энтропию процесса.

Уровень энтропии любой системы определяется числом ее возможных состояний относительно начального. В геоэкологии начальным состоянием является природное фоновое состояние системы, когда человек находится в равновесии с окружающей средой. В этом случае число состояний системы равно единице. Поскольку энтропия должна быть аддитивной величиной, то $\ln 1 = 0$, и это начало отсчета величины геоэкологической энтропии. Геоэкологическая энтропия определяется законом распределения измеряемой случайной величины, например концентрациями загрязняющих веществ, от

которых зависит число состояний. Закон распределения определяет вероятности этих состояний. Тогда геоэкологическую энтропию можно записать следующим образом:

$$S = \sum_{i=1}^N P_i \ln \bar{K}_i. \quad (3)$$

Расчет геохимической энтропии включает пять этапов.

1. Сбор базы данных по уровню загрязнения изучаемой территории в точках отбора проб.

2. Расчет числа состояний экологической системы в каждой точке пробоотбора [14]:

$$K_i = C_i / \text{ПДК(ОДК)}_i, \quad (4)$$

где C_i – фактическая концентрация загрязняющего вещества в точке пробоотбора, ПДК(ОДК)_i – предельно (ориентировочно) допустимая концентрации этого загрязнителя окружающей среды; K_i – число состояний или коэффициент опасности i -того загрязнителя.

Если уровень загрязнения $C_i \leq \text{ПДК}$, то $K_i \leq 1$. В этом случае загрязнение не опасно для человека. Случаи $K_i \geq 1$ являются опасными и ранжируются в соответствии с требованиями СанПиН [15]. Пороговое безопасное значение числа состояний геоэкологической системы $K_i = 1$. Тогда, в соответствии с моделью, безопасный уровень геоэкологической энтропии $\ln 1 = 0$.

3. Разбиение базы данных на N градаций. В соответствии со статистической теорией максимальное число градаций $N_{\max} = \lg \zeta$, где ζ – число измерений (точек пробоотбора) на исследуемой территории. В этом случае все градации являются репрезентативными. Усреднение близких значений K_i в каждой градации позволяет рассчитать средние значения состояний экологической системы в каждой градации \bar{K}_i . Повторяемость в каждой градации P_i рассчитывается по формуле:

$$P_i = m_i / m, \quad (5)$$

где m_i и m – число измерений в i -той градации и общее число измерений.

4. Построение гистограммы по закону распределения случайной величины и расчет математического ожидания M :

$$M = \sum_{i=1}^N P_i \bar{K}_i. \quad (6)$$

Математическое ожидание – это средневзвешенное значение уровня загрязнения исследуемой территории. Однако оно не является аддитивной величиной.

5. Геохимическая энтропия, как мера неупорядоченности системы, пропорциональна числу ее состояний или, в нашем случае, числу опасных состояний. Однако из уравнения (6) следует, что число опасных состояний имеет различные вероятности для каждой градации закона распределения. Для придания аддитивности геохимической энтропии системы число ее состояний

\bar{K}_i логарифмируют. Тогда геохимическая энтропия экологической системы определяется выражением (3).

Полная энтропия антропогенно нагруженной территории для q числа загрязняющих веществ определяется выражением:

$$S_q = \sum_{j=1}^q S_j, \quad (7)$$

где S_j – энтропия j -того загрязняющего вещества.

Последнее выражение определяет одним числом уровень загрязнения значительной географической территории рядом загрязняющих веществ, в то время как классический суммарный показатель загрязнения (СПЗ) – только в отдельных точках [14].

$$\text{СПЗ}_i = \sum_{i=1}^q \frac{c_i}{\text{ПДК}_i} - (q - 1). \quad (8)$$

На рис. 1 показана диаграмма деградации экологической системы от динамического состояния к хаотическому, построенная в соответствии с (2). Такой подход позволяет при измеренных начальных условиях S_0 и P_0 сделать прогноз состояния системы при числе циклов ее развития n до 100 лет.

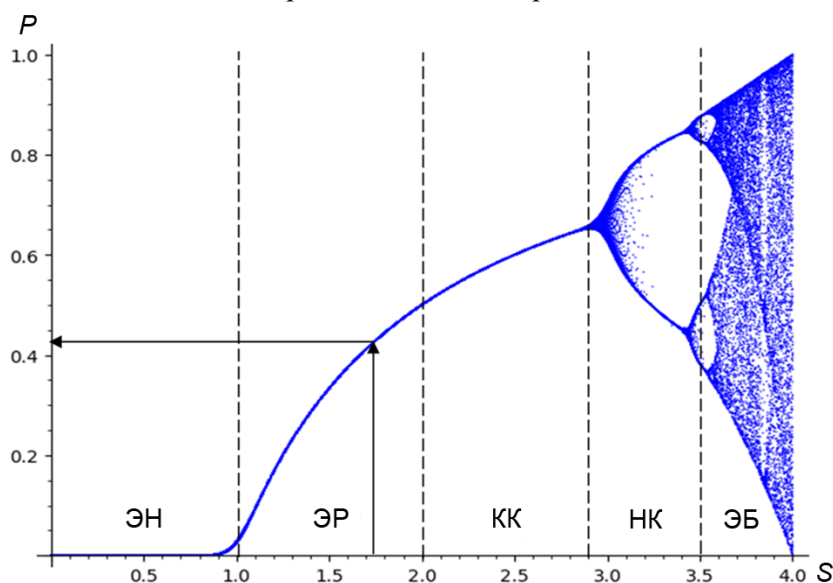


Рис. 1. Диаграмма развития системы динамического хаоса (ЭН – экологическая норма, ЭР – экологический риск, КК – компенсируемый кризис, НК – некомпенсируемый кризис, ЭБ – экологическое бедствие)

Оценка устойчивости $P^* = (1-P)$ развитой модели по Ляпунову [16] показывает, что первая точка неустойчивости модели возникает при $S = 0.89$ ($n = 30$) и $S = 1.0$ для $n = 100$. Далее разница в числе итераций нивелируется, возрастание неустойчивости замедляется при $S = 2$. Шкала экологического состояния системы при ограниченном цикле ее развития ($n \leq 100$) представлена

в таблице 1. В основу названия рангов положена шкала, предложенная А.П. Виноградовым и развитая В.Т. Трофимовым в работе [14]. Но численные значения рангов получены в соответствии с разработанной моделью.

Табл. 1

Ранжирование системы по уровням ее геоэкологической неустойчивости

S	P	Ранг	Характеристика ранга
$0 \leq S < 1$	$0 \leq P < 0.1$	Экологическая норма	Техногенное воздействие по каждому загрязняющему веществу не превышает ПДК. Устойчивость экологической системы $P^* \geq (1-P) \geq 0.9$
$1 \leq S < 2$	$0.1 \leq P < 0.5$	Экологический риск	Уровень техногенного воздействия приводит к превышению ПДК, но протекционные системы среднестатистического человека справляются с этой нагрузкой. Система находится в неустойчивом равновесии $0.5 \leq P^* < 0.9$
$2.0 \leq S < 2.9$	$0.5 \leq P < 0.7$	Компенсируемый экологический кризис	Переходный процесс из неустойчивого равновесия в стационарный колебательный процесс. Интенсивное накопление загрязняющих веществ в организме человека с периодическим их выводом $0.3 \leq P^* < 0.5$
$2.9 \leq S < 3.5$	$0.7 \leq P < 0.88$ $0.4 \leq P < 0.7$	Некомпенсируемый экологический кризис	За счет первой бифуркации система переходит в состояние колебательного динамического хаоса, возможны два непредсказуемых пути ее развития, со случайным увеличением или уменьшением устойчивости
$3.5 \leq S \leq 4.0$	$0.88 \leq P \leq 1.0$	Экологическое бедствие	Множественные бифуркации. Система находится в состоянии абсолютного хаоса. Старая популяция погибает. Однако при $S = 3.77$ существует «окно», в котором возможно выживание приспособившейся части старой популяции и зарождение новой.

При $S = 2.9$ происходит переход от динамического к хаотическому состоянию системы, связанный с первой бифуркацией, когда система самопроизвольно выбирает один из двух возможных путей развития с увеличением или уменьшением ее устойчивости. При этом неустойчивость системы возрастает до 0.88, затем она может продолжить увеличиваться или будет уменьшаться до уровня 0.4. Состояние системы при этом еще можно стабилизировать, например, за счет проведения природоохранных мероприятий. Далее бифуркации циклически повторяются. При $S \geq 3.5$ система переходит к абсолютному хаосу.

3. Верификация энтропийной модели

Объектом для верификации модели динамического хаоса выбран г. Липецк – крупный промышленный центр со специализацией в сфере черной металлургии. Сопоставлялись результаты оценки загрязнения почв города по стандартной и энтропийной модели. В 79 точках [17] отбирались пробы почв по неравномерной сети опробования с привязкой к основным источникам загрязнения. Определение концентрации никеля, цинка, свинца, меди, марганца, кадмия, мышьяка в пробах проводилось в лаборатории комплексных исследований на базе Воронежского государственного университета методом рентгеновской спектрометрии с применением РФА S8 TIGER (Методика определения трейсовых содержаний элементов в почвах, горных породах фирмы Bruker, Германия, зарегистрирована в РФ, Методика № 451-РС).

Единичные превышения нормативов по мышьяку и свинцу были незначительны. Статистически достоверное превышение ОДК наблюдалось по никелю и цинку. ОДК этих элементов для суглинистых и глинистых почв с близким к нейтральному рН составляют 80 и 220 мг/кг соответственно [15]. Максимальные концентрации никеля и цинка зафиксированы только вблизи Новолипецкого металлургического комбината. Поэтому верификацию модели целесообразно проводить именно по этим элементам.

По полученным данным в каждой точке пробоотбора вычислялся СПЗ. Далее с использованием программы Surfer строилась карта загрязнения территории. Полученная карта с нанесенными на ней точками пробоотбора представлена на рис. 2.

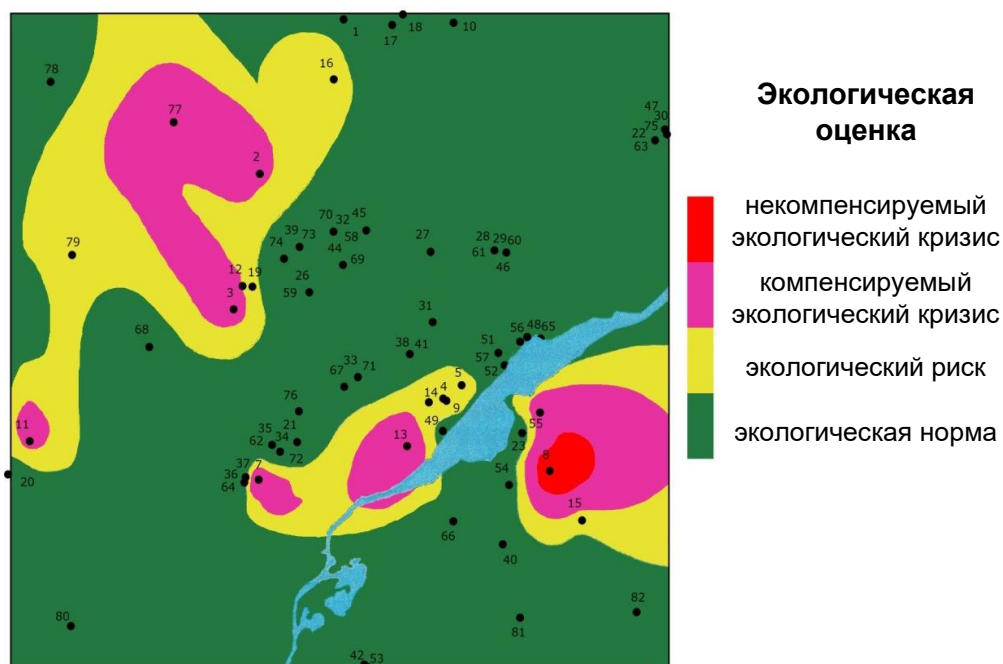


Рис. 2. Карта пространственного загрязнения почв на территории г. Липецка. Точками на карте обозначены места пробоотбора. Цвет определяет уровень загрязнения почв города.

По результатам этих же измерений построены гистограммы концентрационного распределения никеля и цинка на территории города для расчета геоэкологической энтропии территории (рис. 3).

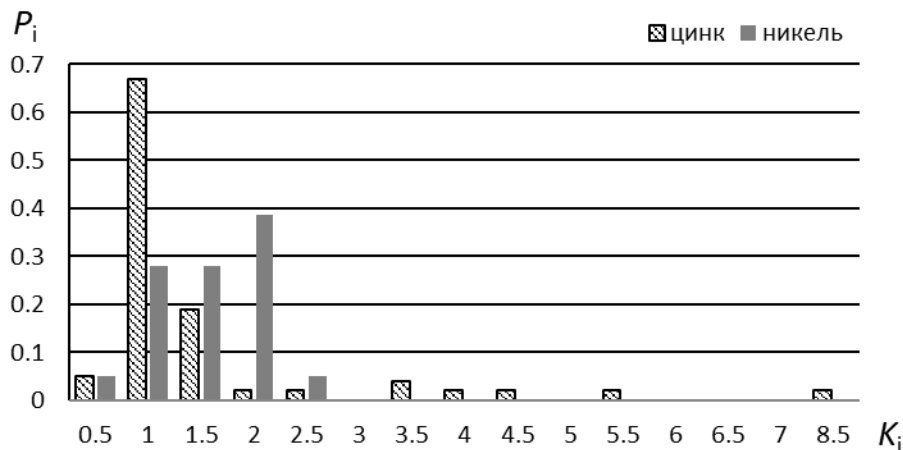


Рис. 3. Гистограммы коэффициентов опасности загрязнителей почв в г. Липецк

Проанализируем результаты, полученные с помощью энтропийной модели.

1. Полученные законы распределения случайных величин не позволяют их аппроксимировать ни одним из известных статистических законов. Это говорит о том, что загрязнение почв мегаполисов не является случайным процессом, на него накладывает упорядоченная деятельность человека по созданию внутри городских территорий технологических кластеров.

2. Загрязнение почв никелем на территории города достаточно равномерное, что свидетельствует о наличии нескольких источников выбросов никеля и его высоких миграционных свойствах.

3. Загрязнение почв цинком, напротив, характеризуется крайне неравномерным распределением по городу. Наиболее часто значительное превышение ОДК цинка (до 8.5 раз) зафиксировано вблизи металлургического комбината, где производится оцинкованный прокат. В это же время основная часть города им не загрязнена или загрязнена незначительно.

4. Вычисления геохимической энтропии по выражению (6) дали следующие результаты: $S_{Ni} = 0.44$; $S_{Zn} = 0.37$. Тогда суммарное загрязнение территории города Липецка (7): $S = S_{Ni} + S_{Zn} = 0.44 + 0.37 = 0.81$. Экологическая ситуация соответствует рангу экологической нормы при низкой степени неустойчивости экологической системы $P = 0.02$ (рис. 1).

5. По новой энтропийной модели рассчитывается уровень загрязнения почв всего города, без выделения опасных очагов, что является ее недостатком.

6. Результаты, полученные с помощью энтропийной модели, показывают, что экологический потенциал современных мегаполисов далеко не исчерпан, несмотря на высокий уровень загрязнения почв в отдельных точках пробоотбора, близких к источникам выбросов. Эти почвы при соответствующих материальных затратах могут быть очищены.

Обратимся к анализу результатов, полученных с помощью стандартной модели.

1. Стандартная модель, основанная на расчете СПЗ почв, не может дать объективную картину загрязнения всей территории в целом. Расчеты позволяют установить отдельные точки пробоотбора, где наблюдается то или иное превышение ПДК (ОДК) загрязнителей. Для остальных точек проводят аппроксимацию с усреднением суммарного показателя загрязнения. При этом под неблагоприятное «усреднение» попадает территория, которая может быть условно чистой.

2. По стандартной модели надежно выделяются участки повышенного загрязнения и чистые. Между ними формируются области промежуточного загрязнения, достоверность определения границ которых сомнительна. Численно уровень загрязнения почв всего города на этой модели рассчитать нельзя.

3. Анализируя карту загрязнений, построенную по стандартной модели, видим, что большая часть территории города чистая, т. е. безопасная. Это качественно подтверждает достоверность энтропийной модели.

Сравнение результатов анализа загрязненности почв Липецка с помощью стандартной модели и новой энтропийной показывает, что полную информацию о геоэкологическом состоянии почв можно получить, используя сочетание этих моделей, поскольку они дополняют друг друга.

4. Прогноз путей развития экологической ситуации в г. Липецк

Для сохранения геоэкологического состояния техногенно нагруженных мегаполисов необходимо проводить мониторинг состояния их территорий и по развитой энтропийной модели прогнозировать развитие системы. Для этого в математическую модель (2) подставляем текущий уровень неустойчивости геоэкологической системы P_0 , задаем прогнозируемый уровень энтропии системы S и оцениваем ее состояние через n лет.

При проведении природоохранных мероприятий и уменьшении энтропии городской агломерации от текущей энтропии системы 0.81 до 0.7, уровень неустойчивости экологической системы снизится за 10 лет до фоновых значений (рис. 4). При $S = 0.7$ уровень неустойчивости системы снижается до 0.005, т. е. она возвращается к первоначальному устойчивому состоянию.

При сохранении текущей экологической ситуации, $S = 0.81$, уровень неустойчивости не изменится.

При повышении уровня антропогенной нагрузки в городе до $S_2 = 1.2$ в течение тридцати пяти лет неустойчивость увеличится и стабилизируется на уровне 0.17, переходя в область экологического риска.

Чтобы достичь хаотического состояния геоэкологической системы Липецка, потребуется огромное увеличение геохимической энтропии территории в ближайшие сто лет. Это время ограничивает горизонт прогноза модели. И даже на стадии перехода от динамической деградации подавляющего большинства существующих геоэкологических систем к хаосу возможно удержать их экологическое состояние в рамках экологического риска

за счет проведения природоохранных мероприятий, не требующих значительных экономических затрат.

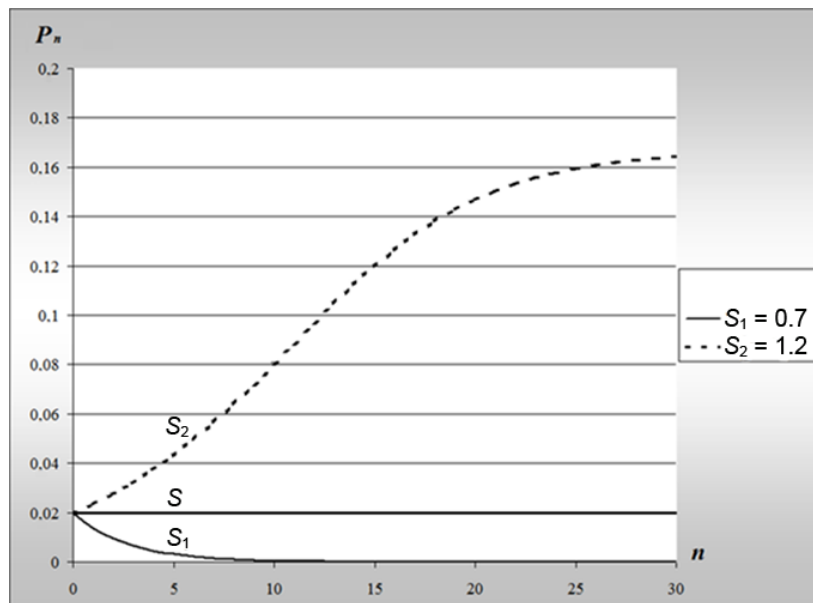


Рис. 4. Прогноз развития экологической ситуации в г. Липецк в течение ближайших 30 лет при различных тенденциях экологической политики

Заключение

Промышленно развитый г. Липецк по результатам измерений концентраций отдельных загрязняющих веществ в почве считается проблемной с экологической точки зрения агломерацией. Однако оценка неустойчивости его экологической системы в целом, по разработанной энтропийной модели, дала, на первый взгляд, достаточно неожиданный результат: текущий уровень неустойчивости $P_0 = 0.02$. Этот говорит о том, что уровень устойчивости экологической системы, определяющий комфортность проживания населения на данной территории, не может быть оценен по результатам измерений в отдельных точках, привязанных к источникам загрязнения. В этом случае практически не учитывается высокий потенциал самовосстановления экологической системы за счет рассеяния и естественной трансформации опасных загрязнителей.

Энтропийная модель динамического хаоса для оценки экологической ситуации техногенно нагруженных территорий, представляющих собой открытые системы, позволяет учитывать, с одной стороны, рост ее неупорядоченности из-за антропогенного воздействия, а с другой — упорядочивание за счет естественных процессов и природоохранных мероприятий.

В целом г. Липецк по комфортности проживания населения на всей его территории находится в ранге экологической нормы, имея текущий уровень геохимической энтропии $S = 0.81$ при уровне неустойчивости $P \leq 0.1$. Прогнозируемо комфортность проживания населения ухудшится при $S > 1$, что

соответствует рангу «экологический риск». При этом у части населения из-за накопления вредных веществ в организме будут появляться экологически обусловленные заболевания.

Разработанная модель позволяет сделать прогноз развития экологической ситуации городской агломерации при различных тенденциях ее экологического развития. Экологический потенциал российских промышленных агломераций далеко не исчерпан. Энтропия агломерации может возрастать в динамическом режиме до уровня $S = 0.5$ при уровне неустойчивости $P = 0.5$. При этом произойдет значительное ухудшение экологической ситуации, но еще можно будет однозначно прогнозировать ее развитие и управлять происходящими геоэкологическими процессами.

Предложенная модель позволяет оценить текущее геоэкологическое состояние масштабных антропогенно нагруженных территорий с высокими уровнями вариации загрязнения на различных участках, прогнозировать уровень комфортности проживания населения в городских агломерациях и реализовывать управление геоэкологическими системами.

Литература

1. Берже П., Помо И., Видаль К. Порядок в хаосе. М.: Мир, 1991. 231 с.
2. Рюэль Д. Случайность и хаос. Ижевск: РХД, 2001. 192 с.
3. Lorenz E.N. Deterministic nonperiodic flow // J. Atmos. Sci. 1963. V. 20, No 2. P. 130–141. doi: 10.1175/1520-0469(1963)020<0130:DNF>2.0.CO;2.
4. Feigenbaum M. Quantitative universality for a class of nonlinear transformations // J. Stat. Phys. 1978. V. 19, No 1. P. 25–52. doi: 10.1007/BF01020332.
5. Лоренц Э. Детерминированное непериодическое течение. Странные аттракторы. М.: Мир, 1981. С. 88–117.
6. Самарский А.А. Компьютеры и нелинейные явления: информатика и современное естествознание. М.: Наука, 1988. 192 с.
7. Гукенхаймер Дж., Холмс Ф. Нелинейные колебания, динамические системы и бифуркации векторных полей. Москва-Ижевск: Ин-т компьютер. исслед., 2002. 559 с.
8. Базарский О.В., Пантелеев Д.А., Кочетова Ж.Ю. Геоэкологическая модель для прогнозирования деградации и восстановления рельефа военных полигонов // Региональные геосистемы. 2022. Т. 46, № 1. С. 119–131. doi: 10.52575/2712-7443-2022-46-1-119-131.
9. Базарский О.В., Кочетова Ж.Ю. Энтропия абиотических геосфер и модель для оценки и прогноза их состояния // Биосфера. 2021. Т. 13, № 1–2. С. 9–14. doi: 10.24855/biosfera.v13i1.572.
10. Розенберг Г.С. Экология и кибернетика: по следам Маргалефа // Биосфера. 2011. Т. 3, № 4. С. 445–454.
11. Сугак Е.В. Современные методы оценки экологических рисков // Европейский журнал социальных наук. 2014. № 5–2 (44). С. 427–433.
12. Шустер Г. Детерминированный хаос. М.: Мир, 1988. 240 с.
13. Йосс Ж., Джозеф Д. Элементарная теория устойчивости и бифуркаций. М.: Мир, 1983. 300 с.

14. Трофимов В.Т., Зилинг Д.Г. Инженерная геология и экологическая экология: теоретико-методологические основы и взаимоотношение. М.: Изд-во Моск. ун-та, 1999. 119 с.
15. СанПиН 1.2.3685-21. Гигиенические нормативы и требования к обеспечению безопасности и (или) безвредности для человека факторов среды обитания. Постановление главного государственного санитарного врача РФ от 28.01.2021 № 2. 635 с.
16. Ла-Салль Ж., Лефишц С. Исследование устойчивости прямым методом Ляпунова. М.: Мир, 1964. 168 с.
17. Косинова И.И., Фонова С.И., Базарский О.В., Плаксицкая И.П. Комплексная оценка геосферы жизнедеятельности населения территории Липецкого промрайона. Воронеж: ВГАСУ, 2014. 175 с.

Поступила в редакцию 08.08.2022
Принята к публикации 21.10.2022

Базарский Олег Владимирович – доктор физико-математических наук, профессор, профессор кафедры физики и химии

ВУНЦ ВВС «Военно-воздушная академия имени профессора Н.Е. Жуковского и Ю.А. Гагарина»
ул. Старых Большевиков, д. 54А, г. Воронеж, 394064, Россия
E-mail: arhangelskaya49@mail.ru

Кочетова Жанна Юрьевна – доктор географических наук, доцент, доцент кафедры эксплуатации и ремонта САТОП

ВУНЦ ВВС «Военно-воздушная академия имени профессора Н.Е. Жуковского и Ю.А. Гагарина»
ул. Старых Большевиков, д. 54А, г. Воронеж, 394064, Россия
E-mail: zk_vva@mail.ru

Кульнев Вадим Вячеславович – кандидат географических наук, ведущий специалист-эксперт отдела государственного экологического надзора по Воронежской области

Центрально-Черноземное межрегиональное управление Федеральной службы по надзору в сфере природопользования
ул. Ломоносова, д. 105, г. Воронеж, 394087, Россия
E-mail: kulneff.vadim@yandex.ru

Пантелеев Дмитрий Александрович – соискатель ученой степени кандидата географических наук кафедры эксплуатации и ремонта САТОП

ВУНЦ ВВС «Военно-воздушная академия имени профессора Н.Е. Жуковского и Ю.А. Гагарина»
ул. Старых Большевиков, д. 54А, г. Воронеж, 394064, Россия
E-mail: dmitryipanteleev@mail.ru

ORIGINAL ARTICLE

doi: 10.26907/2542-064X.2023.2.281-294

Entropy Model of Dynamic Chaos of an Abiotic SystemO.V. Bazarsky^{a*}, Zh.Yu. Kochetova^{a**}, V.V. Kul'nev^{b***}, D.A. Pantelev^{a****}^aZhukovskiy and Gagarin Air Force Academy, Voronezh, 394004 Russia^bCentral Chernozem Interregional Department of the Federal Service for Supervision
of Nature Management, Voronezh, 394087 RussiaE-mail: *arhangelskaya49@mail.ru, **zk_vva@mail.ru, ***kulneff.vadim@yandex.ru,
****dmitryipantelev@mail.ru

Received August 8, 2022; Accepted October 21, 2022

Abstract

Dynamic chaos systems are commonly described by the nonlinear cyclic Verhulst relation. In this study, its use was extended to track the degradation of ecological systems at different stages of their development. A new concept was introduced: the geochemical entropy of abiotic ecological systems, which varies in the interval $[0, 4]$ and determines the level of their stability in the interval $[0, 1]$. The model was verified by assessing soil pollution in Lipetsk (Russia). Despite the high level of soil pollution in certain areas of the city, the overall ecological situation turned out to be “normal” with a high level of stability (0.98). Forecasts were made of how the ecological situation in Lipetsk might develop with a change in the anthropogenic load. If it remains unchanged, the sustainability of the ecological system will be virtually the same. With heavier soil pollution, the stability may be lost at different rates, depending on the entropy of the system. The proposed model is helpful for assessing the current geo-ecological state of large territories with high anthropogenic load and pollution levels varying considerably between different areas of these territories, as well as for predicting the level of living comfort in urban agglomerations and managing ecological systems.

Keywords: Verhulst model, dynamic chaos, entropy, sustainability of the ecological system, forecast of the ecological situation, soil pollution, heavy metals

Figure Captions

Fig. 1. Diagram showing the development of a dynamic chaos system.

Fig. 2. Soil pollution map of Lipetsk.

Fig. 3. Histograms of the hazard quotients of major soil pollutants in Lipetsk.

Fig. 4. Forecast of the development of the ecological situation in Lipetsk for the next 30 years with different trends in the environmental policy.

References

1. Berge P., Pomeau Y., Vidal C. *Poryadok v khaose* [Order within Chaos]. Moscow, Mir, 1991. 231 p. (In Russian)
2. Ruelle D. *Sluchainost' i khaos* [Chance and Chaos]. Izhevsk, RKhD, 2001. 192 p. (In Russian)
3. Lorenz E.N. Deterministic nonperiodic flow. *J. Atmos. Sci.*, 1963. vol. 20, no 2, pp. 130–141. doi: 10.1175/1520-0469(1963)020<0130:DNF>2.0.CO;2.
4. Feigenbaum M. Quantitative universality for a class of nonlinear transformations. *J. Stat. Phys.*, 1978. vol. 19, no 1, pp. 25–52. doi: 10.1007/BF01020332.

5. Lorenz E. *Determinirovannoe neperiodicheskoe techenie. Strannye attraktory* [Deterministic Nonperiodic Flow. Strange Attractors]. Moscow, Mir, 1981. pp. 88–117. (In Russian)
6. Samarskii A.A. *Komp'yutery i nelineinye yavleniya: informatika i sovremennoe estestvoznaniye* [Computers and Nonlinear Phenomena: Computer Science and Modern Natural Sciences]. Moscow, Nauka, 1988. 192 p. (In Russian)
7. Guckenheimer J., Holmes P. *Nelineinye kolebaniya, dinamicheskie sistemy i bifurkatsii vektornykh polei* [Nonlinear Oscillations, Dynamical Systems, and Bifurcations of Vector Fields]. Moscow, Izhevsk, Inst. Komp'yut. Issled., 2002. 559 p. (In Russian)
8. Bazarsky O.V., Pantelev D.A., Kochetova Zh.Yu. Geocological model for predicting degradation and restoration of the relief of military landfills. *Reg. Geosist.*, 2022, vol. 46, no. 1, pp. 119–131. doi: 10.52575/2712-7443-2022-46-1-119-131. (In Russian)
9. Bazarsky O.V., Kochetova Zh.Yu. Entropy of abiotic geospheres and a model for assessing and predicting their states. *Biosfera*, 2021, vol. 13, nos. 1–2, pp. 9–14. doi: 10.24855/biosfera.v13i1.572. (In Russian)
10. Rosenberg G.S. Ecology and cybernetics: In the footsteps of Margalef. *Biosfera*, 2011, vol. 3, no. 4, pp. 445–454. (In Russian)
11. Sugak E.V. Modern methods of environmental risk assessment. *Evr. Zh. Sots. Nauk*, 2014, no. 5-2 (44), pp. 427–433. (In Russian)
12. Schuster H.G. *Determinirovannyi khaos* [Deterministic Chaos]. Moscow, Mir, 1988. 240 p. (In Russian)
13. Iooss G., Joseph D.D. *Elementarnaya teoriya ustoychivosti i bifurkatsii* [Elementary Stability and Bifurcation Theory]. Moscow, Mir, 1983. 300 p. (In Russian)
14. Trofimov V.T., Ziling D.G. *Inzhenernaya geologiya i ekologicheskaya ekologiya: teoretiko-metodologicheskie osnovy i vzaimootnosheniye* [Engineering Geology and Environmental Ecology: Theoretical and Methodological Framework and Relationship]. Moscow, Izd. Mosk. Univ., 1999. 119 p. (In Russian)
15. Sanitary Rules and Norms 1.2.3685-21. Hygienic standards and requirements for ensuring the safety and (or) harmlessness of environmental factors for humans. *Resolution of the Chief State Sanitary Doctor of the Russian Federation of January 28, 2021*, no. 2. 635 p. (In Russian)
16. LaSalle J., Lefschetz S. *Issledovanie ustoichivosti pryamym metodom Lyapunova* [Stability by Liapunov's Direct Method]. Moscow, Mir, 1964. 168 p. (In Russian)
17. Kosinova I.I., Fonova S.I., Bazarsky O.V., Plaksitskaya I.P. *Kompleksnaya otsenka geosfery zhiznedeyatel'nosti naseleniya territorii Lipetskogo promrayona* [Comprehensive Assessment of the Geosphere of Life Activity of the Population of the Lipetsk Industrial District]. Voronezh, VGASU, 2014. 175 p. (In Russian)

Для цитирования: Базарский О.В., Кочетова Ж.Ю., Кульнев В.В., Пантелеев Д.А. Энтропийная модель динамического хаоса геоэкологической системы // Учен. зап. Казан. ун-та. Сер. Естеств. науки. 2023. Т. 165, кн. 2. С. 281–294. doi: 10.26907/2542-064X.2023.2.281-294.

For citation: Bazarsky O.V., Kochetova Zh.Yu., Kul'nev V.V., Pantelev D.A. Entropy model of dynamic chaos of an abiotic system. *Uchenye Zapiski Kazanskogo Universiteta. Seriya Estestvennye Nauki*, 2023, vol. 165, no. 2, pp. 281–294. doi: 10.26907/2542-064X.2023.2.281-294. (In Russian)