Том 150, кн. 4

Естественные науки

2008

УДК 532.546

ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ПОТОКА ЗАГРЯЗНЕННЫХ ПОДЗЕМНЫХ ВОД СО СКВАЖИНАМИ

Э.В. Скворцов, Д.Т. Суючева

Аннотация

Исследовано взаимодействие нагнетательной и откачивающей скважин, а также батареи нагнетательных скважин с потоком загрязненных подземных вод. Найдена концентрация загрязнения в откачивающей скважине при рециркуляции жидкости из скважины в скважину с ее очисткой на поверхности земли. Показано, что при уменьшении расхода скважины в батарее эффективность защиты чистых подземных вод от загрязнения может резко снизиться.

Ключевые слова: воды, загрязненный поток, фильтрация, скважины, батарея скважин.

Введение

Сложность проблемы защиты подземных вод от загрязнения со временем лишь возрастает. В насыщенных водой пластах возможны природные региональные потоки, которые способны переносить загрязнения на большие расстояния, в результате чего образуются крупные ареалы загрязнений. Одним из способов защиты подземных вод является воздействие на поток через скважины путем закачки в пласт или откачки из пласта воды. В частности, таким образом на пути потока можно создать гидродинамические барьеры, препятствующие продвижению загрязнений [1, 2].

Как указывается в [1], может представлять интерес сооружение ряда нагнетательных скважин вниз по потоку загрязненных вод с последующей непрерывной закачкой в них чистой воды, подводимой из независимого внешнего источника. Там же отмечается, что возможно сочетание нагнетательной скважины с откачивающими, при этом откачиваемая вода, предварительно пройдя очистку, непрерывно подается в нагнетательные скважины.

Согласно распространенной схематизации процесса далее считается, что скважины расположены в однородном и изотропном пласте единичной толщины, где существует прямолинейно-параллельный природный поток, жидкость однородна и несжимаема, справедлив закон Дарси, фильтрация стационарна и двумерна, скважины имитируются источниками и стоками.

В этих предположениях рядом авторов развивались аналитические и полуаналитические методы оценки воздействия скважин на поток. Результаты исследования нескольких схем расположения скважин в потоке стали широко известными и вошли в монографии [3–9]. В [10] изучалась рециркуляция между нагнетательной и эксплуатационной скважинами, размещенными поперек

направления набегающего потока. В работе [11] определены огибающие зоны захвата в случаях двух, трех и четырех скважин в прямолинейных батареях, расположенных поперек потока. При этом варианты с прорывом течения между скважинами не рассматривались. В статье [2] в связи с активным развитием технологий локальной очистки подземных вод дан анализ течения при размещении в потоке пар источников и стоков. При этом основное внимание обращено на определение отношения доли жидкости, поступающей из источника в сток, к полному расходу источника, и ширины защищаемой зоны. В работе [12] представлено аналитическое решение задачи об определении границы зоны захвата в случае пары эксплуатационных скважин, расположенных произвольно в потоке. Прорыв потока между скважинами с разделением границы зоны захвата на две не исследовался. В [13] определены те значения безразмерного критического расхода скважины в батарее скважин (до ста), при которых происходит первый в числе возможных прорыв потока между скважинами. В работе [14] предложен полуаналитический метод для определения критического расхода в случае расположения в потоке трех скважин с одинаковыми расходами в вершинах равнобедренного треугольника.

Анализ результатов приведенного выше обзора работ показывает, что, несмотря на значительное внимание к данной тематике, течения со взаимодействием природного потока и скважин, как правило, изучались не во всем диапазоне изменения безразмерных параметров расхода скважин, от которых зависит решение задачи, и без исследования возможного перехода от одной гидродинамической схемы к другой. А между тем такой переход может повлечь за собой перестройку течения с прорывами загрязненной жидкости в области, занятые чистой жидкостью.

В цикле работ [15–19] проведено исследование ряда течений со взаимодействием прямолинейно-параллельного потока и скважин во всем диапазоне изменения их безразмерных расходов, найдены линии тока течения (гидродинамические барьеры для загрязненной жидкости) и определены безразмерные характерные расходы скважин, по достижении которых происходит перестройка течения с переходом от одной его схемы к другой. Данная работа является развитием этих исследований.

В зависимости от постановки конкретной задачи определение характерных расходов отвечает на следующие вопросы:

 при каких расходах следует ожидать тех или иных прорывов загрязненной жидкости между нагнетательными скважинами, с помощью которых создаются гидродинамические барьеры для загрязненного потока;

– в случае использования способа рециркуляции жидкости между откачивающей и нагнетательной скважинами в загрязненном потоке с целью очистки жидкости на поверхности и повторной закачки ее в пласт какова концентрация загрязнителя в откачивающей скважине и при каких расходах она достигает максимума.

В соответствии с принятой в работе схематизацией исследуемого фильтрационного течения оно потенциально и описывается комплексным потенциалом. Общий подход к анализу течения изложен в [18]. Ниже рассматриваются две задачи: нагнетательная и откачивающая скважины, а также батарея нагнетательных скважин в потоке загрязненных подземных вод. Скважины имитируются источниками и стоками.

1. Источник и сток в потоке

Рассмотрим задачу о рециркуляции жидкости, извлекаемой на поверхность через сток, с ее очисткой и закачкой в пласт через источник, когда сток и источник взаимодействуют с загрязненным потоком. Такая задача представляет интерес в связи с используемым практически способом извлечения загрязненной воды через откачивающую скважину, ее очисткой и последующей закачкой в пласт через нагнетательную скважину. При подобной рециркуляции не требуется подводить к нагнетательной скважине воду из независимого поверхностного источника.

Пусть загрязненный прямолинейно-параллельный поток со значением скорости *v* взаимодействует со стоком расхода *q* и источником расхода *-q*, расположенными на прямой симметрично относительно начала координат на расстояниях *c*, а эта прямая составляет с осью ординат угол α . Введем безразмерный расход $Q = q/2\pi vc$.

Характерные линии тока течения для трех его возможных вариантов изображены на рис. 1, где штрихами отмечены области течения от источника, защищенные от загрязнения. Если величина Q достаточно велика, источник и сток гидродинамически связаны. Такой вариант течения иллюстрирует рис. 1, a, где изображены линии тока, проходящие через точки нулевой скорости N_1 и N_2 . При некотором характерном значении $Q = Q_0$ одна из ветвей границы течения от источника проходит через начало координат, и на ней находятся обе точки N_1 и N_2 (см. рис. 1, b). Если $Q < Q_0$, то струя естественного потока проходит между источником и стоком, и гидродинамическая связь между ними прерывается (см. рис. 1, c).

Используя геометрические соображения, можно получить уравнение для определения величины $Q_0 = Q_0(\alpha)$:

$$\operatorname{tg}\frac{y_1}{Q_0} = -\frac{y_1}{Q_0 + \sin\alpha},$$

где

$$y_1 = \left[\left(Q_0^2 + Q_0 \sin \alpha + \frac{1}{4} \right)^{1/2} - Q_0 \sin \alpha + \frac{1}{2} - \sin^2 \alpha \right]^{1/2}.$$

Найдем аналитическое решение этого уравнения, рассматривая варианты, когда $Q_0 + \sin \alpha \le 0$ и $Q_0 + \sin \alpha > 0$.

При $Q_0 + \sin \alpha \le 0$ введем параметр

$$s = \frac{y_1}{Q_0}, \ 0 \le s \le \frac{\pi}{2}.$$



Рис. 1. Схема характерных линий тока, проходящих через точки нулевой скорости: a – при расходе $Q > Q_0$, b – при расходе $Q = Q_0$, c – при расходе $Q < Q_0$

Это позволяет выразить величины Q_{0} и α явно через параметр s :

$$Q_0 = \frac{\sin s}{s + \sin s \cos s}, \quad \alpha = -\arcsin \frac{\sin s + s \cos s}{s + \sin s \cos s}$$

При $Q_0 + \sin \alpha > 0$ введем параметр u такой, что

$$\pi - u = \frac{y_1}{Q_0}, \quad 0 \le u \le \pi/2$$

Искомые величины могут быть представлены через этот параметр:

$$Q_0 = \frac{\sin u}{\pi - u - \sin u \cos u}, \quad \alpha = \arcsin \frac{(\pi - u) \cos u - \sin u}{\pi - u - \sin u \cos u}.$$

На рис. 2 изображена кривая зависимости $Q_0 = Q_0(\alpha)$, построенная по указанным формулам (в работе [17] эта зависимость определялась численно). Область, заключенная между отрезками осей $Q_0 = 0$, $\alpha = 0$ и кривой $Q_0 = Q_0(\alpha)$, соответствует случаю отсутствия гидродинамической связи между источником и стоком (см. рис. 1, *c*).



Рис. 2. Зависимость характерного расхода стока Q_0 от угла α при взаимодействии потока с системой источник-сток



Рис. 3. Зависимости концентрации $C = C(Q, \alpha)$ загрязнителя в жидкости, извлекаемой на поверхность через сток. Кривым 1–16 соответствуют значения угла $\alpha = \pi/2 - \pi k/20$ $(k = 1-13), -\arcsin 2/\pi, -9\pi/2, -\pi/2$

Концентрация попадающего в сток загрязнителя может быть определена как доля загрязненной жидкости в общем расходе стока, равном $2\pi Q$. Эта доля $C = C(Q, \alpha)$ определяется по разности значений функций тока на линиях тока, проходящих через точки N_1 и N_2 нулевой скорости (см. рис. 1, *a*, *b*). Для каждого фиксированного значения угла α концентрация $C(Q, \alpha)$ при $0 < Q < Q_0$, где Q_0 – характерное значение расхода, равна единице (при этом потоки от источника и к стоку гидродинамически не связаны). При $Q_0 < Q$ величина концентрации с ростом Q убывает, стремясь к нулю. На рис. 3 изображены кривые $C = C(Q, \alpha)$ для фиксированных значений α . В соответствии с поведением функции $Q_0 = Q_0(\alpha)$ (см. рис. 2) при угле $\alpha = -\arcsin(2/\pi)$ величина Q_0 достигает максимума $Q_0 = 2/\pi$ и при стремлении α к $-\pi/2$ убывает до значения $Q_0 = 0.5$. Это отражается на виде кривых 14–16 рис. 3.

Полученные результаты дают возможность по заданному расходу (дебиту) скважины определить концентрацию загрязнителя в жидкости, извлекаемой через эксплуатационную скважину на поверхность с целью ее очистки и закачки в пласт через нагнетательную скважину.

2. Батарея источников в потоке.

Рассмотрим взаимодействие загрязненного потока с батареей источников одинакового расхода, расположенных на прямой поперек направления потока на равных расстояниях один от другого. Эта задача привлекала внимание исследователей, но решения для произвольного числа n источников не получила. Достаточно полно изучены лишь случаи n = 2, 3, 4, 5.

При n > 5 возможны три и более прорыва загрязненного потока между источниками, и представляет интерес выяснить, где и в какой последовательности при уменьшении безразмерного расхода источника возникают такие прорывы. Течения при четном и нечетном числе источников имеют свои особенности и потому рассматриваются отдельно.

Пусть в загрязненном потоке на прямой x = 0 симметрично прямой y = 0на равных расстояниях l один от другого расположены n источников одинакового расхода q. Ниже учитывается симметрия течения относительно оси x и вводятся безразмерные величины $Q = q/(2\pi v l)$, $w(z) = \varphi + i\psi = W(Z)/(v l)$, $\psi = \Psi/(v l)$, z = Z/l при нечетном числе источников и w(z) = 2W(Z)/(v l), $\psi = 2\Psi/(v l)$, z = 2Z/l при их четном числе.

При четном числе источников n = 2m, m = 1, 2, ... комплексный потенциал течения записывается следующим образом:

$$w(z) = -z - 2Q \sum_{j=1}^{m} \ln \left[z^2 + (2j-1)^2 \right], \qquad (1)$$

а уравнение для определения координат точек нулевой скорости N_i имеет вид

$$f(z,Q) = 1 + 4Qz \sum_{j=1}^{m} \frac{1}{z^2 + (2j-1)^2} = 0.$$
 (2)

Отсюда находятся корни уравнения z_j , соответствующие точкам N_j . При достаточно большом значении Q точки N_1 и N_2 располагаются на оси x, остальные точки N_j – попарно симметрично относительно оси x, и существует единый гидродинамический барьер Γ для загрязненного потока.

Пусть далее Q_j – критические значения безразмерного расхода, при которых происходят прорывы барьера потоком между источниками, причем $Q_1 > Q_2 > ... > Q_m$. Значение Q_1 , соответствующее первому прорыву, находится из условия слияния двух действительных корней $z_1 = x_1$ и $z_2 = x_2$ уравнения (2). Согласно (1) функцию тока ψ можно представить в виде

$$\psi = -y - 2Q \Big[\operatorname{arctg} \rho_m(x, y) \pm k\pi \Big], \qquad (3)$$

где

$$\rho_{j} = \frac{\rho_{j-1} + r_{j}}{1 - \rho_{j-1}r_{j}}, \quad \rho_{0} = 0, \quad r_{j} = \frac{2xy}{x^{2} - y^{2} + (2j-1)^{2}}, \quad k = 0, 1.$$
(4)

Уравнение границы Γ при $Q \ge Q_1$ имеет вид $\psi = -2m\pi Q$. Из него и формул (3), (4) следует алгебраическое уравнение степени 2m относительно x при заданных значениях y и Q, описывающее границу Γ :

$$\rho_m(x, y) = -\operatorname{tg} \frac{y}{2Q}, \quad 0 < y < 2m\pi Q.$$
(5)

Дальнейший анализ течения проиллюстрируем на случае m = 3 (см. рис. 4).

Вычисления показывают, что при $Q = Q_1 = 0.383$ точки нулевой скорости, располагающиеся в верхней полуплоскости y > 0, находятся внутри границы Г (см. рис. 4, *b*). При $Q_2 \le Q < Q_1$ возникает струйка загрязненной жидкости, примыкающая к оси *x*, точка $N_2(x_2, y_2)$ располагается в области y > 0 на границе Г, координаты которой удовлетворяют уравнению

$$\rho_3(x,y) = -\operatorname{tg} \frac{y + \psi_2}{2Q}.$$
(6)

Здесь $\psi_2 = \psi_2(x_2, y_2, Q)$, при этом область изменения координаты *y* определяется автоматически из условия существования действительных корней уравнения (6).

Где будет осуществляться второй прорыв барьера, – между первым и вторым либо между вторым и третьим источниками, – заранее неизвестно. При прорыве между первым и вторым источниками на границу Γ должна выйти точка N_3 и, следовательно, должен существовать действительный корень системы уравнений

$$f(z_3,Q_2) = 0, \quad \rho_3(x_3,y_3,Q_2) = -\operatorname{tg} \frac{y_3 + \psi_2(x_2,y_2,Q_2)}{2Q_2}.$$

Расчет показывает, что такой корень $Q_2 = 0.351$ существует. Положение границы Γ при $Q = Q_2$ находится в соответствии с уравнением (6). При $Q_3 \leq Q < Q_2$ возникает вторая струйка загрязненной жидкости, прорывающая барьер (см. рис. 4*c*), граница Γ разделяется на две: Γ_1 и Γ_2 . Кривая Γ_1 строится по уравнению (6), кривая Γ_2 – по уравнению

$$\rho_3(x,y) = -\operatorname{tg} \frac{y + \psi_3}{2Q}, \qquad (7)$$

причем соответствующий диапазон изменения ординаты *у* определяется автоматически.

При выходе точки N_4 на кривую Γ_2 (см. рис. 4) справедлива система уравнений

$$f(z_4,Q_3) = 0, \quad \rho_3(x_4,y_4,Q_3) = -\operatorname{tg} \frac{y_4 + \psi_3(x_3,y_3,Q_3)}{2Q_3}$$

Отсюда находится значение $Q_3 = 0.346$. При $Q < Q_3$ возникает третья струйка загрязненной жидкости (см. рис. 4). Границами незагрязненной жидкости служат кривые Γ_1 , Γ_2 и Γ_3 , причем граница Γ_3 строится по уравнению

$$\rho_3(x,y) = -\operatorname{tg} \frac{y + \psi_4}{2Q}.$$
(8)

На рис. 5 изображены построенные по формулам (5)–(8) границы гидродинамических барьеров для загрязненной жидкости при различных значениях величины Q, в частности, при $Q = Q_i (j = 1, 2, 3)$.

Описанный выше подход к определению критических расходов источников при n = 6 может быть аналогичным образом применен и к общему случаю n = 2m. При этом число теоретически возможных вариантов реализации прорывов загрязненной жидкости между источниками возрастает.

Вместе с тем расчеты показывают, что при m = 4, n = 8 первый, второй, третий и четвертый прорывы соответственно осуществляются сначала вдоль оси x, затем между первым и вторым, вторым и третьим, третьим и четвертым источниками, а критические расходы таковы: $Q_1 = 0.368$, $Q_2 = 0.344$, $Q_3 = Q_4 = 0.339$. Таким образом, прослеживается тенденция последовательного осуществления прорывов от середины батареи источников к ее периферии, при этом соответствующие величины критических расходов постепенно сближаются.

Батарее из *n* источников можно поставить в соответствие галерею той же длины с тем же суммарным расходом, равномерно распределенным по галерее. В работе [9] показано, что при этом критический расход источника в батарее, когда число источников неограниченно растет, стремится к величине $Q = 1/\pi$. Приведенные выше величины критических расходов источников при n = 8 уже довольно близки к этому значению.

В случае нечетного числа источников в отличие от предыдущего случая первый прорыв барьера, когда $Q = Q_1$, происходит между первым и вторым источниками. В остальном анализ течения от приведенного выше принципиально не отличается. Расчет для n = 7 и n = 9 подтверждает предположение о том, что при последовательном уменьшении расхода Q реализуется такой «сценарий» возникновения каждого очередного прорыва исходного барьера, при котором сначала появляется прорыв между первым и вторым источниками, далее – между вторым и третьим, третьим и четвертым и т. д.



Рис. 4. Схема течения в случае шести источников



Рис. 5. Границы для потока в случае батареи шести источников. Кривые 1–5 соответствуют значениям параметра Q = 0.5, $Q_1 = 0.383$, $Q_2 = 0.351$, $Q_3 = 0.346$, 0.3



Рис. 6. Границы для потока в случае батареи семи источников: кривые 1–4 соответствуют значениям Q = 0.39, $Q_1 = 0.357$, $Q_2 = Q_3 = 0.343$, 0.15

На рис. 6 показаны границы барьеров для случая n = 7 при различных значениях Q, в частности при $Q_1 = 0.357$, $Q_2 = Q_3 = 0.343$. Для случая n = 9 расчет дает значения критических расходов $Q_1 = 0.349$, $Q_2 = Q_3 = Q_4 = 0.338$. Как и в случае четного числа источников, величины критических расходов с ростом n сближаются, стремясь к значению $Q = 1/\pi$.

Таким образом, анализ течений, возникающих при взаимодействии загрязненного потока и прямолинейной батареи источников (нагнетательных скважин), показывает, что при росте числа источников в батарее и последовательном уменьшении расхода источника ниже критической величины Q_1 эффективность гидродинамических барьеров, создаваемых такой батареей, резко снижается из-за появления множественных прорывов барьера загрязненным потоком.

Заключение

Исследовано взаимодействие потока загрязненной жидкости с откачивающей и нагнетательной скважинами при их произвольном расположении в потоке. Определена концентрация загрязнителя в откачивающей скважине при рециркуляции жидкости из одной скважины в другую и очистке жидкости на поверхности земли. Проанализировано взаимодействие загрязненного потока с прямолинейной батареей нагнетательных скважин. Показано, что эффективность защиты чистых подземных вод путем создания гидродинамических барьеров на пути загрязненного потока резко снижается из-за появления множественных прорывов барьера загрязненным потоком.

Summary

E.V. Skvortsov, D.T. Suyucheva. The Interaction of Contaminated Groundwater Flow with Wells.

The interaction of contaminated groundwater flow with a pair of single extraction and injection wells and with a perpendicular line of regularly spaced, equal wells ("regular barrier line") was studied. The capture zone border was calculated using the complex analyzes method in the frame of potential flow scheme. The critical flow rates at which capture zone gaps appear were found out. The consecution of capture zone gaps appearance was determined.

Key words: groundwater, contaminated flow, wells, regular barrier line.

Литература

- 1. *Мироненко В.А., Румынин В.Г.* Проблемы гидрогеологии. Т. 3 (кн. 1). Прикладные исследования. М.: Изд-во Моск. гос. горн. ун-та, 1999. 311 с.
- Christ J.A., Goltz M.N., Huang J. Development and application of an analytical model to aid design and implementation of in situ remediation technologies // J. Contaminant Hydrol. – 1999. – No 37. – P. 295–317.
- 3. Полубаринова-Кочина П.Я. Теория движения грунтовых вод. М.: Наука, 1977. 664 с.
- Бэр Я., Заславски Д., Ирмей С. Физико-математические основы фильтрации воды. М.: Мир, 1971. – 452 с.
- 5. Bear J. Dynamics of fluids in porous media. N. Y.: Amer. Els., 1972. 764 p.
- 6. *Бочевер Ф.Н., Лапшин Н.Н., Орадовская А.Е.* Защита подземных вод от загрязнения. – М.: Недра, 1979. – 254 с.
- 7. Гольдберг В.М. Гидрогеологические прогнозы качества подземных вод на водозаборах. – М.: Недра, 1976. – 152 с.
- 8. Гольдберг В.М., Газда С. Гидрогеологические основы охраны подземных вод от загрязнения. М.: Недра, 1984. 262 с.
- Strack O. Groundwater Mechanics. N. J.: Prentice-Hall, Englewood cliffs, 1989. P. 227–240.
- Dacosta J.A., Bennett R.R. The pattern of flow in the vicinity of a recharging and discharging pair of wells in an aquifer having areal parallel flow // Internat. Association of Scientific Hydrology. IUGG General Assembly of Helsinki. – 1960. – No 52. – P. 524– 536.
- 11. Javandel I., Tsang C.-F. Capture zone type curves: a tool for aquifer cleanup // Ground Water. 1986. V. 24, No 5. P. 616–625.
- Shan C. An analytical solution for the capture zone of two arbitrarily located wells // J. Hydrol. – 1999. – No 222. – P. 123–128.
- 13. *Erdmann J.B.* On capture width and capture zone gaps in multiple-well systems // Ground Water. 2000. V. 38, No 4. P. 497–504.

- 14. *Christ J.A., Goltz M.N.* Hydraulic contaminent: analytical and semi-analytical models for capture zone curve delineation // J. Hydrol. 2002. No 262. P. 224–244.
- Кузьмин Р.С., Скворцов Э.В. Влияние скважин и галерей на поток подземных вод // Тр. матем. центра им. Н.И. Лобачевского. Краевые задачи и их приложения. – Казань: Унипресс, 1999. – Т. 3. – С. 78–84.
- Кузьмин Р.С., Скворцов Э.В. Управление потоком подземных вод через галереи // Тр. матем. центра им. Н.И. Лобачевского. Краевые задачи аэрогидромеханики и их применения. – Казань: ДАС, 2000. – Т. 7. – С. 196–262.
- 17. Скворцов Э.В., Суючева Д.Т. Управление потоками загрязненных подземных вод через скважины // Учен. зап. Казан. ун-та. Естеств. науки. 2005. Т. 147, кн. 1 С. 21–31.
- 18. *Скворцов Э.В., Суючева Д.Т.* Взаимодействие скважин с потоком подземных вод // Изв. РАН. Механика жидкости и газа. 2005. № 4. С. 86–96.
- 19. Скворцов Э.В., Суючева Д.Т. Оценка опасности загрязнения водозабора в потоке подземных вод // Учен. зап. Казан. ун-та. Естеств. науки. 2006. Т. 148, кн. 4. С. 100–104.

Поступила в редакцию 07.04.08

Скворцов Эдуард Викторович – доктор физико-математических наук, профессор, заведующий кафедрой моделирования экологических систем Казанского государственного университета.

E-mail: *Eduard*.*Scvortsov@ksu.ru*

Суючева Диляра Таировна – программист кафедры моделирования экологических систем Казанского государственного университета.