

УДК 539.3

doi: 10.26907/2541-7746.2019.1.86-109

РАСТЯЖЕНИЕ И СЖАТИЕ ПЛОСКИХ ТЕСТ-ОБРАЗЦОВ ИЗ ВОЛОКНИСТЫХ КОМПОЗИТОВ СО СТРУКТУРОЙ $[\pm 45^\circ]_{2s}$: ЧИСЛЕННОЕ И ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ФОРМИРУЮЩИХСЯ НАПРЯЖЕНИЙ И ДЕФОРМАЦИЙ

*В.Н. Паймушин^{1,2}, Р.А. Каюмов^{1,3}, В.А. Фирсов¹,
Р.К. Газизуллин¹, С.А. Холмогоров¹, М.А. Шишов¹*

¹Казанский национальный исследовательский технический университет
им. А.Н. Туполева – КАИ, г. Казань, 420111, Россия

²Казанский (Приволжский) федеральный университет, г. Казань, 420008, Россия

³Казанский государственный архитектурно-строительный университет,
г. Казань, 420043, Россия

Аннотация

На основе качественного анализа геометрической картины деформирования плоских тест-образцов из косоугольно-армированных волокнистых композитов со структурой $[\pm 45^\circ]_{2s}$ при их растяжении-сжатии и использования составленных ранее для такого класса композитов физических зависимостей выведены соотношения, позволившие определить компоненты деформаций и напряжений в осях ортотропии материала через измеряемую в эксперименте осевую деформацию образца. В линейной постановке для двумерных и трехмерных задач проведены численные эксперименты по определению параметров напряженно-деформированного состояния (НДС) образцов, состоящих из одного и двух монослоев однонаправленного волокнистого композитного материала со структурами $[+45^\circ]$ и $[\pm 45^\circ]_2$ соответственно. Рассмотрены случаи растяжения удлиненных и сжатия коротких тест-образцов, проведен анализ формирующихся компонент напряжений вдоль волокон, расположенных в центральной части и в окрестностях угловых точек образцов. Проведены эксперименты на растяжение плоских тест-образцов из волокнистого композита со схемой укладки $[\pm 45^\circ]_{2s}$ по определению деформированного состояния с использованием системы бесконтактного измерения деформаций. Полученные результаты позволяют указать области, в которых в процессе нагружения возможны реализация и непрерывная смена внутренних неклассических форм потери устойчивости элементов структуры волокнистых композитов, по-видимому, являющейся одной из причин физически нелинейного поведения тест-образцов со структурой $[\pm 45^\circ]_{2s}$ при растяжении и сжатии.

Ключевые слова: волокнистый композит, структурный элемент, волокно, связующее, тест-образец, косоугольное армирование, растяжение, сжатие

Введение

В механике деформируемых твердых тел существует направление исследований, связанное с постановкой и решением задач о так называемых внутренних и поверхностных (периферийных) формах потери устойчивости слоистых волокнистых композитов, армированных прямолинейными или криволинейными волокнами и находящих в тех или иных условиях нагружения. Такие задачи важны

в связи с тем, что при построении теорий прочности композитных материалов в качестве возможного механизма разрушения принимают, в частности, потерю устойчивости структуры композита. Большой цикл исследований в этом направлении был проведен во второй половине прошлого столетия, результаты этих исследований нашли отражение во многих научных статьях и монографиях [1–8] и др. К этому же направлению исследований следует отнести работы [9–12], посвященные экспериментальному и теоретическому изучению механизмов нарушения структуры элементов волокнистых композитов при испытаниях изготовленных из них тест-образцов в соответствии с разработанными стандартами.

Отметим, что в работе [13] был рассмотрен простейший пример применения непротиворечивого варианта [14] уравнений теории упругости при произвольных перемещениях, связанный с редукцией двумерной нелинейной задачи деформирования полосы в виде стержня к одномерным уравнениям и последующим их использованием для выявления возможных форм потери устойчивости (ФПУ) при характерных видах нагружения. Из полученных в ней результатов абсолютно новыми оказались результаты, связанные с исследованием ФПУ стержня при его равномерном сжатии в поперечном направлении и чистом сдвиге. Исходя из этих результатов, в работе [15] была рассмотрена линеаризованная задача о трехточечном изгибе тест-образца прямоугольного поперечного сечения из однонаправленного волокнистого композита, закрепленного на концевых цилиндрических опорах и подвергающегося изгибу нагружением через жесткий штамп цилиндрической формы в середине образца. Используемые в [15] уравнения являются простейшими и основаны на известной сдвиговой модели С.П. Тимошенко с учетом поперечного обжатия для всего пакета слоев рассматриваемых композитов слоистой структуры. Анализ полученных в [15] результатов показал, что разрушение тест-образцов из волокнистых композитов при их испытаниях на трехточечный изгиб происходит не по причине достижения напряжений сжатия предела прочности на сжатие (для удлиненных тест-образцов) и поперечных касательных напряжений пределов прочности на сдвиг (для коротких тест-образцов), а по причине реализации неклассической почти сдвиговой ФПУ при поперечном изгибе.

При растяжении напряжением $\sigma_x = p$ тест-образца с волокнами, расположенными под углами $\pm 45^\circ$ к направлению растяжения (оси x), в слоях композита, кроме касательных напряжений σ_{12}^0 , формируются также и нормальные напряжения σ_{22}^0 , растягивающие слои композита в поперечных направлениях (рис. 1). Если между волокнами со средним диаметром $d_b \sim 5 \div 10$ мкм, входящими в состав пучка волокон со средним диаметром $d_n \sim 0.1 \div 0.2$ мм, вообще отсутствует связующее (адгезионный слой), то формирование в пучке волокон (то есть в жестком монослое композита толщиной $h_{[k]} = t$ (рис. 1) напряжения σ_{12}^0 может быть обусловлено только формированием сил сухого трения, связанных с напряжением σ_{22}^0 законом Кулона.

При таком механизме формирования напряжений σ_{12}^0 частично может быть объясним и механизм уменьшения осредненного модуля сдвига G_{12}^+ , определяемого на основе данных испытаний на растяжение тест-образца по схеме, показанной на рис. 1. Результаты таких экспериментов приведены, в частности, в работах [15, 16] и др. В работе [15] они проводились на образцах из углепластика, изготовленного из препрега марки HSE 180 REM на основе связующего горячего отверждения, а в работе [16] исследовался композит, изготовленный методом холодного отверждения из углеленты ЭЛУР-II и эпоксидного связующего ХТ-118. Было установлено, что получаемые в условиях растяжения зависимости модуля сдвига от соответствующей сдвиговой деформации вида $G_{12}^+ = G_{12}^+(\gamma_{12})$ являются сильно нелинейными, что, в частности, может быть обусловлено слабой связью между волокнами

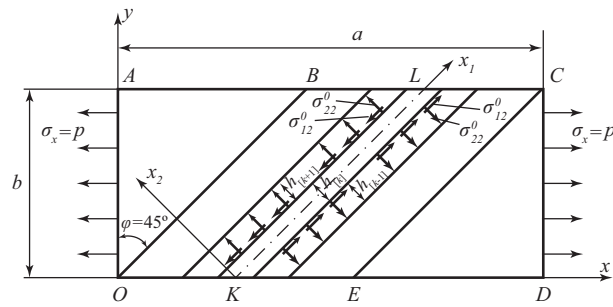


Рис. 1. Схема формирования напряжений в волокнах (пучках волокон) в композитном тест-образце при растяжении

ввиду слабой возможности проникновения (фильтрации) связующего в пучок волокон в процессе изготовления композита по той или иной технологии. Следствием такой слабой связи между волокнами, по-видимому, и является отсутствие даже начального участка диаграммы $G_{12}^+ = G_{12}^+(\gamma_{12})$ с постоянными значениями G_{12}^+ при малых значениях γ_{12} , в то время как для отдельно взятого связующего в его затвердевшем состоянии (после полимеризации) в рассмотренном диапазоне изменения сдвиговых деформаций соответствующий модуль сдвига G_c , как показывают соответствующие эксперименты [16], является величиной постоянной.

Если же тест-образец находится в условиях сжатия, то действующее на границах раздела слоев напряжение σ_{22}^0 также должно быть сжимающим. Его значение, как и значение напряжения σ_{12}^0 , возрастает по мере увеличения значения $\sigma_x = -p$. Поэтому соответствующая такому нагружению диаграмма $G_{12}^- = G_{12}^-(\gamma_{12})$ не совпадает [16] с диаграммой $G_{12}^+ = G_{12}^+(\gamma_{12})$.

Как хорошо известно, отношение эффективных значений модулей сдвига однонаправленного композита $G_{12} \approx G_{13}$ к эффективному значению модуля упругости в продольном направлении E_1 намного меньше, чем в изотропном материале. Именно поэтому тест-образцы из однонаправленного волокнистого композита при сжатии вдоль волокон основы разрушаются по причине потери устойчивости по сдвиговой форме [17, 18] и др. При этом величина критического напряжения сжатия принимается за величину осредненного модуля поперечного сдвига композита [9, 12, 17–22].

В целях дальнейшего развития и уточнения расчетных схем, используемых в механике слоистых композитов, а также экспериментального обоснования и подтверждения сформулированных выше предположений, как и в работах [19–22], было проведено исследование [23] структуры однонаправленного волокнистого композита двух видов: композита на основе углеленты марки ЭЛУР-П и связующего холодного отверждения, композита – препрега марки HSE 180 REM на основе углеволокна T700HS и связующего горячего отверждения. Были проведены замеры диаметров волокон и пучков волокон (нитей) обоих видов композитов, изучено их взаимное расположение относительно друг друга как в составе полуфабриката (в неотвержденном состоянии), так и в готовом, отвержденном состоянии. В отвержденном состоянии композитов были выявлены их дефекты, которые характерны для обоих типов связующего и технологий их изготовления. В частности, установлено, что в них могут формироваться зоны с микро- и минимасштабными размерами, в которых волокна могут только соприкоснуться друг с другом и между ними практически отсутствует связующее, имеются зоны с пустотами или со связующим с ослабленными физико-механическими характеристиками. Исходя из этих результатов, в работах [23, 24] путем проведения качественного

теоретического анализа было сформулировано предположение о том, что в процессе нагружения тест-образцов рассматриваемого класса в зонах с ослабленными физико-механическими характеристиками связующего (матрицы) возможна непрерывная перестройка структуры композита из-за реализации и непрерывной смены исследуемых внутренних форм потери устойчивости при непрерывном изменении параметра волнообразования. Кроме того, при растяжении тест-образцов со структурой $[\pm 45^\circ]_{2s}$ в зонах, в которых волокна только соприкасаются друг с другом, возможно их взаимное нарастающее проскальзывание по мере нарастания внешней нагрузки. Этими дополнительными факторами (кроме исследованных ранее в работах [25–27] и др.), также, по-видимому, можно объяснить отмеченное выше явление снижения касательного модуля сдвига волокнистого композита по мере увеличения сдвиговых деформаций.

Для более детального исследования возможности реализации тех или иных внутренних ФПУ элементов однонаправленного волокнистого композита при растяжении или сжатии тест-образцов со структурой $[\pm 45^\circ]_{2s}$ на первом этапе, в дополнение к исследованиям [23, 24] целесообразно провести численное и экспериментальное исследование формирующихся в них напряжений и деформаций.

1. Параметры деформированного состояния тест-образца из волокнистого композита со структурой $[\pm 45^\circ]_{2s}$ при растяжении и сжатии

Модуль сдвига волокнистого композитного материала является одной из его важнейших механических характеристик. Известно ([17, 18] и др.), что при сжатии такого композита напряжением, направленным вдоль волокон, критическое значение напряжения, соответствующее разрушению из-за реализации чисто сдвиговой ФПУ, оказывается равным модулю поперечного сдвига. Для его определения к настоящему времени разработан ряд стандартов испытаний композитов [28, 29], основанных на результатах теоретических и экспериментальных исследований [30] по испытаниям на растяжение тест-образцов с волокнами, расположенными под углами $\pm 45^\circ$ к направлению действия растягивающей силы $P = b\sigma_x$ (рис. 1).

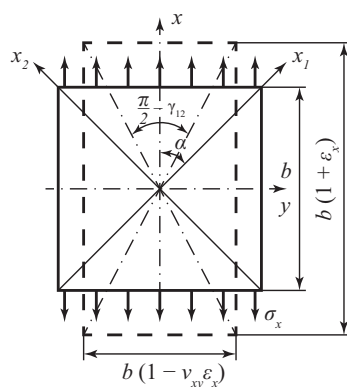


Рис. 2. Геометрическая картина деформаций

Предположим, что тест-образец состоит из двух монослоев, у первого из них волокна расположены вдоль оси x_1 , а у второго – вдоль оси x_2 (рис. 2). При растяжении такого тест-образца напряжением σ_x в направлении оси x измеряемые в процессе нагружения деформации ϵ_x и $\epsilon_y = -\nu_{xy}\epsilon_x$ формируются главным образом за счет сдвиговой деформации γ_{12} , для определения которой в соответствии

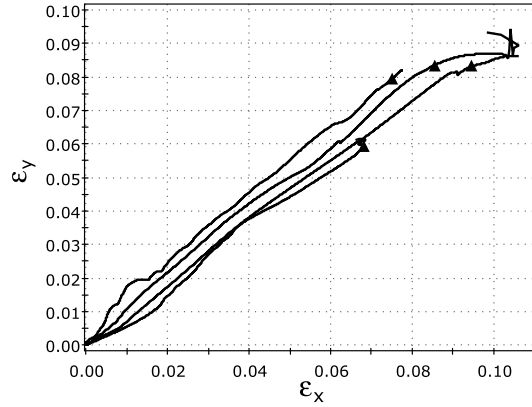


Рис. 3. Зависимости поперечных деформаций от осевых деформаций, полученные при растяжении четырех образцов со структурой $[\pm 45^\circ]_{2s}$ (см. [16])

Табл. 1

Значения коэффициента Пуассона для четырех образцов

Номер образца	1	2	3	4	Среднее значение
Коэффициент Пуассона ν_{xy}	0.92	1.09	0.86	0.98	0.96

с рис. 2 имеет место равенство

$$\frac{1 - \nu_{xy}\varepsilon_x}{1 + \varepsilon_x} = \operatorname{tg} \left(\frac{\pi}{4} - \frac{\gamma_{12}}{2} \right), \quad (1)$$

где ν_{xy} – коэффициент Пуассона, который в общем случае может зависеть от деформации ε_x . Из (1) при малых γ_{12} с точностью $\cos(\gamma_{12}/2) \approx 1$, $\sin(\gamma_{12}/2) \approx \gamma_{12}/2$ вытекает зависимость между γ_{12} и ε_x следующего вида:

$$\gamma_{12} = \frac{2(1 + \nu_{xy})\varepsilon_x}{2 + \varepsilon_x(1 - \nu_{xy})}. \quad (2)$$

При $\alpha = 45^\circ$ для определения осевых деформаций ε_1 , ε_2 в направлениях осей x_1 , x_2 , исходя из принятой геометрической картины деформирования (рис. 2), можно получить формулу

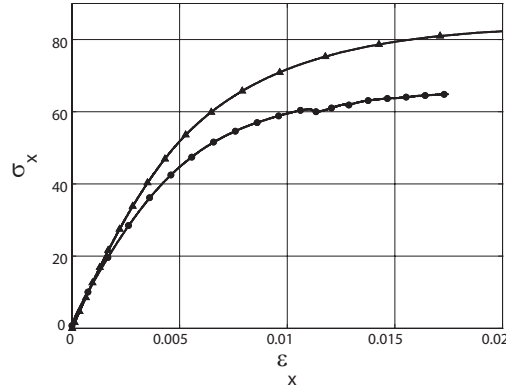
$$\varepsilon_1 = \frac{A'B'}{AB} - 1 = \sqrt{\frac{(1 - \nu_{xy}\varepsilon_x)^2 + (1 + \varepsilon_x)^2}{2}} - 1 = \varepsilon_2,$$

которая с точностью $2 + \varepsilon_x \approx 2$ принимает вид

$$\varepsilon_1 \approx \frac{1 - \nu_{xy}}{2}\varepsilon_x + \frac{1 + \nu_{xy}^2}{4}\varepsilon_x^2. \quad (3)$$

На рис. 3 представлены экспериментальные зависимости $\varepsilon_y \approx \varepsilon_y(\varepsilon_x)$ для волокнистого композита из однонаправленной углеленты марки ЭЛУР-П и полимерной смолы холодного отверждения ХТ-118, полученные в работе [16] для четырех тест-образцов.

Принимая линейную аппроксимацию экспериментальных кривых (рис. 3), находим значения коэффициента Пуассона ν_{xy} для каждого из четырех испытанных образцов (см. табл. 1).

Рис. 4. Диаграммы растяжения и сжатия образцов $[\pm 45]_{2s}$, (МПа)

Можно видеть, что они лежат в диапазоне $\nu_{xy} \in [0.86, 1.09]$, а среднее их значение $\nu_{xy} = 0.96$ является весьма близким к единице. Поэтому в работе [16] для исследуемого композита было принято приближенное равенство $\nu_{xy} \approx 1$, в силу которого вместо формулы (2) для определения деформации использовалась приближенная формула

$$\gamma_{12} \approx (1 + \nu_{xy}) \varepsilon_x. \quad (4)$$

Сравнивая формулы (3) и (4), можно видеть, что $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 \ll \gamma_{12}$.

На рис. 4 представлены полученные в работе [16] осредненные диаграммы растяжения (сплошная линия с круглыми маркерами) и сжатия (сплошная линия с треугольными маркерами) тест-образцов $[\pm 45^\circ]_{2s}$ в виде зависимостей $\sigma_x^+ = f_x^+(\varepsilon_x)$, $\sigma_x^- = f_x^-(\varepsilon_x)$. Численным их дифференцированием находим величины $E_x^+ = df_x^+/d\varepsilon_x$, $E_x^- = df_x^-/d\varepsilon_x$, представляющие собой касательные модули упругости. Видно, что полученные зависимости являются сильно нелинейными, причем диаграмма растяжения располагается ниже диаграммы сжатия. Их различие, по-видимому, обусловлено только различием формирующихся в композите полей напряжений и деформаций: при сжатии тест-образцов $[\pm 45^\circ]_{2s}$ ($s = 18$) волокна находятся под действием касательных напряжений σ_{12} и напряжения сжатия в поперечном направлении, в то время как при растяжении они находятся под действием напряжений σ_{12} и напряжения растяжения в поперечном направлении.

Как показано в работе [16], при растяжении и сжатии образцов в направлении волокон соответствующие диаграммы остаются практически линейными вплоть до разрушения. В соответствии с полученными в [16] результатами и установленными выше соотношениями для определения формирующихся в монослоях компонент напряжений будут иметь место формулы

$$\begin{aligned} \sigma_{22}^{[1]} &= E_2 (1 + \nu_{12}) \varepsilon_1, \\ \sigma_{11}^{[1]} &= E_1 (1 + \nu_{21}) \varepsilon_1, \quad \sigma_{11}^{[1]} = \sigma_{22}^{[2]}, \\ \sigma_{12}^{[1]} &= \sigma_{12}^{[2]} = G_{12}^S(\gamma_{12})\gamma_{12}, \end{aligned} \quad (5)$$

где E_1 , E_2 , ν_{12} , $\nu_{21} = \nu_{12}E_2/E_1$ – эффективные упругие характеристики однонаправленного композита, найденные в осях ортотропии, G_{12}^S (МПа) – эффективный секущий модуль сдвига, определяемый [15, 16] на основе диаграмм деформирования (см. рис. 4).

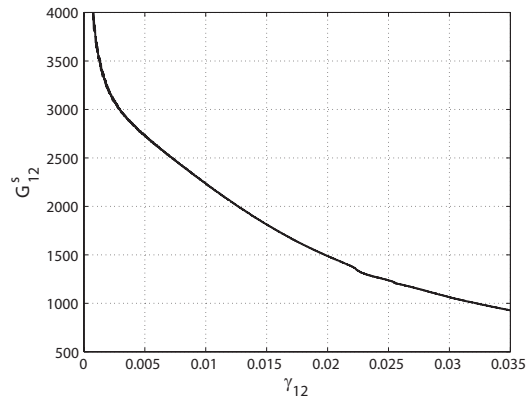


Рис. 5. Зависимость секущего модуля упругости G_{12}^S (МПа) от сдвиговой деформации γ_{12}

Значения напряжений σ_{12} определяются по формуле $\sigma_{12} = G_{12}^S \gamma_{12}$ в соответствии с определением секущего модуля упругости G_{12}^S (рис. 5) по диаграмме $\sigma_{12} = \sigma_{12}(\gamma_{12})$, полученной с использованием выражения (2).

2. Экспериментальное исследование деформированного состояния и распределения осевых деформаций вдоль волокон

Кроме исследований, описанных выше и в статье [16], были проведены дополнительные экспериментальные исследования на растяжение образцов из однонаправленного композита ЭЛUR-П на основе связующего холодного отверждения с перекрестной схемой укладки $[\pm 45^\circ]_{2s}$. Для испытаний были изготовлены образцы согласно ГОСТ 25.601-80 (международный аналог ASTM D3518) со схемой укладки $[\pm 45^\circ]_4$, общей длиной $L = 180$ мм, длиной рабочей части $l = 110$ мм, шириной $b = 25$ мм и средней толщиной $h = 0.56$ мм. Испытания проводились на электромеханической испытательной машине Instron 5884, на который установлен динамометр с пределом измерения ± 150 кН.

Замеры плоского деформированного состояния образца проводились с помощью системы бесконтактного измерения деформаций Vic 3D (Correlated Solutions, США). Эта система состоит из двух видеокамер, направленных на испытываемый образец под разными углами, обрабатывающего устройства (контроллера) и программного обеспечения. Использование двух камер позволяет создать стереоскопическое изображение, с помощью обработки которого можно получить не только поле деформаций в плоскости образца, но также и перемещения точек образца в направлении нормали к поверхности. В соответствии с технологией проведения испытаний до эксперимента через трафарет на образец (рис. 6) наносится поле контрольных точек, изменение расстояния между которыми, является основой для вычисления поля деформаций. Образец устанавливается в клиновые захваты и нагружается кинематическим способом до разрушения с постоянной скоростью перемещения траверсы, равной 15 мм/мин.

С помощью программного обеспечения, входящего в комплекс Vic 3D, возможно вычисление деформаций вдоль заданных линий на заданной базе измерения. Осевые деформации в осях образца были вычислены на базе 50 мм вдоль линии ab (рис. 6). Полученная зависимость осевых напряжений в осях образца σ_x от деформаций ε_x представлена на рис. 7. Видно, что диаграмма деформирования, построенная с помощью системы Vic 3D, довольно точно соответствует диаграммам, построенным в предыдущих работах [15, 16] с применением контактного экстензо-

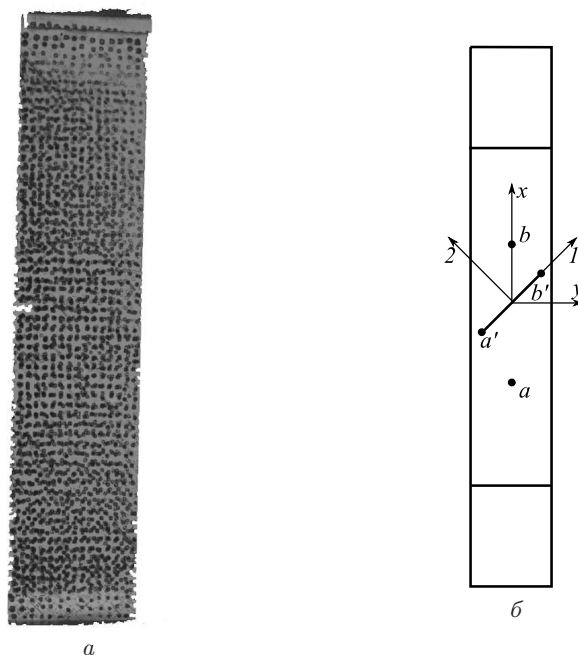


Рис. 6. Вид образца с нанесенным полем контрольных меток (а), системы координат образца (б)

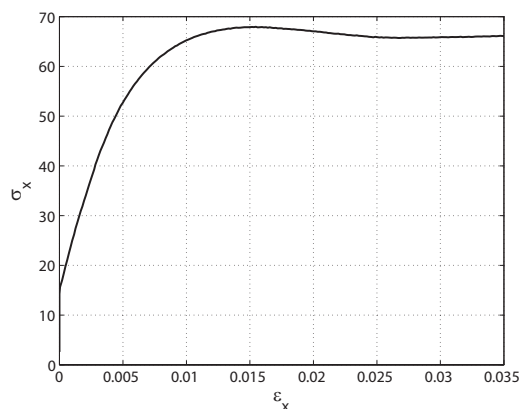


Рис. 7. Диаграмма деформирования образца при растяжении, МПа

метра и изображенного в осредненном виде на рис. 4. На рис. 7, как обычно для подобных диаграмм при растяжении, можно выделить три участка: восходящий участок с относительно высоким значением касательного модуля упругости E_x , участок с падением E_x и нисходящий участок, соответствующий потере несущей способности образца.

Программное обеспечение Vic 3D позволяет визуализировать поле перемещений в каждый момент времени нагружения, на основе которого происходит вычисление параметров плоского деформированного состояния тест-образца.

Поле деформаций ϵ_x на основных этапах нагружения изображено на рис. 8. Рисунок 8, а соответствует деформированному состоянию образца в начальный момент нагружения. Видно, что значения осевых деформаций имеют порядок $\epsilon_x \cdot 10^5$

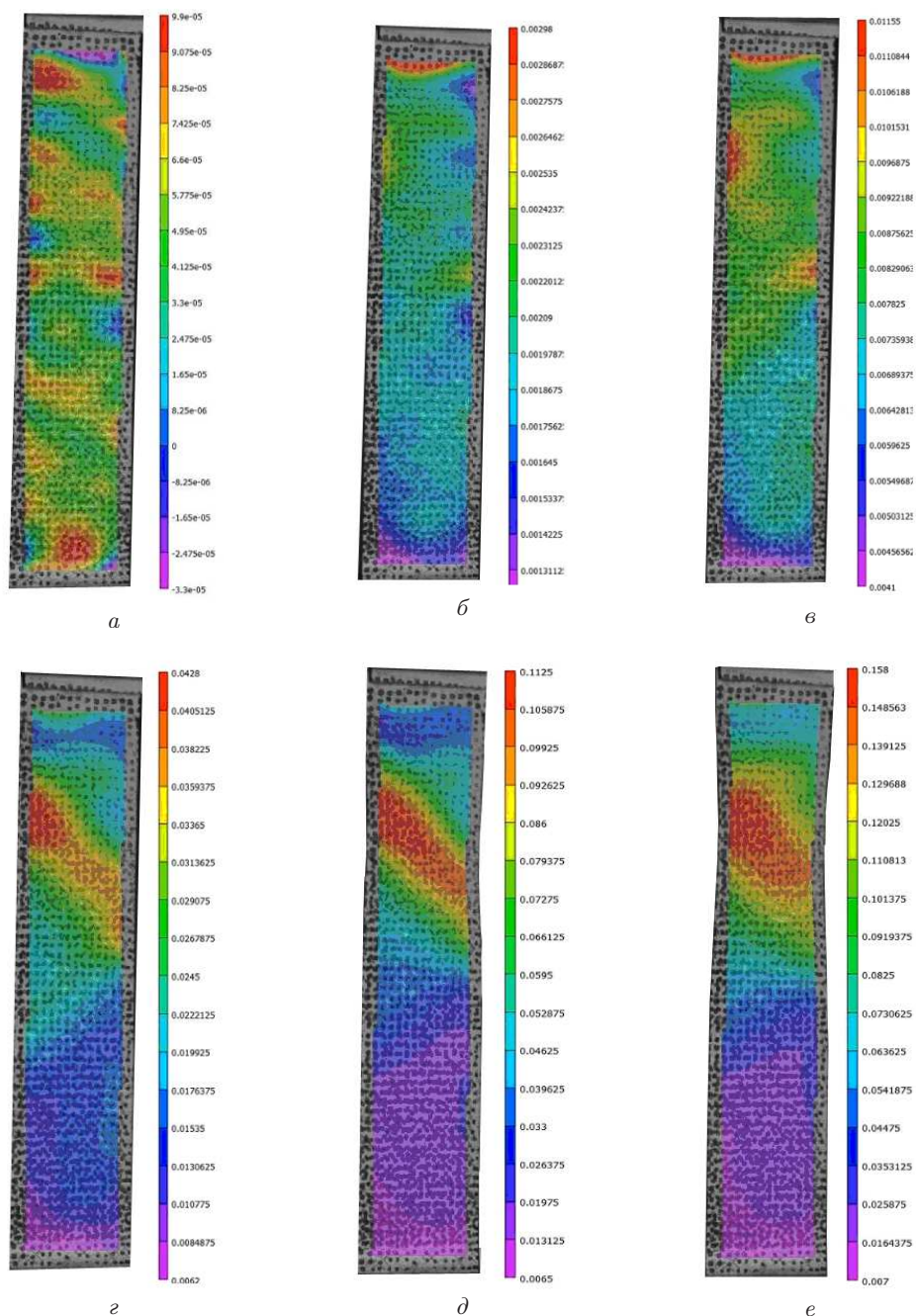


Рис. 8. Деформированное состояние образца в процессе растяжения

и лежат в пределах погрешности измерения системы. Далее на рис. 8, б, деформированное состояние которого соответствует $\sigma_x \approx 18$ МПа, происходит формирование областей концентрации осевых деформаций в районе закрепления, а также на краях образца в направлении оси x_2 (рис. 6, б). На рис. 8, в при $\sigma_x \approx 60$ МПа становится заметно, как осевые деформации локализуются в верхней половине образца, когда кромочный эффект начинает проявляться более явно. Видно, как

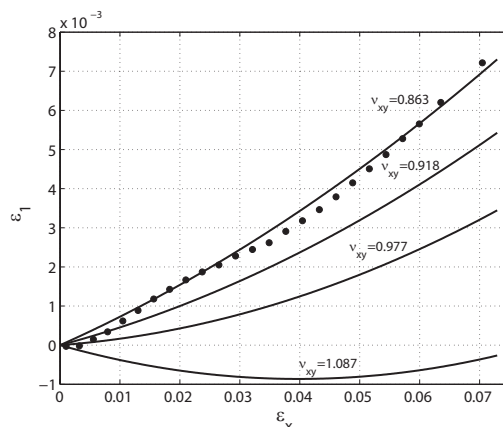


Рис. 9. Зависимости осевых деформаций ε_1 в осях ортотропии от осевых деформаций ε_x в осях образца (сплошные линии – формула (3), круглые маркеры – экспериментальные значения)

начинают формироваться две линии в направлении осей x_1 и x_2 в зонах, в которых деформации ε_x принимают максимальные значения. Анализируя рис. 8, *з*, можно видеть, что развитие осевых деформаций сосредоточилось в полосе, соединяющей места концентрации напряжений на начальных этапах нагружения, в то время как деформации в нижней половине образца практически прекратили свой рост. На рис. 8, *д* можно заметить утонение образца в области формирования наибольших деформаций. Такой процесс можно сравнить с образованием шейки при растяжении металлических образцов. В этот момент осевые деформации продолжают рост в центре образца. Рисунок 8, *е* соответствует деформированному состоянию непосредственно перед потерей несущей способности при $\sigma_x \approx 68$ МПа. Можно заметить, что осевые деформации в средней части образца растут быстрее, чем на краях, тогда как поле деформаций на остальной части образца практически не меняется.

Исходя из результатов экспериментов на растяжение плоских тест-образцов, описанных в работе [16] и изображенных на рис. 8, по формуле (2) были вычислены осевые деформации ε_1 в осях ортотропии монослоя (рис. 6, *б*), а также найдены экспериментальные значения ε_1 на базе $a'b'$, равной 20 мм. Эти результаты на рис. 9 приведены в виде зависимостей осевых деформаций ε_1 в осях ортотропии от осевых деформаций ε_x в осях образца при различных значениях коэффициента Пуассона ν_{xy} .

Сплошными линиями на рис. 9 обозначены зависимости $\varepsilon_1 = \varepsilon_1(\varepsilon_x)$, вычисленные по формуле (3) с использованием замеренных деформаций ε_x при различных значениях коэффициента Пуассона из табл. 1, круглыми маркерами – зависимость, построенная на основе экспериментально замеренных осевых деформаций ε_1 вдоль волокон монослоя. Как видно из рис. 9, зависимость осевых деформаций ε_1 при $\nu_{xy} = 0.86$ практически совпала с экспериментальными значениями. Если же в расчетах принять значение $\nu_{xy} = 1$, то экспериментальные значения и значения по формуле (3) будут сильно различаться, а при $\nu_{xy} = 1.08$ значения ε_1 вообще перестают соответствовать какому-либо реальному физическому смыслу.

Анализируя полученные результаты, следует отметить, что принятое в [16] приближенное равенство $\nu_{xy} \approx 1$, рекомендуемое как российскими, так и зарубежными стандартами испытаний на растяжение перекрестно армированных тест-образцов

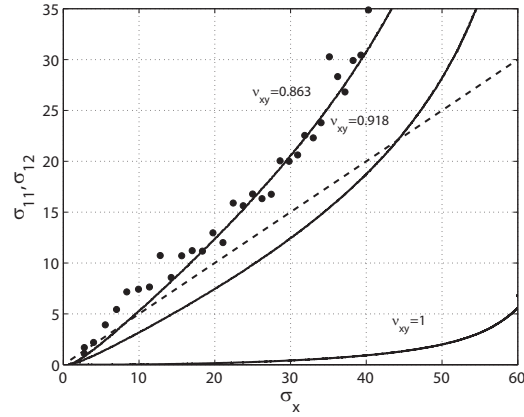


Рис. 10. Зависимости нормальных напряжений $\sigma_{11} = \sigma_{11}(\sigma_x)$ (сплошная линия) и касательных напряжений $\sigma_{12} = \sigma_{12}(\sigma_x)$ (штриховая линия) в осях ортотропии от напряжений σ_x (МПа) (круглые маркеры – экспериментальные значения)

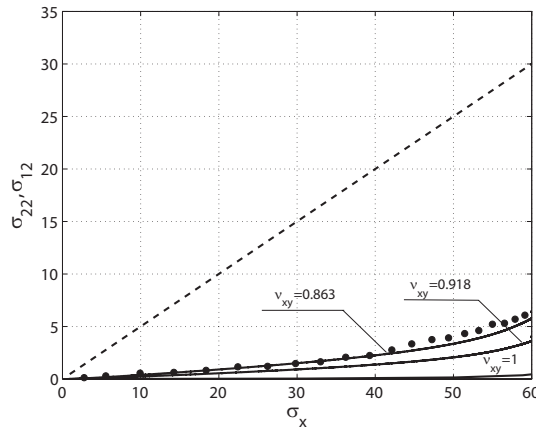


Рис. 11. Зависимости нормальных напряжений $\sigma_{22} = \sigma_{22}(\sigma_x)$ (сплошная линия) и касательных напряжений $\sigma_{12} = \sigma_{12}(\sigma_x)$ (штриховая линия) в осях ортотропии от напряжений σ_x (МПа) (круглые маркеры – экспериментальные значения)

со структурой $[\pm 45^\circ]_{2s}$, не приводит к значительным погрешностям при определении деформации сдвига γ_{12} , в то время как при вычислении деформации $\varepsilon_1 = \varepsilon_2$ оно является абсолютно некорректным. Данный вывод следует также и из анализа формул (3) и (4).

Путем использования физических соотношений (5) определены нормальные и касательные напряжения в осях ортотропии монослоя, которые на рис. 10 и 11 приведены в виде зависимостей нормальных напряжений $\sigma_{11} = \sigma_{11}(\sigma_x)$ в направлении волокон, нормальных напряжений $\sigma_{22} = \sigma_{22}(\sigma_x)$ поперек волокон, а также касательных напряжений $\sigma_{12} = \sigma_{12}(\sigma_x)$ от нормальных напряжений σ_x в осях образца. Можно видеть, что нормальные напряжения, найденные на основе экспериментальных данных, хорошо согласуются с экспериментально-теоретическими значениями. Следует также отметить, что напряжения σ_{11} и σ_{12} на рис. 10 практически совпадают до значений $\sigma_{11} = 5$ МПа, что согласуется, как будет показано ниже, и с результатами конечно-элементного решения задачи в линейной поста-

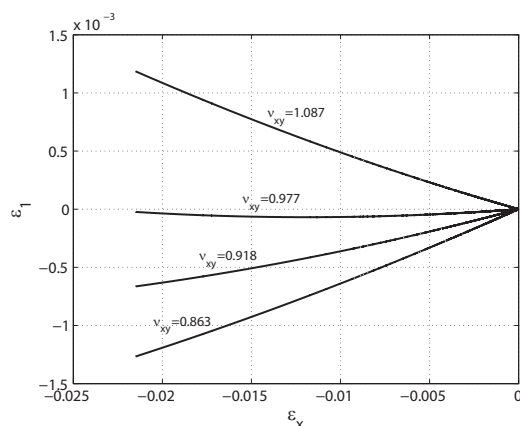


Рис. 12. Зависимости осевых деформаций ε_1 в осях ортотропии от осевых деформаций ε_x в осях образца при сжатии

новке. При дальнейшем увеличении напряжений σ_x вследствие нелинейности второго слагаемого в соотношении (3) наблюдается существенно нелинейное поведение напряжений σ_{11} и σ_{12} . Как видно из рис. 10 и 11, при использовании приближенного равенства $\nu_{xy} \approx 1$ эти компоненты напряжений, найденные по описанной выше методике теоретико-экспериментальным путем, значительно ниже экспериментальных значений нормальных напряжений.

По изложенной выше методике были обработаны результаты экспериментов на сжатие косоугольно-армированных композитных тест-образцов, описанных в [16], диаграмма деформирования которых на рис. 4 изображена треугольными маркерами. На рис. 12 представлены зависимости $\varepsilon_1 = \varepsilon_1(\varepsilon_x)$ при сжатии, построенные на основе соотношения (3) при различных ν_{xy} . Можно заметить, что основные закономерности деформирования при сжатии остаются такими же, как и при растяжении.

При найденных функциях деформаций на основе соотношений (5) были построены зависимости компонентов напряжений σ_{11} , σ_{12} , σ_{22} в осях ортотропии от напряжения в осях образца, функции $\sigma_{11} = \sigma_{11}(\sigma_x)$, $\sigma_{22} = \sigma_{22}(\sigma_x)$ и $\sigma_{12} = \sigma_{12}(\sigma_x)$, представленные на рис. 13 и 14. Можно видеть, что при напряжениях $\sigma_x \approx 80$ МПа происходит резкий рост нормальных напряжений σ_{11} в направлении волокон монослоя.

3. Результаты конечноэлементного расчета в линейной постановке задачи

С целью определения сдвиговой механической характеристики $G_{12}(\gamma_{12})$ волокнистых композитных материалов из них, как правило, изготавливают плоские тест-образцы, имеющие ширину b , длину рабочей части a и состоящие из конечного числа монослоев, уложенных под углами $\pm 45^\circ$ к оси Ox (рис. 1).

Их крепление в захватах при испытаниях на растяжение и сжатие позволяет осуществить кинематическое нагружение путем задания перемещения u сечения CD ($x = a$) в направлении оси x при неподвижном сечении OA ($x = 0$). Для определения НДС, формирующегося при испытаниях на растяжение и сжатие, был проведен численный анализ рассматриваемой структуры в программной системе конечно-элементного (МКЭ) анализа ANSYS. Расчеты проведены для двух типов образцов шириной $b = 15$ мм: коротких ($a = 20$ мм) для испытаний на сжатие и длинных ($a = 110$ мм) для испытаний на растяжение. Анализ проводился

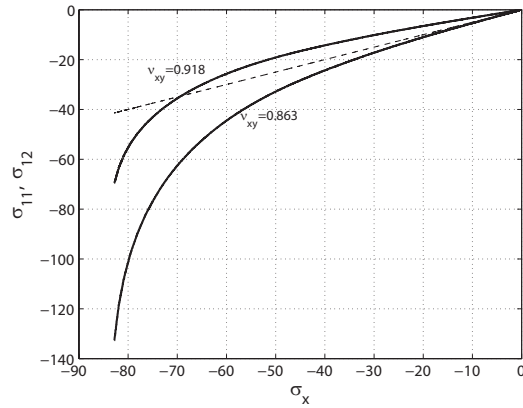


Рис. 13. Зависимости нормальных напряжений $\sigma_{11} = \sigma_{11}(\sigma_x)$ (сплошная линия) и касательных напряжений $\sigma_{12} = \sigma_{12}(\sigma_x)$ (штриховая линия) в осях ортотропии от напряжений σ_x (МПа) при сжатии

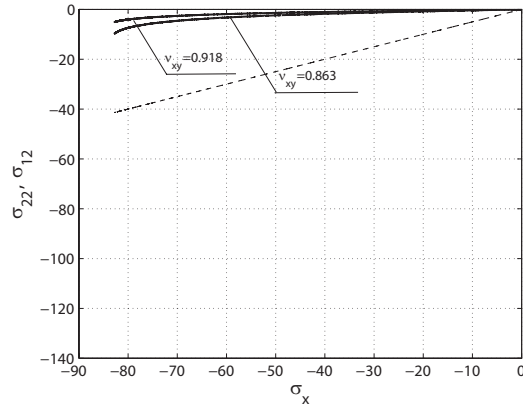


Рис. 14. Зависимости нормальных напряжений $\sigma_{22} = \sigma_{22}(\sigma_x)$ (сплошная линия) и касательных напряжений $\sigma_{12} = \sigma_{12}(\sigma_x)$ (штриховая линия) в осях ортотропии от напряжений σ_x (МПа) при сжатии

как на основе моделирования образца многослойными оболочечными элементами (SHELL281), так и путем моделирования каждого монослоя образца трехмерными элементами (SOLID186) с одним элементом по толщине слоя. Расчеты проведены при найденных в работе [15] эффективных упругих характеристиках материалов слоев ($E_1 = 103$ ГПа – в направлении волокон, $E_3 = E_2 = 5.9$ ГПа – в направлении поперек волокон, $G_{13} = G_{12} = 459$ МПа, $\nu_{13} = \nu_{12} = 0.34$), а для G_{23} и ν_{23} приняты значения $G_{23} = 459$ МПа, $\nu_{23} = 0.34$. Моделирование растяжения (сжатия) тест-образца производилось кинематическим нагружением путем задания перемещения края CD в направлении оси x на величину u при неподвижном крае OA .

В первой серии расчетов, проведенных при $u = 0.01a$, рассматривалась пластина, состоящая из одного монослоя толщиной $t = 0.12$ мм с углом укладки волокон $\varphi = 45^\circ$ к оси Ox (рис. 1) для приведенных выше эффективных упругих характеристик материалов слоев. С целью иллюстрации на рис. 15 и 16 приведены графики распределения напряжений σ_{11} (сплошная линия), σ_{22} (штриховая линия), σ_{12} (штрих-пунктирная линия) по координате x_1 для случаев сжатия

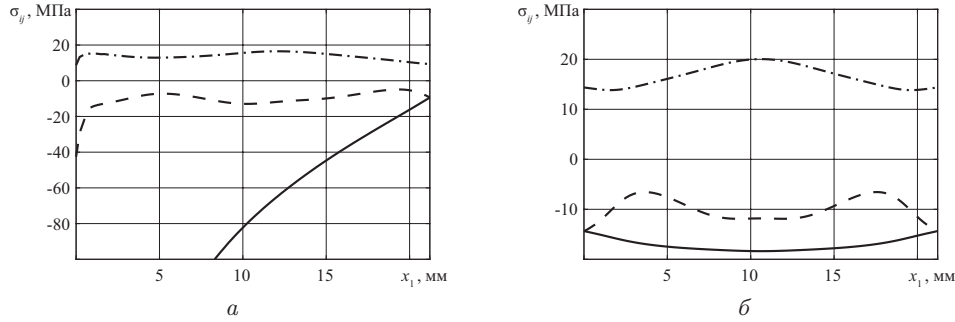


Рис. 15. Распределения напряжений σ_{ij} по координате x_1 вдоль линий OB (а) и KL (б) при сжатии образца ($a = 20$ мм)

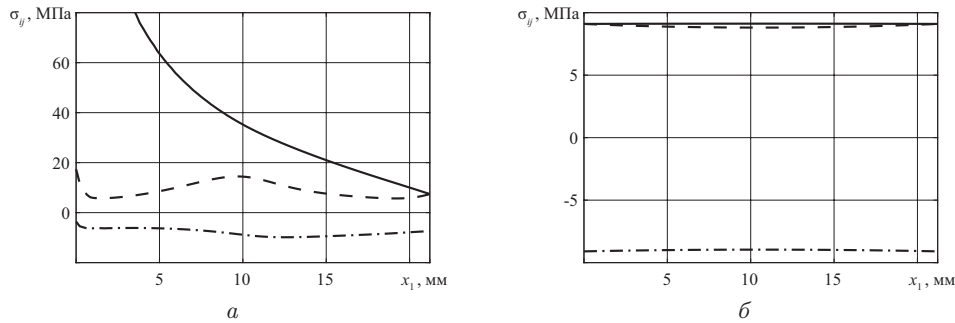


Рис. 16. Распределения напряжений σ_{ij} по координате x_1 вдоль линий OB (а) и KL (б) при растяжении образца ($a = 110$ мм)

коротких образцов (рис. 15) и растяжения длинных образцов (рис. 16). На указанных рисунках буквой a обозначены графики распределения соответствующих напряжений вдоль линии OB , а буквой b – вдоль линии KL , проходящей через центр пластины (рис. 1). Здесь и далее ввиду практически полного совпадения результатов, полученных на основе оболочечных и трехмерных элементов, приведены лишь кривые, полученные на основе элементов SHELL281. Анализируя полученные результаты, мы видим наличие ярко выраженных граничных эффектов вблизи линий OA и CD , угловых точек O и C , а также малую изменяемость компонент напряжений вдоль центральной линии KL длинных образцов. Следует отметить, что вдоль этой линии KL с большой степенью точности выполняются приближенные равенства $|\sigma_{11}| \approx |\sigma_{22}| \approx |\sigma_{12}| \approx p/2$.

Во второй серии расчетов рассматривалась пластина, состоящая из двух монослоев с толщинами $t_{[k]} = 0.12$ мм и волокнами, уложенными под углами $\pm 45^\circ$ к оси Ox , для принятых выше эффективных упругих характеристик материалов слоев ($E_1 = 103$ ГПа, $E_3 = E_2 = 5.9$ ГПа, $\nu_{13} = \nu_{12} = 0.34$) и следующих значений касательных модулей сдвига G_{13} , G_{12} для двух расчетных случаев:

1) $G_{13} = G_{12} = 3.450$ ГПа для случая сжатия образца; $G_{13} = G_{12} = 2.920$ ГПа для случая растяжения образца (данные значения касательных модулей сдвига соответствуют начальным этапам нагружения образцов при малых сдвиговых деформациях [15]);

2) $G_{13} = G_{12} = 459$ МПа для случаев как растяжения, так и сжатия образцов (данное значение касательного модуля сдвига соответствует предельному напряжению сжатия образцов вдоль волокон и их разрушению из-за потери устойчивости по сдвиговой форме).

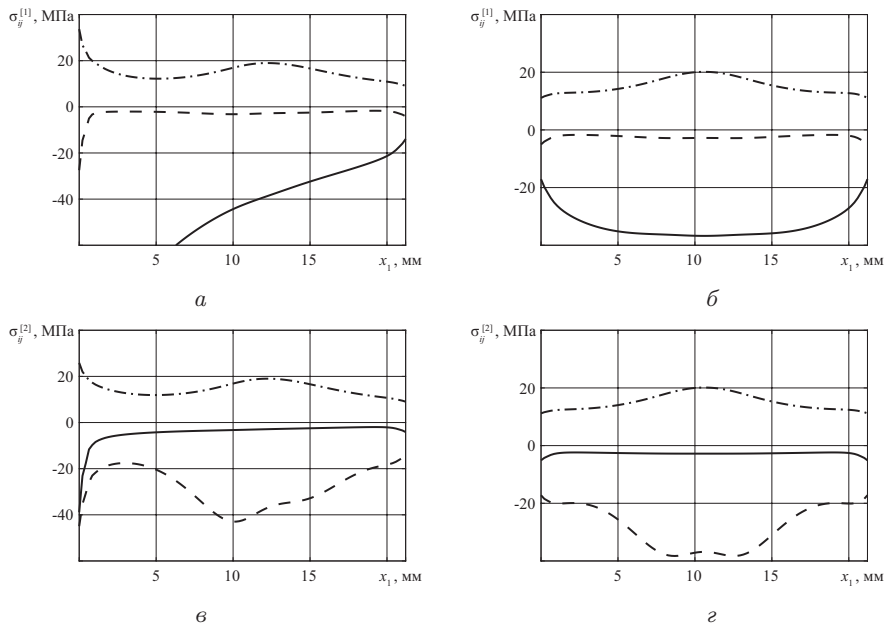


Рис. 17. Распределения напряжений $\sigma_{ij}^{[k]}$ по координате x_1 вдоль линий OB (a – 1-й слой, $в$ – 2-й слой) и KL ($б$ – 1-й слой, $г$ – 2-й слой) при сжатии образца ($a = 20$ мм, расчетный случай 1)

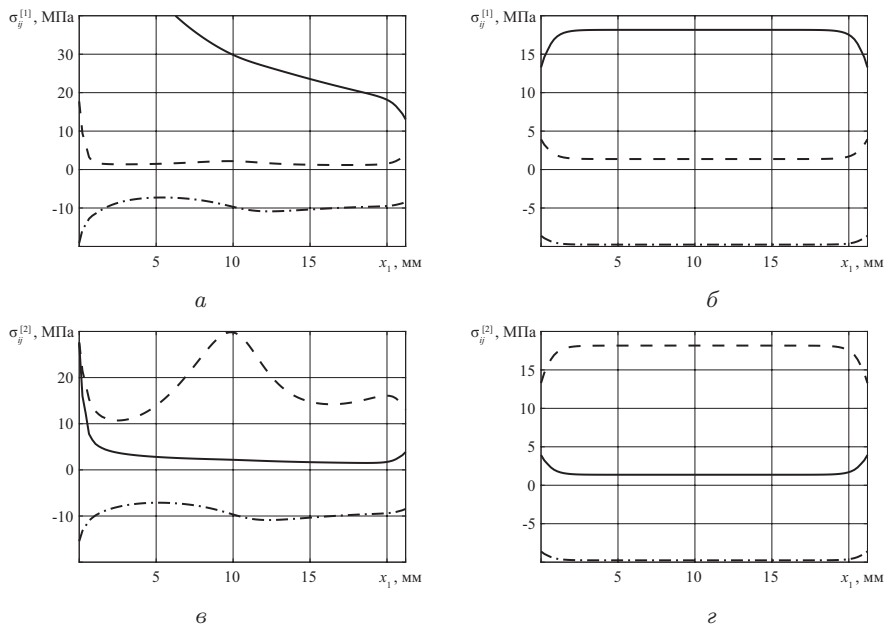


Рис. 18. Распределения напряжений $\sigma_{ij}^{[k]}$ по координате x_1 вдоль линий OB (a) – 1-й слой, ($в$) – 2-й слой) и KL ($б$) – 1-й слой, ($г$) – 2-й слой) при растяжении образца ($a = 110$ мм, расчетный случай 1))

Для G_{23} и ν_{23} приняты значения $G_{23} = G_{13}$, $\nu_{23} = \nu_{13}$. Моделирование растяжения (сжатия) тест-образца, как и ранее, производилось кинематическим путем. При этом величина перемещения u для расчетных случаев 1) и 2) нормировалась

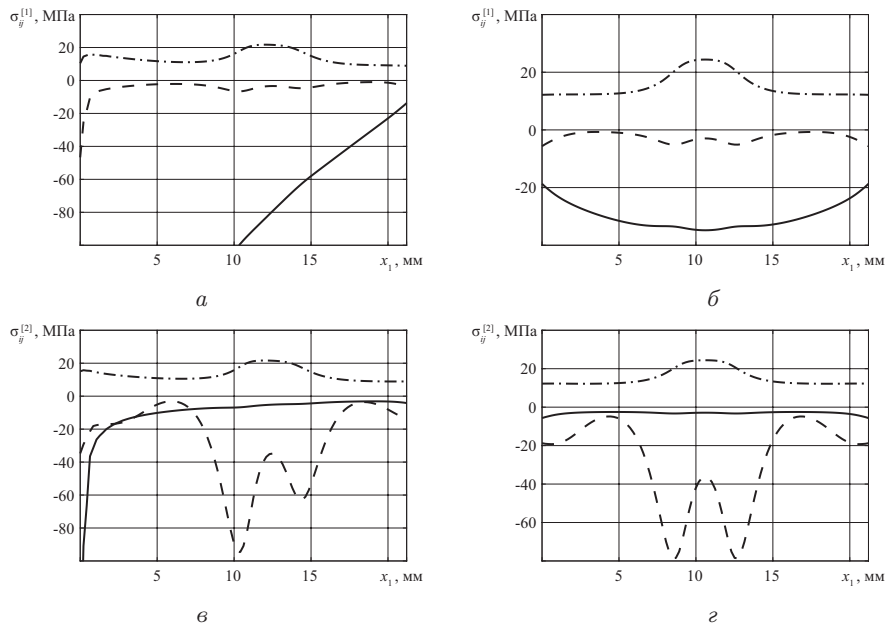


Рис. 19. Распределения напряжений $\sigma_{ij}^{[k]}$ по координате x_1 вдоль линий OB (a – 1-й слой, $в$ – 2-й слой) и KL ($б$ – 1-й слой, $г$ – 2-й слой) при сжатии образца ($a = 20$ мм, расчетный случай 2)

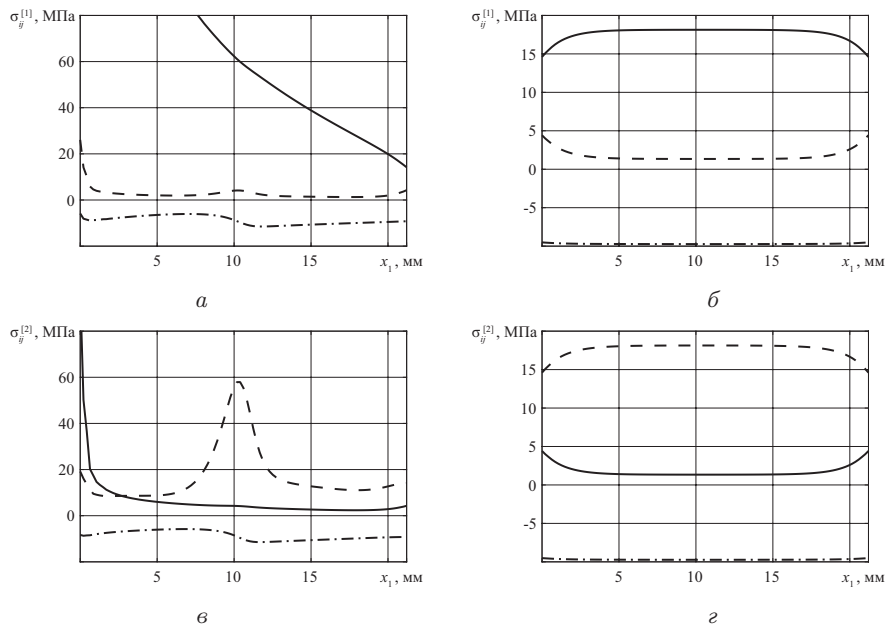


Рис. 20. Распределения напряжений $\sigma_{ij}^{[k]}$ по координате x_1 вдоль линий OB (a – 1-й слой, $в$ – 2-й слой) и KL ($б$ – 1-й слой, $г$ – 2-й слой) при растяжении образца ($a = 110$ мм, расчетный случай 2)

из условий выполнения равенств

$$\frac{1}{b} \sum_{k=1}^2 \int_{y=0}^b \sigma_x^{[k]}(y) dy = 2p \quad \text{при } x = a/2$$

и была принята равной: для случая 1) $u = 0.00201a$ – при сжатии образца, $u = 0.00177a$ – при растяжении образца; для случая 2) $u = 0.01a$ – при растяжении и сжатии образцов. Зависимости $\sigma_{ij}^{[k]}(x_1)$ приведены на рис. 17–20 для случаев сжатия коротких образцов (рис. 17 – случай 1, рис. 19 – случай 2) и растяжения длинных образцов (рис. 18 – случай 1, рис. 20 – случай 2). Здесь, как и ранее, зависимостям $\sigma_{11}^{[k]}(x_1)$ соответствует сплошная линия, зависимостям $\sigma_{22}^{[k]}(x_1)$ – штриховая линия, зависимостям $\sigma_{12}^{[k]}(x_1)$ – штрих-пунктирная линия. На рисунках буквами a и b обозначены распределения соответствующих напряжений вдоль линии OB в первом и втором слое соответственно, буквами b и z – вдоль линии KL в первом и втором слое соответственно. Следует отметить, что сформированные в слоях параметры НДС характеризуются следующими закономерностями для компонент напряжений:

$$\begin{aligned}\sigma_{11}^{[1]}(x, b/2 + y) &= \sigma_{22}^{[2]}(x, b/2 - y), & \sigma_{22}^{[1]}(x, b/2 + y) &= \sigma_{11}^{[2]}(x, b/2 - y), \\ \sigma_{12}^{[1]}(x, b/2 + y) &= \sigma_{12}^{[1]}(x, b/2 - y) = \sigma_{12}^{[2]}(x, b/2 + y) = \sigma_{12}^{[2]}(x, b/2 - y),\end{aligned}\quad (6)$$

$$\forall y \in [0, b], \quad \forall x \in [0, a].$$

При этом, как и в первой серии расчетов, имеются ярко выраженные граничные эффекты вблизи линий OA и CD , угловых точек O и C , а также малая изменчивость компонент напряжений вдоль центральной линии KL длинных образцов. Вдоль этой линии KL с большой степенью точности выполняются приближенные равенства $\sigma_{11}^{[1]} \approx \sigma_{22}^{[2]} \approx \pm p$, $\sigma_{22}^{[1]} \approx \sigma_{11}^{[2]} \approx 0$, $\sigma_{12}^{[1]} \approx \sigma_{12}^{[2]} \approx \pm p/2$. Такие зависимости для образцов из однонаправленного композита при симметричной укладке слоев под углами $\pm 45^\circ$ обусловлены высокой жесткостью слоя лишь в направлении одной из осей (x_1 для слоев с углом укладки $\varphi = 45^\circ$ к оси ox и x_2 для слоев с углом укладки $\varphi = -45^\circ$). При этом напряжение в направлении поперек волокон перераспределяется на соседний слой, увеличивая значение осевого нормального напряжения в волокне практически в два раза в сравнении с первым расчетным случаем, касательные напряжения $\sigma_{12}^{[k]}$ во всех слоях тест-образца удовлетворяют последнему равенству в (6). Сравнивая результаты, полученные для расчетных случаев 1) и 2), можно видеть существенную зависимость компонент напряжений от касательного модуля сдвига G_{12} лишь вблизи линий OA и CD . Как следствие, для длинных образцов законы изменения компонент напряжений вдоль центральной линии KL для расчетных случаев 1) и 2) практически идентичны. Для коротких образцов изменение касательного модуля сдвига по мере нагружения оказывает существенное влияние на определяемые компоненты напряжений во всей рабочей области образца.

Заключение

Анализируя полученные результаты, можно видеть, что в волокнах (пучках волокон) тест-образцов со структурой $[\pm 45^\circ]_{2s}$ при их растяжении-сжатии наибольшими являются сформированные осевые нормальные напряжения, которые значительно могут повлиять на реализующиеся в них ФПУ. Наряду с ними формируются также и касательные напряжения, являющиеся причиной реализации неклассических изгибно-сдвиговых ФПУ. Наименьшими из сформированных компонент напряжений являются нормальные напряжения в направлении поперек волокон.

Благодарности. Результаты исследований получены в рамках выполнения государственного задания Минобрнауки России 9.5762.2017/ВУ (проект № 9.1395.2017/ПЧ) (раздел 1) и проекта № 19-19-00059 Российского научного фонда (разделы 2, 3).

Литература

1. *Гузь А.Н.* Устойчивость упругих тел при конечных деформациях. – Киев: Наукова думка, 1973. – 270 с.
2. *Болотин В.В., Новичков Ю.Н.* Механика многослойных конструкций. – М.: Машиностроение, 1980. – 375 с.
3. *Agarwal B.D., Broutman L.J.* Analysis and Performance of Fiber Composites. – N. Y.: John Wiley & Sons, 1980. – 355 p.
4. *Broutman L.J., Agarwal B.D.* Effect of the interface on the mechanical properties of composite materials // *Rheol. Acta.* – 1974. – V. 13, No 3. – P. 618–626. – doi: 10.1007/BF01521765.
5. *Allen H.G.* Analysis and Design of Structural Sandwich Panels. – London: Pergamon Press, 1969. – 284 p.
6. *Harris B.J., Crisman W.C.* Face-wrinkling mode of buckling of sandwich panels // *ASCE J. Eng. Mech. Div.* – 1965. – V. 91. – P. 93–111.
7. *Hashin Z.* Failure criteria for unidirectional fibre composites // *J. Appl. Mech.* – 1980. – V. 47, No 2. – P. 329–334. – doi:10.1115/1.3153664.
8. *Hashin Z., Rotem A.* A fatigue failure criterion for fiber reinforced materials // *J. Compos. Mater.* – 1973. – V. 7, No 4. – P. 448–464. – doi: 10.1177/002199837300700404.
9. *Xu Y.L., Reifsnider K.L.* Micromechanical modeling of composite compressive strength // *J. Compos. Mater.* – 1993. – V. 27, No 6. – P. 572–588. – doi: 10.1177/002199839302700602.
10. *Бадриев И.Б., Макаров М.В., Паймушин В.Н., Холмогоров С.А.* Осесимметричные задачи о геометрически нелинейном деформировании и устойчивости трехслойной цилиндрической оболочки с контурными подкрепляющими стержнями // *Учен. зап. Казан. ун-та. Сер. Физ.-матем. науки.* – 2017. – Т. 159, кн. 4. – С. 395–428.
11. *Badriev I.B., Paimushin V.N.* Mathematical modeling of a dynamic thin plate deformation in acoustoelasticity problems // *IOP Conf. Ser.: Earth Environ. Sci.* – 2018. – V. 107. – Art. 012095, P. 1–9. – doi: 10.1088/1755-1315/107/1/012095.
12. *Paimushin V.N., Kholmogorov S.A., Gazizullin R.K.* Mechanics of unidirectional fiber-reinforced composites: Buckling modes and failure under compression along fibers // *Mech. Compos. Mater.* – 2017. – V. 53, No 6. – P. 737–752. – doi: 10.1007/s11029-018-9699-7.
13. *Паймушин В.Н., Шалашилин В.И.* О соотношениях теории деформаций в квадратичном приближении и проблемы построения уточненных вариантов геометрически нелинейной теории слоистых элементов конструкций // *Прикл. матем. и механика.* – 2005. – Т. 69, Вып. 5. – С. 861–881.
14. *Паймушин В.Н., Шалашилин В.И.* Непротиворечивый вариант теории деформаций сплошных сред в квадратичном приближении // *Докл. РАН.* – 2004. – Т. 396, № 4. – С. 492–495.
15. *Paimushin V.N., Kholmogorov S.A., Makarov M.V., Tarlakovskii D.V., Lukaszewicz A.* Mechanics of fiber composites: Forms of loss of stability and fracture of test specimens resulting from three-point bending tests // *Z. Angew. Math. Mech.* – 2019. – V. 99, No 1. – Art. e201800063, P. 1–25. – doi: 10.1002/zamm.201800063.

16. *Paimushin V.N., Kholmogorov S.A.* Physical-mechanical properties of a fiber-reinforced composite based on an ELUR-P carbon tape and XT-118 binder // *Mech. Compos. Mater.* – 2018. – V. 54, No 1. – P. 2–12. – doi: 10.1007/s11029-018-9712-1.
17. *Rosen B.W.* Mechanics of composite strengthening // *Fibre Composite Materials: Am. Soc. Metals Seminar.* – Am. Soc. Metals, 1965. – P. 37–75.
18. *Budiansky B., Fleck N.A.* Compressive failure of fibre composites // *J. Mech. Phys. Solids.* – 1993. – V. 41, No 1. – P. 183–211. – doi: 10.1016/0022-5096(93)90068-Q.
19. *Zhang G., Latour R.A. Jr.* FRP composite compressive strength and its dependence upon interfacial bond strength, fiber misalignment, and matrix nonlinearity // *J. Thermoplast. Compos. Mater.* – 1993. – V. 6, No 4. – P. 298–311. – doi: 10.1177/089270579300600403.
20. *Zhang G., Latour R.A. Jr.* An analytical and numerical study of fiber microbuckling // *Compos. Sci. Technol.* – 1994. – V. 51, No 1. – P. 95–109. – doi: 10.1016/0266-3538(94)90160-0.
21. *Naik N.K., Kumar R.S.* Compressive strength of unidirectional composites: Evaluation and comparison of prediction models // *Compos. Struct.* – 1999. – V. 46, No 3. – P. 299–308. – doi: 10.1016/S0263-8223(99)00098-7.
22. *Jumahat A., Soutis C., Jones F.R., Hodzic A.* Fracture mechanisms and failure analysis of carbon fibre/toughened epoxy composites subjected to compressive loading // *Compos. Struct.* – 2010. – V. 92, No 2. – P. 295–305. – doi: 10.1016/j.compstruct.2009.08.010.
23. *Paimushin V.N., Polyakova N.V., Kholmogorov S.A., Shishov M.A.* Buckling modes of structural elements of off-axis fiber-reinforced plastics // *Mech. Compos. Mater.* – 2018. – V. 54, No 2. – P. 133–144. – doi: 10.1007/s11029-018-9726-8.
24. *Paimushin V.N., Polyakova N.V., Kholmogorov S.A., Shishov M.S.* Non-uniformly scaled buckling modes of reinforcing elements in fiber reinforced plastic // *Russ. Math.* – 2017. – V. 61, No 9. – P. 79–84. – doi: 10.3103/S1066369X17090092.
25. *Giannadakis K., Varna J.* Analysis of nonlinear shear stress-strain response of unidirectional GF/EP composite // *Composites, Part A.* – 2014. – V. 62. – P. 67–76. – doi: 10.1016/j.compositesa.2014.03.009.
26. *Паймушин В.Н., Холмогоров С.А., Каюмов Р.А.* Экспериментальные исследования механизмов формирования остаточных деформаций волокнистых композитов слоистой структуры при циклическом нагружении // *Учен. зап. Казан. ун-та. Сер. Физ.-матем. науки.* – 2017. – Т. 159, кн. 4. – С. 395–428.
27. *Paimushin V.N., Kayumov R.A., Kholmogorov S.A., Shishkin V.M.* Defining relations in mechanics of cross-ply fiber reinforced plastics under short-term and long-term monoaxial load // *Russ. Math.* – 2018. – V. 62, No 6. – P. 75–79. – doi: 10.3103/S1066369X18060087.
28. ASTM-D3518/D3518M-94. Standard Test Method for In-Plane Shear Response of Polymer Matrix Composite Materials by Tensile Test of a $\pm 45^\circ$ Laminate. – West Conshohocken, PA: ASTM, 1994. – 7 p.
29. ГОСТ 32658–2014. Композиты полимерные. Определение механических характеристик при сдвиге в плоскости армирования методом испытаний на растяжение под углом $\pm 45^\circ$. – М.: Стандартинформ, 2014. – 15 с.
30. *Rosen B.W.* A simple procedure for experimental determination of the longitudinal shear modulus of unidirectional composites // *J. Compos. Mater.* – 1972. – V. 6, No 3. – P. 552–554. – doi: 10.1177/002199837200600310.

Поступила в редакцию
17.01.19

Паймушин Виталий Николаевич, доктор физико-математических наук, профессор кафедры прочности конструкций; главный научный сотрудник

Казанский национальный исследовательский технический университет им. А.Н. Туполева – КАИ

ул. К. Маркса, д. 10, г. Казань, 420111, Россия

Казанский (Приволжский) федеральный университет

ул. Кремлевская, д. 18, г. Казань, 420008, Россия

E-mail: vpajmushin@mail.ru

Каюмов Рашит Абдулхакович, доктор физико-математических наук, профессор кафедры механики; ведущий научный сотрудник

Казанский государственный архитектурно-строительный университет

ул. Зеленая, д. 1, г. Казань, 420043, Россия

Казанский национальный исследовательский технический университет им. А.Н. Туполева – КАИ

ул. К. Маркса, д. 10, г. Казань, 420111, Россия

E-mail: kayumov@rambler.ru

Фирсов Вячеслав Анатольевич, доктор технических наук, профессор кафедры прочности конструкций

Казанский национальный исследовательский технический университет им. А.Н. Туполева – КАИ

ул. К. Маркса, д. 10, г. Казань, 420111, Россия

E-mail: vafirsov49@mail.ru

Газизуллин Руслан Камилевич, кандидат физико-математических наук, научный сотрудник

Казанский национальный исследовательский технический университет им. А.Н. Туполева – КАИ

ул. К. Маркса, д. 10, г. Казань, 420111, Россия

E-mail: gazizullin.rk@yandex.ru

Холмогоров Сергей Андреевич, кандидат физико-математических наук, научный сотрудник

Казанский национальный исследовательский технический университет им. А.Н. Туполева – КАИ

ул. К. Маркса, д. 10, г. Казань, 420111, Россия

E-mail: hkazan@yandex.ru

Шишов Максим Александрович, аспирант кафедры прочности конструкций

Казанский национальный исследовательский технический университет им. А.Н. Туполева – КАИ

ул. К. Маркса, д. 10, г. Казань, 420111, Россия

E-mail: mashishov@mail.ru

ISSN 2541-7746 (Print)

ISSN 2500-2198 (Online)

UCHENYE ZAPISKI KAZANSKOGO UNIVERSITETA.
SERIYA FIZIKO-MATEMATICHESKIE NAUKI
(Proceedings of Kazan University. Physics and Mathematics Series)

2019, vol. 161, no. 1, pp. 86–109

doi: 10.26907/2541-7746.2019.1.86-109

**Tension and Compression of Flat $[\pm 45^\circ]_{2s}$ Specimens
from Fiber Reinforced Plastic: Numerical and Experimental Investigation
of Forming Stresses and Strains**

V.N. Paimushin^{a,b}, R.A. Kaymov^{a,c**}, V.A. Firsov^{a***}, R.K. Gazizullin^{a****},
S.A. Kholmogorov^{a*****}, M.A. Shishov^{a*****}*

^a*A.N. Tupolev Kazan National Research Technical University, Kazan, 420111 Russia*

^b*Kazan Federal University, Kazan, 420008 Russia*

^c*Kazan State University of Architecture and Engineering, Kazan, 420043 Russia*

E-mail: **vpaismushin@mail.ru*, ***kaymov@rambler.ru*,

****vafirsov49@mail.ru*, *****gazizullin.rk@yandex.ru*, ******hkazan@yandex.ru*,

******mashishov@mail.ru*

Received January 17, 2019

Abstract

Based on the qualitative analysis of the geometric pattern of deformation of flat specimens from cross-ply fibrous composites with the $[\pm 45^\circ]_{2s}$ lay-up when they are under tension and compression and using the physical dependencies compiled earlier for this class of composites, the relationships have been derived that made it possible to determine the components of the strain and stresses in the material orthotropy axes through the axial strain of the specimen measured in the experiment. In the linear formulation of two- and three-dimensional problems, numerical experiments have been carried out to determine the parameters of the stress-strain state of specimens consisting of one and two laminas of unidirectional fibrous plastic with $[+45^\circ]$ and $[\pm 45^\circ]_2$ structures, respectively. The cases of tension of long and compression of short specimens have been considered; the analysis of the forming stress components along the fibers located in the central part and in the vicinity of the corner points of the specimens has been carried out. Experiments on the tension of flat specimens from a fiber composite with a $[\pm 45^\circ]_{2s}$ lay-up to determine the deformed state using a non-contact strain measurement system have been performed. The obtained results allow to indicate areas in which the implementation and continuous change of internal non-classical buckling modes of structural elements of fibrous composites are possible during the loading process, which is probably one of the reasons for the physically nonlinear behavior of specimens with the $[\pm 45^\circ]_{2s}$ lay-up under tension and compression.

Keywords: fiber reinforced plastic, structural elements, fiber, binder, specimen, cross-ply layout, tension, compression

Acknowledgments. The study was performed within the framework of the state assignment of the Ministry of Education of the Russian Federation (projects no. 9.1395.2017/PCh, no. 9.5762.2017/VU (Chapter 1)) and supported by the Russian Science Foundation (project no. 19-19-00059 (Chapters 2, 3)).

Figure Captions

Fig. 1. Stress forming scheme in fibers (bundles of fibers) in composite specimen under tension.

Fig. 2. Geometrical scheme of deformation.

Fig. 3. Dependence of transversal strain of axial strain obtained under tension of four specimens with $[\pm 45^\circ]_{2s}$ lay-up (see [16]).

Fig. 4. Stress-strain curve under tension and compression of the specimens of $[\pm 45^\circ]_{2s}$ lay-up, (MPa).

Fig. 5. Dependence of secant modulus of elasticity G_{12}^S of shear strain γ_{12} .

Fig. 6. View of the specimen with plotted control marks (a), coordinate system of the specimen (b).

Fig. 7. Stress-strain curve of the specimen under tension, MPa.

Fig. 8. Strain state of the specimen in tension process.

Fig. 9. Dependencies of axial strain ε_1 in orthotropy axes of axial strain ε_x in specimen axes (solid line – equation (3), round markers – experimental data).

Fig. 10. Dependencies of normal stress $\sigma_{11} = \sigma_{11}(\sigma_x)$ (solid line) and shear stress $\sigma_{12} = \sigma_{12}(\sigma_x)$ (dashed line) in orthotropy axes of stress σ_x (MPa) (round markers – experimental data).

Fig. 11. Dependencies of normal stress $\sigma_{22} = \sigma_{22}(\sigma_x)$ (solid line) and shear stress $\sigma_{12} = \sigma_{12}(\sigma_x)$ (dashed line) in orthotropy axes of stress σ_x (MPa) (round markers – experimental data).

Fig. 12. Dependencies of axial strain ε_1 in orthotropy axes of axial strain ε_x in specimen axes under tension.

Fig. 13. Dependencies of normal stress $\sigma_{11} = \sigma_{11}(\sigma_x)$ (solid line) and shear stress $\sigma_{12} = \sigma_{12}(\sigma_x)$ (dashed line) in orthotropy axes of stress σ_x (MPa) under compression.

Fig. 14. Dependencies of normal stress $\sigma_{22} = \sigma_{22}(\sigma_x)$ (solid line) and shear stress $\sigma_{12} = \sigma_{12}(\sigma_x)$ (dashed line) in orthotropy axes of stress σ_x (MPa) under compression.

Fig. 15. Coordinate x_1 distribution of stress σ_{ij} along OB line (a) and KL (b) under compression ($a = 20$ mm).

Fig. 16. Coordinate x_1 distribution of stress σ_{ij} along OB line (a) and KL (b) under tension ($a = 110$ mm).

Fig. 17. Coordinate x_1 distribution of stress $\sigma_{ij}^{[k]}$ along OB line (a – 1st layer, c – 2nd layer) and KL (b – 1st layer, d – 2nd layer) under tension of specimen ($a = 20$ mm, calculation case 1).

Fig. 18. Coordinate x_1 distribution of stress $\sigma_{ij}^{[k]}$ along OB line (a – 1st layer, c – 2nd layer) and KL (b – 1st layer, d – 2nd layer) under tension of specimen ($a = 110$ mm, first calculation case 1).

Fig. 19. Coordinate x_1 distribution of stress $\sigma_{ij}^{[k]}$ along OB line (a – 1st layer, c – 2nd layer) and KL (b – 1st layer, d – 2nd layer) under tension of specimen ($a = 20$ mm, first calculation case 2).

Fig. 20. Coordinate x_1 distribution of stress $\sigma_{ij}^{[k]}$ along OB line (a – 1st layer, c – 2nd layer) and KL (b – 1st layer, d – 2nd layer) under tension of specimen ($a = 110$ mm, first calculation case 2).

References

1. Guz' A.N. *Ustoichivost' uprugikh tel pri konechnykh deformatsiyakh* [Stability of Elastic Bodies for Finite Deformation]. Kiev, Naukova Dumka, 1973. 270 p. (In Russian)
2. Bolotin V.V. Novichkov Yu.N. *Mekhanika mnogosloinykh konstruksii* [Mechanics of Multilayer Structures]. Moscow, Mashinostroenie, 1980. 375 p. (In Russian)

3. Agarwal B.D., Broutman L.J. *Analysis and Performance of Fiber Composites*. New York, John Wiley & Sons, 1980. 355 p.
4. Broutman L.J., Agarwal B.D. Effect of the interface on the mechanical properties of composite materials. *Rheol. Acta*, 1974, vol. 13, no. 3, pp. 618–626. doi: 10.1007/BF01521765.
5. Allen H.G. *Analysis and Design of Structural Sandwich Panels*. London, Pergamon Press, 1969. 284 p.
6. Harris B.J., Crisman W.C. Face-wrinkling mode of buckling of sandwich panels. *ASCE J. Eng. Mech. Div.*, 1965, vol. 91, pp. 93–111.
7. Hashin Z. Failure criteria for unidirectional fibre composites. *J. Appl. Mech.*, 1980, vol. 47, no. 2, pp. 329–334. doi: 10.1115/1.3153664.
8. Hashin Z., Rotem A. A fatigue failure criterion for fiber reinforced materials. *J. Compos. Mater.*, 1973, vol. 7, no. 4, pp. 448–464. doi: 10.1177/002199837300700404.
9. Xu Y.L., Reifsnider K.L. Micromechanical modeling of composite compressive strength. *J. Compos. Mater.*, 1993, vol. 27, no. 6, pp. 572–588. doi: 10.1177/002199839302700602.
10. Badriev I.B., Makarov M.V., Paimushin V.N., Kholmogorov S.A. The axisymmetric problems of geometrically nonlinear deformation and stability of a sandwich cylindrical shell with contour reinforcing beams. *Uchenye Zapiski Kazanskogo Universiteta. Seriya Fiziko-Matematicheskie Nauki*, 2017, vol. 159, no. 4, pp. 395–428. (In Russian)
11. Badriev I.B., Paimushin V.N. Mathematical modeling of a dynamic thin plate deformation in acoustoelasticity problems. *IOP Conf. Ser.: Earth Environ. Sci.*, 2018, vol. 107, art. 012095, pp. 1–9. doi: 10.1088/1755-1315/107/1/012095.
12. Paimushin V.N., Kholmogorov S.A., Gazizullin R.K. Mechanics of unidirectional fiber-reinforced composites: Buckling modes and failure under compression along fibers. *Mech. Compos. Mater.*, 2017, vol. 53, no. 6, pp. 737–752. doi: 10.1007/s11029-018-9699-7.
13. Paimushin V.N., Shalashilin V.I. The relations of deformation theory in the quadratic approximation and the problems of constructing improved versions of the geometrically non-linear theory of laminated structures. *J. Appl. Math. Mech.*, 2005, vol. 69, no. 5, pp. 773–791. doi: 10.1016/j.jappmathmech.2005.09.013.
14. Paimushin V.N., Shalashilin V.I. Consistent variant of continuum deformation theory in the quadratic approximation. *Dokl. Phys.*, 2004, vol. 49, no. 6, pp. 374–377. doi: 10.1134/1.1774064.
15. Paimushin V.N., Kholmogorov S.A., Makarov M.V., Tarlakovskii D.V., Lukaszewicz A. Mechanics of fiber composites: Forms of loss of stability and fracture of test specimens resulting from three-point bending tests. *Z. Angew. Math. Mech.*, 2019, vol. 99, no. 1, art. e201800063, pp. 1–25. doi: 10.1002/zamm.201800063.
16. Paimushin V.N., Kholmogorov S.A. Physical-mechanical properties of a fiber-reinforced composite based on an ELUR-P carbon tape and XT-118 binder. *Mech. Compos. Mater.*, 2018, vol. 54, no. 1, pp. 2–12. doi: 10.1007/s11029-018-9712-1.
17. Rosen B.W. Mechanics of composite strengthening. *Fibre Composite Materials: Am. Soc. Metals Seminar*. Am. Soc. Metals, 1965, pp. 37–75.
18. Budiansky B., Fleck N.A. Compressive failure of fibre composites. *J. Mech. Phys. Solids*, 1993, vol. 41, no. 1, pp. 183–211. doi: 10.1016/0022-5096(93)90068-Q.
19. Zhang G., Latour R.A. Jr. FRP composite compressive strength and its dependence upon interfacial bond strength, fiber misalignment, and matrix nonlinearity. *J. Thermoplast. Compos. Mater.*, 1993, vol. 6, no. 4, pp. 298–311. doi: 10.1177/089270579300600403.
20. Zhang G., Latour R.A. Jr. An analytical and numerical study of fiber microbuckling. *Compos. Sci. Technol.*, 1994, vol. 51, no. 1, pp. 95–109. doi: 10.1016/0266-3538(94)90160-0.

21. Naik N.K., Kumar R.S. Compressive strength of unidirectional composites: Evaluation and comparison of prediction models. *Compos. Struct.*, 1999, vol. 46, no. 3, pp. 299–308. doi: 10.1016/S0263-8223(99)00098-7.
22. Jumahat A., Soutis C., Jones F.R., Hodzic A. Fracture mechanisms and failure analysis of carbon fibre/toughened epoxy composites subjected to compressive loading. *Compos. Struct.*, 2010, vol. 92, no. 2, pp. 295–305. doi: 10.1016/j.compstruct.2009.08.010.
23. Paimushin V.N., Polyakova N.V., Kholmogorov S.A., Shishov M.A. Buckling modes of structural elements of off-axis fiber-reinforced plastics. *Mech. Compos. Mater.*, 2018, vol. 54, no. 2, pp. 133–144. doi: 10.1007/s11029-018-9726-8.
24. Paimushin V.N., Polyakova N.V., Kholmogorov S.A., Shishov M.S. Non-uniformly scaled buckling modes of reinforcing elements in fiber reinforced plastic. *Russ. Math.*, 2017, vol. 61, no. 9, pp. 79–84. doi: 10.3103/S1066369X17090092.
25. Giannadakis K., Varna J. Analysis of nonlinear shear stress-strain response of unidirectional GF/EP composite. *Composites, Part A*, 2014, vol. 62, pp. 67–76. doi: 10.1016/j.compositesa.2014.03.009.
26. Paimushin V.N., Kholmogorov S.A., Kayumov R.A. Experimental investigation of residual strain formation mechanisms in composite laminates under cycling loading. *Uchenye Zapiski Kazanskogo Universiteta. Seriya Fiziko-Matematicheskie Nauki*, 2017, vol. 159, no. 4, pp. 395–428. (In Russian)
27. Paimushin V.N., Kayumov R.A., Kholmogorov S.A., Shishkin V.M. Defining relations in mechanics of cross-ply fiber reinforced plastics under short-term and long-term monoaxial load. *Russ. Math.*, 2018, vol. 62, no. 6, pp. 75–79. doi: 10.3103/S1066369X18060087.
28. ASTM-D3518/D3518M-94. Standard Test Method for In-Plane Shear Response of Polymer Matrix Composite Materials by Tensile Test of a $\pm 45^\circ$ Laminate. West Conshohocken, PA, ASTM, 1994. 7 p.
29. State Standard 32658–2014. Polymer composites. Determination of mechanical properties in the plane of shear reinforcement by a tensile test at an angle of ± 45 degree. Moscow, Standartinform, 2014. 15 p. (In Russian).
30. Rosen B.W. A simple procedure for experimental determination of the longitudinal shear modulus of unidirectional composites. *J. Compos. Mater.*, 1972, vol. 6, no. 3, pp. 552–554. doi: 10.1177/002199837200600310.

Для цитирования: Паймушин В.Н., Каюмов Р.А., Фирсов В.А., Газизуллин Р.К., Холмогоров С.А., Шишов М.А. Растяжение и сжатие плоских тест-образцов из волонистых композитов со структурой $[\pm 45^\circ]_{2s}$: численное и экспериментальное исследование формирующихся напряжений и деформаций // Учен. зап. Казан. ун-та. Сер. Физ.-матем. науки. – 2019. – Т. 161, кн. 1. – С. 86–109. – doi: 10.26907/2541-7746.2019.1.86-109.

For citation: Paimushin V.N., Kayumov R.A., Firsov V.A., Gazizullin R.K., Kholmogorov S.A., Shishov M.A. Tension and compression of flat $[\pm 45^\circ]_{2s}$ specimens from fiber reinforced plastic: Numerical and experimental investigation of forming stresses and strains. *Uchenye Zapiski Kazanskogo Universiteta. Seriya Fiziko-Matematicheskie Nauki*, 2019, vol. 161, no. 1, pp. 86–109. doi: 10.26907/2541-7746.2019.1.86-109. (In Russian)