

УДК: 621.391:621.396

DOI: 10.26907/rwp29.2025.368-371

## МОДЕЛИРОВАНИЕ ПАРАМЕТРОВ РАДИОНАВИГАЦИОННЫХ СИГНАЛОВ В ФОРМЕ СТОХАСТИЧЕСКИХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ

Е.И. Глушанков<sup>1</sup>, З.К. Кондрашов<sup>2</sup>, А.В. Суденкова<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Санкт-Петербургский государственный университет телекоммуникаций им. проф.  
М.А. Бонч-Бруевича, 193232, г. Санкт-Петербург, проспект Большевиков, д. 22, корп. 1, лит. А  
E-mail: glushankov57@gmail.com

<sup>2</sup> АО «НИИМА «Прогресс», 125183, г. Москва, проезд Черепановых, д. 54  
E-mail: info@i-progress.tech

**Аннотация.** В работе рассматриваются модели непрерывных каналов связи в форме стохастических дифференциальных уравнений для радионавигационных систем. Моделируются параметры радионавигационных сигналов: для описания амплитуды, подверженной замираниям, применены распределения Райса или Рэлея; для описания фазового сдвига – распределение Мизеса-Тихонова. В моделях используется белый и пуассоновский формирующий шум, плотность распределения вероятности представляется одномерной и многомерной.

**Ключевые слова:** стохастические дифференциальные уравнения; непрерывный канал связи; белый и пуассоновский шум; радионавигационные сигналы

## MODELING OF RADIO NAVIGATION SIGNAL PARAMETERS IN THE FORM OF STOCHASTIC DIFFERENTIAL EQUATIONS

E.I. Glushankov, Z.K. Kondrashov, A.V. Sudenkova

**Abstract.** The paper considers models of continuous communication channels in the form of stochastic differential equations for radio navigation systems. The parameters of radio navigation signals are modeled: to describe the amplitude subject to hiccups, the Rice or Rayleigh distributions are applied; to describe the phase shift, the Mises-Tikhonov distribution is used. White and Poisson shaping noise is used in the models, the probability distribution density is represented as univariate and multivariate.

**Keywords:** stochastic differential equations; continuous communication channel; white and Poisson noise; radio navigation signals

### Введение

При построении радиотехнических систем используются модели каналов связи, на основе которых реализуются различные программные имитаторы каналов. Последние позволяют тестировать алгоритмы обработки сигналов в лабораторных условиях без проведения натурных испытаний. Адекватность построенной модели влияет на качество отображаемых имитатором характеристик канала, и, следовательно, на качество разрабатываемых алгоритмов фильтрации.

В работе рассматривается модель непрерывного канала связи с быстрыми замираниями, где коэффициент передачи сигнала, характеризующий затухание в среде распространения, представляется случайным процессом (СП).

Параметрами радионавигационных сигналов являются амплитуда, фаза, доплеровский сдвиг частоты, временной сдвиг и т. д. В работе рассматривается рэлеевское распределение для описания амплитуды при замираниях и распределение фон Мизеса-Тихонова для случайной фазы. Для описания каналов связи (в частности, шумов, присутствующих в них, и случайных параметров сигналов) существует несколько методов [1]. Наиболее простым и универсальным способом является представление в виде стохастических дифференциальных уравнений (СДУ).

В литературе [2] предлагаются различные подходы к синтезу коэффициентов СДУ. В работе используются СДУ, построенные на основе уравнения Фоккера-Планка-Колмогорова, что справедливо для диффузионных марковских процессов. При этом сигналы могут представляться как одномерными, так и многомерными СДУ, что применимо к сигналам различной пространственной или частотной когерентности.

**Содержание доклада**

Целью работы является моделирование параметров навигационных сигналов в каналах связи для различных распределений случайной амплитуды и фазы в условиях действия шумов и определение границ применимости разработанных моделей для различных уровней шумов.

Решаемые задачи: 1) синтез СДУ для одномерных и многомерных представлений случайных амплитуды и фазы; 2) моделирование в MATLAB и оценка качества моделей с использованием критерия согласия Колмогорова-Смирнова.

Рассмотрим модель непрерывного канала со случайными фазой и амплитудой в условиях формирующего шума – белого гауссовского или импульсного (пуассоновского). Сигнал на входе радионавигационного приемника имеет вид

$$s'(t) = A(t)s(t, \lambda) + n(t),$$

где  $A(t)$  – случайная функция, описывающая изменение случайных величин во времени (например, при быстрых замираниях);  $s(t, \lambda)$  – сигнал, зависящий от случайного параметра  $\lambda$ ;  $n(t)$  – наблюдаемый шум. Далее в качестве  $A(t)$  примем амплитуду замирающего сигнала, а в качестве параметра  $\lambda$  – фазу, которую обозначим  $\varphi(t)$ .

Уравнение состояния в общем виде представим следующим образом:

$$\frac{d\mathbf{x}(t)}{dt} = F[\mathbf{x}(t)] + G[\mathbf{x}(t)]V(t), \quad (1)$$

где  $\mathbf{x}(t)$  – случайный параметр сигнала (амплитуда или фаза);  $F[\mathbf{x}(t)]$ ,  $G[\mathbf{x}(t)]$  – коэффициенты СДУ, определяющие вид вероятностного распределения  $\mathbf{x}(t)$ ;  $V(t)$  – формирующий шум с интенсивностью, равной 1.

При отсутствии прямого пути распространения сигнала от приемника к передатчику амплитуду замирающего сигнала можно описать через плотность распределения Рэлея:

$$\frac{dA(t)}{dt} = -\frac{4\sigma^2}{N_0}A(t) + \frac{N_0}{4A(t)} + V_A(t), \quad (2)$$

где  $\sigma$  – среднеквадратическое отклонение (СКО),  $N_0$  – спектральная плотность мощности шума,  $V_A$  – формирующий шум (белый или цветной).

Из табл. 1 следует, что при уменьшении СКО граничные значения отношения сигнал-шум (ОСШ), при которых моделируемое распределение соответствует теоретическому по критерию Колмогорова-Смирнова с вероятностью совпадения 0,83–0,88, уменьшаются.

Таблица 1. Граничные ОСШ распределения Рэлея при различных СКО

ОСШ (граничное), дБ	0.5	-10	-20
СКО, В	2	0.7	0.2

Многомерное распределение Рэлея, полученное при помощи квазигауссовской аппроксимации многомерной ПРВ [3]:

$$\frac{dA_k(t)}{dt} = \frac{B_0}{2} \left\{ \frac{1}{A_k(t)} - \frac{A_k(t)}{\sigma^2} + \frac{\sum_{j=1}^L \frac{r_{jk}}{r_{jj}r_{kk}} x_j^0(t)}{1 + \sum_{i=2}^L \sum_{j=1}^{i-1} \frac{r_{ij}}{r_{ij}r_{ii}} x_j^0(t)x_i^0(t)} \right\} + \sqrt{B_0} \cdot V_{A,k}(t), \quad k = 1 \dots L, \quad (3)$$

где  $A_k$  – k-я компонента вектора многомерного процесса размером  $L \times 1$ ,  $B_0$  – коэффициент диффузии,  $r_{ij}$  – коэффициенты корреляционной матрицы  $R$  размером  $L \times L$ ,  $V_{A,k}$  – k-я компонента вектора формирующих шумов  $V$  размером  $L \times 1$ .

На рис. 1 представлены графики распределения Рэлея для одномерного (2) и многомерного (3) случаев. Можно видеть, что результаты для обеих моделей визуально не отличаются друг от друга.

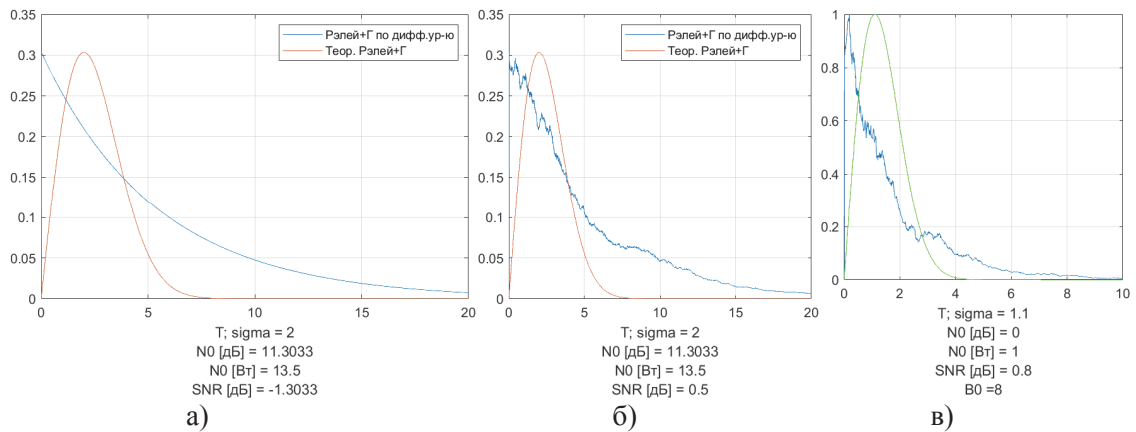


Рис. 1. Распределение Рэлея а) с ОСШ = -1.3 дБ, б) с ОСШ = 0.5 дБ, в) для 1-й компоненты многомерного распределения с ОСШ = 0.8 дБ

Сигналы, которые не могут быть описаны непрерывными СП (1), например, в связи с наличием импульсных помех, представляются разрывными СП [4]:

$$\frac{dx(t)}{dt} = F[x(t)] + \eta(t),$$

$$\eta(t) = \sum_k R_k \delta(t - t_k),$$

где  $R_k$  – амплитуды пуассоновских импульсов  $\delta_k$ , распределенные по закону  $P(R)$ . При межсимвольных помехах используются смешанные СП:

$$\frac{dx(t)}{dt} = F[x(t)] + G[x(t)]V(t) + \eta(t).$$

В табл. 2–3 и на рис. 2–3 представлены результаты моделирования разрывных и смешанных СП с многомерным распределением Рэлея (3) для 1-й компоненты.

Таблица 2. Зависимость граничного значения мощности пуассоновского шума от СКО для рэлеевского распределения (разрывной процесс)

$P_{ш}(\text{граничная}), \text{дБ}$	-18	-10.45	-6.02
СКО	0.1	0.6	0.9

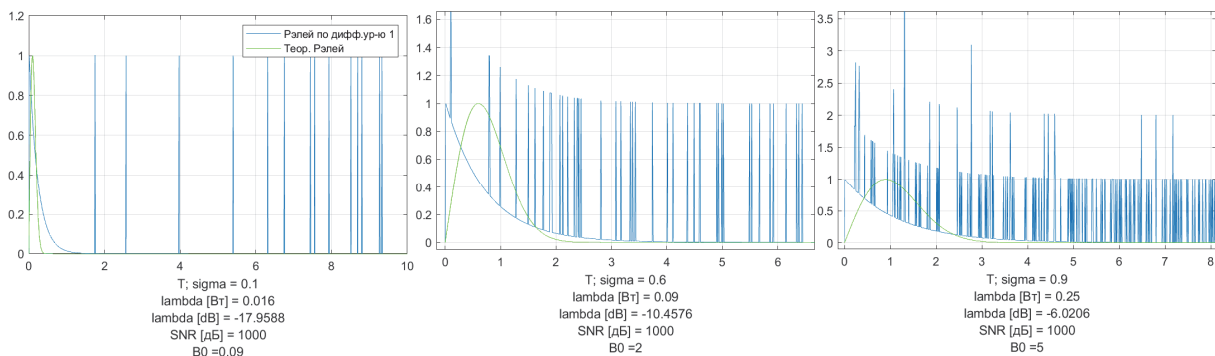


Рис. 2. Распределение Рэлея с пуассоновским шумом (разрывной процесс)

Таблица 3. Зависимость мощности шума от ОСШ при  $\sigma = 0.1$  для рэлеевского распределения (смешанный процесс)

$P_{ш}(\text{граничная}), \text{дБ}$	-35	-10	1
ОСШ(граничное), дБ	-20	-19.2	-18.2

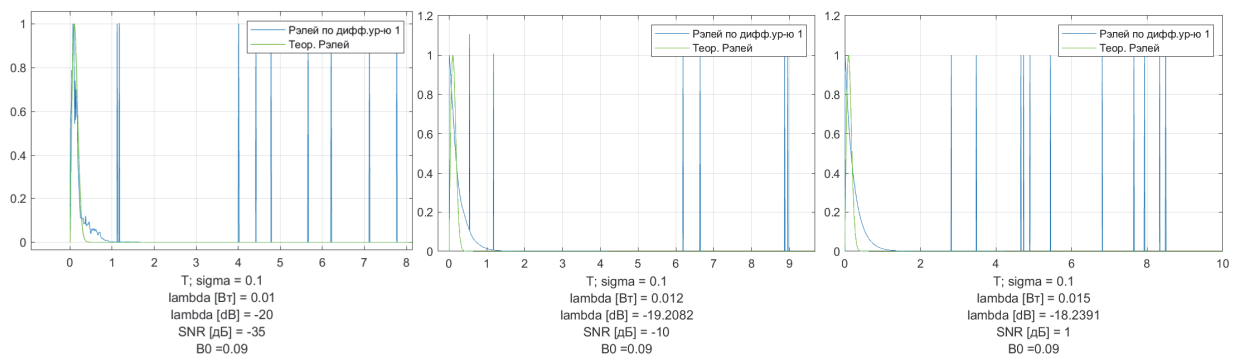


Рис. 3. Распределение Рэлея для различных граничных значений мощности пуассоновского шума, ОСШ и СКО (смешанный процесс)

Распределение фон Мизеса – Тихонова для описания фазового сдвига сигнала может быть записано следующим образом [5]:

$$\frac{d\varphi(t)}{dt} = -\frac{\alpha \sin(\varphi(t) - \mu)}{\tau_c} + \sqrt{\frac{2}{\alpha \tau_c}} V_{\varphi}(t),$$

где  $\mu$  – математическое ожидание,  $\tau_c$  – шаг дискретизации по времени,  $\alpha \geq 4$ . На рисунке 4 изображены графики для разных значений шума.

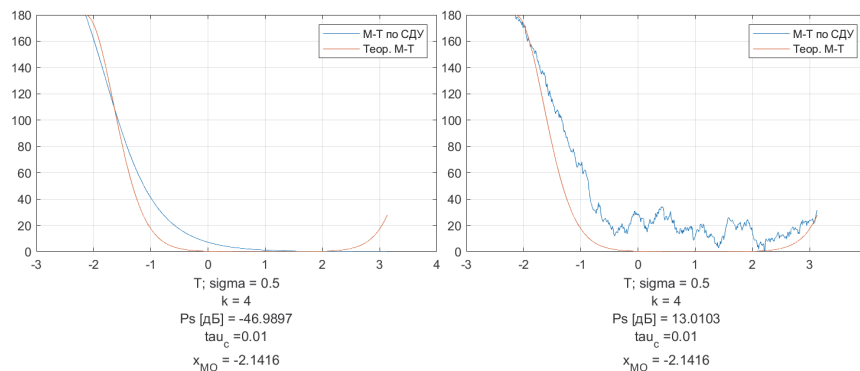


Рис. 4. Распределение фон Мизеса-Тихонова при различном уровне шума ( $P_s$ ) для  $\tau_c = 0.01$  с

### Заключение

Был промоделирован непрерывный канал связи, рассмотрены многомерный и одномерный случаи для непрерывных, разрывных и смешанных случайных процессов, описывающих параметры навигационных сигналов.

### Список литературы

1. Кловский Д.Д., Конторович В.Я., Широков С.М. Модели непрерывных каналов связи на основе стохастических дифференциальных уравнений. – Радио и связь, 1984.
2. Primak S., Kontorovich V., Lyandres V. Stochastic methods and their applications to communications: stochastic differential equations approach. – John Wiley & Sons, 2005.
3. Журавлев А.К. и др. Адаптивные радиотехнические системы с антенными решетками. – Л.: Изд. Ленинградского университета, 1991.
4. Primak S., Lyandres V., Kontorovich V. Markov models of non-Gaussian exponentially correlated processes and their applications // Physical Review E. – 2001. – Т. 63. – №. 6. – С. 061103.
5. Глушанков Е.И., Конторович В.Я., Караваев Д.А. Математическое моделирование сигналов в непрерывных каналах связи в форме стохастических дифференциальных уравнений // Системы управления, связи и безопасности. – 2023. – № 4. – С. 1–35.