

МОДЕЛИРОВАНИЕ ПАРАМЕТРОВ РАДИОНАВИГАЦИОННЫХ СИГНАЛОВ В ФОРМЕ СТОХАСТИЧЕСКИХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ

Е.И. Глушкин¹, З.К. Кондрашов², А.В. Суденкова¹

¹ Санкт-Петербургский государственный университет телекоммуникаций им. проф. М.А. Бонч-Бруевича, 193232, г. Санкт-Петербург, проспект Большевиков, д. 22, корп. 1, лит. А

E-mail: glushankov57@gmail.com

² АО «НИИМА «Прогресс», 125183, г. Москва, проезд Черепановых, д. 54

E-mail: info@i-progress.tech

Аннотация. В работе рассматриваются модели непрерывных каналов связи в форме стохастических дифференциальных уравнений для радионавигационных систем. Моделируются параметры радионавигационных сигналов: для описания амплитуды, подверженной замираниям, применены распределения Райса или Рэлея; для описания фазового сдвига – распределение Мизеса-Тихонова. В моделях используется белый и пуассоновский формирующий шум, плотность распределения вероятности представляется одномерной и многомерной.

Ключевые слова: стохастические дифференциальные уравнения; непрерывный канал связи; белый и пуассоновский шум; радионавигационные сигналы

MODELING OF RADIO NAVIGATION SIGNAL PARAMETERS IN THE FORM OF STOCHASTIC DIFFERENTIAL EQUATIONS

E.I. Glushankov, Z.K. Kondrashov, A.V. Sudenkova

Abstract. The paper considers models of continuous communication channels in the form of stochastic differential equations for radio navigation systems. The parameters of radio navigation signals are modeled: to describe the amplitude subject to hiccups, the Rice or Rayleigh distributions are applied; to describe the phase shift, the Mises-Tikhonov distribution is used. White and Poisson shaping noise is used in the models, the probability distribution density is represented as univariate and multivariate.

Keywords: stochastic differential equations; continuous communication channel; white and Poisson noise; radio navigation signals

Введение

При построении радиотехнических систем используются модели каналов связи, на основе которых реализуются различные программные имитаторы каналов. Последние позволяют тестировать алгоритмы обработки сигналов в лабораторных условиях без проведения натурных испытаний. Адекватность построенной модели влияет на качество отображаемых имитатором характеристик канала, и, следовательно, на качество разрабатываемых алгоритмов фильтрации.

В работе рассматривается модель непрерывного канала связи с быстрыми замираниями, где коэффициент передачи сигнала, характеризующий затухание в среде распространения, представляется случайным процессом (СП).

Параметрами радионавигационных сигналов являются амплитуда, фаза, доплеровский сдвиг частоты, временной сдвиг и т. д. В работе рассматривается рэлеевское распределение для описания амплитуды при замираниях и распределение фон Мизеса-Тихонова для случайной фазы. Для описания каналов связи (в частности, шумов, присутствующих в них, и случайных параметров сигналов) существует несколько методов [1]. Наиболее простым и универсальным способом является представление в виде стохастических дифференциальных уравнений (СДУ).

В литературе [2] предлагаются различные подходы к синтезу коэффициентов СДУ. В работе используются СДУ, построенные на основе уравнения Фоккера-Планка-Колмогорова, что справедливо для диффузионных марковских процессов. При этом сигналы могут представляться как одномерными, так и многомерными СДУ, что применимо к сигналам различной пространственной или частотной когерентности.

Содержание доклада

Целью работы является моделирование параметров навигационных сигналов в каналах связи для различных распределений случайной амплитуды и фазы в условиях действия шумов и определение границ применимости разработанных моделей для различных уровней шумов.

Решаемые задачи: 1) синтез СДУ для одномерных и многомерных представлений случайных амплитуды и фазы; 2) моделирование в MATLAB и оценка качества моделей с использованием критерия согласия Колмогорова-Смирнова.

Рассмотрим модель непрерывного канала со случайными фазой и амплитудой в условиях формирующего шума – белого гауссовского или импульсного (пуассоновского). Сигнал на входе радионавигационного приемника имеет вид

$$s'(t) = A(t)s(t, \lambda) + n(t),$$

где $A(t)$ – случайная функция, описывающая изменение случайных величин во времени (например, при быстрых замираниях); $s(t, \lambda)$ – сигнал, зависящий от случайного параметра λ ; $n(t)$ – наблюдаемый шум. Далее в качестве $A(t)$ примем амплитуду замирающего сигнала, а в качестве параметра λ – фазу, которую обозначим $\phi(t)$.

Уравнение состояния в общем виде представим следующим образом:

$$\frac{dx(t)}{dt} = F[x(t)] + G[x(t)]V(t), \quad (1)$$

где $x(t)$ – случайный параметр сигнала (амплитуда или фаза); $F[x(t)]$, $G[x(t)]$ – коэффициенты СДУ, определяющие вид вероятностного распределения $x(t)$; $V(t)$ – формирующий шум с интенсивностью, равной 1.

При отсутствии прямого пути распространения сигнала от приемника к передатчику амплитуду замирающего сигнала можно описать через плотность распределения Рэлея:

$$\frac{dA(t)}{dt} = -\frac{4\sigma^2}{N_0} A(t) + \frac{N_0}{4A(t)} + V_A(t), \quad (2)$$

где σ – среднеквадратическое отклонение (СКО), N_0 – спектральная плотность мощности шума, V_A – формирующий шум (белый или цветной).

Из табл. 1 следует, что при уменьшении СКО граничные значения отношения сигнал-шум (ОСШ), при которых моделируемое распределение соответствует теоретическому по критерию Колмогорова-Смирнова с вероятностью совпадения 0,83–0,88, уменьшаются.

Таблица 1. Граничные ОСШ распределения Рэлея при различных СКО

ОСШ (граничное), дБ	0.5	-10	-20
СКО, В	2	0.7	0.2

Многомерное распределение Рэлея, полученное при помощи квазигауссовой аппроксимации многомерной ПРВ [3]:

$$\frac{dA_k(t)}{dt} = \frac{B_0}{2} \left\{ \frac{1}{A_k(t)} - \frac{A_k(t)}{\sigma^2} + \frac{\sum_{j=1=k}^L \frac{r_{jk}}{r_{jj}r_{kk}} x_j^0(t)}{1 + \sum_{i=2}^L \sum_{j=1}^{i-1} \frac{r_{ij}}{r_{ij}r_{ii}} x_j^0(t)x_i^0(t)} \right\} + \sqrt{B_0} \cdot V_{A,k}(t), \quad k = 1 \dots L, \quad (3)$$

где A_k – k-я компонента вектора многомерного процесса размером $L \times 1$, B_0 – коэффициент диффузии, r_{ij} – коэффициенты корреляционной матрицы R размером $L \times L$, $V_{A,k}$ – k-я компонента вектора формирующих шумов V размером $L \times 1$.

На рис. 1 представлены графики распределения Рэлея для одномерного (2) и многомерного (3) случаев. Можно видеть, что результаты для обеих моделей визуально не отличаются друг от друга.

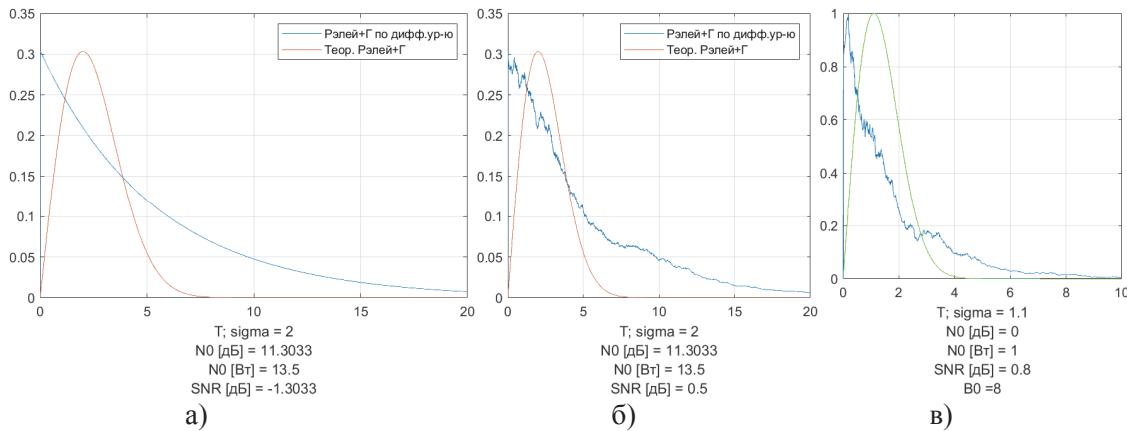


Рис. 1. Распределение Рэлея а) с ОСШ = -1.3 дБ, б) с ОСШ = 0.5 дБ, в) для 1-й компоненты многомерного распределения с ОСШ = 0.8 дБ

Сигналы, которые не могут быть описаны непрерывными СП (1), например, в связи с наличием импульсных помех, представляются разрывными СП [4]:

$$\frac{dx(t)}{dt} = F[x(t)] + \eta(t),$$

$$\eta(t) = \sum_k R_k \delta(t - t_k),$$

где R_k – амплитуды пуссоновских импульсов δ_k , распределенные по закону $P(R)$. При межсимвольных помехах используются смешанные СП:

$$\frac{dx(t)}{dt} = F[x(t)] + G[x(t)]V(t) + \eta(t).$$

В табл. 2–3 и на рис. 2–3 представлены результаты моделирования разрывных и смешанных СП с многомерным распределением Рэлея (3) для 1-й компоненты.

Таблица 2. Зависимость граничного значения мощности пуссоновского шума от СКО для рэлеевского распределения (разрывной процесс)

Р _ш (границная), дБ	-18	-10.45	-6.02
СКО	0.1	0.6	0.9

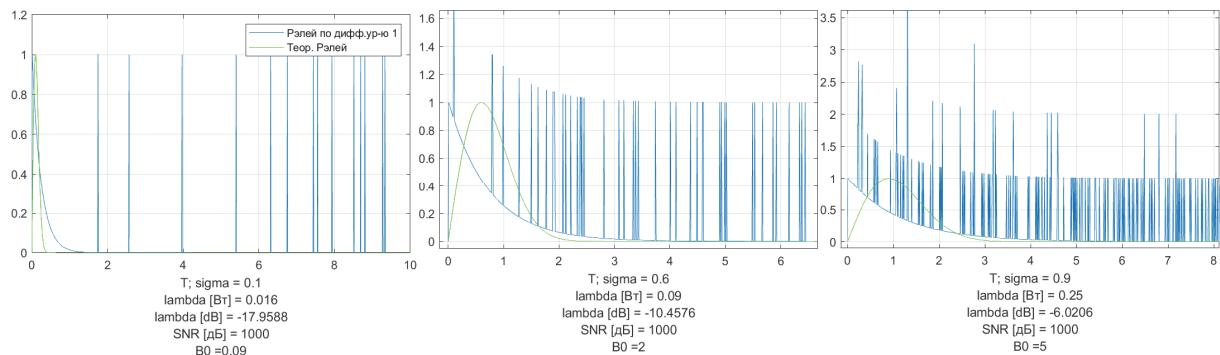


Рис. 2. Распределение Рэлея с пуссоновским шумом (разрывной процесс)

Таблица 3. Зависимость мощности шума от ОСШ при $\sigma = 0.1$ для рэлеевского распределения (смешанный процесс)

Р _ш (границная), дБ	-35	-10	1
ОСШ(границное), дБ	-20	-19.2	-18.2

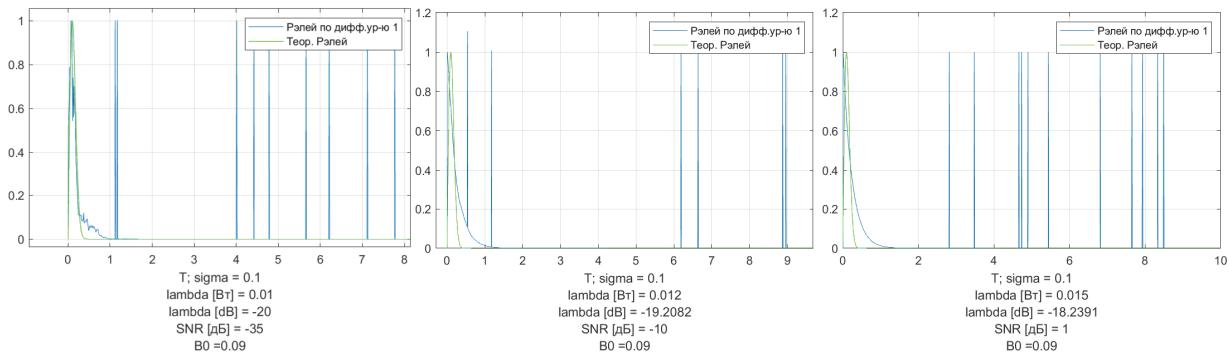


Рис. 3. Распределение Рэлея для различных граничных значений мощности пуассоновского шума, ОСШ и СКО (смешанный процесс)

Распределение фон Мизеса – Тихонова для описания фазового сдвига сигнала может быть записано следующим образом [5]:

$$\frac{d\phi(t)}{dt} = -\frac{\alpha \sin(\phi(t) - \mu)}{\tau_c} + \sqrt{\frac{2}{\alpha \tau_c}} V_\phi(t),$$

где μ – математическое ожидание, τ_c – шаг дискретизации по времени, $\alpha \geq 4$. На рисунке 4 изображены графики для разных значений шума.

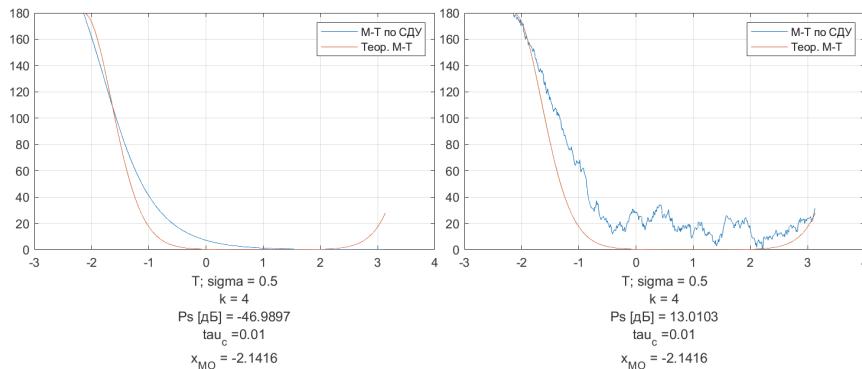


Рис. 4. Распределение фон Мизеса-Тихонова при различном уровне шума (Ps) для $\tau_c = 0.01$ с

Заключение

Был промоделирован непрерывный канал связи, рассмотрены многомерный и одномерный случаи для непрерывных, разрывных и смешанных случайных процессов, описывающих параметры навигационных сигналов.

Список литературы

- Кловский Д.Д., Конторович В.Я., Широков С.М. Модели непрерывных каналов связи на основе стохастических дифференциальных уравнений. – Радио и связь, 1984.
- Primak S., Kontorovich V., Lyandres V. Stochastic methods and their applications to communications: stochastic differential equations approach. – John Wiley & Sons, 2005.
- Журавлев А.К. и др. Адаптивные радиотехнические системы с антенными решетками. – Л.: Изд. Ленинградского университета, 1991.
- Primak S., Lyandres V., Kontorovich V. Markov models of non-Gaussian exponentially correlated processes and their applications // Physical Review E. – 2001. – Т. 63. – №. 6. – С. 061103.
- Глушанков Е.И., Конторович В.Я., Караваев Д.А. Математическое моделирование сигналов в непрерывных каналах связи в форме стохастических дифференциальных уравнений // Системы управления, связи и безопасности. – 2023. – № 4. – С. 1–35.