

ВЛИЯНИЯ ПАРАМЕТРОВ СИЛЬНО ТУРБУЛИЗИРОВАННОГО ПОТОКА ЖИДКОСТИ НА ПРИСТЕННЫЕ ПЕРЕХОДНЫЕ ТЕЧЕНИЯ В ПОГРАНИЧНОМ СЛОЕ

В.М. Зубарев

*Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлунского Российской академии наук,
г. Москва, 119526, Россия*

Аннотация

В статье проанализировано влияние масштаба и высокой степени турбулентности набегающего потока в пограничном слое на гладкой плоской пластине с закругленной кромкой при нулевом градиенте давления. Исследована проблема моделирования перехода первоначально ламинарного пограничного слоя в турбулентный численными методами на основе пристеночной модифицированной модели турбулентности $k-\varepsilon$. Моделирование турбулентных течений около твердой поверхности с большой интенсивностью (более 1%) турбулентности набегающего потока осложняется двумя основными проблемами: определением и описанием ламинарно-турбулентного перехода вдоль поверхности и точным разрешением вязкого подслоя при развитом турбулентном режиме. При обтекании плоской пластинки потоком жидкости с большой степенью турбулентности детально изучено совместное влияние уровня и масштаба турбулентности набегающего потока на динамические и интегральные характеристики течения в пограничном слое и параметры турбулентности.

Ключевые слова: пристенные турбулентные течения, параметры турбулентности набегающего потока, $k-\varepsilon$ -модель турбулентности, пограничный слой, численный метод, несжимаемая жидкость

Введение

Установлено [1, 2], что помимо степени турбулентности набегающего потока Tu_∞ (отношение среднеквадратичного отклонения продольной скорости к осредненной скорости набегающего потока, $Tu_\infty = 100\langle u_\infty'^2 \rangle^{1/2}/V_\infty$), воздействие турбулентности на течение в аэродинамической трубе связано с диссипативным масштабом турбулентности, который согласно гипотезе Колмогорова – Прандтля [3] определяется следующим образом:

$$L_{\varepsilon\infty} = C_d k_\infty^{3/2} / \varepsilon_\infty, \quad (1)$$

где $C_d = C_\mu^{0.75} = 0.16431$ – эмпирическая постоянная, $C_\mu = 0.09$, k_∞ и ε_∞ – значения кинетической энергии пульсаций и скорости ее диссипации соответственно в набегающем потоке; V_∞ – скорость невозмущенного потока. Масштаб турбулентности $L_{\varepsilon\infty}$ характеризует размер крупных вихрей, получающих свою энергию от турбулентного потока.

В настоящей статье рассматривается влияние параметров Tu_∞ и $L_{\varepsilon\infty}$ на профили средней скорости, энергию турбулентности в ламинарной, переходной и полностью турбулентной зонах течения, а также на положение начала перехода пограничного слоя (критическое число Рейнольдса перехода), местный коэффициент

поверхностного трения, интегральные характеристики пограничного слоя и форм-параметр. Сравнение расчетов сделано по данным эксперимента ТЗН [4], где интенсивность турбулентности набегающего потока была $Tu_\infty = 4.86\%$. Безразмерная скорость диссипации $\bar{\varepsilon}_\infty = \varepsilon_\infty D/V_\infty^3$ кинетической энергии набегающего потока (или масштаб турбулентности L_{ε_∞}) изменялась в расчетах на порядок: $\bar{\varepsilon}_\infty = 1.84 \cdot 10^{-2}, 1.84 \cdot 10^{-1}, 1.84$. В качестве масштабов длины и скорости использовались длина пластины $D = 1$ м и скорость $V_\infty = 4.25$ м/с.

1. Постановка задачи

Система уравнений для осредненных по времени (по Рейнольдсу) характеристик квазистационарного двумерного турбулентного пограничного слоя несжимаемой жидкости совместно с начальными и граничными условиями дана, например, в [5], где изучено влияние степени турбулентности Tu_∞ на структуру перехода в пограничном слое в диапазоне от малых до больших значений локальных турбулентных чисел Рейнольдса $Re_t = k^2/(\nu\varepsilon)$. Для исследования пристенных пограничных слоев и изучения влияния турбулизированного внешнего потока рассмотрена модифицированная модель турбулентности k - ε [6] для полной скорости диссипации, позволяющая рассчитывать непрерывным образом области с ламинарными, переходными и турбулентными режимами течения. Модифицированный вариант пристеночной модели позволил получить численные результаты, хорошо согласующиеся с экспериментальными данными [4].

2. Математическая модель

Квазистационарные уравнения двумерного турбулентного движения вязкой несжимаемой жидкости, записанные для осредненных величин, в приближении теории пограничного слоя относительно произвольной системы координат, нормально связанной с поверхностью твердого тела, имеют вид [7]:

$$\frac{\partial u}{\partial \xi} + \frac{\partial v}{\partial \zeta} = 0, \quad (2)$$

$$u \frac{\partial u}{\partial \xi} + v \frac{\partial u}{\partial \zeta} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial \xi} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \zeta} \left((\mu + \mu_t) \frac{\partial u}{\partial \zeta} \right), \quad (3)$$

$$\frac{\partial p}{\partial \zeta} = 0, \quad (4)$$

где (2) – уравнение неразрывности и два уравнения количества движения (3), (4) в проекциях на оси ξ и ζ (в тензорной записи $x_i, i = 1, 3$ [8]). В уравнениях (2)–(4) ξ, ζ – координаты на поверхности тела ($\zeta = 0$), ξ – координата вдоль поверхности, ζ – координата, отсчитываемая от поверхности в направлении внешней нормали и η – трансверсальная координата (x_2); компоненты продольной, трансверсальной и нормальной скорости соответственно есть u, w и v ; p – статическое давление; ρ – плотность жидкости; $\mu = \nu\rho$ – динамическая вязкость жидкости; t соответствует турбулентному режиму; угловые скобки означают осреднение по времени; штрихи – пульсационные величины. Здесь μ_t – турбулентная вязкости (или коэффициент диффузии), подлежащая определению. Для ее нахождения в настоящей работе используется двухпараметрическая k - ε -модель турбулентности.

3. Пристеночная модель турбулентности k - ε

Турбулентная модель k - ε имеет два дополнительных дифференциальных уравнения переноса турбулентной кинетической энергии k и средней скорости ее диссипации ε . Впервые модель турбулентности k - ε была предложена в [9] и использовалась вдали от стенки в области полностью развитого турбулентного течения при больших турбулентных числах Рейнольдса. Сравнительный анализ различных пристеночных k - ε -моделей турбулентности при низких числах Рейнольдса был проведен в [3, 10]. Пристеночные модели турбулентности учитывают демпфирование вихревой вязкости вблизи стенки. В приближении теории пограничного слоя в системе координат (ξ, ζ) система уравнений для низко-рейнольдсовой модели турбулентности k - ε имеет вид

$$u \frac{\partial k}{\partial \xi} + v \frac{\partial k}{\partial \zeta} = \frac{\partial}{\partial \zeta} \left(\nu_{\text{eff } k} \frac{\partial k}{\partial \zeta} \right) + P_k - \tilde{\varepsilon}, \quad (5)$$

$$u \frac{\partial \varepsilon}{\partial \xi} + v \frac{\partial \varepsilon}{\partial \zeta} = \frac{\partial}{\partial \zeta} \left(\nu_{\text{eff } \varepsilon} \frac{\partial \varepsilon}{\partial \zeta} \right) + C_{\varepsilon 1} f_1 \frac{P_k \varepsilon}{k} - C_{\varepsilon 2} f_2 \frac{\varepsilon^2}{k} + E_\varepsilon, \quad (6)$$

$$k = \frac{1}{2} \langle u'_i u'_i \rangle = \frac{1}{2} \left(\langle u'^2 \rangle + \langle v'^2 \rangle \right), \quad P_k = - \langle u' v' \rangle \frac{\partial u}{\partial \zeta},$$

$$\varepsilon = 2\nu \langle s_{ij} s_{ij} \rangle = \nu \left[2 \left\langle \left(\frac{\partial u'}{\partial \xi} \right)^2 \right\rangle + 2 \left\langle \left(\frac{\partial v'}{\partial \zeta} \right)^2 \right\rangle + \left\langle \left(\frac{\partial u'}{\partial \zeta} + \frac{\partial v'}{\partial \xi} \right)^2 \right\rangle \right],$$

$$\nu_{\text{eff } k} = \nu + \frac{\nu_t}{\sigma_k}, \quad \nu_{\text{eff } \varepsilon} = \nu + \frac{\nu_t}{\sigma_\varepsilon},$$

где ε – скорость изотропной части [11] полной диссипации энергии $\tilde{\varepsilon}$ ($\tilde{\varepsilon} = \varepsilon + D_k$); P_k определяет генерацию турбулентной кинетической энергии, обусловленную средним движением; D_k и E_ε – дополнительные эмпирические члены в уравнениях для кинетической энергии и скорости диссипации соответственно, вводимые разными авторами для правильного моделирования k и ε вблизи стенки; s_{ij} – симметричный тензор скорости деформации пульсационного движения $i, j = 1, 2, 3$; $\nu_{\text{eff } k}$, $\nu_{\text{eff } \varepsilon}$ – коэффициенты турбулентной диффузии для k и ε ; σ_k , σ_ε – соответствующие числа Прандтля для k и ε ; C_μ , $C_{\varepsilon 1}$, $C_{\varepsilon 2}$, σ_k , σ_ε – постоянные коэффициенты модели турбулентности. Приняты обычные соглашения тензорного анализа для немых индексов (суммирование по повторяющемуся индексу) [8].

Кинематический коэффициент турбулентной вязкости дается второй формулой Колмогорова – Прандтля [12, 13]

$$\nu_t = C_\mu f_\mu \frac{k^2}{\varepsilon}. \quad (7)$$

Демпфирующая функция f_μ в соотношении (7) обеспечивают стремление ν_t к нулю на твердой стенке.

В работе принята модель Майонга – Касаги [6]. В ней демпфирующие функции f_μ , f_1 и f_2 , дополнительные источниковые члены D_k , E_ε , обеспечивающие моделирование вязких и пристеночных эффектов в уравнениях переноса (5), (6), определены формулами

$$f_\mu = \left(1 + \frac{3.45}{\text{Re}_t^{1/2}} \right) \left(1 - \exp \left(- \frac{\zeta^+}{70} \right) \right), \quad f_1 = 1,$$

$$f_2 = \left[1 - \frac{2}{9} \exp \left(- \left(\frac{\text{Re}_t}{6} \right)^2 \right) \right] \left(1 - \exp \left(- \frac{\zeta^+}{5} \right) \right)^2,$$

$$D_k = 0, \quad E_\varepsilon = 0, \quad u^+ = \frac{u}{u_*}, \quad \zeta^+ = \frac{u_* \zeta}{\nu}, \quad u_* = \sqrt{\frac{\tau_w}{\rho}}, \quad \tau_w = \mu \left. \frac{\partial u}{\partial \zeta} \right|_{\zeta=0},$$

где u_* – динамическая скорость на стенке (масштаб скорости, основанный на напряжении трения); τ_w – напряжение трения на стенке; здесь и далее нижние индексы e и w относятся соответственно к значениям на внешней границе пограничного слоя и на стенке; ζ^+ – безразмерное расстояние до стенки. Безразмерные координаты u^+ , ζ^+ называются переменными закона стенки.

Эмпирические постоянные, входящих в эти уравнения (5), (6), имеют следующие значения: $C_\mu = 0.09$, $C_{\varepsilon 1} = 1.44$, $C_{\varepsilon 2} = 2$, $\sigma_k = 1$, $\sigma_\varepsilon = 1.3$.

4. Граничные условия

В качестве граничных условий для уравнений (2)–(4) задавались условия прилипания и непротекания на стенке

$$\zeta = 0: \quad u = 0, \quad v = 0.$$

Для уравнений переноса кинетической энергии k и ее диссипации ε (5), (6)

$$k = 0, \quad \varepsilon = \nu \left. \frac{\partial^2 k}{\partial \zeta^2} \right|_w.$$

На внешней границе пограничного слоя имеем

$$\zeta \rightarrow \infty: \quad \begin{cases} u \rightarrow u_e(\xi), \\ k \rightarrow k_e(\xi), \quad \varepsilon \rightarrow \varepsilon_e(\xi). \end{cases}$$

Функции k_e , ε_e находятся после расчетов течений невязкой жидкости. Они удовлетворяют соответствующим уравнениям (которые получаются из (5), (6), когда градиенты по координате ζ стремятся к нулю), где $u_e \neq 0$ задается из эксперимента

$$u_e \frac{dk_e}{d\xi} = -\varepsilon_e, \quad u_e \frac{d\varepsilon_e}{d\xi} = -C_{\varepsilon 2} \frac{\varepsilon_e^2}{k_e}.$$

5. Начальные условия

Измерения в пограничном слое и внешнего течения в эксперименте [4] проводились в 11 сечениях, начиная с $\xi = 0.05$ м до $\xi = 0.6$ м. Начальные условия по продольной координате ξ ставятся обычным образом так, чтобы выполнялись условия существования и единственности в некоторой области (в начальном сечении при $\xi = \xi_0$). При $\xi_0/D = 0.05$ задается профиль скорости $u = u_0(\zeta)$, получающийся из соответствующего решения Прандтля, и профиль скорости $v_0(\zeta) = 0$. Хотя Re_t и мало, считается, что в ламинарном режиме течения присутствует пульсационное движение, поэтому начальные профили k_0 и ε_0 , как и в работе [14], задавались из условия локального равновесия турбулентности в виде

$$k_0(\zeta) = \left(\frac{\nu_t}{L_0} \right)^2 + k_\infty \frac{\zeta}{\delta}, \quad \varepsilon_0(\zeta) = C_\mu f_\mu \frac{k_0(\zeta)^{3/2}}{L_0} + \varepsilon_\infty \frac{\zeta}{\delta},$$

$$k_\infty = 1.5 (0.01 Tu_\infty V_\infty)^2, \quad L_0(\zeta) = C_\mu^{1/4} l_m, \quad \nu_t = l_m^2 \left. \frac{du}{d\zeta} \right|,$$

$$f_\mu = \exp\left(-\frac{2.5}{1 + \text{Re}_t/50}\right), \quad l_m = C_\mu \delta \text{th}\left(\frac{\kappa}{C_\mu} \frac{\zeta}{\delta}\right),$$

где L_0 – масштаб турбулентности в начальном сечении; l_m – длина пути смешения; $\kappa = 0.4$ – константа Кармана; ν_t – вихревая вязкость, вычисляемая в начальном сечении по формуле Прандтля; δ – толщина пограничного слоя, такое расстояние от стенки, отсчитанное по нормали, на котором скорость потока составляет 99.5% от скорости внешнего течения $\delta = \zeta|_{u=0.995u_e}$. При моделировании пристенных течений с формированием пограничного слоя на поверхности обтекаемого тела, на входе расчетной области масштаб турбулентного потока L_0 задается так же, как в теории длины пути смешения l_m Прандтля.

6. Результаты расчетов

Вычисления проводились по неявной схеме второго порядка точности для несжимаемого вязкого потока. В расчетной области использовалась прямоугольная с переменными шагами сетка по обеим координатам. По нормали использовались примерно 100 точек со сгущением к стенке. Число Рейнольдса набегающего потока равно $\text{Re}_\infty = V_\infty D/\nu = 2.835 \cdot 10^5$. Вопросу о влиянии степени турбулентности Tu_∞ однородного набегающего потока на локальный коэффициент поверхностного трения $c_f = 2\tau_w/(\rho V_\infty^2)$ в турбулентном пограничном слое посвящено большое количество работ. Известно, что более высокая степень турбулентности Tu_∞ во внешнем потоке при постоянном масштабе турбулентности $L_{\varepsilon\infty}$ вызывает более ранний переход от ламинарного пограничного слоя к турбулентному режиму течения. Однако наступление турбулентного режима растягивается по длине. Начало перехода на графике $c_f(\text{Re}_\xi)$, $\text{Re}_\xi = V_\infty \xi/\nu$, определяется как точка, где достигается минимум коэффициента трения, конец перехода, лежащий ниже по потоку локальный максимум. Результаты тестирования использованной модели турбулентности подробно описаны в [15].

Расчеты локального коэффициента трения $c_f(\text{Re}_\xi)$ на плоской пластине при различных значениях безразмерной скорости диссипации $\bar{\varepsilon}_\infty = 1.84 \cdot 10^{-2}$, $1.84 \cdot 10^{-1}$, 1.84 энергии турбулентности основного потока (которая связана с диссипативным масштабом $L_{\varepsilon\infty}$ обратно пропорциональным соотношением (1)) представлены на рис. 1, а, соответственно кривые 1–3. Прямая линия слева 5 описывается формулой Блазиуса для ламинарного пограничного слоя при нулевом градиенте давления ($c_f = 0.664/\text{Re}_\xi^{0.5}$) и течение с развитой турбулентностью (кривая справа 6) для нулевой интенсивности турбулентности Tu_∞ дается эмпирическим соотношением Прандтля ($c_f = 0.0592/\text{Re}_\xi^{0.2}$).

Сопоставление результатов расчетов с опытными данными (точки 4) показало, что наилучшее согласование данных численного моделирования с экспериментом наблюдается при расчете с $\bar{\varepsilon}_\infty = 1.84$. Число Рейнольдса начала перехода $\text{Re}_\xi \approx 5.41 \cdot 10^4$ близко к измерениям. Конец перехода по результатам расчетов лежит вблизи значения $\text{Re}_\xi \approx 1.19 \cdot 10^5$, по данным экспериментов это значение равно $\text{Re}_\xi = 1.69 \cdot 10^5$. Расчеты имеют некоторые расхождения с экспериментом. Уравнения пристеночной k - ε -модели практически точно описали течение в ламинарном, переходном и почти турбулентном пограничных слоях. В области $\text{Re}_\xi \geq 1.2 \cdot 10^5$ эта модель турбулентности занижает коэффициент локального трения c_f , хотя далее значения c_f с увеличением Re_ξ асимптотически стремятся на рис. 1, а к линии 6, заданной законом Прандтля.

Отметим влияние масштаба турбулентности $L_{\varepsilon\infty}$ (или скорости диссипации ε_∞ кинетической энергии набегающего потока) при неизменном значении Tu_∞ на локальный коэффициент продольного трения c_f . Чем меньше масштаб турбулентно-

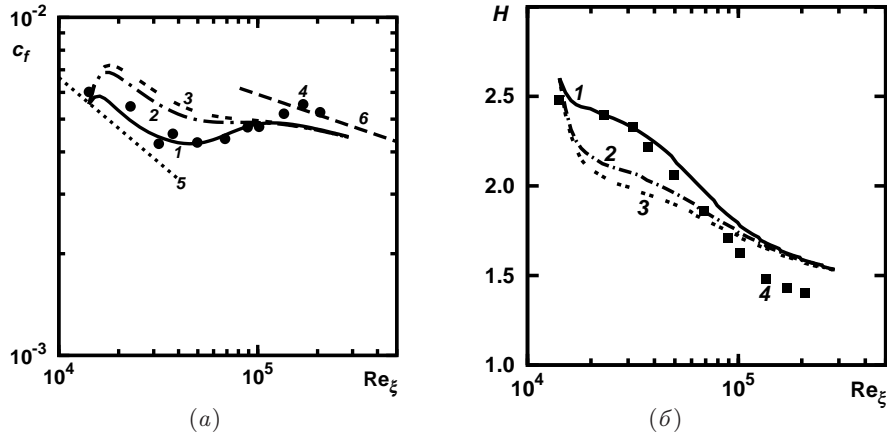


Рис. 1. Зависимости локального коэффициента трения $c_f(Re_x)$ (а) и формпараметра $H(Re_x)$ (б) от числа Рейнольдса Re_x по продольной координате при различных значениях диссипации турбулентности $\bar{\varepsilon}_\infty$ во внешнем потоке 1–3; 5 – ламинарное течение (формула Блазиуса); 6 – развитое турбулентное течение (закон Прандтля); 4 – экспериментальные точки [4]

сти L_{ε_∞} (больше величина ε_∞), тем сильнее затягивается переход к турбулентности.

Расчетное распределение формпараметра $H(Re_x)$ при тех же значениях диссипации турбулентности $\bar{\varepsilon}_\infty$ показано на рис. 1, б. Здесь формпараметр $H = \delta^*/\theta$, а толщины вытеснения δ^* и потери импульса θ соответственно задаются формулами

$$\delta^* = \int_0^\infty (1 - u/u_e) d\zeta, \quad \theta = \int_0^\infty u/u_e (1 - u/u_e) d\zeta.$$

Видно что, лучшее совпадение расчетных и опытных значений H опять получается при $\bar{\varepsilon}_\infty = 1.84$. Далее в настоящей работе все результаты численного моделирования течения в пограничном слое на плоской пластине приводятся для значения $\bar{\varepsilon}_\infty = 1.84$ и изображены на графиках сплошными линиями. На рис. 1, б немногочисленные экспериментальные точки 4 при $Re_x > 10^5$ лежат несколько ниже расчетной кривой, однако дают наилучшее совпадение с экспериментом при $Re_x \leq 10^5$.

Зависимость числа Рейнольдса $Re_\theta(Re_x)$ по толщине потери импульса от локального числа Рейнольдса Re_x по продольной координате приведена на рис. 2, а и сопоставлена с результатом расчетов (кривая 1). Здесь число Рейнольдса $Re_\theta = V_\infty \theta / \nu$. Наблюдается неплохое совпадение численных значений с точками эксперимента, помеченных цифрой 2.

Результаты численных расчетов местного коэффициента трения $c_f(Re_\theta)$ при $\bar{\varepsilon}_\infty = 1.84$ показаны на рис. 2, б. Дано сопоставление расчетных значений коэффициента трения с теоретическими корреляциями для ламинарного закона изменения $c_f(Re_\theta)$ при нулевом градиенте давления из работы [16] (кривая 3)

$$c_f = 0.441 \cdot Re_\theta^{-1} \tag{8}$$

и развитого турбулентного течения при малых интенсивностях турбулентности $Tu_\infty \approx 0\%$ [4] (кривая 4)

$$c_f = 0.027[1 + 0.05(\chi - 3.3) + 0.1(\chi - 3.3)^2]\chi^{-0.268}, \quad \chi(Re_\theta) = \lg(Re_\theta). \tag{9}$$

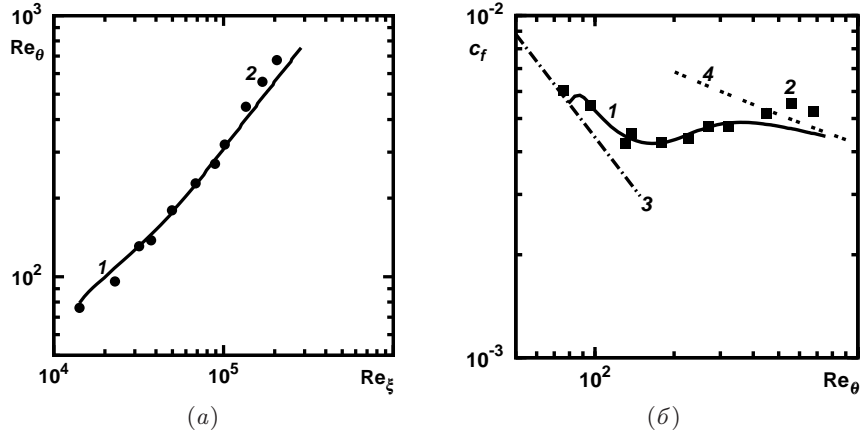


Рис. 2. Зависимость числа Рейнольдса $Re_\theta(Re_\xi)$ по толщине потери импульса от числа Рейнольдса Re_ξ по продольной координате при $\bar{\varepsilon}_\infty = 1.84$ (а); зависимость локального коэффициента трения $c_f(Re_\theta)$ от числа Рейнольдса Re_θ по толщине потери импульса (б): сплошная линия 1 – расчет; кривая 3 – формула (8); кривая 4 – формула (9); 2 – экспериментальные точки [4]

В результате математической обработки с помощью алгоритма Левенберга–Марквардта для нелинейного метода наименьших квадратов (МНК) предложена следующая аппроксимация коэффициента трения $c_f(Re_\xi)$ от числа Рейнольдса Re_ξ по продольной координате:

$$c_f = (a + c\psi + e\psi^2)/(1 + b\psi + d\psi^2 + f\psi^3), \quad \psi(Re_\xi) = \ln(Re_\xi), \quad (10)$$

$$a = -0.0027, \quad b = -0.3139, \quad c = 0.0005,$$

$$d = 0.0317, \quad e = -2.0733, \quad f = -0.0010.$$

Функция c_f определена из условия минимизации различий между расчетными и полученными опытными данными. Результат приближения по формуле (10) изображен на рис. 3, а кривая 1. Здесь же на рисунке приведены графики для аналитических выражений Блазиуса, Прандтля и показаны опытные точки. Имеющиеся в небольшом количестве результаты экспериментальных измерений c_f дают вариацию Re_ξ от $1.41 \cdot 10^4$ до $2.06 \cdot 10^5$.

Для зависимости $c_f(Re_\theta)$ получено аналогичное соотношение с другими коэффициентами

$$c_f = (a_1 + c_1\phi + e_1\phi^2)/(1 + b_1\phi + d_1\phi^2 + f_1\phi^3), \quad \phi = \ln(Re_\theta), \quad (11)$$

$$a_1 = -0.0048, \quad b_1 = -0.7158, \quad c_1 = 0.0017,$$

$$d_1 = 0.1565, \quad e_1 = -0.0001, \quad f_1 = -0.0109.$$

На рис. 3, б показаны опытные данные [4] и расчетная кривая по формуле (11). Как видно, результаты, полученные аналитически, хорошо совпадают с измерениями c_f .

Результаты опытов в виде графика Re_θ от Re_ξ также прекрасно оцениваются следующей квадратичной формулой, что изображено сплошной линией на рис. 4, а слева:

$$Re_\theta = a_2 + b_2Re_\xi + c_2Re_\xi^2, \quad (12)$$

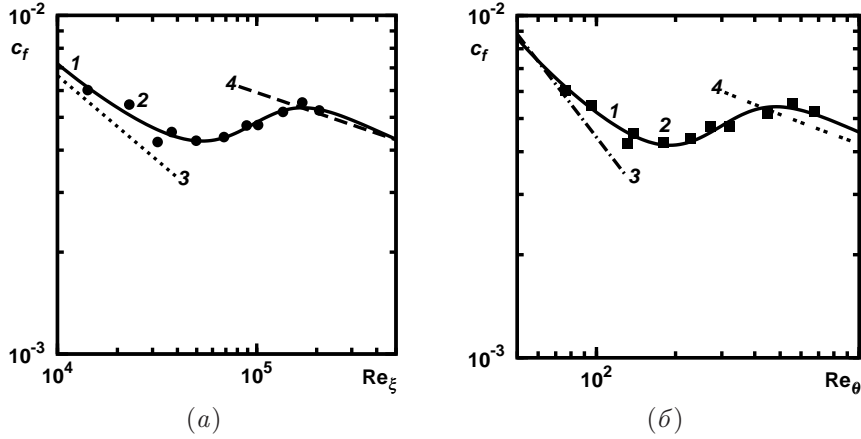


Рис. 3. Зависимость коэффициента трения $c_f(Re_\xi)$ от числа Рейнольдса Re_ξ по продольной координате (а): сплошная линия 1 – аппроксимация по формуле (10); кривая 3 – формула Блазиуса; кривая 4 – формула Прандтля; корреляция коэффициента трения $c_f(Re_\theta)$ от числа Рейнольдса Re_θ по толщине потери импульса (б): сплошная линия 1 – аппроксимация по формуле (11); кривая 3 – ламинарный закон, формула (8); кривая 4 – турбулентный закон, формула (9); 2 – экспериментальные точки [4]

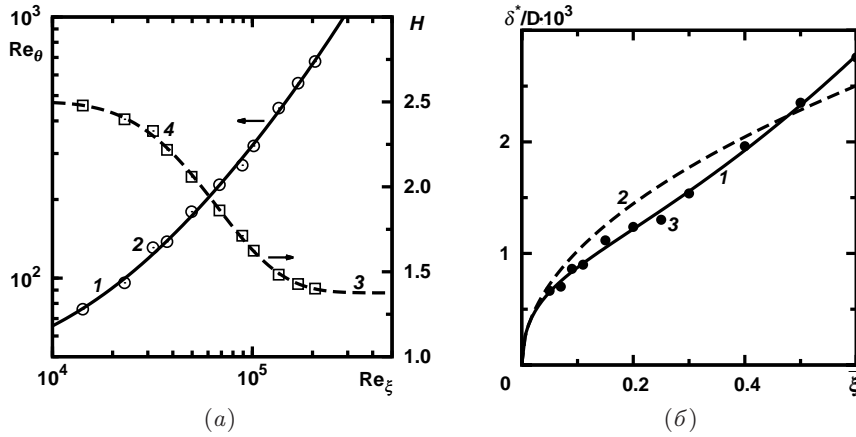


Рис. 4. Зависимости числа Рейнольдса $Re_\theta(Re_\xi)$ слева и формпараметра $H(Re_\xi)$ справа (а): сплошная линия 1 – аппроксимация по формуле (12); штриховая кривая 3 – аппроксимация по формуле (13); 2, 4 – экспериментальные точки [4]; толщина вытеснения $\delta^*(\bar{\xi})$ (б): сплошная линия 1 – формула (14); штриховая кривая 2 – формула из работы [16]; 3 – экспериментальные точки [4]

$$a_2 = 39.9329, \quad b_2 = 0.0025, \quad c_2 = 2.8064.$$

Экспериментальные точки для формпараметра $H(Re_\xi)$ с высокой степенью точности аппроксимируются функцией пика пульса (штриховая кривая 3) на рис. 4, а справа

$$H = a_3 + 4b_3h(Re_\xi)(1 - h(Re_\xi)), \quad h(Re_\xi) = \exp(-(Re_\xi - c_3)/d_3), \quad (13)$$

$$a_3 = 1.3756, \quad b_3 = 1.1218, \quad c_3 = -21642.2836, \quad d_3 = 43285.7306.$$

Измерения в эксперименте толщины вытеснения δ^* вдоль пластины помечены символами 2 на рис. 4, б. Здесь же приведено соотношение из работы [16] $\delta^*(\bar{\xi})/D = 1.721(\bar{\xi}/Re_\infty)^{0.5} = 0.00323(\bar{\xi})^{0.5}$, $\bar{\xi} = \xi/D$ для плоской пластины (штриховая

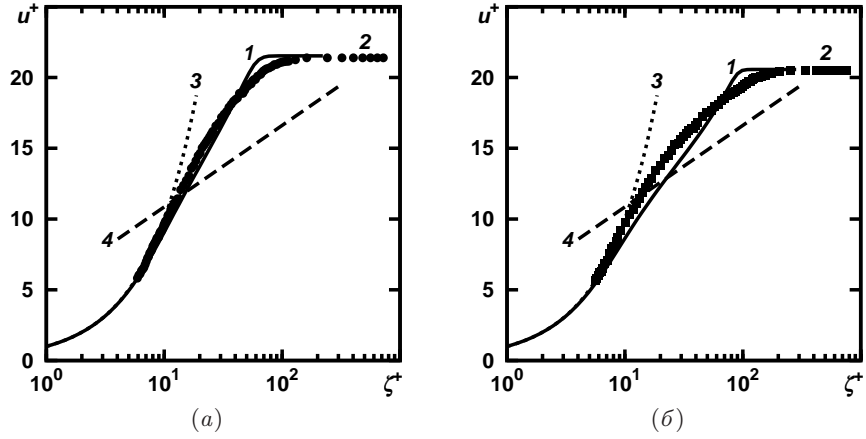


Рис. 5. Распределение профилей продольной средней скорости $u^+(\zeta^+)$ в переменных закона стенки в сечениях пограничного слоя: $\bar{\xi} = 0.2$ (а), 0.3 (б): сплошная линия 1 – расчет; пунктирная 3 – линейный закон стенки, $u^+ = \zeta^+$; штриховая кривая 4 – логарифмический профиль (формула Клаузера) $u^+ = 2.5 \ln \zeta^+ + 5.1$; 2 – экспериментальные точки [4]

кривая 2) и простейшая неплохая аппроксимация (сплошная линия 1)

$$\delta^*(\bar{\xi})/D = 0.001 (a_4 + b_4 \bar{\xi} + c_4 (\bar{\xi})^{1.5} + d_4 (\bar{\xi})^{0.5}), \quad (14)$$

$$a_4 = -3.700 \cdot 10^{-07}, \quad b_4 = -0.0051, \quad c_4 = 0.0063. \quad d_4 = 0.0037.$$

Видно, что кривая, построенная по формуле из работы [16], не совсем совпадает с результатами эксперимента [4]. Уточненная зависимость (14) дает наилучшее приближение малочисленных точек измерений.

На рис. 5 представлены профили скорости $u^+(\zeta^+)$ в координатах закона стенки соответственно в сечениях пограничного слоя: $\bar{\xi} = 0.2, 0.3$ вместе с результатами опыта. Видно, что в переходной области расчетные профили средней скорости (кривые 1) повторяют данные эксперимента 2. На рис. 5 прямая линия 3 описывается зависимостью $u^+ = \zeta^+$ для вязкого подслоя, а кривая 4 показывает логарифмический закон (формула Клаузера) $u^+ = 2.5 \ln \zeta^+ + 5.1$ для профилей скоростей.

В эксперименте измерялся уровень среднеквадратичной величины пульсаций продольной скорости $\langle u'^2 \rangle^{1/2}$ в турбулентном пограничном слое. Представленные результаты численных решений получены для случаев изотропной турбулентности $k = 3/2 \langle u'^2 \rangle$. Итог сравнения расчетных профилей интенсивности кинетической энергии $(2/3k)^{1/2}$ поперек пограничного слоя с экспериментальными данными для тех же значений координаты ξ показан на рис. 6. Как следует из рис. 6, положение по ζ величин локальных максимумов $(2/3k)^{1/2}/u_*$ очень близко к экспериментальным точкам $\langle u'^2 \rangle^{1/2}/u_*$.

Заключение

На основе пристеночной модели турбулентности k - ε проведено численное исследование уравнений пограничного слоя при обтекания плоской пластины с затупленным концом потоком несжимаемой жидкости и во всех случаях получены удовлетворительные согласования результатов расчета с данными натурных экспериментов [4].

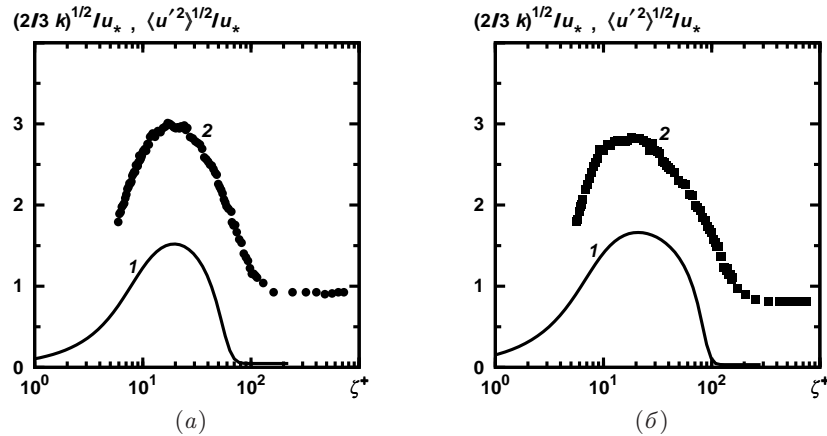


Рис. 6. Распределение интенсивности кинетической энергии $(2/3k)^{1/2}/u_*$ и измеренных среднеквадратичных пульсаций продольной скорости $\langle u'^2 \rangle^{1/2}/u_*$ поперек пограничного слоя в сечениях: $\bar{\xi} = 0.2$ (а), 0.3 (б); сплошная линия 1 – расчет; 2 – экспериментальные точки [4]

При исследовании пограничного слоя несжимаемой жидкости на плоской пластине с нулевым градиентом давления найдено, что масштаб турбулентности $L_{\varepsilon\infty}$ (или скорость диссипации ε_{∞} кинетической энергии) набегающего потока оказывает небольшое влияние на распределение продольного коэффициента трения c_f по сравнению с аналогичным влиянием степени турбулентности. При постоянном уровне турбулентности чем меньше масштаб турбулентности, тем сильнее затягивается переход к развитому турбулентному течению.

Представлены расчетные профили скорости $u^+(\zeta^+)$ в терминах закона стенки при различных продольных числах Рейнольдса и параметрах турбулентности.

Приведены результаты численного моделирования по коэффициентам трения и формпараметру при разных значениях скорости диссипации и высокой степени турбулентности основного потока, равной $Tu_{\infty} = 4.86\%$, согласно эксперименту [4].

В работе оценено влияние скорости диссипации при высоком уровне турбулентности на формирование и положение области перехода на плоской пластине для несжимаемого течения.

Получены новые аппроксимирующие формулы для гидродинамических и интегральных характеристик пограничного слоя, дающие хорошее совпадение с опытными данными.

Благодарности. Исследование выполнено по теме государственного задания (номер госрегистрации АААА-А20-120011690135-5).

Литература

1. *Taylor G.I.* The statistical theory of isotropic turbulence // J. Aerosp. Sci. – 1937. – V. 4, No 8. – P. 311–315. – doi: 10.2514/8.419.
2. *Dryden H.L.* Transition from laminar to turbulent flow // Turbulent Flows and Heat Transfer / Ed. by Ch.-Ch. Lin. – Princeton: Princeton Univ. Press, 1959. – P. 1–74. – doi: 10.1515/9781400879410-003.
3. *Wilcox D.C.* Turbulence Modeling for CFD. – La Canada, California: DCW Industries Inc., 1994. – XIX + 460 p.

4. *Epik E.Ya.* Heat transfer effects in transitions // Proc. on Turbulent Heat Transfer: Engineering Foundation Conf. 1996 (New York; San Diego, California, March 10–15, 1996). – 1996. – P. 1–47.
5. *Зубарев В.М.* Исследование совместного влияния параметров турбулентности набегающего потока на переход течения в пограничном слое // Тепловые процессы в технике. – 2016. – Т. 8, № 1. – С. 4–15.
6. *Myong H.K., Kasagi N.* A new approach to the improvement of k - ε turbulence model for wall bounded shear flows // JSME Int. J., Ser. II. – 1990. – V. 33, No 1. – P. 63–72.
7. *Hirschel E.H., Kordulla W.* Shear flow in Surface-Oriented Coordinates (Notes on Numerical Fluid Mechanics, V. 4). – Vieweg + Teubner Verlag, 1981. – X, 266 p. – doi: 10.1007/978-3-663-05276-0.
8. *McConnell A.J.* Applications of Tensor Analysis. – N. Y.: Dover Publ., 1957. – 318 p.
9. *Launder B.E., Spalding D.B.* The numerical computation of turbulent flows // Comput. Methods Appl. Mech. Eng. – 1974. – V. 3, No 2. – P. 269–289. – doi: 10.1016/0045-7825(74)90029-2.
10. *Patel V.P., Rodi W., Scheuerer G.* Turbulence models for near-wall and low Reynolds number flows: A review // AIAA J. – 1985. – V. 23. – P. 1308–1319. – doi: 10.2514/3.9086.
11. *Schlichting H.* Boundary-Layer Theory. – N. Y.: McGraw-Hill, 1979. – 817 p.
12. *Колмогоров А.Н.* Уравнения турбулентного движения несжимаемой жидкости // Изв. АН СССР. Физика. – 1942. – Т. 6, № 1–2. – С. 56–58.
13. *Prandtl L.* Über ein neues Formelsystem für die ausgebildete Turbulenz // Nachr. Akad. Wiss. Goettingen, Math.-Phys. Kl. – Göttingen: Vandenhoeck & Ruprecht, 1945. – S. 6–19.
14. *Wang J.H., Jen H.F., Hartel E.O.* Aerofoil heat transfer calculation using a low Reynolds number version of a two-equation turbulence model // Trans. ASME, J. Eng. Gas Turbines Power. – 1985. – V. 107, No 1. – P. 60–67. – doi: 10.1115/1.3239698.
15. *Zubarev V.M.* Numerical simulation of turbulent incompressible flow with increasing adverse pressure gradient // J. Eng. Phys. Thermophys. – 2019. – V. 92, No 3. – P. 631–639. – doi: 10.1007/s10891-019-01972-0.
16. *Лойцянский Л.Г.* Механика жидкости и газа. – М.: Наука, 1987. – 824 с.

Поступила в редакцию
28.02.2019

Зубарев Вячеслав Михайлович, кандидат физико-математических наук, научный сотрудник

Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлинского Российской академии наук
пр. Вернадского, д. 101, корп. 1, г. Москва, 119526, Россия
E-mail: zubarev@ipmnet.ru

doi: 10.26907/2541-7746.2020.1.38-51

The Influence of Strongly Turbulized Liquid Flow Parameters on the Near-Wall Transitional Flows in the Boundary Layer

V.M. Zubarev

*Ishlinsky Institute for Problems in Mechanics,
 Russian Academy of Sciences, Moscow, 119526 Russia*

E-mail: zubarev@ipmnet.ru

Received February 28, 2019

Abstract

The effect of the scale and the high intensity of incident-flow turbulence in a boundary layer on a smooth plane plate with rounded edge (experiment T3H) under a zero pressure gradient was analyzed. Using the well-known experimental and calculated data, the modeling problem of the initially laminar boundary layer transfer to the turbulent one was investigated by the numerical methods on the basis of the near-wall modified turbulence model with two additional transfer equations for the turbulent kinetic energy and the turbulence dissipation rate. Turbulent flows modeling near the flat surface with the high level of incident-flow turbulence is complicated by two general problems: the definition and description of the laminar-to-turbulent transfer along the surface and the viscous sublayer precise resolution under the developed turbulent mode. For the inviscid liquid flowing along the flat plate with the high turbulence degree of more than 1%, the turbulence scale and the incident-flow turbulence intensity joint influence on the flow dynamic and integral characteristics in the boundary layer and turbulence parameters was studied in detail.

Keywords: near-wall turbulent flows, mainstream turbulence parameters, turbulent k - ε model, boundary layer, numerical method, incompressible liquid

Acknowledgments. The study was performed as part of the state assignment (state registration no. AAAA-A20-120011690135-5).

Figure Captions

Fig. 1. The local friction coefficient $c_f(\text{Re}_\xi)$ (a) and shape factor $H(\text{Re}_\xi)$ (b) dependencies on the Reynolds number Re_ξ on longitudinal coordinate at the turbulence dissipation $\bar{\varepsilon}_\infty$ different values in the external stream 1–3: 5 is the laminar flow (the Blasius formula); 6 is the developed turbulent flow (Prandtl law); 4 are the experimental points [4].

Fig. 2. The Reynolds number $\text{Re}_\theta(\text{Re}_\xi)$ dependence by the momentum loss thickness on the Reynolds number Re_ξ on longitudinal coordinate at $\bar{\varepsilon}_\infty = 1.84$ (a); the local friction coefficient $c_f(\text{Re}_\theta)$ dependence on the Reynolds number Re_θ by the momentum loss thickness (b): solid line 1 is the calculation; curve 3 is the formula (8); curve 4 is the formula (9); 2 are the experimental points [4].

Fig. 3. The local friction coefficient $c_f(\text{Re}_\xi)$ dependence on the Reynolds number Re_ξ on longitudinal coordinate (a): solid line 1 is the approximation by the formula (10); curve 3

is the Blasius formula; curve 4 is the Prandtl formula; the local friction coefficient correlation $c_f(\text{Re}_\theta)$ on the Reynolds number Re_θ by the momentum thickness (b): solid line 1 is the approximation by the formula (11); curve 3 is the laminar law, formula (8); curve 4 is the turbulence law, formula (9); 2 are the experimental points [4].

Fig. 4. The Reynolds number $\text{Re}_\theta(\text{Re}_\xi)$ (left) and the shape factor $H(\text{Re}_\xi)$ (right) dependencies (a): solid line 1 is the approximation by the formula (12); curve 3 is the approximation by the formula (13); 2, 4 are the experimental points [4]; the displacement thickness $\delta^*(\bar{\xi})$ (b): solid line 1 is formula [14]; dash curve 2 is formula from the study [16]; 3 are the experimental points [4].

Fig. 5. The longitudinal average velocity profiles $u^+(\zeta^+)$ distribution in wall law variables in the boundary layer sections $\bar{\xi} = 0.2$ (a), 0.3 (b): solid line 1 is the calculation; dotted line 3 is the linear wall law, $u^+ = \zeta^+$; dash curve 4 is the logarithm profile (the Clauser formula) $u^+ = 2.5 \ln \zeta^+ + 5.1$; 2 are the experimental points [4].

Fig. 6. The kinetic energy intensity $(2/3k)^{1/2}/u_*$ and the longitudinal velocity measured mean-squared pulsations $\langle u'^2 \rangle^{1/2}/u_*$ distribution across the boundary layer in sections $\bar{\xi} = 0.2$ (a), 0.3 (b): solid line 1 is the calculation; 2 are the experimental points [4].

References

1. Taylor G.I. The statistical theory of isotropic turbulence. *J. Aerosp. Sci.*, 1937, vol. 4, no. 8, pp. 311–315. doi: 10.2514/8.419.
2. Dryden H.L. Transition from laminar to turbulent flow. In: *Turbulent Flows and Heat Transfer*. Lin Ch.-Ch. (Ed.). Princeton, Princeton Univ. Press, 1959, pp. 1–74. doi: 10.1515/9781400879410-003.
3. Wilcox D.C. *Turbulence Modeling for CFD*. La Canada, California, DCW Industries Inc., 1994. XIX + 460 p.
4. Epik E.Ya. Heat transfer effects in transitions. *Turbulent Heat Transfer: Proc. Eng. Found. Conf. 1996 (New York; San Diego, California, March 10–15, 1996)*, 1996, pp. 1–47.
5. Zubarev V.M. Joint effect of free stream turbulence parameters on flow transition in a boundary layer. *Tepl. Protsessy Tekh.*, 2016, vol. 8, no. 1, pp. 4–15. (In Russian)
6. Myong H.K., Kasagi N. A new approach to the improvement of k - ε turbulence model for wall bounded shear flows. *JSME Int. J., Ser. II*, 1990, vol. 33, no. 1, pp. 63–72.
7. Hirschel E.H., Kordulla W. *Shear Flow in Surface-Oriented Coordinates (Notes on Numerical Fluid Mechanics, V. 4)*. Vieweg + Teubner Verlag, 1981. X, 266 p. doi: 10.1007/978-3-663-05276-0.
8. McConnell A.J. *Applications of Tensor Analysis*. New York, Dover Publ., 1957. 318 p.
9. Launder B.E., Spalding D.B. The numerical computation of turbulent flows. *Comput. Methods Appl. Mech. Eng.*, 1974, vol. 3, no. 2, pp. 269–289. doi: 10.1016/0045-7825(74)90029-2.
10. Patel V.P., Rodi W., Scheuerer G. Turbulence models for near-wall and low Reynolds number flows: A review. *AIAA J.*, 1985, vol. 23, pp. 1308–1319. doi: 10.2514/3.9086.
11. Schlichting H. *Boundary-Layer Theory*. New York, McGraw-Hill, 1979. 817 p.
12. Kolmogorov A.N. Equations of motion of an incompressible turbulent fluid. *Izv. Akad. Nauk SSSR Fiz.*, 1942, vol. 6, nos. 1–2, pp. 56–58. (In Russian)
13. Prandtl L. Über ein neues Formelsystem für die ausgebildete Turbulenz. *Nachr. Akad. Wiss. Göttingen, Math.-Phys. Kl.* Göttingen, Vandenhoeck & Ruprecht, 1945. S. 6–19. (In German)

14. Wang J.H., Jen H.F., Hartel E.O. Aerofoil heat transfer calculation using a low Reynolds number version of a two-equation turbulence model. *Trans. ASME, J. Eng. Gas Turbines Power*, 1985, vol. 107, no. 1, pp. 60–67. doi: 10.1115/1.3239698.
15. Zubarev V.M. Numerical simulation of turbulent incompressible flow with increasing adverse pressure gradient. *J. Eng. Phys. Thermophys.*, 2019, vol. 92, no. 3, pp. 631–639. doi: 10.1007/s10891-019-01972-0.
16. Loitsyanskii L.G. *Mekhanika zhidkosti i gaza* [Mechanics of Liquids and Gases]. Moscow, Nauka, 1987. 824 p. (In Russian)

Для цитирования: Зубарев В.М. Влияния параметров сильно турбулизированного потока жидкости на пристенные переходные течения в пограничном слое // Учен. зап. Казан. ун-та. Сер. Физ.-матем. науки. – 2020. – Т. 162, кн. 1. – С. 38–51. – doi: 10.26907/2541-7746.2020.1.38-51.

For citation: Zubarev V.M. The influence of strongly turbulized liquid flow parameters on the near-wall transitional flows in the boundary layer. *Uchenye Zapiski Kazanskogo Universiteta. Seriya Fiziko-Matematicheskie Nauki*, 2020, vol. 162, no. 1, pp. 38–51. doi: 10.26907/2541-7746.2020.1.38-51. (In Russian)