УЧЕНЫЕ ЗАПИСКИ КАЗАНСКОГО УНИВЕРСИТЕТА.
СЕРИЯ ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЕ НАУКИ

2018, Т. 160, кн. 1 ISSN 2541-7746 (Print)
С. 154–164 ISSN 2500-2198 (Online)

УДК 531.5.031

ДИНАМИКА ПУЗЫРЬКА ГАЗА В ЖИДКОСТИ ВБЛИЗИ ТВЕРДОЙ ПОВЕРХНОСТИ

А.А. Аганин, Л.А. Косолапова, В.Г. Малахов

Институт механики и машиностроения ФИЦ КазНЦ РАН, г. Казань, 420111, Россия

Аннотация

Изучена осесимметричная динамика пузырька газа в жидкости вблизи плоской твердой поверхности (стенки) при его расширении и последующем сжатии с переходом в тороидальную фазу движения. Жидкость считается идеальной несжимаемой, ее течение – потенциальным. Для определения положения точек контура пузырька и значений потенциала на нем использован метод Эйлера, для вычисления скорости жидкости на контуре – метод граничных элементов. Определены форма пузырька, давление в нем, скорость и давление в жидкости, окружающей пузырек. Построены профили давления на стенке и вдоль оси симметрии. Установлено, что при начальном расстоянии между пузырьком и стенкой, меньшем некоторого значения, толщина прослойки жидкости между пузырьком и стенкой в процессе его сжатия до момента перехода к тороидальной фазе движения уменьшается, а при начальном расстоянии, большем этого значения, увеличивается. При этом толщина прослойки в момент перехода в тороидальную фазу увеличивается с ростом начального расстояния между пузырьком и стенкой. Показано, что на тороидальной фазе динамики пузырька максимальное давление в жидкости, окружающей пузырек, наблюдается в области удара кумулятивной струи по поверхности слоя жидкости между пузырьком и стенкой. При этом воздействие струи может приводить к возникновению локальных деформаций поверхности пузырька (всплесков внутрь его полости), смещающихся от оси симметрии по мере вытеснения струей жидкости между пузырьком и стенкой.

Ключевые слова: кавитационный пузырек, тороидальный пузырек, потенциальное течение жидкости, метод граничных элементов, расстояние от пузырька до стенки

Введение

Динамика кавитационного пузырька у твердой стенки изучается во многих работах в силу ее большого практического значения [1–4]. При этом наиболее широко применяется численная методика, основанная на методе граничных элементов (МГЭ), впервые предложенная в работе [5] и использованная в [6] для изучения влияния начальной эллипсоидальной формы пузырька на форму и скорость образующейся кумулятивной струи. В дальнейшем аналогичная методика была применена во многих работах, в частности, для изучения влияния на динамику пузырька расстояния между пузырьком и стенкой и силы тяжести [7, 8], соседних пузырьков [9], податливости стенки [10, 11], поверхностного натяжения [12] и др. В отмеченных работах предполагалось, что процесс сжатия пузырька заканчивается ударом кумулятивной струи по ближней к стенке части его поверхности. Позже методика была модифицирована для расчета движения тороидального пузырька, возникающего после удара кумулятивной струи [13–17]. Для этой фазы движения характерна циркуляция потока жидкости вокруг торообразного пузырька. Для учета вращения потока в [13] в струе делается разрез, превращающий в осевом

сечении область, занимаемую жидкостью, в односвязную и позволяющий использовать МГЭ почти так же, как до момента удара струи.

В настоящей работе указанная методика, реализованная ранее в виде алгоритма [18], применяется для численного исследования динамики пузырька газа и окружающей жидкости (полей давления и скорости) в зависимости от начального расстояния между пузырьком и стенкой. Ранее аналогичные исследования для некоторых значений безразмерного начального расстояния были выполнены в теоретических [15, 16, 19] и экспериментальных [19, 22] работах.

1. Постановка задачи и методика решения

Рассматривается осесимметричная динамика пузырька газа в жидкости у плоской твердой стенки. В начальный момент времени $t = 0$ сферический пузырек радиуса R_0 с центром, расположенным от стенки на расстоянии h_0, и внутренним давлением p_{b0}, значительно превышающим давление неподвижной на большом удалении от пузырька жидкости p_∞, расширяется с некоторой начальной скоростью v_{b0}. Давление жидкости p_∞ полагается постоянным. Подобные начальные данные применялись в ряде работ, в частности, для анализа динамики пузырька, образованного искровым разрядом или фокусированным лазерным импульсом [15, 19, 20]. В настоящей работе эти данные используются для изучения динамики кавитационного пузырька в воде у твердой стенки при комнатных условиях (плотность жидкости $\rho_f = 1000$ кг/м^3, давление жидкости $p_\infty = 0.1$ МПа) в зависимости от начального расстояния h_0 между пузырьком и стенкой, которое варьируется в диапазоне $5.04R_0 \le h_0 \le 18.9R_0$. Полагается, что $R_0 = 100$ мкм, $v_{b0} = 103.7$ м/с, $p_{b0} = 3.776$ МПа.

В рассматриваемой задаче пузырек расширяется до некоторого максимального размера, достигаемого в момент t_V, после чего схлопывается с образованием кумулятивной струи жидкости, направленной к стенке. Процесс эволюции пузырька можно разделить на две фазы. Первая фаза включает в себя движение пузырька до момента t_c касания кумулятивной струи ближней к стенке части поверхности пузырька. В момент t_c, когда в результате удара струи пузырек превращается в тороидальный, начинается вторая, тороидальная фаза движения. Отметим, что в рассматриваемом случае расширения и последующего сжатия пузырька удар кумулятивной струи жидкости в момент t_c приходится по поверхности отделяющего пузырек от стенки слоя жидкости (прослойки), толщина которого зависит от начального расстояния между ними.

Используется математическая модель, в которой жидкость предполагается идеальной несжимаемой, ее движение – потенциальным, так что динамика жидкости описывается уравнением Лапласа и интегралом Коши – Лагранжа. Считается, что пар в пузырьке ведет себя как газ Ван-дер-Ваальса с равномерным распределением давления (показатель адиабаты газа для паров воды $\kappa \approx 1.33$). На поверхности пузырька выполняются соответствующие динамическое и кинематическое граничные условия, на жесткой стенке – условие непротекания.

Численное решение находится с помощью методики, подробно описанной в [18], где положение контура пузырька рассчитывается методом Эйлера, а для вычисления скорости жидкости и потенциала скорости на его контуре применяется МГЭ. Тестирование методики было выполнено путем сравнения результатов ее применения с численными результатами работ [19, 21] и экспериментальными данными работы [22] как на первой, так и на второй фазах движения пузырька. Для расчета полей скорости и давления в жидкости потенциал скорости определяется из граничного интегрального уравнения, а давление в жидкости – с помощью интеграла Коши – Лагранжа.

В дальнейшем для представления результатов используются безразмерные величины

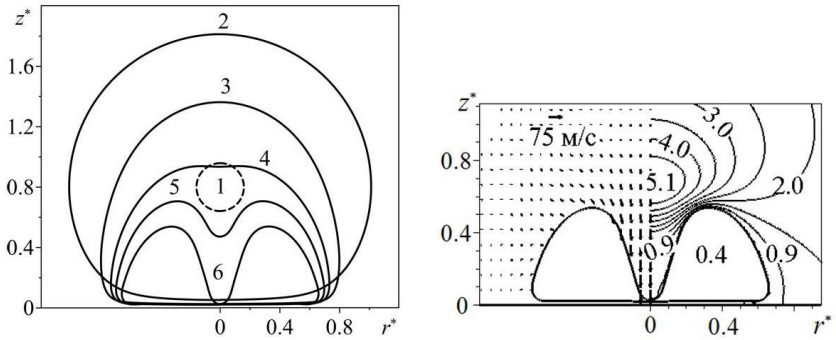
$$t^* = t/[R_{\max}(\rho_f/p_\infty)^{1/2}], \quad r^* = r/R_{\max}, \quad z^* = z/R_{\max},$$

$$R_0^* = R_0/R_{\max}, \quad \gamma = h_0/R_{\max}, \quad p^* = p/p_\infty, \quad v^* = v/(p_\infty/\rho_f)^{1/2}.$$

Здесь t – время, r, z – радиальная и осевая координаты цилиндрической системы с началом отсчета на поверхности стенки, $\mathbf{v}$ $(v_r,\ v_z)$ – скорость жидкости, $R_{\max}$ – максимальный радиус пузырька, достигаемый в процессе его расширения в неограниченном объеме жидкости (при отсутствии стенки). Отметим, что в безразмерных переменных $0.8 \le \gamma \le 3$, $R_0^* = 0.16$.

2. Зависимость динамики пузырька и окружающей жидкости от расстояния до стенки

На рис. 1, *a*, где приведен ряд контуров пузырька для γ=0.8, проиллюстрировано изменение поверхности пузырька в процессе его расширения и сжатия на первой фазе движения.



a *b*

Рис. 1. Формы пузырька при его расширении и сжатии для γ=0.8 в шесть моментов времени t^*: 1 – 0, 2 – 1.093, 3 – 1.857, 4 – 2.016, 5 – 2.083, 6 – 2.144 (*a*) и поля скорости и давления в окружающей пузырек жидкости в момент $t_c^* = 2.144$ (*b*)

Первый из представленных контуров соответствует началу рассматриваемого процесса динамики пузырька (моменту $t^* = 0$), второй – моменту t_V^* его максимального расширения, четвертый – началу образования кумулятивной струи и шестой – моменту t_c^* касания кумулятивной струи противоположной части поверхности пузырька. Видно, что в момент максимального расширения t_V^* пузырек оказывается заметно сплюснутым вблизи стенки, и это во многом определяет его форму на протяжении всего рассматриваемого процесса движения. При этом между пузырьком и стенкой остается тонкая прослойка жидкости с толщиной $z^* = 0.02$.

На рис. 1, *b* в момент t_c^* касания конца струи противоположной части поверхности пузырька приведены поля давления и скорости в жидкости, окружающей пузырек. В этот момент наибольшая скорость $v_z^* = 7.6$ реализуется в окрестности конца струи, а максимальное давление $p^* \approx 5.1$ наблюдается у основания струи.

На рис. 2 проиллюстрировано влияние начальной удаленности пузырька от стенки в рассматриваемом диапазоне $0.8 \le \gamma \le 3$ на геометрию пузырька (рис. 2, *a*), на его внутренне давление (рис. 2, *b*) и на реализующееся у основания струи максимальное давление в жидкости (рис. 2, *c*) в начале тороидальной фазы (момент t_c^*). Видно, что с уменьшением γ размеры пузырька возрастают.

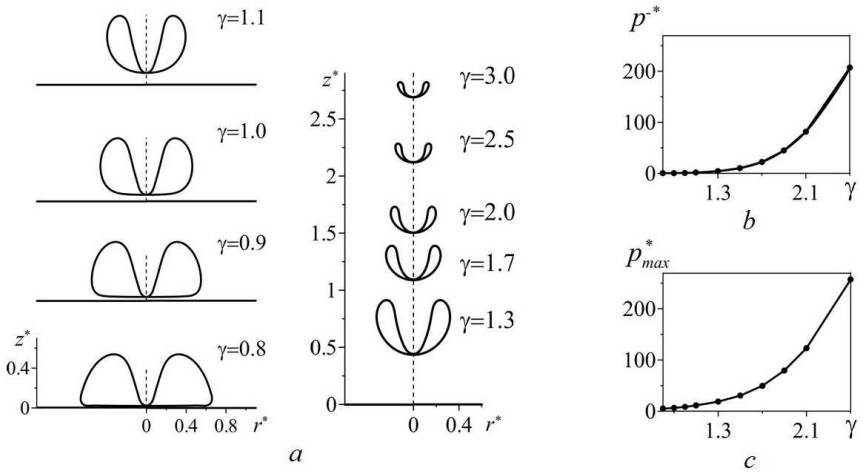


Рис. 2. Контуры пузырьков (a), давление в пузырьке (b) и максимальное давление в жидкости (c) для ряда значений γ в момент t_c^*

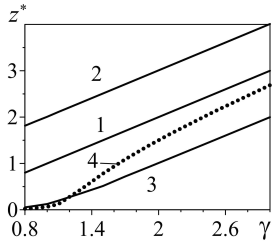


Рис. 3. Зависимости от γ координаты центра пузырька z^* при $t^* = 0$ (линия 1) и двух расположенных на оси z точек его поверхности: удаленной от стенки при $t^* = t_V^*$ (линия 2) и ближней к стенке при $t^* = t_V^*$ (линия 3) и $t^* = t_c^*$ (линия 4)

Заметно изменяется и форма пузырька. Наибольшие изменения наблюдаются при $\gamma < 1$. В этом диапазоне с уменьшением γ ближняя к стенке часть поверхности пузырька становится все более плоской. При этом толщина прослойки жидкости уменьшается, а размеры плоской нижней части поверхности пузырька увеличиваются.

Давление в пузырьке и максимальное давление в жидкости с увеличением γ монотонно возрастают. При этом скорость роста заметно увеличивается, начиная с $\gamma \approx 1.3$. Это объясняется тем, что все бóльшую роль начинает играть всестороннее сжатие пузырька.

Изменение геометрии пузырька в ходе расширения и последующего сжатия до момента t_c^* иллюстрирует рис. 3, на котором приведены зависимости от γ осевых координат z_0^*, $z_{\max}^*$, $z_{\min}^*$ и z_c^* (линии 1–4 соответственно).

Первая из этих зависимостей соответствует начальному положению центра пузырька, а остальные – двум расположенным на оси симметрии точкам поверхности пузырька, более удаленной от стенки ($z_{\max}^*$) и более близкой к ней ($z_{\min}^*$ и z_c^*). При этом $z_{\max}^*$ и $z_{\min}^*$ относятся к моменту максимального расширения пузырька t_V^*, а z_c^* – к моменту начала тороидальной фазы t_c^*. Координаты $z_{\min}^*$ и z_c^* характеризуют толщину прослойки жидкости между пузырьком и стенкой в соответствующие моменты времени. Видно, что во всем рассматриваемом диапазоне $0.8 \le \gamma \le 3$ начальной удаленности пузырька от стенки разность $z_{\max}^* - z_0^*$ не зависит от γ

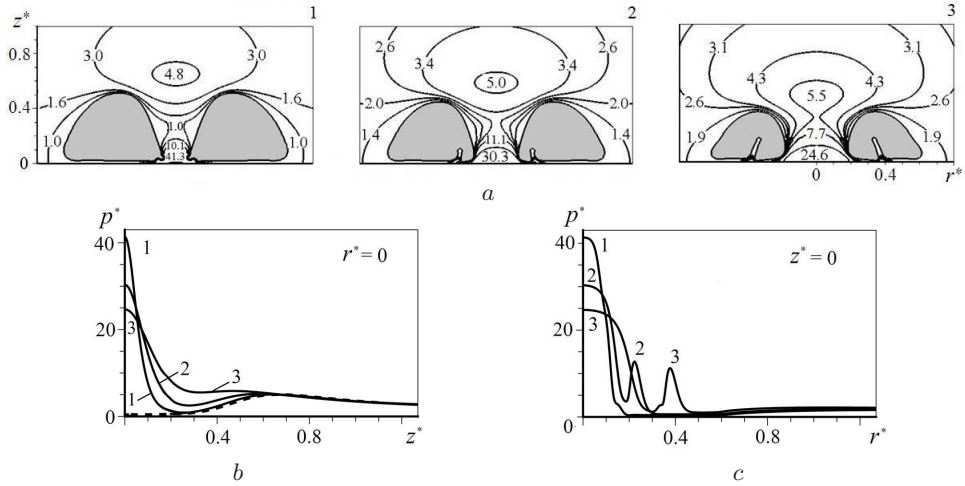


Рис. 4. Для $\gamma = 0.8$ в моменты времени t_T^*: 1 – 0.008, 2 – 0.032, 3 – 0.064 контуры пузырька на тороидальной фазе движения и поле давления в жидкости в окрестности пузырька (a), профили давления вдоль оси симметрии z (b) и радиальные профили давления на стенке (c)

и примерно равна максимальному радиусу $R^*_{\max} = 1$. Это означает, что при расширении пузырька наличие стенки практически не приводит к деформации «верхней», наиболее удаленной от стенки, части поверхности пузырька. Аналогичная ситуация наблюдается при $\gamma > 1.5$ и с разностью $z_0^* - z^*_{\min}$. Это означает, что и ближняя к стенке часть поверхности пузырька остается близкой к сферической. Другими словами, при $\gamma > 1.5$ к моменту максимального расширения пузырек остается близким к сферическому.

Наиболее существенное влияние стенка оказывает на ближнюю к ней часть поверхности пузырька при $\gamma < 1.3$, где $z_0^* - z^*_{\min} < R^*_{\max}$. При $\gamma \approx 1.3$ толщина слоя жидкости между пузырьком и стенкой в процессе сжатия не изменяется, о чем свидетельствует пересечение кривых 3 и 4. При $\gamma < 1.3$ она уменьшается, а при $\gamma > 1.3$, наоборот, возрастает.

Изменение формы пузырька и поля давления в окружающей пузырек жидкости на второй, тороидальной фазе движения (при $t > t_c^*$) в случае $\gamma = 0.8$ иллюстрирует рис. 4, a. На этом рисунке и далее для второй фазы используется относительное время $t_T^* = t^* - t_c^*$. Видно, что пузырек имеет довольно сложную форму, вытянутую вдоль радиальной оси. В результате удара струи на поверхности прослойки в окрестности области удара возникает тонкий кольцевой всплеск жидкости внутрь пузырька. Со временем он все более удаляется от оси симметрии, а его амплитуда постепенно возрастает. Этот всплеск образуется в результате столкновения радиально растекающегося между пузырьком и стенкой потока жидкости с расположенной вне его менее подвижной частью жидкости. Изолинии поля давления в жидкости, окружающей пузырек, показывают, что наибольшее давление наблюдается в окрестности торового отверстия у поверхности стенки. С течением времени торовое отверстие растет, а давление на стенке в его окрестности падает (в представленном интервале времени с 41.3 до 24.6).

На рис. 4, b сплошными линиями изображены профили давления вдоль оси симметрии в три последовательных момента времени, а штриховой линией – давление на стенке в момент $t_T^* = 0$. Видно, что осевые распределения давления в моменты 1, 2 имеют два локальных максимума. Первый из них, обусловленный

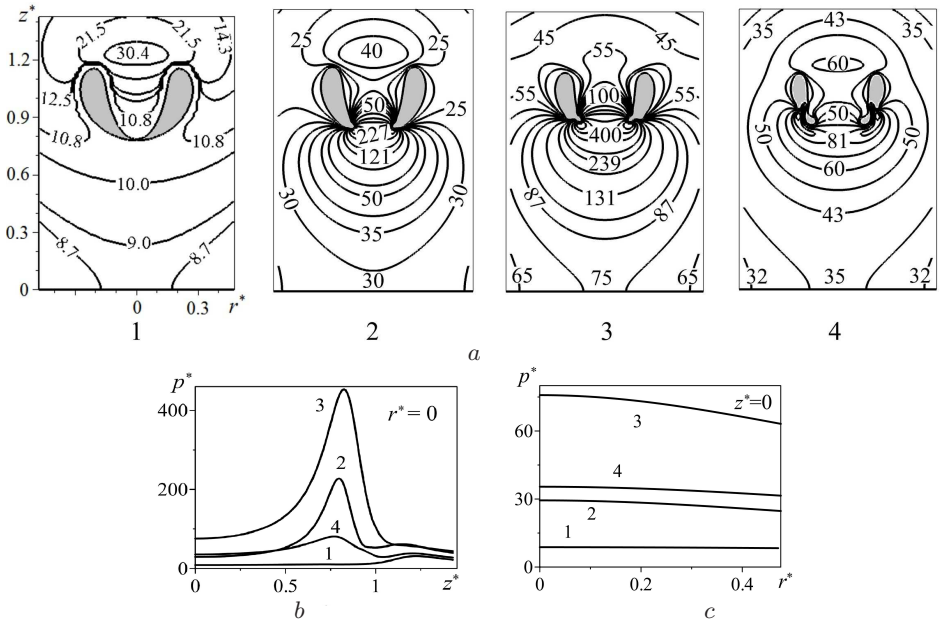


Рис. 5. Для $\gamma = 1.5$ в четыре момента времени t_T^*: 1 – 0, 2 – 0.0032, 3 – 0.0064, 4 – 0.0096 контуры пузырька на тороидальной фазе движения и поле давления в жидкости (a), профили давления на оси симметрии z (b) и радиальные профили давления на стенке (c)

ударом струи и наибольший по величине, располагается в окрестности стенки. Второй локальный максимум (см. штриховую кривую) появился ранее при сжатии на дотороидальной фазе в основании струи. Это отмечалось выше при обсуждении данных на рис. 1. Давление в окрестности стенки быстро убывает со временем и ростом z^*. На рис. 4, c приведены радиальные профили давления на стенке в те же, что и на рис. 4, b, моменты времени. Если в первый из представленных моментов ($t_T^* = 0.008$) давление с ростом r^* монотонно падает от своего максимального значения, достигаемого на оси симметрии, то с течением времени образуется еще один локальный максимум давления в окрестности отмеченного выше всплеска.

На рис. 5, a для $\gamma = 1.5$ в несколько последовательных моментов времени приведены контуры пузырька на тороидальной фазе движения и поля давления в жидкости в окрестности пузырька. Момент 1 ($t_T^* = 0$) соответствует началу тороидальной фазы движения, момент 4 ($t_T^* = 0.0096$) – максимальному сжатию пузырька. Видно, что как и при $\gamma = 0.8$, в области ближней к стенке части контура пузырька возникает всплеск, который перемещается вдоль поверхности пузырька. Для тех же четырех моментов времени приведены осевые (рис. 5, b) и радиальные (рис. 5, c) профили давления в жидкости. Видно, что здесь, как ранее на рис. 4, осевые профили имеют немонотонный характер. Выраженное максимальное давление наблюдается в области удара кумулятивной струи по прослойке жидкости между пузырьком и стенкой. В отличие от рис. 4, b, здесь в силу большей толщины прослойки максимум давления реализуется на некотором удалении от стенки. Отметим, что в процессе сжатия пузырька уровень давления в жидкости вблизи пузырька значительно превышает уровень давления на стенке.

На рис. 5, c видно, что, в отличие от случая $\gamma = 0.8$ (рис. 4, c), из-за большей удаленности пузырька от стенки давление на стенке с ростом r^* монотонно убывает.

Заключение

Проведено исследование осесимметричной динамики пузырька газа в жидкости у твердой стенки при его расширении и последующем сжатии с переходом в тороидальную фазу движения в зависимости от его начального расстояния до стенки. Использовалась методика, основанная на шаговом методе по времени и МГЭ. Приведены зависимости формы контура пузырька, давления в пузырьке и максимального давления в жидкости в окрестности пузырька в момент касания струи ближайшей к стенке части поверхности пузырька. На тороидальной фазе движения пузырька представлены поля давления в окружающей пузырек жидкости, профили давления вдоль оси симметрии и на стенке.

Установлено, что если в момент максимального расширения при $\gamma > 1.3$ пузырек начинает сжатие из формы, близкой к сферической, то при $\gamma < 1.3$ с уменьшением γ ближняя к стенке часть поверхности пузырька становится все более плоской. При этом на стадии сжатия до момента удара кумулятивной струи при $\gamma < 1.3$ толщина прослойки жидкости уменьшается, а при $\gamma > 1.3$ – увеличивается. Кроме того, скорость роста давления в пузырьке и в жидкости у основания струи по мере увеличения γ в момент удара струи по прослойке жидкости заметно возрастает.

В начале тороидальной фазы движения пузырька а результате удара струи по прослойке жидкости на краю области удара образуется тонкий кольцевой всплеск жидкости внутрь пузырька, который со временем, увеличиваясь в размерах, удаляется от края тороидального отверстия вдоль поверхности пузырька.

Максимальное давление в жидкости на оси симметрии наблюдается в области удара кумулятивной струи по прослойке жидкости. При этом для $\gamma < 1.0$ в силу малой толщины прослойки давление на стенке и максимальное давление в жидкости примерно совпадают. При $\gamma > 1.0$ давление на стенке монотонно уменьшается с ростом расстояния от оси симметрии, тогда как при $\gamma \leq 1.0$ в его профиле в области всплеска возникает локальный максимум, обусловленный столкновением потоков жидкости.

Благодарности. Работа выполнена при финансовой поддержке Российского научного фонда (проект № 17-11-01135).

Литература

1. *Terwisga T.J.C., Wijngaarden E., Bosschers J., Kuiper G.* Cavitation research on ship propellers: A review of achievements and challenges // Sixth Int. Symp. on Cavitation.– Wageningen, The Netherlands, 2006. - P. 1–14.
2. *Ohl C.-D., Arora M., Ikink R., de Jong N., Versluis M., Delius M., Lohse D.* Sonoporation from jetting cavitation bubbles // Biophys. J. – 2006. – V. 91, No 11. – P. 4285–4295. – doi: 10.1529/biophysj.105.075366.
3. *Kieser B., Phillion R., Smith S., McCartney T.* The application of industrial scale ultrasonic cleaning to heat exchangers // Proc. Int. Conf. on Heat Exchanger Fouling and Cleaning / Eds. M.R. Malayeri, H. Muller-Steinhagen, A.P. Watkinson. – 2011. – P. 336–338.
4. *Singh R., Tiwari S.K., Mishra S.K.* Cavitation erosion in hydraulic turbine components and mitigation by coatings: Current status and future needs // J. Mater. Eng. Perform. – 2012. – V. 21, No 7. – P. 1539–1551. – doi: 10.1007/s11665-011-0051-9.
5. *Воинов О.В., Воинов В.В.* Численный метод расчета нестационарных движений идеальной несжимаемой жидкости со свободными поверхностями // Докл. АН СССР. – 1975. – Т. 221, № 3. – С. 559–562.

6. *Воинов О.В., Воинов В.В.* О схеме захлопывания кавитационного пузырька около стенки и образования кумулятивной струи // Докл. АН СССР. – 1976. – Т. 227, № 1. – С. 63–66.

7. *Blake J.R., Taib B.B., Doherty G.* Transient cavities near boundaries. Part 1. Rigid boundary // J. Fluid Mech. – 1986. – V. 170. – P. 479–497. – doi: 10.1017/S0022112086000988.

8. *Blake J.R., Gibson, D.C.* Cavitation bubbles near boundaries // Ann. Rev. Fluid Mech. – 1987. – V. 19. – P. 99–123. – doi: 10.1146/annurev.fl.19.010187.000531.

9. *Blake J.R., Robinson P.B., Shima A., Tomita Y.* Interaction of two cavitation bubbles with a rigid boundary // J. Fluid Mech. – 1993. – V. 255. – P. 707–721. – doi: 10.1017/S0022112093002654.

10. *Shervani-Tabar M.T., Hajizadeh Aghdam A., Khoo B.C., Farhangmehr V., Farzaneh B.* Numerical analysis of a cavitation bubble in the vicinity of an elastic membrane // Fluid Dyn. Res. – 2013. – V. 45, No 5. – Art. 055503, P. 1–14. – doi: 10.1088/0169-5983/45/5/055503.

11. *Klaseboer E., Khoo B.C.* An oscillating bubble near an elastic material // J. Appl. Phys. – 2004. – V. 96, No 10. – P. 5808–5818. – doi: 10.1063/1.1803925.

12. *Zhang Z.-Y., Zhang H.-S.* Surface tension effects on the behavior of a cavity growing, collapsing and rebounding near a rigid wall // Phys. Rev. E. – 2004. – V. 70, No 5, Pt. 2. – Art. 056310, P. 1–15. – doi: 10.1103/PhysRevE.70.056310.

13. *Best J.P.* The rebound of toroidal bubbles // Bubble Dynamics and Interface Phenomena / Eds. J.R. Blake, J.M. Boulton-Stone, N.H. Thomas. – Netherlands: Springer, 1994. – P. 405–412.

14. *Wang Q.X., Yeo K.S., Khoo B.C., Lam K.Y.* Nonlinear interaction between gas bubble and free surface // Comput. Fluids. – 1996. – V. 25, No 7. – P. 607–628. – doi: 10.1016/0045-7930(96)00007-2.

15. *Brujan E.A., Keen G.S., Vogel A., Blake J.R.* The final stage of the collapse of a cavitation bubble close to a rigid boundary // Phys. Fluids. – 2002. – V. 14, No 1. – P. 85–92. – doi: 10.1063/1.1421102.

16. *Pearson A., Blake J.R., Otto S.R.* Jets in bubbles // J. Eng. Math. – 2004. – V. 48, No 3–4. – P. 391–412. – doi: 10.1023/B:engi.0000018172.53498.a2.

17. *Lee M., Klaseboer E., Khoo B.C.* On the boundary integral method for the rebounding bubble // J. Fluid Mech. – 2007. – V. 570. – P. 407–429. – doi: 10.1017/S0022112006003296.

18. *Аганин А.А., Косолапова Л.А., Малахов В.Г.* Численное моделирование эволюции пузырька газа в жидкости вблизи стенки // Матем. моделирование. – 2017. – Т. 29, № 7. – С. 15–28.

19. *Tong R.P., Schiffers W.P., Shaw S.J., Blake J.R., Emmony D.C.* The role of 'splashing' in the collapse of a laser-generated cavity near a rigid boundary // J. Fluid Mech. – 1999. – V. 380. – P. 339–361. – doi: 10.1017/S0022112098003589.

20. *Jayaprakash A., Hsiao C.T., Chahine G.* Numerical and experimental study of the interaction of a spark-generated bubble and a vertical wall // J. Fluids Eng. – 2012. – V. 134, No 3. – Art. 031301, P. 1–12. – doi: 10.1115/1.4005688.

21. *Best J.P.* The dynamics of underwater explosions: PhD Thesis. – Australia: Univ. of Wollongong, 1991. – 257 p. – URL: http://ro.uow.edu.au/theses/1563/.

22. *Philipp A., Lauterborn W.* Cavitation erosion by single laser-produced bubbles // J. Fluid Mech. – 1998. – V. 361. – P. 75–116. – doi: 10.1017/S0022112098008738.

Поступила в редакцию
15.11.17

Аганин Александр Алексеевич, доктор физико-математических наук, профессор, заведующий лабораторией

Институт механики и машиностроения ФИЦ КазНЦ РАН
ул. Лобачевского, д. 2/31, г. Казань, 420111, Россия
E-mail: *aganin@kfti.knc.ru*

Косолапова Людмила Александровна, кандидат физико-математических наук, старший научный сотрудник

Институт механики и машиностроения ФИЦ КазНЦ РАН
ул. Лобачевского, д. 2/31, г. Казань, 420111, Россия
E-mail: *kosolapova@kfti.knc.ru*

Малахов Владимир Георгиевич, кандидат физико-математических наук, старший научный сотрудник

Институт механики и машиностроения ФИЦ КазНЦ РАН
ул. Лобачевского, д. 2/31, г. Казань, 420111, Россия
E-mail: *malahov@kfti.knc.ru*

ISSN 2541-7746 (Print)
ISSN 2500-2198 (Online)

**UCHENYE ZAPISKI KAZANSKOGO UNIVERSITETA.
SERIYA FIZIKO-MATEMATICHESKIE NAUKI
(Proceedings of Kazan University. Physics and Mathematics Series)**

2018, vol. 160, no. 1, pp. 154–164

The Dynamics of a Gas Bubble in Liquid near a Rigid Surface

A.A. Aganin, L.A. Kosolapova**, V.G. Malakhov****

*Institute of Mechanics and Engineering, FRC Kazan Scientific Center of RAS,
Kazan, 420111 Russia*
E-mail: **aganin@kfti.knc.ru*, ***kosolapova@kfti.knc.ru*, ****malahov@kfti.knc.ru*

Received November 15, 2017

Abstract

The axisymmetric dynamics of a gas bubble in liquid near a plane rigid surface (wall) during its expansion and subsequent compression with the transition to the toroidal phase of motion has been studied. It has been assumed that the liquid is ideal incompressible, its flow being potential. The position of the bubble contour and the potential on it have been found by the Euler method, the fluid velocity on the contour has been derived by the boundary element method. The shape of the bubble, its internal pressure, liquid velocity, and pressure around the bubble have been determined. The pressure profiles on the wall and along the axis of symmetry have been presented. It has been found that at an initial distance d_0 between the bubble and the wall less than a certain value d^* the thickness of the liquid layer between the bubble and the wall during bubble compression until the moment of transition to the toroidal phase of the motion decreases, while at the initial distance d_0 greater than

d^* it increases. In addition, the liquid layer thickness at the moment of transition to the toroidal phase increases with increasing the initial distance d_0 between the bubble and the wall. It has been shown that in the toroidal phase of bubble dynamics the maximum pressure in the liquid near the bubble is located in the region of impact of the cumulative jet on the surface of the liquid layer between the bubble and the wall. In this case, the action of the jet can lead to the appearance of local deformations of the bubble surface (a splash inside the bubble) moving away from the axis of symmetry as the jet displaces the liquid between the bubble and the wall.

Keywords: cavitation bubble, toroidal bubble, potential liquid flow, boundary element method, distance from bubble to wall

Acknowledgments. This study was supported by the Russian Science Foundation (project no. 17-11-01135).

Figure Captions

Fig. 1. Bubble shapes during extension and compression for γ=0.8 at six points of time t^*: 1 – 0, 2 – 1.093, 3 – 1.857, 4 – 2.016, 5 – 2.083, 6 – 2.144 (a) and velocity and pressure fields in the liquid surrounding the bubble at the point of time $t_c^* = 2.144$ (b).

Fig. 2. Bubble contours (a), pressure in the bubble (b), and maximum pressure in the liquid (c) for a series of γ values at the point of time t_c^*.

Fig. 3. Dependencies on γ of the coordinates of the bubble center z^* at $t^* = 0$ (line 1) and two points of its surface located on the axis z: being distanced from the wall at $t^* = t_V^*$ (line 2) and close to the wall at $t^* = t_V^*$ (line 3) and $t^* = t_c^*$ (line 4).

Fig. 4. For $\gamma = 0.8$ at the points of time t_T^*: 1 – 0.008, 2 – 0.032, 3 – 0.064, bubble contours in the toroidal phase of motion and the pressure field in the liquid near the bubble (a), pressure profiles along the symmetry axis z (b) and radial pressure profiles on the wall (c).

Fig. 5. For $\gamma = 1.5$ at four points of time t_T^*: 1 – 0, 2 – 0.0032, 3 – 0.0064, 4 – 0.0096, bubble contours in the the toroidal phase of motion and the pressure field in the liquid (a), pressure profiles on the symmetry axis$z$ (b) and radial pressure profiles on the wall (c).

References

1. Terwisga T.J.C., Wijngaarden E., Bosschers J., Kuiper G. Cavitation research on ship propellers: A review of achievements and challenges. *Proc. 6th Int. Symp. on Cavitation.* Wageningen, The Netherlands, 2006, pp. 1–14.

2. Ohl C.-D., Arora M., Ikink R., de Jong N., Versluis M., Delius M., Lohse D. Sonoporation from jetting cavitation bubbles. *Biophys. J.*, 2006, vol. 91, no. 11, pp. 4285–4295. doi: 10.1529/biophysj.105.075366.

3. Kieser B., Phillion R., Smith S., McCartney T. The application of industrial scale ultrasonic cleaning to heat exchangers. *Proc. Int. Conf. on Heat Exchanger Fouling and Cleaning.* Malayeri M.R., Muller-Steinhagen H., Watkinson A.P. (Eds.). 2011, pp. 336–338.

4. Singh R., Tiwari S.K., Mishra S.K. Cavitation erosion in hydraulic turbine components and mitigation by coatings: Current status and future needs. *J. Mater. Eng. Perform.*, 2012, vol. 21, no. 7, pp. 1539–1551. doi: 10.1007/s11665-011-0051-9.

5. Voinov O.V., Voinov V.V. Numerical method of calculating nonsteady motions of an ideal incompressible liquid with free surfaces. *Dokl. Akad. Nauk SSSR*, 1975, vol. 221, no. 3, pp. 559–562. (In Russian)

6. Voinov O.V., Voinov V.V. Scheme of collapse of a cavitation bubble near a wall and formation of a cumulative jet. *Dokl. Akad. Nauk SSSR*, 1976, vol. 227, no. 1, pp. 63–66. (In Russian)

7. Blake J.R., Taib B.B., Doherty G. Transient cavities near boundaries. Part 1. Rigid boundary. *J. Fluid Mech.*, 1986, vol. 170, pp. 479–497. doi: 10.1017/S0022112086000988.

8. Blake J.R., Gibson, D.C. Cavitation bubbles near boundaries. *Ann. Rev. Fluid Mech.*, 1987, vol. 19, pp. 99–123. doi: 10.1146/annurev.fl.19.010187.000531.

9. Blake J.R., Robinson P.B., Shima A., Tomita Y. Interaction of two cavitation bubbles with a rigid boundary. *J. Fluid Mech.*, 1993, vol. 255, pp. 707–721. doi: 10.1017/S0022112093002654.

10. Shervani-Tabar M.T., Hajizadeh Aghdam A., Khoo B.C., Farhangmehr V., Farzaneh B. Numerical analysis of a cavitation bubble in the vicinity of an elastic membrane. *Fluid Dyn. Res.*, 2013, vol. 45, no. 5, art. 055503, pp. 1–14. doi: 10.1088/0169-5983/45/5/055503.

11. Klaseboer E., Khoo B.C. An oscillating bubble near an elastic material. *J. Appl. Phys.*, 2004, vol. 96, no. 10, pp. 5808–5818. doi: 10.1063/1.1803925.

12. Zhang Z.-Y., Zhang H.-S. Surface tension effects on the behavior of a cavity growing, collapsing and rebounding near a rigid wall. *Phys. Rev. E*, 2004, vol. 70, no. 5, pt. 2, art. 056310, pp. 1–15. doi: 10.1103/PhysRevE.70.056310.

13. Best J.P. The rebound of toroidal bubbles. In: Blake J.R., Boulton-Stone J.M., Thomas N.H. (Eds.) *Bubble Dynamics and Interface Phenomena.* Netherlands, Springer, 1994, pp. 405–412.

14. Wang Q.X., Yeo K.S., Khoo B.C., Lam K.Y. Nonlinear interaction between gas bubble and free surface. *Comput. Fluids*, 1996, vol. 25, no. 7, pp. 607–628. doi: 10.1016/0045-7930(96)00007-2.

15. Brujan E.A., Keen G.S., Vogel A., Blake J.R. The final stage of the collapse of a cavitation bubble close to a rigid boundary. *Phys. Fluids*, 2002, vol. 14, no. 1, pp. 85–92. doi: 10.1063/1.1421102.

16. Pearson A., Blake J.R., Otto S.R. Jets in bubbles. *J. Eng. Math.*, 2004, vol. 48, nos. 3–4, pp. 391–412. doi: 10.1023/B:engi.0000018172.53498.a2.

17. Lee M., Klaseboer E., Khoo B.C. On the boundary integral method for the rebounding bubble. *J. Fluid Mech.*, 2007, vol. 570, pp. 407–429. doi: 10.1017/S0022112006003296.

18. Aganin A.A., Kosolapova L.A., Malakhov V.G. Numerical simulation of the evolution of a gas bubble in a liquid near a wall. *Math. Models Comput. Simul.*, 2018, vol. 10, no. 1, pp. 89–98. doi: 10.1134/S2070048218010027.

19. Tong R.P., Schiffers W.P., Shaw S.J., Blake J.R., Emmony D.C. The role of 'splashing' in the collapse of a laser-generated cavity near a rigid boundary, *J. Fluid Mech.*, 1999, vol. 380, pp. 339–361. doi: 10.1017/S0022112098003589.

20. Jayaprakash A., Hsiao C.T., Chahine G. Numerical and experimental study of the interaction of a spark-generated bubble and a vertical wall. *J. Fluids Eng.*, 2012, vol. 134, no. 3, art. 031301, pp. 1–12. doi: 10.1115/1.4005688.

21. Best J.P. The dynamics of underwater explosions. *PhD Thesis.* Australia, Univ. of Wollongong, 1991. 257 p. Available at: http://ro.uow.edu.au/theses/1563/.

22. Philipp A., Lauterborn W. Cavitation erosion by single laser-produced bubbles. *J. Fluid Mech.*, 1998, vol. 361, pp. 75–116. doi: 10.1017/S0022112098008738.

Для цитирования: *Аганин А.А., Косолапова Л.А., Малахов В.Г.* Динамика пузырька газа в жидкости вблизи твердой поверхности // Учен. зап. Казан. ун-та. Сер. Физ.-матем. науки. – 2018. – Т. 160, кн. 1. – С. 154–164.

For citation: Aganin A.A., Kosolapova L.A., Malakhov V.G. The dynamics of a gas bubble in liquid near a rigid surface. *Uchenye Zapiski Kazanskogo Universiteta. Seriya Fiziko-Matematicheskie Nauki*, 2018, vol. 160, no. 1, pp. 154–164. (In Russian)