УДК 537.87

О РАСПРОСТРАНЕНИИ ПРЕДЕЛЬНО КОРОТКОГО ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ИМПУЛЬСА В НЕЛИНЕЙНОЙ ФЕРРОЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ СРЕДЕ

Е.В. Казанцева, А.И. Маймистов

Аннотация

Теоретически изучено распространение предельно короткого (длительностью в один период колебания) импульса электромагнитного поля в среде, обладающей двумя равновесными состояниями. Исследование основано на решении системы уравнений Максвелла – Дюффинга. Полученные решения описывают стационарное распространение электромагнитного импульса в такой среде.

Ключевые слова: предельно короткий импульс, сегнетоэлектрик, уединенная волна.

Введение

Очень короткие импульсы электромагнитного излучения, содержащие несколько периодов колебаний или даже только половину периода колебания напряженности поля, привлекают последние годы большой интерес как с точки зрения теории, так и для прикладных задач. Главной особенностью таких предельно коротких импульсов (ПКИ) является отсутствие несущей (высокочастотной) волны – это просто всплески электромагнитного излучения. Спектр ПКИ достигает своего максимума на нулевой частоте.

1. Формулировка модели

Пусть плоская электромагнитная волна распространяется вдоль оси OX, вектор поляризации волны $\mathbf{E}$ и вектор поляризации среды $\mathbf{P}$ направлены вдоль оси OZ: $\mathbf{E} = (0, 0, E_z)$, $\mathbf{P} = (0, 0, P_z)$. Магнитная проницаемость считается постоянной и равной единице. Для плоской волны все переменные не зависят от y и z. В такой геометрии волновое уравнение записывается как

$$\frac{\partial^2 E}{\partial x^2} = \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 E}{\partial t^2} + \frac{4\pi}{c^2}\frac{\partial^2 P}{\partial t^2}. \qquad (1)$$

Здесь $E = E_z$, $P = P_z$. Для описания эволюции поляризации ферроэлектрической среды будет использована феноменологическая модель Ландау – Халатникова [1] применительно к одноосному ферроэлектрику [1, 2]. Если пренебречь процессами релаксации, то уравнение Ландау – Халатникова принимает вид

$$\Gamma\frac{\partial^2 P}{\partial t^2} + 2AP + 4BP^3 = E. \qquad (2)$$

В теории Ландау зависимость параметра A от температуры имеет вид $A = a(T - T_c)$, где a – некоторая постоянная, характеризующая свойства среды, T_c – температура фазового перехода (или критическая температура), B – положительная константа. Коэффициент Γ вводится для обеспечения нужной размерности и может быть выражен через частоту мягкой моды $\omega_T^2 = 2\Gamma^{-1}a|T - T_c|$.

При $A = a(T - T_c) > 0$ уравнение (2) соответствует уравнению движения ангармонического осциллятора Дюффинга. В отсутствие внешнего электрического поля среда неполяризована, то есть в положении равновесия спонтанная поляризация, обозначенная как P_s, равна нулю. При $A = a(T - T_c) < 0$ ангармонический осциллятор совершает (малые) колебания около одного из двух возможных положений равновесия $P_s = \pm\,(|A|/2B)^{1/2}$, которые отвечают спонтанной поляризации среды. Под действием внешнего электромагнитного импульса поляризация может существенно отклоняться от положения равновесия, ангармонический характер колебаний обусловливает генерацию гармоник, нелинейное распространение коротких электромагнитных импульсов и переключение между разнополярными положениями равновесия. Система уравнений (1), (2) может быть использована как самая простая модель, описывающая распространение электромагнитных волн в одноосных ферроэлектриках (сегнетоэлектриках).

Для удобства перейдем к безразмерным переменным, определенным следующими формулами:

$$\tau = t/T, \quad \zeta = x/(cT), \quad q = P/P_0, \quad e = E/E_0,$$
$$T^2 = \Gamma/2|A|, \quad E_0^2 = 8\pi|A|P_0^2.$$

В этих переменных полная система уравнений Максвелла–Дюффинга для электромагнитного поля в сегнетоэлектрической среде (при $T < T_c$) представляется в виде

$$\frac{\partial^2 e}{\partial \zeta^2} - \frac{\partial^2 e}{\partial \tau^2} = \gamma\,\frac{\partial^2 q}{\partial \tau^2}, \quad \frac{\partial^2 q}{\partial \tau^2} - q + 2\mu q^3 = \gamma e, \tag{3}$$

где $\gamma^2 = 2\pi/|A|$, $\mu = (B/|A|)P_0^2$. Параметр нелинейности, обозначенный как μ, связан с равновесной поляризацией P_s соотношением $\mu = P_0^2/(2P_s^2)$.

Важным отличием обсуждаемой здесь задачи от рассмотренных ранее [3, 4] являются краевые условия. Для уединенных электромагнитных волн они имеют следующий вид:

$$e = 0, \quad q = q_0 = \sqrt{1/2\mu}, \quad \tau \to \pm\infty \tag{4}$$

или

$$e = 0, \quad q = \pm q_0 = \pm\sqrt{1/2\mu}, \quad \tau \to \pm\infty. \tag{5}$$

Эти условия отражают существующую спонтанную поляризацию среды. Условие (5) означает наличие доменной стенки, где ориентация вектора поляризации меняет свое направление.

2. Стационарные решения

Стационарные решения систем уравнений (3) были получены в [3, 4] для параэлектрической фазы в приближении однонаправленной волны. Нами будут найдены стационарные решения уравнений (3) в форме бегущих волн в ферроэлектрической фазе. Приближение однонаправленной волны не использовано.

Пусть напряженность электрического поля и поляризация являются функциями только одной переменной $\vartheta = \tau - \zeta/v$, то есть ищутся решения (3) в виде бегущих волн. Полагая, что при $\tau \to \pm\infty$ электромагнитного поля нет, а вектор поляризации не меняет своего направления, из волнового уравнения с учетом (4) можно найти, что

$$\gamma e = \alpha(q - q_0),$$

где параметр α для случая полного волнового уравнения определен формулой $\alpha = \gamma^2 v^2/(1-v^2)$. В случае приближения однонаправленных волн следует использовать формулу $\alpha = \gamma^2 v/2(1-v)$. Оставшееся уравнение следует из второго уравнения системы (3):

$$\frac{\partial^2 q}{\partial \vartheta^2} - q + 2\mu q^3 = \alpha(q - q_0). \tag{6}$$

Введем новую переменную $f = q - q_0$ и перепишем уравнение (6) в виде

$$\frac{\partial^2 f}{\partial \vartheta^2} - (1 + \alpha - 6\mu q_0^2) f + 6\mu q_0 f^2 + 2\mu f^3 = 0,$$

откуда

$$\left(\frac{\partial f}{\partial \vartheta}\right)^2 = (1 + \alpha - 6\mu q_0^2) f^2 - 4\mu q_0 f^3 - \mu f^4.$$

Замена переменой $f = 1/y$ приводит к уравнению

$$\left(\frac{\partial y}{\partial \vartheta}\right)^2 = a y^2 - 4\mu q_0 y - \mu,$$

где $a = (1 + \alpha - 6\mu q_0^2) = \alpha - 2 > 0$, поэтому

$$\left(\frac{\partial y}{\partial \vartheta}\right)^2 = a\left[(y - y_0)^2 - D^2\right]. \tag{7}$$

Здесь

$$y_0 = 2\mu q_0/a, \quad D^2 = (a\mu + 4\mu^2 q_0^2)/a^2.$$

Решение уравнения (7) получается после замены $y = y_0 \pm D\cosh\phi$, приводящей к простому уравнению $(\partial\phi/\partial\vartheta)^2 = a$, решение которого есть $\phi = \sqrt{a}(\vartheta - \vartheta_0)$. Здесь постоянная интегрирования ϑ_0 определяет начальную фазу искомой уединенной волны.

Таким образом, имеем

$$y^{(\pm)} = (2\mu q_0/a)\left(1 \pm \sqrt{1 + a/2}\cosh\phi\right).$$

Для нормированной поляризации среды и электрического поля отсюда следует

$$\begin{aligned} q^{(\pm)} &= q_0\left(1 + \frac{a}{1 \pm \sqrt{1 + a/2}\cosh\phi}\right) = q_0\left(1 + \frac{2(\delta^2 - 1)}{1 \pm \delta\cosh\phi}\right), \\ e^{(\pm)} &= \frac{q_0\alpha(\alpha - 2)}{1 \pm \sqrt{1 + a/2}\cosh\phi} = \frac{4q_0\delta^2(\delta^2 - 1)}{1 \pm \delta\cosh\phi}, \end{aligned} \tag{8}$$

где $\phi = \sqrt{2}\delta(\vartheta - \vartheta_0)$, а параметр δ такой, что $\alpha = 2\delta^2$.

Полученные решения описывают распространение стационарного всплеска (импульса) электромагнитного поля в ферроэлектрической среде. В зависимости от знака в (8) импульсы имеют различную полярность. В области действия импульса среда может приобрести дополнительную поляризацию или, наоборот, перейти в параэлектрическую фазу.

Заключение

Кроме найденного решения в форме уединенной волны, уравнения модели обладают решениями, соответствующими периодическим (кноидальным) волнам, формы которых определяются различным выбором дополнительных условий.

Авторы выражают благодарность А.М. Башарову, С.О. Елютину, Ю.К. Фетисову и Дж.-Г. Капуто (J.-G. Caputo) за полезные дискуссии.

Е.В. Казанцева благодарна Совету по грантам Президента Российской Федерации за финансовую поддержку по гранту (МК-8750.2010.2) для государственной поддержки молодых российских ученых.

Работа частично поддержана РФФИ (проект № 12-02-00561-а) и Федеральной целевой программой «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России».

Summary

E.V. Kazantseva, A.I. Maimistov. On the Propagation of an Extremely Short Electromagnetic Pulse in a Nonlinear Ferroelectric Medium.

We present a theoretical study of an extremely short (one-cycle) electromagnetic pulse propagating in a nonlinear ferroelectric medium for which two equilibrium states are possible. The research is based on solving the system of Maxwell–Duffing equations. Its solutions describe the stationary propagation of the electromagnetic pulse in such medium.

Keywords: extremely short pulse, ferroelectric, solitary wave.

Литература

1. *Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* Теоретическая физика: в 10 т. – М.: Наука, 1982. – Т. 8: Электродинамика сплошных сред. – 621 с.
2. *Ларкин А.И., Хмельницкий Д.Е.* Фазовый переход в одноосных сегнетоэлектриках // Журн. эксперим. и теорет. физики. – 1969. – Т. 56. № 6. – С. 2087–2098.
3. *Maimistov A.I., Caputo J.-G.* Propagation of extremely short pulses in nonresonant media: The total Maxwell–Duffing model // Physica D. – 2004. – V. 189, No 1–2. – P. 107–114.
4. *Kazantseva E.V., Maimistov A.I., Caputo J.-G.* The reduced Maxwell–Duffing description of extremely short pulses in non-resonant media. // Phys. Rev. E. – 2005. – V. 71, No 5. – P. 056622-1–056622-12.

Поступила в редакцию
27.06.11

Казанцева Елена Васильевна – кандидат физико-математических наук, научный сотрудник, Московский государственный институт радиотехники, электроники и автоматики; ведущий инженер, Национальный исследовательский ядерный университет МИФИ, г. Москва, Россия.

E-mail: *elena.kazantseva@gmail.com*

Маймистов Андрей Иванович – доктор физико-математических наук, профессор, Национальный исследовательский ядерный университет МИФИ; Московский физико-технический институт, г. Москва, Россия.

E-mail: *aimaimistov@gmail.com*