

УДК: 551.594

DOI: 10.26907/rwp29.2025.400-404

## МОДЕЛИРОВАНИЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО СОСТОЯНИЯ СИЛЬНОТУРБУЛЕНТНОГО ПРИЗЕМНОГО СЛОЯ В УСЛОВИЯХ НЕЙТРАЛЬНОЙ СТРАТИФИКАЦИИ

О.В. Белоусова, Г.В. Куповых

*Южный федеральный университет, 347928, г. Таганрог, Россия, пер. Некрасовский, 44**E-mail: obelousova@srfedu.ru, kupovykh@srfedu.ru,*

**Аннотация.** Представлена модель электрического состояния приземного слоя в приближении сильного турбулентного перемешивания в условиях нейтральной стратификации атмосферы. Методами математического моделирования получены приближенные аналитические выражения для профилей концентраций полярных аэроионов, удельной электрической проводимости воздуха и напряженности электрического поля в различных метеорологических условиях. Сделанные расчеты электрических параметров атмосферы хорошо согласуются с известными результатами численного моделирования, а также удобны для применения на практике.

**Ключевые слова:** приземный слой, атмосфера, электродный эффект, аэроионы, проводимость, электрическое поле, турбулентность.

## HIGHLY TURBULENT SURFACE LAYER ELECTRICAL STATE MODELING UNDER CONDITIONS OF NEUTRAL STRATIFICATION

O.V. Belousova, G.V. Kupovykh

**Annotation.** The surface layer electrical state model is presented in the approximation of strong turbulent mixing under conditions of neutral atmospheric stratification. Approximate analytical expressions for the polar aeroion concentrations, the specific electrical conductivity of air and the electric field profiles have been obtained under various meteorological conditions by the mathematical modeling methods. Calculations made of the atmospheric electrical parameters are in good agreement with the known numerical modeling results, and are also convenient for practical application.

**Keywords:** surface layer, atmosphere, electrode effect, aeroions, conductivity, electric field, turbulence.

### Введение

Электрическая структура приземного слоя (ПС) атмосферы определяются электродным эффектом (ЭЭ). Электродный слой (ЭС) формируется под действием метеорологических условий, ионизации воздуха, его аэрозольного загрязнения естественного и антропогенного характера и т.д. В настоящее время известны результаты численного моделирования электрического состояния ПС на основе теории ЭЭ в атмосфере, которые обобщены в работах [1, 2, 3]. Тем не менее, научный и практический интерес представляет возможность оценок значений электрических характеристик ПС, которые могут быть сделана на основе приближенных аналитических выражений, вытекающих из решений уравнений ЭЭ методами математического моделирования.

### Электродинамическая модель турбулентного приземного слоя

В приближении ЭЭ математическая модель горизонтально-однородного свободного от аэрозоля ПС с учетом турбулентного переноса [1,2] имеет вид:

$$\begin{cases} \pm \frac{d}{dz} (b_{1,2} \cdot n_{1,2} \cdot E) - \frac{d}{dz} \left( D_T(z) \cdot \frac{dn_{1,2}}{dz} \right) = q(z) - \alpha n_1 n_2, \\ \frac{dE}{dz} = \frac{e}{\varepsilon_0} (n_1 - n_2) \end{cases} \quad (1)$$

Решениями уравнений в системе (1) являются профили концентрации полярных аэроионов ( $n_{1,2}$ ) и напряженность электрического поля ( $E$ ) по высоте ( $z$ ). Параметрами модели являются подвижности ( $b_{1,2}$ ) полярных аэроионов, коэффициент рекомбинации ( $\alpha$ ), коэффициент турбулентной диффузии аэроионов ( $D_T$ ), скорость ионизации воздуха ( $q$ ). В уравнения входят также элементарный заряд ( $e$ ) и электрическая постоянная ( $\varepsilon_0$ ).

Для случая нейтральной стратификации ПС коэффициент турбулентной диффузии представляется как  $D_T(z) = D_1 \cdot z$  [4]. Запишем систему (1) в безразмерной форме, используя методы теории подобия [1,2,5]:

$$\begin{cases} \pm \xi_{1,2} \frac{\partial}{\partial z'} (n'_{1,2} \cdot E') - \frac{\partial}{\partial z'} \left( z' \cdot \frac{\partial n'_{1,2}}{\partial z'} \right) = \frac{q}{q_\infty} - n_1 \cdot n_2, \\ \frac{\partial E'}{\partial z'} = \gamma (n'_1 - n'_2). \end{cases} \quad (2)$$

Здесь  $z' = z/l_1$ ,  $n'_{1,2} = n_{1,2}/n_\infty$ ,  $E' = E/E_\infty$ ,  $n_\infty = (q(\infty)/\alpha)^{1/2}$ ,  $l_1 = D_1 \cdot \tau$ ,  $\tau = (q_\infty \alpha)^{-1/2}$ .

Критериями подобия в системе (2) являются  $\xi_{1,2}$  и  $\gamma$ :

$$\xi_{1,2} = \frac{|b_{1,2}| \cdot E_\infty \cdot \tau}{l_1} = \frac{|b_{1,2}| E_\infty}{D_1}, \quad \gamma = \frac{e n_\infty l_1}{\varepsilon_0 E_\infty} = \frac{e n_\infty D_1 \tau}{\varepsilon_0 E_\infty}. \quad (3)$$

Индекс « $\infty$ » означает верхнюю границу ЭС.

#### Моделирование электрического состояния ПС в условиях нейтральной стратификации атмосферы

В приближении сильного турбулентного перемешивания, можно использовать метод расщепления по малому параметру ( $\xi_{1,2} \ll 1$ ) [1,2]. Тогда из системы (2) получаем два уравнения. Первое уравнение описывает распределение концентрации аэроионов по высоте (и, следовательно, удельной электрической проводимости) под действием только турбулентной диффузии и вместе с граничными условиями имеет вид:

$$-\frac{d}{dz} \left( D_T(z) \frac{dn_{1,2}}{dz} \right) = q - \alpha n_1 n_2,$$

$$n_{1,2}(z \rightarrow z_0) = 0, \quad n_{1,2}(z \rightarrow L_1) = n_\infty \quad (4)$$

Здесь  $L_1$  верхняя граница (характерный масштаб) турбулентного ЭС. Второе уравнение с соответствующими граничными условиями для электрического поля с учетом рассчитанного профиля удельной проводимости  $\lambda(z)$  имеет вид:

$$-\varepsilon_0 \cdot D_T(z) \frac{d^2 E}{dz^2} + \lambda E = j_0,$$

$$E(z = z_0) = E_0, \quad E(z \rightarrow L_1) = E_{L_1} \quad (5)$$

Для получения аналитического решения, считая  $q = const$ , линеаризуем правую часть уравнения (4), представив рекомбинационный член как  $\alpha n_{1,2} n_\infty$ . Тогда решением уравнения (4) является выражение:

$$n_{1,2}(z) = n_{\infty} \left( \frac{e^{\frac{\alpha n_{\infty}}{D_1} z} \left( \ln \frac{z}{L_1} + \sum_{i=1}^{\infty} \frac{(-2\alpha n_{\infty} z)^i}{D_1^i \cdot i \cdot i!} - \sum_{i=1}^{\infty} \frac{(-2\alpha n_{\infty} L_1)^i}{D_1^i \cdot i \cdot i!} \right)}{e^{\frac{\alpha n_{\infty}}{D_1} z_0} \left( \ln \frac{L_1}{z_0} + \sum_{i=1}^{\infty} \frac{(-2\alpha n_{\infty} L_1)^i}{D_1^i \cdot i \cdot i!} - \sum_{i=1}^{\infty} \frac{(-2\alpha n_{\infty} z_0)^i}{D_1^i \cdot i \cdot i!} \right)} + 1 \right), \quad (6)$$

$$a = \frac{\lambda}{D_1 \varepsilon_0}, \quad L_1 = \frac{D_1 \varepsilon_0}{\lambda_{\infty}}$$

Оценка членов ряда выявила, что достаточно первого приближения, так как последующие не вносят существенного влияния в результат. Тогда при  $i = 1$  выражение (6) приобретает вид:

$$n_{1,2}(z) = n_{\infty} \left( \frac{e^{\frac{\alpha n_{\infty}}{D_1} z} \left( \ln \frac{z}{L_1} + \frac{2\alpha n_{\infty}}{D_1} (L_1 - z) \right)}{e^{\frac{\alpha n_{\infty}}{D_1} z_0} \left( \ln \frac{L_1}{z_0} + \frac{2\alpha n_{\infty}}{D_1} (z_0 - L_1) \right)} + 1 \right), \quad (7)$$

Решением уравнения (5) является выражение:

$$E = \frac{(E_0 - E_{L_1}) (e^{a(z+L_1)} - e^{a(2z_0+L_1-z)})}{e^{2az_0} - e^{2aL_1}} + \frac{(E_0 \lambda - j_0) (e^{az} + e^{a(z_0+L_1-z)})}{\lambda (e^{az_0} + e^{aL_1})} + \frac{j_0}{\lambda}, \quad (8)$$

где  $\lambda(z) = en_{1,2}(b_1 + b_2)$ ,  $E_{L_1} = j_0 / \lambda_{\infty}$ , где  $\lambda_{\infty}$  - значение удельной электрической проводимости на верхней границе  $L_1$  турбулентного ЭС.

Некоторые результаты моделирования электрических характеристик ПС в приближении сильного турбулентного перемешивания представлены на рис.1-3. Параметры моделирования задавались следующими:  $(\alpha = 1,6 \cdot 10^{-12} \text{ м}^{-3} \text{ с}^{-1}, b_{1,2} = 1,4 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2 \text{ В}^{-1} \text{ с}^{-1}; q = 7 \cdot 10^6 \text{ м}^{-3} \text{ с}^{-1}, j_0 \sim 1,6 \cdot 10^{-12} \text{ А} \cdot \text{м}^{-2})$ . Характерные пространственные масштабы для случаев с  $D_1 = 0,1 \text{ мс}^{-1}$ ,  $D_1 = 0,15 \text{ мс}^{-1}$  и  $D_1 = 0,2 \text{ мс}^{-1}$  равны  $L_1 = 9,4 \text{ м}$ ,  $L_1 = 14,2 \text{ м}$  и  $L_1 = 18,9 \text{ м}$ , соответственно. Таким образом, увеличение коэффициента турбулентной диффузии увеличивает масштаб распределения параметров ЭС.

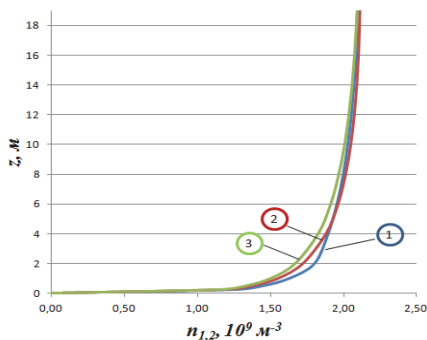


Рис. 1. Профили концентрации аэроионов  
(1)  $D_1 = 0,1 \text{ мс}^{-1}$ ; (2)  $D_1 = 0,15 \text{ мс}^{-1}$ ; (3)  $D_1 = 0,2 \text{ мс}^{-1}$ .

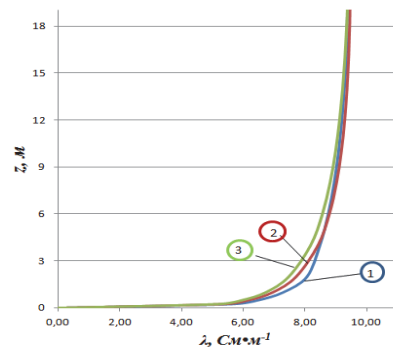


Рис. 2. Профили удельной электрической проводимости воздуха  
(1)  $D_1 = 0,1 \text{ мс}^{-1}$ ; (2)  $D_1 = 0,15 \text{ мс}^{-1}$ ; (3)  $D_1 = 0,2 \text{ мс}^{-1}$ .

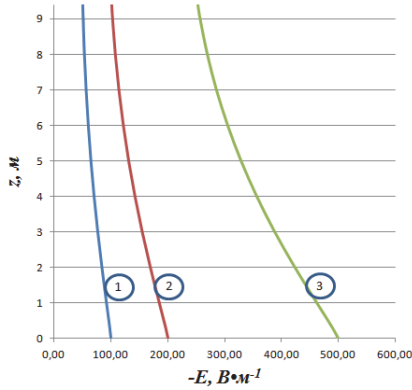


Рис. 3. Профили напряженности электрического поля при  $D_1 = 0,1 \text{ м с}^{-1}$   
 (1)  $E_0 = -100 \text{ В / м}$ ; (2)  $E_0 = -200 \text{ В / м}$ ;  
 (3)  $E_0 = -500 \text{ В / м}$ .

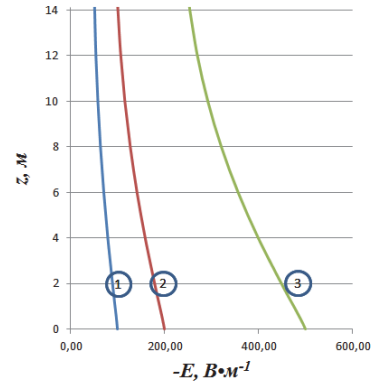


Рис. 4. Профили напряженности электрического поля при  $D_1 = 0,15 \text{ м с}^{-1}$   
 (1)  $E_0 = -100 \text{ В / м}$ ; (2)  $E_0 = -200 \text{ В / м}$ ; (3)  
 $E_0 = -500 \text{ В / м}$ .

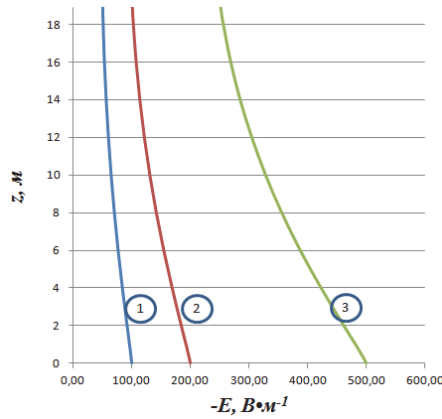


Рис. 5. Профили напряженности электрического поля при  $D_1 = 0,2 \text{ м с}^{-1}$   
 (1)  $E_0 = -100 \text{ В / м}$ ; (2)  $E_0 = -200 \text{ В / м}$ ; (3)  $E_0 = -500 \text{ В / м}$ .

В результате моделирования электрической структуры ПС в условиях нейтральной стратификации атмосферы получено, что значения параметра  $\lambda(z)/\lambda_\infty$  на высотах 1 и 2 м уменьшаются на  $\approx 6\%$  с увеличением  $D_1$  от значения  $0,1 \text{ м с}^{-1}$  до  $0,15 \text{ м с}^{-1}$  и на  $\approx 8-9\%$  при увеличении  $D_1$  до значения  $0,2 \text{ м с}^{-1}$ . При этом параметр  $E(z)/E_\infty$  на высотах 1-2 м увеличивается на  $\approx 5\%$  при увеличении  $D_1$  от значения  $0,1 \text{ м с}^{-1}$  до  $0,15 \text{ м с}^{-1}$  и на  $\approx 7\%$  при увеличении  $D_1$  до значения  $0,2 \text{ м с}^{-1}$ . При изменении значений  $E_0$  от  $-100 \text{ В / м}$  до  $-200 \text{ В / м}$  параметр  $E(z)/E_\infty$  на высотах 1-2 м увеличивается на  $\approx 0,3\%$ , а при увеличении до  $E_0 = -500 \text{ В / м}$  на  $\approx 0,6\%$ .

Значения параметров ЭС :  $\lambda(z)/\lambda_\infty$  и  $E(z)/E_\infty$  представлены в таблице 1.

Таблица 1. Значения параметров ЭС

	$\lambda(z)/\lambda_\infty$		$E(z)/E_\infty$					
			$E_0 = -100 \text{ В / м}$		$E_0 = -200 \text{ В / м}$		$E_0 = -500 \text{ В / м}$	
	1м	2м	1м	2м	1м	2м	1м	2м
$D_1 = 0,1 \text{ м с}^{-1}$	0,80	0,86	1,82	1,66	1,83	1,67	1,83	1,68
$D_1 = 0,15 \text{ м с}^{-1}$	0,74	0,82	1,87	1,77	1,88	1,77	1,88	1,78
$D_1 = 0,2 \text{ м с}^{-1}$	0,72	0,80	1,90	1,82	1,91	1,82	1,91	1,83

### **Заключение**

Получены приближенные аналитические решения уравнений ЭЭ, в условии сильного турбулентного перемешивания при нейтральной стратификации атмосферы, описывающие распределения по высоте аэроионов, удельной электрической проводимости воздуха и напряженности электрического поля в различных метеорологических условиях. Результаты проведенного математического моделирования хорошо согласуются с теорией ЭЭ в атмосфере и выполненными ранее численными расчетами. Полученные аналитические выражения могут быть качественным и полезным инструментом для решения прикладных задач наземных атмосферно-электрических наблюдений.

### **Список литературы**

1. Морозов В.Н. Атмосферное электричество // Атмосфера. Справочник (справочные данные, модели). – Л.: Гидрометеиздат, 1991. – С. 394–408.
2. Куповых Г.В., Морозов В.Н., Шварц Я.М. Теория электродного эффекта в атмосфере. Таганрог: Изд-во ТРТУ, 1998. – 123 с.
3. Шулейкин В.Н., Щукин Г.Г., Куповых Г.В. Развитие методов и средств прикладной геофизики – атмосферно-электрический мониторинг геологических неоднородностей и зон геодинамических процессов. – СПб.: РГГМУ, 2015. – 206 с.
4. Орленко Л. Р. Строение планетарного пограничного слоя атмосферы. – Л.: Гидрометеиздат. 1979. – 270 с.
5. Тимошенко Д.В., Куповых Г.В., Белоусова О.В. Анализ электродинамической модели приземного слоя атмосферы Электродинамическая модель конвективно-неустойчивого атмосферного приземного слоя // Известия высших учебных заведений. Северо-Кавказский регион. Естественные науки. – 2024. – № 4-2 . – С. 104–112.