2017 год-

год Н.И. Лобачевского в КФУ, посвященный 225-летию со дня его рождения

Казанский федеральный университет

Популярные лекции Года Лобачевского

Знаменитые математические проблемы

М.М. Арсланов

15 сентября 2017 г.

Развитие математики во многом стимулируется математическими проблемами. Хорошо поставленная математическая проблема, решение которой не удается найти, говорит о необходимости критического пересмотра существующих методов исследования, о недостаточности той совокупности знаний, к которой относится проблема, и, таким образом, способствует дальнейшему развитию этой области науки.

Три знаменитые задачи древности

Три знаменитые задачи древности

- **Задача квадратуры круга;**

Три знаменитые задачи древности

- **Задача квадратуры круга;**
- **Задача трисекции угла;**

Три знаменитые задачи древности

- **Задача квадратуры круга;**
- **Задача трисекции угла;**
- **Задача удвоения куба.**

- С помощью циркуля и линейки можно построить те и только те отрезки, длина которых записывается выражениями, содержащими целые числа, знаки четырёх действий арифметики и квадратные корни.

- С помощью циркуля и линейки можно построить те и только те отрезки, длина которых записывается выражениями, содержащими целые числа, знаки четырёх действий арифметики и квадратные корни
- Любой так построенный отрезок имеет длину, которое является *алгебраическим числом*.

Задача квадратуры круга

- ***Задача квадратуры круга***: с помощью циркуля и линейки построить квадрат с такой же площадью, как у заданного круга радиуса R.

Задача квадратуры круга

- ***Задача квадратуры круга***: с помощью циркуля и линейки построить квадрат с такой же площадью, как у заданного круга радиуса R.
- Алгебраически это означает решение уравнения:
- $$x^2 = \pi R^2.$$

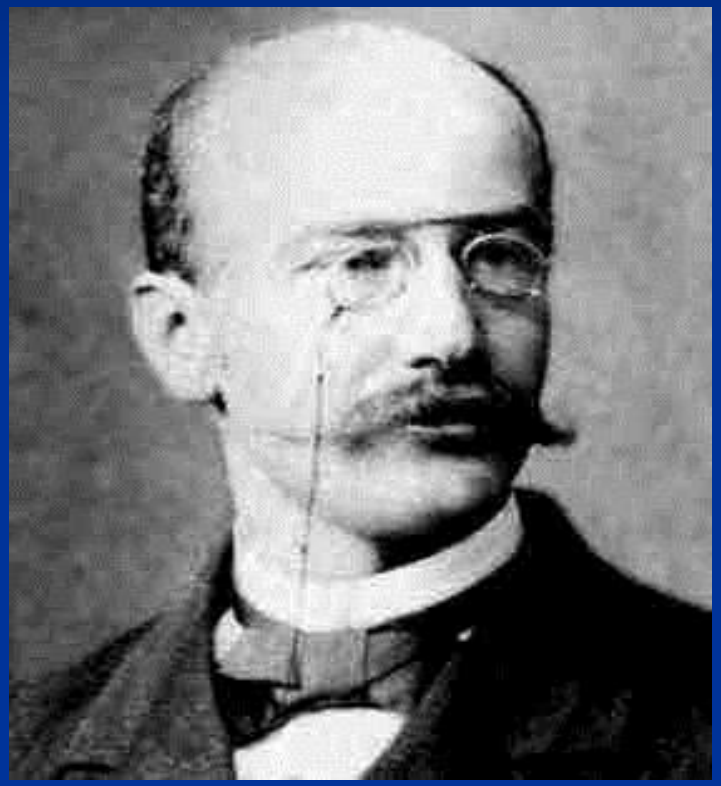
Задача квадратуры круга

- ***Задача квадратуры круга***: с помощью циркуля и линейки построить квадрат с такой же площадью, как у заданного круга радиуса R.
- Алгебраически это означает решение уравнения:
- $$x^2 = \pi R^2.$$
- При $R=1$, $x=\sqrt{\pi}$.

Задача квадратуры круга

- ***Задача квадратуры круга***: с помощью циркуля и линейки построить квадрат с такой же площадью, как у заданного круга радиуса R.
- Алгебраически это означает решение уравнения:
- $x^2 = \pi R^2$. При $R=1$, $x=\sqrt{\pi}$.
- Таким образом, с помощью циркуля и линейки требуется построить отрезок длиной π.

Задача квадратуры круга



Ferdinand von Lindemann (1852-1939)

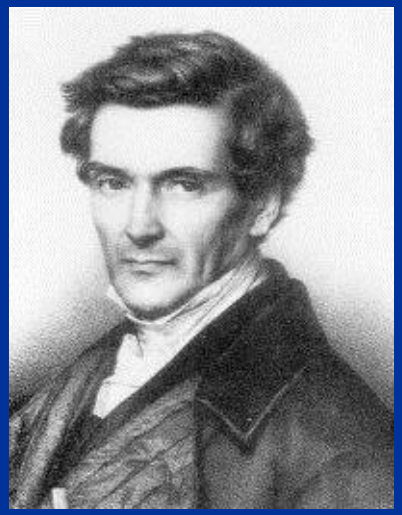
Линдеман (1882): Задача квадратуры неразрешима, т.к. число π и, следовательно, число $\sqrt{\pi}$, трансцендентно (то есть не алгебраическое).

Задача трисекции угла

- ***Задача трисекции угла***: теми же средствами разделить произвольный угол на три равные части.

Задача трисекции угла

Задача трисекции угла: теми же средствами разделить произвольный угол на три равные части.



Ванцель, 1837 г. В целом задача трисекции угла неразрешима: для угла α это сделать можно т. и т.т., когда уравнение $x^3-3x-2\cos\alpha = 0$ разрешимо в квадратных радикалах.

Pierre Laurent Wantzel (1814-1848)

Задача трисекции угла

- Ванцель, 1837 г. В целом задача трисекции угла неразрешима:
- для угла α это сделать можно т. и т.т., когда уравнение $x^3-3x-2\cos\alpha = 0$ разрешимо в квадратных радикалах.
- Таким образом, это можно сделать для углов $\alpha=90°$, $72°$,
- но нельзя для угла $\alpha=60°$
- (уравнение $x^3-3x-1 = 0$ неразрешимо в квадратных радикалах).

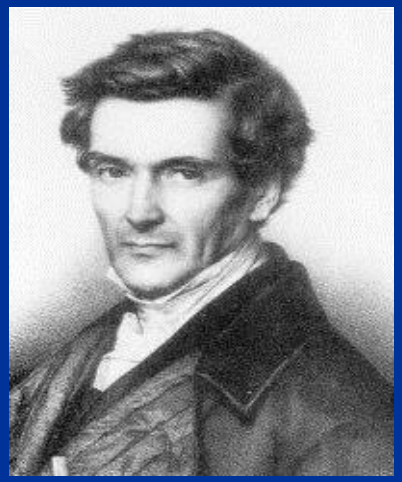
Задача удвоения куба

- ***Задача удвоения куба***: теми же средствами построить куб, объем которого в два раза превосходит объем заданного куба.

Задача удвоения куба

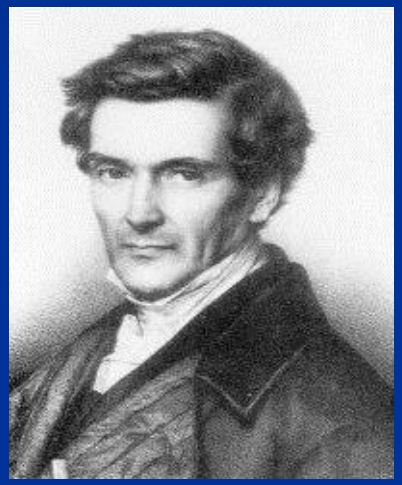
- ***Задача удвоения куба***: теми же средствами построить куб, объем которого в два раза превосходит объем заданного куба.
- Алгебраически это означает решение уравнения:
- $x^3 = 2a^3$. При $a=1$, $x = \sqrt[3]{2}$.

Задача удвоения куба



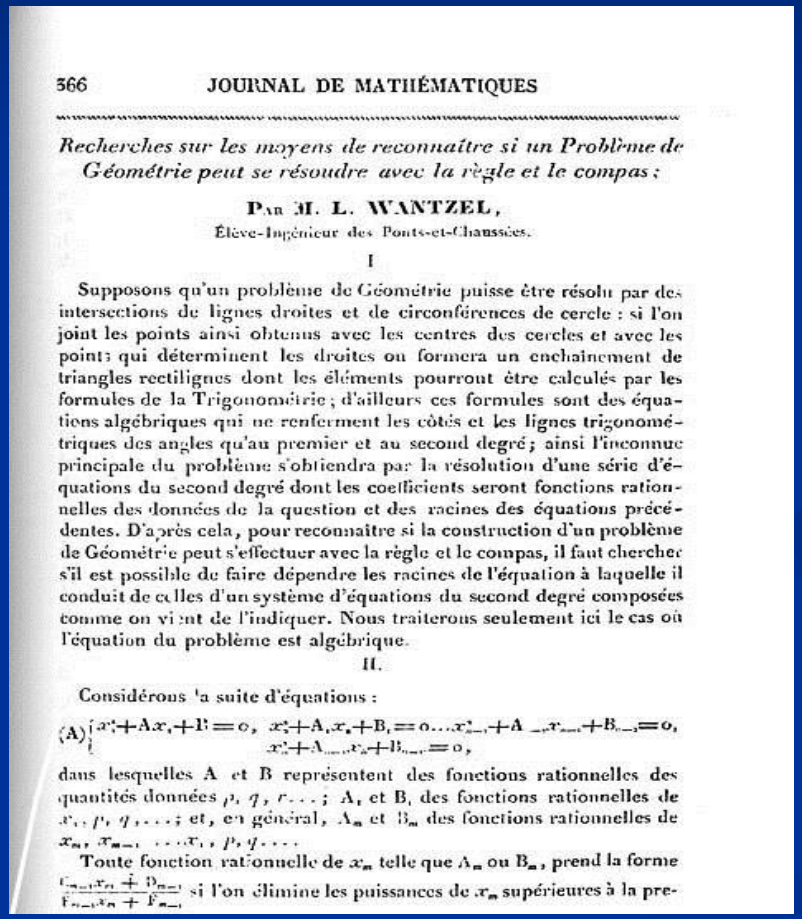
Ванцель: отрезок длиной $\sqrt[3]{2}$ нельзя построить с помощью циркуля и линейки.

Задача удвоения куба



Ванцель: отрезок длиной $\sqrt[3]{2}$ нельзя построить с помощью циркуля и линейки. (Уравнение $x^3-2=0$ неразрешимо в квадратных радикалах)

Первая страница статьи Ванцеля о неразрешимости



Recherches sur les moyens de reconnaître si un Problème de Géométrie peut se résoudre avec la règle et le compas ;

PAR M. L. WANTZEL,
Élève-Ingénieur des Ponts-et-Chaussées.

I

Supposons qu'un problème de Géométrie puisse être résolu par des intersections de lignes droites et de circonférences de cercle : si l'on joint les points ainsi obtenus avec les centres des cercles et avec les points qui déterminent les droites on formera un enchaînement de triangles rectilignes dont les éléments pourront être calculés par les formules de la Trigonométrie ; d'ailleurs ces formules sont des équations algébriques qui ne renferment les côtés et les lignes trigonométriques des angles qu'au premier et au second degré ; ainsi l'inconnue principale du problème s'obtiendra par la résolution d'une série d'équations du second degré dont les coefficients seront fonctions rationnelles des données de la question et des racines des équations précédentes. D'après cela, pour reconnaître si la construction d'un problème de Géométrie peut s'effectuer avec la règle et le compas, il faut chercher s'il est possible de faire dépendre les racines de l'équation à laquelle il conduit de celles d'un système d'équations du second degré composées comme on vient de l'indiquer. Nous traiterons seulement ici le cas où l'équation du problème est algébrique.

II.

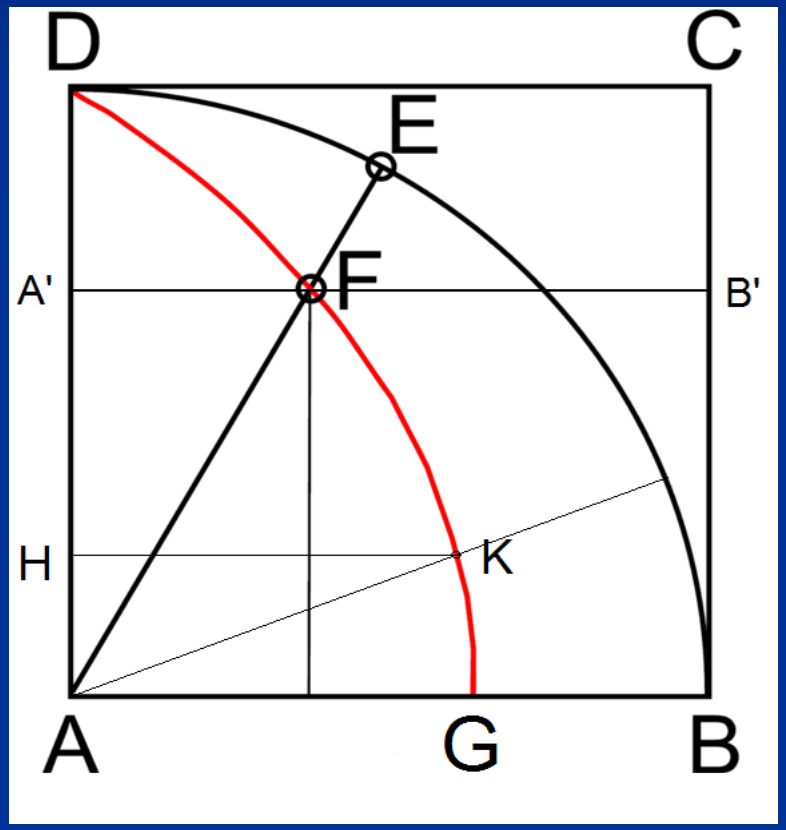
Considérons la suite d'équations :

$$(A)\begin{cases} x_1^2+Ax_1+B=0, \quad x_2^2+A_1x_2+B_1=0 \ldots x_{n-1}^2+A_{n-2}x_{n-1}+B_{n-2}=0, \\ x_n^2+A_{n-1}x_n+B_{n-1}=0, \end{cases}$$

dans lesquelles A et B représentent des fonctions rationnelles des quantités données $p, q, r \ldots$; A_1 et B_1 des fonctions rationnelles de $x_1, p, q, \ldots$; et, en général, A_m et B_m des fonctions rationnelles de $x_m, x_{m-1} \ldots x_1, p, q \ldots$.

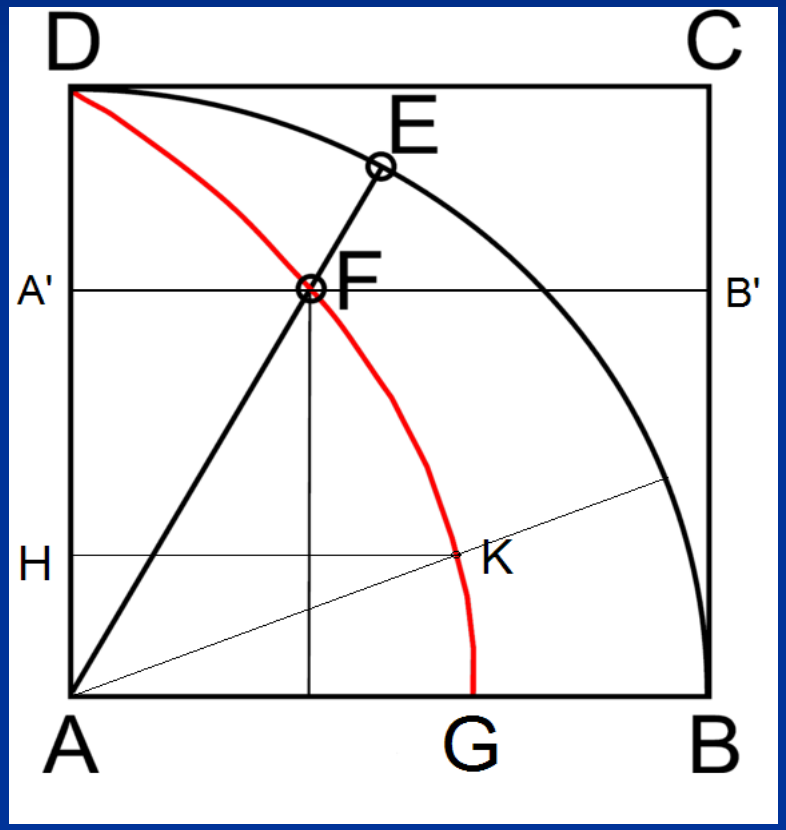
Toute fonction rationnelle de x_m telle que A_m ou B_m, prend la forme $\frac{C_{m-1}x_m+D_{m-1}}{E_{m-1}x_m+F_{m-1}}$ si l'on élimine les puissances de x_m supérieures à la pre-

Квадратри́са



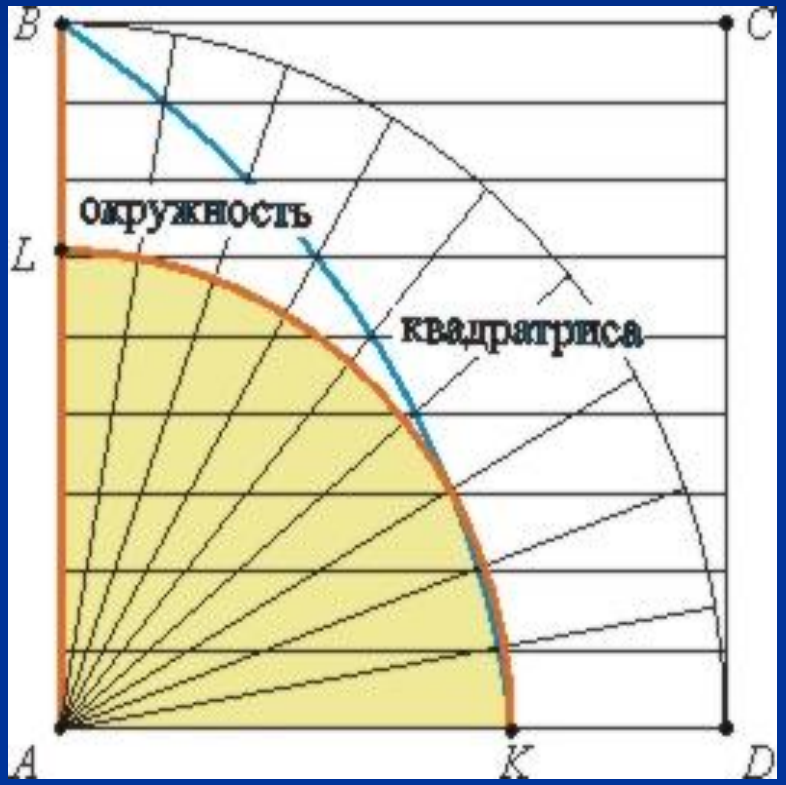
Плоская трансцендентная кривая **квадратри́са** изобретена в V веке до нашей эры древнегреческим математиком Гиппием Элидским для решения задачи трисекции угла.

Квадратри́са



Плоская трансцендентная кривая **квадратри́са** изобретена в V веке до нашей эры древнегреческим математиком Гиппием Элидским для решения задачи трисекции угла.

Другой древнегреческий ученый Динострат (IV век до нашей эры) решил с его помощью и задачу квадратуры круга.



Динострат: ***Четверть длины окружности, проходящей через точку K, с центром в точке A, равна длине AB:***

$AB = \frac{1}{2}\pi \cdot AK$; Отсюда

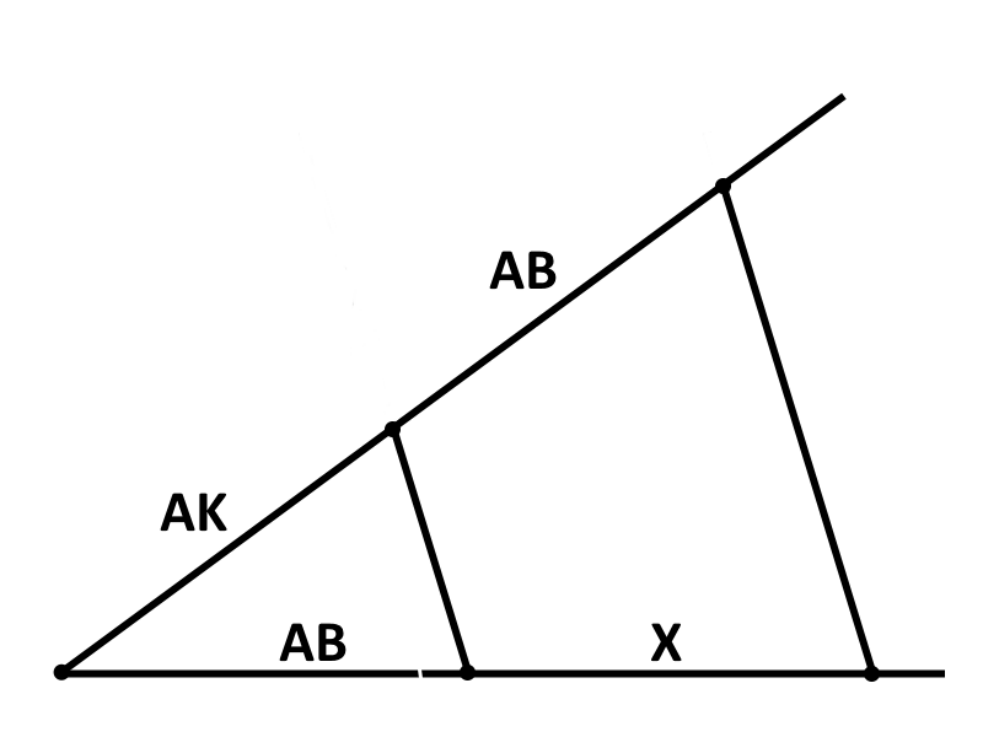
$BD = \frac{1}{4}\cdot\pi^2\cdot AK = AB^2/AK$;

Т.о., площадь круга $\pi\cdot AB^2$ равна площади прямоугольника со сторонами AB^2/AK и $2\cdot AB$

Пусть $X=AB^2/AK$.

Таким образом, имеем соотношение:

$$AB/AK=X/AB$$


AB
AK
AB
X

Проблемы Гильберта

Париж, август 1900 года; Международный математический конгресс.
Доклад Давида Гильберта

"Математические проблемы".

Давид Гильберт (1862-1943)

Проблемы Гильберта

- Доклад содержал 23 "наиболее интересные", с точки зрения Гильберта, математические проблемы, "исследование которых может значительно стимулировать дальнейшее развитие науки".

Проблемы Гильберта

- Доклад содержал 23 "наиболее интересные", с точки зрения Гильберта, математические проблемы, "исследование которых может значительно стимулировать дальнейшее развитие науки".

«Эти проблемы, ставшие знаменитыми как "проблемы Гильберта", оказали исключительное влияние на математику XX столетия.

Проблемы Гильберта

- Доклад содержал 23 три "наиболее интересные", с точки зрения Гильберта, математические проблемы, "исследование которых может значительно стимулировать дальнейшее развитие науки".

«Эти проблемы, ставшие знаменитыми как "проблемы Гильберта", оказали исключительное влияние на математику XX столетия.

- Развитие идей, связанных с содержанием этих проблем, составило значительную часть математики XX столетия». (*П.С. Александров*)

Первая проблема Гильберта

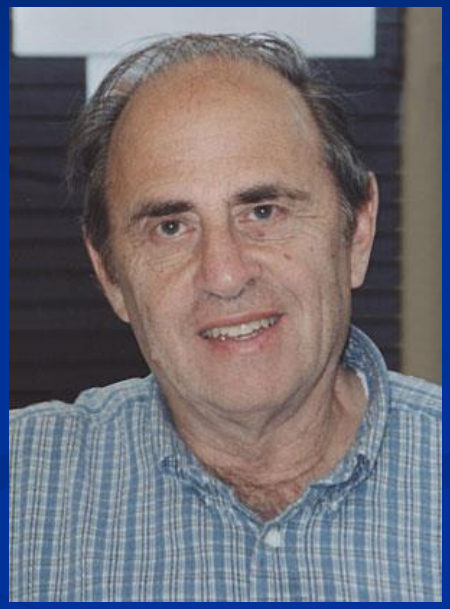
- **Континуум-гипотеза**
  - (первая проблема Гильберта)

Авторы решения первой проблемы Гильберта

Курт Фридрих Гедель (1906-1987))

Авторы решения первой проблемы Гильберта

Курт Фридрих Гедель (1906-1987)



Пол Джозеф Коэн (1934-2007)
(Лауреат Филдсовской премии)

Вторая проблема Гильберта

- **Непротиворечивость аксиом арифметики**

(вторая проблема Гильберта)

Вторая проблема Гильберта

Автор **Теорем о неполноте**

австрийский логик, математик и философ

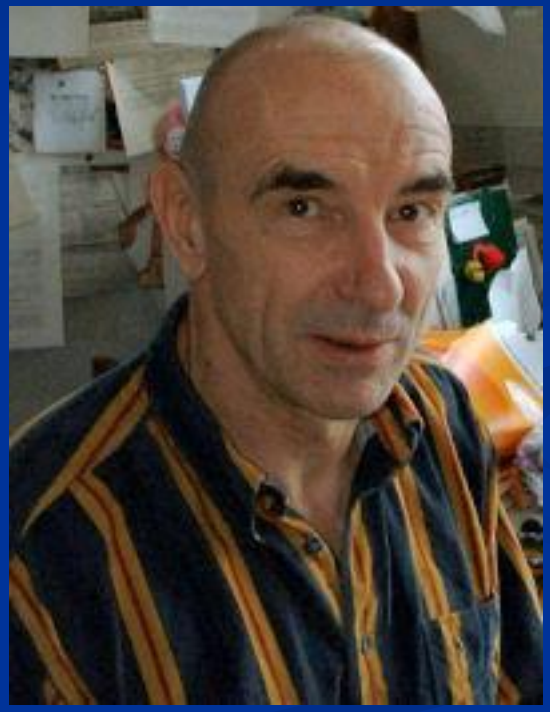
Курт Фридрих Гедель (1906-1978)

Вторая проблема Гильберта

Автор **Теорем о неполноте**
австрийский логик, математик и философ
Курт Фридрих Гедель (1906-1978)

Непротиворечивость арифметики нельзя доказать, исходя из самих аксиом арифметики (при условии, что арифметика на самом деле непротиворечива).

Leo Harrington (b.1947)



Jeffrey Paris (b. 1944)

Конечная теорема Рамсея

Пусть n, k, m натуральные числа. Существует такое число N: если мы раскрасим каждое из n-элементных подмножеств $S = \{1, 2, 3,..., N\}$ в одну из k имеющихся красок, то найдется такое подмножество $Y \subseteq S$ из $\geq m$ элементов, что все n-элементные подмножества Y имеют одну и ту же окраску.

Теорема Харрингтона-Париса (1977)

Пусть n, k, m натуральные числа. Существует такое число N: если мы раскрасим каждое из n-элементных подмножеств $S = \{1, 2, 3,..., N\}$ в одну из k имеющихся красок, то найдется такое подмножество $Y \subseteq S$ из $\geq m$ элементов, что все n-элементные подмножества Y имеют одну и ту же окраску.

Количество элементов $Y \geq$ наименьшего элемента Y.

Л.Д.Беклемишев. Теоремы Геделя о неполноте и границы их применимости. I.

Успехи мат. наук, т. 65, вып. 5, 2010, с. 61-106.

Л.Д.Беклемишев. Теоремы Геделя о неполноте и границы их применимости. I.

Успехи мат. наук, т. 65, вып. 5, 2010, с. 61-106.

Bovykin, Andrey. Brief introduction to unprovability. In: Cooper, S. Barry (ed.) et al., Proc. of the annual European summer meeting of the ASL «Logic colloquium 2006». Nijmegen, Netherlands, July 27--August 2, 2006. Lecture Notes in Logic 32, 38-64 (2009).

Восьмая проблема Гильберта

- **Проблема Гольдбаха**

(вторая часть восьмой проблемы Гильберта)

Гипотеза Гольдбаха

- Проблема Гольдбаха (вторая часть восьмой проблемы Гильберта)

Слабая (тернарная) гипотеза: каждое нечетное число >5 является суммой трех простых чисел.

Гипотеза Гольдбаха

- Проблема Гольдбаха (вторая часть восьмой проблемы Гильберта)

Слабая (тернарная) гипотеза: каждое нечетное число >5 является суммой трех простых чисел.

Сильная (бинарная) гипотеза: каждое четное число >3 является суммой двух простых чисел.

Гипотеза Гольдбаха

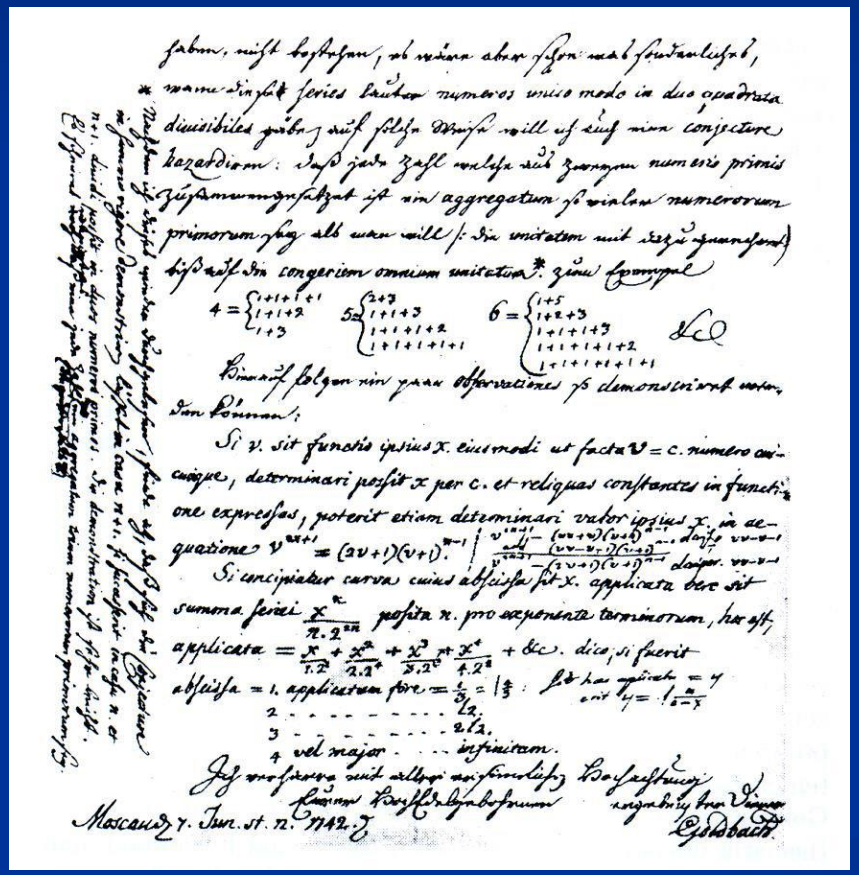
- Проблема Гольдбаха (вторая часть восьмой проблемы Гильберта)

Слабая (тернарная) гипотеза: каждое нечетное число >5 является суммой трех простых чисел.

Сильная (бинарная) гипотеза: каждое четное число >3 является суммой двух простых чисел.

Сильная гипотеза ==> слабая гипотеза

Страница рукописи Гольдбаха



Гипотеза Гольдбаха

Рене Декарт (1596-1650)

Descartes: Sed & omnis numerus par fit ex uno vel duobus vel tribus primes

(*Перевод:* Но также каждое четное число составлено из одного, двух или трех простых чисел)

См.: L.E. Dickson. History of the theory of numbers. Vol. I: Divisibility and Primality, Chelsea Publishing Co., New York, 1966, Ch. XVIII

Тернарная гипотеза Гольдбаха

Академик Иван Матвеевич Виноградов (1891-1983)

И.М. Виноградов доказал справедливость тернарной гипотезы Гольдбаха для всех чисел, больших некоторой константы.

Тернарная гипотеза Гольдбаха

Академик Иван Матвеевич Виноградов (1891-1983)

И.М. Виноградов доказал справедливость тернарной гипотезы Гольдбаха для всех чисел, больших некоторой константы.

Константин Бороздин (1956)

$C=10^{6846168}$

Тернарная гипотеза Гольдбаха

- **M.-Ch. Liu and T.Wang**
- (Acta Arith., 105(2), 133-175, 2002) :
  - $c = 10^{43000}$

Тернарная гипотеза Гольдбаха

- **M.-Ch. Liu and T.Wang**
- (Acta Arith., 105(2), 133-175, 2002) :
  - $c = 10^{43000}$
- **Дезуйе, Эффингер, те Риле и Зиновьев** (1997):

для чисел, больших $c=10^{20}$ тернарная гипотеза Гольдбаха следует из обобщенной проблемы Римана.

Тернарная гипотеза Гольдбаха

- **M.-Ch. Liu and T.Wang**
- (Acta Arith., 105(2), 133-175, 2002) :
  - $c = 10^{43000}$
- **Дезуйе, Эффингер, те Риле и Зиновьев** (1997): для чисел, больших $c=10^{20}$ тернарная гипотеза Гольдбаха следует из обобщенной проблемы Римана.

Теренс Тау (2012) Каждое нечетное натуральное число есть сумма не более пяти простых чисел.

Тернарная гипотеза Гольдбаха

В 2013 году перуанский математик Харальд Гельфготт дал полное решение тернарной проблемы Гольдбаха.

Harald Andres Helfgott (b. 1977)

Тернарная гипотеза Гольдбаха

Май 2013. Все нечетные натуральные числа $n > C = 2 \cdot 10^{29}$ являются суммой трех простых чисел. (Ранее Гельфготт и D.Platt на компьютере проверили справедливость Гипотезы Гольдбаха для всех нечетных $n \leq 8.8 \cdot 10^{30}$.)

Тернарная гипотеза Гольдбаха

Май 2013. Все нечетные натуральные числа $n > C = 2 \cdot 10^{29}$ являются суммой трех простых чисел. (Ранее Гельфготт и D.Platt на компьютере проверили справедливость Гипотезы Гольдбаха для всех нечетных $n \leq 8.8 \cdot 10^{30}$.)

Декабрь 2013. Все нечетные числа натуральные числа $n > C = 10^{27}$ являются суммой трех простых чисел.
(Харальд Гельфготт: Проверка тернарной гипотезы Гольдбаха для чисел, меньших 10^{27} может быть проведена на обычном домашнем компьютере за два выходных дня.)

Бинарная гипотеза Гольдбаха

Оливье Рамарэ (1995) Каждое четное натуральное число есть сумма не более чем ***шести*** простых чисел.

Oliver Ramare (b. 1975)

Бинарная гипотеза Гольдбаха

Oliver Ramare (b. 1965)

Оливье Рамарэ (1995) Каждое четное натуральное число есть сумма не более чем ***шести*** простых чисел.

(Л.Г. Шнирельман (1930) доказал, что каждое четное натуральное число есть сумма не более чем ***восемьсот тысяч*** простых чисел.)

Бинарная гипотеза Гольдбаха

Харальд Гельфготт (2013)

Каждое четное натуральное число есть сумма ***четырех*** простых чисел.

Проблема простых чисел-близнецов

- Примеры простых чисел-близнецов:
- (3,5); (5,7); (11,13); (17,19); (29,31); (41,43); (59,61); …

Проблема простых чисел-близнецов

- Примеры простых чисел-близнецов:
- (3,5); (5,7); (11,13); (17,19); (29,31); (41,43); (59,61); …

- Открытый вопрос: бесконечно ли множество пар простых чисел-близнецов?

Проблема простых чисел-близнецов

- Примеры простых чисел-близнецов:
- (3,5); (5,7); (11,13); (17,19); (29,31); (41,43); (59,61); …

- Открытый вопрос: бесконечно ли множество пар простых чисел-близнецов?

- Доказано, что если простых чисел-близнецов и бесконечно много, то они все же расположены в натуральном ряду довольно редко.

- Наибольшими известными простыми числами-близнецами являются (сентябрь 2016 г.) числа
  - $2996863034895 \cdot 2\ 1290000 \pm 1$

- Самая общая проблема:

- Существует ли такая константа **c**, что для бесконечно многих пар простых чисел, расстояние между ними не превосходит **c**?
- (В проблеме простых чисел-близнецов **c**=2)
-
- Ответ не был известен до 2013 года.

Проблема простых чисел-близнецов

Zhang Yitang, b. 1955

Американский математик Чжан Итан (2013) доказал, что существует бесконечно много пар простых чисел, которые отличаются не более чем на 70 миллионов.

(C= 70 000 000)

Проблема простых чисел-близнецов

- Итан Чжан (апрель 2013) $c = 70\,000\,000$

Проблема простых чисел-близнецов

- Итан Чжан (апрель 2013) c = 70 000 000
- Австралийский математик Скотт Морисон
- (май 2013) c = 59 470 640

Проблема простых чисел-близнецов

- Итан Чжан (апрель 2013) с = 70 000 000
- Австралийский математик Скотт Морисон
- (май 2013) с = 59 470 640
- Австралийский математик Теренс Тау
- (май 2013) с = 4 982 086

Проблема простых чисел-близнецов

- Итан Чжан (апрель 2013) c = 70 000 000
- Австралийский математик Скотт Морисон
- (май 2013) c = 59 470 640
- Австралийский математик Теренс Тау
- (май 2013) c = 4 982 086
- Британский математик Джэймс Мэйнард
- (ноябрь 2013) c = 600

Проблема простых чисел-близнецов

- Теренс Тау и др. C = 576, = 270

Проблема простых чисел-близнецов

- Теренс Тау и др. C = 576, = 270
- Американский математик Пэйс Нильсен
- (апрель 2014) –
- C = **246**

Десятая проблема Гильберта

- Существование универсального алгоритма
- решения диофантовых уравнений

(десятая проблема Гильберта)

Десятая проблема Гильберта

Автор решения десятой проблемы Гильберта академик РАН Юрий Владимирович Матиясевич

Российские математики в проблемах Гильберта

- А.О. Гельфонд - решение седьмой проблемы,
- В.И. Арнольд и А.Н. Колмогоров – решение тринадцатой проблемы,
- Ю.В. Матиясевич - решение десятой проблемы,
- В.Л. Попов – решение четырнадцатой проблемы,
- С.Н. Бернштейн- решение девятнадцатой проблемы.

Российские математики в проблемах Гильберта

- Л.С. Понтрягин, А.И. Мальцев, И.М. Виноградов, Л.Г. Шнирельман, С.В. Востоков, Д.А. Гудков, И.Р. Шафаревич, И.Г. Петровский, Б.Н. Делоне,
- О.А. Ладыженская и Н.Н. Уральцева -
- вклад в решения пятой, восьмой (гипотеза Гольдбаха), девятой, двенадцатой, шестнадцатой, восемнадцатой и двадцатой проблем.

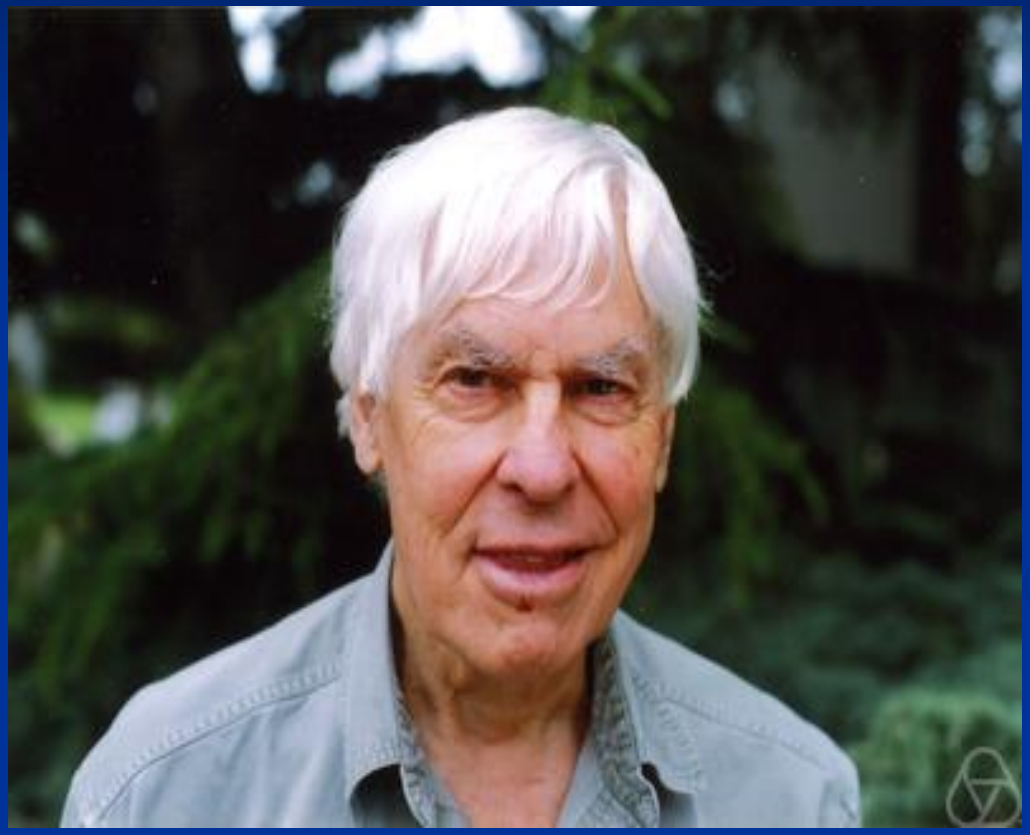
Проблемы Смейла

- Список из 18 нерешенных математических проблем, предложенный лауреатом Филдсовской премии (1966) Стивеном Смейлом (которые, по его мнению, должны быть решены в XXI веке).

Проблемы Смейла

- Список из 18 нерешенных математических проблем, предложенный лауреатом Филдсовской премии (1966) Стивеном Смейлом (которые, по его мнению, должны быть решены в XXI веке).
- Список составлен Смейлом в 1998 году по просьбе академика В.И. Арнольда, в 1995–1998 годах вице-президента международного математического союза

Проблемы Смейла



Лауреат Филдсовской премии Steve Smale, род. 1930 г.

Проблемы Смейла

- 1. Гипотеза Римана;

Проблемы Смейла

- 1. Гипотеза Римана;
- 2. Гипотеза Пуанкаре;

Проблемы Смейла

- 1. Гипотеза Римана;
- 2. Гипотеза Пуанкаре;
- 3. Равенство классов P и NP;

Проблемы Смейла

- 1. Гипотеза Римана;
- 2. Гипотеза Пуанкаре;
- 3. Равенство классов P и NP;
- 13. Шестнадцатая проблема Гильберта;

Проблемы Смейла

- 1. Гипотеза Римана;
- 2. Гипотеза Пуанкаре;
- 3. Равенство классов P и NP;
- 13. Шестнадцатая проблема Гильберта;
- 15. Существование и гладкость решений уравнений Навье-Стокса;

Проблемы Смейла

- 1. Гипотеза Римана;
- 2. Гипотеза Пуанкаре;
- 3. Равенство классов P и NP;
- 13. Шестнадцатая проблема Гильберта;
- 15. Существование и гладкость решений уравнений Навье-Стокса;
- 18. Выяснение пределов искусственного и человеческого интеллектов.

P=?NP проблема

- Класс P (*от англ. polynomial*) - множество языков, распознаваемых машинами Тьюринга за полиномиальное время.

P=?NP проблема

- Класс P (*от англ. polynomial*) - множество языков, распознаваемых машинами Тьюринга за полиномиальное время.

- Аналогично, класс NP (*от англ. non-deterministic polynomial*) - множество языков, распознаваемых недетерминированными машинами Тьюринга за полиномиальное время.

P=?NP проблема

- Класс NP содержит такие фундаментальные задачи, как задача коммивояжера, проблема выполнимости булевых функций: для заданной булевой функции требуется определить, принимает она при некотором

  наборе значений аргументов значение " истина" или '‘ложь".

P=?NP проблема

- Класс NP содержит такие фундаментальные задачи, как задача коммивояжера, проблема выполнимости булевых функций: для заданной булевой функции требуется определить, принимает она при некотором наборе значений аргументов значение " истина" или '‘ложь".
- Ни для одной из них на сегодняшний день не найден полиномиальный детерминированный алгоритм их решения, но они разрешимы за полиномиальное время на недетерминированных машинах Тьюринга.

P=?NP проблема

- C.H. Papadimitriou and K. Steiglitz. Combinatorial Optimization: Algorithms and Complexity, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, NJ, 1982, 512 pp. (Русский перевод: Пападимитриу Х., Стайглиц К. Комбинаторная оптимизация. Алгоритмы и сложность, Изд-во Мир,1984, 512 с.)
- Утверждение о равенстве классов P и NP эквивалентно следующему утверждению: если найденное решение
- некоторой проблемы можно быстро проверить (за полиномиальное время), то и само решение может быть быстро найдено (за полиномиальное время и используя полиномиальную память).

P=?NP проблема

- Пример:

- Известно, что среди большого набора чисел

$$n^1, n^2, \ldots, n^k$$

- есть такие, что их сумма равна некоторому
- наперед заданному числу А. Требуется найти хотя бы один набор таких чисел.

P=?NP проблема

- Ласло Бабай (László Babai) с факультета компьютерных наук и математики Чикагского университета представил новый быстрый алгоритм для решения задачи изоморфизма графов — одной из фундаментальных проблем теории сложности вычислений:

P=?NP проблема

- Ласло Бабай (László Babai) с факультета компьютерных наук и математики Чикагского университета представил новый быстрый алгоритм для решения задачи изоморфизма графов — одной из фундаментальных проблем теории сложности вычислений:
- *нужно определить, являются два графа изоморфными, то есть можно ли простым передвижением вершин трансформировать один граф в другой, сохраняя связи между вершинами*.

P=NP проблема

- Ласло Бабай (László Babai) с факультета компьютерных наук и математики Чикагского университета представил новый быстрый алгоритм для решения задачи изоморфизма графов — одной из фундаментальных проблем теории сложности вычислений:
- *нужно определить, являются два графа изоморфными, то есть можно ли простым передвижением вершин трансформировать один граф в другой, сохраняя связи между вершинами.*
- Это один из самых значительных результатов в теоретической информатике за последние несколько десятилетий.

P=?NP проблема

- Задача распознавания изоморфизма графов принадлежит классу NP, но неизвестно, является ли она NP-полной, или принадлежит классу P (при условии, что $P \neq NP$).
- Задача поиска изоморфного подграфа в графе является NP-полной.

P=?NP проблема

- Алгоритм Ласло Бабая заявлен как вычисляемый в *квазиполиномиальное* время.
- Это значит, что ему удалось практически свести проблему к задаче класса P:
- В декабре 2015 года статья с описанием нового алгоритма опубликована в открытом доступе.

Существование и гладкость решений уравнений Навье-Стокса

- Уравнения Навье-Стокса описывают движение вязкой жидкости.

Существование и гладкость решений уравнений Навье-Стокса

- Уравнения Навье-Стокса описывают движение вязкой жидкости.

Физическое явление, характеризующееся нерегулярными взаимными перемещениями объёмов жидкости и их перемешиванием в пространстве и времени, называется ***турбулентностью***.

Существование и гладкость решений уравнений Навье-Стокса

- Уравнения Навье-Стокса описывают движение вязкой жидкости:

  Физическое явление, характеризующееся нерегулярными взаимными перемещениями объёмов жидкости и их перемешиванием в пространстве и времени, называется ***турбулентностью***.

- Пример: завихрения, которые образует плывущая по реке лодка.

Существование и гладкость решений уравнений Навье-Стокса

- Явления турбулентности описываются уравнениями, названными именами их исследовавших математиков - Навье и Стокса.
- В проблеме речь идет о решениях таких уравнений.

Существование и гладкость решений уравнений Навье-Стокса

- Американский математик Теренс Тао опубликовал работу, в которой обосновывается невозможность решения посвященной задаче Навье-Стокса проблемы тысячелетия существующими на настоящий момент средствами.

Существование и гладкость решений уравнений Навье-Стокса

- Американский математик Теренс Тао опубликовал работу, в которой обосновывается невозможность решения посвященной задаче Навье-Стокса проблемы тысячелетия существующими на настоящий момент средствами.

- Препринт его статьи (Terence Tao, Finite time blowup for an averaged three-dimensional Navier-Stokes equation, доступен на arXiv.org.

-

Существование и гладкость решений уравнений Навье-Стокса

- Американский математик Теренс Тао опубликовал работу, в которой обосновывается невозможность решения посвященной задаче Навье-Стокса проблемы тысячелетия существующими на настоящий момент средствами.

- Препринт его статьи (Terence Tao, Finite time blowup for an averaged three-dimensional Navier-Stokes equation, доступен на arXiv.org.
-
- (http://arxiv.org/pdf/1402.0290v2.pdf)

Теренс Чи Шен Тау

Австралийский и американский математик, лауреат Филдсовской премии 2006 г.

«Гаусс XXI века»

Terence Tao (b. 1975)

Пол Эрдеш и Теренс Тао (10 лет) в университете Аделаиды, Австралия

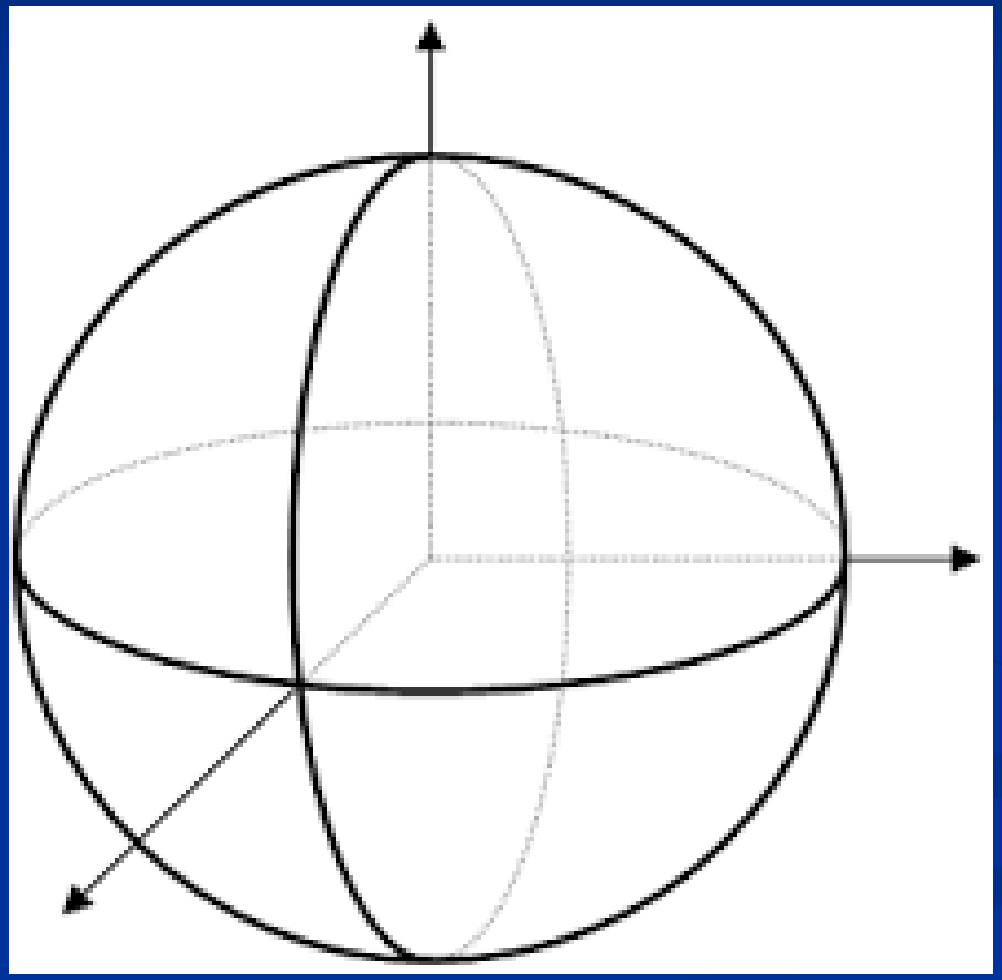
Гипотеза Пуанкаре о гомеоморфности односвязных поверхностей сфере

Великий французский математик
Анри Пуанкаре
(Jules Henri Poincare, 1854-1912)

Гипотеза Пуанкаре о гомеоморфности односвязных поверхностей сфере

Гипотеза Пуанкаре утверждает, что всякое односвязное компактное трёхмерное многообразие без края гомеоморфно трёхмерной сфере.

Двухмерная сфера



Гипотеза Пуанкаре о гомеоморфности односвязных поверхностей сфере

- ***Трехмерное топологическое многообразие без края*** - это хаусдорфово топологическое пространство со счётной базой, в котором каждая точка имеет открытую окрестность, гомеоморфную открытому подмножеству трехмерного Евклидова пространства.

Гипотеза Пуанкаре о гомеоморфности односвязных поверхностей сфере

- ***Односвязность*** многообразия означает, что в нем любая замкнутая линия, все точки которой принадлежат этому многообразию можно стянуть в точку, не выходя за его пределы.

Гипотеза Пуанкаре о гомеоморфности односвязных поверхностей сфере

- ***Односвязность*** многообразия означает, что в нем любая замкнутая линия, все точки которой принадлежат этому многообразию можно стянуть в точку, не выходя за его пределы.

- Например, сфера односвязна, а поверхность тора (бублика) не односвязна: легко убедиться, что в нем можно задать круги, которые нельзя стянуть в точку.

Гипотеза Пуанкаре о гомеоморфности односвязных поверхностей сфере

- ***Компактность*** многообразия означает, что в любом его покрытии открытыми множествами найдётся конечное подпокрытие.

Гипотеза Пуанкаре о гомеоморфности односвязных поверхностей сфере

- ***Компактность*** многообразия означает, что в любом его покрытии открытыми множествами найдётся конечное подпокрытие.

- Наконец, ***гомеоморфизм*** - взаимно-однозначное и непрерывное отображение, обратное к которому тоже непрерывно.

Гипотеза Пуанкаре о гомеоморфности односвязных поверхностей сфере

Таким образом, гомеоморфизм - это биекция, связывающая топологические структуры двух многообразий (в силу непрерывности биекции, образы и прообразы отображения являются открытыми множествами, определяющими топологии соответствующих многообразий).

Григорий Яковлевич Перельман

Один математический гений (***Анри Пуанкаре***) предположил, что те свойства Вселенной, которые устойчивы под гомеоморфизмами, можно изучать, изучая свойства трехмерной сферы, другой математический гений (***наш современник Григорий Яковлевич Перельман***) доказал, что это действительно так.

Григорий Яковлевич Перельман, Анри Пуанкаре (история и современность)