УЧЕНЫЕ ЗАПИСКИ КАЗАНСКОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО УНИВЕРСИТЕТА
Том 152, кн. 2 Физико-математические науки *2010*

УДК 537.632.2

ЭФФЕКТ КОТТОНА – МУТОНА ПРИ РЕЗОНАНСНОМ ВЗАИМОДЕЙСТВИИ ПРЕДЕЛЬНО КОРОТКИХ ИМПУЛЬСОВ С МНОГОУРОВНЕВЫМИ СРЕДАМИ

А.Н. Бугай, А.Ю. Пархоменко

Аннотация

Рассмотрен аналог эффекта Коттона – Мутона для предельно коротких импульсов. В предположении, что спектр импульса перекрывает все характерные частоты квантовых переходов, получена система нелинейных волновых уравнений для импульса, распространяющегося перпендикулярно направлению магнитного поля. Показано наличие нелинейных режимов прозрачности и солитоноподобной динамики.

Ключевые слова: эффект Коттона – Мутона, предельно короткий импульс.

Введение

В последние годы заметной тенденцией в развитии систем оптической обработки информации стало создание и поиск сред, позволяющих эффективно управлять свойствами проходящего через них света. Не в последнюю очередь это связано с бурным развитием технологии, позволяющей создавать искусственные среды [1] с наперед заданными свойствами (фотонные кристаллы, наноструктуры, оптически левые среды и т. п.).

Другой важной тенденцией является стремление увеличить быстродействие и пропускную способность за счет уменьшения длительности оптического импульса. К настоящему времени все активнее становится использование так называемых предельно коротких импульсов (ПКИ) [2], которые содержат всего несколько колебаний электромагнитного поля (вплоть до одного).

Одним из традиционных способов модификации излучения при прохождении его через среду является учет взаимодействия с постоянным внешним электрическим или магнитным полем [3]. Таким образом, возникает вопрос о реализации аналогичных явлений для ПКИ. Так, в работе [4] исследовался аналог нелинейного эффекта Фарадея.

В настоящей работе исследуется самосогласованная динамика ПКИ в магнитоактивных средах при сильном перекрытии спектром импульса всех квантовых переходов в геометрии Фохта (распространяющихся перпендикулярно внешнему магнитному полю), то есть речь идет об исследовании эффекта Коттона – Мутона для ПКИ.

1. Модельные уравнения

Условие перекрытия спектром ПКИ квантовых уровней может быть выражено соотношением [5, 6]:

$$\omega_{jk}\tau_p \ll 1, \tag{1}$$

где ω_{jk} – частота разрешенного перехода между уровнями j и k, τ_p – характерная длительность ПКИ. Пусть электромагнитный импульс распространяется вдоль

оси z под углом $\phi = \pi/2$ к направлению внешнего магнитного поля $\mathbf{H}$. В этом случае справедливы правила отбора $\Delta M = M_k - M_j = 0, \pm 1$, где $M_{k(j)}$ – проекция суммарного углового момента атома в k-м (j-м) состоянии на направление $\mathbf{H}$.

Эволюция состояния среды описывается уравнениями для элементов матрицы плотности $\hat{\rho}$:

$$\frac{\partial \rho_{jk}}{\partial t} = i\,\omega_{jk}\rho_{jk} + \frac{i}{\hbar}\left[\widehat{\rho}, \widehat{V}\right]_{jk}. \tag{2}$$

Для матричных элементов гамильтониана электро-дипольного взаимодействия $\widehat{V}$ импульса с полем согласно [6] будем иметь:

$$V_{jk} = -D_{jk}\left(1 - |\Delta M_{jk}|\right) E_e - \frac{d_{jk}}{\sqrt{2}}\,|\,\Delta M_{jk}|\,E_o,$$

где E_o – обыкновенная компонента электрического поля ПКИ (параллельна оси x), E_e – необыкновенная компонента (параллельна оси y), D_{jk} – дипольные моменты для π-переходов, d_{jk} – дипольные моменты для σ-переходов. При нормальном распространении к оптической оси продольная компонента поля E_z отсутствует [7].

Рассмотрим частный случай двухуровневой среды в слабом магнитном поле, которое вызывает расщепление уровней, малое по сравнению с частотой перехода ω. При этом предполагаем удаленность остальных квантовых уровней, не вовлеченных во взаимодействие с ПКИ.

Двухуровневое приближение справедливо для описания поляризационного отклика молекул газов, в то время как для жидкостей и твердых тел необходимо пользоваться, как минимум, трехуровневой моделью [8]. В этой связи имеет смысл рассмотрение резонансного взаимодействия ПКИ с двухуровневыми примесными центрами. В данном случае с учетом малой длительности ПКИ на роль примесных центров лучше всего подходят искусственные наноструктуры типа квантовых ям, точек и т. п. [9].

Характерные частоты низших квантовых уровней, образованных туннельными переходами в полупроводниковых гетероструктурах, имеют следующий порядок: $\omega_0 \sim 10^{13}$ с$^{-1}$ [9] (терагерцовый диапазон), в то время как частоты вышележащих переходов находятся уже в области оптических частот. Тогда при длительностях ПКИ $\tau_p \sim 10$ фс условие (1) выполняется.

В данных условиях матрица переходов $\widehat{V}$ будет иметь вид:

$$\hat{V} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -DE_e & -\dfrac{dE_o}{\sqrt{2}} \\ 0 & 0 & -\dfrac{dE_o}{\sqrt{2}} & -DE_e \\ -DE_e & -\dfrac{dE_o}{\sqrt{2}} & 0 & 0 \\ -\dfrac{dE_o}{\sqrt{2}} & -DE_e & 0 & 0 \end{pmatrix}. \tag{3}$$

Здесь $D = D_{13} = D_{23}$ и $d = d_{14} = d_{24}$.

Систему уравнений для элементов матрицы плотности будем решать методом последовательных приближений по малым динамическим параметрам $\omega_{jk}\tau_p$. Тогда в нулевом приближении получим:

$$\frac{\partial \widehat{\rho}^{(0)}}{\partial t} = \frac{i}{\hbar}\left[\widehat{\rho}^{(0)}, \widehat{V}\right].$$

Матрица $\widehat{V}$ коммутирует со своим интегралом по времени. В этом случае решение системы уравнений можно записать в виде [10]:

$$\widehat{\rho}^{(0)}(t) = \widehat{U}\,\widehat{\rho}(0)\widehat{U}^{+}, \quad \widehat{U} = \exp\left(\frac{i}{\hbar}\int\limits_{t_0}^{t}\widehat{V}(t')\,dt'\right). \tag{4}$$

Здесь $\widehat{\rho}(0)$ – начальная матрица плотности среды, имеющая диагональный вид. Соответствующие населенности уровней перед подачей на среду ПКИ равны W_1, W_2, W_3, W_4; t_0 – время начала воздействия ПКИ на атом. Далее, подставляя (4) в (2), ограничимся решением (2) в первом приближении $\hat{\rho}^{(1)}(t)$.

Для исследования самосогласованной динамики импульсов и среды дополним систему уравнений (2) уравнениями Максвелла для компонент электрического поля импульса:

$$\frac{\partial^2 E_{o,e}}{\partial z^2} - \frac{n^2}{c^2}\frac{\partial^2 E_{o,e}}{\partial t^2} = \frac{4\pi}{c^2}\frac{\partial^2 P_{o,e}}{\partial t^2}, \tag{5}$$

где P_o и P_e – обыкновенная и необыкновенная компоненты поляризации, которые определяются выражениями [6, 7]:

$$P_o = \frac{dN}{\sqrt{2}}\left(\rho_{14}^{(1)} + \rho_{41}^{(1)} + \rho_{23}^{(1)} + \rho_{32}^{(1)}\right), \quad P_e = DN\left(\rho_{13}^{(1)} + \rho_{31}^{(1)} + \rho_{24}^{(1)} + \rho_{42}^{(1)}\right). \tag{6}$$

n – показатель преломления прозрачной среды, N – концентрация примесных резонансных центров.

В силу вещественности матрицы (3) для компонент поляризации будут справедливы соотношения [4]:

$$\frac{\partial P_o}{\partial t} = i\sqrt{2}dN\left(\omega_{14}\rho_{14}^{(0)} + \omega_{23}\rho_{23}^{(0)}\right), \quad \frac{\partial P_e}{\partial t} = iDN\left(\omega_{13}\rho_{13}^{(0)} + \omega_{24}\rho_{24}^{(0)}\right). \tag{7}$$

Здесь $\omega_{13} = \omega + \Delta\omega_1/2 - \Delta\omega_2/2$, $\omega_{14} = \omega + \Delta\omega_1/2 + \Delta\omega_2/2$, $\omega_{23} = \omega - \Delta\omega_1/2 - \Delta\omega_2/2$, $\omega_{24} = \omega - \Delta\omega_1/2 + \Delta\omega_2/2$, где $\Delta\omega_1$ и $\Delta\omega_2$ характеризуют величины расщепления нижнего и верхнего уровня соответственно.

Подставим (7) в волновое уравнение (5). Пусть $d^2N/\hbar\omega \ll 1$, тогда соответствующее уравнение можно редуцировать, используя приближение однонаправленного распространения [11], к следующим нелинейным уравнениям:

$$\frac{\partial^2\theta_{o,e}}{\partial z\partial\tau} + \alpha_{o,e}(\beta_{o,e} + \cos\theta_{e,o})\sin\theta_{o,e} = 0. \tag{8}$$

Здесь

$$\tau = t - nz/c, \quad \theta_o = \frac{\sqrt{2}d}{\hbar}\int\limits_{-\infty}^{t} E_o\,dt', \theta_e = \frac{2D}{\hbar}\int\limits_{-\infty}^{t} E_e\,dt',$$

$$\alpha_o = \frac{2\pi d^2 N W_1\omega}{\hbar cn}, \quad \alpha_e = \frac{2\pi D^2 N W_1\omega}{\hbar cn}, \quad \beta_o = \frac{\Delta\omega_1 + \Delta\omega_2}{2\omega}, \quad \beta_e = \frac{\Delta\omega_1 - \Delta\omega_2}{2\omega}.$$

В отсутствие магнитного поля различие между компонентами E_o и E_e стирается и (8) переходит в известное уравнение синус-Гордона [11]. Скорость ПКИ в уравнении (8) можно найти, воспользовавшись методом аналитического продолжения дисперсионных параметров на комплексную плоскость [12]:

$$\frac{1}{v_{o,e}} = \frac{n}{c} + \alpha_{o,e}(1 + \beta_{o,e})\tau_p^2. \tag{9}$$

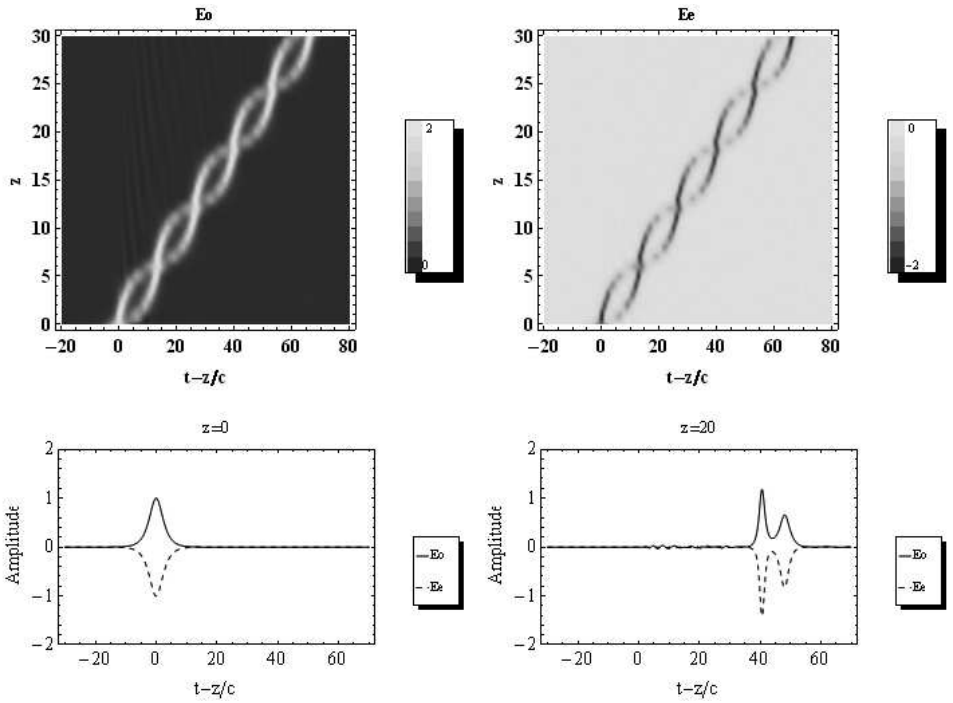

Рис. 1. Эволюция 2π-импульса СИП в условиях взаимодействия обыкновенной и необыкновенной волн

Из (9) следует, что

$$n_e - n_o = [\alpha_e(1+\beta_e) - \alpha_o(1+\beta_o)]\tau_p^2. \tag{10}$$

В отсутствие магнитного поля ($d \to D, \quad \Delta\omega_{1,2} \to 0$) выражение (10) обращается в нуль. Таким образом, можно говорить об аналоге эффекта Коттона–Мутона [3] для предельно коротких импульсов.

Ввиду большого сходства (8) с уравнением синус-Гордона проведем исследование распространения ПКИ в резонансных режимах прозрачности.

2. Результаты численного моделирования

Дальнейшее исследование проведем с помощью численного моделирования нелинейных уравнений (8). В качестве начального профиля на входе в среду для каждой из импульсных компонент возьмем решение типа 2π-импульса уравнения синус-Гордона.

Результаты вычислений приведены на рис. 1–3. Амплитуды полей здесь заданы в величинах $E_o^{(m)} = \hbar/(\sqrt{2}d\tau_p)$ и $E_e^{(m)} = \hbar/(2D\tau_p)$ для обыкновенной и необыкновенной компонент соответственно. Временная шкала нормировалась на длительность импульса τ_p, а пространственная задавалась в единицах характерной длины дисперсионного расплывания $Z_d = \hbar c/(2\pi d^2 N\omega_0\tau_p)$. Для определенности полагаем также $D = \sqrt{2}d$, $\Delta\omega_1 = 0.15\omega_0$, $\Delta\omega_2 = 0.05\omega_0$.

Когда временные профили импульсных компонент не перекрываются, динамика каждой компоненты не отличается от описываемой уравнением синус-Гордона. Если же имеется перекрывание профилей, то распространение обеих составляющих может происходить в связанном режиме, сопровождаясь биениями, как это показано на рис. 1.

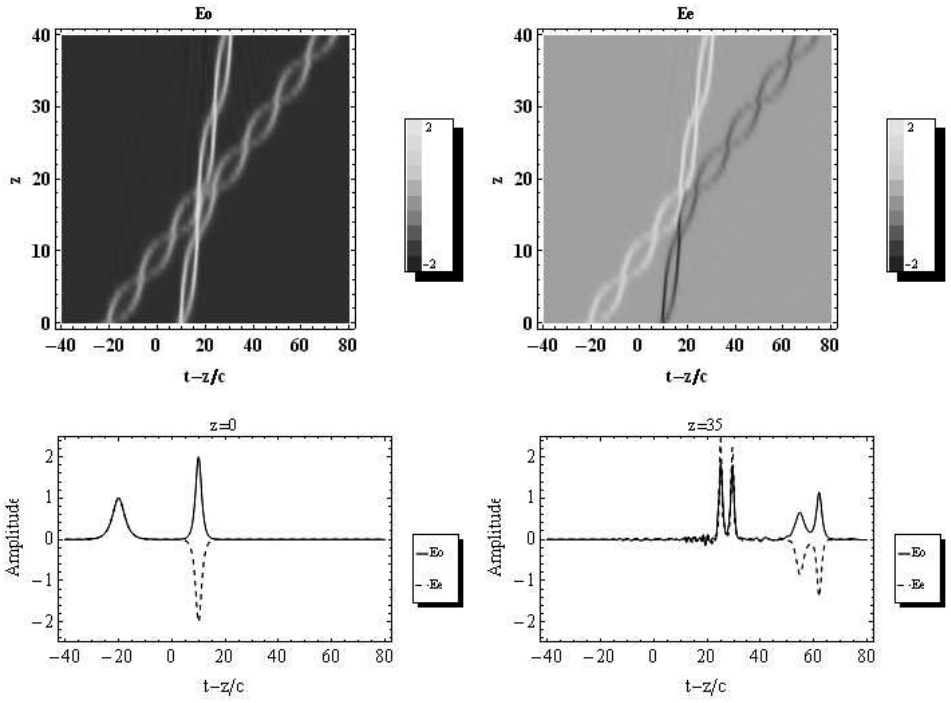

Рис. 2. Квазиупругое столкновение двухкомпонентных волн типа 2π-импульсов СИП

Такие связанные состояния типа двухкомпонентных «дышащих» 2π-импульсов демонстрируют квазисолитонное поведение. Хотя их распространение и происходит с сохранением формы, столкновения их являются неупругими, то есть имеет место потеря энергии на излучение. В случае, когда суммарная временна́я площадь сигнала хотя бы одной из компонент не равна нулю, столкновение происходит в целом с сохранением формы импульсов, то есть является квазиупругим (рис. 2). Если же суммарная временная площадь сигналов обеих компонент равна нулю, то столкновение является неупругим (рис. 3), а двухкомпонентные 2π-импульсы преобразуются в 0π-импульсы (бризеры) с заметным уходом энергии в излучение.

Приведем оценки характерных параметров среды и импульса. Пусть $\omega_0/2\pi \sim$ ~ 1 ТГц, $\tau_p \sim 10$ фс, а дипольные моменты переходов $d, D \sim 10^{-17}$ СГСЭ [13], тогда при интенсивностях импульса порядка $1 \div 10$ ГВт/см^2 временны́е площади сигналов θ_o, $\theta_e|_{\tau\to\infty} \cong 2\pi$. Взяв концентрацию примесных центров $N \sim 10^{19}$ см$^{-3}$, что примерно соответствует уровню допирования $\sim 1\%$, получим характерные длины дисперсионного расплывания $Z_d \sim 0.1$ мм. Расщепления $\Delta\omega_{1,2} \sim 0.1\omega_0$ достигаются при магнитных полях $H \sim 10^5$ Э. Тогда для относительной разности линейных показателей преломления получим $(n_o - n_e)/n \sim 10^{-2}$. Данная величина примерно на порядок превосходит типичные величины классического эффекта Коттона–Мутона [3] для указанных значений напряженности магнитного поля.

Заключение

В настоящей работе рассмотрены особенности взаимодействия предельно коротких импульсов с двухуровневой средой, помещенной в постоянное магнитное поле. В предположении, что спектр импульса перекрывает все характерные частоты

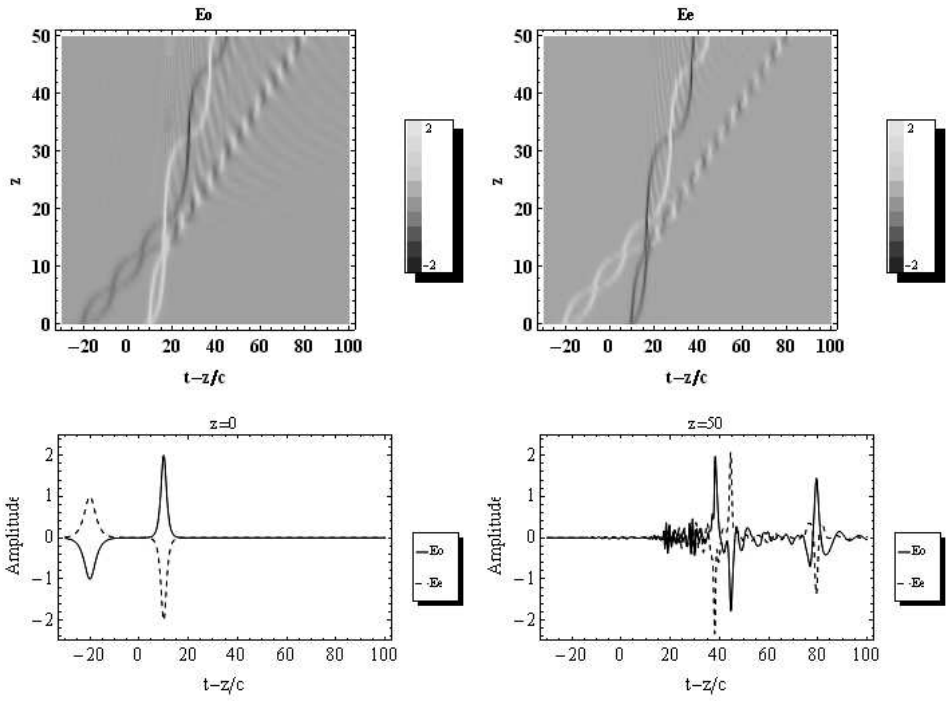

Рис. 3. Процесс неупругого столкновения двухкомпонентных волн типа 2π-импульсов СИП. Формирование двухкомпонентных 0π-импульсов (бризеров)

квантовых переходов, получена система нелинейных волновых уравнений для импульса, распространяющегося перпендикулярно направлению магнитного поля. Показано, что в первоначально изотропной среде возникает двойное лучепреломление, то есть речь идет об аналоге эффекта Коттона – Мутона для ПКИ. Роль оптической оси здесь выполняет направление магнитного поля. Анализ нелинейных уравнений с помощью численного моделирования выявил наличие нелинейных режимов прозрачности.

Двухкомпонентные аналоги 2π-импульсов уравнения синус-Гордона демонстрируют наличие солитоноподобного поведения. В принципе, такие свойства ПКИ в среде с индуцированной магнитным полем анизотропией могут представлять интерес для систем оптической обработки и передачи информации.

Работа выполнена при частичной поддержке РФФИ (проект № 09-02-00503а) и Фонда «Династия».

Summary

A.N. Bugay, A.Yu. Parkhomenko. The Cotton – Mouton Effect under Resonant Interaction between Extremely Short Pulses and Multilevel Media.

The article deals with an analog of the Cotton – Mouton effect for extremely short pulses. Under the assumption that the pulse spectrum overlaps all quantum transition frequencies, the system of nonlinear wave equations describing the pulse propagation in the direction perpendicular to the external magnetic field is derived. The nonlinear transparency regimes and the soliton-like dynamics are demonstrated.

Key words: Cotton – Mouton effect, extremely short pulse.

Литература

1. *Unlu M., Ozbay E., Goldberg B.B., van Hulst N.F.* Introduction to the Issue on Nanophotonics // IEEE J. Selected Topics in Quant. Electr. – 2006. – V. 12, No 6. – P. 1069–1071.
2. *Brabec T., Krausz F.* Intense few-cycle laser fields: Frontiers of nonlinear optics // Rev. Mod. Phys. – 2000. – V. 72, No 2. – P. 545–591.
3. *Бимс Дж.В.* Двойное лучепреломление в электрическом и магнитном поле // Усп. физ. наук. – 1933. – Т. 13, № 2. – С. 209–252.
4. *Пархоменко А.Ю., Сазонов С.В.* Магнитное вращение плоскости поляризации предельно коротких импульсов в равновесных и неравновесных средах // Квант. Электрон. – 1999. – Т. 27, № 2. – С. 139–144.
5. *Беленов Э.М., Назаркин А.В., Ущаповский В.А.* Динамика распространения и взаимодействия сгустков электромагнитного поля в двухуровневых средах // ЖЭТФ. – 1991. – Т. 100, № 3. – С. 762–775.
6. *Сазонов С.В., Соболевский А.Ф.* О нелинейном распространении предельно коротких импульсов в оптически одноосных средах // ЖЭТФ. – 2003. – Т. 123, № 6. – С. 1160–1178.
7. *Сазонов С.В.* Эффекты резонансной прозрачности в анизотропной среде с постоянным дипольным моментом // ЖЭТФ. – 2003. – Т. 124, № 4. – С. 803–819.
8. *Козлов С.А.* О классической теории дисперсии высокоинтенсивного света // Оптика и спектроскопия. – 1995. – Т. 79, № 2. – С. 290–292.
9. *Демиховский В.Я., Вугальтер Г.А.* Физика квантовых низкоразмерных структур. – М.: Логос, 2000. – 248 с.
10. *Лаппо-Данилевский И.А.* Применение матричных функций к теории линейных систем обыкновенных дифференциальных уравнений. – М.: Гостехиздат, 1957. – 456 с.
11. *Додд Р., Эйлбек Дж., Гиббон Дж., Моррис Х.* Солитоны и нелинейные волновые уравнения. – М.: Мир, 1988. –694 с.
12. *Сазонов С.В.* О предельно коротких и квазимонохроматических электромагнитных солитонах в двухкомпонентной среде // ЖЭТФ. – 2001. – Т. 119, № 3. – С. 419–433.
13. *Zhang W., Govorov A.O., Bryant G.W.* Semiconductor-Metal Nanoparticle Molecules: Hybrid Excitons and the Nonlinear Fano Effect // Phys. Rev. Lett. – 2006. – V. 97. – P. 146804-1–146804-4.

Поступила в редакцию
26.01.10

Бугай Александр Николаевич – кандидат физико-математических наук, научный сотрудник Объединенного института ядерных исследований, г. Дубна.

E-mail: *bugay_ aleksandr@mail.ru*

Пархоменко Александр Юрьевич – кандидат физико-математических наук, старший научный сотрудник Объединенного института ядерных исследований, г. Дубна.

E-mail: *parkhomenko@jinr.ru*