

УДК 535.7+535.18

## ПОЛНОЕ ОТРАЖЕНИЕ ОПТИЧЕСКИХ ВОЛН В СРЕДАХ С ИНДУЦИРОВАННОЙ НЕОДНОРОДНОСТЬЮ

*А.П. Сухоруков*

### Аннотация

Дан обзор работ по исследованию полного внутреннего отражения от границы двух сред и плавных неоднородностей. Изложены основы теории полного отражения: выведено уравнение траекторий в слоистой среде, найден критический угол полного отражения. Рассмотрен механизм отражения от неоднородностей, созданных лазерным пучком в нелинейных средах. Результаты численного моделирования хорошо согласуются с данными лазерного эксперимента по наблюдению полного отражения в поглощающей среде с тепловой дефокусирующей нелинейностью в кювете со спиртом.

**Ключевые слова:** оптика, волна, полное внутреннее отражение, неоднородность, луч, траектория, нелинейность, дефокусировка.

### Введение

Полное внутреннее отражение (ПВО) при переходе света в менее плотную среду относится к фундаментальным явлениям волновой физики [1]. Открытое в оптике явление ПВО широко используется в различных областях науки и техники, таких, как когерентная оптика (призмы, сенсоры, световоды); нелинейная оптика (солитоны, переключатели); акустика (звуковые каналы), гидродинамика (подводные каналы), радиоп физика (ионосферная связь) и т. д. В статье рассматривается ПВО в оптическом диапазоне длин волн.

Явление ПВО впервые было описано в начале XVII в. великим немецким астрономом, математиком, оптиком Иоганном Кеплером (1571–1630) [2]. В то время он издал трактат по оптике «Дополнения к Вителлию» и книгу «Диоптрика», которые положили начало становлению оптики как науки. Кеплер описал преломление света, рефракцию, общую теорию линз, предложил более совершенную конструкцию телескопа. Чтобы зарабатывать на жизнь и иметь возможность заниматься любимой астрономией, Иоганн вынужден был служить астрологом при дворах знатных вельможах. До нас дошло следующее высказывание Кеплера, которое показывает его истинное отношение к астрологии: «Конечно, эта астрология — глупая дочка, но, Боже мой, куда бы делась её мать, высокоумная астрономия, если бы у неё не было глупенькой дочки! Свет ведь ещё гораздо глупее и так глуп, что для пользы этой старой разумной матери глупая дочка должна болтать и лгать. И жалованье математиков так ничтожно, что мать, наверное, голодала, если бы дочь ничего не зарабатывала». Можно заметить, что схожую роль сыграли алхимики в развитии химии как науки. Наибольшую известность И. Кеплеру принесли открытия трех законов движения небесных тел, сделанные на основе обработки огромного массива астрономических наблюдений.

Обоснование эффекта ПВО дал Виллеброрд Снелл, известный также под латинизированным именем Снеллиус (1591–1626), голландский математик и физик,



Рис. 1. Преломление и отражение лучей от границы раздела двух сред в соответствии с законом Снеллиуса

профессор Лейденского университета. В 1621 г., после многочисленных экспериментов по оптике, он открыл закон преломления лучей, позже названный его именем [3]. Перу Снеллиуса принадлежат весьма значимые труды по математике, астрономии, физике, геодезии, навигации. Своих результатов исследования ПВО Снеллиус не публиковал – они пылились в архивах, пока не были обнаружены Рене Декартом, который включил их в свой фундаментальный труд «Начала философии». Выдающийся вклад в науку о преломлении и отражения света внесли Исаак Ньютон (1643–1727) и Огюст Френель (1788–1827). Отметим, что Даниэль Колладон (1802–1893) впервые продемонстрировал ПВО при волноводном распространении света в изогнутой струе воды. Такова краткая история открытия явления ПВО.

Затем интерес к задачам полного отражения расширился в связи с созданием ионосферных линий связи на радиочастотах, исследованием распространения акустических волн в подводных каналах, потребностями волоконной и нелинейной оптики и т. д. [4–7].

В данной работе нас интересует ПВО от плавной неоднородности, наведенной мощным лазерным пучком в нелинейной среде. В отличие от искусственных и естественных структур, параметрами индуцированных неоднородностей можно управлять, варьируя мощность, ширину, профиль пучка накачки. ПВО от перестраиваемых неоднородностей можно использовать для быстрого переключения оптических каналов, по которым передается информация.

## 1. Полное внутреннее отражение от границы раздела двух сред

**1.1. Геометрическая теория ПВО.** Снеллиус сформулировал закон преломления на границе двух сред в следующем виде [1–3]:

$$n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2, \quad (1)$$

где  $\theta_1$  – угол падения,  $n_1$  – показатель преломления в первой среде, а  $\theta_2$  – угол преломления,  $n_2$  – показатель преломления во второй среде (рис. 1, слева). Для некоторых задач выражение (1) следует переписать для углов скольжения между лучом и поверхностью раздела  $\varphi_j = \pi/2 - \theta_j$ :

$$n_1 \cos \varphi_1 = n_2 \cos \varphi_2. \quad (2)$$

При переходе луча из более плотной среды в менее плотную,  $n_1 > n_2$ , существует критический угол падения  $\theta_c$ , при котором преломленный луч не проходит

во вторую среду, а идет вдоль поверхности раздела с  $\varphi_2 = 0$ ,  $\theta_2 = \pi/2$  (рис. 1, справа). Волны, падающие под меньшим углом  $\varphi_1 < \varphi_c$ , полностью отражаются от границы. Это явление называется полным внутренним отражением. Критический угол легко находится из (1), (2):

$$\theta_c = \arcsin(n_2/n_1), \quad \varphi_c = \arccos(n_2/n_1). \quad (3)$$

Следует заметить, что закон Снеллиуса (1) выведен в приближении геометрической оптики, и поэтому он не описывает соотношение интенсивностей и поляризацій падающего, преломленного и отраженного лучей. Это можно сделать в рамках волновой теории, основы которой заложили Френель, Гюйгенс и др.

Приведем значения критических углов ПВО для ряда материалов: в стекле  $n_1 = 1.5 - 1.7$  и  $\theta_c = 30 - 42^\circ$ ; в воде  $n_1 = 1.33$  и  $\theta_c = 49^\circ$ ; в алмазе  $n_1 = 2.42$  и  $\theta_c = 24^\circ$ . Именно благодаря относительно малому критическому углу алмазы при определенной огранке превращаются в бриллианты.

ПВО нашло широкое применение при изготовлении призм; призмных биноклей и телескопов (управление ходом лучей происходит без применения зеркал); сенсоров (в зазор между призмами вводится исследуемое вещество) и ЖК затворов (между призмами помещается слой ЖК, который меняет свои свойства под действием электрического поля и создает условие для ПВО).

Явление ПВО можно наблюдать и при малом отличии величин показателей преломления соприкасающихся сред  $n_1 - n_2 \ll n_1$ . В данном случае скользкий угол ПВО можно выразить простой формулой

$$\varphi_c = \sqrt{2(n_1 - n_2)/n_1}. \quad (4)$$

Даже при разнице показателей преломления в пятом знаке после запятой  $n_1 - n_2 = 5 \cdot 10^{-5} n_1$  критический угол ПВО имеет вполне измеряемую величину  $\varphi_c = 10^{-2} = 0.57^\circ$ .

**1.2. Волновая теория ПВО.** При отражении света от задней грани призмы в менее плотной среде образуется неоднородная поверхностная волна, в которой поверхность равной фазы перпендикулярна поверхности равной амплитуды:  $A(\varphi_2 = 0) = A_0 \exp(ikz - x/h)$ . Амплитуда поверхностной волны экспоненциально спадает вглубь менее плотной среды, энергия локализуется в слое толщиной  $h$  в несколько длин волн [8]. Если достаточно близко от поверхности расположить другую призму, то волна может преодолеть малый зазор. В подтверждение эффекта ПВО с туннелированием интересный опыт поставили Л.И. Мандельштам и П. Селенин (см. [6]). Они погрузили стеклянную призму нижней гранью в жидкость, в которой было растворено флуоресцентное вещество. Свет, падая через призму на границу жидкости под углом большим критического значения, испытывал на границе эффект ПВО. Однако часть светового потока, проникая в тонкий слой приграничной жидкости, вызывал его флуоресцентное свечение. Цвет флуоресценции отличался от цвета падающего излучения, а свечение приграничного слоя дало возможность наблюдать этот эффект.

Эффект полного внутреннего отражения используется в оптических волноводах [7, 8]. Сердцевина волокна создаётся из стекла с высоким показателем преломления и помещается в оптически менее плотную среду (пластиковую оболочку или воздух). В результате отражения от границ по волноводу бежит неоднородная волна с неизменяющимися амплитудным и фазовым профилями. Она представляет собой моду волновода и рассчитывается на основе волнового уравнения. Световоды используются для передачи информации на большие расстояния.

## 2. Полное отражение в слоисто-неоднородной среде

Пусть показатель преломления зависит только от одной координаты,  $n(x)$ . Это может быть связано со слоистой структурой среды или с наведением неоднородности внешним воздействием, например лазерным пучком. В такой слоистой среде сохраняется величина проекции волнового вектора на ось [8]:  $k = (\omega/c)n(x) \cos \varphi(x) = \text{const}$ . Выбирая начальную точку  $x = x_0$ , получаем обобщение закона преломления на неоднородные среды:

$$n(x) \cos \varphi(x) = n_0 \cos \varphi_0. \quad (5)$$

В двухслойной среде выражение (5) переходит в формулу Снеллиуса (2). Для малых углов скольжения  $\varphi = dx/dz \ll 1$  в слабо неоднородной среде с  $n(x) \approx n_0$  из (5) можно получить уравнение для траектории луча в парааксиальном приближении [8]:

$$dx/dz = \pm \sqrt{2} \sqrt{\varphi_0^2/2 + [n(x) - n_0]/n_0}. \quad (6)$$

Знак перед радикалом меняется при прохождении точки поворота, в которой луч идет параллельно оси. Полагая в (6)  $dx/dz = 0$ , находим из подкоренного выражения уравнение для координаты точки поворота:

$$n(x_t) = n_0(1 - \varphi_0^2/2). \quad (7)$$

Из (7) следует, что отражение происходит от слоя с меньшим показателем преломления, чем в исходной точке,  $n(x_t) < n_0$ . Причем чем больше начальный угол наклона  $\varphi_0$ , тем глубже проникает луч в неоднородные слои. При отражении от колоколообразной неоднородности (углубления в профиле  $n(x)$ ) с минимумом показателя преломления, равным  $n_{\min}$ , критический угол ПВО определяется простой формулой

$$\varphi_c = \sqrt{2(n_0 - n_{\min})}. \quad (8)$$

Уравнение луча (6) можно преобразовать к виду

$$\frac{d^2x}{dz^2} = \frac{1}{n_0} \frac{dn(x)}{dx}. \quad (9)$$

Отсюда видно, что кривизна траектории луча определяется градиентом показателя преломления. В линейном слое  $n(x) = n_0(1 - x/H)$  лучи имеют форму параболы  $x = \varphi_0 z - z^2/(2H)$ . В ее вершине  $x_t = \varphi_0^2 H/2$ ,  $z_t = \varphi_0 H$  находится точка поворота луча. Ход луча при отражении от отрицательной неоднородности с гауссовым профилем показан на рис. 2. Явление полного отражения наблюдается в атмосфере (миражи), ионосфере (отражение радиоволн), подводной акустике (звуковые каналы), оптических клиньях и т. д.

Эффекты типа ПВО можно описать с помощью параболического уравнения для огибающей волнового пучка  $A$  [8]:

$$i \frac{\partial A}{\partial z} - \frac{1}{2k} \left( \frac{\partial^2 A}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 A}{\partial x^2} \right) = k_0 [n(x) - n(x_0)] A. \quad (10)$$

Неоднородность  $n(x) > n(x_0)$  можно рассматривать как притягивающий потенциал, а  $n(x) < n(x_0)$  — как отталкивающий потенциал. В оптических волноводах реализуется первый случай. В градиентном волноводе с профилем показателя преломления  $n(x) = n(x_0)[1 + \alpha ch^{-1}(x/w)]$  формируется мода

$$A(x, z) = A_0 \text{ch}^{-1}(x/w) \exp(-iz/(2kw^2)); \quad (11)$$

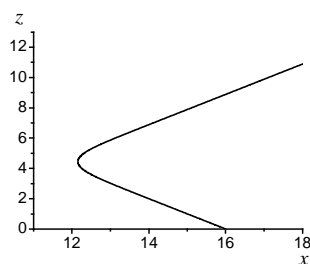


Рис. 2. Траектория луча при отражении от индуцированной гауссовым лазерным пучком неоднородности  $n(x) = n_0 - n_{nl} \exp[-(x - 12)^2]$

ширина волноводного пучка и глубина неоднородности связаны соотношением  $\alpha k^2 w^2 = 1$ . Согласно геометрической оптике (6) лучи периодически фокусируются и тем самым удерживаются около оси волновода.

Другая ситуация возникает в среде с дефокусирующим каналом, в котором профиль показателя преломления имеет вид углубления, как, например, функция  $n(x) = n(0)[1 - \alpha th^2(x/w)]$ . В таком канале может распространяться пучок с провалом интенсивности на оси:

$$A(x, z) = A_0 \operatorname{th}(x/w) \exp(iz/kw^2) \quad (12)$$

при выполнении условия  $\alpha k^2 w^2 = 1$ . Здесь лучи отражаются от отрицательного потенциала, не достигая центра.

### 3. Явление полного отражения в нелинейной среде

**3.1. Пространственные солитоны.** Явление ПВО играет определяющую роль в солитонной физике. Волновая динамика пространственного солитона в среде с кубической нелинейностью  $n = n_0 + n_2 |A|^2$  описывается нелинейным уравнением Шредингера для медленно меняющейся амплитуды  $A$  (ср. с (10)) [7, 8]:

$$i \frac{\partial A}{\partial z} - \frac{1}{2k} \left( \frac{\partial^2 A}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 A}{\partial y^2} \right) = \frac{\omega}{n_0 c} n_2 |A|^2 A. \quad (13)$$

Характер распространения зависит от соотношения между дифракционной  $L_{\text{dif}} = \pi n_0 w^2 / \lambda$  и нелинейной  $L_{\text{nl}} = \lambda n_0 / (n_2 |A(0)|^2)$  длинами, где  $w$  – ширина пучка,  $\lambda$  – длина волны.

В среде с положительной нелинейностью  $n_2 > 0$  возможен баланс дифракционного расплывания и самофокусировки  $L_{\text{dif}} = L_{\text{nl}}$ , при котором стационарное решение нелинейного уравнения Шредингера (13) имеет колоколообразную форму  $A = A_0 \operatorname{ch}^{-1}(x/w) \exp(-iqz)$ . Такой волновой пучок называется светлым пространственным солитоном, который удерживается в нелинейном градиентном волноводе (ср. с (11)).

В дефокусирующей среде с отрицательной нелинейностью  $n_2 < 0$  формируется темный солитон, в центре которого амплитуда равна нулю:  $A = A_0 \operatorname{th}(x/w) \exp(iqz)$ . Здесь наблюдается аналогия с модой отрицательного канала (12). При балансе  $L_{\text{dif}} = L_{\text{nl}}$  «лучи» отражаются от оси темного волновода, не доходя до его центра.

**3.2. Полное отражение от индуцированной неоднородности.** Отрицательную неоднородность можно создать в нелинейной дефокусирующей среде

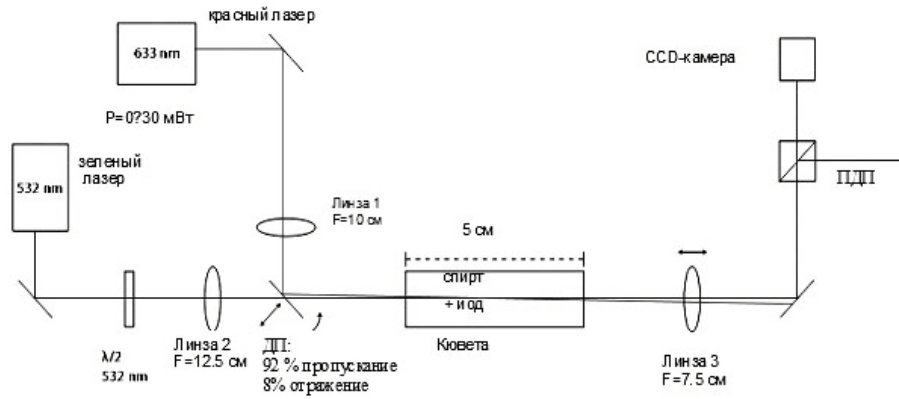


Рис. 3. Схема экспериментальной установки по наблюдению отражения лазерного пучка от пучка другой частоты в поглощающей среде – кювете со спиртовым раствором

с  $n(|A|^2) < n(0)$ . В дефокусирующих средах с кубической нелинейностью  $n = n_0 + n_2|A|^2$  должно быть  $n_2 < 0$ . К этому классу относятся, в частности, фоторефрактивные кристаллы. В умеренно поглощающих средах основную роль играет тепловая нелинейность  $n = n_0 + dn/dT(T - T_0)$  с источником тепла от лазерных пучков разных частот:

$$\kappa \left( \frac{\partial^2 A}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 A}{\partial y^2} \right) = \delta_1 |A_1|^2 + \delta_2 |A_2|^2, \quad (14)$$

где  $\kappa$  – коэффициент теплопроводности,  $\delta_j$  – коэффициент поглощения.

Направим в поглощающую среду два пучка разных частот: мощный пучок накачки и слабый сигнальный пучок. Их огибающие подчиняются уравнениям

$$i \frac{\partial A_j}{\partial z} - \frac{1}{2k} \left( \frac{\partial^2 A_j}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 A_j}{\partial y^2} \right) = -(\delta_j/2)A_j + k_{0j} \frac{dn}{dT}(T - T_0)A_j \quad (15)$$

с граничными условиями

$$A_j = E_j \exp[-(x/w_j)^2 - (y/w_j)^2 - i k_j \varphi_{0j} x], \quad (j = 1, 2). \quad (16)$$

Для описания полного отражения от индуцированной неоднородности можно воспользоваться выражениями (6)–(9). Применяя формулу (7), находим критический угол нелинейного ПВО

$$\varphi_{c, nl} = \sqrt{2[n_{nl}(x_0) - n_{nl}(0)]/n_0}. \quad (17)$$

В нелинейных средах показатели преломления на периферии и на оси пучка обычно отличаются не более чем на  $10^{-4}n_0$ . Тогда полное отражение будут испытывать волны, распространяющиеся под углом к пучку накачки менее  $0.8^\circ$ . Это подтвердилось в эксперименте, схема которого представлена на рис. 3.

**3.3. Эксперимент по нелинейному отражению лазерного пучка от пучка другой частоты.** Спиртовой раствор йода был помещен в пластиковую кювету. Кювета ставилась на пути двух лазерных пучков, распространяющихся в одном направлении. Красный лазер работал на длине волны 633 нм с регулируемой мощностью от 0 до 30 мВт и поляризацией пучка (с помощью  $\lambda/2$

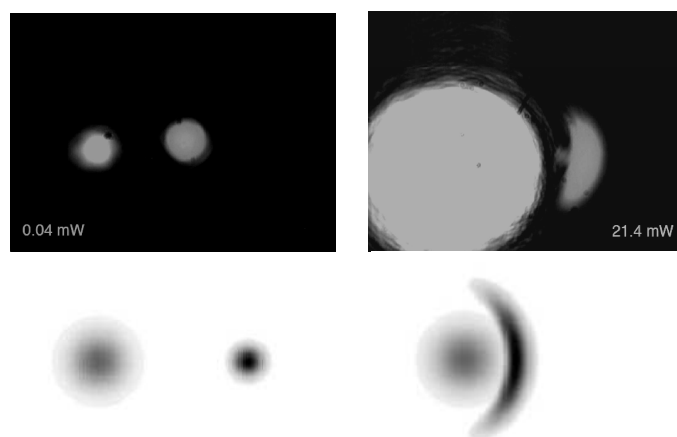


Рис. 4. Поперечные сечения лазерных пучков на выходе из кюветы со спиртом при малой мощности опорного лазера (отражение отсутствует) и при большой мощности 21.4 мВт. Верхний ряд – экспериментальные снимки с помощью ССD-камеры, нижний ряд – результаты численного моделирования

пластины). Второй зеленый пучок имел длину волны 632.8 нм и фиксированную мощность 0.71 мВт с учетом  $\sim 0.056$  мВт, отраженных в жидкость после делителя пучков. Измеренное линейное поглощение излучения лазера на длине волны 532 нм составило 45.5%. Пучки могли фокусироваться независимо друг от друга линзами  $L_1$  и  $L_2$ . Два пучка пересекали друг друга или в начале, или внутри кюветы. Фокус каждого пучка находился приблизительно в одном и том же месте в жидкости. Делитель пучков можно было перемещать, чтобы изменить точку пересечения пучков при сохранении постоянным угла между ними. Третья линза  $L_3$  использовалась, чтобы вывести выходную грань кюветы на цветную цифровую камеру. Поляризационный делитель пучков использовался в комбинации с пластиной  $\lambda/2$ , чтобы отфильтровать зеленый пучок так, чтобы изображение не насыщалось зеленым цветом. Красный фильтр мог быть вставлен перед камерой, чтобы полностью удалить зеленую засветку из изображения. Ширина перетяжки зеленого пучка равна 18.7 мкм. В экспериментах эффект отражения исследовался для нескольких уровней мощности и разных углов пересечения и положений в кювете. В качестве примера на рис. 4 верхнем ряду показано изображение пучков на торце кюветы при малой мощности красного излучения  $P_1 \approx 1$  мВт (слева), когда отражение отсутствует, и большой мощности  $P_1 = 24$  мВт (справа), когда зеленый пучок отразился от красного пучка. В нижнем ряду показаны сечения пучков, рассчитанные численно при решении уравнений (13)–(15). Видно хорошее соответствие экспериментальных снимков и сечений пучков, полученных при численном моделировании.

Вычисления критического угла по формуле (13) для проведенного эксперимента дают величину  $\varphi_c \approx 0.013$ , что хорошо согласуется с условием полного отражения в эксперименте:  $\varphi_0 \approx 0.008 < \varphi_c$ . Из рис. 4 видно, что лазерный пучок после отражения от зеленого пучка цилиндрической формы приобрел слегка серповидную форму поперечного сечения. Это эффект выпуклого нелинейного зеркала; он проявляется и в численных экспериментах (рис. 4, правый столбец).

### Заключение

Таким образом, явление ПВО света и в наши дни играет большую роль в научных исследованиях и в различных приложениях, начиная от спектроскопии

до динамического управления лазерными пучками. Новую жизнь ПВО приобрело в волоконной оптике и нелинейной оптике. В самофокусирующих средах формируются локализованные структуры, в частности пространственные солитоны. В дефокусирующих средах можно создавать индуцированные тела в форме лазерных пучков. С помощью нелинейного ПВО индуцированную объемную неоднородность можно сделать непрозрачной и наблюдать отражение лазерного пучка одной частоты от лазерного пучка другой частоты.

Работа выполнена при поддержке грантами «Ведущие научные школы» (НШ-671.2008.2), РФФИ (№ 08-02-00717, 09-02-01028).

### Summary

*A.P. Sukhorukov.* Total Reflection of Optical Waves in Media with Induced Inhomogeneity.

The review of research works on total internal reflection from the boundary of two media and smooth layered inhomogeneity is presented. Bases of the theory of total reflection are given: the equation of trajectories in the layered media is derived, the critical angle of total reflection is found. The mechanism of reflection from the inhomogeneity created by a laser beam in nonlinear media is considered. The results of numerical simulation nicely agree with the data of the laser experiment when one laser beam is reflected from other laser beam in a cuvette filled with the colored alcohol.

**Key words:** optics, wave, total internal reflection, inhomogeneity, ray, trajectory, nonlinearity, defocusing.

### Литература

1. *Тарасов Л.В., Тарасова А.Н.* Беседы о преломлении света. – М.: Изд-во ЛКИ, 2008. – 176 с.
2. *Бэнвилл Д.* Кеплер / Пер. с англ. – М.: Текст, 2008. – 288 с.
3. *Вилейтнер Г.* История математики от Декарта до середины XIX столетия / Пер. с нем. – М.: Наука, 1966. – 507 с.
4. *Кизель В.А.* Современное состояние теории отражения света // Усп. физ. наук. – 1967. – Т. 92. – С. 479–517.
5. *Бреховских Л.М.* Волны в слоистых средах. – М.: Наука, 1973. – 344 с.
6. *Шварцбург А.Б.* Туннелирование электромагнитных волн — парадоксы и перспективы // Усп. физ. наук. – 2007. – Т. 177. – С. 43–58.
7. *Кившарь Ю.С., Агравал Г.П.* От волоконных световодов к фотонным кристаллам / Пер. с англ. – М.: Физматлит, 2005. – 648 с.
8. *Виноградова М.Б., Руденко О.В., Сухоруков А.П.* Теория волн. – М.: Наука, 1990. – 432 с.
9. *Lobanov V.E., Kalinovich A.A., Sukhorukov A.P., Bennet F., Neshev D.* Nonlinear reflection of optical beams in the media with a thermal nonlinearity // Laser Physics. – 2009. – V. 19, No 5. – P. 1–5.

Поступила в редакцию  
16.01.09

---

**Сухоруков Анатолий Петрович** – доктор физико-математических наук, профессор, заведующий кафедрой фотоники и физики микроволн физического факультета Московского государственного университета им. М.В. Ломоносова.

E-mail: [apsmsu@gmail.com](mailto:apsmsu@gmail.com)