

УДК 519.63:532.546

МОДЕЛИРОВАНИЕ РАЗРАБОТКИ НЕФТЯНОГО ПЛАСТА МЕТОДОМ СУПЕРЭЛЕМЕНТОВ С ЛОКАЛЬНОЙ ДЕТАЛИЗАЦИЕЙ РЕШЕНИЯ

А.Б. Мазо, К.А. Поташев

Казанский (Приволжский) федеральный университет, г. Казань, 420008, Россия

Аннотация

В статье предлагается метод двухэтапного моделирования разработки нефтяного пласта, использующий две модели различной степени детализации для процессов разных пространственно-временных масштабов. На первом этапе описывается глобальная динамика заводнения нефтяной залежи (масштабы – километры и годы). Для этого используется крупная расчетная сетка суперэлементов с характерным размером ячейки 200–500 м, на которой решаются осредненные уравнения двухфазной фильтрации. При записи этих уравнений предварительно выполняются специальные процедуры апскейлинга абсолютной и относительных фазовых проницаемостей. На втором этапе строится локальное (для группы суперэлементов) уточнение модели для расчета мелкомасштабных фильтрационных течений (масштабы – метры и сутки). Например, локальное уточнение решения может проводиться при моделировании геолого-технических мероприятий (ГТМ) на участке пласта. Для этого используются детальная пространственная сетка, имеющая достаточное разрешение для описания геологической структуры коллектора, и временной шаг, пригодный для описания быстротекущих процессов ГТМ. Начальные и граничные условия локальной задачи формулируются на основе глобального суперэлементного решения. Приводится пример двухэтапного моделирования разработки нефтяной залежи слоистой структуры с локальным уточнением модели в период изоляции обводненного высокопроницаемого пропластка.

Ключевые слова: суперэлементный метод, численное моделирование, нефтяной пласт, локальное уточнение, моделирование геолого-технических мероприятий, двухфазная фильтрация, демасштабирование

Введение

Для сокращения размерности расчетных сеток при моделировании нефтяного пласта обычно используется техника осреднения (ремасштабирования, апскейлинга) [1–4]. При этом теряется возможность описания мелкомасштабных фильтрационных процессов, характерных для сложных геолого-технических мероприятий (ГТМ). Альтернативным вариантом сокращения времени вычислений является использование детальных сеток не одновременно для всей залежи, а в локальных подобластях. Примерами такого подхода является семейство многомасштабных методов [5–8], которые сводятся к построению детального поля скоростей на основе решения уравнения для давления на грубой сетке и последующего решения уравнения переноса насыщенности на мелкой сетке. При этом значительная часть вычислительной работы для расчета насыщенности является излишней для моделирования глобальной динамики заводнения пласта.

Настоящая статья демонстрирует возможности применения двухэтапного суперэлементного (СЭ) моделирования, использующего модели различной степени детализации для описания разномасштабных процессов. Такой подход, на наш взгляд, позволяет не только на порядки сократить вычислительные затраты при решении задач проектирования нефтяной залежи, но и повысить точность расчетов по сравнению со многими традиционными методами.

В настоящей работе рассмотрен способ локального уточнения модели за счет выделения небольшого участка ГТМ и построения на нем мелкой сетки для детального расчета краткосрочных последствий изоляции обводненного интервала перфорации одной скважины.

Для расчета глобальной динамики разработки строится СЭ-модель [9–12] на крупных (с шагом 200–500 м по горизонтали и 10–100 м по вертикали) неструктурированных расчетных сетках с числом ячеек, сопоставимым с количеством скважин на месторождении. Это позволяет сократить длительность счета в сотни раз по сравнению с расчетами, традиционно использующими сетки с шагом 30–50 м. Удовлетворительная точность расчетов при этом достигается за счет формулировки задач для гладких осредненных полей давления и насыщенности, а также выполнения процедур апскейлинга фильтрационно-емкостных свойств пласта с переходом к тензорным полям абсолютной проницаемости (АП) коллектора [3, 13] и модифицированным функциям относительных фазовых проницаемостей (ОФП) [4, 14]. СЭ-модель обеспечивает расчет проектных показателей разработки нефтяных пластов и прогноз глобальной динамики запасов и энергетического состояния залежи. Однако она не позволяет проводить моделирование сравнительно быстрых мелкомасштабных процессов, например, сопровождающих ГТМ по повышению нефтеотдачи пласта; поэтому требуется локальное уточнение СЭ-решения на более детальных пространственно-временных расчетных сетках. Принципиальным вопросом моделирования разработки отдельного участка является формулировка начальных и граничных условий на основе СЭ-решения. Эти условия определяют одностороннюю связь между глобальным и локальным уточненным решениями.

Предложенный подход продемонстрирован на примере моделирования разработки небольшой нефтяной залежи слоистой структуры, вскрытой рядной системой вертикальных совершенных скважин. Наличие высокопроницаемого пропластка приводит к прорыву воды к добывающим скважинам. Для изоляции водопритока выполняется частичная заливка интервала перфорации на отдельной скважине. Это приводит к резкому изменению фильтрационных потоков в окрестности проводимого ГТМ. Моделирование последствий данного мероприятия выполняется с помощью локального уточнения суперэлементного решения.

1. Методика двухэтапного суперэлементного моделирования нефтяного пласта

Математическая модель суммарного потока, описывающая двухфазную фильтрацию в нефтяном пласте, содержит два уравнения для давления p и водонасыщенности s [15]:

$$\frac{\partial m}{\partial t} + \operatorname{div} \mathbf{u} = 0, \quad (1)$$

$$\frac{\partial ms}{\partial t} + \operatorname{div} (f(s) \mathbf{u}) = 0, \quad (2)$$

$$\mathbf{u} = -\sigma(s) \nabla p, \quad \sigma = \frac{k}{\mu} = \frac{k}{\mu_w} \varphi(s), \quad \varphi(s) = k_w(s) + K_\mu k_o(s), \quad K_\mu = \frac{\mu_w}{\mu_o}, \quad (3)$$

$$f(s) = \frac{k_w(s)}{\varphi(s)}, \quad k_w(s) = \bar{s}^n, \quad k_o(s) = (1 - \bar{s})^n, \quad \bar{s} = \frac{s - s_*}{s^* - s_*} \in [0, 1], \quad n = 1 \div 4.$$

В уравнениях (1)–(3) не учитываются капиллярные и гравитационные силы, а также сжимаемость насыщающих пласт флюидов. Используются обозначения: t – время; s_* , s^* – пределы изменения насыщенности; m , k – пористость и абсолютная проницаемость пласта; \mathbf{u} – скорость фильтрации суммарного потока; f – доля воды в потоке; σ – гидропроводность; φ – подвижность смеси; μ – динамическая вязкость двухфазного флюида, μ_w , μ_o – вязкости водной и нефтяной фаз; k_w , k_o – функции относительных фазовых проницаемостей.

Зависимость пористости от давления принимается в линейном виде:

$$m(p) = m_0 [1 + \beta^* (p - p_0)], \quad (4)$$

где p_0 – давление в невозмущенном пласте с пористостью m_0 , а β^* – сжимаемость скелета пласта.

После введения безразмерных переменных

$$\bar{x} = \frac{x}{L}, \quad \bar{y} = \frac{y}{L}, \quad \bar{z} = \frac{z}{L}, \quad \bar{t} = \frac{t}{t^0}, \quad t^0 = \frac{L}{u^0}, \quad \bar{p} = \frac{p - p_0}{\Delta p},$$

$$\bar{u} = \frac{u}{u^0}, \quad u^0 = \frac{\mu_w \Delta p}{k^0 L}, \quad \bar{\sigma} = \frac{\mu_w \sigma}{k^0}, \quad \bar{\beta} = \beta^* \Delta p$$

с использованием характерных для напорной фильтрации масштабов величин

$$L \sim 10^2 \text{ м}, \quad \Delta p \sim 10^7 \text{ Па}, \quad k^0 \sim 10^{-13} \text{ м}^2,$$

$$\mu_w \sim 10^{-3} \text{ Па} \cdot \text{с}, \quad \beta^* \sim 10^{-10} \text{ Па}^{-1}, \quad m_0 \sim 10^{-1}$$

уравнения (1), (2) с учетом (4) переписуются в виде (черта над безразмерными величинами опущена)

$$m_0 \beta \frac{\partial p}{\partial t} + \text{div } \mathbf{u} = 0, \quad \mathbf{u} = -\sigma \text{ grad } p, \quad (5)$$

$$m_0 [1 + \beta p] \frac{\partial s}{\partial t} + \text{div} (f(s) \mathbf{u}) = -m_0 s \beta \frac{\partial p}{\partial t}, \quad (6)$$

где параметр β безразмерной упругоёмкости является малым, $\beta \sim 10^{-3} \ll 1$. Это позволяет пренебречь произведением βp по сравнению с единицей в первом члене уравнения (6). Более того, если производная $\partial p / \partial t$ порядка единицы, то можно отбросить и правую часть этого уравнения. Резкое изменение давления, когда следует учитывать упругоёмкость пласта, может наблюдаться лишь в ближайшей окрестности скважины при мгновенной смене режима ее работы. Непосредственно из уравнения (5) следует, что безразмерный радиус этой окрестности оценивается величиной $\sqrt{m_0 \beta / \sigma_w} \ll 1$, где $\sigma_w \sim 1$ – безразмерная гидропроводность прискважинной зоны. Численные эксперименты показывают, что для адекватного учета упругого режима фильтрации достаточно сохранить первое слагаемое уравнения (5), а тем же членом в правой части (6) можно пренебречь, используя для расчета насыщенности уравнение

$$m_0 \frac{\partial s}{\partial t} + \text{div} (f(s) \mathbf{u}) = 0. \quad (7)$$

Для подтверждения этого положения ниже приводится сравнение результатов численного моделирования двухфазной фильтрации в окрестности нагнетательной скважины с помощью уравнений (5), (6) и с помощью уравнений (5), (7) в двух случаях: для мгновенной смены забойного давления

$$r = r_w : p = \begin{cases} 1, & t < 0.001, \\ 2, & t \geq 0.001 \end{cases}$$

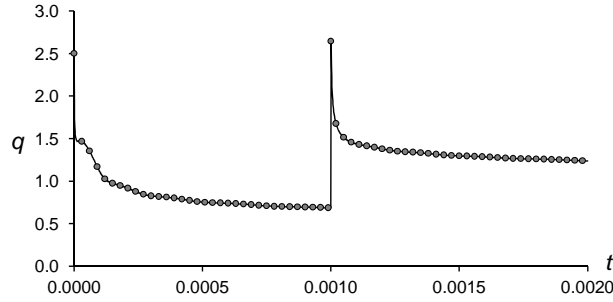


Рис. 1. Динамика приемистости скважины при мгновенной смене забойного давления:
 ● – из решения уравнений (5), (6), сплошная линия – из решения уравнений (5), (7)

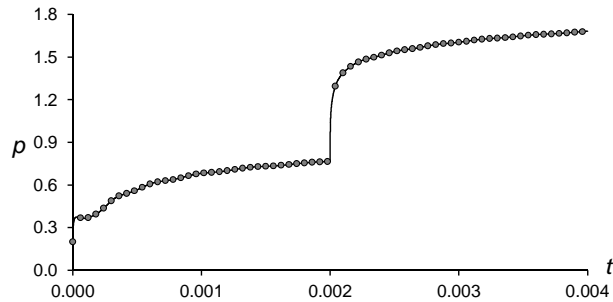


Рис. 2. Динамика забойного давления скважины при мгновенной смене приемистости:
 ● – из решения уравнений (5), (6), сплошная линия – из решения уравнений (5), (7)

и для мгновенной смены приемистости

$$r = r_w : q = 2\pi r_w u(r_w) = \begin{cases} 0.5, & t < 0.002, \\ 1, & t \geq 0.002. \end{cases}$$

Полученные двумя способами кривые динамики приемистости и забойного давления практически совпадают (рис. 1, 2). При этом максимальное расхождение величин насыщенности не превосходит 0.05%, а величин давления – 0.01%. Таким образом, в дальнейшем для описания двухфазной фильтрации в пласте будем использовать систему уравнений (5), (7).

Опишем теперь общую последовательность действий при двухэтапном СЭ-моделировании.

1. Вся область пласта D покрывается суперэлементной расчетной сеткой. Проводится апскейлинг абсолютной проницаемости (АП) и относительных фазовых проницаемостей (ОФП). Выполняется численное моделирование глобальной динамики разработки пласта на интервале времени $0 \leq t \leq T$; отыскиваются осредненные сеточные функции давления $P(\mathbf{x}, t)$ и водонасыщенности $S(\mathbf{x}, t)$ в области $\mathbf{x} = (x, y, z) \in D$, $t \in [0, T]$.

2. Задается участок $\Omega \subset D$, состоящий из малого числа суперэлементов, и короткий временной интервал $t \in [t_0, t_0 + \tau]$, $\tau \ll T$, на котором требуется выполнить локальное уточнение суперэлементного решения, например, для описания действия ГТМ, проведенного в момент времени $t = t_0$. Граница $\partial\Omega$ участка Ω состоит из внешней Γ и внутренней γ частей. Внешняя часть Γ – это непрерывная поверхность, являющаяся объединением всех внешних граней составляющих

участок суперэлементов. Внутренняя часть γ представлена совокупностью поверхностей γ_i всех скважин, расположенных внутри участка Ω .

3. Область участка Ω покрывается детальной расчетной сеткой для решения уравнений двухфазной фильтрации (5), (7) для мелкомасштабных изменений давления p и насыщенности s .

4. Для решения уравнений (5), (7) задаются начальные

$$t = t_0, \quad \mathbf{x} \in \Omega: \quad p = p^0(\mathbf{x}), \quad s = s^0(\mathbf{x}); \quad (8)$$

и граничные условия. На внешней границе Γ ставится условие третьего рода [16]

$$\mathbf{x} \in \Gamma: \quad \sigma \frac{\partial p}{\partial n} = -\alpha(p - P_e), \quad \alpha = \frac{\sigma}{h}, \quad (9)$$

где P_e – суперэлементное решение на расстоянии h от границы Γ в направлении внешней нормали n на момент t_0 . На «входных» участках Γ^{in} : $\mathbf{u} \cdot \mathbf{n} < 0$ дополнительно задается насыщенность s_Γ , которая строится по крупномасштабной насыщенности S . На внутренней границе γ – объединении поверхностей γ_i скважин – ставятся нелокальные граничные условия: задаются величины дебита при постоянном давлении на скважине,

$$\mathbf{x} \in \gamma_i: \quad - \int_{\gamma_i} \sigma \frac{\partial p}{\partial n} d\gamma = q_i(t), \quad p = p_i = \text{const}. \quad (10)$$

На поверхностях нагнетательных скважин дополнительно задается условие $\bar{s} = 1$.

Начальное распределение насыщенности s_0 в (8) строится на детальной сетке с помощью процедуры демасштабирования (даунскейлинга) среднего поля S в суперэлементах на момент времени $t = t_0$. Функция p_0 в начальном условии (8) задается как решение стационарной задачи для давления p . Поскольку $\tau \ll T$, функции P_e и s_Γ в граничных условиях можно считать не зависящими от времени.

5. Решается задача (5), (7)–(10) локального уточнения модели на детальной сетке. Строятся сеточные функции $p(\mathbf{x}, t)$, $s(\mathbf{x}, t)$, $\mathbf{x} \in \Omega$, $t \in [t_0, t_0 + \tau]$.

6. Найденные функции давления p и насыщенности s используются для расчета технологических показателей работы скважин на участке ГТМ.

Отметим, что второй этап суперэлементного моделирования – локальное уточнение модели (п. 2–6) – может выполняться для произвольного числа участков и на разные моменты времени. При этом первый этап – моделирование глобальной динамики разработки на сетке суперэлементов (п. 1) – выполняется только один раз и не предполагает использования мелкомасштабных полей p , s для какого-либо уточнения функций P , S на СЭ-сетке.

2. Пример двухэтапного моделирования

Рассмотрим пример локального уточнения СЭ-модели заводнения нефтяного пласта. Геологическая модель залежи образована тремя пропластками и двумя слабопроницаемыми перемычками. Проницаемость второго пропластка ($120 \cdot 10^{-15} \text{ м}^2$) значительно выше проницаемости первого ($6 \cdot 10^{-15} \text{ м}^2$) и третьего ($20 \cdot 10^{-15} \text{ м}^2$). Проницаемости перемычек задавались равными $0.15 \cdot 10^{-15} \text{ м}^2$. Абсолютная проницаемость пропластков и их пористость связаны формулой Козени [17]. Карта общей толщины пласта показана на рис. 3. Средняя протяженность залежи в двух ортогональных направлениях – 2.5 и 1.5 км (рис. 3).

На момент условного начала разработки (январь 2000 г.) залежь полностью насыщена нефтью. Вязкости воды и нефти полагались равными $\mu_w = 0.001 \text{ Па} \cdot \text{с}$,

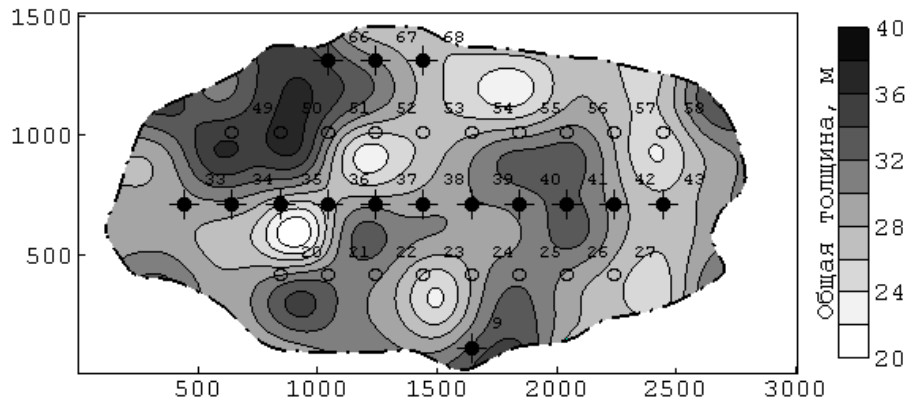


Рис. 3. Проекция на горизонтальную плоскость модельной нефтяной залежи с отсечением по внешнему контуру нефтеносности

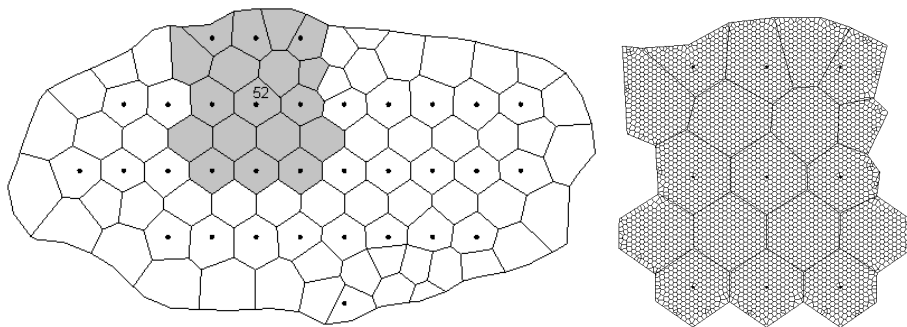


Рис. 4. Покрытие площади залежи суперэлементарной сеткой, область уточнения модели (слева) и ее покрытие детальной сеткой (справа)

$\mu_o = 0.002 \text{ Па} \cdot \text{с}$. Функции ОФП задавались в виде квадратичных зависимостей ($n = 2$).

Пласт разрабатывается рядной системой 33 скважин (рис. 3), из которых 15 – нагнетательные с приемистостью $150 \text{ м}^3/\text{сут}$, и 18 – добывающие с дебитом $100 \text{ м}^3/\text{сут}$. Средний шаг сетки скважин 200 м. Скважины вертикальны и совершенны по степени вскрытия пласта. На добывающей скважине № 52 на 1 января 2004 г. происходит заливка части интервала перфорации в области высокопроницаемого пропластка для изоляции водопритока. Действие данного ГТМ описывалось с помощью локального уточнения СЭ-модели в окрестности скважины № 52.

На СЭ-сетке со средним диаметром СЭ 225 м (рис. 4) моделировалась разработка всей залежи с января 2000 г. Для локального уточнения был выделен участок вокруг скважины № 52, содержащий окружающие его 8 скважин (рис. 4). Этот участок был покрыт детальной расчетной сеткой со средним диаметром 15 м, содержащей по вертикали 5 конечных объемов согласно структурным поверхностям пропластков и перемычек. Решение задачи (5), (7)–(10) на детальной сетке строилось на отрезке времени с июля 2003 г. до января 2006 г.

При построении начального распределения насыщенности s_0 в качестве процедуры даунскейлинга использовалось обобщение на трехмерный случай простейшей методики [18–20]. В ней используются два предположения: 1) сначала обводняются более проницаемые пропластки; 2) вытеснение нефти водой носит поршневой

Табл. 1

Параметры расчетных сеток и длительность вычислений

Расчетная сетка	Латеральный шаг сетки, м	Число слоев сетки по вертикали, ед.	Размерность сетки, ед.	Период моделирования	Длительность вычислений, мин
Суперэлементная на всей залежи	225	1	90	январь 2000 г. – январь 2006 г.	Апскейлинг АП, 16 Апскейлинг ОФП, 87 Расчет, 0.25
Детальная на участке	15	5	17900	июль 2003 г. – январь 2006 г.	35
Детальная на всей залежи	15	5	92100	январь 2000 г. – январь 2006 г.	216

характер. Распределение заданного объема воды внутри пласта сводится к отысканию такой величины абсолютной проницаемости k^* , чтобы слои с проницаемостью $k < k^*$ были насыщены нефтью, а слои с $k > k^*$ – водой при условии совпадения общего объема фаз в слоистом и осредненном однородном пластах. Применительно к рассматриваемой трехмерной задаче обобщение данной методики было реализовано следующим образом.

1) для каждого СЭ $V \subset \Omega$ со средней пористостью M и известной на момент даунскейлинга средней насыщенностью S определялись расположенные внутри него элементы V_i детальной сетки;

2) найденные элементы V_i упорядочивались по убыванию значений абсолютной проницаемости k_i ;

3) в каждом V_i упорядоченного набора последовательно задавалась единичная водонасыщенность $s_i = 1$ до выполнения условия $\sum_{i=1}^N m_i |V_i| \geq M |V| S$.

В качестве «точного» решения использовалось решение, построенное на детальной сетке во всей области залежи с начала разработки – январь 2000 г. Размеры блоков сетки задавались аналогично случаю детальной сетки участка локального уточнения. Детальная сетка всей залежи содержала 92100 конечных объемов. Моделирование разработки всей залежи на суперэлементной и детальной сетках выполнялось до января 2006 г.

Сводная информация по затратам машинного времени при решении задач на различных расчетных сетках приведена в табл. 1. Время, необходимое для построения модели на СЭ-сетке, складывается из трех составляющих – апскейлинга АП, апскейлинга ОФП и непосредственно моделирования заводнения пласта (табл. 1). При этом затраты на моделирование составляют менее 1%, поскольку процедуры апскейлинга требуют решения большого числа вспомогательных задач на подробных сетках. С другой стороны, апскейлинг выполняется лишь один раз при построении СЭ-сетки, поэтому использование суперэлементной модели (СЭМ) обладает значительными преимуществами при проведении многовариантных проекторочных расчетов на крупных нефтяных месторождениях.

Заметим, что, поскольку была рассмотрена модель небольшой нефтяной залежи, содержащей всего 33 скважины, и малый период ее разработки (6 лет), то время, затраченное на построение локального уточнения суперэлементной модели на участке с 9 скважинами, оказалось лишь в несколько раз меньше длительности моделирования на детальной сетке залежи в целом. При рассмотрении крупных месторождений, насчитывающих сотни и тысячи скважин и разрабатываемых в течение нескольких десятков лет, вычислительные затраты на построение локальных и глобальной моделей на детальных сетках будут отличаться на несколько порядков. Например, расчетная сетка со средним размером ячеек 15 м на 1 м на нефтяной

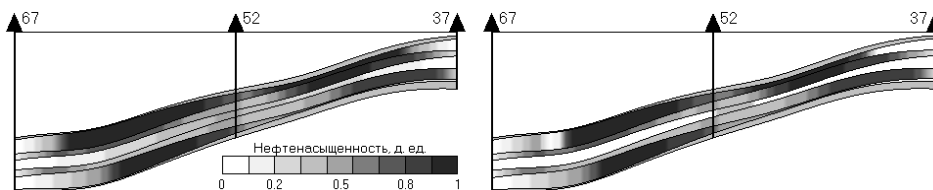


Рис. 5. Распределение насыщенности в разрезе пласта на январь 2006 г. по детальной модели всей залежи (слева), по локальному уточнению СЭМ (справа)

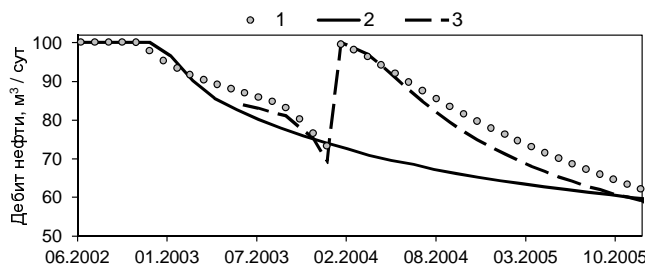


Рис. 6. Расчетный дебит нефти скважины № 52: 1 – точное решение, 2 – СЭМ, 3 – СЭМ с уточнением

залежи протяженности 5 км и толщины 50 м будет иметь размерность порядка $5 \cdot 10^6$. При этом, согласно проведенным оценкам, время, необходимое для построения одного варианта численного решения во всей области залежи, увеличится примерно в 100 раз по сравнению с рассмотренным примером, то есть составит порядка 15 сут. В то же время размерность СЭ-сетки возрастет лишь в 5 раз, а длительность СЭ-моделирования не превысит 2 мин. Затраты же времени на разовое предварительное выполнение апскейлинга будут составлять порядка 10 ч.

3. Результаты локального уточнения решения

СЭ-сетка позволяет описать поведение средней насыщенности, но не дает подробной картины распределения насыщенности по пропласткам, необходимой для задания начального условия (8) на детальной расчетной сетке. Для этого выполняется даунскейлинг поля насыщенности. Результаты даунскейлинга в рассмотренном примере слоистого пласта показали вполне удовлетворительное совпадение демасштабированного поля и соответствующего распределения насыщенности, рассчитанного на детальной сетке.

Проведенные расчеты показали, что с течением времени согласие между полями насыщенности, полученными по модели локального уточнения и по детальной модели всей залежи, в определенной степени сохраняется (рис. 5).

Вследствие изоляции высокопроницаемого и наиболее обводненного пропластка некоторое время после заливки обводненность скважины № 52 будет снижена за счет притока к ней нефти из верхнего и нижнего менее проницаемых слоев. Затем в эти слои перетекает вода из изолированного пропластка, что приводит к росту обводнения отбираемой скважиной жидкости. Такое поведение отбора нефти подтверждено расчетами как по детальной модели всего пласта, так и при локальном уточнении СЭМ, при этом динамика дебита нефти, рассчитанная с помощью локального уточнения СЭМ, близка к точной (рис. 6). Кривая, полученная в рамках первого этапа СЭМ на грубой сетке, описывает лишь среднее поведение истинной

динамики обводнения. Но спустя определенное время действия эффекта данного ГТМ показатели работы скважины, рассчитанные на грубой СЭ-сетке и на детальных мелких сетках, сближаются (рис. 6).

Заключение

Представлена методика двухэтапного СЭ-моделирования нефтяного пласта с локальным уточнением решения, пригодная для проектирования и оценки эффективности ГТМ на отдельных участках нефтяного пласта. Преимущество подхода в сравнении с обычным сгущением сетки во всей области фильтрации наглядно проявляется при проведении многовариантных проектировочных расчетов на крупных нефтяных месторождениях. Вычислительные затраты определяются в основном предварительным этапом ремасштабирования при построении суперэлементной модели и слабо зависят от числа участков локального уточнения решения.

Методика локального уточнения СЭ-решения продемонстрирована на примере моделирования перераспределения фильтрационных потоков за счет изоляции отдельных интервалов, с минимальной коррекцией она применима и к другим методам повышения нефтеотдачи пласта, например, циклической закачки внедряемого агента, кислотной обработки призабойной зоны скважин, зарезки боковых стволов и других мероприятий.

Точность результатов локального уточнения решения СЭ-модели разработки нефтяного пласта в значительной степени определяется качеством процедуры даунскейлинга водонасыщенности – переноса функции S , подсчитанной на грубой сетке суперэлементов, на детальную сетку, построенную на выбранном участке залежи. Принятая в работе простейшая методика демасштабирования S при определении начального распределения насыщенности s_0 нуждается в совершенствовании. Этой проблеме предполагается посвятить дальнейшие исследования.

Благодарности. Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ и Правительства РТ (проекты № 15-41-02698, 15-41-02699).

Литература

1. *Durlofsky L.J.* Coarse scale models of two phase flow in heterogeneous reservoirs: volume averaged equations and their relationship to existing upscaling techniques // *Comput. Geosci.* – 1998. – V. 2, No 2. – P. 73–92. – doi: 10.1023/A:1011593901771.
2. *Беляев А.Ю.* Усреднение в задачах теории фильтрации. – М.: Наука, 2004. – 200 с.
3. *Мазо А.Б., Поташев К.А.* Апскейлинг абсолютной проницаемости для суперэлементной модели разработки нефтяного пласта // *Матем. моделирование.* – 2017. – Т. 29, № 6. – С. 89–102.
4. *Мазо А.Б., Поташев К.А.* Апскейлинг относительных фазовых проницаемостей для суперэлементного моделирования разработки нефтяных пластов // *Матем. моделирование.* – 2017. – Т. 29, № 3. – С. 81–94.
5. *Aarnes J.E., Kippe V., Lie K.-A.* Mixed multiscale finite elements and streamline methods for reservoir simulation of large geomodels // *Adv. Water. Res.* – 2005. – V. 28, No 3. – P. 257–271. – doi: 10.1016/j.advwatres.2004.10.007.
6. *Efendiev Y., Ginting V., Hou T., Ewing R.* Accurate multiscale finite element methods for two-phase flow simulations // *J. Comput. Phys.* – 2006. – V. 220, No 1. – P. 155–174. – doi: 10.1016/j.jcp.2006.05.015.

7. *Jenny P., Lee S., Tchelepi H.* Adaptive fully implicit multiscale finite-volume methods for multi-phase flow and transport in heterogeneous porous media // *J. Comput. Phys.* – 2006. – V. 217, No 2. – P. 627–641. – doi: 10.1016/j.jcp.2006.01.028.
8. *Пергамент А.Х., Семилетов В.А., Толин П.Ю.* О некоторых многомасштабных алгоритмах секторного моделирования в задачах многофазной фильтрации // *Матем. моделирование.* – 2010. – Т. 22, № 11. – С. 3–17.
9. *Мазо А.Б., Булыгин Д.В.* Суперэлементы. Новый подход к моделированию разработки нефтяных месторождений // *Нефть. Газ. Новации.* – 2011. – Т. 11. – С. 6–8.
10. *Мазо А.Б., Поташев К.А., Калинин Е.И., Булыгин Д.В.* Моделирование разработки нефтяных месторождений методом суперэлементов // *Матем. моделирование.* – 2013. – Т. 25, № 8. – С. 51–64.
11. *Булыгин Д.В., Мазо А.Б., Поташев К.А., Калинин Е.И.* Геолого-технические аспекты суперэлементной фильтрационной модели нефтяных месторождений // *Георесурсы.* – 2013. – Т. 53, № 3. – С. 31–35.
12. *Mazo A., Potashev K., Kalinin E.* Petroleum reservoir simulation using super element method // *Proc. Earth Planet. Sci.* – 2015. – V. 15. – P. 482–487. – doi: 10.1016/j.proeps.2015.08.053.
13. *Mazo A.B., Potashev K.A.* Upscaling of absolute permeability for a super-element model of petroleum reservoir // *IOP Conf. Ser.: Mater. Sci. Eng.* – 2016. – V. 158, No 1. – Art. 012068, P. 1–6.
14. *Поташев К.А., Абдрашитова Л.Р.* Учет неоднородности заводнения области дренирования скважины при крупноблочном моделировании разработки нефтяного пласта // *Учен. зап. Казан. ун-та. Сер. Физ.-матем. науки.* – 2017. – Т. 159, кн. 1. – С. 116–129.
15. *Баренблатт Г.И., Ентов В.М., Рыжик В.М.* Движение жидкостей и газов в природных пластах. – М.: Недра, 1984. – 212 с.
16. *Поташев К.А., Мазо А.Б., Рамазанов Р.Г., Булыгин Д.В.* Анализ и проектирование разработки участка нефтяного пласта с использованием модели фиксированной трубки тока // *Нефть. Газ. Новации.* – 2016. – Т. 187, № 4. – С. 32–40.
17. *Kozeny J.* Uber kapillare Leitung des Wassers im Boden // *Sitzungsber Akad. Wiss., Wien.* – 1927. – V. 136, pt. 2a. – P. 271–306.
18. *Stiles W.E.* Use of permeability distribution in waterflood calculations // *J. Pet. Technol.* – 1949. – V. 1, No 1. – P. 9–13. – doi: 10.2118/949009-G.
19. *Dykstra H., Parsons R.* The prediction of oil recovery by waterflooding // *Secondary Oil Recovery of Oil in the United States.* – Washington, DC: API, 1950. – P. 160–174.
20. *Булыгин В.Я.* Гидромеханика нефтяного пласта. – М.: Недра, 1974. – 232 с.

Поступила в редакцию
21.06.17

Мазо Александр Бенцианович, доктор физико-математических наук, профессор кафедры аэрогидромеханики

Казанский (Приволжский) федеральный университет
ул. Кремлевская, д. 18, г. Казань, 420008, Россия
E-mail: ABMazo1956@gmail.com

Поташев Константин Андреевич, кандидат физико-математических наук, доцент кафедры аэрогидромеханики

Казанский (Приволжский) федеральный университет
ул. Кремлевская, д. 18, г. Казань, 420008, Россия
E-mail: *KPotashev@mail.ru*

ISSN 2541-7746 (Print)

ISSN 2500-2198 (Online)

UCHENYE ZAPISKI KAZANSKOGO UNIVERSITETA.
SERIYA FIZIKO-MATEMATICHESKIE NAUKI
(Proceedings of Kazan University. Physics and Mathematics Series)

2017, vol. 159, no. 3, pp. 327–339

Petroleum Reservoir Simulation Using Super-Element Method with Local Detailization of the Solution

A.B. Mazo , K.A. Potashev***

Kazan Federal University, Kazan, 420008 Russia
E-mail: **ABMazo1956@gmail.com, **KPotashev@mail.ru*

Received June 21, 2017

Abstract

In this paper, we propose a two-stage method for petroleum reservoir simulation. The method uses two models with different degrees of detailization to describe the hydrodynamic processes of different space-time scales. At the first stage, the global dynamics of the energy state of the deposit and reserves has been modeled (characteristic scale of such changes is km/year). The two-phase flow equations in the model of global dynamics operate with smooth averaged pressure and saturation fields, and they are solved numerically on a large computational grid of super-elements with a characteristic cell size of 200–500 m. The tensor coefficients of the super-element model have been calculated using special procedures of upscaling of absolute and relative phase permeabilities. At the second stage, a local refinement of the super-element model has been constructed for calculating small-scale processes (with a scale of m / day), which take place, for example, during various geological and technical measures aimed at increasing the oil recovery of a reservoir. Then we solve the two-phase flow problem in the selected area of the measure exposure on a detailed three-dimensional grid, which resolves the geological structure of the reservoir, and with a time step sufficient for describing fast-flowing processes. The initial and boundary conditions of the local problem have been formulated on the basis of the super-element solution. To demonstrate the proposed approach, we have provided an example of the two-stage modeling of the development of a layered reservoir with a local refinement of the model during the isolation of a water-saturated high-permeability interlayer. We have shown a good compliance between the locally refined solution of the super-element model.

Keywords: super-element method, numerical simulation, petroleum reservoir, local refinement, reservoir treatments simulation, two-phased flow, downscaling

Acknowledgments. The study was supported by the Russian Foundation for Basic Research and the Government of the Republic of Tatarstan (projects nos. 15-41-02698 and 15-41-02699).

Figure Captions

Fig. 1. The dynamics of well water-intake capacity at the instant change of bottom-hole pressure: ● – from the solution of equations (5), (6), solid line – from the solution of equations (5), (7).

Fig. 2. The bottom-hole pressure dynamics in the well at the instant change of water-intake capacity: ● – from the solution of equations (5), (6), solid line – from the solution of the equations (5), (7).

Fig. 3. The projection of on the horizontal plane of the model oil deposit with isolation along the oil-bearing contour.

Fig. 4. Super-element grid coverage of the oil-deposit area, the area of model refinement (on the left) and its coverage by the detail grid (on the right).

Fig. 5. The distribution of saturation in the section of the oil bed as of January 2006 based on the model of the whole oil deposit (on the left), based on the local SEM refinement (on the right).

Fig. 6. The calculated open flow of well no. 52: 1 – accurate solution, 2 – SEM, 3 – SEM with refinement.

References

1. Durlofsky L.J. Coarse scale models of two phase flow in heterogeneous reservoirs: Volume averaged equations and their relationship to existing upscaling techniques. *Comput. Geosci.*, 1998, vol. 2, no. 2, pp. 73–92. doi: 10.1023/A:1011593901771.
2. Beliaev A.Yu. Averaging in Problems of the Theory of Fluid Flow in Porous Media. Moscow, Nauka, 2004. 200 p. (In Russian)
3. Mazo A.B., Potashev K.A. Upscaling of absolute phase permeabilities for superelement modeling of petroleum reservoir. *Mat. Model.*, 2017, vol. 29, no. 6, pp. 89–102. (In Russian)
4. Mazo A.B., Potashev K.A. Upscaling relative phase permeability for superelement modeling of petroleum reservoir engineering. *Math. Model. Comput. Simul.*, 2017, vol. 9, no. 5, pp. 570–579. doi: 10.1134/S207004821705009X.
5. Aarnes J.E., Kippe V., Lie K.-A. Mixed multiscale finite elements and streamline methods for reservoir simulation of large geomodels. *Adv. Water Res.*, 2005, vol. 28, no. 3, pp. 257–271. doi: 10.1016/j.advwatres.2004.10.007.
6. Efendiev Y., Ginting V., Hou T., and Ewing R. Accurate multiscale finite element methods for two-phase flow simulations. *J. Comput. Phys.*, 2006, vol. 220, no. 1, pp. 155–174. doi: 10.1016/j.jcp.2006.05.015.
7. Jenny P., Lee S., and Tchelepi H. Adaptive fully implicit multiscale finite-volume methods for multi-phase flow and transport in heterogeneous porous media. *J. Comput. Phys.*, 2006, vol. 217, no. 2, pp. 627–641. doi: 10.1016/j.jcp.2006.01.028.
8. Pergament A.Kh., Semiletov V.A., Tomin P.Yu. On some multiscale algorithms for sector modeling in multiphase flow in porous media. *Math. Models Comput. Simul.*, 2011, vol. 3, no. 3, pp. 365–374. doi: 10.1134/S2070048211030100.
9. Mazo A.B., Bulygin D.V. Superelements. New approach to oil reservoir simulation. *Neft'. Gaz. Novatsii*, 2011, vol. 11, pp. 6–8. (In Russian)
10. Mazo A.B., Potashev K.A., Kalinin E.I., Bulygin D.V. Oil reservoir simulation with the superelement method. *Mat. Model.*, 2013, vol. 25, no. 8, pp. 51–64. (In Russian)
11. Bulygin D.V., Mazo A.B., Potashev K.A., Kalinin E.I. Geological and technical aspects of superelement model of oil reservoirs. *Georesursy*, 2013, vol. 53, no. 3, pp. 31–35. (In Russian)

12. Mazo A., Potashev K., Kalinin E. Petroleum reservoir simulation using super element method. *Proc. Earth Planet. Sci.*, 2015, vol. 15, pp. 482–487. doi: 10.1016/j.proeps.2015.08.053.
13. Mazo A.B., Potashev K.A. Upscaling of absolute permeability for a super-element model of petroleum reservoir. *IOP Conf. Ser.: Mater. Sci. Eng.*, 2016, vol. 158, no. 1, pp. 1–6.
14. Potashev K.A., Abdrashitova L.R. Account for the heterogeneity of waterflooding in the well drainage area for large-scale modeling of oil reservoir. *Uchenye Zapiski Kazanskogo Universiteta. Seriya Fiziko-Matematicheskie Nauki*, 2017, vol. 159, no. 1, pp. 116–129. (In Russian)
15. Barenblatt G.I., Entov V.M., Ryzhik V.M. Theory of Fluid Flow Through Natural Rocks. London, Kluwer Acad. Publ., 1990. 396 p.
16. Potashev K.A., Mazo A.B., Ramazanov R.G., Bulygin D.V. Analysis and design of a section of an oil reservoir using a fixed stream tube model. *Neft'. Gaz. Novatsii*, 2016, vol. 187, no. 4, pp. 32–40. (In Russian)
17. Kozeny J. Ueber kapillare Leitung des Wassers im Boden. *Sitzungsber. Akad. Wiss.*, 1927, B. 136, T. 2a, pp. 271–306. (In German)
18. Stiles W.E. Use of permeability distribution in waterflood calculations. *J. Pet. Technol.*, 1949, vol. 1, no. 1, pp. 9–13. doi: 10.2118/949009-G.
19. Dykstra H., Parsons R. Secondary Oil Recovery of Oil in the United States. *The Prediction of Oil Recovery by Waterflooding*. Washington, DC, API, 1950, pp. 160–174. (In Russian)
20. Bulygin V.Ya. Hydromechanics of the Oil Reservoir. Moscow, Nedra, 1974. 232 p. (In Russian)

⟨ **Для цитирования:** Мазо А.Б., Поташев К.А. Моделирование разработки нефтяного пласта методом суперэлементов с локальной детализацией решения // Учен. зап. Казан. ун-та. Сер. Физ.-матем. науки. – 2017. – Т. 159, кн. 3. – С. 327–339. ⟩

⟨ **For citation:** Mazo A.B., Potashev K.A. Petroleum reservoir simulation using super-element method with local detalization of the solution. *Uchenye Zapiski Kazanskogo Universiteta. Seriya Fiziko-Matematicheskie Nauki*, 2017, vol. 159, no. 3, pp. 327–339. (In Russian) ⟩