

УДК 621.371

## ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ РАСПРОСТРАНЕНИЯ ДЕЦИМЕТРОВЫХ РАДИОВОЛН В ТРОПОСФЕРЕ С ПРИМЕНЕНИЕМ МОДЕЛИ WRF V. 3.5 И МЕТОДА ТРАССИРОВКИ ЛУЧЕЙ

*К.В. Скобельцын, Г.М. Тептин*

### Аннотация

В работе рассмотрена задача численного моделирования распространения радиоволн дециметрового диапазона в тропосфере. Описан метод трассировки лучей, который позволяет использовать результаты других моделей и экспериментов. Проведено численное моделирование распространения радиоволн в тропосфере со значениями коэффициента преломления, определенными с помощью модели WRF. Полученные результаты хорошо согласуются с опубликованными данными расчетов в подобной среде на основе решения лучевого уравнения Эйлера.

**Ключевые слова:** численное моделирование, модель WRF, метод трассировки лучей, радиоволна.

### Введение

В современной радиофизике для различных практических и научных целей все более важную роль приобретает численное моделирование, которое позволяет получить «мгновенное» многомерное поле значений физических параметров практически одновременно с измерениями принятого сигнала через тропосферу [2]. Известно, что получение подобных распределений при помощи натурального эксперимента является дорогостоящим и не всегда выполнимым. Существует уже немало численных моделей физических явлений [3], использующих различные методики представления среды и процессов.

Так как в тропосфере изменение радиофизических параметров на длинах порядка длины волны дециметрового радиодиапазона мало, можно пренебречь волновыми эффектами [1], и, следовательно, возможно применение геометрического приближения, что позволяет применять метод трассировки лучей. Данный метод успешно используется в радиофизике, оптике и акустике [4–7]. Проведено также множество исследований, результаты которых доказывают работоспособность метода трассировки лучей для прогноза распространения радиоволн в неоднородной среде [9, 10].

Тропосфера является одним из самых динамичных компонентов окружающей природной среды. Так как состояние атмосферы определяется множеством физических характеристик и процессов, то для моделирования такой системы необходимо одновременно учесть большое количество факторов, которые носят нелинейный характер. Распределение значений физических параметров тропосферы было получено при помощи численной модели атмосферы WRF (Weather Research and Forecast) версии 3.5 в режиме ARW (Advanced Research WRF) (далее WRF ARW V. 3.5) [1, 10, 11]. Основным фактором, влияющим на распространение дециметровых

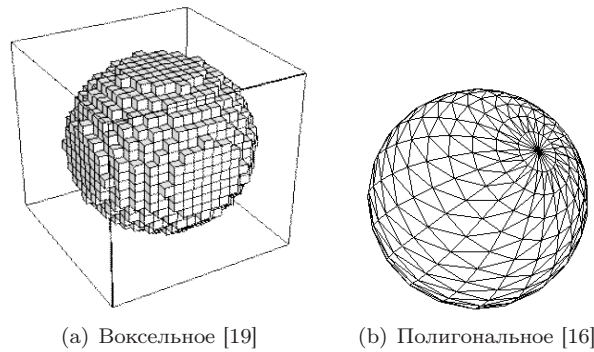


Рис. 1. Представления среды

радиоволн в среде, является неоднородность поля значений коэффициента преломления, который зависит от метеопараметров [12]:

$$n = 1 + \frac{77.6}{10^6} \left( P + \frac{4810}{T} e \right),$$

где  $T$  – температура воздуха в Кельвинах,  $P$  – давление в миллибарах,  $e$  – парциальное давление паров воды. Существует несколько основных способов представления поля значений характеристик среды в системе трассировки лучей: воксельная модель [13] и полигональная модель [14]. Каждый из методов представления имеет свои положительные и отрицательные стороны в задаче трассировки лучей. Нами был выбран метод полигонального моделирования среды. Поставлены следующие задачи:

- 1) разработать методику использования результатов модели WRF для трассировки лучей;
- 2) провести сравнение результатов моделирования методом трассировки лучей с полученными ранее результатами;
- 3) обосновать выбор вычислительной платформы.

Произведен расчет распространения радиоволн в неоднородной среде над областью, которая была смоделирована в [1]: центр в точке с координатами  $54.85^\circ$  с.ш.,  $53.1^\circ$  в.д., временной интервал моделирования – 1 июня – 31 августа 1998 г.

### 1. Полигональная модель представления объектов

Для представления среды была использована полигональная модель, так как данный подход позволяет отображать трехмерные фигуры любой формы и любой ориентации друг относительно друга [14, 16] (рис. 1). Главное отличие полигонального представления среды от других способов трехмерного представления заключается в том, что обычно используется регулярная сетка из элементарных объемов (обычно это параллелепипеды или сферы, такие элементарные объемы называются вокселями [13, 17]), на которые делится моделируемая среда. В модели тропосферы WRF используются воксели с формой параллелепипеда, у которых одинаковые длина и ширина, но разная высота [18], вследствие этого существует проблема вычисления прохождения луча через границу раздела, которая может быть решена путем увеличения разрешения сетки.

При использовании регулярной сетки существует также проблема использования памяти: детализация представления любого объекта растет при увеличении разрешения сетки, что приводит к использованию неоправданно больших разрешений для получения большей точности представления форм неоднородностей

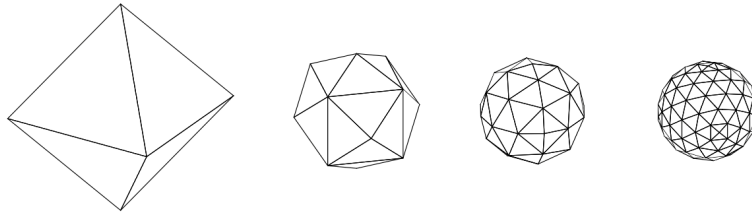


Рис. 2. Представление шара полигонами с разной точностью [16]

среды, и при этом если размер неоднородности меньше размера элементарного объема, то эта неоднородность уже учитывается в некотором приближении или не учитывается вообще [20].

При помощи полигональной модели границы трехмерных областей представляются в виде набора соединенных граней, определяющих форму предмета. В англоязычной литературе в контексте терминологии трассировки лучей и вообще представления объектов в трехмерном пространстве каждая грань объекта называется полигоном.

Каждый полигон может быть плоским многоугольником любого размера и иметь любую ориентацию в пространстве, что позволяет аппроксимировать поверхности объектов любой формы и использовать результаты различных моделей и экспериментов в одном расчете. В реализованной нами системе трассировки лучей в качестве минимальной поверхности (полигона) мы использовали треугольник. Уменьшая или увеличивая количество полигонов, можно менять точность представления формы тела (рис. 2).

Вследствие произвольной ориентации полигонов вычисление угла падения луча производится намного точнее по сравнению с воксельной пространственной дискретизацией [20]. В расчетах была использована численная модель WRF ARW V. 3.5. На рис. 3, 4 показано сравнение результатов, полученных с помощью этой модели, и экспериментальных данных, взятых с электронного ресурса <http://meteoinfo.ru> за период с 1 января 2012 г., 00:00, по 23 сентября 2012 г., 00:00, для г. Казани (55.8° с.ш., 41.14° в.д.).

Как можно видеть из рис. 3 и 4, модель WRF позволяет получать результаты, близкие к реальным значениям параметров. Применение формулы (1) к результатам расчетов модели WRF позволило получить пространственное распределение значений коэффициента преломления за период с 1 июня 1998 г. по 31 августа 1998 г. с шагом в 3 ч (см. рис. 5). На рис. 6 представлена динамика изменения коэффициента преломления в центре моделируемой среды над метеостанцией в г. Азнакаево (1 июля 1988 г., 12:00). Вследствие малых значений коэффициента преломления в тропосфере принято использовать индекс рефракции, который измеряется в  $N$ -единицах, вычисляемых по формуле  $N = (n - 1)10^6$ , где  $n$  – коэффициент преломления среды.

Как видно из полученных данных, форма неоднородностей значения коэффициента преломления зависит от высоты. Вблизи поверхности земли наблюдаются сильные возмущения (рис. 6, *a-c*). С высотой структура сглаживается, упрощается и к высоте 10000 м (рис. 6, *d-f*) начинает приобретать синоптический характер поля атмосферного давления. Результаты расчетов по модели WRF ARW V. 3.5 представляют собой дискретизированное пространство с заданным разрешением, где элементарный объем обладает размерами  $dx$ ,  $dy$ ,  $dz$ :  $dx$  и  $dy$  определяются пользователем,  $dz$  является адаптирующимся и определяется входными данными модели WRF [22]. Сферичность формы Земли учтена следующим образом: выходные данные представлены в полярных координатах и каждый элемент расположен

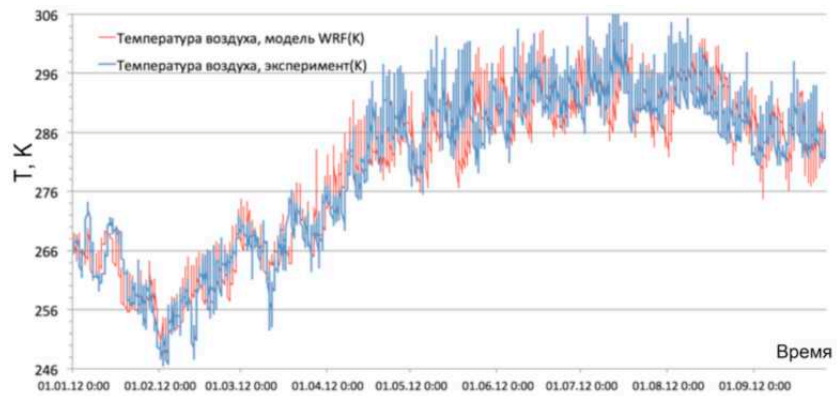


Рис. 3. Температура воздуха в заданной точке г. Казани. Среднеквадратическое отклонение рядов 5.11 К



Рис. 4. Давление воздуха в заданной точке, г. Казани. Среднеквадратическое отклонение рядов 8.16 гПа

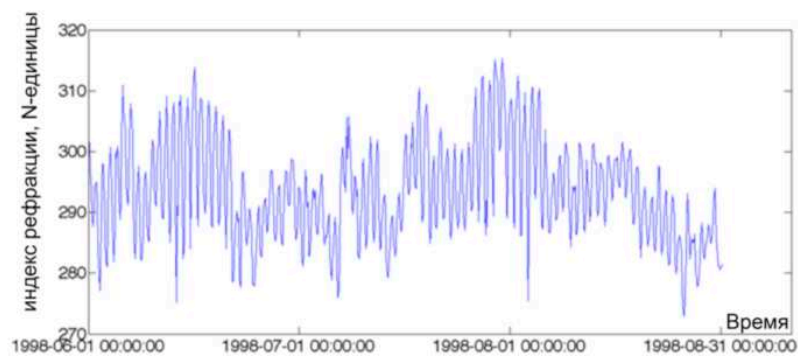


Рис. 5. Динамика индекса рефракции, полученная при помощи WRF

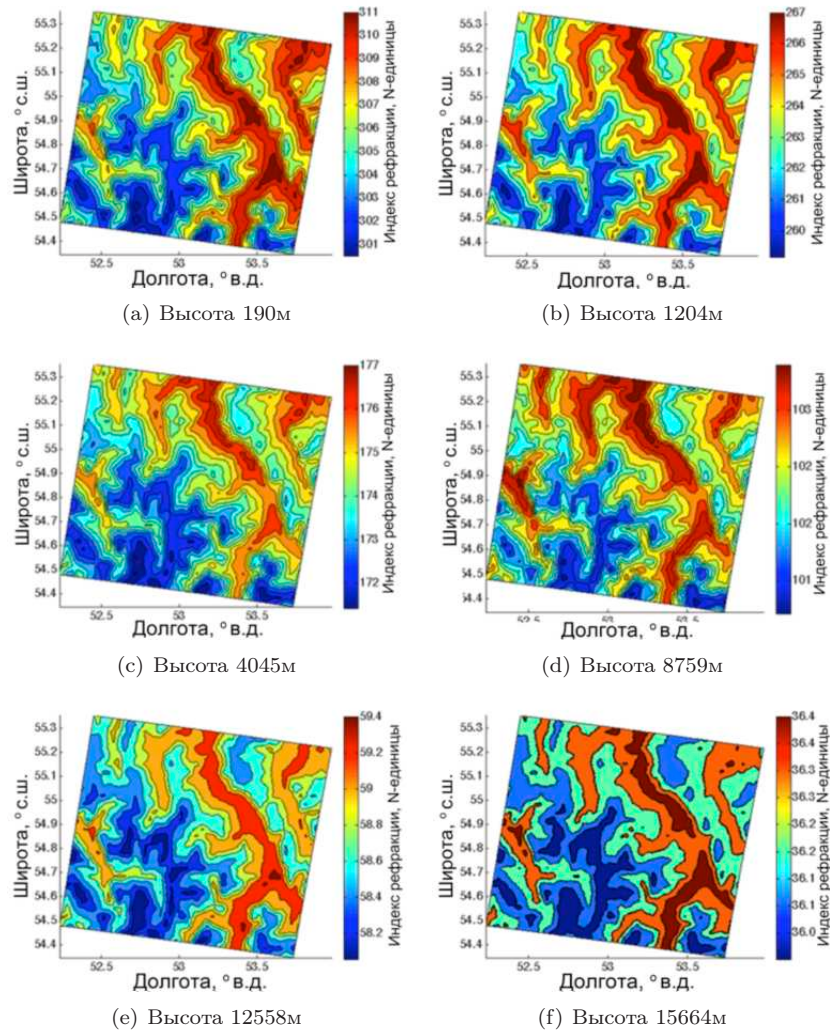


Рис. 6. Горизонтальная неоднородная структура индекса рефракции дециметровых радиоволн, г. Азнакаево (1 июля 1988 г., 12:00)

перпендикулярно поверхности Земли [18]. Рассмотрим представление результатов модели WRF в полигональной форме, пригодной для использования в системе трассировки лучей. Поверхность параллелепипеда можно представить в виде набора полигонов различными способами. Нами было выбрано такое представление, при котором каждая сторона элементарного объема (прямоугольника) представляется в виде двух прямоугольных треугольников, полученных делением прямоугольника пополам по диагонали [23] (рис. 7).

Преобразовав таким образом все элементарные объемы модели WRF в полигональную форму и расположив их в соответствующем порядке, мы получили набор элементов моделируемого пространства, которое содержит мезомасштабные неоднородности коэффициента преломления радиоволн дециметрового диапазона. Фронт волны представляется набором точек, которые начинают свое движение из точки с координатами источника сигнала. Траектория движения каждой точки вычисляется при использовании геометрического приближения. Каждая точка проходит свой путь, испытывая влияние среды во время распространения: она движется

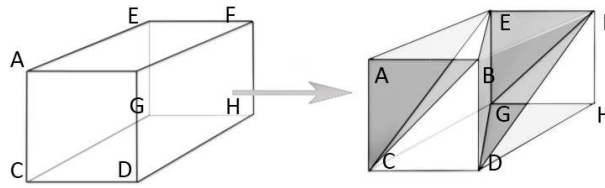


Рис. 7. Полигональное представление элементарного объема модели WRF. Поверхность параллелепипеда представляется 12 полигонами, которые ограничивают пространство, внутри которого физические параметры однородны

по прямой до тех пор, пока не произойдет «взаимодействие» с препятствием в виде полигона объекта среды. После этого происходит либо преломление, либо отражение: меняются составляющие вектора следования точки волнового фронта. Траектория каждой точки фронта волны представляет собой набор точек в пространстве, взятых через определенный интервал времени  $\Delta t$ . Совокупность же точек, взятых в фиксированный момент времени  $T$ , есть волновой фронт с точностью, определяемой количеством моделируемых лучей. Движение точки волнового фронта определяется следующими параметрическими выражениями [4]:

$$x_{n+1} = x_n + i_n + \Delta t_n,$$

$$y_{n+1} = y_n + j_n + \Delta t_n,$$

$$z_{n+1} = z_n + k_n + \Delta t_n,$$

где  $x_n, y_n, z_n$  – координаты  $n$ -й точки волнового фронта,  $i_n, j_n, k_n$  – составляющие вектора направления луча, который в дальнейшем будем обозначать как **ray**,  $\Delta t_n$  – время, необходимое точке волнового фронта, чтобы переместиться к следующему полигону на пути ее следования. Начальные значения параметров точки ( $i_0, j_0, k_0, x_0, y_0, z_0$ ) определяются в соответствии с ориентацией, положением, мощностью и диаграммой направленности моделируемого источника.

Описанный выше подход обладает рядом недостатков. Особо стоит отметить, что: 1) геометрическое приближение не учитывает волновые явления; 2) для выполнения расчета требуется высокая производительность вычислительной системы. Указанные недостатки могут быть компенсированы следующим образом: 1) волновые эффекты могут быть учтены при помощи метода Монте-Карло [24] или путем специальной предобработки моделируемой среды, заключающейся в поиске возможных областей, где дифракция возможна, и вычисления в них возможных углов отклонения лучей [25]; 2) высокая производительность может быть достигнута при помощи использования высокопроизводительных кластеров и вычислений на графических процессорах [26]. В представленной модели учтены два явления при прохождении луча через границу двух сред: преломление и отражение. Сначала опишем механизм определения границы двух сред. Время пересечения лучом границы раздела двух сред равно времени пересечения луча с ближайшим полигоном. Так как каждый полигон представляет собой плоскую фигуру, для вычисления «прохождения» луча мы можем использовать формулу расстояния от точки до плоскости:

$$\Delta t_n = -\frac{Ax_n + By_n + Cz_n + D}{Ai_n + Bj_n + Ck_n},$$

где  $A, B, C, D$  – составляющие уравнения плоскости полигона. В случае  $\Delta t_n = \infty$  пересечения нет, если  $\Delta t_n < 0$ , то пересечение с полигоном возможно, но полигон находится «позади» точки фронта волны, поэтому он не учитывается, если  $\Delta t_n = 0$ , то это значит, что точка фронта волны уже находится на границе двух сред.

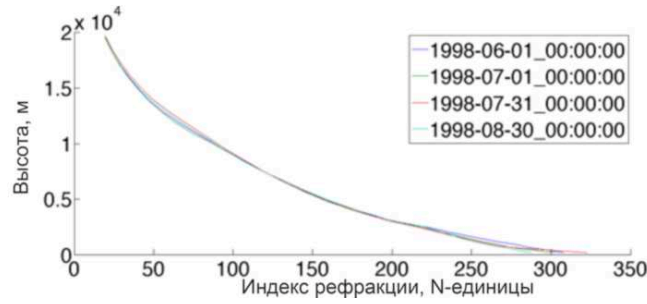


Рис. 8. Усредненные вертикальные профили коэффициента преломления

Если существует пересечение луча и плоскости полигона ( $\Delta t_n > 0$ ), то производится проверка принадлежности точки пересечения полигону. Если луч пересекает полигон, то происходит «столкновение», и модель приступает к моделированию взаимодействия радиоволны с препятствием. Возможные явления – это преломление и отражение. Преломление лучей подчиняется закону Снеллиуса. Наиболее удобным и эффективным в реализации представлением закона Снеллиуса является выражение [4]

$$\mathbf{ray}_{n+1} = \frac{1}{n_2} \left( \mathbf{ray}_n + n_1 \left( \sqrt{\frac{n_2^2 - n_1^2}{n_1^2 (\mathbf{ray}_n \cdot \mathbf{n})^2} + 1} - 1 \right) (\mathbf{ray}_n \cdot \mathbf{norm}) \mathbf{norm} \right),$$

где  $\mathbf{ray}_{n+1}$  – вектор направления преломленного луча,  $\mathbf{ray}_n$  – вектор направления падающего луча,  $\mathbf{norm}$  – вектор нормали к поверхности,  $n_1$  – коэффициент преломления среды 1,  $n_2$  – коэффициент преломления среды 2. Векторная формулировка закона отражения для радиолучей выглядит следующим образом [4]:

$$\mathbf{ray}_{n+1} = \mathbf{ray}_n - 2(\mathbf{ray}_n \cdot \mathbf{norm}) \mathbf{norm},$$

Было использовано увеличенное разрешение сетки значений коэффициента преломления в моделируемой области: область с разрешением  $200 \times 200 \times 30$  с шагом  $dx = 500$  м,  $dy = 500$  м,  $dz$  меняется с высотой. Для примера приведен усредненный по горизонтали вертикальный профиль коэффициента преломления радиоволн дециметрового диапазона моделируемой области (рис. 8).

Для сравнения результатов расчетов была использована работа [1], где было произведено моделирование распространения радиоволн сантиметрового диапазона в области г. Азнакаево, временной промежуток – лето 1998 г. В [1] было проведено сравнение распространения радиолучей в двух средах: идеализированной и вычисленной при помощи модели WRF. За идеализированную атмосферу была взята плоскостроистая модель атмосферы с усредненным по горизонтали коэффициентом преломления. Параметры, характеризующие распространение, определялись путем численного интегрирования лучевого уравнения Эйлера [1, 15]. Были получены усредненные за все лето 1998 г. значения отклонения направлений лучей, которые проходили через идеализированную среду и через среду, учитывающую мезомасштабные отклонения. Все лучи исходят из центра моделируемой области под различными зенитными углами ( $0^\circ$ ,  $30^\circ$ ,  $45^\circ$ ,  $60^\circ$ ), азимутальными углами (от  $0^\circ$  до  $360^\circ$  с шагом  $1^\circ$ ). Сравнение наших результатов с данными аналогичных вычислений из [1] представлены в табл. 1.

Из табл. 1 видно, что имеется численное расхождение между результатами. Среднеквадратическое отклонение рядов средних значений составляет 0.228. Расхождение обусловлено тем, что в работе [1] было произведено усреднение только

Табл. 1

Усредненное отклонение радиотрасс протяженностью 20 км мезомасштабной неоднородной структурой реальной атмосферы

Время суток		Зенитный угол							
		0° (A)	0° (B)	30° (A)	30° (B)	45° (A)	45° (B)	60° (A)	60° (B)
3 ч	I	0.00341	0.004414	0.13551	0.282681	0.23412	0.360917	0.40626	0.87733
	II	0.00276	0.00323	0.11212	0.224146	0.19424	0.173031	0.33669	0.26091
9 ч	I	0.00423	0.007772	0.09512	0.360352	0.16423	0.325345	0.28493	0.729825
	II	0.00407	0.00632	0.07627	0.263359	0.13217	0.189001	0.22923	0.278385
15 ч	I	0.00497	0.004968	0.1035	0.436224	0.17894	0.336234	0.31032	0.56982
	II	0.00419	0.00433	0.06051	0.258053	0.10507	0.181547	0.18224	0.33643
21 ч	I	0.0047	0.0039	0.1554	0.430179	0.26845	0.367008	0.46579	0.66627
	II	0.00332	0.0022	0.08828	0.27272	0.15315	0.203645	0.26548	0.328593

A – метод интегрирования уравнения Эйлера, B – метод трассировки лучей; I – отклонение, м, II – среднеквадратическое отклонение, м.

по лучам в 4 направлениях (на север, на юг, на запад, на восток), разрешение моделируемой сетки составляло  $100 \times 100 \times 30$  с  $dx = 1$  км,  $dy = 1$  км,  $dz$  меняется с высотой. Представленные данные были получены путем моделирования распространения лучей с шагом азимутального угла в  $1^\circ$ , разрешение моделируемой сетки составляет  $200 \times 200 \times 30$  с шагом  $dx = 500$  м,  $dy = 500$  м,  $dz$  является адаптирующимся по высоте параметром. Увеличение разрешения сетки и количества лучей позволяет получить более точные результаты. Следует подчеркнуть, что на вычисление распространения 1440 лучей в среде с  $1.2 \cdot 10^6$  элементами требуется не более 400 с. Отклонение траектории луча в реальной атмосфере от траектории луча в идеализированной атмосфере является мерой того, как мезомасштабные явления влияют на распространение радиоволн в неоднородной среде. Можно наблюдать, что усредненные данные в табл. 1 различаются численно, но интервалы пересекаются и качественно не противоречат друг другу.

Вследствие того, что для получения реалистичной картины необходимо моделировать большое количество лучей, а при расчете каждой итерации движения луча происходит поиск по всем полигонам системы, производительность вычислений играет важную роль. Для повышения производительности была использована вычислительная платформа CUDA (Compute Unified Device Architecture), которая позволяет использовать вычислительные ресурсы графических процессоров. В частности, для расчета представленных результатов был использован графический ускоритель NVIDIA GeForce GTX 690, содержащий два графических процессора, каждый из которых имеет по 1536 вычислительных ядра.

Для оценки эффективности разработанной методики, мы провели трассировку лучей с одинарной точностью в области  $200 \times 200 \times 30$ , где моделировалось 16380 лучей. На графическом процессоре для выполнения моделирования потребовалось 23819 с, а на четырехъядерном процессоре Intel Core i7 920 – 581724 с.

### Заключение

Разработано программное обеспечение, позволяющее исследовать распространение радиоволн в неоднородной среде методом трассировки лучей с применением полигонального представления среды. Получено многомерное поле значений коэффициента преломления дециметровых радиоволн в реальной тропосфере на основе результатов численной модели WRF ARW V. 3.5. Сетка данных, разрешение



которой составляет  $200 \times 200 \times 30$  с шагом 500 м по горизонтали и переменным шагом по высоте, представлена в полигональной форме и использована при трассировке лучей. Проведено моделирование распространения радиоволн дециметрового диапазона методом трассировки лучей в тропосфере. Выявлена количественная разница между результатами [1] и настоящей статьи, обусловленная возросшей точностью представления среды и другим диапазоном радиоволн.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект № 13-05-97054).

### Summary

*K.V. Skobeltsyn, G.M. Teptin.* Numerical Modeling of the Propagation of Decimeter Radio Waves in the Troposphere Using the WRF (Version 3.5) Model and a Ray Tracing Method.

The paper deals with the problem of numerical modeling of the propagation of decimeter radio waves in the troposphere. A ray tracing method, which makes it possible to use the results of other models and experiments, is described. The numerical modeling of the radio wave propagation in the troposphere with the refractive index values obtained using the WRF model is carried out. The results are in good agreement with the published results of calculations in the same environment based on the Euler ray equation solution.

**Keywords:** numerical modeling, WRF model, ray tracing method, radio wave.

### Литература

1. *Зинин Д.П.* Исследование мезомасштабной неоднородной структуры тропосферы и ее влияния на распространение радиоволн методом численного моделирования: Дис. ... канд. физ.-матем. наук. – Казань, 2009. – 159 с.
2. *Яковлев О.И., Якубов В.П., Урядов В.П., Павельев А.Г.* Распространение радиоволн. – М.: ЛЕНАНД, 2009. – 496 с.
3. *Landau R.H., Paez M.J., Bordeianu C.C.* A Survey of Computational Physics. – Princeton: Princeton Univ. Press, 2008. – 688 p.
4. *Скобелъцын К.В., Тептин Г.М., Низамеев А.Р., Нефедьев Е.С., Низамеев И.Р.* Исследование распространения дециметровых радиоволн методом имитации // Вестн. Казан. технол. ун-та. – 2013. – Т. 16, № 7. – С. 267–270.
5. *Schmitz A., Rick T., Karolski T., Kuhlen T., Kobbelt L.* Simulation of radio wave propagation by beam tracing // Eurographics Symposium on Parallel Graphics and Visualization / Eds. J. Comba, K. Debattista, D. Weiskopf. – 2009. – URL: [http://www.graphics.rwth-aachen.de/media/papers/schmitz\\_2009\\_egpgv1.pdf](http://www.graphics.rwth-aachen.de/media/papers/schmitz_2009_egpgv1.pdf), свободный.
6. *Chan Y.-C., Tzempelikos A.* A hybrid ray-tracing and radiosity method for calculating // Solar Energy. – 2012. – V. 86, No 11. – P. 3109–3124.
7. *Smith A.M., Goldberg M., Liu E.S.* Numerical ray tracing in media involving continuous and discrete refractive boundaries // Ultrason. Imaging. – 1980. – V. 2, No 4. – P. 291–301.
8. *Schmitz V., Walte F., Chakhlov S.V.* 3D ray tracing in austenite materials // NDT&E Int. – 1999. – V. 32, No 4. – P. 201–213.
9. *Laurenson D.I.* Indoor Radio Channel Propagation Modelling by Ray Tracing Techniques: Ph.D. Thesis. – Edinburgh, UK: University of Edinburgh, 1994.
10. *McKown J.W., Hamilton R.L. Jr.* Ray tracing as a design tool for radio networks // Network, IEEE. – 1991. – V. 5, No 6. – P. 27–30.
11. *Hernandez-Ceballos M.A., Adame J.A., Bolivar J.P., De la Morena B.A.* A mesoscale simulation of coastal circulation in the Guadalquivir valley (southwestern Iberian Peninsula) using the WRF-ARW model // Atmospher. Res. – 2012. – V. 124. – P. 1–20.

12. Valma E., Tamosiunaite M., Tamosiunas S., Tamosiuniene M., Zilinskas M. Determination of Radio Refractive Index using Meteorological Data // Electron. Electr. Eng. – 2010. – V. 10(106). – P. 125–128.
13. Mokrzycki W. Algorithms of discretization of algebraic spatial curves on homogeneous cubical grids // Comput. Graph. – 1988. – V. 12, No 3–4. – P. 477–487.
14. Russo M. Polygonal Modeling: Basic and Advanced Techniques. – Jones & Bartlett Publ., 2010. – 412 p.
15. Sharma A., Kumar D.V., Ghatak A.K. Tracing rays through graded-index media: a new method // Appl. Opt. – 1982. – V. 21, No 6. – P. 984–987.
16. Colin S. On vertex-vertex systems and their use in geometric and biological Modelling: Doct. Diss. – Calgary, Canada: University of Calgary, 2006. – 216 p.
17. Wang S.W., Kaufman A.E. Volume sampled voxelization of geometric primitives // Proc. 4th Conf. on Visualization'93. – Washington, USA: IEEE Comput. Soc., 1993. – P. 78–84.
18. Skamarock W.C., Klemp J.B., Dudhia J., Gill D.O., Barker D.M., Duda M.G., Huang X.-Y., Wang W., Powers J.G. A Description of the Advanced Research WRF Version 3. – Boulder, Colorado, USA: Nat. Center for Atmospher. Res., 2008. – 113 p. – URL: [http://www.mmm.ucar.edu/wrf/users/docs/arw\\_v3.pdf](http://www.mmm.ucar.edu/wrf/users/docs/arw_v3.pdf), свободный.
19. Backface culling // The Game programming wiki. – URL: [http://content.gpwiki.org/index.php/backface\\_culling](http://content.gpwiki.org/index.php/backface_culling), свободный.
20. Muniz C.E.V., Clua E.W.G. Finding surface normals from voxels. – 2007. – URL: [http://www.ppmsite.com/sibgrapi2007/finding\\_surface\\_normals\\_from\\_voxels.pdf](http://www.ppmsite.com/sibgrapi2007/finding_surface_normals_from_voxels.pdf), свободный.
21. deGreve B. Reflections and refractions in ray tracing. – 2004. – URL: [http://www.flipcode.com/archives/reflection\\_transmission.pdf](http://www.flipcode.com/archives/reflection_transmission.pdf), свободный.
22. ARW: Version 3 Modeling System User's Guide. – 2013. – URL: [http://www.mmm.ucar.edu/wrf/users/docs/user\\_guide\\_V3/ARWUsersGuideV3.pdf](http://www.mmm.ucar.edu/wrf/users/docs/user_guide_V3/ARWUsersGuideV3.pdf), свободный.
23. de Berg M., van Kreveld M., Overmars M., Schwarzkopf O. Computational Geometry: Algorithms and Applications. – Berlin; Heidelberg; N. Y.: Springer-Verlag, 2000. – 367 p.
24. Freniere E.R., Gregory G.G., Hassler R.A. Edge diffraction in Monte Carlo ray tracing // Optical Design and Analysis Software. SPIE Proc. – 1999. – V. 3780. – P. 151–157.
25. Rick T., Kuhlen T. Accelerating radio wave propagation algorithms by implementation on graphics hardware // Wave Propagation in Materials for Modern Applications / Ed. by A. Petrin. – InTech, 2010. – P. 103–122.
26. Skobeltsyn K.V., Teptin G.M. General computations on graphics processor unit and its applications in radiophysics // Environm. Radioecol. Appl. Ecol. – 2012. – V. 18, No 1–2. – P. 19–36.

Поступила в редакцию  
14.05.13

---

**Скобелцын Константин Владимирович** – ассистент кафедры радиоастрономии, Казанский (Приволжский) федеральный университет, г. Казань, Россия.

E-mail: [konstantin.skobeltsyn@gmx.net](mailto:konstantin.skobeltsyn@gmx.net)

**Тептин Герман Михайлович** – доктор физико-математических наук, профессор кафедры радиоастрономии, Казанский (Приволжский) федеральный университет, г. Казань, Россия.

E-mail: [guerman.teptin@kpfu.ru](mailto:guerman.teptin@kpfu.ru)