

А.К. Гильфанов, Ш.Х. Зарипов

**МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ
АСПИРАЦИИ АЭРОЗОЛЕЙ
В ТОНКОСТЕННЫЕ ПРОБООТБОРНИКИ**



**КАЗАНСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ
2012**

УДК 531:532
ББК 22.2:30.124
Г 47



Российский фонд фундаментальных исследований

Издание осуществлено при финансовой поддержке РФФИ
(проекты № 01-12-00033 и № 07-12-00007)

*Печатается по рекомендации редакционно-издательского совета
Казанского математического общества*

Научный редактор –
доктор физ.-мат. наук, профессор **А.М. Елизаров**

Рецензенты:
доктор физ.-мат. наук, профессор **Э.В. Скворцов**;
доктор физ.-мат. наук, профессор **Д.В. Маклаков**

Гильфанов А.К.
**Г 47 Математические модели аспирации аэрозолей в тонкостенные
пробоотборники / А.К. Гильфанов, Ш.Х. Зарипов. – Казань: Казан.
ун-т, 2012. – 120 с.**

ISBN 978-5-905787-65-2

Монография посвящена численному исследованию характеристик тонкостенных аэрозольных пробоотборников для широкого диапазона отношения скоростей ветра и аспирации, а также развитию нового подхода к задачам аспирации, основанного на расчете полей концентрации аэрозольных частиц. Разработанные модели и результаты исследований могут быть рекомендованы для использования научным лабораториям и природоохранным организациям, занимающимся мониторингом дисперсных воздушных загрязнений.

Для научных работников, аспирантов, студентов старших курсов.

УДК 531:532
ББК 22.2:30.124

ISBN 978-5-905787-65-2

© Гильфанов А.К., Зарипов Ш.Х., 2012
© Казанский университет, 2012

Содержание

Введение	6
1 Математическая модель течения аэрозоля в задаче аспирации	19
1.1 Общая постановка задачи аспирации	19
1.2 Уравнения движения аэрозольных частиц	22
1.3 Модели течения несущей среды	27
1.4 Метод расчета концентрации частиц вдоль траектории . .	30
2 Аспирация аэрозоля в щелевой пробоотборник	36
2.1 Постановка задачи	37
2.2 Результаты расчетов	41
3 Аспирация аэрозоля в тонкостенную трубку	51
3.1 Постановка задачи	53
3.2 Анализ полей концентрации аэрозольных частиц. Влияние неоднородности профиля концентрации	59
3.3 Аспирация аэрозоля в случае низкоскоростного потока . .	70
3.4 Аспирация аэрозоля для высокоскоростного потока	87
4 Нестационарная аспирация аэрозоля в трубку	94
4.1 Постановка задачи	95
4.2 Результаты расчетов	98
Литература	106

Список использованных обозначений

A — коэффициент аспирации

U_0 — скорость невозмущенной несущей среды

U_a — скорость аспирации

R_a — отношение скорости несущей среды к скорости аспирации

λ_i — длина свободного пробега молекул

δ — диаметр частицы

Kn — число Кнудсена

c_0 — концентрация частиц в невозмущенной среде

c_a — концентрация частиц в плоскости входного сечения пробоотборника

S_0 — площадь области захвата газа

S_p — площадь области захвата частиц

Q — расход воздуха через аспирирующее отверстие

m_p — масса частицы

ρ — плотность несущей среды

μ — коэффициент динамической вязкости газа

\bar{V} — скорость частицы

\bar{U} — скорость несущей среды

Re_p — число Рейнольдса частицы

c_d — коэффициент сопротивления частицы

ρ_p — плотность частицы

τ — время релаксации частицы

g — ускорение свободного падения

St — число Стокса, отнесенное к скорости несущей среды

V_s — скорость стационарного оседания частицы

c_p — концентрация частиц

J_{ij} — компоненты якобиана преобразования лагранжевых координат в эйлеровы

Ω_{ij} — скорости изменения компонент якобиана преобразования лагранжевых координат в эйлеровы

Re — число Рейнольдса газового потока

D_t — диаметр трубки

R_t — радиус трубки

St_a — число Стокса, отнесенное к скорости аспирации

Fr^2 — число Фруда

Sh — число Струхаля

Введение

Аэрозолями называют дисперсные системы, состоящие из мелких жидких или твердых частиц, взвешенных в газе, как правило, в воздухе. Аэрозоли играют существенную роль в повседневной жизни человека. Они присутствуют в виде загрязнений в воздушной среде — запыленный воздух в помещениях, промышленные выбросы в атмосфере. Кроме этого, аэрозоли активно используются в различных технологических целях. В современных условиях мониторинг дисперсных загрязнений является одной из важных экологических задач. К неотъемлемым элементам систем мониторинга дисперсных загрязнений относятся аэрозольные пробоотборники, предназначенные для измерения концентрации и дисперсности аэрозольных частиц. Прямые методы исследования аэрозолей предполагают отбор проб аэрозоля в измерительное устройство. При этом в реальных неизокинетических условиях пробоотбора из движущегося газа в связи с проявлением инерционных свойств частиц в неоднородном поле скоростей концентрация частиц внутри прибора может отличаться от концентрации в изучаемом аэрозоле. Для количественной оценки и коррекции искажений, вносимых пробоотборником в измерения концентрации аэрозоля, вводится понятие коэффициента аспирации A , представляющего собой отношение средней концентрации частиц в измерительном устройстве к концентрации частиц в невозмущенной среде. Определение коэффициента аспирации для заданного способа отбора проб является задачей, имеющей большое практическое значение, и представляет собой основную задачу теории пробоотбора аэро-

зольных частиц. Зная коэффициент аспирации и значение измеренной концентрации, можно восстановить значение концентрации измеряемого аэрозоля. В общем случае величина A зависит от характеристик самой частицы (размер, плотность, форма), свойств газового потока, геометрии пробоотборника (размер, форма), ориентации пробоотборника относительно направлений ветра и силы тяжести. Коэффициент аспирации может определяться как экспериментально, так и теоретически.

Важным параметром, оказывающим влияние на коэффициент аспирации при пробоотборе в движущемся воздухе, является отношение скорости U_0 несущей среды к скорости U_a аспирации (осредненная скорость во входном сечении пробоотборника)

$$R_a = U_0/U_a. \quad (0.1)$$

В зависимости от значения R_a коэффициент аспирации может быть как больше, так и меньше единицы, т. е. измерения будут осуществляться при недоборе или переборе аэрозольных частиц. Рассмотрим три типичных случая пробоотбора из движущегося воздуха, характеризующихся различными значениями отношения R_a скоростей ветра и аспирации.

На рис. 1 приведены линии тока газа и траектории частиц при аспирации в круглую трубку, когда ось трубки совпадает с направлением ветра, а отверстие обращено к потоку. Для тонкостенной трубки в случае изокINETического отбора ($U_a = U_0$) линии тока газа почти прямолинейны, а траектории частиц не отклоняются от них, следовательно, не меняется и концентрация частиц, т. е. коэффициент аспирации $A = 1$. В случае превышения скорости аспирации над скоростью ветра

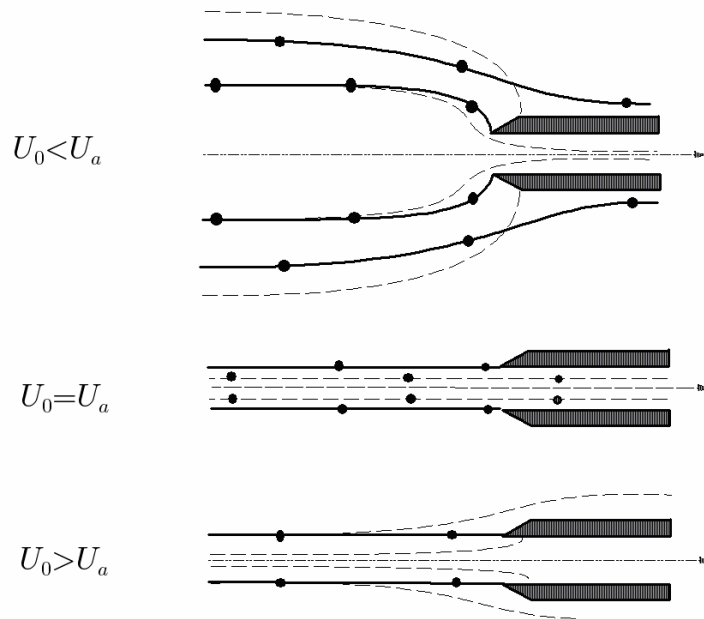


Рис. 1. Схема аспирации при различных отношениях скоростей ветра и аспирации ($U_a > U_0$) происходит забор воздуха из пространства большего объема, чем объем цилиндрической области с сечением, равным сечению трубки. При этом часть частиц, движущихся в потоке аспирируемого газа, вследствие проявления инерции не улавливается трубкой. Это приводит к недобору аэрозольных частиц, т. е. $A < 1$. В случае, когда скорость ветра выше скорости аспирации, область засасываемого воздуха меньше соответствующей области с сечением трубки. Поэтому в трубку могут попасть частицы из зоны за пределами аспирируемого воздуха, и коэффициент аспирации будет превышать единицу.

Другой причиной изменения концентрации частиц может быть отклонение оси аспирирующей трубки от направления набегающего потока. В этом случае, как правило, наблюдается недобор аэрозольных ча-

стиц. Большое влияние на коэффициент аспирации при некоторых условиях может оказывать сила тяжести. Отметим также влияние процесса вторичной аспирации (попадание частиц в пробоотборник после отскока от внешних стенок). В аэрозольных измерениях наряду с тонкостенными используются и пробоотборники с затупленной головной частью, поведение коэффициента аспирации у которых заметно отличается от поведения коэффициента аспирации тонкостенных пробоотборников. Таким образом, коэффициент аспирации аэрозольных частиц в значительной степени зависит от формы пробоотборника. Определение коэффициента аспирации на основе математического моделирования течения аэрозоля в окрестности входного отверстия пробоотборника является основной целью теории пробоотбора аэрозольных частиц.

Аэрозоли представляют собой двухфазную среду, в которой газ относится к несущей фазе, а аэрозольные частицы — к жидкой или твердой дисперсной фазам. Теория многофазных сред изложена в известных монографиях Р.И. Нигматуллина [44], П. Соу [54].

В связи с невысокими концентрациями частиц в газе в механике аэрозолей обычно пренебрегают их влиянием на несущую среду [47, 61]. По той же причине не учитывают силы взаимодействия между частицами.

Теоретические основы механики аэрозолей развиты в книгах Н.А. Фукса [61], В.М. Волощука [8], Л.М. Левина [29], J.H. Vincent [126], Л.С. Ивлева, Ю.А. Довгалюка [20, 23], П. Райста [47], Ю.И. Яламова [64], Д.А. Губайдуллина [18] и др.

Способ описания газовой среды вокруг аэрозольной частицы зависит от безразмерного параметра — числа Кнудсена $\text{Kn} = \lambda_i/\delta$, где λ_i — длина свободного пробега молекулы газа, δ — размер частицы. Число Кнудсена характеризует разреженность газовой среды относительно находящейся в ней частицы. При $\text{Kn} > 1$ поведение отдельной частицы подобно поведению молекулы газа с большой массой, и газовая среда моделируется в рамках молекулярно-кинетической теории газов. В случае $\text{Kn} \ll 1$, когда размеры частиц много больше длины свободного пробега молекулы газа, течение несущей среды вокруг частицы рассматривается в приближении гидродинамики сплошной среды. Переходный режим соответствует $\text{Kn} \sim 1$.

В пренебрежении влиянием частиц на газовое течение задача моделирования течения газа с взвешенными частицами разбивается на две: расчет поля скоростей газовой среды и определение траекторий частиц в найденном поле скоростей [4, 61, 47]. Модели и методы газовой динамики сплошной среды описаны в известных классических учебниках и монографиях Н.А. Слезкина [53], А.Г. Лойцянского [35], Г. Ламба [28], Н.Е. Кочина, И.А. Кибеля и Н.В. Розе [25, 26], Л.И. Седова [51, 52], Г.Г. Черного [56]. Модели потенциальных течений идеальной жидкости и аналитические и численно-аналитические методы их расчета изложены в монографиях Л.М. Милн-Томсона [42], М.И. Гуревича [19], Г.Ю. Степанова [55], Л.И. Седова [52], Д.В. Маклакова [36]. При решении задач о плоских течениях широко применяется аппарат теории функций комплексного переменного [27]. Методам вычислительной гидрогазоди-

намики посвящены монографии А.А. Самарского и Ю.П. Попова [49], В.М. Ковеня, Н.Н. Яненко [24], П. Роуча [48], Д. Андерсена, Дж. Таннехилла и Р. Плетчера [1], А.Н. Гильманова [10] и др. (см. также [58]). Кинетическая теория газов изложена в фундаментальных книгах Дж. Ферцигера, Г. Капера [59], С. Чепмена и Т. Каулинга [57].

Теория пробоотбора аэрозолей имеет многолетнюю историю исследований. Значительный вклад в этом направлении внесли Л.М. Левин, С.П. Беляев, В.Т. Кустов, В.М. Волощук, С.А. Гриншпун, Г.Н. Липатов, А.А. Медведев, А.Г. Сутугин, С.Н. Davies, Vincent J.H., S. Dunnet, D.V. Ingham, X. Wen, K. Willeke и др. Наиболее полный обзор экспериментальных и теоретических работ по определению коэффициента аспирации дан в книге [126]. Математические модели и методы расчета коэффициента аспирации для ряда идеализированных пробоотборников приведены в монографиях [29, 87]. Укажем также на обзоры [62, 92, 119] исследований задач о пробоотборе аэрозольных частиц.

К наиболее широко применяемым пробоотборникам относятся тонкостенные пробоотборники — трубки круглого сечения. Профилированный трубчатый пробоотборник при правильной ориентации относительно направления ветра и обеспечении изокинетичности пробоотбора может давать достоверное значение концентрации измеряемого аэрозоля. Результаты экспериментальных исследований характеристик тонкостенных пробоотборников содержатся в работах [17, 31, 32, 33, 34, 69, 70, 78, 89, 94, 96, 104, 112, 118, 122, 121, 123, 127].

Теоретические работы, посвященные изучению коэффициента ас-

пирации для тонкостенных пробоотборников, можно разделить по типу приближения, используемого для описания течения несущей среды. Простейшая модель — модель точечного стока (течение жидкости от точечного стока, обтекаемого потоком аэрозоля под произвольным углом к направлению силы тяжести) была исследована в работах [29, 30, 77], где при решении уравнений движения частиц в приближении малых чисел Стокса были получены формулы для коэффициента аспирации как функции числа Стокса. Наряду с числом Стокса формулы для коэффициента аспирации включают зависимости от отношения скоростей ветра и аспирации, а также от скорости седиментации.

Для понимания процессов пробоотбора в тонкостенные пробоотборники активно исследовалась задача об аспирации в плоскую щель между двумя пластинами. Модель функционирования щелевого пробоотборника при нулевом угле между направлениями ветрового потока и скорости аспирации в приближениях потенциального безотрывного и отрывного течений несжимаемой жидкости рассматривалась в [8, 63, 65, 134]. В двух первых работах вычисление коэффициента аспирации основывалось на приближенном решении уравнений движения частиц, пригодном при больших или малых числах Стокса. В [65] коэффициент аспирации определялся с помощью численного интегрирования уравнений движения частиц в поле течения несущей среды в рамках модели отрывного обтекания для случая $R_a > 1$. В [134] решена задача аспирации и рассчитано распределение концентрации частиц для щелевого пробоотборника в приближении потенциального безотрывного течения несжимаемой

жидкости для несущей среды.

Численные исследования аспирации в трубку проведены в работах [37, 38, 40, 66, 79, 80, 81, 85, 101, 103, 105, 113, 124, 128, 129, 130, 131, 133].

Большинство исследований аспирации в трубку касается пробоотбора из движущегося газа. В работе [128] исследовано поведение коэффициента аспирации в приближении осесимметричного течения несущей среды на основе численного решения методом конечных разностей уравнений для функции тока. Коэффициент аспирации определялся приближенно из линеаризованных уравнений движения частиц. Уравнения Навье—Стокса для течения вязкого несжимаемого газа использовались для расчета коэффициента аспирации в [37, 38, 105, 113, 130].

При аэрозольных измерениях в воздушных потоках возможны ситуации, когда ось пробоотборной трубки отклонена от направления движения невозмущенного воздуха. В этом случае необходимо оценить влияние угла отклонения на значение коэффициента аспирации. Экспериментальные исследования пробоотбора в трубку при различных углах между направлением ветра и осью трубки проведены в работах [89, 98, 118, 127]. Результаты расчетов коэффициента аспирации в трубку, расположенную под углом к направлению набегающего потока, в приближении потенциального течения, полученные с помощью численного решения интегральных граничных уравнений и уравнений Навье—Стокса, приведены в [40, 80, 131]. Случай, когда скорость аспирации направлена противоположно скорости ветра, исследован в [101, 124, 130].

Наряду с задачей пробоотбора аэрозольных частиц из движущегося воздуха в связи с активными аэрозольными измерениями внутри помещений важным является также случай пробоотбора аэрозоля из неподвижной среды. Экспериментальный отбор пробы аэрозоля из неподвижной среды в трубку описан в [2, 32, 123], а теоретические исследования проведены в [21, 66, 81]. В задаче пробоотбора из неподвижного воздуха помимо числа Стокса ключевым параметром становится стационарная скорость оседания частицы.

Кроме тонкостенных в аэрозольных измерениях используются пробоотборники с затупленной головной частью — цилиндрический, сферический и дископодобный. Интерес к ним обусловлен схожестью поведения аэрозольных частиц вокруг головы человека в процессе дыхания с поведением частиц при аспирации в подобные пробоотборники.

Цилиндрический пробоотборник представляет собой длинный цилиндр со щелевым отверстием вдоль образующей цилиндра, через которое осуществляется пробоотбор аэрозоля. Цилиндрические пробоотборники изучались экспериментально [73, 74] и теоретически [71, 72, 76, 83, 85, 86]. В работе [73] получена картина течения газа вокруг цилиндра с аспирирующим отверстием, обращенным к набегающему потоку. Измеренные значения коэффициента аспирации для некоторых размеров частиц при различной ориентации пробоотборника относительно движущегося воздуха приведены в [74].

При моделировании аспирации в цилиндрические пробоотборники развиты аналитические и численные модели течений в невязком и вяз-

ком приближениях. Модель точечного стока на цилиндре была использована в [87] для вычисления коэффициента аспирации. Модель течения несущей среды в окрестности цилиндрического пробоотборника с учетом конечномерного аспирирующего отверстия развита в [86], где поле скоростей несущей среды рассчитано численно методом граничных интегральных уравнений. В работе [71] на основе численного решения уравнений Навье—Стокса исследовано поведение коэффициента аспирации цилиндрического пробоотборника при совпадении направлений скоростей аспирации и ветра. Аспирация из неподвижного воздуха изучалась в [72]. В работе [7] предложена математическая модель аспирации аэрозоля в цилиндрический пробоотборник из низкоскоростного нисходящего потока и из неподвижной среды с учетом конечных размеров входного отверстия. На основе численного интегрирования уравнений движения частиц в поле скоростей несущей среды, найденном аналитически, и определения предельных траекторий проведены параметрические исследования коэффициента аспирации при изменении числа Стокса для различных отношений скоростей набегающего потока и аспирации и скорости седиментации.

Поле течения вокруг сферического пробоотборника при аспирации из движущегося газа определялось экспериментально в работах [73, 117]. Теоретически картина течения аэрозоля вокруг точечного стока на сфере исследована в [82, 83]. Модель точечного стока также использовалась в [88] для расчета коэффициента аспирации сферического пробоотборника при изменении положения входного отверстия относительно

но направления ветра и силы тяжести. Показаны согласие расчетных и экспериментальных значений коэффициента аспирации для углов до 60 градусов между направлениями скорости ветра и скорости аспирации и значительное влияние силы тяжести на коэффициент аспирации при различной направленности оси пробоотборника и ветра. В [93] предложена математическая модель аспирации аэрозоля из неподвижной среды в сферический пробоотборник. В этом случае также имеются результаты экспериментов [120].

В работах [100, 111] теоретически и экспериментально исследована аспирация в пробоотборник с дископодобной входной трубкой. Результаты расчетов коэффициента аспирации в пробоотборник с осесимметричным щелевым отверстием приведены в [39].

В последнее время заметно возрос интерес к исследованию персональных пробоотборников, применяемых для анализа загрязненности воздушной среды в производственных помещениях [132]. Такие пробоотборники устанавливаются на груди рабочего, и по окончании работы анализ пыли, собранной пробоотборником, позволяет рассчитать уровень запыленности помещения. Основное внимание при этом уделяется анализу влияния тела человека на процесс аспирации. Результаты численного исследования коэффициента аспирации в трубку, расположенную на диске (модель персонального пробоотборника), в приближении потенциального течения несущей среды даны в [102]. Характеристики персонального пробоотборника, полученные в приближении вязкого течения несущей среды, приведены также в [91].

Модели аспирации в приближении турбулентного течения несущей среды развиты в [100, 131]. В целом турбулентность течения не оказывает решающего воздействия на коэффициент аспирации [126].

Несмотря на многолетнюю историю теории пробоотбора аэрозольных частиц остается неисследованным или мало изученным ряд важных задач теории пробоотбора: аспирация из движущегося воздуха в расширенном диапазоне отношения скоростей ветра и аспирации (аспирация из низкоскоростной и высокоскоростной среды), анализ влияния силы тяжести на коэффициент аспирации, определение пространственного распределения концентрации частиц вокруг пробоотборника, решение нестационарной задачи аспирации.

В работе [70] на основе аппроксимации экспериментальных данных предложена формула для коэффициента аспирации, учитывающая зависимость от числа Стокса и отношения R_a скоростей ветра и аспирации:

$$A = 1 + (R_a - 1) \left(1 - \frac{1}{1 + (2 + 0.617/R_a)St} \right). \quad (0.2)$$

Формула (0.2) оказалась достаточно удачной и позже была подтверждена во многих экспериментальных и расчетных исследованиях. Однако существуют пределы применимости этой формулы при малых и больших значениях R_a . Расхождение с (0.2) было обнаружено в экспериментах [78]. При малых значениях параметра R_a коэффициент аспирации, полученный в эксперименте, с дальнейшим уменьшением R_a начинает расти, в то время как формула (0.2) предсказывает монотонное уменьшение коэффициента A . Авторы [104] связывают такое поведение функции $A = A(R_a)$ с попаданием частиц в трубку после отскока от наруж-

ных стенок щели (вторичная аспирация). Расчеты [37] показали немонотонное поведение $A(R_a)$ и без учета отскока. В экспериментах [112] обнаружено, что экспериментальные значения коэффициента аспирации расходятся со значениями, рассчитанными по формуле (0.2), и при очень больших R_a . Вместе с тем задачи аспирации частиц аэрозоля из низкоскоростного и высокоскоростного потоков важны в связи с необходимостью измерений внутри помещений и в высоких слоях атмосферы с борта самолета.

Для полного понимания процесса аспирации важно знать не только изменение средней концентрации, но и пространственное распределение концентрации в окрестности и внутри пробоотборника. Кроме того, возможен пробоотбор аэрозоля из потока с пространственно-неравномерным распределением частиц, когда коэффициент аспирации не может быть рассчитан традиционным методом предельных траекторий. Поэтому в настоящее время актуальным остается развитие математических моделей, позволяющих рассчитывать распределение концентрации аэрозольных частиц вокруг и внутри пробоотборников. Отметим в этом направлении работу [134], где рассчитано распределение концентрации частиц для щелевого пробоотборника в приближении потенциального безотрывного течения несжимаемой жидкости для несущей среды.

Одной из целей настоящей монографии является представление результатов исследований, выполненных для восполнения указанных выше пробелов. Работа посвящена численному определению характеристик тонкостенных аэрозольных пробоотборников для расширенного диапа-

зона отношения скоростей ветра и аспирации, а также развитию нового подхода к решению задач аспирации, основанного на расчете полей концентрации аэрозольных частиц. В предположении о малости концентрации дисперсной фазы математическое моделирование течений аэрозоля сводится к нахождению поля скоростей несущей среды и к расчету траекторий аэрозольных частиц в этом поле. Несущая среда моделируется вязким и потенциальным течением несжимаемого газа.

Авторы выражают благодарность Д.В. Маклакову за содействие при решении задачи о течении несущей среды в приближении потенциального течения.

1 Математическая модель течения аэрозоля в задаче аспирации

1.1 Общая постановка задачи аспирации

Численное исследование коэффициента аспирации основано на расчете течения аэрозоля в окрестности входного отверстия и внутри пробоотборника. Как уже было отмечено ранее, математическое моделирование аэрозольного течения состоит из двух задач: определение пространственного распределения скоростей несущей среды и расчет траекторий частиц для найденного поля скоростей. Приведем, следуя работе [114], общую постановку задачи аспирации для пробоотборника, произвольно ориентированного в пространстве по направлению к набегающему ветровому потоку аэрозоля.

Пусть $N_0(t)$ — число частиц заданного размера, проходящих в единицу времени через площадь S_0 , перпендикулярную направлению скорости движения частиц в невозмущенном потоке аэрозоля и ограниченную трубкой тока аспирируемого газа, U_0 — скорость газового потока (рис. 2).

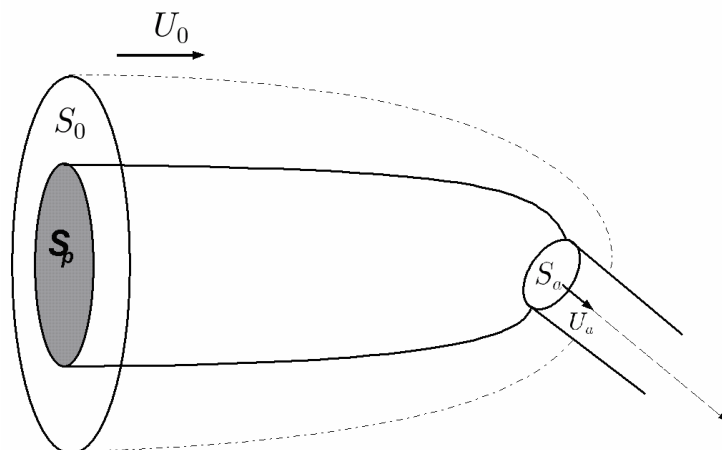


Рис. 2. Схема аспирации в трубку из движущегося воздуха

Обозначим через $N_a(t + \Delta t)$ часть тех же частиц, попадающих в пробоотборник через входное отверстие площади S_a , Δt — среднее время движения частиц от плоскости S_0 до плоскости S_a . Тогда коэффициент аспирации может быть определен так:

$$A(t) = \frac{N_a(t + \Delta t)}{N_0(t)}. \quad (1.1)$$

Из области S_0 не все частицы попадут во входное отверстие в связи с влиянием инерционных и гравитационных сил. Пусть траектории аспирируемых частиц находятся внутри трубки предельных траекторий с поперечным сечением площади S_p в области невозмущенного потока вдали от пробоотборника. Записав потоки частиц через площади S_0 и

S_a как интегралы от произведения концентрации на скорость частицы, получим для коэффициента аспирации выражение

$$A(t) = \frac{\int_{S_a} c_a(x, y, t + \Delta t) v_{pa}(x, y, t + \Delta t) dy dx}{\int_{S_0} c_0(x, y, t) v_{p0}(x, y, t) dy dx}, \quad (1.2)$$

где v_{pa} и c_a — скорость и концентрация частиц, v_{p0} и c_0 — те же величины в плоскости S_0 . Уравнение (1.2) с учетом условия баланса потока частиц в пределах трубки предельных траекторий

$$\int_{S_a} c_p(x, y, t) v_{pp}(x, y, t) dy dx = \int_{S_p} c_0(x, y, t) v_{p0}(x, y, t) dy \quad (1.3)$$

представим в виде

$$A(t) = \frac{\int_{S_p} c_p(x, y, t) v_{pp}(x, y, t) dy dx}{\int_{S_0} c_0(x, y, t) v_{p0}(x, y, t) dy dx}, \quad (1.4)$$

где v_{pp} и c_p — скорость и концентрация частицы в плоскости S_p . В предположении о пространственной равномерности распределений концентрации и скорости частиц в пределах площади S_0 , т. е. $c_p(x, y, t) = c_0(x, y, t)$, $v_{pp}(x, y, t) = v_{p0}(x, y, t)$ для $(x, y) \in S_0$, формулу (1.4) можно переписать в виде

$$A(t) = S_p/S_0. \quad (1.5)$$

В невозмущенном потоке вдали от пробоотборника скорость частицы совпадает со скоростью U_0 газового потока, поэтому можно записать

$$A(t) = \frac{U_0 S_p}{U_0 S_0} = \frac{U_0 S_p}{U_a S_a} = \frac{U_0 S_p}{Q}, \quad (1.6)$$

где $Q = U_a S_a$ — расход воздуха через аспирирующее отверстие.

Таким образом, в предположении о равномерности распределений скоростей и концентрации частиц в невозмущенном потоке и заданности скорости ветрового потока и расхода газа через входное отверстие пробоотборника определение коэффициента аспирации сводится к нахождению площади области вдали от пробоотборника, с которой стартуют аспирируемые частицы.

Концентрация частиц может быть выражена как отношение потока частиц через площадь к расходу газа через эту же площадь

$$c_a(t) = N_a(t)/Q, c_p(t) = N_a(t)/U_0 S_p.$$

Перепишем теперь (1.6) в виде

$$A(t) = \frac{N_a(t)/Q}{N_a(t)/U_0 S_p} = \frac{c_a(t)}{c_p(t)} = \frac{c_a(t)}{c_0(t)}. \quad (1.7)$$

Таким образом, введенный параметр A — коэффициент аспирации — представляет собой отношение средней концентрации частиц во входном сечении и вдали от пробоотборника.

Как правило, в теории пробоотбора рассматриваются задачи об аспирации из стационарного потока. В настоящей работе, как и в большинстве других теоретических работ, вычисление коэффициента аспирации осуществляется по формуле (1.5), когда он не зависит от времени. Отметим, что в общем случае, когда имеется неравномерность поля концентрации или скоростей частиц, следует использовать формулу (1.4).

1.2 Уравнения движения аэрозольных частиц

Для описания движения частиц в неоднородном газовом поле используются уравнения движения одиночных частиц, математически вы-

ражающие собой второй закон Ньютона. Впервые уравнения движения взвешенных частиц в неоднородном газовом поле были сформулированы в работах А.В. Basset [67], С.В. Oseen [108].

Векторное уравнение движения одиночной частицы с постоянной массой в газовом потоке представим в виде [60, 106, 107]:

$$m_p \frac{d\bar{V}}{dt} = -\frac{18\mu}{\rho\delta^2} m_p (\bar{V} - \bar{U}) - \frac{1}{2} m_f \frac{d\bar{V}}{dt} - \frac{3}{2} \delta^2 \sqrt{\pi\mu\rho} \int_0^t \left(\frac{d\bar{U}}{dp} - \frac{d\bar{V}}{dp} \right) \frac{dp}{\sqrt{t-p}} + \bar{F}(t), \quad (1.8)$$

где m_p — масса частицы, m_f — масса газа с объемом, равным объему частицы, δ — диаметр частицы, ρ — плотность газа, μ — коэффициент динамической вязкости газа, \bar{V} и \bar{U} — скорости частицы и газа соответственно.

Первый член в правой части уравнения (1.8) представляет собой сопротивление газовой среды, второй учитывает силу, связанную с ускорением жидкости вокруг частицы и называемую силой присоединенных масс. При этом влияние второго члена сводится к кажущемуся увеличению массы тела на половину массы вытесненной им среды. Так как плотность газовой среды мала по сравнению с плотностью частиц, этот член при расчете аэрозольных течений опустим. Интегральный член в уравнении (1.8), представляющий собой силу Бассе и учитывающий нестационарность пограничного слоя вокруг движущейся капли, для рассматриваемых стационарных задач также может быть опущен. Последнее слагаемое описывает воздействие внешней силы, в общем случае зависящей от времени.

В дальнейшем мы рассматриваем аэрозольные частицы сферической формы. Масса такой частицы равна $m_p = \pi\delta^3\rho_p/6$, где ρ_p — плотность частицы. Учитывая это, перепишем уравнение (1.8):

$$\frac{d\bar{V}}{dt} = -\frac{c_d \text{Re}_p (\bar{V} - \bar{U})}{24\tau} + \bar{F}(t), \quad (1.9)$$

где c_d — коэффициент сопротивления частицы, Re_p — число Рейнольдса частицы, определяемое как

$$\text{Re}_p = \frac{\delta\rho}{\mu} |\bar{V} - \bar{U}|. \quad (1.10)$$

В уравнении (1.9) параметр $\tau = m_p/3\pi\mu\delta = \rho_p\delta^2/18\mu$ — время релаксации частицы. Используя время релаксации τ , характерные скорость U_0 и длину L , можно ввести безразмерный параметр — число Стокса St , характеризующий отношение инерционных сил к вязким [61]:

$$\text{St} = \tau U_0/L. \quad (1.11)$$

Коэффициент c_d сопротивления частицы выражается через силу F_d гидродинамического сопротивления среды, с которой поток действует на частицу:

$$c_d = \frac{F_d}{0.5\rho(\bar{U} - \bar{V})^2 A_p},$$

где $A_p = \pi\delta^2/4$ — площадь поперечного сечения сферической частицы. Коэффициент c_d зависит от числа Рейнольдса Re_p . При малых числах Рейнольдса $\text{Re}_p < 0.5$ сила F_d сопротивления среды, действующая на медленно движущееся в ней тело шарообразной формы, определяется по формуле Стокса $F_d = -3\pi\mu\delta V$. Последняя получается из решения

уравнений Навье—Стокса в приближении несжимаемой жидкости в отсутствие инерционных слагаемых. В этом случае коэффициент сопротивления выразится в форме

$$c_d = 24/\text{Re}_p. \quad (1.12)$$

Коэффициент сопротивления из известного решения Oseen [108], учитывающего инерционные члены, может быть записан в виде

$$c_d = \frac{24}{\text{Re}_p} \left(1 + \frac{3}{16}\text{Re}_p - \frac{19}{1289}\text{Re}_p^2 + \dots \right).$$

Сохраняя первый член ряда, получим приближение Стокса; учет двух членов дает следующее приближение Oseen. Кроме того, известны многочисленные аппроксимации экспериментально полученных зависимостей $c_d(\text{Re}_p)$. В диапазоне $0.5 < \text{Re}_p < 1000$ широко применяется формула Клячко—Мазина:

$$c_d = \frac{24}{\text{Re}_p} \left(1 + 0.158\text{Re}_p^{2/3} \right). \quad (1.13)$$

При $\text{Re}_p > 1000$ структура вихревой зоны за сферической частицей меняется мало, коэффициент сопротивления практически постоянен:

$$c_d = 0.44. \quad (1.14)$$

На рис. 3 приведены значения коэффициента сопротивления, полученные экспериментально и рассчитанные по формулам (1.12)—(1.14). В настоящей работе диапазон изменения числа Рейнольдса во всех рассматриваемых задачах укладывается в пределы применимости формул (1.12)—(1.13).

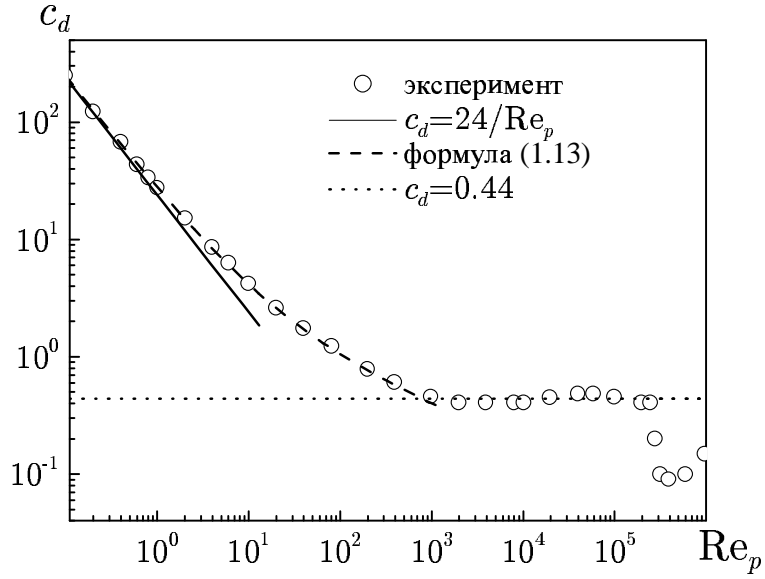


Рис. 3. Зависимость $c_d = c_d(\text{Re}_p)$, полученная из эксперимента и по формулам (1.12)—(1.14)

На частицы в аэрозольных течениях могут действовать внешние силы различной природы (гравитационная, электростатическая, форетические и т. д.). Приведем выражение для гравитационной силы \overline{F} , которая учитывается в ряде исследуемых задач:

$$\overline{F} = m_p g \overline{G}, \quad (1.15)$$

где g — ускорение свободного падения, \overline{G} — единичный вектор в направлении силы тяжести. При анализе влияния силы тяжести на коэффициент аспирации наряду с числом Стокса введем безразмерный параметр $v_s = V_s/U_0 = \tau g/U_0$ — скорость стационарного оседания частицы.

Уравнение (1.9) движения аэрозольной частицы в пренебрежении всеми силами, кроме силы аэродинамического сопротивления и силы тяжести, запишем в виде

$$\frac{d\overline{V}}{dt} = -\frac{c_d \text{Re}_p}{24} \frac{(\overline{V} - \overline{U})}{\tau} + g \overline{G}. \quad (1.16)$$

Уравнение (1.16) вместе с уравнением для радиус-вектора \bar{r}_p координат частицы

$$\frac{d\bar{r}_p}{dt} = \bar{V} \quad (1.17)$$

представляет собой систему обыкновенных дифференциальных уравнений для составляющих скорости и координат положения частицы. Решение задачи Коши для этой системы с соответствующими начальными условиями позволяет рассчитать траекторию отдельной частицы. В этом заключается метод Лагранжа, или траекторный метод расчета течений аэрозоля.

1.3 Модели течения несущей среды

Как было указано во введении, в предположении о малости концентрации аэрозольных частиц их влиянием на газовый поток пренебрегается. Таким образом, задача о течении несущей среды рассматривается отдельно. В целом для моделирования движения газовой среды в механике аэрозолей применяется все разнообразие моделей гидродинамики и газовой динамики. Задачи аспирации актуальны для частиц достаточно больших размеров, которые характеризуются малыми значениями числа Кнудсена, следовательно, газ вокруг них может быть описан в рамках механики сплошной среды. Ниже применяются модели потенциального и вязкого течения несжимаемой жидкости: для скоростей, характерных для большинства задач пробоотбора, без заметной потери точности сжимаемостью газовой среды можно пренебречь.

В рамках модели осесимметричного потенциального течения несущей

щей среды ставится краевая задача для функции тока, удовлетворяющей уравнению Лапласа в цилиндрических координатах. Решение соответствующей краевой задачи находится методом граничных элементов. Как известно, суть этого метода состоит в преобразовании дифференциального уравнения в частных производных, описывающего поведение неизвестной функции внутри и на границе области, в интегральное уравнение, определяющее только граничные значения. В обычной постановке неизвестная функция представляется как интеграл по границе, на которой распределены источники и стоки. В настоящей работе применяется метод дискретных вихрей, когда на границе распределяются сосредоточенные вихри. Значение функции тока во внутренних точках области определяется через известное решение на границе, полученное из интегрального уравнения. Поскольку все приближения, обусловленные численными расчетами, связаны только с границей, размерность задачи уменьшается на единицу.

В рамках модели вязкого ламинарного течения газа (см. [35]) несущая среда описывается уравнениями Навье—Стокса

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \bar{u}) &= 0, \\ \frac{\partial}{\partial t}(\rho \bar{u}) + \nabla \cdot (\rho \bar{u} \bar{u}) &= -\nabla p + \nabla \cdot (\bar{\bar{\tau}}) + \rho \bar{g} + \bar{F}. \end{aligned} \tag{1.18}$$

Первое уравнение в (1.18) представляет собой уравнение сохранения массы и пригодно как для несжимаемых, так и для сжимаемых жидкостей. Второе уравнение является уравнением сохранения количества движения, p — статическое давление, $\bar{\bar{\tau}}$ — тензор напряжений, $\rho \bar{g}$ и \bar{F} — гравитационная и внешняя массовая (возникшая, например, вследствие взаи-

модействия с дисперсной фазой) силы соответственно.

Тензор напряжений $\bar{\bar{\tau}}$ задается формулой

$$\bar{\bar{\tau}} = \mu \left[(\nabla \bar{u} + \nabla \bar{u}^T) - \frac{2}{3} \nabla \cdot \bar{u} I \right], \quad (1.19)$$

где μ — коэффициент динамической вязкости, I — единичный тензор. Второе слагаемое в правой части характеризует эффекты объемного расширения.

Уравнения сохранения количества движения имеют сходную структуру и могут быть записаны в виде общего уравнения переноса произвольной характеристики ϕ :

$$\frac{\partial \rho \phi}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \phi \bar{u}) = \nabla \cdot (\Gamma \nabla \phi), \quad (1.20)$$

где Γ — коэффициент диффузии характеристики ϕ .

Для преобразования уравнения (1.20) в систему линейных алгебраических уравнений используем метод конечных объемов. Этот метод основан на интегрировании уравнения (1.20) по некоторому контрольному объему V :

$$\int_V \frac{\partial(\rho \phi)}{\partial t} dV + \oint \rho \phi \bar{u} \cdot d\bar{A} = \oint \Gamma \nabla \phi \cdot d\bar{A}, \quad (1.21)$$

где \bar{A} — вектор, направленный по нормали к поверхности объема V . При интегрировании объемные интегралы преобразуются в поверхностные согласно теореме Остроградского-Гаусса. Уравнение (1.21) выражает закон сохранения характеристики ϕ для контрольного объема V . Это уравнение составляется для каждой ячейки вычислительной области. Затем производится дискретизация, приводящая к системе линейных ал-

гебраических уравнений. Полученная система решается численно методом Гаусса—Зейделя.

Порядок точности метода конечных объемов зависит от порядка схемы, используемой при дискретизации нестационарного, конвективного и диффузионного членов в уравнении (1.21).

При реализации метода конечных объемов решения уравнений Навье—Стокса для определения неизвестной величины давления p в (1.18) применяется итерационный алгоритм SIMPLE, предложенный в [46].

В настоящее время физические и математические модели и численные методы современной вычислительной гидрогазодинамики нашли свое воплощение в ряде программных пакетов, объединяемых общим названием CFD («Computational Fluid Dynamics»). Удобство работы и возможности CFD-пакетов значительно расширяют круг решаемых задач в области механики жидкости и газа. Одним из широко распространенных CFD-пакетов является пакет FLUENT. Казанский государственный университет в 2005 г. приобрел университетскую версию этого пакета, она использована в настоящей работе для расчета на основе алгоритма SIMPLE поля скоростей газовой среды.

1.4 Метод расчета концентрации частиц вдоль траектории

Как отмечалось ранее, основной задачей теории пробоотбора аэрозольных частиц является расчет коэффициента аспирации — интегральной характеристики пробоотборника. Решение задач Коши для системы уравнений (1.16) — (1.17) позволяет рассчитать траектории частиц

в задаче аспирации и выделить вдали от пробоотборника область S_p , с которой стартуют аспирируемые частицы. Знание площади S_p дает возможность вычислить коэффициент аспирации по формуле (1.5). Вместе с тем для лучшего понимания процесса аспирации представляется важным знать пространственное распределение концентрации частиц в окрестности и внутри пробоотборника. Необходимость вычисления концентрации частиц возникает также при определении коэффициента аспирации в случае неоднородности распределения концентрации или скоростей частиц аэрозоля в среде, не возмущенной пробоотборником, а также в нестационарных задачах.

В настоящем параграфе дано описание метода, позволяющего рассчитывать концентрации частиц вдоль траекторий и примененного для решения исследуемых задач. Для расчета концентрации дисперсной фазы в двухфазных течениях, к которым можно отнести и течения аэрозолей, обычно используются подходы, основанные на решении уравнений среды частиц в эйлеровых координатах методом конечных разностей, либо лагранжевы методы [75], заменяющие малый лагранжев объем дисперсной фазы «крупной частицей», масса которой считается неизменной в процессе движения. При применении перечисленных методов для расчета концентрации частиц в областях пересекающихся траекторий и в зонах высоких градиентов концентрации возникают значительные проблемы.

В последнее время широко используется метод, свободный от указанных недостатков и предложенный А.Н. Осипцовым [45, 109, 110]. Этот

метод основан на привлечении дополнительных уравнений для компонент якобиана преобразования эйлеровых переменных к лагранжевым, которые совместно с уравнениями движения и неразрывности дисперсной фазы, записанными в лагранжевой форме, позволяют вычислять концентрацию частиц вдоль выбранных траекторий из решения систем обыкновенных дифференциальных уравнений. Опишем основные идеи этого метода.

В качестве лагранжевых координат используем значения декартовых координат (x_0, y_0, z_0) частицы в некоторый момент времени, принятый за начало отсчета $t = 0$. Рассмотрим радиус-вектор \bar{r}_p и скорость частицы \bar{V} как функции лагранжевых координат и времени t . Уравнение неразрывности в переменных Лагранжа имеет вид [51]

$$c_p(x_0, y_0, z_0, t) \det \|J_{ij}\| = c_{p0}(x_0, y_0, z_0, 0). \quad (1.22)$$

Здесь $J_{ij} = \partial x_i / \partial x_{0j}$ ($i, j = 1, 2, 3$; $x_1 = x$, $x_2 = y$, $x_3 = z$) — компоненты якобиана перехода от лагранжевых координат к эйлеровым. Функция $c_p(x_0, y_0, z_0, t)$ в момент времени t дает значение концентрации частицы, начавшей движение из точки (x_0, y_0, z_0) .

Введем новые переменные — скорости изменения компонентов якобиана:

$$\Omega_{ij} = \frac{\partial J_{ij}}{\partial t}. \quad (1.23)$$

В уравнении (1.23) изменим порядок дифференцирования:

$$\Omega_{ij} = \frac{\partial J_{ij}}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial x_i}{\partial x_{j0}} \right) = \frac{\partial}{\partial x_{j0}} \left(\frac{\partial x_i}{\partial t} \right) = \frac{\partial V_i}{\partial x_{j0}}.$$

Продифференцируем последнее соотношение, изменим порядок диффе-

ренцирования и учетом уравнение (1.16) с коэффициентом сопротивления 1.12 без учета силы тяжести:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \Omega_{ij}}{\partial t} &= \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial V_i}{\partial x_{j0}} \right) = \frac{\partial}{\partial x_{j0}} \left(\frac{\partial V_i}{\partial t} \right) = \frac{\partial}{\partial x_{j0}} \left(\frac{U_i - V_i}{\tau} \right) = \\ &= \frac{1}{\tau} \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_{j0}} - \Omega_{ij} \right) = \frac{1}{\tau} \left(\sum_k \frac{\partial U_i}{\partial x_k} J_{kj} - \Omega_{ij} \right). \end{aligned}$$

Таким образом, получили уравнение для Ω_{ij} в виде

$$\frac{\partial \Omega_{ij}}{\partial t} = \frac{1}{\tau} \left(\sum_k \frac{\partial U_i}{\partial x_k} J_{kj} - \Omega_{ij} \right). \quad (1.24)$$

Если скорость несущей фазы и ее производные по эйлеровым координатам известны, уравнения (1.23), (1.24) совместно с (1.16), (1.17) составляют замкнутую систему обыкновенных дифференциальных уравнений. Интегрирование системы позволяет определить положение, скорость частицы и компоненты якобиана в любой момент времени. После этого концентрация определяется по формуле

$$c_p(x_0, y_0, z_0, t) = \frac{c_{p0}(x_0, y_0, z_0, 0)}{|\det \| J_{ij} \| |}. \quad (1.25)$$

Начальные условия для указанной системы обыкновенных дифференциальных уравнений получаются из граничных условий для рассматриваемого течения. Например, если расчет траектории начинается из области однородного потока частиц, направленного вдоль оси x , то при $t = 0$ имеем: $\bar{r} = \bar{r}_0$, $\bar{V} = \bar{U}$, $J_{ii} = 1$, $J_{ij} (i \neq j) = 0$, $\Omega_{ij} = 0$.

Метод позволяет рассчитывать концентрацию частиц в случае пересекающихся траекторий, так как различным траекториям, пересекающимся в одной и той же точке, соответствуют различные значения

лагранжевых координат \bar{r}_0 . На границах областей пересекающихся траекторий якобиан обращается в нуль. При переходе через точку пересечения определитель в уравнении (1.25) меняет знак, поэтому его следует брать по модулю.

Пусть для описания движения дисперсной системы используются криволинейные ортогональные координаты ξ_1, ξ_2, ξ_3 . В этом случае уравнение неразрывности среды частиц принимает вид [51]

$$c_p(\xi_{10}, \xi_{20}, \xi_{30}, t) H_1 H_2 H_3 \det \left\| \frac{\partial \xi_i}{\partial \xi_{0j}} \right\| = c_{p0}(\xi_{10}, \xi_{20}, \xi_{30}, 0) H_{10} H_{20} H_{30}. \quad (1.26)$$

Здесь H_i — коэффициенты Ламе. Уравнения импульса и траектории частицы в проекциях на оси криволинейной ортогональной системы координат записываются следующим образом:

$$\frac{\partial V_i}{\partial t} = \sum_k \frac{V_k}{H_i H_k} \left(V_k \frac{\partial H_k}{\partial \xi_i} - V_i \frac{\partial H_i}{\partial \xi_k} \right) + \frac{(U_i - V_i)}{\tau}, \quad (1.27)$$

$$\frac{\partial \xi_i}{\partial t} = \frac{V_i}{H_i}. \quad (1.28)$$

Суммирование по i в уравнении (1.27) отсутствует. Функции ξ_i и V_i считаются зависящими от времени t и лагранжевых координат ξ_{i0} . Компоненты якобиана имеют вид $J_{ij} = \partial \xi_i / \partial \xi_{j0}$. Аналогично случаю декартовых координат продифференцируем уравнения (1.28) и (1.27) по лагранжевым координатам ξ_{j0} и поменяем порядок дифференцирования

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial \xi_{j0}} \left(\frac{\partial \xi_i}{\partial t} \right) &= \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial \xi_i}{\partial \xi_{j0}} \right) = \frac{\partial J_{ij}}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial \xi_{j0}} \left(\frac{V_i}{H_i} \right) = \\ &= \frac{H_i (\partial V_i / \partial \xi_{j0}) - V_i (\partial H_i / \partial \xi_{j0})}{H_i^2} = \frac{(\partial V_i / \partial \xi_{j0})}{H_i} - \frac{V_i}{H_i^2} (\partial H_i / \partial \xi_{j0}), \\ \frac{\partial}{\partial \xi_{j0}} \left(\frac{\partial V_i}{\partial t} \right) &= \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial V_i}{\partial \xi_{j0}} \right). \end{aligned}$$

Введя новые переменные $\Omega_{ij} = \partial V_i / \partial \xi_{j0}$, получим систему уравнений

$$\frac{\partial J_{ij}}{\partial t} = \frac{\Omega_{ij}}{H_i} - \frac{V_i}{H_i^2} \sum_k \frac{\partial H_j}{\partial \xi_k} J_{kj}, \quad (1.29)$$

$$\frac{\partial \Omega_{ij}}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial \xi_{j0}} \left\{ \sum_k \frac{V_k}{H_i H_k} \left(V_k \frac{\partial H_k}{\partial \xi_i} - V_i \frac{\partial H_i}{\partial \xi_i} \right) \right\} + \frac{\partial}{\partial \xi_{j0}} \left(\frac{U_i - V_i}{\tau} \right). \quad (1.30)$$

Дифференцирование выражений в уравнении (1.30) по лагранжевым координатам следует проводить по правилам дифференцирования сложных функций.

Таким образом, имеем замкнутую систему обыкновенных дифференциальных уравнений (1.27) — (1.30) для ξ_i , V_i , J_{ij} , Ω_{ij} . Одновременно с расчетом траектории частицы концентрация в произвольной ее точке вычисляется из выражения (1.26).

В частном случае размерность системы может быть понижена. При стационарном течении несущей среды часть компонентов якобиана выражается через компоненты скорости частиц. Например, при использовании декартовых координат уравнение неразрывности для среды частиц имеет вид

$$c_p(x_0, y_0, z_0, t) \det \begin{vmatrix} v_x & \partial x / \partial y_0 & \partial x / \partial z_0 \\ v_y & \partial y / \partial y_0 & \partial y / \partial z_0 \\ v_z & \partial z / \partial y_0 & \partial z / \partial z_0 \end{vmatrix} = c_p(x_0, y_0, z_0, 0) v_{x0}. \quad (1.31)$$

Здесь v_x, v_y, v_z — компоненты скорости частицы. Порядок системы обыкновенных дифференциальных уравнений, которую необходимо решать на выбранной траектории частиц, сокращается на шесть уравнений.

2 Аспирация аэрозоля в щелевой пробоотборник

Двумерные модели аспирации аэрозоля в тонкостенные пробоотборники (модели щелевых пробоотборников) формулируются как задачи об аспирации аэрозоля в щель, образованную двумя полубесконечными параллельными пластинами. Результаты исследований коэффициента аспирации в рамках двумерных моделей аспирации применимы для анализа процесса пробоотбора в щелевые измерительные устройства, а также дают качественное представление об аспирации аэрозоля в тонкостенные трубки. Модель щелевого пробоотборника для нулевого угла между направлениями ветрового потока и скорости аспирации в приближениях потенциального безотрывного и отрывного течений несжимаемой жидкости рассматривалась ранее в работах [8, 9, 63, 65]. В [8, 9] и [63] вычисление коэффициента аспирации основывалось на приближенном решении уравнений движения частиц, применимом при больших или малых числах Стокса. В [22] коэффициент аспирации определялся с помощью численного интегрирования уравнений движений частиц в поле течения несущей среды, рассчитанного в рамках модели отрывного обтекания.

В [134] решена задача аспирации и рассчитано распределение концентрации частиц для щелевого пробоотборника в приближении потенциального безотрывного течения несжимаемой жидкости для несущей среды. Модель потенциального течения, как правило, пригодная для удовлетворительного расчета коэффициента аспирации тонкостенных пробоотборников, не дает реальной картины поля скоростей воздуха внутри пробоотборника. Поэтому данные о пространственном распределении

частиц, полученные в таком приближении, могут заметно отличаться от истинных.

В настоящем параграфе представлены результаты решения задачи аспирации аэрозоля в тонкостенный щелевой пробоотборник из движущегося воздуха и исследовано пространственное распределение концентрации частиц в рамках модели вязкого течения несжимаемой жидкости для несущей среды. Поле течения воздуха рассчитано с помощью CFD программы FLUENT (version 6.3.26, Fluent.Inc., NH). Для определения концентрации частиц использован метод Осипцова, изложенный в разделе 1.4. С помощью названной математической модели рассчитаны поля концентрации частиц в окрестности и внутри пробоотборной щели, а также локальный коэффициент аспирации.

2.1 Постановка задачи

Рассмотрим задачу об аспирации аэрозоля из движущегося газа в щель, образованную двумя полубесконечными пластинами (рис. 4, $2H$ — расстояние между пластинами). Скорость аспирации U_a (средняя скорость во входном отверстии) направлена вдоль оси X , скорость газа (несущей среды) U_0 вдали от пробоотборника постоянна. $R_a = U_0/U_a$ — отношение скоростей. Пусть Y_s и Y_c — ординаты сепаратрисы — разделительной линии тока и предельной траектории вдали от пробоотборника (рис. 4). Сепаратриса разделяет область течения несущей среды на области попадающего и не попадающего в пробоотборник воздуха. Предельной будем называть траекторию, разделяющую дисперсную фазу

на потоки аспирируемых частиц и частиц, проходящих мимо пробоотборника. Используя условие баланса массы для несущей фазы, величину Y_s можно записать как $Y_s = U_a H / U_0 = H / R_a$. В невозмущенной среде

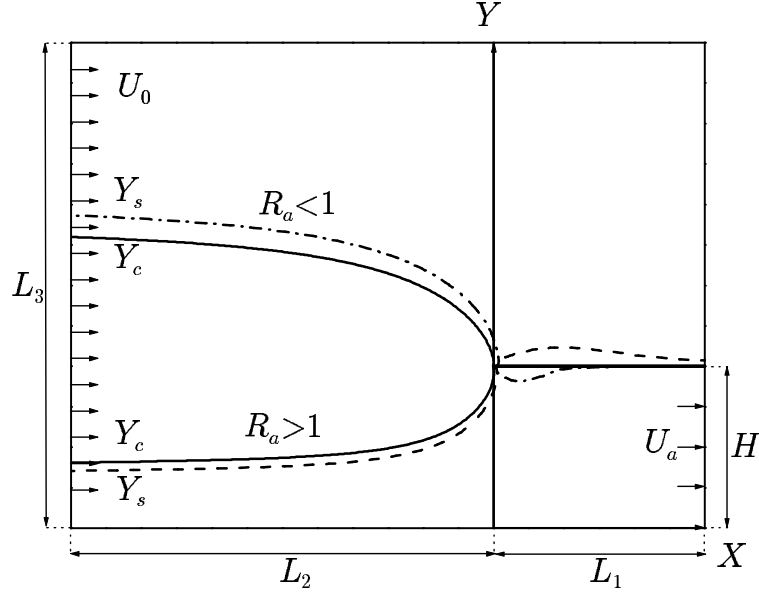


Рис. 4. Схема расчетной области в плоскости (X, Y)

частицы движутся параллельно оси X со скоростью V_x . Коэффициент аспирации определяется как отношение потоков частиц в аспирируемом газе, проходящих через входное отверстие пробоотборника и поперечное сечение области, ограниченной сепаратрисой на расстоянии X_0 от щели:

$$A = \int_0^H c_p(0, Y) V_x(0, Y) dY / \int_0^{Y_s} c_p(X_0, Y) V_x(X_0, Y) dY, \quad (2.1)$$

где c_p — счетная концентрация частиц. Условие баланса потоков частиц внутри области, ограниченной предельной траекторией, может быть записано в следующем виде:

$$\int_0^H c_p(0, Y) V_x(0, Y) dY = \int_0^{Y_c} c_p(X_0, Y) V_x(X_0, Y) dY. \quad (2.2)$$

Полагая, что частицы равномерно распределены в невозмущенной среде, т. е. $c_p(X_0, Y) = \text{const}$ и вдали от пробоотборника скорости фаз совпадают, $V_x(X_0, Y) = U_0$, из (2.1) и (2.2) получим

$$A = Y_c/Y_s. \quad (2.3)$$

Таким образом, в предположении об однородности параметров невозмущенного потока задача вычисления коэффициента аспирации сводится к нахождению предельной траектории в окрестности пробоотборника, ордината Y_c которой позволяет вычислить A по формуле (2.3).

В приближении стационарного вязкого ламинарного течения несжимаемого газа несущая среда описывается двумерными уравнениями Навье—Стокса

$$\begin{aligned} \frac{\partial U_x}{\partial X} + \frac{\partial U_y}{\partial Y} &= 0, \\ U_x \frac{\partial U_x}{\partial X} + U_y \frac{\partial U_x}{\partial Y} &= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial X} + \frac{\mu}{\rho} \left(\frac{\partial^2 U_x}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 U_y}{\partial Y^2} \right), \\ U_x \frac{\partial U_y}{\partial X} + U_y \frac{\partial U_y}{\partial Y} &= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial Y} + \frac{\mu}{\rho} \left(\frac{\partial^2 U_x}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 U_y}{\partial Y^2} \right), \end{aligned} \quad (2.4)$$

где U_x, U_y — декартовы составляющие скорости газа. При задании граничных условий для (2.4) на левой входной и верхней боковой границах расчетной области задается скорость невозмущенного внешнего потока ($U_x = U_0, U_y = 0$). На выходной границе выше щели давление полагается равным нулю ($p = 0$). В выходном сечении щели задано параболическое распределение скорости по высоте, соответствующее развитому вязкому течению в плоском канале со средней скоростью, равной скорости аспирации ($U_x = 1.5U_a(1 - Y^2/H^2), U_y = 0$). На внешней стенке и на поверхности щели принимаются условия прилипания

$(U_x = 0, U_y = 0)$, а на нижней границе расчетной области — условия симметрии ($U_y = 0, \partial p / \partial n = 0$).

Уравнения движения аэрозольных частиц в предположении, что сила аэродинамического сопротивления выражается законом Стокса, записываются в безразмерной форме

$$\begin{aligned} \frac{dv_x}{dt} &= \frac{u_x - v_x}{St}, & \frac{dx}{dt} &= v_x, \\ \frac{dv_y}{dt} &= \frac{u_y - v_y}{St}, & \frac{dy}{dt} &= v_y, \end{aligned} \quad (2.5)$$

где $v_x = V_x/U_0, v_y = V_y/U_0$ — безразмерные компоненты скорости частицы в декартовой системе координат, $u_x = U_x/U_0, u_y = U_y/U_0$ — безразмерные компоненты скорости несущей среды, t — безразмерное время, число Стокса $St = U_0\tau/H$. В качестве масштаба скорости и длины приняты величины U_0 и H .

Значение начальной ординаты $y_c = Y_c/H$ предельной траектории позволяет вычислить коэффициент аспирации по формуле

$$A = y_c R. \quad (2.6)$$

Ниже приведены уравнения метода, описанного в разделе 1.4, для рассматриваемого случая плоской задачи. В двумерном случае уравнение неразрывности для потока частиц в переменных Лагранжа имеет вид

$$c_p(x_0, y_0, t) \det \|J_{ij}\| = c_p(x_0, y_0, 0). \quad (2.7)$$

Опираясь на параграф 1.4, легко вывести уравнения для компонентов

якобиана J_{ij} и переменных ω_{ij} :

$$\begin{aligned}\frac{dJ_{11}}{dt} &= \omega_{11}, & \frac{dJ_{12}}{dt} &= \omega_{12}, \\ \frac{dJ_{21}}{dt} &= \omega_{21}, & \frac{dJ_{22}}{dt} &= \omega_{22},\end{aligned}\tag{2.8}$$

$$\begin{aligned}\frac{d\omega_{11}}{dt} &= \frac{1}{St} \left(J_{11} \frac{\partial u_x}{\partial x} + J_{21} \frac{\partial u_x}{\partial y} - \omega_{11} \right), \\ \frac{d\omega_{12}}{dt} &= \frac{1}{St} \left(J_{12} \frac{\partial u_x}{\partial x} + J_{22} \frac{\partial u_x}{\partial y} - \omega_{12} \right), \\ \frac{d\omega_{21}}{dt} &= \frac{1}{St} \left(J_{11} \frac{\partial u_y}{\partial x} + J_{21} \frac{\partial u_y}{\partial y} - \omega_{21} \right), \\ \frac{d\omega_{22}}{dt} &= \frac{1}{St} \left(J_{12} \frac{\partial u_y}{\partial x} + J_{22} \frac{\partial u_y}{\partial y} - \omega_{22} \right).\end{aligned}\tag{2.9}$$

Таким образом, имеем замкнутую систему обыкновенных дифференциальных уравнений (2.5), (2.8) и (2.9) с начальными условиями при $t = 0$:

$$\begin{aligned}v_x &= 1, \quad v_y = 0; \\ x &= x_0, \quad y = y_0; \\ J_{11} &= J_{22} = 1, \quad J_{12} = J_{21} = 0; \\ \omega_{11} &= \omega_{12} = \omega_{21} = \omega_{22} = 0.\end{aligned}\tag{2.10}$$

Интегрирование системы позволяет найти все параметры частицы с выбранными начальными координатами x_0, y_0 . Концентрация частицы вдоль траектории может быть найдена с помощью значения якобиана из уравнения (2.7).

2.2 Результаты расчетов

Уравнения (2.4) с учетом граничных условий решались методом конечных объемов на основе алгоритма SIMPLE в среде пакета FLUENT.

Приняты следующие размеры расчетной области: $H = 0.5$ см, $L_1 = 20H$, $L_2 = 40H$, $L_3 = 20H$. Сеточное разбиение расчетной области обеспечивает сходимость численного решения с точностью до величины 10^{-9} . Использовалась структурированная расчетная сетка, сгущающаяся к краю стенки щелевого пробоотборника. Пример сеточного разбиения показан на рис. 5. Скорость аспирации в расчетах принималась равной $U_a = 0.5$ и

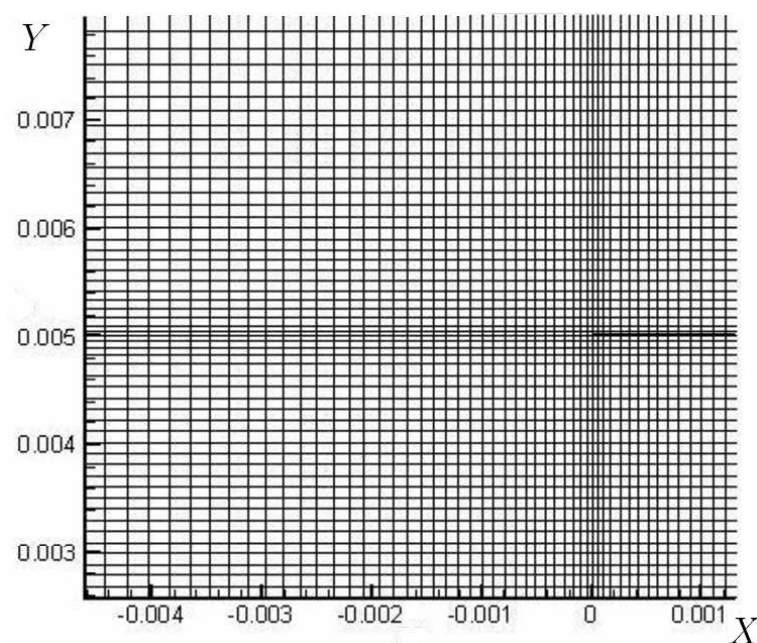


Рис. 5. Пример сеточного разбиения

1 м/с. Найденное поле скоростей несущей среды использовалось для расчета траекторий и концентрации частиц на основе численного решения уравнений (2.5), (2.8) и (2.9) с начальными условиями (2.10). Интегрирование уравнений движения частиц совместно с уравнениями для компонент якобиана и их производных осуществлялось методом Гира [43], обеспечивающим устойчивость численного решения во всем диапазоне изменения числа Стокса, включая малые значения ($St < 0.01$). Значе-

нения компонент скорости воздуха в текущей точке траектории при интегрировании уравнений движения частицы находились интерполяцией значений, полученных из решения уравнений Навье—Стокса. Рассмотрим прямоугольный элемент со значениями характеристики $\phi_1, \phi_2, \phi_4, \phi_4$ в узлах с координатами $(x_1, y_1), (x_2, y_1), (x_2, y_2), (x_1, y_2)$ соответственно (рис. 6, а). При интерполяции на таком элементе осуществлялся переход к координатам (ξ, θ) (рис. 6, б). Для точки (x, y) эти координаты будут равны $\xi = 2(x - x_1)/(x_2 - x_1) - 1, \theta = 2(y - y_1)/(y_2 - y_1) - 1$. Тогда характеристика ϕ на этом элементе интерполируется по формуле [50]

$$\phi = \phi_1 n_1 + \phi_2 n_2 + \phi_3 n_3 + \phi_4 n_4, \quad (2.11)$$

где $n_1 = 0.25(1 - \xi)(1 - \theta), n_2 = 0.25(1 + \xi)(1 - \theta), n_3 = 0.25(1 + \xi)(1 + \theta), n_4 = 0.25(1 - \xi)(1 + \theta)$.

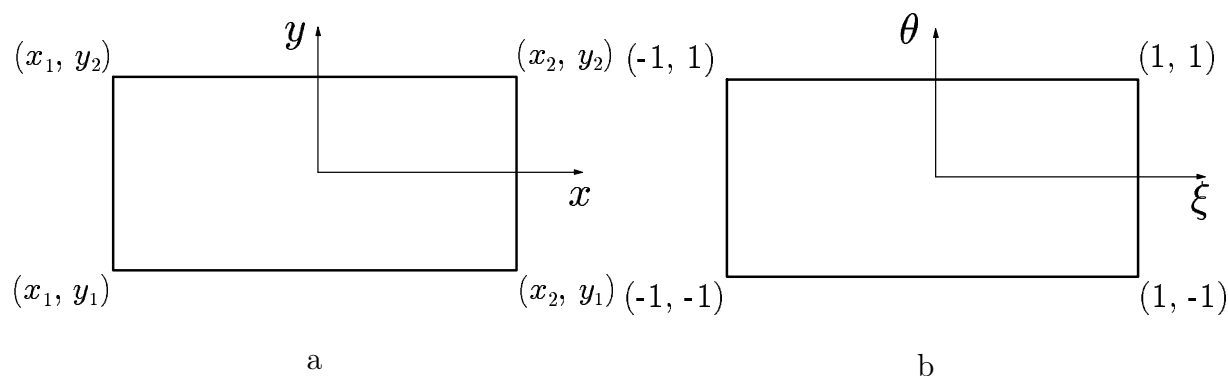


Рис. 6. Схема координат для прямоугольного элемента

Значения частных производных компонент скорости газа находились численным дифференцированием. В вычислениях частицы стартуют из точек, равномерно размещенных по левой границе расчетной области. Для построения изолиний концентрации в расчетной области вдоль каждой траектории решалось уравнение $c_p(x, y, t) = c_i = \text{const}$, где c_i —

заданное значение концентрации. В итоге определялись координаты соответствующих изолиний концентрации частиц.

Как правило, теоретически коэффициент аспирации находится с помощью метода предельной траектории. С другой стороны, знание концентрации и скорости частиц во входном сечении пробоотборника позволяет рассчитать коэффициент аспирации по формуле

$$A = 2 \int_0^H c_p(0, Y) V_x(0, Y) dY / Q, \quad (2.12)$$

где $Q = 2HU_a$ — расход воздуха через щель. Формула (2.12) записана для симметричного течения. Для проверки точности вычисления распределений концентрации частиц коэффициент аспирации вычислялся методом предельной траектории и на основе расчета распределения скорости и концентрации частиц во входном сечении по формуле (2.12). Оба подхода дали практически идентичные результаты, что подтверждает высокую точность метода Осипцова при вычислении полей концентрации.

Картина линий тока течения газа для $R_a = 0.5$ и $R_a = 3$ приведена на рис. 7. При скорости ветра, меньшей скорости аспирации ($R_a = 0.5$), формируется сходящееся течение. При этом вблизи стенки щели возникает отрыв потока и создается вихревое течение. В случае расходящегося потока ($R_a = 3$) отрыв течения наблюдается на внешней стенке щели. На рис. 8 показаны траектории и изолинии концентрации частиц при числах Стокса $St = 0.1; 1$ для $R_a = 0.5$. Вдали от пробоотборника концентрация частиц принята постоянной и равной единице. При выбранных значени-

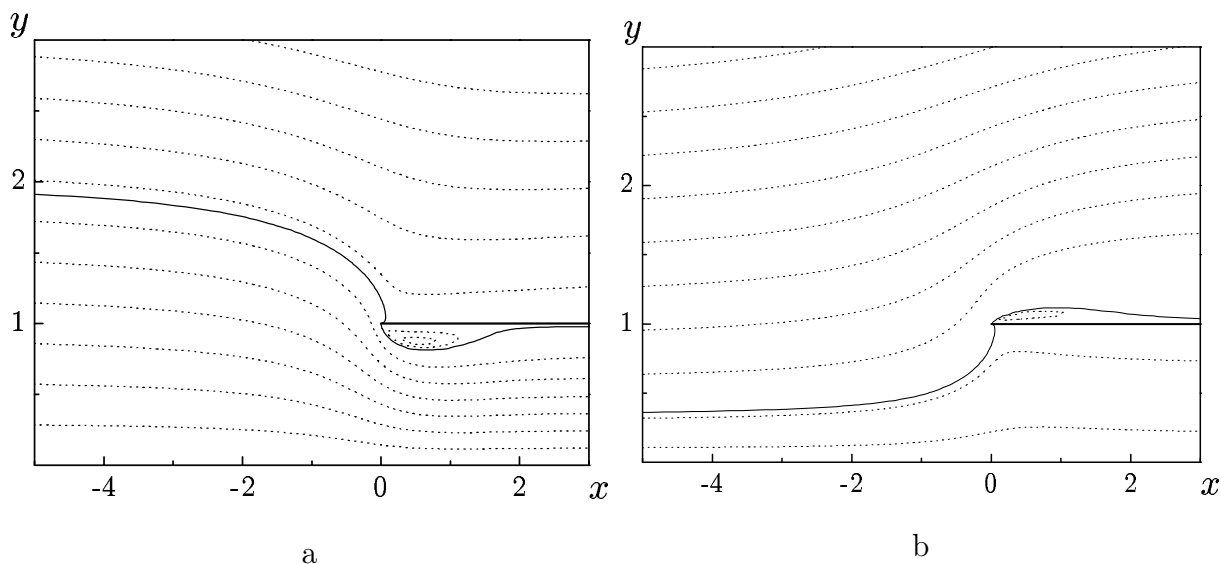


Рис. 7. Картина линий тока течения при $R_a = 0.5$ (а) и $R_a = 3$ (б). Сплошная кривая — разделительная линия тока

ях чисел Стокса наиболее заметно проявляются инерционные свойства частиц. Для безинерционных частиц ($St = 0$) их концентрация не изменяется, так как частицы двигаются строго вдоль линий тока газа. В другом предельном случае ($St \rightarrow \infty$) инерция частиц так высока, что они не меняют направления движения в поле течения несущей среды. В этом случае концентрация частиц также остается равной начальному значению. Из рис. 8 видно, что для промежуточных чисел Стокса траектории частиц концентрируются в приосевой области, и в результате проявления инерции частиц в неоднородном поле скоростей несущей среды вблизи стенок образуется зона без частиц.

В целом концентрация частиц растет по мере приближения к пробоотборнику. Вместе с тем, в зависимости от числа Стокса, характер распределения концентрации внутри пробоотборника заметно различается. Распределения концентрации частиц во входном поперечном сече-

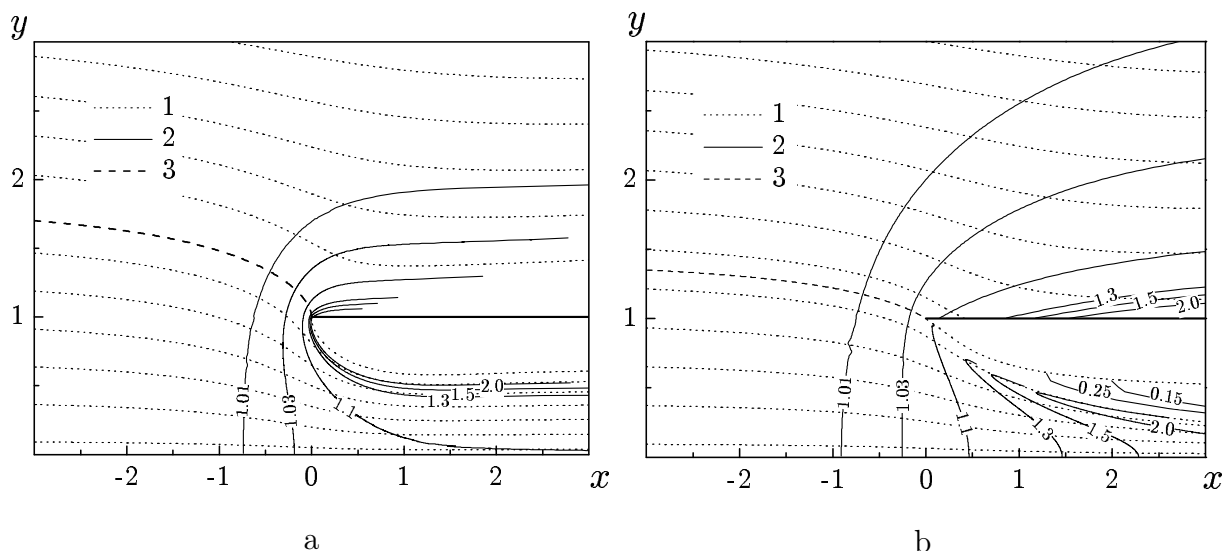


Рис. 8. Траектории частиц и изолинии концентрации при $R_a = 0.5$ и $St = 0.1$ (а) и 1 (б): 1 — траектории частиц, 2 — изолинии концентрации частиц, 3 — предельная траектория

нии пробоотборника для различных чисел Стокса в случае сходящегося течения показаны на рис. 9. Соответствующие распределения в сечениях $x = 0; 1; 2$ пробоотборника для $R_a = 0.5$ и 3 при $St = 1$ приведены на рис. 10. Из рис. 9, 10 видно, что для промежуточных чисел Стокса при $R_a = 0.5$ значение концентрации увеличивается с расстоянием от оси симметрии до некоторого значения y , затем наблюдается падение c_p . Кроме того, в сечениях $x = 1; 2$ при $St = 1$ концентрация падает до значений, меньших единицы. Такое поведение концентрации частиц внутри пробоотборника обусловлено неоднородным пространственным распределением скорости газа и сложным характером траекторий в этом поле скоростей. Видно, что неоднородность распределения концентрации может быть высокой. Это обстоятельство должно быть учтено при оценке потерь частиц во входном тракте, а также при расчете эффективности улавливания частиц на различных стадиях прохождения через аэрозоль-

ное измерительное устройство. Для расходящегося течения ($R_a = 3$) концентрация частиц монотонно растет к стенке. На рис. 10, а наряду с кон-

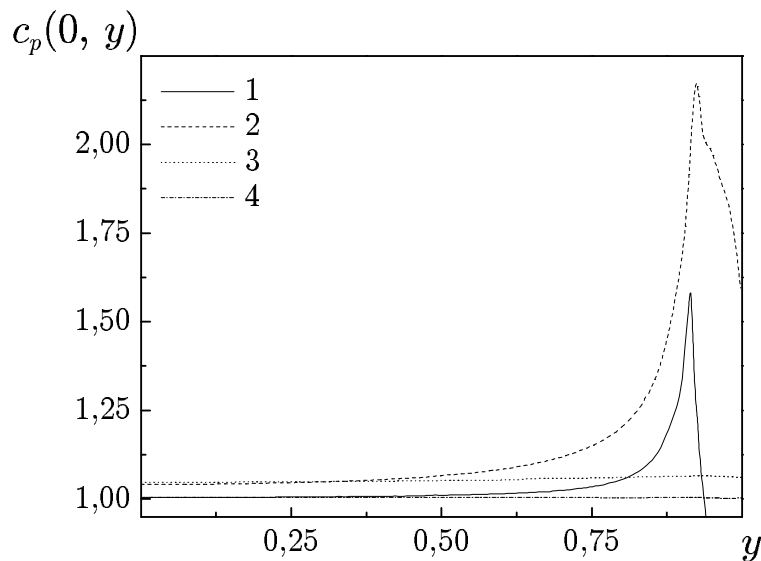


Рис. 9. Распределение концентрации частиц во входном сечении пробоотборника при $R_a = 0.5$. Кривые 1 — 4 соответствуют $St = 0.01; 0.1; 1; 10$

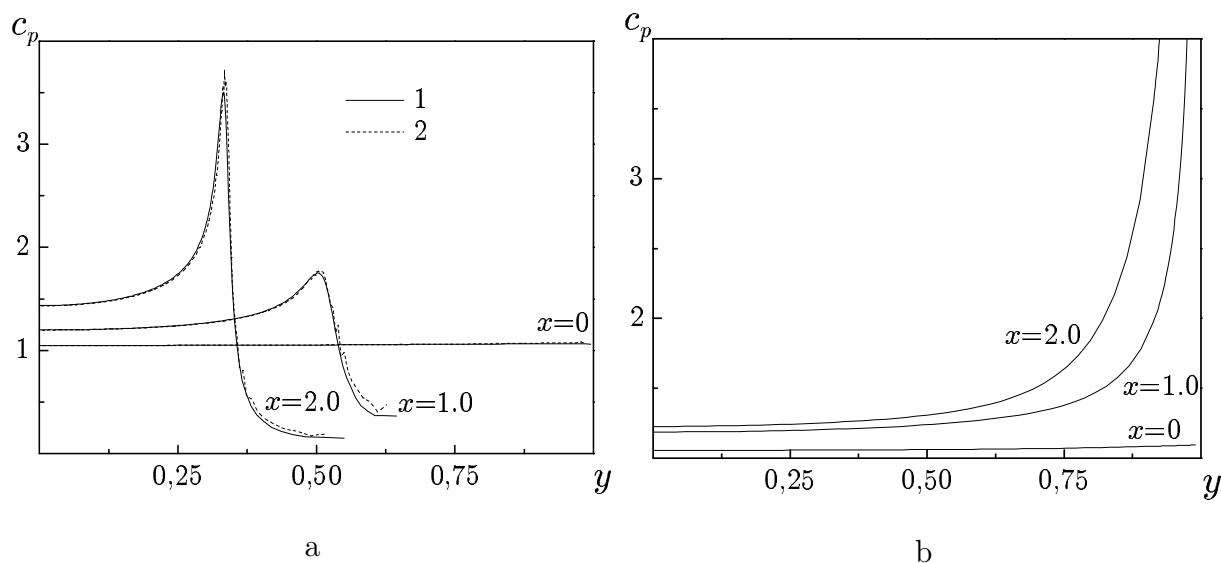


Рис. 10. Распределение концентрации частиц в нескольких сечениях пробоотборника при $R_a = 0.5$ (а) и $R_a = 3$ (б) для $St = 1$: 1 — метод Осипцова, 2 — приближенный метод

центрациями, полученными методом Осипцова, штриховыми линиями

показаны графики функций $c_p(y)$, рассчитанные приближенным способом из условия баланса потока частиц в пределах области, ограниченной двумя близкими траекториями.

Пусть (x_0, y_{01}) и (x_0, y_{02}) — начальные координаты двух достаточно близких траекторий, (x, y_1) и (x, y_2) — некоторые текущие координаты тех же двух траекторий соответственно. Тогда условие баланса потока частиц в пределах области, ограниченной этими траекториями, запишется следующим образом:

$$\int_{y_1}^{y_2} c_p(x, y) v_x(x, y) dy = \int_{y_{01}}^{y_{02}} c_p(x_0, y) v_x(x_0, y) dy. \quad (2.13)$$

С учетом теоремы о среднем равенство (2.13) перепишем в виде

$$c_p(x, \tilde{y}) v_x(x, \tilde{y}) (y_2 - y_1) = c_p(x_0, \tilde{y}_0) v_x(x_0, \tilde{y}_0) (y_{02} - y_{01}), \quad (2.14)$$

где $\tilde{y}_0 = 0.5(y_{01} + y_{02})$, $\tilde{y} = 0.5(y_1 + y_2)$. В итоге концентрация в точке (x, \tilde{y}) выразится приближенной формулой

$$c_p(x, \tilde{y}) = c_p(x_0, \tilde{y}_0) \frac{v_x(x_0, \tilde{y}_0) (y_{02} - y_{01})}{v_x(x, \tilde{y}) (y_2 - y_1)}. \quad (2.15)$$

Расчеты обоими методами проводились при одинаковом числе стартующих частиц. Видно, что распределения концентрации частиц, вычисленные двумя методами, близки. Для случая $R_a = 3$ кривые, соответствующие приближенному методу, практически совпадают с кривыми, полученными первым методом. Это говорит о приемлемости использования для двумерных течений упрощенного способа расчета концентрации. Вместе с тем такой подход усложняется при рассмотрении пространственных задач, и метод, основанный на расчете якобиана вдоль траекторий, представляется в этом случае более простым. Отметим также, что

при $R_a = 0.5$ кривые, полученные этим методом, носят более гладкий характер.

При аспирации аэрозоля из движущегося воздуха определяющим параметром, влияющим на коэффициент аспирации, является отношение R_a скоростей набегающего потока и аспирации. Зависимость коэффициента аспирации от параметра R_a при двух числах Стокса представлена на рис. 11, а и б для случаев $R_a < 1$ и $R_a > 1$ соответственно. Закрашенные кружки соответствуют данным, рассчитанным по модели вязкого течения несжимаемой жидкости. Сплошными линиями показаны зависимости $A(R_a)$, рассчитанные в [6] в рамках модели потенциального безотрывного течения. При $R_a < 1$ коэффициент аспирации падает с уменьшением R_a , но в области малых значений параметра R_a наблюдается рост коэффициента аспирации. При $R_a > 1$ коэффициент аспирации монотонно растет. Обе модели дают схожее поведение коэффициента аспирации с изменением R_a . Из рис. 11 видно, что различие между моделями потенциального и вязкого течений увеличивается с уменьшением или увеличением параметра R_a от величины $R_a = 1$. Это различие больше для меньшего числа Стокса. Наряду с интегральным коэффициентом аспирации (2.3) представляется интересным рассчитать локальный коэффициент аспирации A_δ [8], определяемый по формуле

$$A_\delta = \lim_{\delta \rightarrow 0} \left(\int_0^\delta c_p(0, Y) V_x(0, Y) dY / \int_0^\delta U_x(0, Y) dY \right), \quad (2.16)$$

где δ — малый отрезок в направлении y . Перейдя к пределу в выражении (2.16) и заменив $u_x(0, y) \sim U_a$, запишем локальный коэффициент

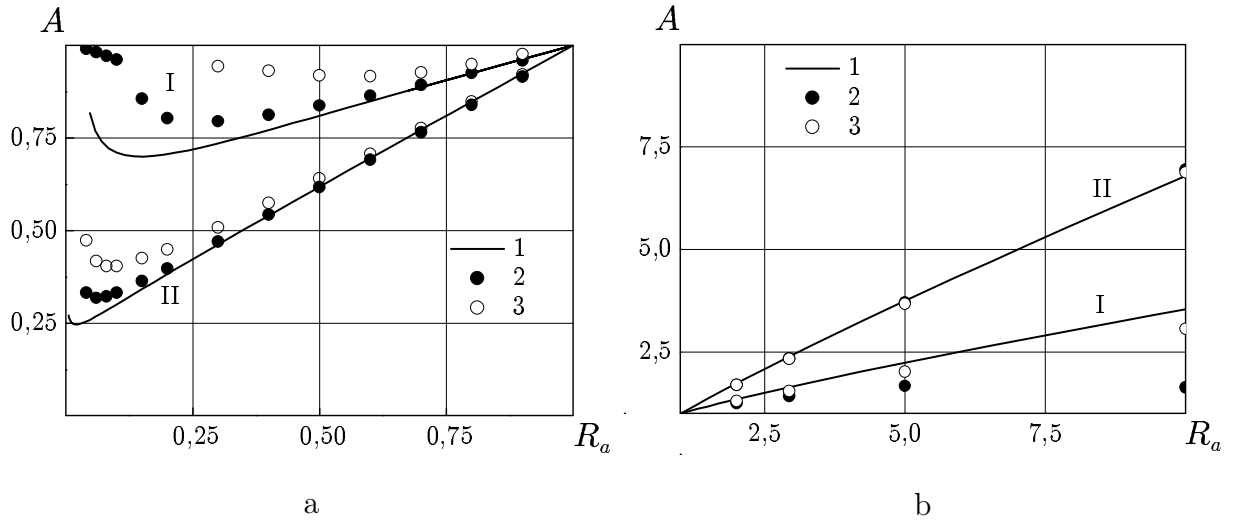


Рис. 11. Зависимость коэффициента аспирации от параметра R_a при $R_a < 1$ (а) и $R_a > 1$ (б): I — $St = 1$, II — $St = 10$, 1 — модель потенциального течения, 2 — 3 — интегральный и локальный коэффициенты аспирации в приближении вязкого течения

аспирации для оси симметрии в виде

$$A_\delta = c_p(0,0)V_x(0,0)/U_a = R_a c_p(0,0)v_x(0,0). \quad (2.17)$$

На рис. 11 зависимость $A(R_a)$ показана светлыми кружками. В [134] показано, что в случае модели потенциального течения несущей среды локальный коэффициент аспирации близок к интегральному, исключая область очень больших значений R_a . Как видно из рис. 11, в случае модели вязкого течения локальный коэффициент аспирации сильно отличается от интегрального для меньших чисел Стокса. Это объясняется более сложным характером реального течения в пробоотборнике, улавливаемым лишь в приближении вязкого течения.

Приведенные результаты показывают, что при промежуточных числах Стокса наблюдается значительная неоднородность распределения концентрации в окрестности и внутри пробоотборника. В целом концен-

трация частиц растет при приближении к пробоотборнику, но при определенных числах Стокса появляются области с концентрацией частиц, меньшей таковой в невозмущенном потоке. С ростом отклонения от единицы отношения скоростей ветра и аспирации увеличивается расхождение значений коэффициента аспирации, полученных в приближении потенциального и вязкого течений. При малых отклонениях параметра R_a коэффициент аспирации может быть найден с удовлетворительной точностью на основе вычисления локального коэффициента аспирации, учитывающего изменение параметров течения несущей среды и частиц вдоль оси симметрии.

3 Аспирация аэрозоля в тонкостенную трубку

Одними из наиболее широко применяемых для аэрозольных измерений остаются пробоотборники в виде тонкостенной трубки. Подобные пробоотборники используются для аспирации аэрозоля из движущегося и неподвижного газа. Обзор экспериментальных исследований аспирации аэрозоля в трубку приведен в [96, 126]. В работе [128] коэффициент аспирации для тонкостенной трубки исследовался теоретически в приближении осесимметричного потенциального течения несущей среды на основе численного решения методом конечных разностей уравнения для функции тока. Модель потенциального течения несущей среды использована также в [8] для приближенного расчета коэффициента аспирации в трубку на основе решения линеаризованных уравнений движения частиц, пригодных для больших или малых чисел Стокса. Коэффициент

аспирации в трубку в рамках модели осесимметричного потенциального течения при высоких значениях отношения скоростей ветра и аспирации рассчитан в [85]. Решение задачи аспирации аэрозоля в трубку в приближении вязкого течения получено в [38, 103, 105, 113].

Настоящая глава посвящена решению задачи аспирации аэрозоля в тонкостенную трубку, ориентированную входным отверстием в сторону набегающего потока аэрозоля, в приближениях потенциального и вязкого осесимметричных течений несжимаемого газа для несущей среды. Течение воздуха в приближении потенциального течения рассчитано методом граничных элементов, поле скоростей в рамках модели вязкого течения найдено методом конечных объемов в среде программы FLUENT (version 6.3.26, Fluent.Inc., NH). Для определения концентрации частиц в окрестности входного отверстия подход, описанный в параграфе 1.4, обобщен на осесимметричный случай. В параграфе 3.2 приведены результаты исследований пространственного распределения концентрации частиц при различных значениях числа Стокса. Обсуждается влияние неоднородности распределения концентрации частиц в невозмущенном потоке аэрозоля на коэффициент аспирации. Результаты параметрических исследований коэффициента аспирации для случаев малых и больших значений отношения скоростей R_a изложены в параграфах 3.3 и 3.4.

3.1 Постановка задачи

Рассмотрим задачу об аспирации аэрозоля из движущегося газа в тонкостенную трубку бесконечной длины (рис. 12, R_t — радиус трубки). В связи с осевой симметрией течения будем рассматривать только верхнюю половину меридиональной плоскости (X, R). Скорость U_a аспирации (средняя скорость во входном отверстии) и скорость U_0 газа (несущей среды) вдали от пробоотборника направлены вдоль оси X , совпадающей с осью трубки. Пусть R_s и R_c — ординаты разделительной линии тока и предельной траектории в меридиональной плоскости вдали от пробоотборника. Разделительная линия тока определяет области течения воздуха, попадающего и не попадающего в пробоотборник. Предельной будем называть траекторию, разделяющую дисперсную фазу на потоки аспирируемых частиц и частиц, проходящих мимо пробоотборника. Используя условие баланса массы для несущей фазы, величину R_s можно выразить как $R_s = R_t \sqrt{U_a/U_0} = R_t/\sqrt{R_a}$. В невозмущенной среде

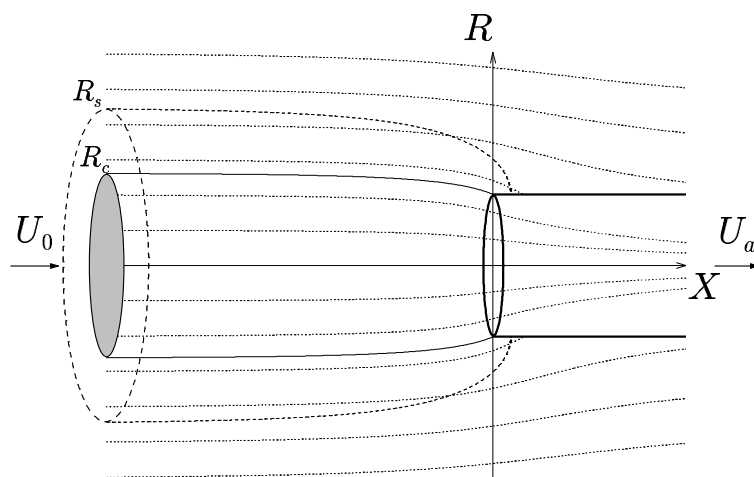


Рис. 12. Схема расчетной области в плоскости (X, R)

частицы двигаются параллельно оси X со скоростью V_x . Коэффициент аспирации определяется как отношение потоков частиц в аспирируемом газе, проходящих через входное отверстие пробоотборника и поперечное сечение радиуса R_s круговой области на удалении X_0 от трубки:

$$A = \int_0^{R_t} c_p(0, R)V_x(0, R)RdR / \int_0^{R_s} c_p(X_0, R)V_x(X_0, R)RdR, \quad (3.1)$$

где c_p — концентрация частиц. С учетом условия баланса потоков частиц внутри области, ограниченной трубкой предельных траекторий,

$$\int_0^{R_c} c_p(X_0, R)V_x(X_0, R)RdR = \int_0^{R_t} c_p(0, R)V_x(0, R)RdR, \quad (3.2)$$

и формулу (3.1) можно переписать в виде

$$A = \int_0^{R_c} c_p(X_0, R)V_x(X_0, R)RdR / \int_0^{R_s} c_p(X_0, R)V_x(X_0, R)RdR. \quad (3.3)$$

Полагая, что частицы равномерно распределены в невозмущенной среде (т. е. $c_p(X_0, R) = \text{const}$ и вдали от пробоотборника скорости фаз совпадают: $V_x(X_0, R) = U_0$), из (3.1) и (3.3) получим

$$A = R_c^2/R_s^2 = R_c^2 R_a/R_t. \quad (3.4)$$

Таким образом, в предположении об однородности параметров невозмущенного потока задача вычисления коэффициента аспирации сводится к нахождению в меридиональной плоскости предельной траектории, ордината R_c которой позволяет вычислить A по формуле (3.4).

При скоростях, характерных для аспирации аэрозоля в типичных условиях, сжимаемостью воздуха можно пренебречь. Пусть движение

несущей среды представляет собой осесимметричное потенциальное течение несжимаемой жидкости. Введем функцию тока $\psi_p(x, r)$, удовлетворяющую уравнению

$$\frac{\partial^2 \psi_p}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi_p}{\partial r^2} - \frac{1}{r} \frac{\partial \psi_p}{\partial r} = 0. \quad (3.5)$$

Тогда безразмерные составляющие u_x, u_r скорости газа в меридиональной плоскости (x, r) определяются по формулам

$$u_x = \frac{1}{r} \frac{\partial \psi_p}{\partial r}, \quad u_r = -\frac{1}{r} \frac{\partial \psi_p}{\partial x}.$$

Функцию $\psi_p(x, r)$ ищем в виде суммы двух функций:

$$\psi_p(x, r) = \frac{1}{2} R_a r^2 + (1 - R_a) \psi_s(x, r), \quad (3.6)$$

где $\psi_s(x, r)$ — функция тока течения, создаваемого аспирацией газа из неподвижной среды вдали от трубки при единичной скорости внутри трубки на значительном удалении от входного отверстия. Функция $\psi_s(x, r)$ удовлетворяет уравнению (3.5) и граничным условиям

$$\psi_s(x, 0) = 0, \quad -\infty < x < +\infty; \quad (3.7)$$

$$\psi_s(x, 1) = \frac{1}{2}, \quad 0 < x < +\infty. \quad (3.8)$$

Течение газа, определяемое функцией $\psi_s(x, r)$, формируется распределенными кольцевыми вихрями интенсивности $\gamma(\xi)$, расположенными на поверхности трубки (ξ — абсцисса положения кольца). В этом случае функция $\psi_s(x, r)$ может быть выражена в виде [5]

$$\psi_s(x, r) = \frac{\sqrt{r}}{2\pi} \int_0^\infty \gamma(\xi) G(x - \xi, r) d\xi, \quad (3.9)$$

где $G(x, r) = (2/k - k)K(k) - 2E(k)/k$, $k = 2\sqrt{r/[x^2 + (r + 1)^2]}$, $K(k)$ и $E(k)$ — эллиптические интегралы первого и второго рода, которые вычислялись численно. Из условия (3.8) следует интегральное уравнение для определения $\gamma(\xi)$:

$$\frac{1}{2\pi} \int_0^{\infty} \gamma(\xi) G(x - \xi, 1) d\xi = \frac{1}{2}. \quad (3.10)$$

Уравнение (3.10) решалось численно методом граничных элементов. После нахождения $\gamma(\xi)$ поле скоростей (u_x, u_r) определяется дифференцированием функции (3.6).

В рамках второй модели несущая среда в приближении осесимметричного ламинарного течения несжимаемого газа описывается двумерными уравнениями Навье—Стокса

$$\begin{aligned} \frac{\partial U_x}{\partial X} + \frac{\partial U_r}{\partial R} + \frac{U_r}{R} &= 0, \\ U_x \frac{\partial U_x}{\partial X} + U_r \frac{\partial U_x}{\partial R} &= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial X} + \frac{\mu}{\rho} \left(\frac{\partial^2 U_x}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 U_x}{\partial R^2} + \frac{1}{R} \frac{\partial U_x}{\partial R} \right), \\ U_x \frac{\partial U_r}{\partial X} + U_r \frac{\partial U_r}{\partial R} &= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial R} + \frac{\mu}{\rho} \left(\frac{\partial^2 U_r}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 U_r}{\partial R^2} + \frac{1}{R} \frac{\partial U_r}{\partial R} - \frac{U_r}{R^2} \right), \end{aligned} \quad (3.11)$$

где U_x, U_r — составляющие скорости газа в цилиндрических координатах. Схема расчетной области для второй модели показана на рис. 12. В качестве граничных условий на левой входной и верхней границах расчетной области задавалась скорость невозмущенного внешнего потока ($U_x = U_0$, $U_r = 0$). На выходной границе выше трубки давление полагалось равным нулю ($p = 0$). В выходном сечении трубки задано параболическое распределение скорости по высоте, соответствующее развитому вязкому течению в канале круглого сечения со средней ско-

ростью, равной скорости аспирации ($U_x = 2U_a(1 - R^2/R_t^2)$, $U_r = 0$). На внешней стенке и поверхности трубки принимались условия прилипания ($U_a = 0$, $U_r = 0$), а на нижней границе расчетной области — условия симметрии.

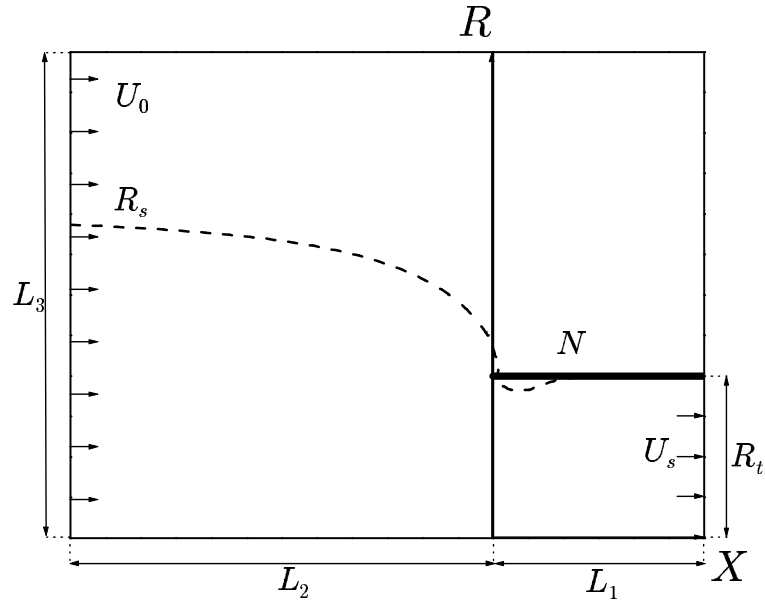


Рис. 13. Схема расчетной области в плоскости (X, R)

Уравнения движения аэрозольных частиц в предположении, что сила аэродинамического сопротивления выражается законом Стокса, записываются в безразмерной форме

$$\begin{aligned} \frac{dv_x}{dt} &= \frac{u_x - v_x}{St_R}, & \frac{dx}{dt} &= v_x, \\ \frac{dv_r}{dt} &= \frac{u_r - v_r}{St_R}, & \frac{dr}{dt} &= v_r, \end{aligned} \quad (3.12)$$

где $v_x = V_x/U_0$, $v_r = V_r/U_0$ — безразмерные компоненты скорости частицы в декартовой системе координат, t — безразмерное время, $St_R = U_0\tau/R_t$ — число Стокса, τ — коэффициент релаксации частицы. В качестве масштаба скорости и длины приняты величины U_0 и R_t .

Для вычисления коэффициента аспирации формулу (3.4) перепишем в терминах безразмерных величин:

$$A = r_c^2 R_a, \quad (3.13)$$

где $r_c = R_c/R_t$ — значение безразмерной начальной ординаты предельной траектории.

Опишем метод расчета концентрации частиц в осесимметричном случае. Уравнение неразрывности для потока частиц в цилиндрической системе координат имеет вид

$$\operatorname{div}(c_p \bar{v}) = \frac{\partial c_p r v_x}{\partial x} + \frac{\partial c_p r v_r}{\partial r} = 0. \quad (3.14)$$

С учетом (3.14) введем функцию тока ψ для потока частиц:

$$\frac{\partial \psi}{\partial x} = c_p r v_r, \quad \frac{\partial \psi}{\partial r} = -c_p r v_x. \quad (3.15)$$

Представив функцию тока как функцию начальной ординаты траектории $\psi(x, r) = \psi(r_0)$, получим

$$\frac{\partial \psi}{\partial r_0} = \frac{\partial \psi}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial r_0} + \frac{\partial \psi}{\partial r} \frac{\partial r}{\partial r_0} = c_p r v_r \frac{\partial x}{\partial r_0} - c_p r v_x \frac{\partial r}{\partial r_0} = -c_p(x_0, r_0, 0) r_0. \quad (3.16)$$

Из (3.16) можно выразить концентрацию $c_p(x, r, t)$ через начальную концентрацию:

$$c_p(x, r, t) = \frac{r_0 c_p(x_0, r_0, 0)}{r |v_x J_2 - v_r J_1|}. \quad (3.17)$$

Для определения концентрации по формуле (3.17) наряду с составляющими скорости частицы v_x , v_r необходимо знать частные производные $J_1 = \partial x / \partial r_0$, $J_2 = \partial r / \partial r_0$. Продифференцировав дважды по времени

величины J_1 и J_2 и используя уравнения движения частиц (3.12), получим систему дифференциальных уравнений

$$\begin{aligned} \frac{dJ_1}{dt} &= \omega_1, & \frac{dJ_2}{dt} &= \omega_2, \\ \frac{d\omega_1}{dt} &= \frac{1}{St_R} \left(J_1 \frac{\partial u_x}{\partial x} + J_2 \frac{\partial u_x}{\partial r} - \omega_1 \right), \\ \frac{d\omega_2}{dt} &= \frac{1}{St_R} \left(J_1 \frac{\partial u_r}{\partial x} + J_2 \frac{\partial u_r}{\partial r} - \omega_2 \right). \end{aligned} \quad (3.18)$$

Уравнения (3.18) для J_1 , J_2 , ω_1 , ω_2 вместе с уравнениями движения частиц (3.12) образуют замкнутую систему обыкновенных дифференциальных уравнений. Решение соответствующей задачи Коши с начальными условиями при $t = 0$

$$v_x = 1, \quad v_r = 0, \quad x = x_0, \quad r = r_0, \quad J_1 = 0, \quad J_2 = 1, \quad \omega_1 = \omega_2 = 0 \quad (3.19)$$

позволяет найти все параметры, включая величины J_1 , J_2 , ω_1 , ω_2 , для частицы с выбранными начальными координатами x_0 , r_0 . Концентрация частицы вдоль траектории может быть найдена из уравнения (3.17). Применяя метод для различных начальных координат x_0 , r_0 , можно получать поля траекторий, скоростей и концентрации частиц.

3.2 Анализ полей концентрации аэрозольных частиц. Влияние неоднородности профиля концентрации

Для модели вязкого течения решим уравнения Навье—Стокса с учетом граничных условий методом конечных объемов на основе алгоритма SIMPLE в программе FLUENT. Радиус трубки примем равным $R_t = 0.005$ м, а скорость аспирации $U_a = 1$ м/с. Соответствующее число Рей-

нольдса газового потока меньше 400, что обеспечивает ламинарный режим течения. Размеры расчетной области выбраны достаточно большими ($L_1 = 20R_t$, $L_2 = 40R_t$, $L_3 = 20R_t$), чтобы дальнейшее увеличение области не влияло на решение. Сеточное разбиение расчетной области обеспечило сходимость численного решения с точностью до величины 10^{-9} . Найденное поле скоростей несущей среды использовано для расчета траекторий и концентрации частиц на основе численного решения уравнений (3.12), (3.18) с начальными условиями (3.19). Значения компонент скорости воздуха в текущей точке траектории при интегрировании уравнений движения частицы находятся интерполяцией значений, полученных из решения уравнений Навье—Стокса. Частные производные $\partial u_x / \partial x$, $\partial u_r / \partial x$, $\partial u_x / \partial r$, $\partial u_r / \partial r$ в уравнениях (3.18) определялись численным дифференцированием. В вычислениях частицы стартуют из точек, равномерно размещенных на левой границе расчетной области. Для построения изолиний концентрации вдоль каждой траектории решалось уравнение $c_p(x, r, t) = c_i = \text{const}$, где c_i — заданное значение концентрации. В итоге определяются координаты соответствующих изолиний концентрации частиц.

Коэффициент аспирации может быть найден с помощью метода предельной траектории, т. е. определением траектории в меридиональной плоскости, разделяющей потоки частиц, аспирируемых и проходящих мимо пробоотборника. С другой стороны, знание концентрации и скорости частиц во входном сечении пробоотборника позволяет рассчитать

коэффициент аспирации по формуле

$$A = 2\pi \int_0^{R_t} c_p(0, R)V_x(0, R)RdR/Q, \quad (3.20)$$

где $Q = \pi R_t^2 U_a$ — расход воздуха через трубку. Формула (3.20) записана для осесимметричного течения. Для проверки точности расчета распределений концентрации коэффициент аспирации вычислялся методом предельной траектории и по формуле (3.20) на основе интегрирования распределения скорости и концентрации частиц во входном сечении. Оба подхода дают практически идентичные результаты, что подтверждает высокую точность применяемого способа вычисления полей концентрации.

На рис. 14 показаны траектории и изолинии концентрации частиц при числах Стокса $St = 0.1; 1; 10$ ($St = St_R/2$) для $R_a = 0.2$, рассчитанные в приближении моделей потенциального и вязкого течения. Вдали от пробоотборника концентрация частиц была принята постоянной и равной единице. Для выбранных промежуточных значений чисел Стокса должны проявиться инерционные свойства частиц. Для предельного случая безинерционных частиц ($St = 0$) частицы будут двигаться строго вдоль линий тока, и концентрация частиц не будет меняться. В другом предельном случае максимально высокой инерции ($St \rightarrow \infty$) частицы не будут чувствовать влияние газовой среды и будут двигаться, не меняя своего направления, в поле течения несущей среды. При этом концентрация частиц также остается равной значению концентрации частиц в невозмущенном потоке аэрозоля. Из рис. 14 видно, что для промежу-

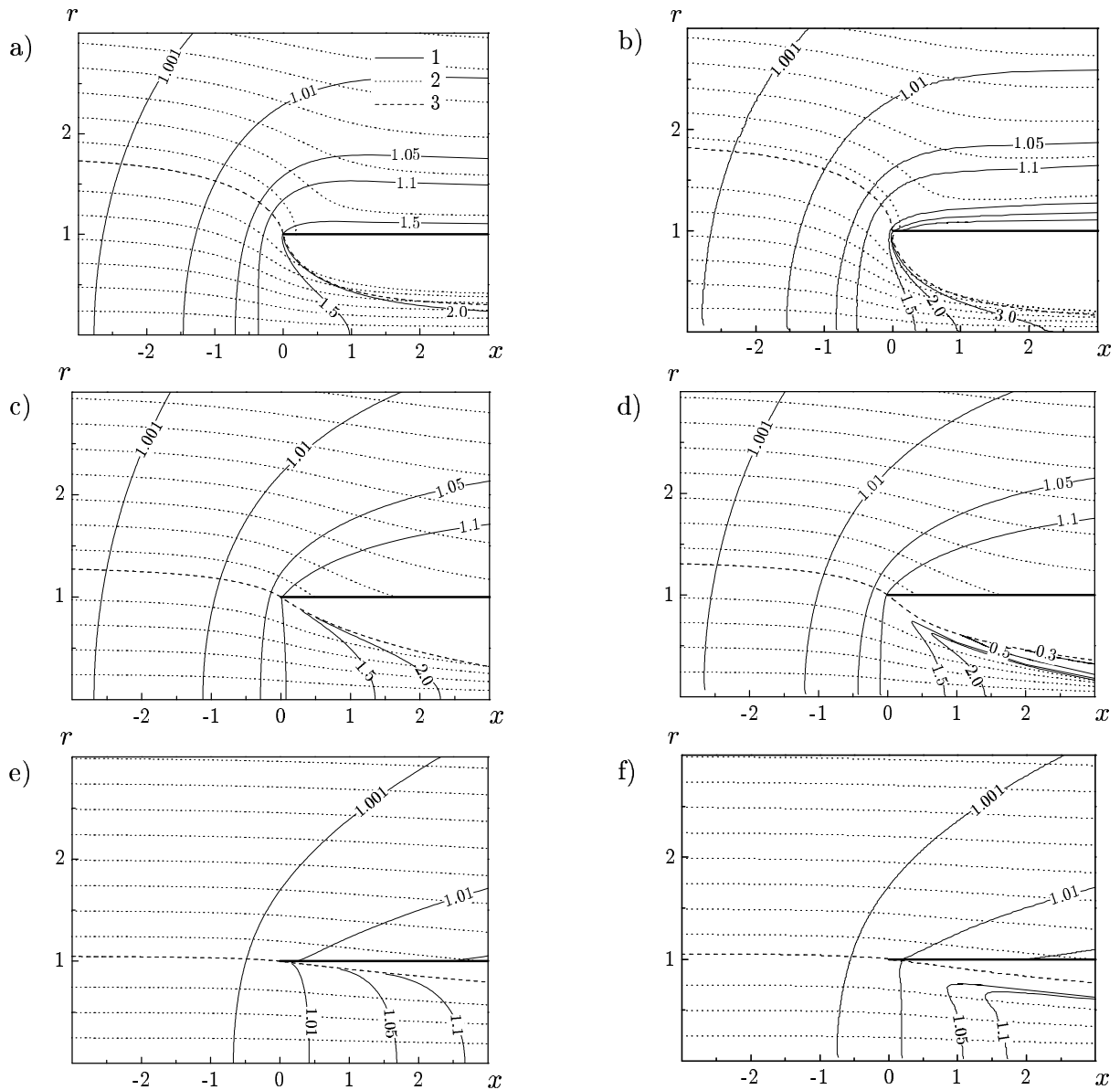


Рис. 14. Траектории частиц (кривые 2) и изолинии концентрации (кривые 1) при $R_a = 0.2$ и $St = 0.1$ (a,b); 1 (c,d), 10 (e,f) (a, c, e — модель потенциального течения, b, d, f — модель вязкого течения). Кривые 3 — предельные траектории

точных значений чисел Стокса траектории частиц концентрируются в приосевой области, и в результате проявления инерции частиц в неоднородном поле скоростей несущей среды вблизи стенок образуется зона без частиц. Вне трубки распределения концентрации, полученные в рамках моделей потенциального и вязкого течений, схожи. Основное различие

изолиний концентрации частиц, найденных в рамках двух моделей несущей среды, наблюдается внутри пробоотборника. В целом концентрация частиц, как и в случае аспирации в плоскую щель, растет по мере приближения к пробоотборнику. Вместе с тем расчеты в приближении вязкого течения несущей среды обнаруживают зоны с концентрацией, меньшей единицы (т. е. меньше начальной концентрации). В рамках модели потенциального течения несущей среды рассчитанные концентрации всегда больше единицы [115].

Распределения концентрации частиц в сечениях $x = 0; 0.5; 1$ трубки для $R_a = 0.2$ и 5 при $St = 1$ приведены на рис. 15. Видно, что при $R_a < 1$ (рис. 15, а) концентрация частиц, рассчитанная по модели вязкого течения, увеличивается с ростом расстояния от оси симметрии до некоторого значения r , затем наблюдается падение c_p . Кроме того, в сечении $x = 1$ концентрация падает до значений, меньших единицы. Такое поведение концентрации частиц внутри пробоотборника обусловлено неоднородным пространственным распределением скорости газа и сложным характером траекторий в этом поле скоростей. Видно, что неоднородность распределения концентрации в сечении трубки в зависимости от значения числа Стокса может быть высокой. Такая неоднородность может сказаться на эффективности осаждения частиц на различных стадиях прохождения через измерительное устройство (аэрозольный импактор) и привести к отклонениям от ожидаемых значений, полученных на основе теоретических расчетов с помощью однородного распределения концентрации частиц на входе в ступень импактора. Этот вопрос требует

дополнительного исследования. В целом представляется актуальной задача сквозного расчета прохождения аэрозольного потока через измерительное устройство, включая попадание через пробоотборное отверстие и дальнейшее движение по измерительной линии. Но подобное исследование лежит за пределами настоящей работы. При $R_a > 1$ (рис. 15, б) концентрация частиц, рассчитанная обоими методами, монотонно растет при приближении к стенке.

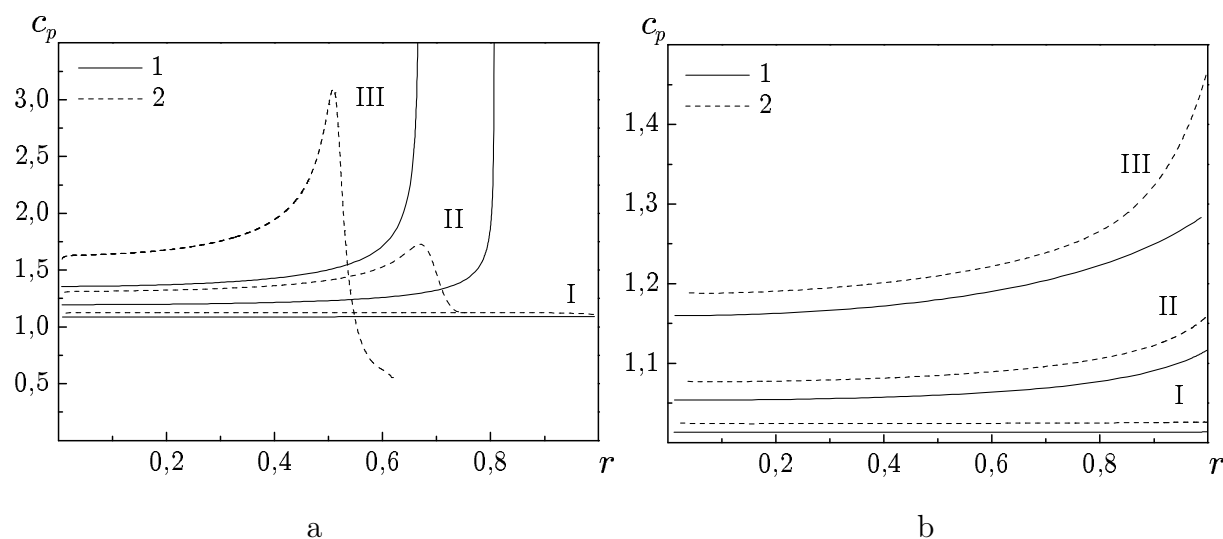


Рис. 15. Распределение концентрации частиц во входном сечении пробоотборника при $R_a = 0.2$ (а); 5 (б) для $St = 1$: 1 — модель потенциального течения, 2 — модель вязкого течения; I — III — $x = 0, 0.5, 1$

На рис. 16 представлена зависимость концентрации c_p в точке $(0, 0)$ от числа Стокса при различных значениях R_a , найденная в рамках модели потенциального течения. Концентрация $c_p(0, 0)$ растет с удалением параметра R_a от единицы как в сторону уменьшения, так и увеличения. Максимум концентрации для всех R_a наблюдается при $St \approx 0.15$.

Зависимость $c_p(0, 0)$ от параметра R_a для $St = 0.15$ показана на рис. 17. С уменьшением R_a величина $c_p(0, 0)$ растет неограниченно в

связи с уплотнением траекторий вблизи оси симметрии. С увеличением R_a концентрация $c_p(0, 0)$ растет до некоторой конечной предельной величины.

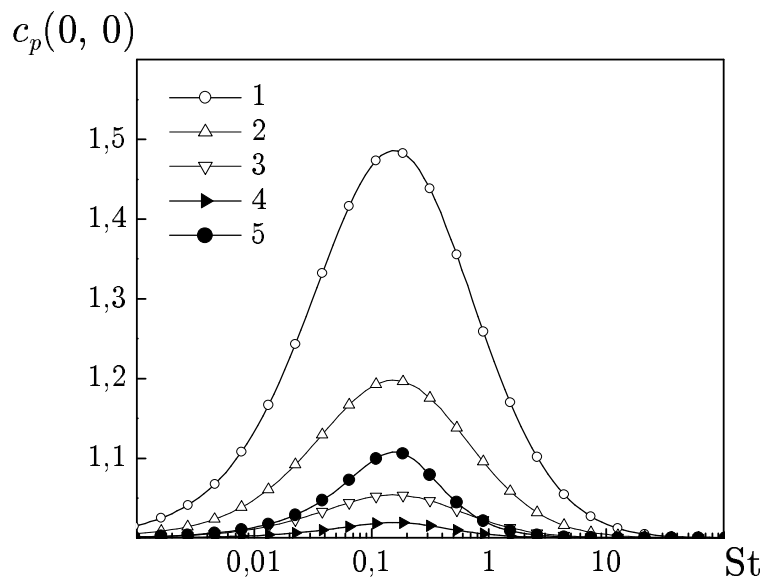


Рис. 16. Зависимость $c_p(0, 0)$ от числа Стокса St : 1 — 5 — $R_a = 0.1; 0.2; 0.4; 2; 4$

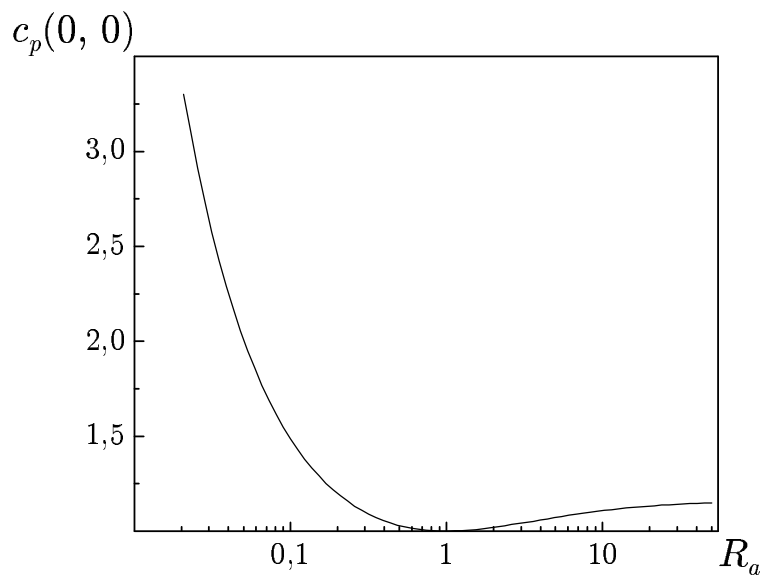


Рис. 17. Зависимость $c_p(0, 0)$ от R_a при $St = 0.15$

Наряду с интегральным коэффициентом аспирации (3.4) представ-

ляется интересным рассчитать локальный коэффициент аспирации A_δ [8], определяемый по формуле

$$A_\delta = \lim_{\delta \rightarrow 0} \int_0^\delta c_p(0, R) V_x(0, R) R dR / \int_0^\delta U_x(0, R) R dR, \quad (3.21)$$

где δ — малый отрезок в направлении r . Перейдя к пределу в выражении (3.21) и положив $u_x(0, r) \sim U_a$, запишем локальный коэффициент аспирации для оси симметрии в виде

$$A_\delta = c_p(0, 0) V_x(0, 0) / U_a = R_a c_p(0, 0) v_x(0, 0). \quad (3.22)$$

На рис. 18 и 19 приведены зависимости коэффициента аспирации от R_a , рассчитанные методом предельных траекторий в рамках моделей потенциального и вязкого течения несущей среды, а также зависимость $A_\delta(R_a)$, полученная по формуле (3.22). Локальный коэффициент аспирации A_δ рассчитан в приближении вязкого течения. Как видно из рис. 18, кривая зависимости $A(R_a)$, найденная в рамках модели вязкого течения, расположена немного выше соответствующей кривой зависимости, полученной с помощью модели потенциального течения. Особенно заметно это различие проявляется при меньших числах Стокса. Сравнение интегрального и локального коэффициентов аспирации (рис. 19) также обнаруживает наибольшее различие при меньших числах Стокса. Можно заключить, что при больших числах Стокса коэффициент аспирации тонкостенного пробоотборника может быть рассчитан с хорошей точностью в рамках модели потенциального течения. В этом случае локальный коэффициент аспирации дает хорошее приближение к интегральному коэффициенту.

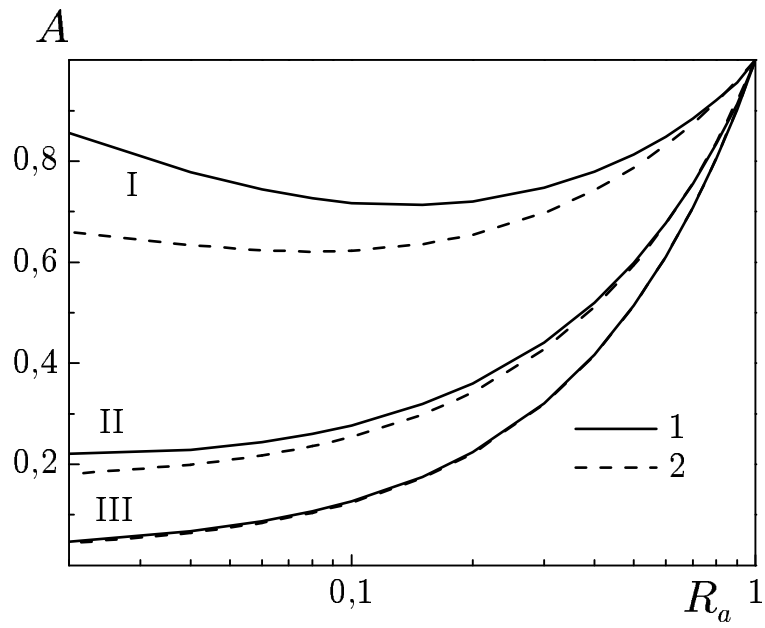


Рис. 18. Зависимость коэффициента аспирации A от R_a : кривые 1 и 2 соответствуют моделям вязкого и потенциального течений, I – III – $St=0.1; 1; 10$

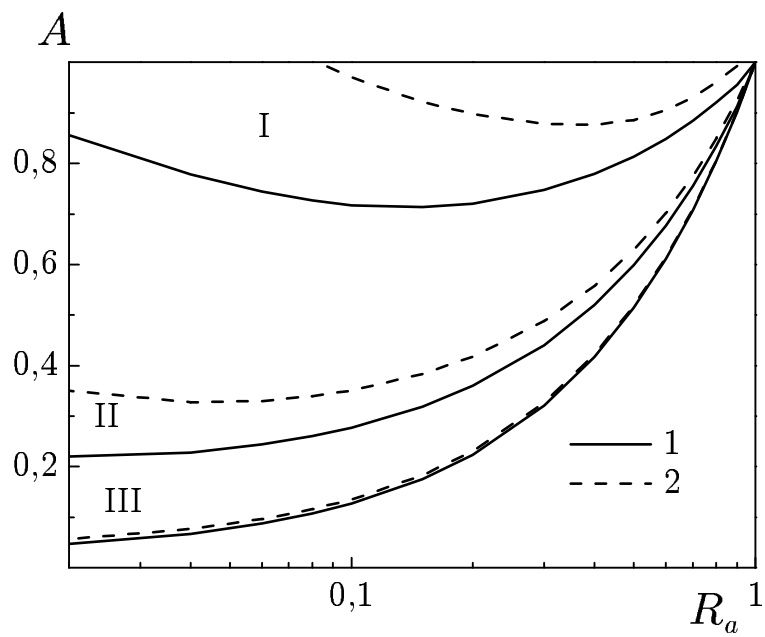


Рис. 19. Зависимости A (кривые 1) и A_δ (кривые 2) от R_a для модели вязкого течения: I – III – $St=0.1; 1; 10$

В теории аспирации аэрозоля, как правило, анализируются ситуации, когда пробоотбор осуществляется для пространственно-равномерного распределения частиц вдали от пробоотборника. Вместе с тем в реальности возможны отклонения пространственных профилей концентрации частиц от равномерного. Такие отклонения возможны как в лабораторных условиях, так и в атмосферных измерениях. Для случая неоднородного распределения частиц в невозмущенной среде аспирация аэрозоля экспериментально исследована в [114]: показано, что коэффициент аспирации может значительно зависеть от пространственного распределения скорости несущей среды и концентрации частиц вдали от пробоотборника.

Возникает вопрос, когда и как будут влиять на коэффициент аспирации возможные неоднородности распределений концентрации частиц в потоке аэрозоля. Проанализируем эту ситуацию для описанного выше случая аспирации в тонкостенную трубку из движущегося воздуха. Для вычисления коэффициента аспирации при пробоотборе из потока аэрозоля с неоднородным профилем концентрации частиц следует применять формулу (3.3), что предполагает знание распределений $c_p(x_0, r)$ вдали от пробоотборника. Вообще говоря, неоднородное распределение концентрации частиц предполагает неоднородность течения газа и скоростей частиц. Остановимся на оценке коэффициента аспирации в случае неоднородного профиля концентрации в невозмущенном потоке аэрозоля, считая скорости газа и частиц постоянными вдали от пробоотборника. С помощью формулы (3.3) легко показать, что неоднородность кон-

центрации по радиальной координате, выражаемая линейной функцией r , не скажется на величине коэффициента аспирации. Пусть концентрация распределена по радиальной координате по параболическому закону, причем концентрация максимальна в центре и падает до нуля на расстоянии l

$$c_p(r) = 1 - (r/l)^2. \quad (3.23)$$

Подобный профиль концентрации частиц возможен при течении двухфазной смеси в трубах. Из (3.3) с учетом профиля концентрации частиц (3.23) получим выражение для коэффициента аспирации

$$A_l = Af, \quad f = \frac{2 - (r_c/l)^2}{2 - (R_a l^2)^{-1}}. \quad (3.24)$$

Для предельного случая $St \rightarrow \infty$ ($r_c = 1$) формулу (3.24) перепишем в виде

$$A_l = R_a \frac{2l^2 - 1}{2l^2 - R_a^{-1}}. \quad (3.25)$$

На рис. 20 приведены зависимости A_l от R_a при различной степени неоднородности, задаваемой величиной параметра l . Кривые для случая $St \rightarrow \infty$ получены по формуле (3.25), зависимость $A_l(R_a)$ найдена по формуле (3.24) после расчета предельных траекторий. Видно, что неоднородность распределения концентрации частиц может сказываться на коэффициенте аспирации лишь для достаточно малых R_a , когда площадь сечения области аспирируемого воздуха значительно больше площади сечения трубки. Влияние неоднородности увеличивается также при больших числах Стокса. В целом отличие A_l от A заметно лишь при малых значениях l . Это может соответствовать пробоотбору в воздушных

каналах с малым диаметром, сравнимым с диаметром пробоотборной трубки. Уже для $l = 10$ неоднородность профиля $c_p(0, r)$ слабо влияет на коэффициент аспирации при $St > 0.1$.

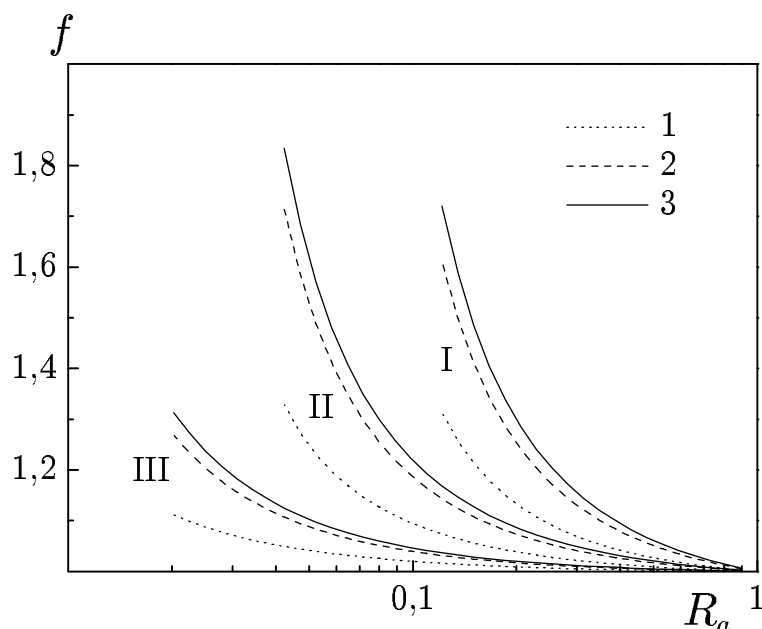


Рис. 20. Зависимость $f(R_a)$ для различных St и l : 1 — 3 — $St=0.1$; 1; 10, I — III — $l=3$; 5; 10

Таким образом, влияние крупномасштабных неоднородностей профиля концентрации частиц может сказаться на коэффициенте аспирации лишь при малых отношениях скоростей ветра и аспирации и больших числах Стокса. Предложенная математическая модель позволяет рассчитывать коэффициент аспирации для пространственно неравномерных потоков аэрозоля.

3.3 Аспирация аэрозоля в случае низкоскоростного потока

Как было отмечено ранее, аспирация аэрозоля в тонкостенную трубку из движущегося потока была хорошо изучена в случае не очень боль-

ших отклонений параметра R_a от единицы. Вместе с тем в настоящее время остается актуальным проведение исследований для случаев $R_a \ll 1$ или $R_a \gg 1$. Ситуация малых значений R_a соответствует аспирации аэрозоля из низкоскоростного потока. В частности, случай низкоскоростного потока несущей среды возникает, когда пробоотбор аэрозоля производится внутри помещений. В таких условиях при скорости газового потока, равной 0.1 — 0.2 м/с, скорость стационарного оседания крупных частиц оказывается соизмеримой со скоростью движения газового потока (например, для частиц диаметра $\delta = 80$ мкм имеем $V_s \approx 0.17$ м/с [116]). Это означает, что гравитационная сила может оказывать влияние на коэффициент аспирации.

Влияние гравитационной силы на пробоотбор аэрозоля из движущегося воздуха было экспериментально исследовано в работе [97], а теоретически — в [129]. В обеих работах рассмотрен случай, когда пробоотборная трубка расположена вертикально отверстием вверх, а поток аэрозоля нисходящий. Отмечено, что вследствие влияния гравитации коэффициент аспирации увеличивается.

Пробоотбор аэрозоля из низкоскоростного газового потока в трубку, ориентированную горизонтально, недостаточно изучен. Тем не менее исследование этого случая важно для оценки концентрации вдыхаемых аэрозольных частиц в помещениях. В работе [116] представлены результаты экспериментов, в которых манекен человека помещался в аэродинамическую трубу с равномерным аэрозольным потоком низкой скорости (ниже 0.05 м/с). Показано, что коэффициент аспирации персонального

пробоотборника, расположенного на манекене, близок к коэффициенту аспирации, полученному ранее для среды с более высокой скоростью.

Для тонкостенной трубки в диапазоне $0.18 < R_a < 6$ поведение коэффициента аспирации достаточно хорошо аппроксимируется формулой Беляева—Левина (0.2). Расчетные исследования [37] и [103] показали, что в области малого R_a формула (0.2) плохо описывает коэффициент аспирации. В экспериментальных работах [78, 94] показано немонотонное поведение параметра A при $R_a < 0.2$, а авторами [78] предложена формула для $A(R_a, St)$, описывающая поведение A при $R_a \rightarrow 0$.

Целью настоящего параграфа является представление расчетных результатов коэффициента аспирации в тонкостенную трубку в случае малых отношений скоростей ветра и аспирации с учетом влияния силы тяжести. В предыдущих работах при малых R_a влиянием силы тяжести пренебрегалось, поэтому их результаты не дают достоверной оценки коэффициента аспирации в этой области.

В случае малых значений U_0 аэрозольные частицы в невозмущенной среде движутся со скоростью $\bar{U}_1 = \bar{U}_0 + \bar{V}_s$ ($V_s = \tau \bar{g}$ — скорость стационарного оседания) (рис. 21). Пусть S_p — площадь поперечного сечения области захвата частиц в пробоотборник. Эта область ограничивает трубку предельных траекторий. При известных расходе $Q = U_a \pi R_t^2$ частиц в пробоотборнике и величине S_p коэффициент аспирации вычисляется по формуле

$$A = \frac{U_1 S_p}{Q} = \frac{S_p \sqrt{U_0^2 + V_s^2}}{\pi R_t^2 U_a} = \frac{S_p \sqrt{R_a^2 + (St_a / Fr^2)^2}}{\pi R_t^2}. \quad (3.26)$$

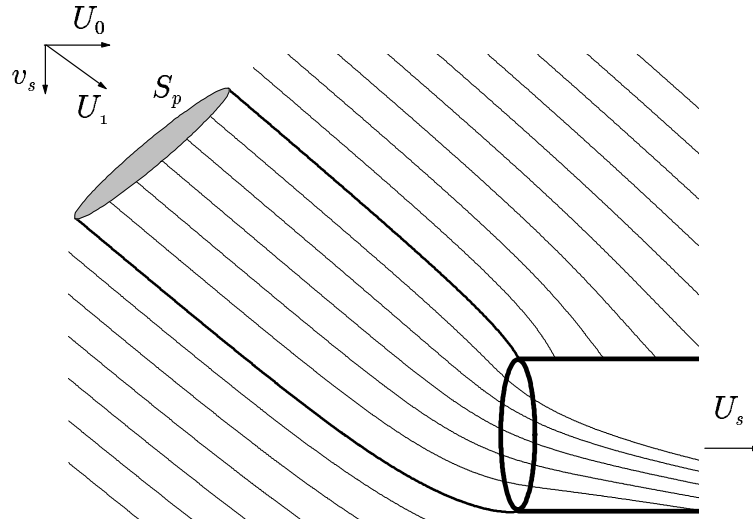


Рис. 21. Траектории и область захвата аэрозольных частиц при аспирации из низкоскоростного потока

Здесь безразмерные числа Стокса St_a и Фруда Fr определяются как

$$St_a = \frac{\delta^2 \rho_p U_a}{18\mu D_t}, \quad Fr = \frac{U_a}{\sqrt{g D_t}}, \quad (3.27)$$

где g — ускорение свободного падения, $D_t = 2R_t$. Число Стокса St_a определено относительно скорости аспирации U_a , так как при малой (вплоть до режима неподвижного воздуха) скорости несущей среды U_0 это более удобно. Число Стокса, определенное обычным образом относительно U_0 , как и ранее, обозначим через St :

$$St = \frac{\delta^2 \rho_p U_0}{18\mu D_t}. \quad (3.28)$$

В случае наличия гравитационной силы задача для аэрозольных частиц становится трехмерной, и в предположении стоксового сопротивления уравнения движения для сферической частицы записываются следую-

щим образом:

$$\begin{aligned} \frac{dv_x}{dt} &= \frac{u_x - v_x}{St_a}, & \frac{dv_y}{dt} &= \frac{u_y - v_y}{St_a}, & \frac{dv_z}{dt} &= \frac{u_z - v_z}{St_a} - \frac{1}{Fr^2}, \\ \frac{dx}{dt} &= v_x, & \frac{dy}{dt} &= v_y, & \frac{dz}{dt} &= v_z, \end{aligned} \quad (3.29)$$

где u_x , u_y , u_z и v_x , v_y , v_z — безразмерные компоненты скорости несущей среды и частицы соответственно, t — безразмерное время. Диаметр трубки D_t и скорость аспирации U_a взяты в качестве характерных размеров.

Решение задачи Коши (3.29) с начальными условиями

$$v_x = R_a, \quad v_y = 0, \quad v_z = -v_s, \quad x = x_0, \quad y = y_0, \quad z = z_0 \quad (3.30)$$

позволяет рассчитать траектории частиц и таким образом найти площадь области захвата S_p . Безразмерная скорость стационарного оседания v_s выражается формулой $v_s = V_s/U_s = St/Fr^2$.

Для модели потенциального течения несжимаемой жидкости поле скоростей несущей среды находилось на основе метода граничных элементов (§ 3.1). В рамках модели вязкого течения поле скоростей несущей среды рассчитывалось на основе численного решения уравнений Навье—Стокса методом конечных объемов на основе алгоритма SIMPLE в программе FLUENT (§ 3.1). При численном интегрировании уравнений движения частиц (3.29) значения составляющих скорости газа находились интерполированием в поле (u_x, u_r) , найденном из решения уравнений Навье—Стокса. Безразмерные составляющие скорости (u_y, u_z) находились по формулам $u_y = u_r \sin \alpha$, $u_z = u_r \cos \alpha$, где α — угол между вертикальным направлением и меридиональной плоскостью, содержащей точку

траектории. Радиус трубки принимался равным $R_t = 0.005$ м, а скорость аспирации $U_a = 1$ м/с. Соответствующее число Рейнольдса газового потока меньше 400, т. е. течение ламинарное. Размеры расчетной области выбирались достаточно большими ($L_1 = 20R_t$, $L_2 = 40R_t$, $L_3 = 20R_t$), чтобы дальнейшее увеличение области не влияло на решение. Сеточное разбиение расчетной области обеспечивало сходимость численного решения с точностью до величины 10^{-9} .

При отсутствии гравитационной силы поперечное сечение области захвата представляет собой круг, и его площадь может быть найдена по ординате предельной траектории r_0 в меридиональной плоскости (x, r) . В этом случае коэффициент аспирации $A = r_0^2 R_a$. В настоящей работе проанализированы два типа коэффициента аспирации A_i и A_e . Чисто инерционный коэффициент аспирации A_i вычислялся на основе определения предельной траектории, попадающей на край трубки. При расчете коэффициента аспирации A_e с учетом возможного отскока от внешней стенки трубки находилась предельная траектория, попадающая в точку разделения потоков на внешней стенке трубки N . Коэффициент A_e представляет собой максимально возможный коэффициент аспирации в предположении, что все частицы, соударяющиеся со стенкой в области между краем трубки и точкой N , после отскока попадут в трубку. На самом деле доля частиц, аспирируемых после удара об стенку, зависит от ряда факторов (вещества частицы, материала стенок, направления и величины скорости частицы при соударении), и не все отскочившие частицы будут аспирированы. Поэтому реальный коэффициент аспирации,

учитывающий вторичную аспирацию, будет немного ниже.

На рис. 22 представлена зависимость коэффициентов A_i и A_e для двух моделей течения несущей среды в зависимости от параметра R_a для трех чисел Стокса. Кривая зависимости $A_i(R_a)$, найденная в рамках модели вязкого течения, расположена немного выше соответствующей кривой зависимости, полученной с помощью модели потенциального течения. Особенно заметно это различие проявляется при меньших числах Стокса ($St = 0.1$). Линии тока вблизи края трубки, рассчитанные в рамках модели безотрывного потенциального обтекания, при малых значениях R_a отличаются от соответствующих линий тока, полученных с помощью модели вязкого течения (рис. 23). Расчеты по второй модели показали, что вблизи края трубки образуется вихревое течение. Поэтому предельные траектории, полученные в рамках моделей потенциального безотрывного и вязкого течений с учетом отрыва, заметно различаются (рис. 24). В частности, различие касается предельных траекторий, попадающих на край трубки. В случае обеих моделей получены близкие линии тока в окрестности точки N разделения газового потока, лежащей достаточно далеко от края трубки, и близкие предельные траектории, попадающие в точку N . Поэтому зависимости $A_e(R_a)$, полученные в рамках двух моделей, мало отличаются для различных чисел Стокса.

Расчетные исследования коэффициентов аспирации A_i и A_e для тонкостенной трубки при числах Стокса $St = 0.22; 0.76$ в приближении потенциального течения несущей среды проведены в [79]: расчеты показали, что влияние вторичной аспирации (т. е. аспирации частиц после

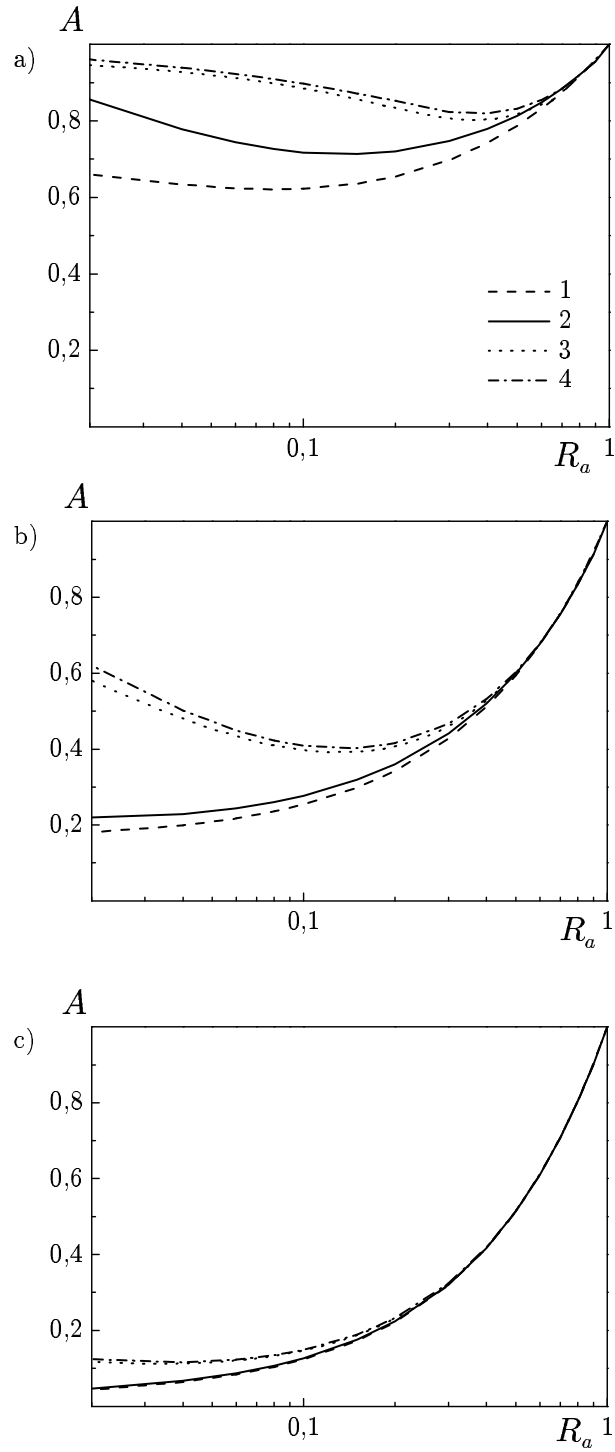


Рис. 22. Зависимость коэффициента аспирации от параметра Ra при $St = 0.1, 1.0, 10.0$ (а, б, в). Кривые 1, 3 — $A_i(Ra)$ и $A_e(Ra)$ для модели потенциального течения, 2, 4 — $A_i(Ra)$ и $A_e(Ra)$ для модели вязкого течения

отскока от внешней стенки пробоотборника) начинает проявляться при $R_a < 0.5$. Это согласуется и с нашими расчетами в широком диапазоне чисел Стокса $St = 0.1 \div 10$ (рис. 22).

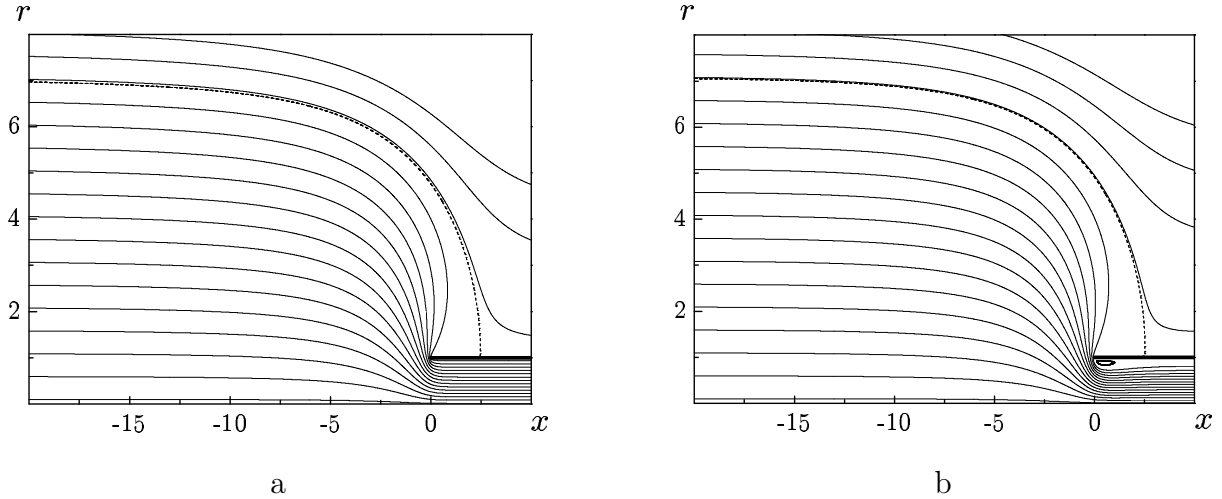


Рис. 23. Линии тока газа при $R_a = 0.02$ для потенциальной (а) и вязкой (б) моделей

Наиболее известные работы [78, 94], посвященные экспериментальным исследованиям тонкостенных пробоотборников в области малых значений параметра R_a , содержат измеренные значения коэффициентов аспирации вплоть до значений $R_a = 0.02$. Экспериментальные зависимости $A(R_a)$ при нескольких числах Стокса показывают немонотонное поведение коэффициента аспирации с убыванием параметра R_a . Рост коэффициента аспирации, начиная со значений $R_a < 0.2$, обнаруженный в экспериментах, объясняется в [97] влиянием вторичной аспирации. Эксперименты [97], в которых определялся чисто инерционный коэффициент аспирации A_i , показали монотонное убывание A_i с уменьшением R_a , хорошо согласующееся с формулой Беляева—Левина (0.2).

Сравнение экспериментальных данных из работ [78, 94] и расчетных зависимостей $A_i(R_a)$ и $A_e(R_a)$, полученных в рамках модели вязкого те-

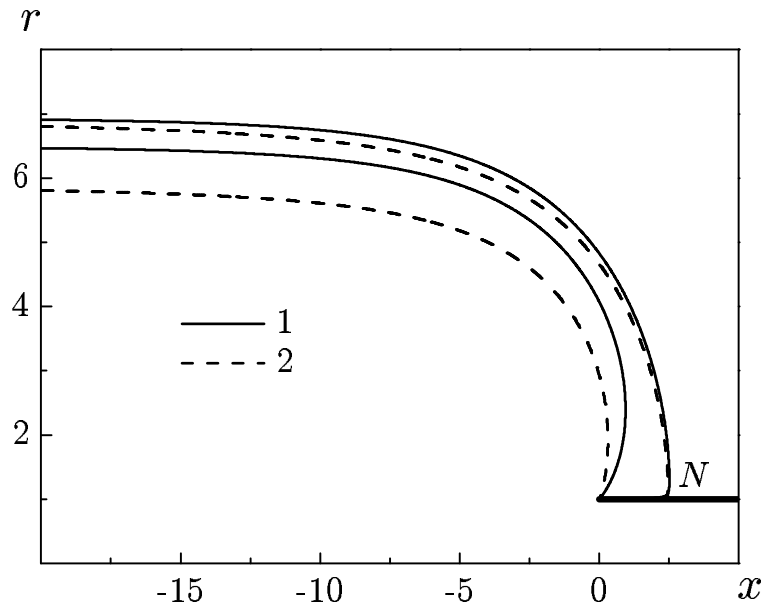


Рис. 24. Предельные траектории при $R_a = 0.02$ и $St_a = 0.1$ для модели вязкого (1) и потенциального (2) течений

чения, приведено на рис. 25. Как было отмечено выше, коэффициент аспирации $A_e(R_a)$ учитывает вторичную аспирацию, тогда как $A_i(R_a)$ не учитывает частицы, попадающие на внешнюю стенку трубки. Численные расчеты, как и эксперименты, показывают увеличение $A_i(R_a)$ и $A_e(R_a)$ при малых R_a . Видно, что зависимости $A_i(R_a)$ и $A_e(R_a)$ незначительно отличаются друг от друга для рассмотренных значений числа Стокса $St_a = 0.174$ и 0.625 , т. е. для этих значений St_a влияние вторичной аспирации незначительно. В этом случае обе расчетные кривые $A_i(R_a)$ и $A_e(R_a)$ удовлетворительно согласуются с экспериментальными данными. При больших числах Стокса $St_a = 1.79$ и 2.935 влияние вторичной аспирации возрастает, так как увеличивается доля частиц, попадающих на стенку, и расчетная кривая $A_e(R_a)$ оказалась ближе к экспериментальным значениям коэффициента аспирации. Наибольшими значениями без-

размерной скорости седиментации в указанных работах были $v_s = 0.012$ и 0.017 , в то время как $R_a = 0.03$ и 0.06 . Таким образом, всегда выполнялось условие $v_s < R_a$, при котором влияние гравитации пренебрежимо мало. Отметим, что приведенные на рис. 22 и 25 зависимости $A_i(R_a)$ по-

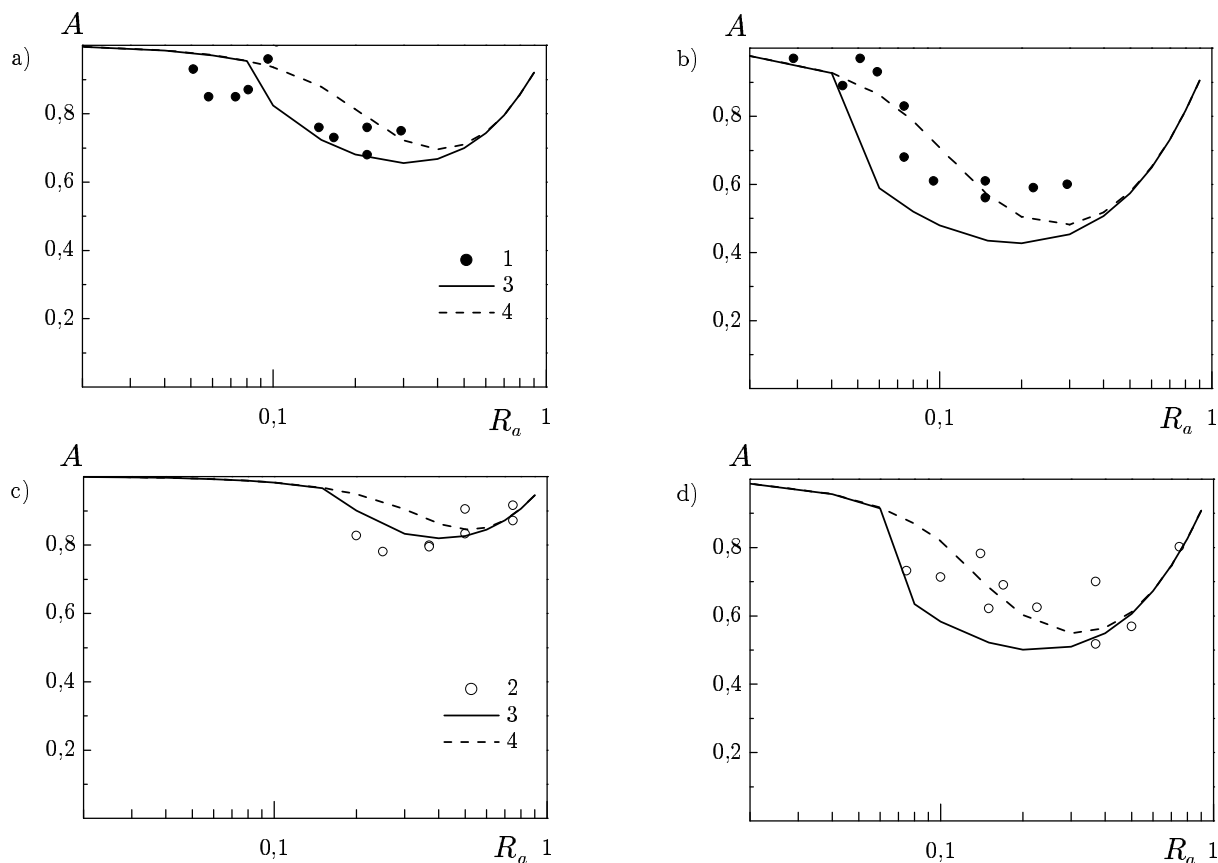


Рис. 25. Сравнение зависимостей $A_i(R_a)$ (кривые 3) и $A_e(R_a)$ (кривые 4) с экспериментальными данными из работ [94] (символы 1) и [78] (символы 2) при $St_a = 0.625, 2.935, 0.174, 1.79$ (a, b, c, d)

казывают, что рост коэффициента аспирации при малых значениях R_a связан не только с влиянием отскока частиц от внешней стенки, но и может быть вызван целиком первичной аспирацией.

Представляется интересным сравнить результаты расчетов зависимостей $A_i(R_a)$ и $A_e(R_a)$ при малых R_a с известными приближенными

формулами для коэффициента аспирации тонкостенных пробоотборников. К настоящему времени предложено несколько формул, описывающих зависимость коэффициента аспирации от числа Стокса и от параметра R_a и рекомендуемых к применению при $R_a < 1$. Все формулы имеют общий вид

$$A = 1 + \beta(R_a - 1). \quad (3.31)$$

В табл. 3.1 приведены значения параметра, предлагаемые в различных работах.

Таблица 3.1

A	Параметр β	Авторы
A_1	$\beta = 1 - \frac{1}{1 + 4St}$	Davies [77]
A_2	$\beta = 1 - \frac{1}{1 + (2 + 0.62/R_a)St}$	Беляев, Левин [3]
A_3	$\beta = \frac{StR_a^{3/2}(4R_a + 0.62)}{0.1St(1 - R_a) + R_a^{3/2}(1 + St(4R_a + 0.62))}$	Davies, Subari [78]
A_4	$\beta = \left(1 - \left(1 + St \frac{\sqrt{R_a}}{1 - \sqrt{R_a}} + 4St\right)^{-1}\right)$	Медведев [37]

На рис. 26 дано сравнение кривых приближенных зависимостей коэффициента аспирации, заданных в таблице 3.1, и зависимостей $A_i(R_a)$ и $A_e(R_a)$, полученных в рамках модели вязкого течения. Видно, что расчетные кривые $A_i(R_a)$ в области малых R_a лучше всего согласуются с коэффициентами A_1 и A_4 для всех рассмотренных чисел Стокса $St = 0.1; 1; 10$. В то же время коэффициент A_2 , предсказывающий почти линейное убывание коэффициента аспирации с уменьшением R_a , близок

к расчетной кривой $A_i(R_a)$ только для $St = 10$. Коэффициент A_3 лучше согласуется с кривой $A_e(R_a)$ для $St = 0.1$. При больших значениях St кривые $A_e(R_a)$ и $A_3(R_a)$ сильно различаются. Кроме того, коэффициент A_3 всегда стремится к единице при $R_a \rightarrow 0$, в то время как пределы $A_i(R_a)$ и $A_e(R_a)$ при $R_a \rightarrow 0$ меньше единицы.

Проведены также расчеты коэффициента аспирации с учетом гравитационной силы. В этом случае решалась трехмерная задача для траекторий частиц, и для простоты поле течения рассчитывалось в приближении потенциального течения.

На рис. 27 приведены области захвата аэрозольных частиц вдали от пробоотборника при уменьшении параметра R_a от значения 0.2 до 0 при $St_a = 1$ и $R_c = 0.1$. Области захвата показаны в плоскостях, перпендикулярных вектору скорости U_1 . Максимальное количество траекторий для нахождения областей захвата бралось 200×100 (с учетом симметрии). С уменьшением R_a начинает сказываться влияние силы тяжести: первоначально круговая область захвата ($R_a = 0.2$) меняет свою форму, появляется узкая область вокруг основного круга ($R_a = 0.1$), которая затем соединяется с ним ($R_a = 0.08$).

Картина траекторий частиц, иллюстрирующая механизм образования дополнительной области захвата, показана на рис. 28. Подобное явление для сферического пробоотборника описано в работе [93]. Далее область захвата расширяется, при этом внутри нее растет область, с которой стартуют частицы, оседающие на поверхности трубки ($R_a = 0.04$). Получаемая при $R_a = 0$ область захвата частиц по форме соответствует

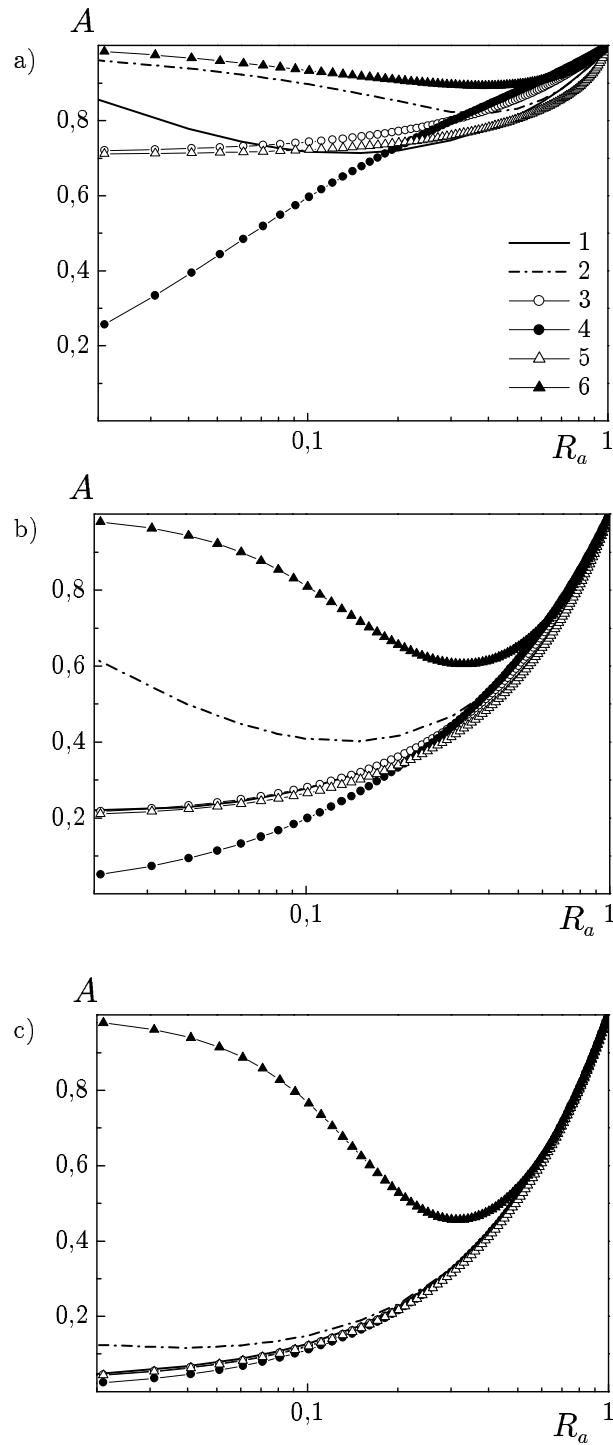


Рис. 26. Сравнение $A_i(R_a)$ (кривые 1) и $A_e(R_a)$ (кривые 2) с зависимостями коэффициента аспирации, полученного по формулам из табл. 3.1 (кривые 3, 4, 5, 6 — A_1, A_2, A_3, A_4 соответственно) при $St_a = 0.1, 1.0, 10.0$ (а, б, в)

областям, полученным в работах [81, 121]. Площади полученных областей захвата использовались для расчета коэффициента аспирации по формуле (3.26).

На рис. 29 представлены зависимости $A_i(R_a)$, рассчитанные с учетом силы тяжести при числе Фруда $Fr^2 = 10$ и без учета силы тяжести. При $v_s > R_a$ начинает сказываться влияние силы тяжести. Для рассматриваемой задачи — аспирации из движущегося воздуха в трубку, горизонтально ориентированную в пространстве, — при учете силы тяжести коэффициент аспирации уменьшается. Влияние гравитационной силы для различных чисел Фруда может быть проанализировано на основе рис. 29. Заметим, что числа Фруда $Fr^2 = 10; 5; 2$ для трубки радиуса $R_t = 0.005$ м и фиксированного числа Стокса $St_a = 1$ соответствуют частицам диаметра $d = 57; 68; 85$ мкм при скоростях аспирации $U_a = 0.99; 0.7; 0.44$ соответственно.

При уменьшении R_a коэффициент аспирации стремится к значению, соответствующему пробоотбору из неподвижного воздуха. Численные результаты хорошо согласуются с данными, полученными по полуэмпирической формуле из работы [123]:

$$\begin{aligned}
 A_0 = 1 - 3.2St_a v_s^{3/2} + 1.28(St_a v_s^{3/2})^2 - 0.4v_s^{1/2} - \\
 - 0.024v_s^{-0.4}(e^{-p} - e^{-q}), \quad (3.32) \\
 p = 2.2v_s^{1.3}St_a, \quad q = 75v_s^{1.7}St_a.
 \end{aligned}$$

Это можно видеть на рис. 31. Общая формула коэффициента аспирации, пригодная во всем диапазоне $R_a \in [0, 1]$, может быть представлена в форме кусочно-заданной функции из A_0 для аспирации из неподвижного

воздуха (3.32) и $A_m = A_4$ для аспирации из движущегося газа [37]:

$$A = \begin{cases} A_0 + R_a(A_{mc} - A_0)/v_s, & R_a < v_s \\ A = A_m, & R_a > v_s \end{cases}, \quad (3.33)$$

где $A_{mc} = A_m(v_s)$. Идея формулы заключается в следующем.

При $R_a > v_s$ используется формула для коэффициента аспирации из движущегося газа. В области $0 < R_a < v_s$ коэффициент аспирации линейно изменяется от значения $A_{mc} = A_m v_s$ к A_0 . Как видно из рис. 32, достигнуто хорошее согласие между численными результатами и формулой (3.33).

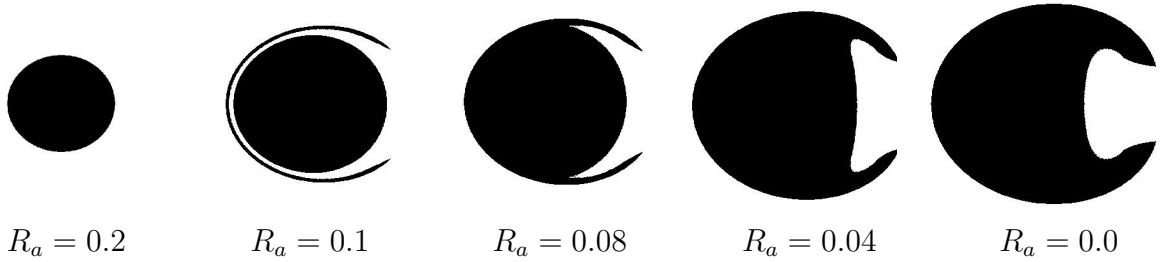


Рис. 27. Области захвата в поперечном сечении для различных R_a

Таким образом, в настоящем параграфе показано, что в области малых значений отношения скоростей и числа Стокса проявляется наибольшее различие коэффициента аспирации, рассчитанного для двух моделей. Формула Беляева—Левина (0.2) в области малого R_a дает значения заметно ниже, чем численная модель. Формулы из работ Davies [77] и Медведева [37] довольно хорошо согласуются с численными результатами для различных чисел Стокса. Влияние гравитационной силы уменьшает коэффициент аспирации. Линейная комбинация формул для неподвижной и движущейся сред может быть использована в диапазоне $R_a \in$

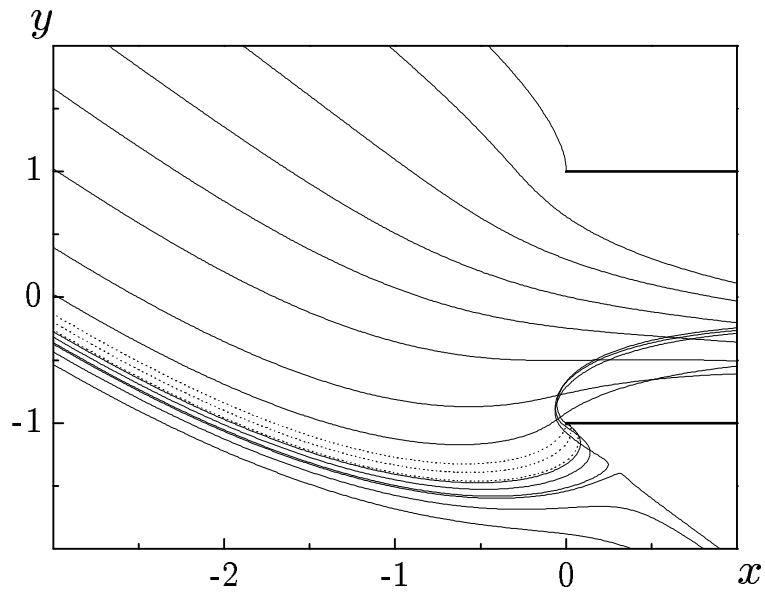


Рис. 28. Траектории частиц при $St_a = 1$ и $R_a = 0.1$. Пунктирные линии - траектории, попадающие на стенку

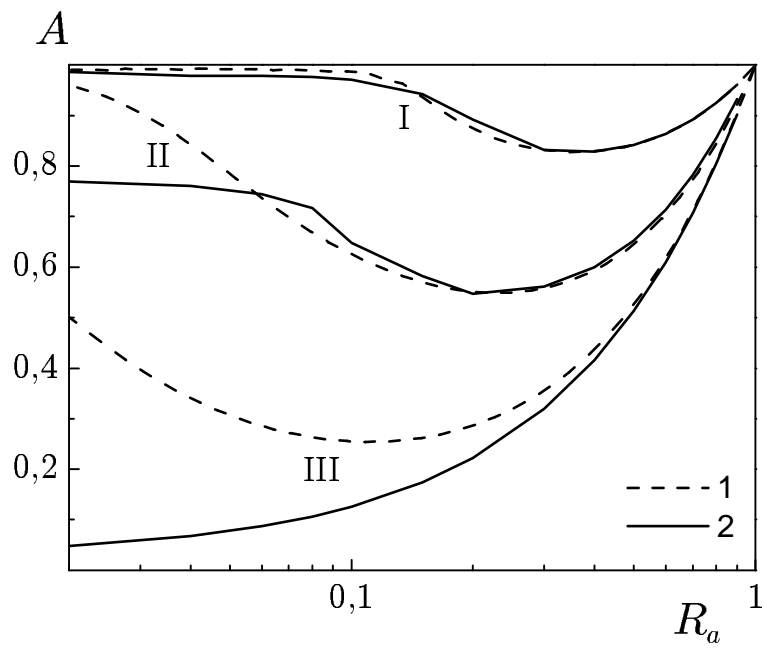


Рис. 29. Зависимость коэффициента аспирации от R_a с учетом (кривые 2, $Fr^2 = 10$) и без учета силы тяжести (кривые 1): I—III — $St_a = 0.1, 1, 10$

$[0, 1]$.

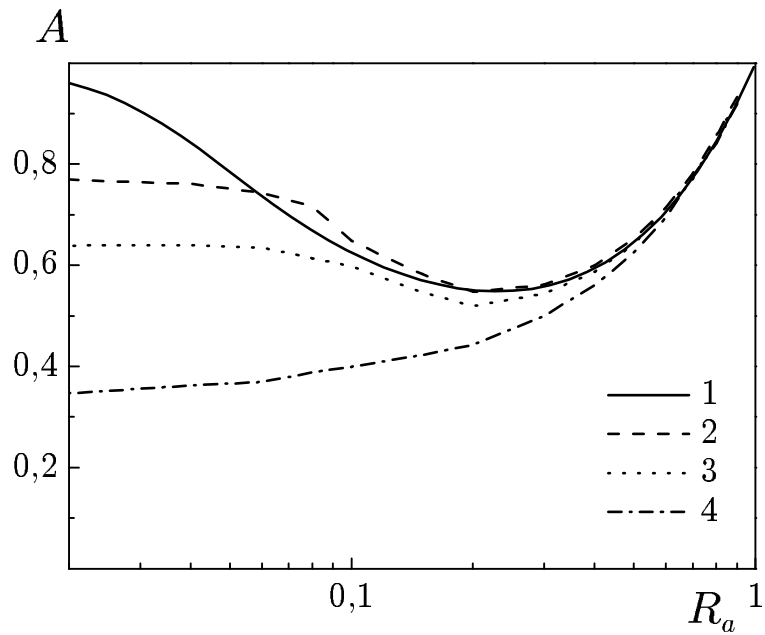


Рис. 30. Зависимость коэффициента аспирации от R_a при $St_a = 1$ для различных чисел Фруда (1 — без учета силы тяжести, 2 — 4 — $Fr^2 = 10, 5, 2$)

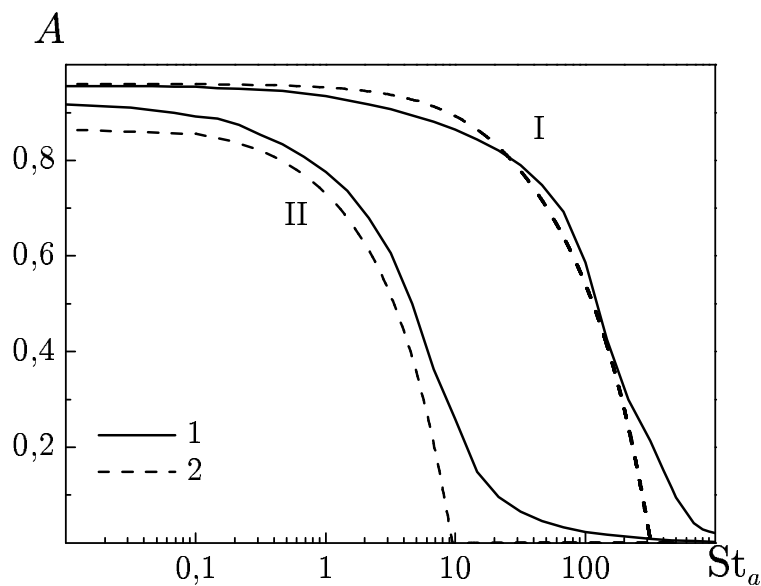


Рис. 31. Сравнение численных результатов (кривые 1) и зависимостей, полученных по формуле (3.32) (кривые 2): I — $v_s = 0.01$, II — $v_s = 0.1$

3.4 Аспирация аэрозоля для высокоскоростного потока

В данном параграфе приведены результаты исследования поведения коэффициента аспирации тонкостенной трубки для случая, когда

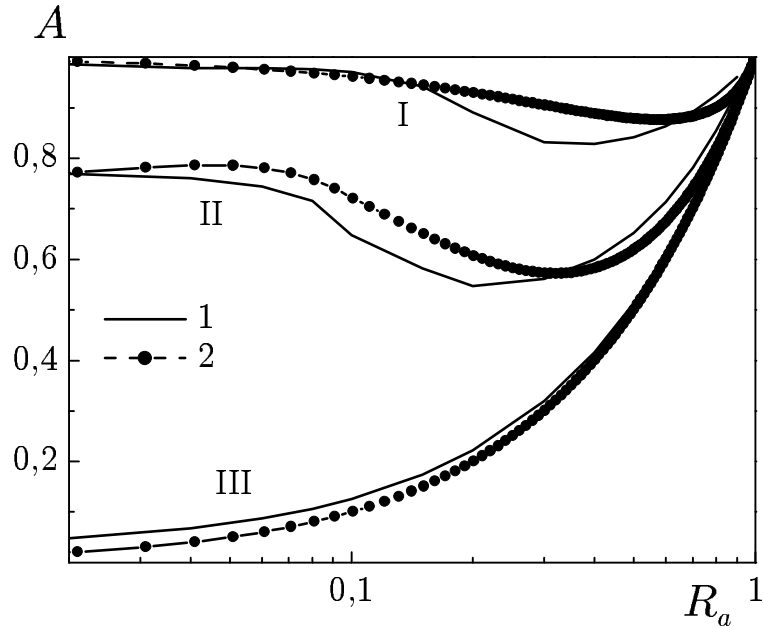


Рис. 32. Сравнение численных результатов (кривые 1, $Fr^2 = 10$) и зависимостей, полученных по формуле (3.33) (кривые 2): I – III – $St_a = 0.1, 1, 10$

$R_a > 1$ и, в частности, $R_a \gg 1$. Такая ситуация реализуется при высоких скоростях ветра (пробоотбор в атмосфере) или низких значениях скорости аспирации. Поведение коэффициента A в области больших значений R_a недостаточно изучено. В работе [112] экспериментально исследован пробоотбор в трубку при $1 < R_a \leq 50$ и показано, что зависимость коэффициента аспирации от R_a имеет при больших R_a нелинейный характер. Коэффициент аспирации в трубку в рамках модели осесимметричного потенциального течения при высоких значениях отношения R_a скоростей ветра и аспирации рассчитан в [85].

Схема течения аэрозоля при $R_a > 1$ показана рис. 33. В этом случае линии тока газа и траектории частиц стремятся огибать трубку.

Проведены исследования задачи аспирации в трубку с $R_t = 0.005$ м при скорости ветра $U_0 = 1$ м/с. Скорость аспирации изменялась в

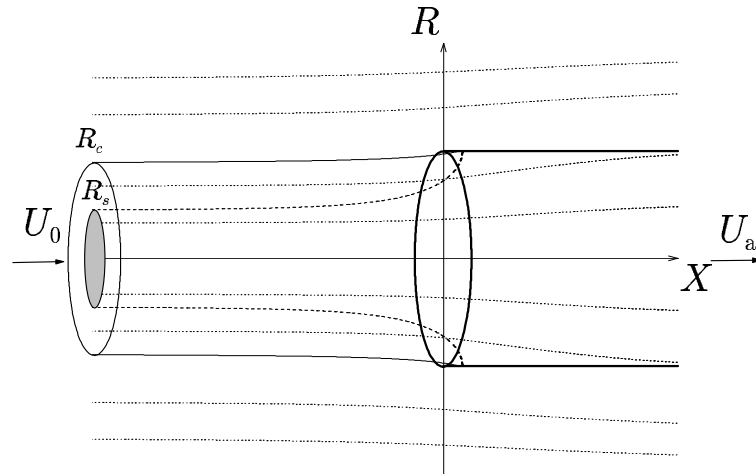


Рис. 33. Схема течения аэрозоля при аспирации в трубку при $R_a > 1$

диапазоне $U_0 \in [0.02, 0.5]$ м/с. Соответствующее число Рейнольдса газового потока меньше 600, что обеспечивает ламинарный режим течения. Размеры расчетной области выбирались достаточно большими, чтобы дальнейшее увеличение области не влияло на решение. Сеточное разбиение расчетной области обеспечивало сходимость численного решения с точностью до величины 10^{-9} .

На рис. 34 показаны разделительные линии тока газа, рассчитанные в рамках двух моделей течения несущей среды при различных значениях R_a . В целом различие разделительных линий тока незначительно и становится заметным при больших R_a . При $R_a > 1$ точка N разделения аспирируемого и уходящего мимо пробоотборника потоков располагается с внутренней стороны трубки. С увеличением R_a точка N удаляется от края внутрь трубки, при этом образуется возвратное течение, которое оказывает заметное влияние на процесс аспирации частиц при больших R_a .

Для учета влияния возвратного течения в качестве предельной вы-

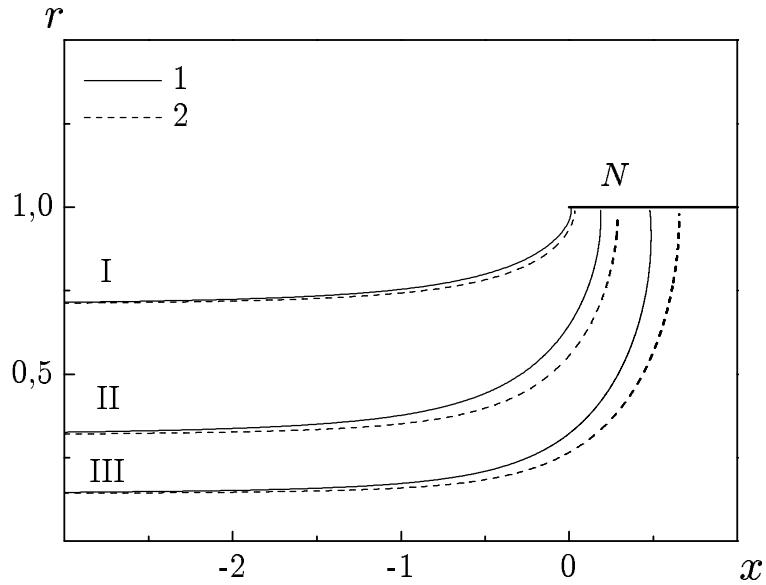


Рис. 34. Разделительные линии тока: 1 — модель вязкого течения, 2 — модель потенциального течения, I — III — $R_a = 2, 10, 50$

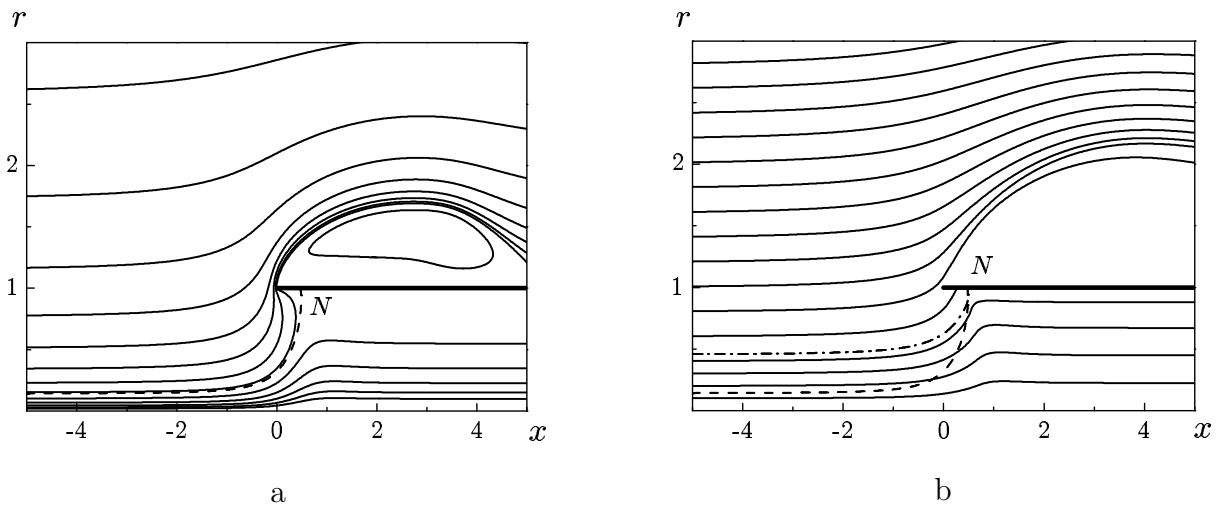


Рис. 35. Линии тока (а) и траектории частиц (б) при $R_a = 50$ и $St = 0.5$ (штриховые линии — разделительные линии тока несущей среды, штрих-пунктирная кривая — предельная траектория.)

биралась траектория, попадающая в точку N разделения газового потока (рис. 35). Отметим также, что при $R_a > 1$ на внешней стенке трубки образуется вихревое течение.

Результаты параметрических расчетов коэффициента аспирации по-

казаны на рис. 36 — 38. На рис. 36 приведены зависимости $A(R_a)$ для водяных капель с диаметрами $d = 13; 34; 89.5$ мкм ($St = 0.051; 0.351; 2.43$). Выбранные значения диаметров капель соответствуют эксперименту [112], результаты которого обозначены символами ($\circ, \square, \triangle$). Расчетные кривые $A(R_a)$, полученные в рамках двух моделей, близки друг к другу, т. е. учет вязкости не приводит к заметному уточнению значений коэффициента аспирации. Наблюдается также удовлетворительное согласие расчетных и экспериментальных данных при $St = 0.051$ и 2.43 . Для промежуточного значения $St = 0.351$ теоретические кривые оказались расположены намного ниже экспериментальных значений при увеличении R_a .

Зависимости $A(St)$ при некоторых R_a представлены на рис. 37. В целом расчетные и экспериментальные данные лучше согласуются при меньших R_a .

Представляется интересным сравнить результаты расчетов зависимостей $A(St)$ в области больших R_a с известными приближенными формулами для коэффициента аспирации тонкостенных пробоотборников. К настоящему времени предложено несколько формул для зависимости коэффициента аспирации от числа Стокса St и параметра R_a , рекомендуемых для применения при $R_a > 1$. Все формулы, как и для случая $R_a < 1$, имеют общий вид (3.31).

В табл. 3.2 приведены выражения для параметра β , предлагаемые в различных работах.

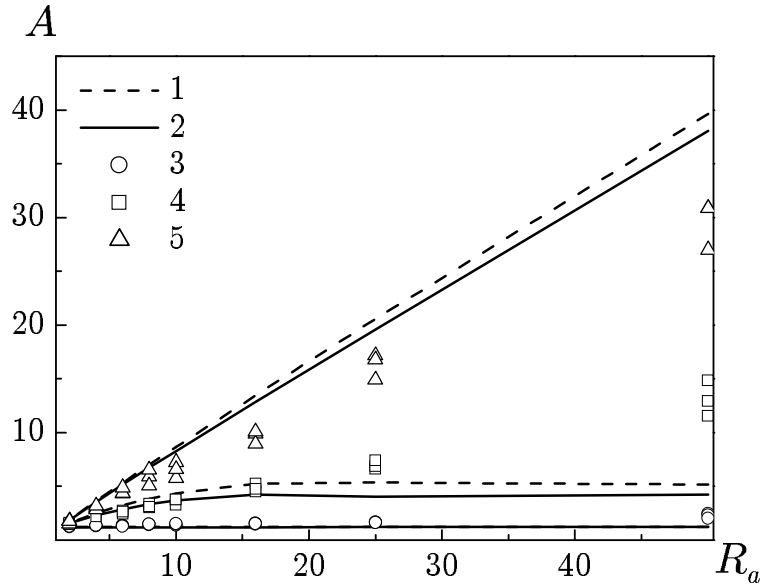


Рис. 36. Зависимость $A(R_a)$ при различных числах Стокса: 1 — модель потенциального течения, 2 — модель вязкого течения, 3 — 5 — экспериментальные данные из работы [112] $St = 0.051; 0.351; 2.43$

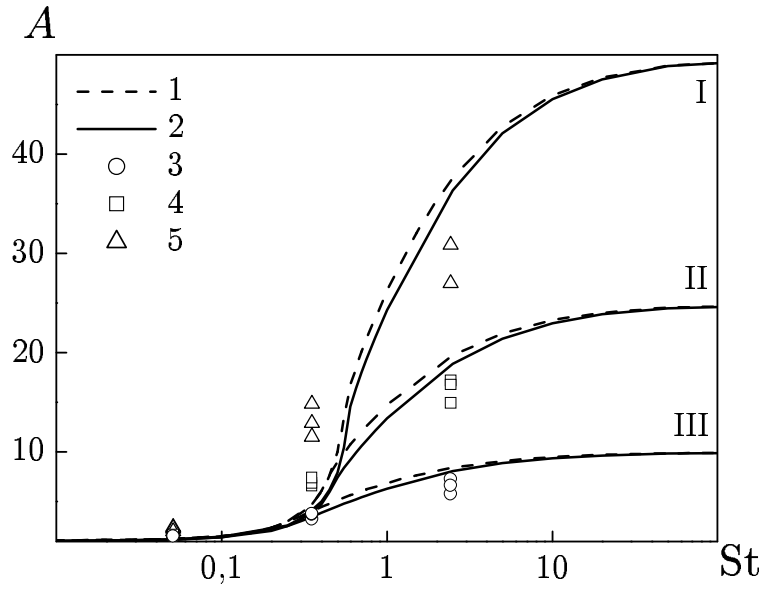


Рис. 37. Зависимость $A(St)$ при различных R_a : 1 — модель потенциального течения, 2 — модель вязкого течения, 3 — 5 — экспериментальные данные из работы [112] $St = 0.051; 0.351; 2.43$, I — III — $R_a = 50; 25; 10$

Таблица 3.2

A	Параметр β	Работа
A_1	$\beta = 1 - \frac{1}{1 + (2 + 0.62/R_a)St}$	Беляев, Левин [3]
A_2	$\beta = 1 - \frac{1}{1 + St/(1 + 0.418/St)}$	Zhang, Liu [136]
A_3	$\beta = 1 - \frac{1}{1 + (2 + 0.62/R_a - 0.9R_a^{0.1})St}$	Paik, Vincent [112]

Наиболее известная формула Беляева—Левина [3] хорошо описывает коэффициент аспирации в диапазоне $0.18 < R_a < 6$. В [112] показано, что эта формула дает завышенные значения коэффициента аспирации при больших значениях R_a . На рис. 38 дано сравнение приближенных зависимостей коэффициента A , заданных в табл. 3.2, и зависимости $A(St)$, полученной в рамках модели вязкого течения, при $R_a = 50$. Наиболее близкими к результатам численной модели оказываются значения A , полученные по формулам для A_2 и A_3 . Значения коэффициента аспирации по формуле Беляева—Левина оказывались завышенными. При меньших R_a значения коэффициента аспирации, найденные по формулам и из численной модели, сближаются. Таким образом, формулы из работ [112] и [136] удовлетворительно описывают коэффициент аспирации в области больших значений R_a .

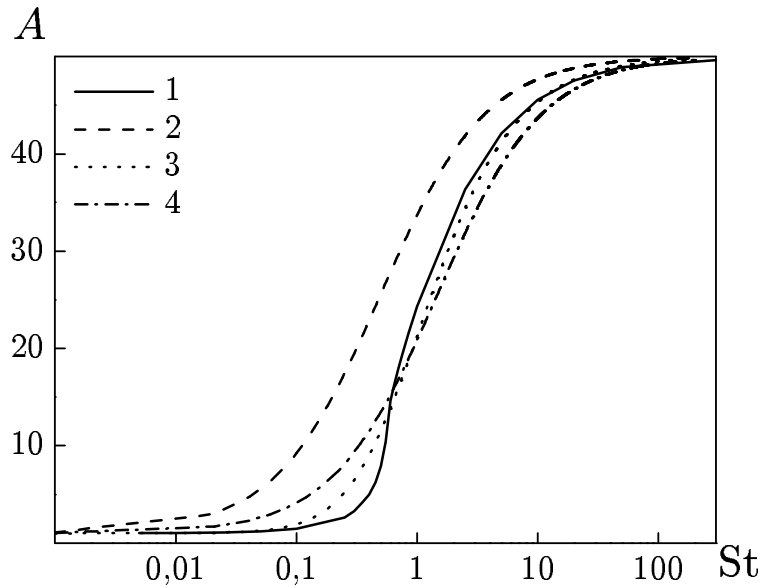


Рис. 38. Сравнение зависимостей $A(St)$ при $R_a = 50$, полученных расчетными исследованиями (кривая 1) и по приближенным формулам из табл. 3.2 (2, 3, 4 — A_1, A_2, A_3 соответственно)

4 Нестационарная аспирация аэрозоля в трубку

В предыдущих главах рассмотрены задачи аспирации в тонкостенные пробоотборники для стационарных скоростей ветра и аспирации. Отметим, что и в большинстве других работ по аспирации авторы также ограничивались случаем стационарного пробоотбора. Одной из целей исследования концентрации частиц с помощью пробоотборников является предсказание массовой доли дисперсных загрязнений, вдыхаемой человеком. Для более достоверного исследования концентрации вдыхаемых частиц на манекене человека устанавливаются персональные пробоотборники. Вместе с тем пробоотборники работают в стационарном режиме, а процесс дыхания человека является нестационарным и периодическим. Кроме того, возможны ситуации аэрозольных измерений, когда

исследуемый аэрозоль характеризуется заметными временными изменениями. Таким образом, существует круг проблем, когда следует рассматривать задачу нестационарной аспирации. Одним из преимуществ подхода к расчету концентрации частиц, развитого в предыдущих главах, является возможность рассмотрения таких нестационарных задач. В настоящей главе сформулирована и решена задача об аспирации аэрозоля в тонкостенную трубку, работающую в периодическом режиме, имитирующем дыхание человека.

4.1 Постановка задачи

Рассмотрим задачу об аспирации аэрозоля в трубку со скоростью аспирации, изменяющейся во времени по периодическому закону. Геометрия задачи полностью совпадает с описанной в параграфе 3.1. В связи с осевой симметрией рассмотрим верхнюю половину меридиональной плоскости (рис. 12). Скорость газа (несущей среды) U_0 вдали от пробоотборника направлена вдоль оси X , совпадающей с осью трубки. Предположим, что аспирация в трубку происходит по синусоидальному закону, частота колебаний составляет 17 циклов в минуту, средний расход $Q = 8.4$ л/мин (рис. 39). Это соответствует стационарному пробоотборнику с расходом 0.14 л/сек. При радиусе трубки $R_t = 1$ см в соответствии с заданным режимом функция дыхания будет иметь вид

$$U_a = U_{uns} \sin(\pi\theta/w), \quad (4.34)$$

где $U_{uns} = 0.7$ м/с, $w = 1.765$ с — половина периода колебаний, θ — время. Обозначим скорость U_{st} соответствующего стационарного пробоотбо-

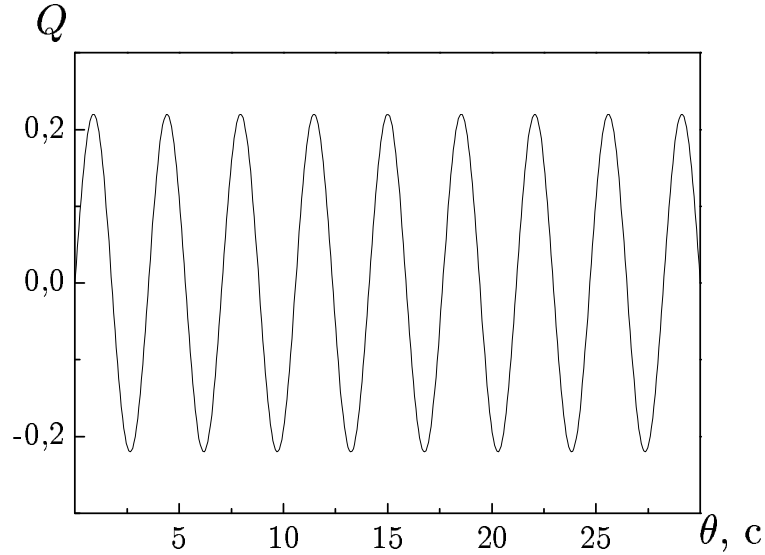


Рис. 39. Кривая дыхания человека

ра как среднюю скорость аспирации за один период вдоха: $U_{st} = U_{uns}\pi/2$. Параметр R_a для задачи нестационарной аспирации введем как отношение скоростей несущей среды и стационарной аспирации: $R_a = U_0/U_{st}$. В стационарном случае коэффициент аспирации можно определить как отношение потока частиц через входное отверстие трубки к расходу газа

$$A = \int_0^{R_t} c_p(0, R)V_x(0, R)RdR / \int_0^{R_t} U_x(0, R)RdR. \quad (4.35)$$

Для рассматриваемого нестационарного случая расход газа и поток частиц через трубку меняются в течение периода дыхания. Следовательно, меняется и коэффициент аспирации. Определим в этом случае коэффициент аспирации как отношение суммарных потоков частиц и газа за время θ^* :

$$A(\theta^*) = \int_0^{\theta^*} \int_0^{R_t} c_p(0, R, \theta)V_x(0, R, \theta)RdRd\theta / \int_0^{\theta^*} \int_0^{R_t} U_x(0, R, \theta)RdRd\theta. \quad (4.36)$$

Выразим суммарный расход газа за время θ^* , используя функцию (4.34):

$$\begin{aligned} Q(\theta^*) &= \int_0^{\theta^*} \int_0^{R_t} U_x(0, R, \theta) R dR d\theta = \\ &= \int_0^{\theta^*} \frac{R_t^2}{2} U_{uns} \sin \frac{\pi\theta}{w} d\theta = \frac{R_t^2}{2} \frac{w}{\pi} U_{uns} \left(1 - \cos \frac{\pi\theta^*}{w} \right). \end{aligned}$$

В рамках модели потенциального безотрывного течения можно ввести нестационарную функцию тока, которая в каждый момент времени будет решением соответствующей стационарной задачи. В случае задачи для трубки со скоростью аспирации (4.1) функция тока $\psi_p(x, r, t)$ выражается в виде суммы

$$\psi_p(x, r, t) = \frac{1}{2} r^2 + \left(\frac{\pi \sin(\pi t/w)}{2R_a} - 1 \right) \psi_s(x, r), \quad (4.37)$$

где ψ_s представляет собой функцию тока течения, создаваемого аспирацией газа из неподвижной среды вдали от трубки при единичной скорости внутри трубки, и находится как в § 3.1, $t = \theta U/R_t$ — безразмерное время, в качестве характерной скорости U выбрана U_{st} в задаче аспирации из неподвижного воздуха и U_0 — во всех остальных случаях. Такие же характерные скорости использованы при определении числа Стокса ($St = \delta^2 \rho_p U_0 / 18 \mu D_t$, $St_a = \delta^2 \rho_p U_{st} / 18 \mu D_t$).

Степень нестационарности течения характеризуется числом Струхаля, определяемым как

$$Sh = \frac{\pi D_t}{w U_0}. \quad (4.38)$$

Уравнения движения аэрозольных частиц в найденном поле скоростей течения несущей среды записываются в форме (3.12). Согласно

(1.26) уравнение неразрывности в переменных Лагранжа в цилиндрических координатах имеет вид

$$rc_p(x_0, r_0, t)\det\|J_{ij}\| = r_0c_{p0}(x_0, r_0, 0). \quad (4.39)$$

Уравнения для компонентов якобиана J_{ij} и переменных ω_{ij} записываются так:

$$\begin{aligned} \frac{dJ_{11}}{dt} &= \omega_{11}, & \frac{dJ_{12}}{dt} &= \omega_{12}, \\ \frac{dJ_{21}}{dt} &= \omega_{21}, & \frac{dJ_{22}}{dt} &= \omega_{22}, \end{aligned} \quad (4.40)$$

$$\begin{aligned} \frac{d\omega_{11}}{dt} &= \frac{1}{St} \left(J_{11} \frac{\partial u_x}{\partial x} + J_{21} \frac{\partial u_x}{\partial r} - \omega_{11} \right), \\ \frac{d\omega_{12}}{dt} &= \frac{1}{St} \left(J_{12} \frac{\partial u_x}{\partial x} + J_{22} \frac{\partial u_x}{\partial r} - \omega_{12} \right), \\ \frac{d\omega_{21}}{dt} &= \frac{1}{St} \left(J_{11} \frac{\partial u_r}{\partial x} + J_{21} \frac{\partial u_r}{\partial r} - \omega_{21} \right), \\ \frac{d\omega_{22}}{dt} &= \frac{1}{St} \left(J_{12} \frac{\partial u_r}{\partial x} + J_{22} \frac{\partial u_r}{\partial r} - \omega_{22} \right). \end{aligned} \quad (4.41)$$

Таким образом, имеем замкнутую систему обыкновенных дифференциальных уравнений (3.12), (4.40) и (4.41). Интегрирование системы позволяет найти все параметры частицы с выбранными начальными координатами x_0, r_0 . Концентрация частицы вдоль траектории может быть найдена с помощью значения якобиана из уравнения (4.39).

4.2 Результаты расчетов

Интегрирование уравнений движения частиц совместно с уравнениями для компонент якобиана и их производных осуществлялось методом Гира [43], обеспечивающим устойчивость численного решения во всем диапазоне изменения числа Стокса.

В целом для нестационарного пробоотбора наблюдается ряд различных сценариев поведения аэрозольных частиц в окрестности пробоотборной трубки. В зависимости от времени старта частиц по отношению к времени периода дыхания, числа Стокса, отношения скоростей ветра и аспирации частицы могут попадать, проходить мимо трубки или удаляться в обратную сторону от трубки. В качестве примера проанализируем поведение частиц при аспирации из неподвижного воздуха ($R_a = 0$).

На рис. 40 показаны зависимости от времени координаты частиц, движущихся вдоль оси симметрии. При различных St_a поведение частиц сильно различается. При $St_a = 0$ частица колеблется в окрестности входного отверстия (динамика элемента газовой среды). Для промежуточных чисел Стокса ($St_a = 1; 10; 100$) также наблюдается колебание частиц, но они постепенно удаляются от пробоотборника. Этот эффект может быть объяснен тем, что на инерционные частицы «выдох» оказывает большее влияние, чем «вдох», так как на стадии «выдоха» они находятся ближе к пробоотборнику. И, наконец, при высокой инерции ($St_a = 1000$) частицы, преодолевая влияние выдоха, попадают внутрь трубки.

Траектория аэрозольной частицы, не лежащей на оси симметрии, при аспирации из малоподвижного воздуха ($R_a = 0.02$, $Sh \approx 2$) показана на рис. 41. Наблюдается колебательное движение частицы около пробоотборника. В момент, когда частица оказывается вблизи трубки, начинается фаза «выдоха», поэтому в итоге частица не попадает в трубку.

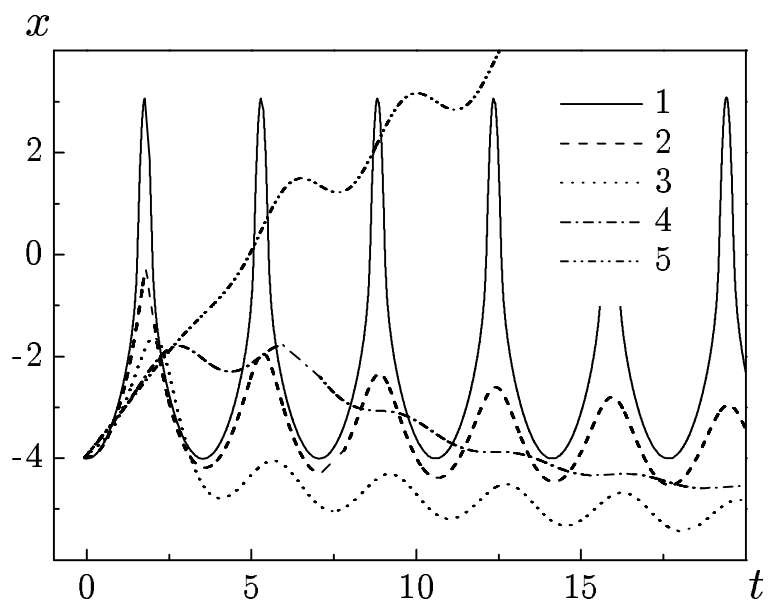


Рис. 40. Зависимость осевой координаты частиц от времени. 1 — 5 — $St_a = 0; 1; 10; 100; 1000$

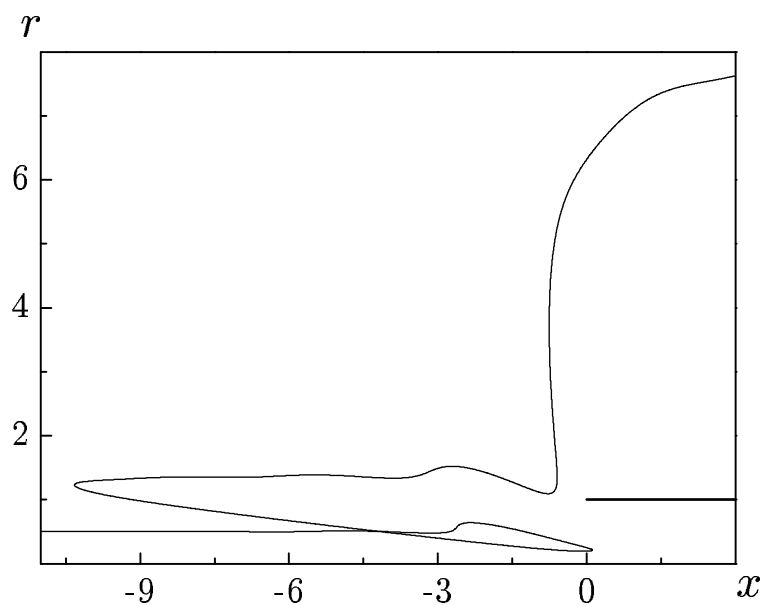


Рис. 41. Траектория частицы при нестационарной аспирации из малоподвижного воздуха ($R_a = 0.02, St_a = 1$)

Картина траекторий частиц при $R_a = 0.5$ и $Sh = 0.08$ в различные моменты времени показана на рис. 42 и демонстрирует различие в

поведении частиц, стартующих в разные моменты времени.

При известном распределении концентрации частиц во входном сечении по формуле (4.36) найдем коэффициент аспирации как функцию времени. На рис. 44 показана зависимость коэффициента аспирации от времени для $R_a = 0.5$. Время изменяется от начала до конца периода вдоха. При этом в начальный момент вдоха коэффициент аспирации бесконечен, так как воздух в пробоотборнике отсутствует, а частицы в силу инерции попадают в него. Для вычисления верхнего интеграла в формуле (4.36) в каждый момент времени вычисляется профиль концентрации во входном сечении трубки (рис. 43). В момент конца периода вдоха коэффициент аспирации становится равным значению при стационарном пробоотборе (рис. 43). Аналогичные зависимости для случая $R_a = 2$ показаны на рис. 46 и 47.

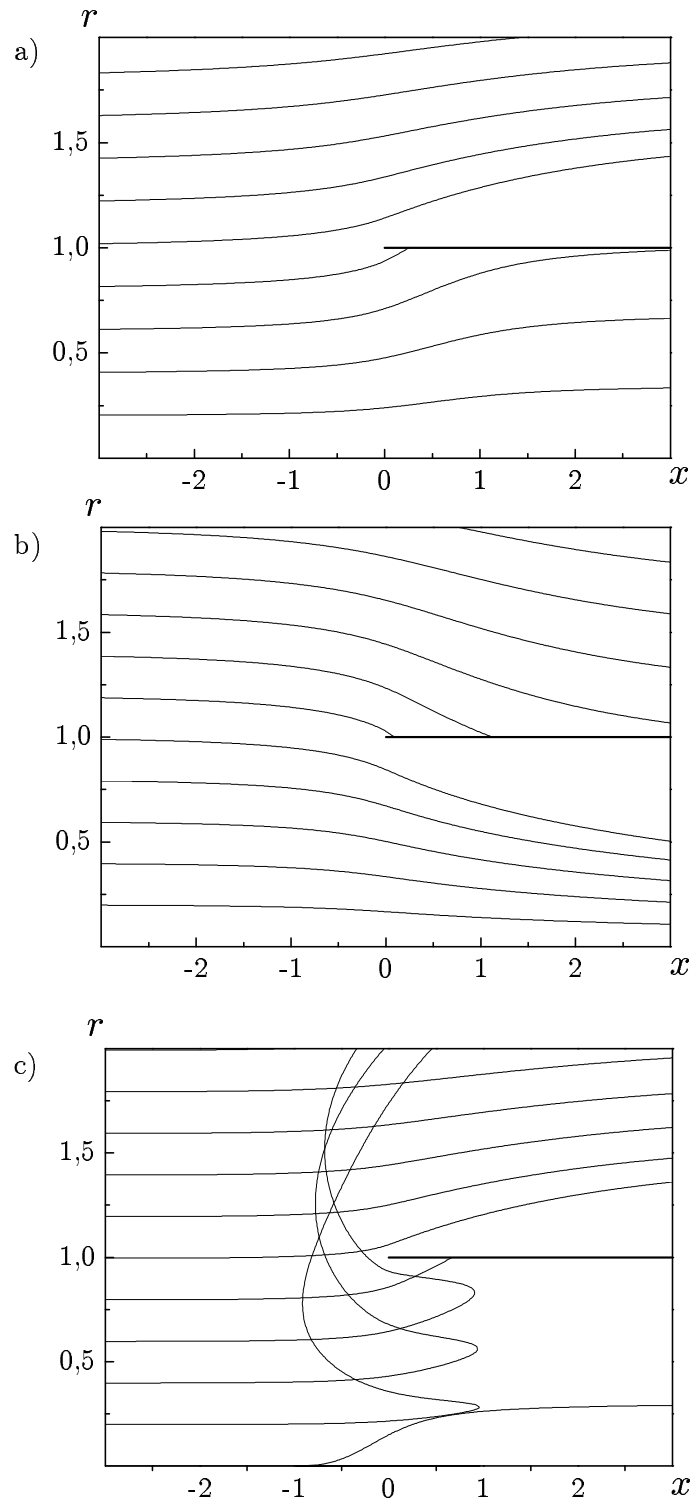


Рис. 42. Траектории частиц, стартующих в различные моменты времени ($St_a = 1.0$, $R_a = 0.5$, $t = 0$, $w/2$, w — начало (а), середина (b) и конец фазы «вдоха» (с))

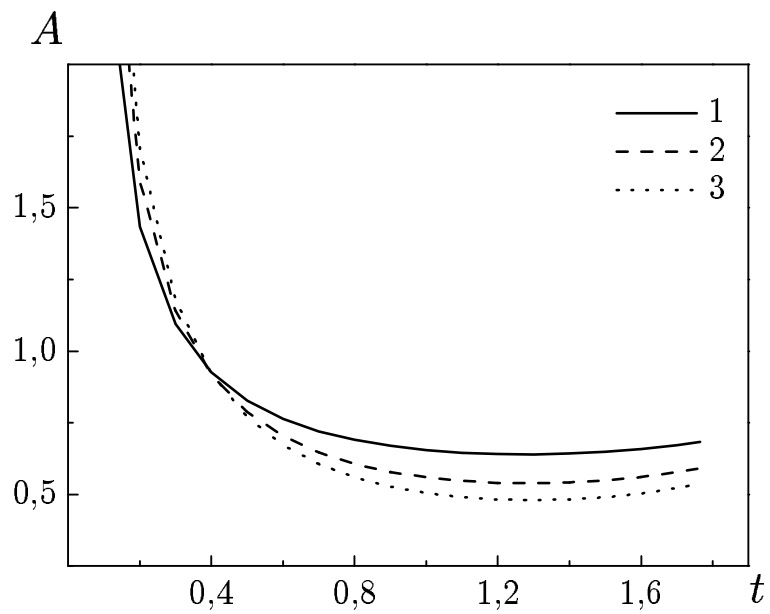


Рис. 43. Зависимость коэффициента аспирации от времени при $R_a = 0.5$ для различных St : 1 — 3 — $St=0.316, 1.0, 3.16$

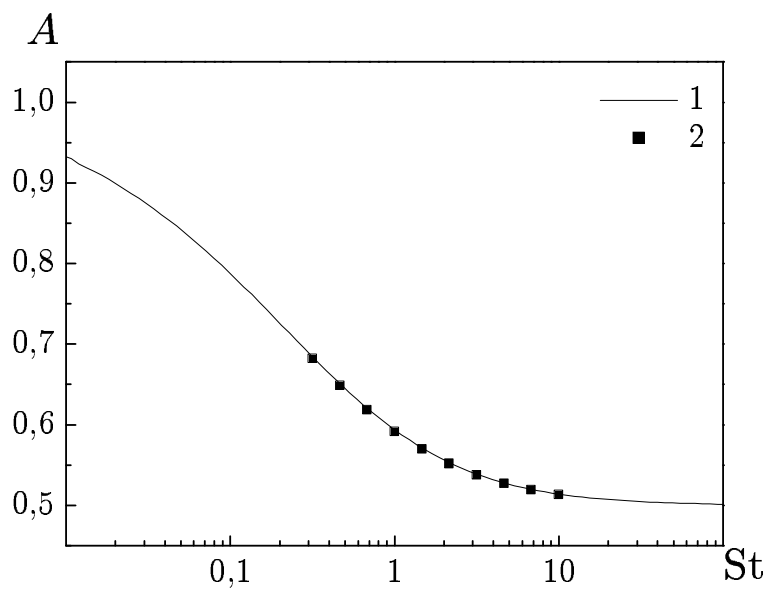


Рис. 44. Сравнение зависимостей $A(St)$ для стационарной (1) и стационарной аспирации (2) с одинаковым расходом при $R_a = 0.5$

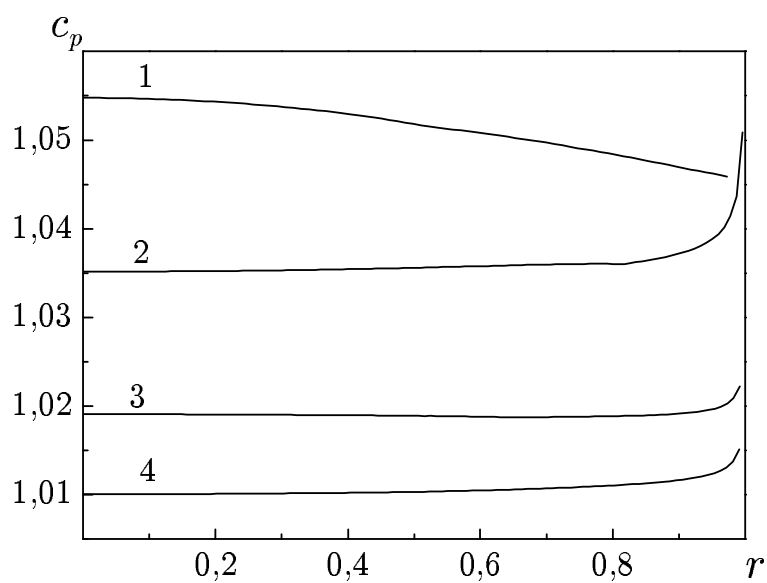


Рис. 45. Профиль концентрации во входном сечении пробоотборника в различные моменты времени при $R_a = 0.5$ и $St = 1.0$: 1 – 4 – $t = 0, 3w/4, w/2, w/4$

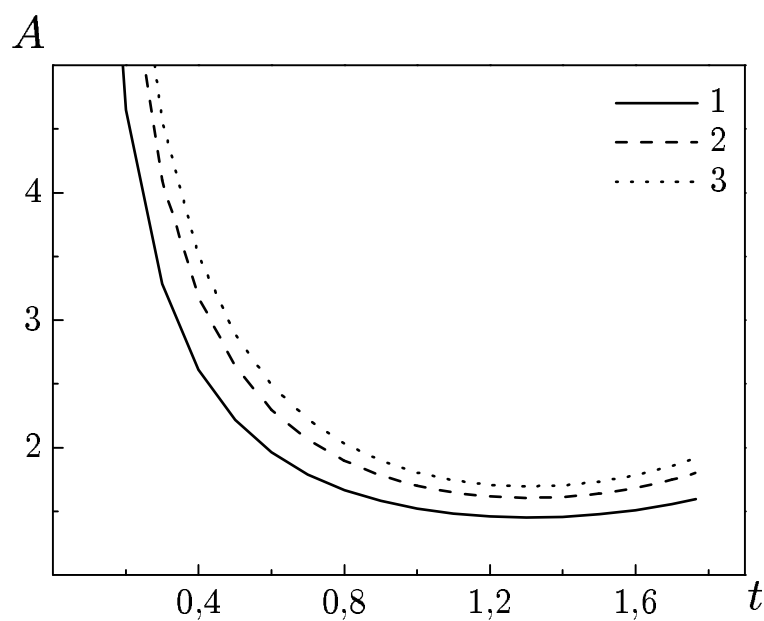


Рис. 46. Зависимость коэффициента аспирации от времени при $R_a = 2.0$ для различных St : 1 – 3 – $St=0.316, 1.0, 3.16$

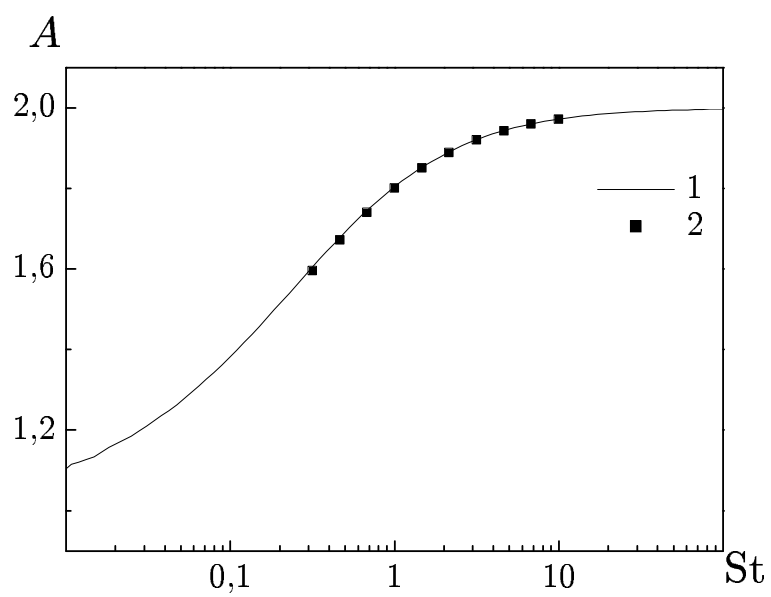


Рис. 47. Сравнение зависимостей $A(St)$ для стационарной (1) и стационарной (2) аспирации с одинаковым расходом при $R_a = 2.0$

Литература

1. *Андерсон Д.* Вычислительная гидромеханика и теплообмен / Д. Андерсон, Дж. Таннехилл, Р. Плетчер. — М.: Мир, 1990. — Т.1. — 384 с.
2. *Беляев С.П.* Отбор проб аэрозолей из неподвижной среды / С.П. Беляев, В.Т. Кустов // Труды Института экспериментальной метеорологии. — 1980. — Вып. 25 (93).— С. 102-108.
3. *Беляев С.П.* Корректирование ошибок отбора проб аэрозолей / С.П. Беляев, Л.М. Левин // Физика атмосферы и океана. — 1974. — Т. 10, № 5. — С. 512-518.
4. *Бусройд Р.* Течения газа со взвешенными частицами / Р. Бусройд. — М.: Мир, 1975. — 378 с.
5. *Бэтчелор Д.* Введение в динамику жидкости / Д. Бэтчелор. — М.: Мир, 1973. — 760 с.
6. *Ванюнина М.В.* Аспирация аэрозоля в щелевой пробоотборник при двух углах его ориентации / М.В. Ванюнина, Ш.Х. Зарипов, Э.В. Скворцов // Изв. РАН. Механика жидкости и газа. — 2002. — № 32. — С. 108-113.
7. *Ванюнина М.В.* Аспирация аэрозоля в цилиндрический пробоотборник из низкоскоростного нисходящего потока и неподвижной среды / М.В. Ванюнина, Р.С. Галеев, Ш.Х. Зарипов, Э.В. Скворцов // ПМТФ. — 2005. — № 2. — С. 122-129.
8. *Волощук В.М.* Введение в гидродинамику грубодисперсных аэрозолей / В.М. Волощук. — Л.: Гидрометеиздат, 1971. — 208 с.
9. *Волощук В.М.* Некоторые вопросы теории аспирации аэрозолей / В.М. Волощук, Л.М. Левин // Изв. РАН. Физика атмосферы и океана. — 1968. — Т. 4, № 4.— С. 426-443.
10. *Гильманов А.Н.* Методы адаптивных сеток в задачах газовой динамики / А.Н. Гильманов. — М.: Физматлит, 2000. — 248 с.
11. *Гильфанов А.К.* Исследование поля концентрации аэрозольных частиц при аспирации в движущемся воздухе / А.К. Гильфанов // Сеточные методы для

- краевых задач и приложения. Материалы Седьмого Всеросс. сем. — Казань: Изд-во Казан. гос. ун-та, 2007. — С. 76-80.
12. *Гильфанов А.К.* Расчет распределения концентраций частиц для задачи пробоотбора аэрозоля / А.К. Гильфанов, Ш.Х. Зарипов, Д.В. Маклаков // Дисперсные системы: XXIII науч. конф. стран СНГ, 22 — 26 сент. 2008 г., Одесса, Украина: материалы конф. — Одесса: Астропринт, 2008. — С. 78-79.
 13. *Гильфанов А.К.* Определение поля концентрации частиц в задаче аспирации аэрозоля в движущемся воздухе / А.К. Гильфанов, Ш.Х. Зарипов // Изв. РАН. Механика жидкости и газа. — 2008. — № 4. — С. 71-81.
 14. *Гильфанов А.К.* Расчет характеристик тонкостенного пробоотборника при больших значениях отношения скоростей ветра и аспирации / А.К. Гильфанов // Ученые зап. Казан. гос. ун-та. Серия физ.-мат. науки. — 2008. — Кн. 4. — С. 98-105.
 15. *Гильфанов А.К.* Возможности параллельных вычислений при решении задач газовой динамики в среде CFD программы FLUENT / А.К. Гильфанов, Т.Ш. Зарипов // Изв. вузов. Авиационная техника. — 2009. — № 1. — С. 40-44.
 16. *Гильфанов А.К.* Численное исследование аспирации аэрозоля в тонкостенную трубку в низкоскоростном потоке / А.К. Гильфанов // Современные проблемы математики, механики и их приложений. Материалы межд. конф., посв. 70-летию ректора МГУ В.А. Садовниченко. — М.: Изд-во «Университетская книга», 2009. — С. 135-136.
 17. *Гриншпун С.А.* Учет седиментации при корректировании ошибок отбора аэрозольных проб из нисходящих потоков / С.А. Гриншпун, Г.Н. Липатов, З.М. Дукаценко // Метеорология и гидрология. — 1985. — № 9. — С. 111-113.
 18. *Губайдуллин Д.А.* Динамика двухфазных парогазокапельных сред / Д.А. Губайдуллин. — Казань: Изд-во Казан. матем. об-ва, 1998. — 154 с.
 19. *Гуревич М.И.* Теория струй идеальной жидкости / М.И. Гуревич. — М.: Наука, 1979. — 536 с.

20. *Довгалюк Ю.А.* Физика водных и других атмосферных аэрозолей / Ю.А. Довгалюк, Л.С. Ивлев. — СПб.: НИИХ СПбГУ, 1998. — 324 с.
21. *Зарипов Ш.Х.* Аспирация аэрозоля в трубку из неподвижной среды / Ш.Х. Зарипов, Л.М. Зигангареева, О.М. Киселев // Изв. РАН. Механика жидкости и газа. — 2000. — № 2.— С. 104-109.
22. *Зарипов Ш.Х.* Об аспирации аэрозоля в щель между двумя пластинами / Ш.Х. Зарипов, О.М. Киселев // Известия РАН. Физика атмосферы и океана. — 1996. — Т. 32, № 4. — С. 487-491.
23. *Ивлев Л.С.* Физика атмосферных аэрозольных систем / Л.С. Ивлев, Ю.А. Довгалюк. — СПб.: НИИХ СПбГУ, 1999. — 258 с.
24. *Ковеня В.М.* Методы расщепления в задачах газовой динамики / В.М. Ковеня, Н.Н. Яненко. — Новосибирск: Наука, 1981. — 304 с.
25. *Кочин Н.Е.* Теоретическая гидромеханика / Н.Е. Кочин, И.А. Кибель, Н.В. Розе. — М.: Госиздат техн.-теорет. лит-ры, 1955. — Ч. 1. — 560 с.
26. *Кочин Н.Е.* Теоретическая гидромеханика / Н.Е. Кочин, И.А. Кибель, Н.В. Розе. — М.: Физматгиз, 1963. — Ч. 2. — 727 с.
27. *Лаврентьев М.А.* Методы теории функции комплексного переменного / М.А. Лаврентьев, Б.В. Шабат. — М.: Наука, 1973. — 736 с.
28. *Ламб Г.* Гидродинамика / Г. Ламб. — М.-Л.: ГИТТЛ, 1947. — 928 с.
29. *Левин Л.М.* Исследования по физике грубодисперсных аэрозолей / Л.М. Левин. — М.: АН СССР, 1961. — 268 с.
30. *Левин Л.М.* О заборе проб аэрозоля / Л.М. Левин // Известия АН СССР, Геофизическая серия. — 1957. — № 7. — С. 914-925.
31. *Липатов Г.Н.* Влияние отскока аэрозольных частиц от внешней поверхности цилиндрического пробоотборника на аспирационные искажения / Г.Н. Липатов, С.А. Гриншпун, Т.И. Семенюк // Метеорология и гидрология. — 1987. — № 5. — С. 33-38.

32. *Липатов Г.Н.* Отбор аэрозольных проб из неподвижной среды в вертикальный цилиндрический зонд / Г.Н. Липатов, С.А. Гриншпун, Г.Л. Шингарев // Метеорология и гидрология. — 1985. — № 12. — С. 99-102.
33. *Липатов Г.Н.* Аспирация грубодисперсных аэрозолей в тонкостенные цилиндрические пробоотборники / Г.Н. Липатов, С.А. Гриншпун, Г.Л. Шингарев, А.Г. Сутугин // Коллоидный журнал. — 1986. — № 3. — С. 487-492.
34. *Липатов Г.Н.* Экспериментальное исследование аспирации грубодисперсных аэрозолей из направленных потоков / Г.Н. Липатов, Г.Л. Шингарев, С.А. Гриншпун // Метеорология и гидрология. — 1985. — № 4. — С. 55-60.
35. *Лойцянский А.Г.* Механика жидкости и газа / А.Г. Лойцянский. — М.: Наука, 1970. — 904 с.
36. *Маклаков Д.В.* Нелинейные задачи гидродинамики потенциальных течений с неизвестными границами / Д.В. Маклаков. — М.: Янус-К, 1997. — 280 с.
37. *Медведев А.А.* Численное исследование отбора проб аэрозольных частиц из низкоскоростного потока / А.А. Медведев // Оптика атмосферы и океана. — 2002. — Т. 15, № 8. — С. 731 - 735.
38. *Медведев А.А.* Численное исследование отбора проб аэрозольных частиц из высокоскоростных потоков воздуха / А.А. Медведев, В.С. Топорков // Оптика атмосферы и океана. — 2001. — Т. 14, № 06 - 07. — С. 583-585.
39. *Медведев А.А.* Численное исследование аспирации аэрозольных частиц из потока воздуха в щелевой пробоотборник / А.А. Медведев, Н.Н. Трусова, С.Г. Черный, С.В. Шаров // Оптика атмосферы и океана. — 1999. — Т. 12, № 6. — С. 562-564.
40. *Медведев А.А.* Численное исследование процесса отбора проб аэрозоля во входную трубку пробоотборника из воздушного потока / А.А. Медведев, Н.Н. Трусова, С.Г. Черный, С.В. Шаров // Прикл. мех. и техн. физ. — 1999. — Т. 40, № 5. — С. 113-122.

41. *Медников Е.П.* Турбулентный перенос и осаждение аэрозолей / Е.П. Медников. — М.: Энергия, 1980. — 176 с.
42. *Милн-Томсон Л.М.* Теоретическая гидродинамика / Л.М. Милн-Томсон. — М.: Изд. Мир, 1964. — 660 с.
43. *Мудров А.Е.* Численные методы для ПЭВМ на языках Бейсик, Фортран и Паскаль / А.Е. Мудров. — Томск: МП «РАСКО», 1991. — 272 с.
44. *Нигматуллин Р.И.* Динамика многофазных сред. Ч. I, II / Р.И. Нигматуллин. — М.: Наука, 1987. — 824 с.
45. *Осипцов А.Н.* Развитие лагранжевого подхода для моделирования течений дисперсных сред / А.Н. Осипцов // Проблемы современной механики : сборник. К 85-летию со дня рождения акад. Г.Г. Черного. — М.: Изд-во МГУ «Омега-Л», 2008. — С. 390-407.
46. *Патанкар С.* Численные методы решения задач теплообмена и динамики жидкости / С. Патанкар. — М.: Энергоатомиздат, 1984. — 152 с.
47. *Райст П.* Аэрозоли. Введение в теорию / П. Райст. — М.: Мир, 1987. — 278 с.
48. *Роуч П.* Вычислительная гидродинамика / П. Роуч. — М.: Мир, 1980. — 616 с.
49. *Самарский А.А.* Разностные методы решения задач газовой динамики / А.А. Самарский, Ю.П. Попов. — М.: Наука, 1992. — 424 с.
50. *Сегерлинд Л.* Применение метода конечных элементов / Л. Сегерлинд. — М.: Мир, 1979. — 392 с.
51. *Седов Л.И.* Механика сплошной среды / Л.И. Седов. — М.: Наука, 1973. — Т. 1. — 492 с.
52. *Седов Л. И.* Плоские задачи гидродинамики и аэродинамики / Л. И. Седов. — М.: Наука, 1966. — 448 с.
53. *Слезкин Н.А.* Динамика вязкой несжимаемой жидкости / Н.А. Слезкин. — М.: Госиздат. техн.-теор. лит-ры., 1955. — 520 с.
54. *Соу С.* Гидродинамика многофазных систем / С. Соу. — М.: Мир, 1971. — 536 с.

55. *Степанов Г.Ю.* Гидродинамика решеток турбомашин / Г.Ю. Степанов. — М.: ФизМатГиз, 1962. — 512 с.
56. *Черный Г.Г.* Газовая динамика / Г.Г. Черный. — М.: Наука, 1988. — 424 с.
57. *Чепмен С.* Математическая теория неоднородных газов / С. Чепмен, Т. Каулинг. — Изд-во иностр. лит., 1960. — 510 с.
58. Численное решение многомерных задач газовой динамики / Под ред. С.К. Годунова. — М.: Наука, 1976. — 400 с.
59. *Ферцигер Дж.* Математическая теория процессов переноса в газах / Дж. Ферцигер, Г. Капер. — М.: Мир, 1976. — 555 с.
60. *Фукс Н.А.* Испарение и рост капель в газообразной среде / Н.А. Фукс. — М.: Изд-во АН СССР, 1958. — 92 с.
61. *Фукс Н.А.* Механика аэрозолей / Н.А. Фукс. — М.: Изд-во АН СССР, 1955. — 351 с.
62. *Фукс Н.А.* Успехи механики аэрозолей / Н.А. Фукс. — М.: Изд-во АН СССР, 1961. — 160 с.
63. *Юрьев И.М.* Аспирация аэрозоля через щель конечной ширины / И.М. Юрьев // Известия АН СССР. Механика жидкости и газа. — 1967. — № 4. — С. 77-83.
64. *Яламов Ю.И.* Динамика капель в неоднородных вязких средах / Ю.И. Яламов, В.С. Галоян. — Ереван: Луйс, 1985. — 207 с.
65. *Addlesee A.J.* Anisokinetic sampling of aerosols at a slot intake / A.J. Addlesee // J. of Aerosol Science. — 1980. — V. 11. — P. 483-493.
66. *Agarwal J.K.* A criterion for accurate aerosol sampling in calm air / J.K. Agarwal, B.Y.H. Liu // Amer. Indust. Hyg. Assoc. J. — 1980. — V. 41, No 3. — P. 191-197.
67. *Basset A.B.* On the motion of a sphere in a viscous liquid / A.B. Basset // Phil. Trans. Roy. — 1888. — V. A179. — P. 43-69.
68. *Batchelor G.K.* An introduction to fluid dynamics / G.K. Batchelor, F. R. S. — Cambridge University Press, 2000. — 631 p.

69. *Belyaev S.P.* Investigation of aerosol aspiration by photographing particle tracks under flash illumination / S.P. Belyaev, L.M. Levin // *J. of Aerosol Science.* — 1972. — V. 3. — P. 127-140.
70. *Belyaev S.P.* Techniques for collecting of representative aerosol samples / S.P. Belyaev, L.M. Levin // *J. of Aerosol Science.* — 1974. — V. 5. — P. 325-338.
71. *Chung I.P.* Numerical simulations of two-dimensional blunt body sampling in viscous flow / I.P. Chung, D. Dunn-Rankin // *J. of Aerosol Science.* — 1992. — V. 23. — P. 217-232.
72. *Chung I.P.* The effects of Bluntness and Orientation on two dimensional Samplers in Calm Air / I.P. Chung, D. Dunn-Rankin // *Aerosol Science and Technology.* — 1993. — V. 19. — P. 371-380.
73. *Chung I.P.* Experimental investigation of air flow around blunt samplers / I.P. Chung, D. Dunn-Rankin // *J. of Aerosol Science.* — 1997. — V. 28. — P. 289-305.
74. *Chung I.P.* Experimental investigation of a two-dimensional cylindrical sampler / I.P. Chung, T. Trinh, D. Dunn-Rankin // *J. of Aerosol Science.* — 1994. — V. 25, No 5. — P. 935-955.
75. *Crowe C.T.* Review — numerical models for dilute gas-particle flows / C.T. Crowe // *ASME J. Fluid Engineering.* — 1982. — V. 104. — P. 297-303.
76. *Davies C.N.* Movement of dust particles near a horizontal cylinder containing a sampling orifice / C.N. Davies // *British Journal of Applied Physics.* — 1967. — V. 18. — P. 653-656.
77. *Davies C.N.* The entry of aerosols into sampling tubes and heades / C.N. Davies // *British Journal of Applied Physics.* — 1968. — V. 25.— P. 921-932.
78. *Davies C.N.* Aspiration above wind velocity of aerosols with thin-walled nozzles facing and at right angles to the wind direction sampler / C.N. Davies, M. Subari // *J. of Aerosol Science.* — 1982. — V. 13. — P. 59-71.
79. *Dunnett S.J.* A mathematical study of particle rebound for thin-walled samplers / S.J. Dunnett // *Aerosol Sci. and Technol.* — 1990. — V. 12. — P. 686-693.

80. *Dunnnett S.J.* Mathematical modelling of aerosol sampling with thin-walled probes at yaw orientation with respect the wind / S.J. Dunnnett // J. of Aerosol Science. — 1990. — V. 21, No 7. — P. 947-956.
81. *Dunnnett S.J.* A mathematical study of the sampling characteristics of a thin-walled sampler in calm air / S.J. Dunnnett // Aerosol Sci. and Technol. — 1992. — V. 17, No 2. — P. 93-104.
82. *Dunnnett S.J.* A numerical study of the flow field in the vicinity of a bluff body with aspiration oriented to the flow / S.J. Dunnnett // Atmospheric Environment. — 1997. — V. 31, No 22. — P. 3745-3752.
83. *Dunnnett S.J.* An analytical investigation into the nature of the airflow near a spherical bluff body with suction / S.J. Dunnnett // J. of Aerosol Science. — 1999. — V. 30, No 2. — P. 163-171.
84. *Dunnnett S.J.* Particle motion in the vicinity of a bulky sampling head operating in calm air / S.J. Dunnnett // Aerosol Sci. and Techn. — 2002. — V. 36. — P. 308-317.
85. *Dunnnett S.J.* A numerical study of the aspiration efficiency of a thin-walled sampler facing the wind for high velocity ratios / S.J. Dunnnett // J. of Aerosol Science. — 2005. — V. 36. — P. 111-121.
86. *Dunnnett S.J.* A mathematical theory to two-dimensional blunt body sampling / S.J. Dunnnett, D.B. Ingham // J. of Aerosol Science. — 1986. — V. 17, No 5. — P. 839-853.
87. *Dunnnett S.J.* The Mathematics of Blunt Body Sampling. Lecture Notes in Engineering / S.J. Dunnnett, D.B. Ingham. — Berlin: Springer-Verlag, 1988.
88. *Dunnnett S.J.* A mathematical study of aerosol sampling by an idealized blunt sampler oriented at an angle to the wind: the role of gravity / S.J. Dunnnett, J.H. Vincent // J. of Aerosol Science. — 2000. — V. 31. — P. 1187-1203.
89. *Durham M.D.* Evaluation of aerosol aspiration efficiency as a function of Stokes number, velocity ratio and nozzle angle / M.D. Durham, D.A. Lundgren // J. of Aerosol Science. — 1980. — V. 11. — P. 179-188.

90. *Fernandez de la Mora J.F.* Inertial deposition of particles revisited and extended: Eulerian approach to a traditionally Lagrangian problem / J.F. Fernandez de la Mora, D.E. Rosner // *Physicochem. Hydrodyn.* — 1981. — V. 2. — P. 1-21.
91. *Fokin D.A.* Numerical study of aerosol sampling into a tube located on infinite cylinder / D.A. Fokin, S.K. Zaripov // *Межд. аэрозольная конф., посв. памяти профессора А.Г. Сутугина. Труды конференции.* — Москва, 26 — 30 июня 2000 г. — С. 230-236.
92. *Fuchs N.A.* Review papers sampling of aerosols / N.A. Fuchs // *Atmospheric Environment.* — 1975. — V. 9. — P. 697-707.
93. *Galeev R.S.* Theoretical study of aerosol sampling by an idealised sampler in calm air / R.S. Galeev, S.K. Zaripov // *J. Aerosol Sci.* — 2003. — V. 34, No 9. — P. 1135-1150.
94. *Gibson H.* Some entry efficiencies for sharp-edged samplers in calm air / H. Gibson, T.L. Ogden // *J. of Aerosol Science.* — 1977. — V. 8, No 5. — P. 361-365.
95. *Gilfanov A.K.* Calculating particle concentration fields for steady and unsteady aerosol sampling / A.K. Gilfanov, D.V. Maklakov, S.K. Zaripov // *Abstracts of the European Aerosol Conference.* — Karlsruhe, Germany, 2009. — T150A13.
96. *Grinshpun S.* Sampling errors in cylindrical nozzles / S. Grinshpun, G.N. Lipatov, A.G. Sutugin // *Aerosol Sci. and Techn.* — 1990. — V. 12. — P. 716-740.
97. *Grinshpun S.* A general equation for aerosol aspiration by thin-walled sampling probes in calm and moving air / S. Grinshpun, K. Willeke, S. Kalatoor // *Atmos. Environ.* — 1993. — V. 27A, No 9. — P. 1459-1470.
98. *Hangal S.* Overall efficiency of tubular inlets sampling at 0-90 degrees from horizontal aerosol flows / S. Hangal, K. Willeke // *Atmos. Environ.* — 1990. — V. 24, No 9. — P. 2379-2386.
99. *Healy D.P.* Full Lagrangian methods for calculating particle concentration fields in dilute gas-particle flows / D.P. Healy, J.B. Young // *Proc. Roy. Soc. A.* — 2005. — V. 461, No 2059. — P. 2197-2225.

100. *Ingham D.B.* Dislike body sampling in turbulent wind / D.B. Ingham, X. Wen // J. of Aerosol Science. — 1993. — V. 24, No 5. — P. 629-642.
101. *Ingham D.B.* Aspiration efficiency of a thin-walled shallow-tapered sampler rear-facing the wind / D.B. Ingham, X. Wen, N. Dombrowski, E.A. Foumeny // J. of Aerosol Science. — 1995. — V. 26, No 6. — P. 933-944.
102. *Ingham D.B.* The effect of a cylindrical backing body on the sampling efficiency of a cylindrical sampler / D.B. Ingham, B. Yan // J. of Aerosol Science. — 1994. — V. 25, No 3. — P. 535-541.
103. *Kramer M.* Sampling characteristics of inlets operated at low U/U_0 ratios: new insights from computational fluids dynamics (CFX) modeling / M. Kramer, A. Afshine // J. of Aerosol Science. — 2004. — V. 35. — P. 683-694.
104. *Lipatov G.N.* Aspiration of coarse aerosol by a thin-walled sampler / G.N. Lipatov, S.A. Grinshpun, G.L. Shingaryov, A.G. Sutugin // J. of Aerosol Science. — 1986. — V. 17, No 3. — P. 763-769.
105. *Liu B.Y.H.* A numerical study of inertial errors in anisokinetic sampling / B.Y.H. Liu, Z.Q. Zhang, T.H. Kuehn // J. of Aerosol Science. — 1989. — V. 20, No 3. — P. 367-380.
106. *Maxey M.R.* Equation of motion for a small rigid sphere in a nonuniform flow / M.R. Maxey, J.J. Riley // Phys. of Fluids. — 1983. — V. 26. — P. 883-889.
107. *Michaelides E.E.* Review - the transient equation of motion for particles, bubbles and droplets / E.E. Michaelides // Fluids Engineering. — 1997. — V. 119. — P. 233-247.
108. *Oseen C.W.* Hydromechanik / C.W. Oseen. — Leipzig: Akademische Verlagsgem, 1927.
109. *Osiptsov A.N.* Lagrangian modeling of dust admixture in gas flows / A.N. Osiptsov // Astrophys. Space Sci. — 2000. — V. 274. — P. 377-386.
110. *Osiptsov A.N.* Modified Lagrangian method for calculating the particle concentration in dusty-gas flows with intersecting particle trajectories / A.N. Osiptsov // Proc. 3d Int. Conf. Multiphase Flow, ICMF'98, Lyon, France, 1998. — P. 236.

111. *Paik S.* Aspiration efficiencies of disc-shaped blunt nozzles facing the wind, for coarse particles and high velocity ratios / S. Paik, J.H. Vincent // *J. of Aerosol Science.* — 2002. — V. 33, No 11. — P. 1509-1523.
112. *Paik S.* Aspiration efficiency for thin-walled nozzles facing the wind and for very high velocity ratios / S. Paik, J.H. Vincent // *J. of Aerosol Science.* — 2002. — V. 33, No 5. — P. 705-720.
113. *Rader D.J.* A study of the effects of anisokinetics sampling / D.J. Rader, V.A. Marple // *Aerosol Sci. and Techn.* — 1988. — No 8. — P. 283-299.
114. *Ramachandran G.* Towards a new method for experimental determination of aerosol sampler aspiration efficiency in small wind tunnels / G. Ramachandran, A. Sreenath, J.H. Vincent // *J. of Aerosol Science.* — 1988. — V. 29, No 7. — P. 875-891.
115. *Robinson A.* On the motion of small particles in a potential field of flow / A. Robinson // *Communication on pure and applied mathematics.* — 1956. — V. 8, No 1. — P. 69-84.
116. *Schmees D.K.* Experimental methods to determine inhalability and personal sampler performance for aerosols in ultra-low windspeed environments / D.K. Schmees, Y.-H. Wu, J.H. Vincent // *J. Environ. Monit.* — 2008. — V. 10. — P. 1426 - 1436.
117. *Sreenath A.* Experimental investigation into the nature of airflow near the bluff bodies with aspiration, with implications to aerosol sampling / A. Sreenath, G. Ramachandran, J.H. Vincent // *Atmospheric Environment.* — 1997. — V. 31, No 15. — P. 2349-2359.
118. *Sreenath A.* Experimental study of particle losses close to the entry of thin-walled sampling probes at varying angles to the wind / A. Sreenath, G. Ramachandran, J.H. Vincent // *J. of Aerosol Science.* — 2001. — V. 35. — P. 767-778.
119. *Stevens D.C.* Review of aspiration coefficients of thin-walled sampling nozzles / D.C. Stevens // *J. of Aerosol Science.* — 1986. — V. 17. — P. 729-743.

120. *Su W.C.* Experimental measurements of aspiration efficiency for idealized spherical aerosol samplers in calm air / W.C. Su, J.H. Vincent // *J. of Aerosol Science.* — 2003. — V. 34, No 9. — P. 1151-1165.
121. *Su W.C.* Experimental measurements and numerical calculations of aspiration efficiency for cylindrical thin-walled aerosol samplers in perfectly calm air / W.C. Su, J.H. Vincent // *Aerosol Science and Technology.* — 2004. — V. 38. — P. 766-781.
122. *Su W.C.* New experimental studies to directly measure aspiration efficiencies of aerosol samplers in calm air / W.C. Su, J.H. Vincent // *J. of Aerosol Science.* — 2002. — V. 33, No 1. — P. 103-118.
123. *Su W.C.* Towards a general semi-empirical model for the aspiration efficiencies of aerosol samplers in perfectly calm air / W.C. Su, J.H. Vincent // *J. of Aerosol Science.* — 2004. — V. 35. — P. 1119-1134.
124. *Tsuji H.* Classification and collection of fine particles by means of backward sampling / H. Tsuji, H. Makino, H. Yoshida // *Powder Technology.* — 2001. — V. 118. — P. 45-52.
125. *Vincent J.H.* *Aerosol sampling: science and practice* / J.H. Vincent. — London: Wiley and Sons, 1989. — 416 p.
126. *Vincent J.H.* *Aerosol sampling: science, standards, instrumentation and applications* / J.H. Vincent. — London: Wiley and Sons, 2007. — 616 p.
127. *Vincent J.H.* On the aspiration characteristics of large-diameter thin-walled aerosol sampling probes at yaw orientations with respect to the wind / J.H. Vincent, D.C. Stevens, D. Mark, M. Marshall, T.A. Smith // *J. Aerosol Sci.* — 1986. — V. 17, No 2. — P. 211-224.
128. *Vitols V.* Theoretical limits of errors due to anisokinetic sampling of particulate matter / V. Vitols // *J. Air Pollution Control Association.* — 1966. — V. 16, No 2. — P. 79-84.

129. *Wen X.* The aspiration efficiency of a tube sampler operating in a slow moving air stream facing vertically upwards / X. Wen, S. Dunnett // *J. of Aerosol Science.* — 2003. — V. 34, No 9. — P. 1235-1244.
130. *Wen X.* Aspiration efficiency of a thin-walled cylindrical probe rear - facing the wind / X. Wen, D.B. Ingham // *J. of Aerosol Science.* — 1995. — V. 26, No 1. — P. 95-107.
131. *Wen X.* Aspiration efficiency of a thin-walled cylindrical aerosol sampler at yaw orientation with respect to the wind / X. Wen, D.B. Ingham // *J. of Aerosol Science.* — 2000. — V. 31, No 11. — P. 1355-1365.
132. *Witschger O.* Simplified method for testing personal inhalable aerosol samplers / O. Witschger, K. Willeke, S.A. Grinshpun, V. Aizenberg, J. Smith, P.A. Baron // *J. of Aerosol Science.* — 1998. — V. 29, No 7. — P. 855-874.
133. *Yan B.* A numerical investigation into the sampling performance of a tube sampler / B. Yan, S.J. Dunnett // *Aerosol Science and Technology.* — 1994. — V. 20. — P. 291-302.
134. *Zaripov S.K.* Calculation of concentration of aerosol particles around a slot sampler / S.K. Zaripov, M.V. Vanyunina, A.N. Osiptsov, E.V. Skvortsov // *Atmospheric Environment.* — 2007. — V. 41. — P. 4773-4780.
135. *Zaripov S.K.* Numerical study of thin-walled sampler performance for aerosols in low windspeed environments / S.K. Zaripov, A.K. Gilfanov, D.V. Maklakov // *Abstracts of the European Aerosol Conference.* — Karlsruhe, Germany, 2009. — T150A14.
136. *Zhang Z.Q.* On the empirical fitting equations for aspiration coefficients for thin-walled sampling probes / Z.Q. Zhang, B.Y.H. Liu // *J. of Aerosol Science.* — 1989. — V. 20. — P. 713-720.

*Гильфанов Артур Камилевич,
Зарипов Шамиль Хузеевич*

**МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ
АСПИРАЦИИ АЭРОЗОЛЕЙ
В ТОНКОСТЕННЫЕ ПРОБООТБОРНИКИ**

Монография

Редактор *Н.А. Холстинина*
Дизайн обложки *М.А. Ахметова*

Подписано в печать 23.08.2012 г.
Бумага офсетная. Печать ризографическая.
Формат 60x84 1/16. Гарнитура «Times New Roman».
Усл.печ.л. 7. Уч.-изд.л. 7.
Тираж 100 экз. Заказ 119/5.

Отпечатано с готового оригинала-макета
в типографии Издательства Казанского университета

420008, г. Казань, ул. профессора Нужина, 1/37
тел. (843) 233-73-59, 292-65-60

ISBN 978-5-905787-65-2

