

## Задача А. Длинное и короткое

Определим массив строк `words[n]`, в котором будем хранить считанные слова из тетради Даши Карамелькиной. Отсортируем его по длине строк с помощью команды:

```
words.sort(key = len, reverse = True).
```

После этого самое длинное слово будет в элементе `words[0]`, а самое короткое — в `words[n - 1]`.

## Задача В. Наименьшее число

Подзадача 1. Если искомое число имеет небольшую сумму цифр  $n$ , то будем перебирать все натуральные числа, начиная с 1, пока не встретим число с заданной суммой цифр  $n$ . Первое встретившееся число, очевидно, будет требуемым.

Подзадача 2. Заметим, что требуемое число будет тем меньше, чем меньше цифры в *старших* разрядах. Расставим цифры 9 в младших разрядах нашего числа. Максимально возможное количество девяток равно целой части числа  $k = n / 9$ . Разность  $m = n - k$  равна сумме цифр в оставшихся разрядах и она меньше 9. Другими словами, ненулевое число  $m = n - k$  совпадает с цифрой старшего разряда искомого числа. Таким образом, искомое число имеет вид  $\overline{m99\dots 9}$ , где цифра 9 записана  $k$  раз.

## Задача С. Соревнования по прыжкам

Мы поддерживаем интервал  $[l, r]$ , который представляет наименьшее и наибольшее значения, которые мы можем достичь из текущих позиций. Изначально, мы устанавливаем  $l = r = a_0$ , поскольку начинаем с позиции  $a_0$ .

Для каждой позиции  $a_i$  (где  $i > 0$ ) мы проверяем, находится ли  $a_i$  в интервале, расширенном на  $K$ , то есть проверяем условие:

$$l - K \leq a_i \leq r + K.$$

Если это условие выполняется, это означает, что мы можем достичь позиции  $i$ . В этом случае мы обновляем интервал  $[l, r]$ , чтобы включить значение  $a_i$ , то есть:

$$l = \min(l, a_i),$$

$$r = \max(r, a_i).$$

Если  $a_i$  не находится в этом интервале, мы не можем достичь позиции  $i$ , и интервал остается неизменным.

Решение проходит через массив один раз, поэтому временная сложность составляет  $O(N)$ .

Пример (из задачи): Для массива  $a = [5, 4, 8, 7, 2]$  и  $K = 2$  интервалы будут обновляться следующим образом:

- Начальный интервал:  $[5, 5]$
- Позиция  $a_1 = 4$ : в интервале  $[5 - 2, 5 + 2] = [3, 7]$ , поэтому мы обновляем интервал до  $[4, 5]$
- Позиция  $a_2 = 8$ : вне интервала  $[4 - 2, 5 + 2] = [2, 7]$ , мы не можем достичь этой позиции, интервал остается  $[4, 5]$
- Позиция  $a_3 = 7$ : в интервале  $[4 - 2, 5 + 2] = [2, 7]$ , поэтому мы обновляем интервал до  $[4, 7]$
- Позиция  $a_4 = 2$ : в интервале  $[4 - 2, 7 + 2] = [2, 9]$ , поэтому мы обновляем интервал до  $[2, 7]$

В конце концов, мы выводим, какие позиции достижимы: позиции 0, 1, 3 и 4 достижимы, а позиция 2 — нет.

## Задача D. Арифметические тройки

Для простоты, мы предполагаем, что  $A \leq B$ . (В противном случае, мы можем поменять  $A$  и  $B$  местами.)

**Условие:** Среди  $A, B$  и  $x$ , разность между первым и вторым по величине значениями равна разности между вторым и третьим по величине значениями.

Рассмотрим два случая:  $A = B$  и  $A < B$ .

### Если $A = B$

Условие выполняется тогда и только тогда, когда  $x = A = B$ . Таким образом, ответ равен 1.

### Если $A < B$

Существуют три варианта расположения чисел  $A, B$  и  $x$ :  $x < A < B$ ,  $A < B < x$  и  $A < x < B$ . (Мы исключаем возможность того, что  $x$  равно либо  $A$ , либо  $B$ , в этом случае условие никогда не выполняется.)

- Если  $x < A < B$ , то тройка чисел  $x, A$  и  $B$  будет арифметической, если  $B - A = A - x$ , поэтому искомое значение  $x$  однозначно определяется как  $x = 2A - B$ .
- Аналогично, если  $A < B < x$ , подходящее  $x$  однозначно определяется как  $x = 2B - A$ .
- Если же  $A < x < B$ , то из условия  $B - x = x - A$ , находим  $x = \frac{1}{2}(A + B)$ , при этом число  $x$  будет целым тогда и только тогда, когда  $A + B$  — чётное.

## Резюме

Согласно вышеизложенному, ответ на эту задачу:

- 1, если  $A = B$ ;
- 3, если  $A \neq B$  и  $A + B$  чётное;
- 2, если  $A \neq B$  и  $A + B$  нечётное.

## Задача Е. Квартирные обмены

### Подзадача 1

Заметим, что применение ключа  $b$  сдвигает перестановку  $a$  на один элемент циклически вправо. Если применять  $k$  раз этот ключ, то массив  $a$  циклически сдвинется на  $k$  вправо. Так как  $k$  может быть больше  $n$ , то заметим, что после применения  $n$  раз этого ключа массив примет исходный вид. Значит, сдвинем элементы вправо на  $k \bmod n$ .

### Подзадача 2

Заметим, что применение ключа  $b$  сдвигает перестановку  $a$  на  $t$  элементов циклически вправо. Если применить этот ключ  $k$  раз, то массив  $a$  циклически сдвинется на  $t \cdot k$  вправо. Так как  $t \cdot k$  может быть больше  $n$ , то заметим, что после применения  $n$  раз этого ключа массив примет исходный вид. Значит, сдвинем элементы вправо на  $(k \cdot t) \bmod n$ .

### Подзадача 3

Надо реализовать перемножение перестановок.

#### Подзадача 4

Рассмотрим умножение перестановки  $(a_1, a_2, a_3)$  на перестановку  $g = (3, 1, 2)$  получим  $(a_3, a_1, a_2)$ . Умножим на перестановку  $g$  еще раз, получим  $(a_2, a_3, a_1)$ , сделаем то же самое третий раз и получим  $(a_1, a_2, a_3)$ , массив принял исходный вид, то есть после трех перемножений перестановки массив принял исходный вид. Заметим, что элемент  $a_1$  был на позициях  $1 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 1$ , потом он снова будет перемещаться по данному циклу, то есть каждый элемент будет двигаться по определенному циклу. Рассмотрим цикл в перестановке  $g$  на рисунке.



Пусть  $t$  — это НОК всех длин циклов исходной перестановки-ключа  $b$ , тогда после перемножение  $t$  раз перестановки  $b$  получим исходную перестановку. Данный факт несложно доказывается. Значит, можно найти все длины циклов и посчитать НОК  $t$ , после чего перемножить перестановку  $b$  всего  $k \bmod t$  раз.

Входные данные позволяли перемножать перестановку до тех пор, пока не получим исходную, что значит, что асимптотика решения  $O(n \cdot \min(k, t))$ .

#### Подзадача 5

Для полного решения задачи заметим, что умножение перестановок ассоциативно:  $(a(bc))_i = ((ab)c)_i$ . Тогда найдем произведение  $k$  перестановок-ключей  $\underbrace{b \cdot b \cdot \dots \cdot b}_{k \text{ раз}}$ , пусть  $k$  четное число, тогда, вычислив  $d = \underbrace{b \cdot b \cdot \dots \cdot b}_{\frac{k}{2} \text{ раз}}$ , мы можем найти  $\underbrace{b \cdot b \cdot \dots \cdot b}_{k \text{ раз}} = d \cdot d$ . Если  $k$  нечетное, то сделаем то же самое с  $k - 1$ , а потом умножим результат на  $b$ . То есть можно вычислять перемножение  $k$  перестановок-ключей с помощью бинарного возведения в степень.

```
1 def mult(a, b):
2     res = [a[b[i] - 1] for i in range(len(b))]
3     return res
4
5
6 def PowPermutation(a, h):
7     tmp = [i+1 for i in range(len(a))]
8
9     while h:
10        if h % 2 == 0:
11            a = mult(a, a)
12            h //= 2
13        else:
14            tmp = mult(tmp, a)
15            h -= 1
16    return tmp
17
```

```
18
19 def main(n, a, b, k):
20     return mult(a, PowPermutation(b, k))
21
22
23 n = int(input())
24 a = list(map(int, input().split()))
25 b = list(map(int, input().split()))
26 k = int(input())
27 print(*main(n, a, b, k))
```