

Задача А. Длинное и короткое

Определим массив строк $\text{words}[n]$, в котором будем хранить считанные слова из тетради Даши Карамелькиной. Отсортируем его по длине строк с помощью команды:

```
words.sort(key = len, reverse = True).
```

После этого самое длинное слово будет в элементе $\text{words}[0]$, а самое короткое — в $\text{words}[n - 1]$.

Задача В. Наименьшее число

Подзадача 1. Если искомое число имеет небольшую сумму цифр n , то будем перебирать все натуральные числа, начиная с 1, пока не встретим число с заданной суммой цифр n . Первое встретившееся число, очевидно, будет требуемым.

Подзадача 2. Заметим, что требуемое число будет тем меньше, чем меньше цифры в *старших* разрядах. Расставим цифры 9 в младших разрядах нашего числа. Максимально возможное количество девяток равно целой части числа $k = n / 9$. Разность $m = n - k$ равна сумме цифр в оставшихся разрядах и она меньше 9. Другими словами, ненулевое число $m = n - k$ совпадает с цифрой старшего разряда искомого числа. Таким образом, искомое число имеет вид $\overline{m99\dots 9}$, где цифра 9 записана k раз.

Задача С. Соревнования по прыжкам

Мы поддерживаем интервал $[l, r]$, который представляет наименьшее и наибольшее значения, которые мы можем достичь из текущих позиций. Изначально, мы устанавливаем $l = r = a_0$, поскольку начинаем с позиции a_0 .

Для каждой позиции a_i (где $i > 0$) мы проверяем, находится ли a_i в интервале, расширенном на K , то есть проверяем условие:

$$l - K \leq a_i \leq r + K.$$

Если это условие выполняется, это означает, что мы можем достичь позиции i . В этом случае мы обновляем интервал $[l, r]$, чтобы включить значение a_i , то есть:

$$l = \min(l, a_i),$$

$$r = \max(r, a_i).$$

Если a_i не находится в этом интервале, мы не можем достичь позиции i , и интервал остается неизменным.

Решение проходит через массив один раз, поэтому времененная сложность составляет $O(N)$.

Пример (из задачи): Для массива $a = [5, 4, 8, 7, 2]$ и $K = 2$ интервалы будут обновляться следующим образом:

- Начальный интервал: $[5, 5]$
- Позиция $a_1 = 4$: в интервале $[5 - 2, 5 + 2] = [3, 7]$, поэтому мы обновляем интервал до $[4, 5]$
- Позиция $a_2 = 8$: вне интервала $[4 - 2, 5 + 2] = [2, 7]$, мы не можем достичь этой позиции, интервал остается $[4, 5]$
- Позиция $a_3 = 7$: в интервале $[4 - 2, 5 + 2] = [2, 7]$, поэтому мы обновляем интервал до $[4, 7]$
- Позиция $a_4 = 2$: в интервале $[4 - 2, 7 + 2] = [2, 9]$, поэтому мы обновляем интервал до $[2, 7]$

В конце концов, мы выводим, какие позиции достижимы: позиции 0, 1, 3 и 4 достижимы, а позиция 2 — нет.

Задача Д. Арифметические тройки

Для простоты, мы предполагаем, что $A \leq B$. (В противном случае, мы можем поменять A и B местами.)

Условие: Среди A , B и x , разность между первым и вторым по величине значениями равна разности между вторым и третьим по величине значениями.

Рассмотрим два случая: $A = B$ и $A < B$.

Если $A = B$

Условие выполняется тогда и только тогда, когда $x = A = B$. Таким образом, ответ равен 1.

Если $A < B$

Существуют три варианта расположения чисел A , B и x : $x < A < B$, $A < B < x$ и $A < x < B$. (Мы исключаем возможность того, что x равно либо A , либо B , в этом случае условие никогда не выполняется.)

- Если $x < A < B$, то тройка чисел x , A и B будет арифметической, если $B - A = A - x$, поэтому искомое значение x однозначно определяется как $x = 2A - B$.
- Аналогично, если $A < B < x$, подходящее x однозначно определяется как $x = 2B - A$.
- Если же $A < x < B$, то из условия $B - x = x - A$, находим $x = \frac{1}{2}(A + B)$, при этом число x будет целым тогда и только тогда, когда $A + B$ — чётное.

Резюме

Согласно вышеизложенному, ответ на эту задачу:

- 1, если $A = B$;
- 3, если $A \neq B$ и $A + B$ чётное;
- 2, если $A \neq B$ и $A + B$ нечётное.

Задача Е. Квартирные обмены

Подзадача 1

Заметим, что применение ключа b сдвигает перестановку a на один элемент циклически вправо. Если применять k раз этот ключ, то массив a циклически сдвинется на k вправо. Так как k может быть больше n , то заметим, что после применения n раз этого ключа массив примет исходный вид. Значит, сдвигом элементы вправо на $k \bmod n$.

Подзадача 2

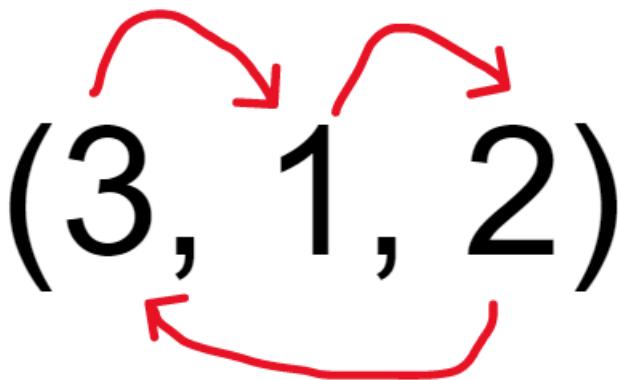
Заметим, что применение ключа b сдвигает перестановку a на t элементов циклически вправо. Если применить этот ключ k раз, то массив a циклически сдвинется на $t \cdot k$ вправо. Так как $t \cdot k$ может быть больше n , то заметим, что после применения n раз этого ключа массив примет исходный вид. Значит, сдвигом элементы вправо на $(k \cdot t) \bmod n$.

Подзадача 3

Надо реализовать перемножение перестановок.

Подзадача 4

Рассмотрим умножение перестановки (a_1, a_2, a_3) на перестановку $g = (3, 1, 2)$ получим (a_3, a_1, a_2) . Умножим на перестановку g еще раз, получим (a_2, a_3, a_1) , проделаем то же самое третий раз и получим (a_1, a_2, a_3) , массив принял исходный вид, то есть после трех перемножений перестановки массив принял исходный вид. Заметим, что элемент a_1 был на позициях $1 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 1$, потом он снова будет перемещаться по данному циклу, то есть каждый элемент будет двигаться по определенному циклу. Рассмотрим цикл в перестановке g на рисунке.



Пусть t — это НОК всех длин циклов исходной перестановки-ключа b , тогда после перемножение t раз перестановки b получим исходную перестановку. Данный факт несложно доказывается. Значит, можно найти все длины циклов и посчитать НОК t , после чего перемножить перестановку b всего $k \bmod t$ раз.

Входные данные позволяли перемножать перестановку до тех пор, пока не получим исходную, что значит, что асимптотика решения $O(n \cdot \min(k, t))$.

Подзадача 5

Для полного решения задачи заметим, что умножение перестановок ассоциативно: $(a(bc))_i = ((ab)c)_i$. Тогда найдем произведение k перестановок-ключей $\underbrace{b \cdot b \cdot \dots \cdot b}_{k \text{ раз}}$, пусть k четное число, тогда, вычислив $d = \underbrace{b \cdot b \cdot \dots \cdot b}_{\frac{k}{2} \text{ раз}}$, мы можем найти $\underbrace{b \cdot b \cdot \dots \cdot b}_{k \text{ раз}} = d \cdot d$. Если k нечетное, то проделаем то же самое с $k - 1$, а потом умножим результат на b . То есть можно вычислять перемножение k перестановок-ключей с помощью бинарного возведения в степень.

```

1 def mult(a, b):
2     res = [a[b[i] - 1] for i in range(len(b))]
3     return res
4
5
6 def PowPermutation(a, h):
7     tmp = [i+1 for i in range(len(a))]
8
9     while h:
10         if h % 2 == 0:
11             a = mult(a, a)
12             h //= 2
13         else:
14             tmp = mult(tmp, a)
15             h -= 1
16     return tmp
17

```

```
18
19 def main(n, a, b, k):
20     return mult(a, PowPermutation(b, k))
21
22
23 n = int(input())
24 a = list(map(int, input().split()))
25 b = list(map(int, input().split()))
26 k = int(input())
27 print(*main(n, a, b, k))
```