Краткий курс лекций
по курсу «Математические методы и моделирование в туризме»

Тема 4. Линейные оптимизационные модели в туризме

В общем виде экономико-математические модели представляют собой функциональные зависимости между количественными переменными.

В линейных оптимизационных моделях все функции, составляющие экономико-математическую модель, линейны. Другими словами, для всех переменных величин x_1, x_2,…x_n, входящих в модель, допускаются лишь простейшие действия: сложение, вычитание и умножение на число. Более сложные действия над переменными (их перемножение, возведение в степень, извлечение корня и так далее) в линейных уравнениях не допускаются.

В общем виде такая модель записывается:

$$\begin{array}{lcl} z_0 = p_1x_1 + p_2x_2 + \ldots + p_nx_n \to \max; & & z_0 \to \max; \\ z_r = a_{r1}x_1 + a_{r2}x_2 + \ldots + a_{rn}x_n \le a_r,\ r = 1, k; & & z_r \le a_r, \\ z_l = a_{l1}x_1 + a_{l2}x_2 + \ldots + a_{ln}x_n \ge a_l, & & r = 1, k; \\ l = k + 1, m; & \text{или} & z_l \ge a_l, \\ x_1 \ge 0, x_2 \ge 0, \ldots, x_n \ge 0 & & l = k + 1, m; \\ & & x_j \ge 0, \\ & & j = 1, n \end{array} \qquad (1)$$

В этой модели x_1, x_2, …, x_n – управляющие переменные, то есть независимые, а z_0, z_r, z_l – управляемые переменные, то есть зависимые (от x_n).

В наиболее общем виде все переменные и коэффициенты модели (1) имеют следующий экономический смысл:

x_j – объем j-го вида услуг, $j = 1, n$;

z_0 – суммарная прибыль;

p_j – прибыль с единицы j-го вида услуг, $j = 1, n$;

z_r – суммарный расход r-го ресурса, $r = 1, k$;

a_{rj} – норматив расхода r-го ресурса на единицу j-й услуги, $r = 1, k, j = 1, n$;

a_r – контрольный уровень фондов r-го ресурса, наличие ресурса $r = \overline{1, k}$;

z_l – суммарный результат по l-му экономическому показателю, $l = k + 1, m$;

a_{lj} – нормативный результат по l-му экономическому показателю с единицы j-й услуги, $l = k + 1, m, j = 1, n$;

a_l – контрольный уровень результата по l-му экономическому показателю, $l = k + 1, m$.

Для последующего экономического анализа модель (1) необходимо упростить так, чтобы ограничения на все переменные, входящие в модель, были одинаковые и простые. Другими словами, все переменные, за исключением z_0, должны быть ≥ 0.

Для этого вычтем из обеих частей каждого r-го неравенства переменную a_r, а из обеих частей каждого l-го – a_r.

$$\begin{array}{lcl} z_r - a_r \leq a_r,\ r = 1, k; & \text{или} & a_r - z_r \geq 0,\ r = 1, k; \\ z_l - a_l \geq a_l - a_l,\ l = k+1, m & & z_l - a_l \geq 0,\ l = k+1, m \end{array} \qquad (2)$$

Введем для этих величин специальные обозначения:

$$y_r = a_r - z_r,\ r = 1, k \ \text{ и } \ y_l = z_l - a_l,\ \ l = k + 1, m. \qquad (3)$$

Используя (1), (2), (3), получим ограничения в требуемой стандартной форме

$$\begin{array}{l} y_r = - a_{r1}x_1 - a_{r2}x_2 - \ldots - a_{rn}x_n + a_r \geq 0,\ r = 1, k; \\ y_l = a_{l1}x_1 + a_{l2}x_2 + \ldots + a_{ln}x_n - a_1 \geq 0,\ l = k + 1, m. \end{array} \qquad (4)$$

Теперь модель получит следующее выражение:

$$\begin{array}{lcl} z_0 = p_1x_1 + p_2x_2 + \ldots + p_nx_n \rightarrow \max; & & z_0 \rightarrow \max; \\ y_r = -a_{r1}x_1 - a_{r2}x_2 - \ldots - a_{rn}x_n + a_r \geq 0,\ r = 1, k; & & y_r \geq 0,\ r = 1, k; \quad (5) \\ y_l = a_{l1}x_1 + a_{l2}x_2 + \ldots + a_{ln}x_n - a_l \geq 0,\ l = k+1, m; & \text{или} & y_l \geq 0,\ l = k+1, m; \\ x_1 \geq 0,\ x_2 \geq 0,\ \ldots,\ x_n \geq 0 & & x_j \geq 0,\ j = 1, n \end{array}$$

В случае, если независимые переменные могут измениться в каком-то диапазоне bj ≥ xj ≥ cj, то каждое двухстороннее ограничение заменяется двумя: bj – xj ≥ 0; xj – cj ≥ 0.

Кроме того, следует иметь в виду, что уравнений каждого типа может быть несколько. Это зависит от того, сколько критериев используется при решении задачи, на сколько видов ресурсов существуют ограничения и по какому количеству экономических показателей есть задания или планы.

Методика построения линейных моделей

При построении математической модели практической ситуации рекомендуется:

1. Сформулировать цель моделирования ситуации:

а) определить потребляемые организацией ресурсы z_r, $r = 1, k$;

б) определить выходные экономические показатели z_l, $l = k+1, m$;

в) выбрать показатель эффективности или качества принимаемых решений z_0;

г) сформулировать требования к уровням расхода ресурсов и результирующих экономических показателей, а также к общему показателю деятельности.

Например: Цель моделирования $z_0 \to \max$.

Ограничения на ресурсы и экономические показатели:

$$z_r \leq a_r,\ r = 1, k;$$

$$z_l \geq a_l,\ l = k + 1, m.$$

2. Определить управляющие переменные x_j, $j = 1, n$ и возможный диапазон их изменения $c_j \leq x_j \leq b_j$, $j = 1, n$.

3. Определить зависимость управляемых переменных (z_0, z_r, z_l, $r = 1, k$, $l = k + 1, m$) от управляющих (x_j, $j = 1, n$).

Задание к работе

Требуется построить линейную экономико-математическую модель деятельности туристской фирмы, дать экономическую интерпретацию параметров модели для следующих данных.

Организация предоставляет два вида услуг:

– визовую поддержку,

– продажу авиабилетов в страны Европы.

Организационно-экономические возможности фирмы следующие:

– выход в Интернет – не более 500 Мб в неделю,

– поездки в посольства и представительства стран Европы в других городах – не более 6 раз в неделю.

Дополнительные сведения о нормах объемов информации по сети Интернет (по ADSL-технологии) и поездок в посольства или представительства в других городах приведены в таблице.

Выручка фирмы от предоставления двух видов услуг должна составлять не менее 20 000 руб. в день, в том числе от продажи авиабилетов – не менее 10 000 руб.

МАТРИЧНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ В ТУРБИЗНЕСЕ

В экономических расчетах с большой эффективностью используются матрицы. Любая экономическая информация: статистическая отчетность, сkводки, балансы и другая – представляют в матричной форме. Другими словами, в виде прямоугольной таблицы чисел.

Горизонтальные ряды называются строками. В экономической литературе они имеют специальное название – подлежащее матрицы. Вертикальные ряды называются столбцами, специальное название – сказуемое матрицы.

Экономико-математические матричные модели строят на основе правил выполнения основных операций над матрицами: сложения, вычитания, умножения матриц друг на друга и др. Суммировать можно только те матрицы, которые имеют одинаковые размеры (число строк и столбцов).

Умножать можно только те матрицы, у которых соблюдается следующее правило: $A_{nm} \times B_{mk} = C_{nk}$, (1),

где A_{nm} – матрица размерами $n \times m$ (n – количество строк, m – количество столбцов); B_{mk} – матрица размерами $m \times k$ (m – количество строк, – количество столбцов); C_{nk} – матрица размерами $n \times k$ (n – количество строк, k – количество столбцов).

Каждый элемент результирующей матрицы C_{ij} равен сумме произведений элементов i-й строки матрицы A_{nm} на соответствующие элементы j-го столбца матрицы B_{mk}.

Методика построения матричной модели

1. Сформировать экономическую концепцию решения поставленной задачи. При этом важно установить зависимость имеющихся данных и результирующих показателей, которые необходимо определить.

2. Построить матричную модель, основываясь на правиле умножения матриц (1).

3. Решить задачу на основе построенной матричной модели.

ТРАНСПОРТНЫЕ ЗАДАЧИ

ЦЕЛЬ РАБОТЫ: овладеть методикой построения опорных планов транспортных задач и их оптимизации.

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ. В общем виде транспортные задачи записываются и решаются в виде таблицы:

Пункт отправления	Пункты назначения				Количество прибывающих туристов
	B_1	B_2	$\dots B_j$	$\dots B_n$	
A_1	c_{11} x_{11}	c_{12} x_{12}	c_{1j} x_{1j}	c_{1n} x_{1n}	a_1
A_2	c_{21} x_{21}	c_{22} x_{22}	c_{2j} x_{2j}	c_{2n} x_{2n}	a_2
$\dots A_j$	c_{i1} x_{i1}	c_{i2} x_{i2}	$\boldsymbol{c_{ij}}$ $\boldsymbol{x_{ij}}$	c_{in} x_{in}	$\dots a_i$
$\dots A_m$	c_{m1} x_{m1}	c_{m2} x_{m2}	c_{mj} x_{mj}	c_{mn} x_{mn}	$\dots a_m$
Количество мест размещения	b_1	b_2	$\dots b_j$	$\dots b_n$	$\sum b_j = \sum a_i$

Здесь c_{ij} – тарифы на перевозку (стоимость билета), x_{ij} – количество перевозимых пассажиров.

К задачам закрытого типа относятся такие, у которых суммарное количество прибывающих туристов равно суммарному количеству мест размещения $\sum a_i = \sum b_j$.

К задачам открытого типа относятся такие, у которых $\sum a_i \neq \sum b_j$.

Чтобы решить транспортную задачу открытого типа, необходимо:

1. Если $\sum a_i > \sum b_j$, то вводится дополнительный фиктивный столбец "j+1 " с потребностью $b_{j+1} = \sum a_i - \sum b_j$. Чтобы задача не изменилась, тарифы в фиксированном столбце приравниваются к 0, то есть $c_{i(j+1)} = 0$.

2. Если $\sum a_i < \sum b_j$, то вводится дополнительная фиктивная строка "i+1" с запасом $a_{i+1} = \sum b_j - \sum a_i$. Чтобы задача не изменилась, тарифы в фиктивной строке приравниваются к 0, то есть $c_{(i-1)j} = 0$.

Методика решения транспортной задачи

С четырех вокзалов необходимо доставить прибывших туристов в три гостиницы. Данные о количестве туристов и мест в гостиницах приведены в табл. 1.

Приводим задачу к «закрытому» типу, то есть когда $\sum a_i > \sum b_j$, вводим дополнительный столбец (табл. 2.)

Таблица 1

Вокзалы	Гостиницы			Количество туристов
	B_1	B_2	B_3	
A_1	3	8	9	50
A_2	10	15	8	60
A_3	7	6	4	40
A_4	3	2	3	30
Количество мест	25	40	30	180 / 95

Таблица 2

Вокзалы	Гостиницы				Количество туристов
	B_1	B_2	B_3	B_4	
A_1	3	8	9	0	50
A_2	10	15	8	0	60
A_3	7	6	4	0	40
A_4	3	2	3	0	30
Количество мест	25	40	30	85	180

1. Опорный план в транспортных задачах можно составить с помощью метода «северо-западного» угла (табл. 3) и (или) метода «минимального элемента» (табл. 4).

Таблица 3

Метод северо-западного угла

	B_1	B_2	B_3	B_4	Количество туристов
A_1	3 25	8 25	9	0	50
A_2	10	15 15	8 30	0 + 15	60
A_3	7	6	4	0 40	40
A_4	3	2 +	3	0 30	30
Количество мет	25	40	30	85	180

Заполнение табл. 3 начинают с верхней левой клетки (то есть северо-западной клетки). Из оставшихся снова выбирают северо-западную и так далее. Число заполненных клеток должно быть равно $(m + n) - 1$. Если получается количество клеток меньше заполненных, то необходимо из рассмотрения вывести столбец (строку) с равным количеством мест и туристов. Задача решается без этого столбца (строки). На втором шаге он вводится обратно. Таким образом «разбивается» доставка.

Таблица 4

Метод минимального элемента

	B_1	B_2	B_3	B_4	Количество туристов
A_1	3	8	9	0 50	50
A_2	10 15	15 10	8	0 35	60
A_3	7 10	6	4 30	0	40
A_4	3	2 30	3	0	30
Количество мест	25	40	30	85	180

Заполнение табл. 4 начинают с клетки с минимальным тарифом. Если таких тарифов несколько, то выбирают любую клетку, *и таким образом поступают на любом последующем шаге*. Число заполненных клеток должно быть равно $(m + n) - 1$.

Определяем стоимость плана (см. табл. 3 и 4). Для этого составим матрицу решения:

$$A(4 \times 4) = \begin{pmatrix} 25 & 25 & 0 & 0 \\ 0 & 15 & 30 & 15 \\ 0 & 0 & 0 & 40 \\ 0 & 0 & 0 & 30 \end{pmatrix} S_{\text{а}} = 740 \text{ руб.}$$

$$B(4\times4)=\begin{pmatrix}0 & 0 & 0 & 50\\ 15 & 10 & 0 & 35\\ 10 & 0 & 30 & 0\\ 0 & 30 & 0 & 0\end{pmatrix}\ S_b = 550 \text{ руб.}$$

Дальнейший расчет производим по результатам, полученным любым из методов. Возьмем за основу опорный план, полученный методом северо-западного угла.

2. Проверяем методом потенциалов, является ли опорный план оптимальным.

Теорема: если для некоторого опорного плана $X\ (x_{ij})$, $i = 1,\ldots m$; $j = 1,\ldots n$ существуют такие числа $\alpha_1, \alpha_2\ldots\alpha_m$ и $\beta_1, \beta_2\ldots\beta_n$, что $\beta_j - \alpha_i = c_{ij}$ при $x_{ij} > 0$ и $\beta_j - \alpha_i \le c_{ij}$ при $x_{ij} = 0$, то план X является оптимальным, где α_i – потенциалы пунктов отправления; β_j – потенциалы гостиниц.

Для каждой незаполненной клетки определяется потенциал z_{ij};

$\beta_j - \alpha_i - c_{ij} = z_{ij}.$

Опорный план не является оптимальным, если существует положительный потенциал (не использованный).

Оптимизацию проводят по самому большому утерянному потенциалу.

Для нашего примера опорный план не является оптимальным, так как $z_{31} = 3$; $z_{32} = 9$; $z_{33} = 4$; $z_{41} = 7$; $z_{42} = 13$; $z_{43} = 5$.

Для клетки с максимальным потенциалом z_{42} выделяем контур пересчета (см. табл. 3) и получаем новый опорный план (табл. 5).

Для клетки (z_{42}) необходимо выделить контур (цикл) пересчета.

Контур пересчета – замкнутая ломаная линия, которая начинается в клетке $z_{ij} > 0 \to \max$. Все точки перегиба контура должны находиться в заполненных клетках, и иметь угол поворота 90°. Формальное пересечение не является точкой контура. Каждой вершине контура поочередно присваивают знак «+» и «–». Должно соблюдаться условие: количество « + » равно количеству «–».

Таблица 5

	B_1	B_2	B_3	B_4	Количество туристов
A_1	3 25	8 25	9	0	50
A_2	10	15	8 30	0 30	60
A_3	7	6	4	0 40	40
A_4	3	2 15	3	0 15	30
Количество мест	25	40	30	85	180

В данную свободную клетку ($z_{ij} > 0$ – максимальное) переносят x_{ij} – минимальное значение из стоящих в « – » клетках. В целях соблюдения баланса перевозок одновременно это число прибавляют к x_{ij}, стоящему в « + » клетках и вычитают из x_{ij}, стоящего в « – » клетках. После этого получаем новый опорный план, для которого существует матрица решения.

Данный, новый опорный план необходимо проверить на оптимальность, то есть повторить методику с п. 2 и далее.

Тема 5. Элементы сетевого планирования и управления в туризме.

В туристской деятельности большинство возникающих задач удобно представлять для восприятия и анализа в виде сетей, которые позволяют ответить на два главных вопроса: до какого места необходимо дойти (цель) и какой путь следует избрать (как)? Туристскую деятельность можно рассматривать как совокупность задач, предназначенных для передвижения, складирования и распределения товаров, маршрутов, информации о товарах, поставках и покупателях. Наглядность и логическая обоснованность методов сетевого анализа позволяют выбрать довольно естественный подход к решению задач туристской деятельности. Сетевые модели для людей, не занимающихся научной работой, являются более понятными, чем другие модели, поскольку для них все же лучше один раз увидеть, чем сто раз услышать.

В значительной степени методы сетевого анализа основаны на теории графов - области математики, началом развития которой явилась задача о кенигсбергских мостах, сформулированная швейцарским ученым Л. Эйлером в 1736 г. Через реку Прегель, на которой стоял город Кенигсберг, семь мостов связывали два острова друг с другом. Задача заключалась в том, чтобы пройти по всем мостам только один раз и вернуться обратно к началу маршрута. Эйлер доказал неразрешимость этой задачи.

В туристской деятельности коммерсантам постоянно приходится решать задачи поиска покупателей продукции, товаров, имеющихся в распоряжении у предприятий, клиентов-посредников как на территории России, так и за рубежом. При этом в движении постоянно находятся люди, деньги, товары, документы, информация. Так, например, после определения руководителем возможных мест, которые необходимо посетить, возникает задача выбора оптимального маршрута из имеющихся, так называемая задача коммивояжера.

Структура изображения задачи на рис. 1 называется графом. Граф задается двумя множествами: непустым множеством X и множеством f, содержащим пары элементов из множества X,

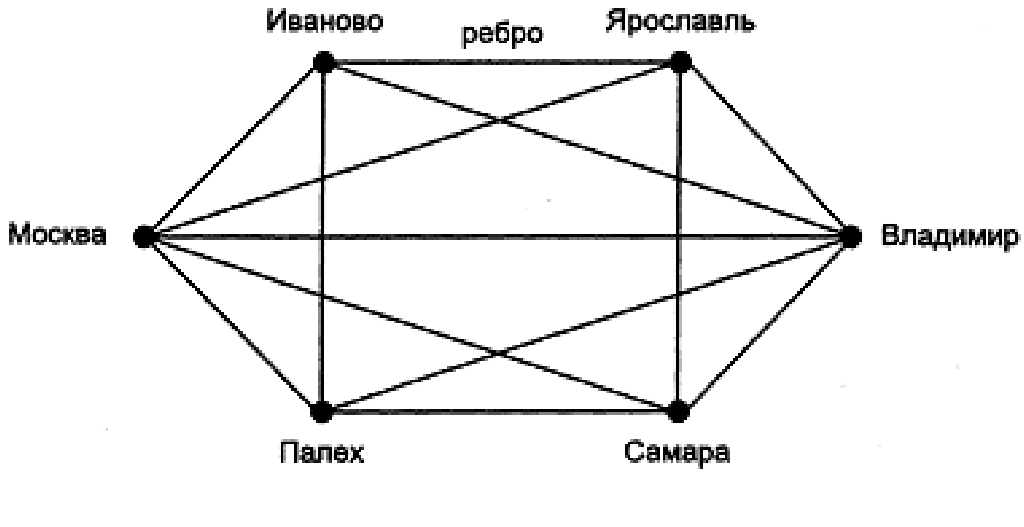

Рис. 1. Неориентированный граф задачи коммивояжера

При этом элементы множества могут повторяться, а также могут повторяться элементы в парах. Граф, заданный на множествах XviU, обозначается G= (X, U), Если элементы в парах множества и не упорядочены, то граф называется неориентированным, в противном случае - ориентированным, или орграфом.

Элементы множества Jf называют вершинами графа, а множества и - ребрами для неориентированного графа и дугами для орграфа. На плоскости граф задается в виде точек (вершин) и линий, соединяющих некоторые из них (ребер или дуг).

Приведем ряд определений для неориентированных графов. Ребро, начало и конец которого совпадают, называется петлей. Вершины называются смежными, или соседними, если существует ребро, их соединяющее. Если вершина является началом или концом ребра, то вершина и ребро называются инцидентными. Степенью вершины называется число инцидентных ей ребер, степень вершины x обозначается d(x). Вершина, степень которой равна нулю, называется изолированной. Вершина, степень которой равна единице d(x) = 1, называется висячей, или тупиковой. Последовательность вершин и ребер, в которой конец предыдущего ребра совпадает с началом следующего, называется маршрутом. Число ребер в маршруте определяет его длину. Цепью называется маршрут, в котором все ребра различны. Граф называется связным, если для любых двух его вершин существует цепь, соединяющая эти вершины. Расстоянием между вершинами связного графа называется длина самой короткой цепи, соединяющей вершины. Диаметром графа называется максимальное расстояние между его вершинами. Циклом (простым циклом) называется цепь (простая цепь), начало и конец которой совпадают. Деревом называется связный граф без циклов. Граф называется полным, если любые две его вершины соединены ребром. Граф называется взвешенным, если каждому его ребру поставлено в соответствие некоторое число, называемое весом ребра, например расстояние между городами, стоимость или время проезда между ними.

Одним из важных преимуществ сетевого моделирования является возможность построения сетевых моделей, наглядно отображающих процессы туристской деятельности. Рассмотрим некоторые примеры.

Задача коммивояжера

В туристской деятельности коммерсанты, торговые агенты постоянно проводят работу по поиску партнеров или клиентов для заключения договоров на поставку и покупку товаров. Для решения этих задач коммерсантам необходимо выезжать в командировки, выполнять вояж по целой сети городов как по нашей стране, так и за рубежом. Поскольку продолжительность командировки и транспортные расходы следует сокращать, то необходимо перед поездкой составить кратчайший маршрут, предусматривающий посещение каждого пункта только один раз, и возвращение обратно. Задача коммивояжера заключается в определении такой последовательности объезда городов, которая обеспечит минимальное время переезда, или минимальную стоимость проезда, или минимальное расстояние переезда.

Постановка задачи. Пусть имеется п городов. Расстояния между любой парой городов (i, j) известны и составляют dij, где i= 1,m; j = 1,n, Если прямого маршрута сообщения между городами не существует, а также для всех i =j полагаем, что dij=∞. На этом основании расстояния между городами удобно представить в виде матрицы D размерности mxn . Если городам поставить в соответствие вершины графа , а соединяющим их дорогам ребра, то в терминах теории графов задача заключается в определении гамильтонова цикла минимальной длины. Гамильтонов цикл включает все вершины графа ровно один раз, причем начальная вершина совпадает с конечной, а длина определяется суммой длин всех ребер. Таким образом, необходимо построить кольцевой маршрут проезда всех городов минимальной длины, начиная с любого пункта и в любую сторону.

Поскольку всего городов n то коммивояжер, выехав из заданного города, должен побывать в остальных (n-1 городах только один раз. Следовательно, всего существует (n - 1)! возможных маршрутов, среди которых один или несколько - оптимальные. В большинстве случаев можно предположить, что расстояние между городами i и j является симметричным и равно расстоянию от города i до города j, т. е. dij = dji. Расстояния между городами запишем в виде матрицы D. Если в задаче n городов, то D является матрицей размером {nxn) с неотрицательными элементами dij > 0, которые отображают длины ребер в сети городов.

Решение задачи можно представить в виде замкнутого контура, представляющего собой кольцевой маршрут. Решением задачи является определение кольцевого маршрута минимальной длины.

Распределение туристских агентов по городам.

Туристская фирма продает товары в различных городах. В целях развития туристская фирма провела маркетинговые исследования в n городах и установила покупательную способность в каждом городе по bj условных единиц. Затем фирма наняла на конкурсной основе n торговых агентов для продвижения своих товаров на продажу в эти города. Профессиональный уровень агентов различен и составляет долю реализуемых товаров i-м агентом. Как распределить торговых агентов по городам, чтобы фирма получила максимальный доход от продажи товаров?

Введем управляющие переменные xij. Если j агент направлен j-й город, то xij = 1, 0, в противном случае. Введем параметр dij = aibj который определяет объем товаров, реализуемых i -м торговым агентом в j -м городе.

Математическая модель задачи имеет следующий вид:

$$\begin{cases} \sum\limits_{j=1}^{n} x_{ij} = 1 \quad i = \overline{1, n}, \\ \sum\limits_{i=1}^{n} x_{ij} = 1 \quad j = \overline{1, n}, \\ x_{ij} \in \{0, 1\}. \end{cases}$$

Найти такие xij, которые при условиях-ограничениях обеспечили бы максимальный доход от продажи в соответствии с целевой функцией

$$F = \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} d_{ij} x_{ij} \rightarrow \max.$$

Первое и второе условия ограничений формализуют направление в каждый город по одному агенту.

Представленная математическая модель соответствует задаче о назначениях и может быть решена венгерским методом или методом потенциалов.

Формирование оптимального штата туристской фирмы

Туристская фирма провела независимый анализ своей работы и установила профессиональную некомпетентность части сотрудников. Проведенные финансовые расчеты показали невыгодность обучения этих сотрудников. Фирма объявила конкурс на замещение вакантных должностей и провела отбор 300 человек из 15 000 претендентов, поскольку обучение некомпетентных сотрудников очень дорого.

На фирме имеется n групп различных должностей: продавцов, кассиров, менеджеров, бухгалтеров, коммерсантов, маркетологов, в каждой из которых по bj вакантных единиц, j = 1, n.

Претенденты проходили тестирование на профессиональную пригодность, по результатам которого их разделяли на n групп по Qi кандидатов в каждой группе, i= 1 , n . Для каждого кандидата из i-ой группы необходимы дополнительные затраты cij, на обучение для занятия должности. Если cij = 0, претендент соответствует должности, а если cij $\neq 0$, претендент не может вообще занимать рассматриваемую должность. Необходимо так распределить отобранных кандидатов по должностям, чтобы затраты на их обучение были бы минимальными.

Математическую модель задачи можно записать так:

$$C = \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} c_{ij} x_{ij} \to \min,$$

$$\begin{cases} \sum_{j=1}^{n} x_{ij} = a_i, & i = \overline{1, m}, \\ \sum_{i=1}^{m} x_{ij} = b_j, & j = \overline{1, n}, \\ \sum_{i=1}^{m} a_i = \sum_{j=1}^{n} b_j, \\ x_{ij} \geq 0, & i = \overline{1, m}; \quad j = \overline{1, n}. \end{cases}$$

Решение этой задачи можно получить с помощью методов линейного программирования, в частности методов решения транспортной задачи или венгерским методом.

Тема 6. Игровые методы в туризме

В коммерческой деятельности приходится принимать решения, учитывая множество факторов различной природы. Причем специфика коммерческой деятельности такова, что учитываемые при принятии решений факторы нередко обладают так называемым свойством неопределенности, поскольку нельзя заранее определить точно, каково будет значение того или иного фактора или показателя. Отсюда следует, что и результат принятия решения также будет обладать свойством неопределенности.

Например, объем продажи в значительной степени зависит от спроса населения на тот или иной товар. Спрос, как известно, является величиной случайной, следовательно, его значение имеет некоторый разброс и является точно неопределенным. Неопределенность значений различных факторов приводит к тому, что рекомендации по решению проблемы не могут быть столь же четкими и однозначными, как в случаях полной определенности. В процессе поиска решений появляются возможные варианты решений. Поэтому принятие решения состоит в выборе наилучшего варианта из имеющихся.

В настоящее время многие решения в туристской деятельности - заказ а поставку того или иного вида товаров, заключение договоров с поставщиками, распределение людей в учреждениях по должностям или операциям, управление движением товаров - все же не оптимальны.

Принятие решений в этом случае является искусством и в сильной степени зависит от субъективных качеств лица, принимающего решение. Однако в условиях широкого развития кооперации, усложнения производственных связей с поставщиками товаров народного потребления и, наконец, решения задач по увеличению ассортимента и качества товаров в торговой сети и стремления к более полному удовлетворению потребностей населения приводят к тому, что ответственность человека за последствия принимаемых решений многократно возросла. При этом, несмотря на отсутствие полной определенности, необходимо проводить количественный анализ и на его основе принимать то или иное, но обоснованное решение.

В настоящее время разработаны специальные математические методы, предназначенные для обоснования решений в условиях неопределенности. В некоторых, наиболее простых, случаях эти методы позволяют найти множество решений и выбрать из них оптимальное. В более сложных случаях эти методы дают вспомогательный материал, позволяющий глубже разобраться в сущности явлений и оценить каждое из возможных решений с различных точек зрения, взвесить его преимущества и недостатки и в конечном счете принять если не единственно правильное, то по крайней мере близкое к оптимальному решение.

В туристской деятельности приходится принимать решения в условиях противодействия другой стороны, которая может преследовать противоположные или иные цели, добиваться других путей достижения цели, препятствовать теми или иными действиями или состояниями внешней среды достижению намеченной цели. Причем эти противодействия противоположной стороны могут носить пассивный или активный характер. В таких случаях приходится учитывать возможные варианты поведения противоположной стороны, ответные действия, возможную реакцию и соответственно исходы.

Необходимость обоснования оптимальных решений в конфликтных ситуациях привела к возникновению теории игр. Теория игр - это математическая теория конфликтных ситуаций. Основными ограничениями этой теории являются предположение о полной «идеальной» разумности противника и принятие при разрешении конфликта наиболее осторожного решения.

Основные понятия теории игр.

Конфликтующие стороны называются игроками, одна реализация игры - партией, исход игры - выигрышем или проигрышем. Развитие игры во времени происходит последовательно, по этапам или ходам. Ходом в теории игр называют выбор одного из предусмотренных правилами игры действия и его реализацию. Ходы бывают личные и случайные. Личным ходом называют сознательный выбор игроком одного из возможных вариантов действия и его осуществление. Случайным ходом называют выбор, осуществляемый не волевым решением игрока, а каким-либо механизмом случайного выбора (бросание монеты, пасовка, сдача карт и т.п.).

Одним из основных понятий теории игр является стратегия. Стратегией игрока называется совокупность правил, определяющих выбор варианта действий при каждом личном ходе этого игрока в зависимости от ситуации, сложившейся в процессе игры. Оптимальной стратегией игрока называется такая стратегия, которая при многократном повторении игры, содержащей личные и случайные ходы, обеспечивает игроку максимально возможный средний выигрыш или минимально возможный средний проигрыш.

В большинстве конфликтных ситуаций при выборе разумной стратегии приходится принимать во внимание не один, а несколько показателей и факторов. Причем стратегия, оптимальная по одному показателю, необязательно будет оптимальной и по другим.

В зависимости от причин, вызывающих неопределенность сходов, игры можно разделить на следующие основные группы:

- комбинаторные игры, в которых правила дают в принципе возможность каждому игроку проанализировать все разнообразные варианты своего поведения и, сравнив эти варианты, избрать тот из них, который ведет к наилучшему для этого игрока исходу. Неопределенность исхода связана обычно с тем, что количество возможных вариантов поведения (ходов) слишком велико и практически игрок не в состоянии их всех перебрать и проанализировать;

- азартные игры, в которых исход оказывается неопределенным в силу влияния различных случайных факторов. Азартные игры состоят только из случайных ходов, при анализе которых применяется теория вероятностей. Азартными играми теория игр не занимается;

- стратегические игры, в которых полная неопределенность исхода вызвана тем, что каждый из игроков, принимая решение о выборе предстоящего хода, не знает, какой стратегии будут придерживаться другие участники игры, причем незнание игрока о поведении и намерениях партнеров носит принципиальный характер, так как отсутствует информация о последующих действиях противника (партнера).

Существуют игры, сочетающие в себе свойства комбинаторных и азартных игр, стратегичность игр может сочетаться с комбинаторностью и т.д.

В игре могут сталкиваться интересы двух или более игроков. Если в игре участвуют два игрока, игра называется парной, если число игроков больше двух - множественной. Участники множественной игры могут образовывать коалиции (постоянные или временные). Множественная игра с двумя постоянными коалициями превращается в парную. Парные игры получили наибольшее распространение в практике анализа игровых ситуаций.

Различают игры и по сумме выигрыша. Игра называется игрой с нулевой суммой, если каждый игрок выигрывает за счет других, а сумма выигрыша одной стороны равна проигрышу другой. В парной игре с нулевой суммой интересы игроков прямо противоположны. Парная игра с нулевой суммой называется антагонистической игрой. Наиболее полно исследованы в теории игр антагонистические игры. Игры, в которых выигрыш одного игрока и проигрыш другого не равны между собой, называются играми с ненулевой суммой,

В зависимости от числа возможных стратегий игры делятся на конечные и бесконечные. Игра называется конечной, если у каждого игрока имеется только конечное число стратегий. Игра называется бесконечной, если хотя бы у одного игрока имеется бесконечное число стратегий.

По количеству ходов, которые делают игроки для достижения своих целей, игры бывают одношаговые и многошаговые. Одношаговые игры заключаются в том, что игрок выбирает одну из доступных ему стратегий и делает всего один-единственный ход. В многошаговых играх игроки для достижения своих целей делают последовательно ряд ходов, которые могут ограничиваться правилами игры либо могут продолжаться до тех пор, пока у одного из игроков не останется ресурсов для продолжения игры.

В последнее время получили большое распространение так называемые деловые игры. Деловая игра имитирует взаимодействие людей и проявляется как упражнение в последовательном принятии множества решений, основанное на некоторой модели туристской деятельности и на исполнении участниками игры конкретных ролей-должностей. Деловые игры предназначены для воспроизведения и согласования коммерческих интересов. В основе конструкции игры лежат взаимосвязь ресурсов и использование знаний об их возможностях. Деловые игры имитируют организационно-экономические взаимодействия в различных звеньях туристских организаций и предприятий.

Элементами игровой модели являются: участники игры; правила игры; информационный массив, отражающий состояние и движение ресурсов моделируемой хозяйственной системы. Преимущества игровой имитации перед реальным объектом таковы: наглядность последствий принимаемых решений, переменный масштаб времени; повторение имеющегося опыта с изменением установок; переменный масштаб охвата туристских явлений и объектов.

Основными направлениями использования деловых игр являются следующие: учебный процесс, например обучение моделированию коммерческих операций; аттестация персонала, проверка их компетентности; научные исследования; разработка бизнес-планов.

В деловых играх игрокам обычно задаются начальные условия, в которых они находятся, сообщаются правила проведения игры, представляются варианты возможных решений и оценка их последствий. В игре обязательно присутствует «ведущий», который руководит игрой, оценивает принятые игроками решения, состояния, в которых они могут находиться в процессе игры, и определяет выигрыши и проигрыши по исходам игры.

Приведенный перечень существующих в настоящее время игр далеко не исчерпан.

Решения, принимаемые в коммерческой деятельности, направлены, как правило, на удовлетворение определенных потребностей населения и связаны обычно с распределением ресурсов предприятия: товаров, денег, людей и т.д.

Пример 1. Рассмотрим постановку и решение следующей задачи. Коммерческое предприятие заключило договор на централизованную поставку овощей из теплиц на сумму 10 000 руб. ежедневно. Если в течение дня овощи не поступают, магазин имеет убытки в размере 20 000 руб. от невыполнения плана товарооборота. Магазин может осуществить самовывоз овощей фермера.

Для этого он может сделать заказ в транспортном предприятии, что вызовет дополнительные расходы в размере 500 руб. Однако опыт показывает, что в половине случаев посланные машины возвращаются без овощей. Можно увеличить вероятность получения овощей от фермера до 80%, если предварительно посылать туда своего представителя, что требует дополнительных расходов в размере 400 руб. Существует возможность заказать дневную норму овощей у другого надежного поставщика - плодоовощной базы по повышенной на 50% цене. Однако в этом случае, кроме расходов на транспорт (500 руб.), возможны дополнительные издержки в размере 300 руб., связанные с трудностями реализации товара, если в тот же день поступит и централизованная поставка от фермера. Какой стратегии надлежит придерживаться магазину, если заранее неизвестно, поступит или не поступит централизованная поставка.

Построим игровую модель этой задачи. Игроками являются представители магазина и поставщика.

Перечислим стратегии первого игрока - поставщика.

П1 — поставка своевременная,

П2 - поставки нет.

У магазина имеются четыре стратегии поведения:

Ml - ожидать поставку, не принимая дополнительных мер;

М2 - послать к поставщику свой транспорт;

М3 — послать к поставщику представителя и транспорт;

М4 — заказать поставку у плодоовощной базы.

Всего возможны 8 совместных ситуаций, которые представлены в табл. 1.

Таблица 1

Затраты магазина, руб.

Ситуации	Стоимость овощей	Убытки от непоставки	Транспортные издержки	Командировочные издержки	Издержки от реализации	Всего за день
1	10 000	0	0	0	0	10 000
2	0	20 000	0	0	0	20 000
3	10 000	0	500	0	0	10 500
4	5 000	10 000	500	0	0	15 500
5	10 000	0	500	400	0	10 900
6	8 000	4 000	500	400	0	12 900
7	25 000	0	500	0	300	25 800
8	15 000	0	500	0	0	15 500

Для того чтобы легче было разобраться в сложившихся ситуациях и по возможности оценить их, составляют платежную матрицу. Матрица имеет m строк - по числу стратегий первого игрока и n столбцов - по числу стратегий второго игрока. На пересечении i-ой строки j-го столбца ставится платеж второго игрока первому в ситуации, когда применены i-я и j-я стратегии игроков. Если в данной ситуации выигрывает второй игрок, то платеж будет иметь знак «минус». Платежная матрица данной задачи представлена в табл.2.

Таблица 2

Стратегия магазина	Стратегия фермера	
	$П_1$	$П_2$
$М_1$	−10 000	−20 000
$М_2$	−10 500	−15 500
$М_3$	−10 900	−12 900
$М_4$	−25 800	−15 500

Выбор стратегии магазина зависит от надежности фермера как поставщика продукции, которую можно оценить величиной вероятности p1. Тогда величина p2 = 1 – P1 представляет величину ненадежности поставщика.

По данным табл.2 можно составить уравнения затрат магазина E от надежности поставщика для каждой стратегии магазина.

M1: E(p1) = 10 000 P1 + 20 000 (1 – P1);

M2: E(p1) = 10 500 P1 + 15 500 (1 – P1i);

M3: E(p1) = 10 900 P1 + 12 900 (1 – p1);

M4: E(p1) = 25 800 P1 + 15 500 (1 – P1).

Если своевременная поставка осуществляется с вероятностью 0,4, тогда ожидаемые затраты магазина составят соответственно:

M1: E(0, 4) = 10 000 • 0,4 + 20 000 • 0,6 = 16 000 руб.

M2: E(0, 4) = 10 500 • 0,4 + 15 500 • 0,6 = 13 500 руб.

M3: E(0, 4) = 10 900 • 0,4 + 12 900 • 0,6 = 12 100 руб.

M4: E(0, 4) = 15 800 •0,4 + 15 500 • 0,6 = 19 620 руб.

Таким образом, минимальные расходы магазин понесет в том случае, если примет стратегию M3, т.е. не только пошлет фермеру автотранспорт, но и отправит туда своего представителя.