

УДК 621.3.09:621.373.1

## ОПТИЧЕСКИЕ ФАЗОВЫЕ ДИСЛОКАЦИИ ИМПУЛЬСНЫХ ПУЧКОВ: ПРОСТРАНСТВЕННО-ВРЕМЕННЫЕ ВОРТЕКСЫ

*В.В. Янгирова, А.П. Сухоруков*

### Аннотация

В работе обсуждаются свойства нового вида дислокаций – перепутанных пространственно-временных вихрей. Для их регистрации предлагается использовать метод динамической интерферограммы. Продемонстрировано, что при суперпозиции некопланарных фазомодулированных пучков образуется периодическая цепочка дислокаций. Рассматривается динамика распространения пространственно-временного солитона, содержащего вихрь, в керровской дефокусирующей среде.

### Введение

Прошло уже более трех десятилетий с момента выхода в свет фундаментальной работы английских ученых Ная и Берри по теории фазовых дислокаций, что послужило началом развития сингулярной оптики [1]. С тех пор изучению необычных свойств сингулярных полей посвятили свои труды множество теоретиков и экспериментаторов. Интерес этот был вызван открывающимися широкими перспективами применения пучков, содержащих дислокации, при передаче информации, манипуляции микрообъектами [2] и возможностью их использования в качестве оптических волноводов [3]. Одним из примеров полей, обладающих сингулярностью волнового фронта, является вихрь, или винтовая фазовая дислокация. При наличии вихря фаза поля не определена в точке, имеющей нулевую амплитуду, и волновой фронт представляет собой спиральную поверхность с особенностью, при обходе вокруг которой происходит смещение фазы на шаг, кратный  $2\pi$ , [1, 4, 5]:

$$A_V(x, y) = A_0 \left( \frac{x}{a} + i \frac{y}{b} \right) \exp \left( -\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} \right). \quad (1)$$

Отличительной особенностью сингулярных пучков, несущих дислокации, является то, что при распространении они сохраняют фазовую сингулярность, то есть нулевое значение интенсивности в их профиле не замыкается окружающим пучком под влиянием дифракции даже в линейных средах. Это свойство принципиально отличает фазовую дислокацию от обычной области с нулевой амплитудой в пучке. Наиболее интересные практические результаты были получены при исследовании динамики распространения пучков, содержащих дислокации, в дефокусирующих керровских средах. В работах [4, 6, 7] теоретически и экспериментально демонстрируется формирование темного солитона с ненулевым зарядом.

Безусловно, волноводные свойства спиральных солитонов заслуживают особого внимания. Но, с другой стороны, следует отметить, что изучение динамики распространения волн не должно ограничиваться расчетом только их пространственных

характеристик: помимо дифракционных эффектов для волновых пакетов огромную роль играет и частотная дисперсия. Известно, однако, что влияние обоих этих эффектов может быть скомпенсировано нелинейностью среды. Тогда импульсные пучки распространяются в виде структур, локализованных в пространстве и во времени. Известными примерами подобных структур являются X-волны [8, 9] и световые пули [10, 11].

В данной работе вводится понятие и исследуются свойства нового типа дислокаций – перепутанных пространственно-временных вихреков. Их описание построено на математической аналогии с пространственными винтовыми фазовыми дислокациями и обобщении ряда методов, применяющихся в сингулярной оптике.

Динамика распространения пространственно-временных дислокаций описывается уравнением для медленно меняющейся огибающей амплитуды:

$$\frac{\partial A}{\partial z} + iD_{\perp} \frac{\partial^2 A}{\partial x^2} + iD_{\text{dis}} \frac{\partial^2 A}{\partial \xi^2} = 0, \quad (2)$$

где  $z$  и  $x$  – продольная и поперечная координаты соответственно,  $\xi = z - u\tau$  – сопровождающая координата,  $D_{\perp} = 1/(2k)$  – коэффициент поперечной дифракции,  $k$  – волновое число,  $u$  – групповая скорость,  $D_{\text{dis}} = 0.5\partial u^{-1}/\partial\omega$  – коэффициент дисперсии групповой скорости,  $\omega$  – частота волны.

Одним из решений уравнения (2) будет выражение вида

$$A_{STV} = \frac{A_0}{(\psi_a \psi_l)^{1/2}} \left( \frac{x}{a\psi_a(z)} \pm i \frac{\xi}{l\psi_l(z)} \right) \exp \left( -\frac{x^2}{a^2\psi_a(z)} - \frac{\xi^2}{l^2\psi_l(z)} \right), \quad (3)$$

описывающее перепутанный пространственно-временной вихреков. Изменения амплитудного и фазового профилей из-за дифракции и дисперсионного расплывания описываются комплексными функциями

$$\psi_a = 1 - i4D_{\perp}z/a^2 = 1 - iz/l_{\text{dif}}, \quad \psi_l = 1 - i4D_{\text{dis}}z/l^2 = 1 - iz/l_{\text{dis}}.$$

Здесь  $a$ , как и прежде, – поперечная ширина пучка,  $l = uT$ , где  $T$  – длительность импульса. Следует заметить, что термин «перепутанный» был заимствован из квантовой теории поля исключительно для того, чтобы подчеркнуть, что при математическом описании поля дислокации невозможно выделить и отдельно описать пространственную и временную части комплексной амплитуды вихреков.

Как видно из (3), положение сингулярной точки в перепутанной пространственно-временной дислокации определяется одной поперечной координатой и некоторым моментом времени. При этом фаза вихреков (3) на малых расстояниях ( $z \ll l_{\text{dif}}$ ,  $z \ll l_{\text{dis}}$ ) меняется во времени и в пространстве по закону

$$\varphi_v = \text{arctg} \frac{\xi a}{xl}. \quad (4)$$

Из (3) следует, что пространственно-временная дислокация сохраняется при дифракционном и дисперсионном расплывании импульсного пучка.

## 1. Регистрация перепутанных пространственно-временных вихреков

Для регистрации перепутанных состояний предлагается использовать метод динамической интерферограммы. При интерференции сигнальной волны (3) с плоской опорной волной, направленной под малым углом  $\gamma$ , в окрестностях формирования дислокаций образуются характерные «вилки» – результат слияния двух

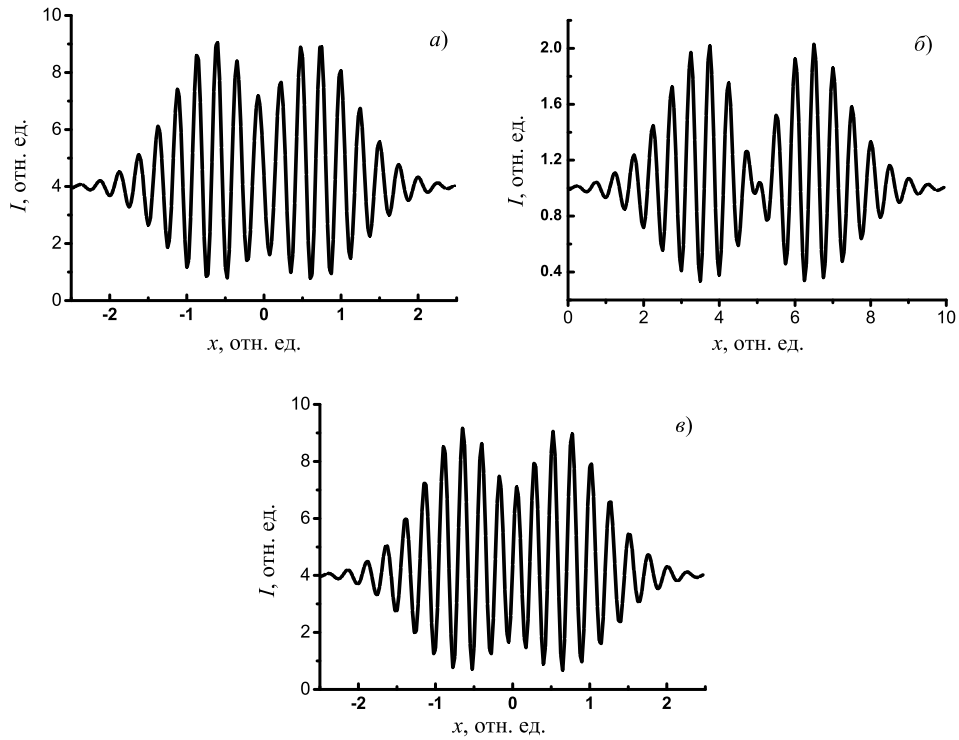


Рис. 1. Распределение интенсивности интерференционного поля до (а), во время (б) и после (в) прохождения дислокации

соседних интерференционных полос. Полагая для простоты пройденное расстояние малым ( $4D_{\perp}z/a^2 \ll 1$ ,  $4|D_{\text{dis}}|z/l^2 \ll 1$ ), рассмотрим суммарное поле двух волн:

$$A_{\text{int}} = E \left( \frac{x}{a} + i \frac{\xi}{l} \right) A_G(x, \xi, z) + E_0 \exp \left( i \gamma \frac{x}{a} \right). \tag{5}$$

Согласно (5) интерференционные максимумы формируются вдоль направления оси  $Ox$ . Их положение меняется со временем, и в точке дислокации две соседние полосы сливаются. Таким образом, регистрируя пространственное распределение интерференционного поля (5) в различные моменты времени, можно определить положение винтовой дислокации. На рис. 1 отображено распределение интенсивности в интерференционной картине в различные моменты времени: до появления дислокации при  $\tau < 0$  (а), в центре дислокации при  $\tau = 0$  (б) и после прохождения дислокации при  $\tau > 0$  (в).

Используя набор достаточного количества мгновенных снимков, примеры которых представлены на рис. 1, можно построить динамическую интерферограмму (рис. 2). В окрестности дислокации с координатами (0,0) образуется характерная вилка, свидетельствующая о наличии винтовой пространственно-временной фазовой дислокации.

**2. Генерация перепутанных пространственно-временных вихреков**

В работах [12, 13] показано, что при суперпозиции несоосных некопланарных гауссовых пучков образуется цепочка винтовых фазовых дислокаций. Эту

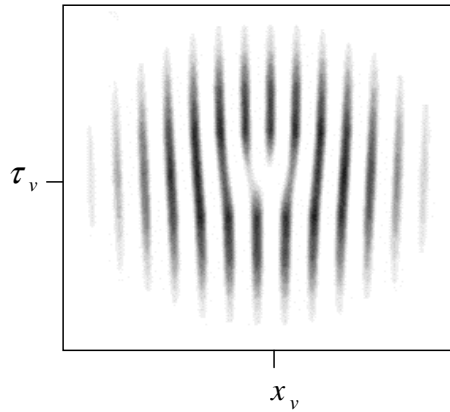


Рис. 2. Динамическая интерферограмма перепутанного пространственно-временного вихря ( $\tau = u\xi$ )

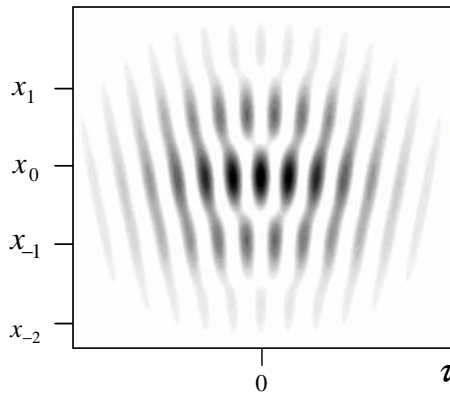


Рис. 3. Динамическая интерферограмма цепочки перепутанных пространственно-временных вихрей ( $\tau = u\xi$ )

идею можно перенести на генерацию вихрей с перепутанными пространственно-временными состояниями амплитуды. Итак, рассмотрим суперпозицию двух скрещенных одночастотных гауссовых импульсов, запаздывающих друг относительно друга по времени:

$$A_{\text{gen}} = E_1 A_G(x, y, \tau - \tau_0, z) \exp(i\theta x/a) + E_2 A_G(x, y, \tau + \tau_0, z) \exp(-i\theta x/a).$$

Направляя в среду с небольшим временным сдвигом два наклонных гауссовых импульсных пучка, получаем серию пространственно-временных дислокаций с координатами

$$\tau_v = \ln(E_2/E_1) T^2 / (4\tau_0), \quad x_v = \pi(1 + 2n)a / (2\theta), \quad n = 0, \pm 1, \pm 2 \dots$$

В окрестности каждой дислокации амплитуда имеет сингулярность

$$A_v(x, \tau) \sim 2\Omega(\tau - \tau_v) - i4x_0 a^{-2}(x - x_v),$$

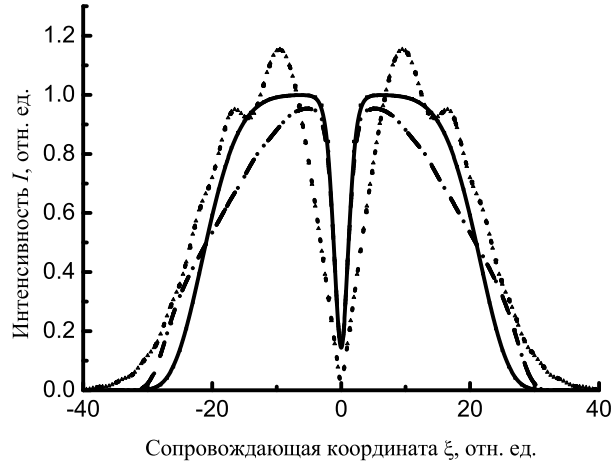


Рис. 4. Профиль интенсивности перепутанного пространственно-временного вортекса при  $z = 0$  (сплошная линия), при  $z = 4l_{\text{dif}}$  в линейной среде (пунктирная линия) и в дефокусирующей керровской среде (штрих-пунктирная линия)

которая на динамической интерферограмме отображается в виде вилки. Действительно, на интерференционной картине, представленной на рис. 3, видны характерные вилки при следующих выбранных нормированных параметрах:  $E_1 = E_2 = 2$ ,  $a = 1$ ,  $T = 1$ ,  $\tau_0 = 0.5$ ,  $\theta = 4$ ,  $\gamma = 20$ .

### 3. Перепутанные пространственно-временные солитоны-вортексы

Далее, рассмотрим поведение импульсного пучка с перепутанными состояниями амплитуды и фазы в нелинейной среде с кубической нелинейностью. Как было показано ранее, случай самофокусирующей среды является неустойчивым [14, 15], и при распространении в ней пучок с исходным солитонным профилем, содержащий в центре дислокацию, распадается на ряд фундаментальных солитонов. Напротив, распространение в самофокусирующей керровской среде описывается уравнением

$$\frac{\partial A}{\partial z} + iD_{\perp} \frac{\partial^2 A}{\partial x^2} + iD_{\text{dis}} \frac{\partial^2 A}{\partial \xi^2} - i\gamma|A|^2 A = 0, \tag{6}$$

которое имеет устойчивое приближенное решение в виде гиперболического тангенса [16]:

$$A = \sqrt{I_0} \exp(-r^6/w^6) \text{th}(r/r_0) \exp(i\varphi). \tag{7}$$

Здесь  $r = \sqrt{x^2 + D_{\perp} \xi^2 / D_{\text{dis}}}$  – пространственно-временной радиус-вектор и  $\varphi = \arctg \left[ \sqrt{(D_{\perp} / D_{\text{dis}})} (\xi / x) \right]$  ( $w > 20r_0$ ) – полярный угол. Это решение представляет собой темный солитон с перепутанным пространственно-временным вортексом в центре. Действительно, на рис. 4 изображены начальный солитонный профиль (7) при  $z = 0$  (сплошная линия) и тот же профиль на расстоянии 4 дифракционных длин при распространении в линейной (пунктирная линия) и керровской дефокусирующей (штрих-пунктирная линия) средах.

Из сравнения профилей видно, что при распространении в дефокусирующей среде центральная часть (7) не дифрагирует, в отличие от случая линейной среды.

Работа выполнена при поддержке грантами «Ведущие научные школы» НШ-4870.2006.2, РФФИ № 05-02-17308, 06-02-16801, БелРФФИ № 04-02-81054, «Университеты России» УР.01.02.499. В.В. Янгирова также благодарит за финансовую поддержку Фонд некоммерческих программ «Династия».

### Summary

*V.V. Yangirova, A.P. Sukhorukov.* Optical phase dislocations of the pulsed beams: spatio-temporal vortices.

We discuss the properties of a novel type of dislocations, called entangled spatio-temporal vortices. Dynamic interferometry method is applied for their registration. We demonstrate that two non-complanar phase modulated beams generate periodical train of spatio-temporal vortices. Propagation dynamics of a spatio-temporal vortex-soliton in defocusing Kerr-like medium is considered as well.

### Литература

1. *Nye J.F., Berry M.V.* Dislocations in wave trains // Proc. R. Soc. London Ser. A. – 1974. – V. 336. – P. 165–190.
2. *Volostnikov V.G., Kotova S.P. et al.* Microobject manipulation by laser beams with a nonzero orbital momentum // Quantum Electron. – 2002. – V. 32, No 7. – P. 565–566.
3. *Law C.T., Zhang X., Swartzlander G.A.* Waveguiding properties of optical vortex solitons // Opt. Lett. – 2000. – V. 25, No 1. – P. 55–57.
4. *Kivshar Yu.S., Luther-Davies B.* Dark optical solitons: physics and applications // Phys. Rep. – 1998. – V. 298. – P. 81–197.
5. *Desyatnikov A.S., Kivshar Yu.S., Torner L.* Optical vortices and vortex solitons // Prog. Optics. – 2005. – V. 47. – P. 291–391.
6. *Swartzlander G.A., Jr., Law C.T.* Optical vortex solitons observed in Kerr nonlinear media // Phys. Rev. Lett. – 1992. – V. 69. – P. 2503–2506.
7. *Mamaev A.V., Saffman M., Zozulya A.A.* Vortex evolution and bound pair formation in anisotropic nonlinear optical media // Phys. Rev. Lett. – 1996. – V. 77. – P. 4544–4547.
8. *Lu J., Greenleaf J.F.* Nondiffracting X-waves-exact solutions to free space scalar wave equation and their finite aperture realizations // IEEE Trans. Ultrason. Ferroel. Freq. Contr. – 1992. – V. 39. – P. 19–31.
9. *Di Trapani P., Valiulis G., Piskarskas A. et al.* Spontaneously generated X-shaped light bullets // Phys. Rev. Lett. – 2003. – V. 91. – P. 093904-1.
10. *Fibich G., Ilan B.* Optical light bullets in a pure Kerr medium // Opt. Lett. – 2004. – V. 29, No 8. – P. 887–889.
11. *Silberberg Y.* The collapse of optical pulses // Opt. Lett. – 1990. – V. 15. – P. 1282–1284.
12. *Розанов Н.Н.* Формирование излучения с фазовыми дислокациями // Оптика и спектроскопия. – 1993. – Т. 75, № 4. – С. 861.
13. *Янгирова В.В., Калинович А.А., Сухоруков А.П.* Генерация винтовых фазовых дислокаций при взаимодействии несоосных непланарных гауссовых пучков // Изв. РАН. Сер. Физическая. – 2004. – Т. 68, № 12. – С. 1791–1795.
14. *Kivshar Yu.S., Pelinovsky D.E.* Self-focusing and transverse instabilities of solitary waves // Phys. Rep. – 2000. – V. 331. – P. 117–195.
15. *Kruglov V.I., Vlasov R.A.* Spiral self-trapping propagation of optical beams in media with cubic nonlinearity // Phys. Lett. A. – 1985. – V. 111, No 8,9. – P. 401–404.

16. *Baluschev S., Dreischuh A., Velchev I., Dinev S.* Generation and evolution of 2-Dimensional dark spatial solitons // *Phys. Rev. E.* – 1995. – V. 52, No 5. – P. 5517–5523.

Поступила в редакцию  
06.02.06

---

**Янгирова Виктория Валерьевна** – студентка физического факультета Московского государственного университета им. М.В. Ломоносова.

E-mail: *yangirova@mail.ru*

**Сухоруков Анатолий Петрович** – профессор, заведующий кафедрой радиофизики Московского государственного университета им. М.В. Ломоносова.

E-mail: *apsmsu@gmail.com*