

УДК 537.525.7+621.762

## МОДЕЛИРОВАНИЕ ВЫСОКОЧАСТОТНОГО ЕМКОСТНОГО РАЗРЯДА ПРИ БОЛЬШИХ МЕЖЭЛЕКТРОДНЫХ РАССТОЯНИЯХ. I. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

*И.Ш. Абдуллин, В.С. Желтухин, В.Ю. Чебакова, М.Н. Шнейдер*

### Аннотация

В работе построена одномерная математическая модель нестационарной высокочастотной плазмы пониженного давления, позволяющая рассчитать основные характеристики плазмы в высокочастотном емкостном разряде с большим межэлектродным расстоянием и описать поведение плазмы в приэлектродных областях с учетом нагрева газа.

**Ключевые слова:** математическое моделирование, высокочастотный емкостный разряд пониженного давления, напряженность электрического поля, электронная и газовая температура, концентрация электронов, ионов.

### Введение

Интерес к плазме высокочастотных емкостных (ВЧЕ) разрядов пониженного давления вызван возможностями ее применения в технологических процессах, в том числе в задачах модификации материалов органической и неорганической природы. В настоящее время ВЧЕ-разряд при пониженном давлении ( $p = 13.3 \div 133$  Па) эффективно применяется для обработки натуральных высокомолекулярных материалов таких, как текстиль, мех [1]. Отличительной особенностью такой обработки является большие размеры образцов ( $\sim 1$  м<sup>2</sup>) и партионность, то есть обработка одновременно нескольких образцов (партии). Это требует разработки плазмотронов с большими размерами электродов ( $\sim 0.5$  м  $\times$  1.4 м) и большим межэлектродным расстоянием ( $\sim 0.2 \div 0.3$  м).

Экспериментальные исследования высокочастотных (ВЧ) разрядов в аргоне показали, что при давлениях  $p = 13.3 \div 133$  Па, частоте электромагнитного поля  $f = 1.76$  МГц, мощности разряда  $P_d = 0.5 \div 4$  кВт, расходе газа  $G < 0.2$  г/с плазма обладает следующими характеристиками: концентрация электронов  $n_e \sim 10^{15} \div 10^{19}$  м<sup>-3</sup>, электронная температура  $T_e \sim 1 \div 4$  эВ и температура атомов и ионов  $T_a \sim 300 \div 700$  К [1].

В настоящее время создано достаточно много моделей ВЧ-разрядов, которые качественно и количественно удовлетворительно описывают процессы, протекающие как в области квазинейтральной плазмы, так и в приэлектродной зоне, на микро- и макро- уровнях [1–4]. Однако эти модели, как правило, описывают свойства плазмы, генерируемой в плазмотронах с межэлектродным расстоянием 3  $\div$  5 см. Разряд в таких устройствах отличается от разряда в плазмотроне при межэлектродном расстоянии  $d = 25 \div 50$  см. В частности, при небольших межэлектродных расстояниях  $d = 3 \div 5$  см нагрев газа не играет существенной роли в балансе рождения и гибели заряженных и метастабильных частиц в разряде. Это не позволяет использовать указанные модели для расчета технологических

процессов плазменной обработки в плазматронах с большим межэлектродными расстояниями.

Свойства ВЧЕ-разряда при больших межэлектродных расстояниях ( $d > 10$  см) практически не исследованы. В связи с этим в настоящей работе для определения диапазона устойчивого горения ВЧЕ-разряда пониженного давления в плазматроне с большим межэлектродным расстоянием построена математическая модель в одномерном приближении, учитывающая перенос энергии электронами и нагрев газа.

### 1. Постановка задачи

Оценки элементарных процессов в плазме ВЧ-разрядов пониженного давления показывают, что длина свободного пробега электронов  $l_e \leq 10^{-3}$  м, толщина дебаевского слоя  $\lambda_d \approx 10^{-5}$  м, толщина колебательной части слоя положительного заряда (СПЗ), определяемая амплитудой колебаний электронов относительно центра равновесия,  $A \approx 10^{-2}$  м [1]. Это означает, что математическая модель ВЧЕ-разряда пониженного давления может быть удовлетворительно описана в приближении сплошной среды [6]. Существенным для построения математической модели является тот факт, что в указанном режиме поддержания ВЧ-разряд является диффузным. При изучении процессов взаимодействия низкотемпературной плазмы пониженного давления с материалами предполагается, что рабочий газ является инертным (в нашей модели – Ar) и плазма состоит из частиц четырех сортов: нейтральные атомы, электроны, положительные однозарядные ионы, метастабильные атомы. Так как массы атома и иона практически совпадают и при их столкновениях в случае одноатомного газа не происходит преобразования кинетической энергии во вращательную или колебательную, то можно считать, что температура ионов и метастабилей совпадает с температурой атомов в основном состоянии. Таким образом, уравнения переноса тепла ионами и метастабильями можно не рассматривать.

### 2. Классическая модель

При небольших межэлектродных расстояниях математическая модель ВЧЕ-разряда пониженного давления описывается следующей системой начально-краевых задач [2, 5]:

- уравнение Пуассона для распределения потенциала электрического поля  $\varphi$

$$-\frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial \varphi(x, t)}{\partial x} \right) = \frac{e}{\varepsilon_0} (n_+(x, t) - n_e(x, t)), \quad 0 < x < l, \quad t > 0, \quad (1)$$

с граничными условиями

$$\varphi(0, t) = 0, \quad \varphi(l, t) = V_a \sin(\omega t), \quad (2)$$

где  $l$  – расстояние между электродами,  $n_e$  и  $n_+$  – концентрации электронов и положительно заряженных ионов соответственно,  $e$  – заряд электрона,  $\varepsilon_0$  – электрическая постоянная,  $\omega$  – круговая частота электромагнитного поля,  $V_a$  – амплитуда колебания напряжения, точка  $x = 0$  соответствует заземленному электроду,  $x = l$  – нагруженному;

- уравнение непрерывности для электронного газа

$$\frac{\partial n_e}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left( -n_e \mu_e E - D_e \frac{\partial n_e}{\partial x} \right) = n_e \nu_i - \beta n_+ n_e, \quad 0 < x < l, \quad t > 0, \quad (3)$$

с граничными условиями

$$\begin{cases} \Gamma_e = -\gamma\Gamma_+, & \text{если поле направлено в электрод} \\ & (E \leq 0 \text{ при } x = 0, E > 0 \text{ при } x = l), \\ \frac{\partial \Gamma_e}{\partial x} = 0, & \text{если поле направлено от электрода} \\ & (E > 0 \text{ при } x = 0, E \leq 0 \text{ при } x = l), \end{cases} \quad (4)$$

где  $\mu_e$  и  $\mu_+$  – подвижности электронов и ионов,  $D_e = D_e(T_e)$  – коэффициент диффузии электронов,  $\beta = \beta(n_e, T_e)$  – эффективный коэффициент рекомбинации,  $\nu_i = \nu_i(E/p)$  – частота ионизации,  $\gamma$  – коэффициент вторичной эмиссии,  $\Gamma_e = -n_e \mu_e E - D_e (\partial n_e / \partial x)$  – плотность потока электронов,  $\Gamma_+ = n_+ \mu_+ E - D_+ (\partial n_+ / \partial x)$  – плотность потока ионов,  $D_+ = D_+(T_a)$  – коэффициент диффузии ионов,  $E = -\partial \varphi / \partial x$  – напряженность электрического поля,  $T_e$  – электронная температура,  $T_a$  – газовая температура;

- уравнение непрерывности для ионного газа

$$\frac{\partial n_+}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left( n_+ \mu_+ E - D_+ \frac{\partial n_+}{\partial x} \right) = n_e \nu_i - \beta n_+ n_e, \quad 0 < x < l, \quad t > 0, \quad (5)$$

с граничными условиями

$$\begin{cases} \frac{\partial \Gamma_+}{\partial x} = 0, & \text{если поле направлено в электрод} \\ & (E \leq 0 \text{ при } x = 0, E > 0 \text{ при } x = l), \\ \Gamma_+ = 0, & \text{если поле направлено от электрода} \\ & (E > 0 \text{ при } x = 0, E \leq 0 \text{ при } x = l). \end{cases} \quad (6)$$

В качестве начальных условий для уравнений (3) и (5) берутся постоянные значения

$$n_e(x, 0) = n_+(x, 0) = \text{const}, \quad 0 < x < l.$$

Отметим, что в приведенной выше постановке считается, что электронная  $T_e$  и газовая  $T_a$  температуры от времени  $t$  не зависят.

### 3. Модель с учетом переноса энергии электронами и нагрева газа

При  $d \sim 10$  см и более существенную роль в поддержании разряда играет нагрев газа. В связи с этим для определения диапазона устойчивого горения ВЧЕ-разряда пониженного давления в плазмотроне с большим межэлектродным расстоянием математическая модель должна быть дополнена следующими уравнениями, учитывающими перенос энергии электронами и нагрев газа:

- уравнение электронной теплопроводности

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{3}{2} n_e k T_e \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{5}{2} n_e k T_e V_e - \lambda_e \frac{\partial T_e}{\partial x} \right) = \\ = -e n_e (E V_e) - \frac{3}{2} n_e k (T_e - T_a) \delta \nu_m - I R_1 n_e \nu_i \end{aligned} \quad (7)$$

с граничными условиями

$$T_e(0, t) = T_{эл}(0), \quad T_e(l, t) = T_{эл}(l), \quad (8)$$

где  $I$  – потенциал ионизации,  $V_e = \Gamma_e / n_e$  – электронная скорость дрейфа,  $\lambda_e$  – коэффициент электронной теплопроводности,  $\nu_m = e / (\mu_e m)$  – эффективная частота столкновений электронов с атомами и ионами,  $T_{эл}$  – температура электрода,

$k$  – постоянная Больцмана,  $\delta = 2m/M$ ,  $m$  – масса электрона,  $M$  – масса атома аргона;

- уравнение теплопроводности атомно-ионного газа

$$-\frac{\partial}{\partial x} \left( \lambda_a \frac{\partial T_a}{\partial x} \right) = \langle j_i E \rangle + \frac{3}{2} n_e k \delta \nu_m (\langle T_e \rangle - T_a) \quad (9)$$

с граничными и начальными условиями

$$T_a(0, t) = T_{эл}(0), \quad T_a(l, t) = T_{эл}(l), \quad T_e(x, 0) = T_a(x, 0) = T_{эл}(x, 0), \quad (10)$$

где  $j_i = e \Gamma_+$  – ионный ток,  $\lambda_a = 1.78 \cdot 10^{-2} (T/300)^{0.66}$  Дж/(м·с·К) – коэффициент теплопроводности атомно-ионного газа [7, с. 61], через  $\langle \cdot \rangle$  обозначено усреднение соответствующей величины за период времени, равный  $2\pi/\omega$ .

Коэффициенты переноса  $D_e$ ,  $D_+$  и частота ионизации  $\nu_i$  аппроксимировались аналитическими зависимостями

$$D_e = \frac{k \mu_e T_e}{e}, \quad D_+ = \frac{k B \mu_+ T_a}{e}, \quad \nu_i = \alpha \mu_e |E|,$$

где  $\alpha = \alpha(E/p)$  – коэффициент Таунсенда.

В выражении для коэффициента рекомбинации учитывались фоторекомбинация и тройная ударно-радиационная рекомбинация [5]

$$\beta = 2.7 \cdot 10^{-19} T_e^{-0.75} + 8.75 \cdot 10^{-39} T_e^{-4.5} n_e,$$

где  $T_e$  измеряется в электрон-вольтах.

Построенная математическая модель позволяет оценить в первом приближении основные характеристики положительного столба и СПЗ в плазматроне с большим межэлектродным расстоянием: концентрации электронов, ионов и метастабильных атомов, электронную и газовую температуру, напряженность электрического поля.

#### 4. Модель ВЧЕ-разряда с большим межэлектродным расстоянием

Описанная система краевых и начально-краевых задач не учитывает в полной мере особенности ВЧЕ-разряда. В частности, таунсендовский режим ионизации, согласно [8, 9], не учитывает потери энергии на возбуждение атомов и нагрев газа. Кроме того, эта модель неприменима в случае сильных полей, так в этом случае частота ионизации монотонно нарастает с ростом  $E/p$ , тогда как в очень сильных полях ионизационная способность с ростом поля падает.

В достаточно сильно ионизированной плазме с максвелловской функцией распределения электронов по энергиям частоту ионизации в плазме аргона можно задать в виде [2]

$$\nu_{im} = N_a \bar{\nu} C_i (15.76 + 2kT_e \cdot 6.2 \cdot 10^{18}) \exp(-2.4 \cdot 10^{-18}/(kT_e)) T_e^{-4.5} n_e,$$

где  $N_a = p/(kT_a)$  – концентрация нейтральных атомов,  $\bar{\nu} = (8kT_e/(\pi m))^{1/2}$  – средняя тепловая скорость,  $C_i$  – константа, характеризующая наклон сечения ионизации у порога (для аргона  $C_i = 2 \cdot 10^{-21}$  м<sup>2</sup>/эВ [5, с. 59]).

В области, где действуют неупругие столкновения, спектр значительно обедняется по сравнению с максвелловским, и фактически частота ионизации является значительно меньшей [10]:

$$\nu_i = 0.89 \cdot \left( \frac{3}{2} \right)^{1/3} \cdot \left( \frac{l}{N_a \nu_i \sigma_i} \right)^{2/3} \delta^{2/3} \nu_{im}, \quad \text{где } \sigma_i = C_i I, \quad \nu_{im} = \sqrt{\frac{2I}{m}}.$$

Табл. 1

 Коэффициенты  $R_q$ 

Номер $q$ процесса	Процесс	Коэффициент скорости процесса $R_q$	Источник
1	$\text{Ar}^* + \text{e} \rightarrow \text{Ar}^+ + 2\text{e}$	$10^{-13} \text{ см}^3 \cdot \text{с}^{-1}$	[13]
2	$\text{Ar}^* + \text{Ar}^* \rightarrow \text{Ar}^+ + \text{Ar}^* + \text{e}$	$10^{-9} \text{ см}^3 \cdot \text{с}^{-1}$	[13]
3	$\text{Ar} + \text{e} \rightarrow \text{Ar}^* + \text{e}$	$3.1 \cdot 10^{-11} \text{ см}^3 \cdot \text{с}^{-1}$	[13]
4	$\text{Ar}^* + \text{Ar} \rightarrow 2 \text{Ar}$	$3 \cdot 10^{-15} \text{ см}^3 \cdot \text{с}^{-1}$	[12]
5	$\text{Ar}^* + 2 \text{Ar} \rightarrow \text{Ar}_2 + \text{Ar}$	$1.1 \cdot 10^{-31} \text{ см}^6 \cdot \text{с}^{-1}$	[12]
6	$\text{Ar}^* \rightarrow \text{Ar} + h\nu$	$(2.5 \cdot 10^5 + 5 \cdot 10^4) \text{ с}^{-1}$	[14]
7	$\text{Ar}^* + \text{e} \rightarrow \text{Ar}^r + \text{e}$	$2 \cdot 10^{-7} \text{ см}^3 \cdot \text{с}^{-1}$	[12]
8	Диффузия метастабилей $D_m$	$1.9 \cdot 10^{18} / N \text{ см}^2 \cdot \text{с}^{-1}$	[15]

Здесь  $\text{Ar}^r$ ,  $\text{Ar}^*$ ,  $\text{Ar}^+$ ,  $\text{Ar}_2$  – резонансный и метастабильный атомы, положительный и молекулярный ионы аргона соответственно,  $\text{e}$  – электрон,  $N$  – концентрация нейтральных атомов, рассчитываемая из уравнения  $p = NT_a k$ ,  $h\nu$  – энергия испущенного атомом кванта.

В процессе (6) учитываются переходы электронов как с резонансных, так и с метастабильных уровней, поэтому в третьем столбце указана сумма двух констант.

Концентрация метастабильных атомов аргона играет важную роль в кинетике разряда. Энергии данных состояний достаточно для того, чтобы через различные процессы возбуждения и девозбуждения метастабильных атомов, а также через процессы ступенчатой и пеннинговой ионизации влиять на нагрев газа и электронную температуру, что, свою очередь, может привести к изменению остальных параметров плазмы. Коэффициенты  $R_q$  скорости соответствующих процессов (с номером  $q$ ) приведены в табл. 1.

С учетом сделанных замечаний относительно частоты ионизации и вклада столкновительных процессов математическая модель нестационарной высокочастотной плазмы пониженного давления в плазмотроне с большим межэлектродным расстоянием включает в себя следующие начально-краевые задачи.

1. Краевая задача для уравнения Пуассона (1), (2), описывающая распределение потенциала электрического поля.

2. Модифицированное уравнение непрерывности для электронного газа

$$\frac{\partial n_e}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left( -n_e \mu_e E - D_e \frac{\partial n_e}{\partial x} \right) = n_e \nu_i - \beta n_+ n_e + R_1 n_m n_e + R_2 n_m^2, \quad 0 < x < l, \quad t > 0 \quad (11)$$

с граничными условиями (4).

3. Модифицированное уравнение непрерывности для ионного газа

$$\frac{\partial n_+}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left( n_+ \mu_+ E - D_+ \frac{\partial n_+}{\partial x} \right) = n_e \nu_i - \beta n_+ n_e + R_1 n_m n_e + R_2 n_m^2, \quad 0 < x < l, \quad t > 0 \quad (12)$$

с граничными условиями (6).

4. Уравнение (7) заменяется на уравнение относительно скорости нагревания движущейся частицы электронного газа

$$\frac{3}{2} n_e k \frac{dT_e}{dt} = \frac{\partial}{\partial x} \left( \lambda_e \frac{\partial T_e}{\partial x} \right) - \frac{\partial (p_e V_e)}{\partial x} - e n_e (E V_e) - \frac{3}{2} n_e k (T_e - T_a) \delta \nu_m - \left( I - \frac{3}{2} k T_e \right) n_e \nu_i + I_1 n_m n_e \quad (13)$$

с граничными условиями (8).

Здесь  $\frac{dT_e}{dt} = \frac{\partial T_e}{\partial t} + V_e \frac{\partial T_e}{\partial x}$  – субстанциональная производная,  $p_e = kn_e T_e$  – электронное давление,  $I_1$  – энергия возбуждения первого уровня.

5. Уравнение теплопроводности атомно-ионного газа (9) с граничными и начальными условиями (10).

6. Уравнение баланса метастабильных атомов

$$\frac{\partial n_m}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left( -D_m \frac{\partial n_m}{\partial x} \right) = R_3 N n_e - R_4 N n_m - R_5 N^2 n_m - R_6 n_m - R_1 n_m n_e - R_2 n_m^2 - R_7 n_m n_e \quad 0 < x < l, \quad t > 0 \quad (14)$$

с граничными условиями

$$n_m(0, t) = n_m(l, t) = 0. \quad (15)$$

В качестве начального условия берутся постоянные значения

$$n_m(x, 0) = \text{const}, \quad 0 < x < l.$$

Константа для начального приближения концентрации ионов и электронов рассчитывается из предположения, что в начальный момент времени амбиполярная область примкнула к нагруженному электроду, напряженность электрического поля задается линейно и на нагруженном электроде равна нулю.

## 5. Особенности математической модели

Построенная система краевых и начально-краевых задач характеризуется несколькими особенностями, осложняющими разработку алгоритма и численного метода ее решения.

Во-первых, она состоит из задач разного типа: начально-краевых задач для уравнений с частными производными параболического типа, к которым относятся задачи (11), (4) и (12), (6), а также (14), (15), и краевых задач для обыкновенных дифференциальных уравнений второго порядка, то есть задач (1), (2) и (9), (10), в которых время входит как параметр. Причем если в уравнении Пуассона (1) решение осциллирует с частотой  $\omega$ , то газовая температура характеризуется очень медленным изменением во времени.

Во-вторых, установившееся состояние ВЧ-разряда пониженного давления в данной модели характеризуется периодическим быстро осциллирующим решением в области СПЗ для задач (1), (2) и (11), (4).

В-третьих, характерной особенностью задачи является большие градиенты плотности заряженных частиц и напряженности электрического поля в приэлектродных слоях на границах расчетной области, то есть если в квазинейтральной области для задач мы имеем процесс с доминированием диффузии (регулярно возмущенная задача), то в приэлектродных областях наблюдается случай сильного доминирования конвекции (сингулярно возмущенная задача).

В-четвертых, представленная система задач является нелинейной как по отдельным входящим в нее уравнениям, так и в целом. Например, начально-краевые задачи (13), (8), (9), (10) сильно нелинейны, поскольку коэффициенты при главных членах  $\lambda_e$ ,  $\lambda_a$  зависят от искоемых функций  $T_e$ ,  $T_a$ . Диффузионно-дрейфовые уравнения для  $n_e$ ,  $n_m$  являются нелинейными по правой части. Это накладывает определенные ограничения на выбор начального приближения из-за отсутствия гарантии глобальной сходимости.

Алгоритм и численный метод решения должны учитывать эти особенности.

### Заключение

Таким образом, в результате анализа математических моделей ВЧЕ-разряда пониженного давления в классической постановке (учитывающей потенциал электрического поля, концентрацию электронов и ионов) и с учетом переноса энергии электронами и нагрева нейтральных атомов установлено, что они не дают адекватного описания состояния плазмы в плазмотроне с большим межэлектродным расстоянием. В связи с этим построена математическая модель высокочастотного емкостного разряда пониженного давления, в которой, в отличие от предложенных ранее, учитываются процессы ступенчатой ионизации, передачи энергии от электронов атомам в основном и возбужденном (метастабильном) состояниях, а также влияние метастабильных атомов на распределения заряженных частиц и электронной температуры, поскольку изменение последней оказывает существенное влияние на остальные характеристики плазмы.

Построенная модель характеризуется большим количеством специфических особенностей: наличием областей медленного и быстрого изменения решения как по пространству, так и во времени, сильной нелинейностью и наличием уравнений разного типа (параболических и эллиптических, с параметрической зависимостью от времени). Численные методы решения задачи должны разрабатываться с учетом этих особенностей.

Следует отметить, что предложенная модель актуальна и в случае плазмотронов с небольшим межэлектродным расстоянием, так как позволяет провести более точные расчеты и с различной степенью приближения:

- а) при отсутствии физической диффузии;
- б) без учета нагрева электронного и атомно-ионного газов (классическая диффузионно-дрейфовая модель);
- в) с учетом изменяющихся по пространственной переменной электронной и газовой температур;
- г) с учетом процессов нагрева газа и образования возбужденных атомов, процессов ударной и ступенчатой ионизации.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проекты № 13-01-00908а, 11-01-00864а) и Министерства образования РФ (соглашение № 14.В37.21.1948).

### Summary

*I.Sh. Abdullin, V.S. Zheltukhin, V.Yu. Chebakova, M.N. Shneider.* Modeling of a High-Frequency Capacitive Discharge with a Large Inter-Electrode Distance. I. Statement of the Problem.

We construct a one-dimensional mathematical model of a transient high-frequency low-pressure plasma, which makes it possible to determine the basic characteristics of the plasma in a high-frequency low-pressure capacitive discharge with a large inter-electrode distance and describe the plasma's behavior in the near-electrode regions taking into account the heating of the gas.

**Keywords:** mathematical modeling, high-frequency low-pressure capacitive discharge, electric field strength, electronic and gas temperature, concentration of electrons, ions.

### Литература

1. *Абдуллин И.Ш., Желтухин В.С., Кашанов Н.Ф.* Высоочастотная плазменно-струйная обработка материалов при пониженных давлениях. Теория и практика применения. – Казань: Изд-во Казан. ун-та, 2000. – 348 с.

2. Райзер Ю.П., Шнейдер М.Н., Яценко Н.А. Высоочастотный емкостный разряд: Физика. Техника эксперимента. Приложения. – М.: Изд-во МФТИ, 1995. – 320 с.
3. Леонтович М.А. Вопросы теории плазмы. Выпуск 1. – М.: Госатомиздат, 1963. – 290 с.
4. Днестровский Ю.Н., Костомаров Д.П. Математическое моделирование плазмы. – М.: Наука, 1993. – 336 с.
5. Райзер Ю.П. Физика газового разряда. – М.: Наука, 1987. – 592 с.
6. Митчнер М., Кругер Ч. Частично ионизованные газы. – М.: Мир, 1976. – 496 с.
7. Фастовский В.Г., Ровинский А.Е., Петровский Ю.В. Инертные газы. – М.: Атомиздат, 1972. – 352 с.
8. Лисовский В.А., Харченко Н.Д. Моделирование зажигания разряда низкого давления в комбинированных электрических полях // Вестн. Харьк. нац. ун-та. Сер. физ.: ядра, частицы, поля. – 2010. – Т. 887, № 1 (45). – С. 81–87.
9. Ткачев А.Н., Феденев А.А., Яковленко С.И. Коэффициент Таунсенда, кривая ухода и эффективность формирования пучка убегающих электронов в аргоне // Журн. техн. физики. – 2007. – Т. 77, Вып. 6. – С. 22–27.
10. Райзер Ю.П., Шнейдер М.Н. Продольная структура катодных частей тлеющего разряда // Теплофизика высоких температур. – 1991. – Т. 29, Вып. 6 – С. 1041–1052.
11. Lauro-Taroni L., Turner M.M., Braithwaite N.St.J. Analysis of the excited argon atoms in the GEC RF reference cell by means of one-dimensional PIC simulations // J. Phys. D: Appl. Phys. – 2004. – V. 37, No 16. – P. 2216–2222.
12. LyMBERPOULOS D.P., ECONOMOU D.J. Fluid simulations of glow discharges: Effect of metastable atoms in argon // J. Appl. Phys. – 1993. – V. 73, No 8. – P. 3668–3679.
13. Байсова Б.Т., Струнин В.И., Струнина Н.Н., Худайбергенов Г.Ж. Абсолютные заселенности метастабильных состояний аргона в плазме высоочастотного разряда // Журн. техн. физики. – 2003. – Т. 73, Вып. 8. – С. 30–33.
14. Дятко Н.А., Ионих Ю.З., Мещанов А.В., Напартович А.П. Исследование «темной фазы» на стадии развития положительного столба тлеющего разряда в аргоне // Физика плазмы. – 2005. – Т. 31, № 10. – С. 939–953.
15. Смирнов Б.М. Возбужденные атомы. – М.: Энергоиздат, 1982. – 232 с.

Поступила в редакцию  
03.04.13

---

**Абдуллин Ильдар Шаукатович** – доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой плазменно-химических и нано-технологий высокомолекулярных материалов, Казанский национальный исследовательский технологический университет, г. Казань, Россия.

E-mail: [abdullin\\_i@kstu.ru](mailto:abdullin_i@kstu.ru)

**Желтухин Виктор Семенович** – доктор физико-математических наук, заведующий кафедрой математической статистики, Казанский (Приволжский) федеральный университет, г. Казань, Россия.

E-mail: [vzheltukhin@gmail.com](mailto:vzheltukhin@gmail.com)

**Чебакова Виолетта Юрьевна** – ассистент кафедры математической статистики, Казанский (Приволжский) федеральный университет, г. Казань, Россия.

E-mail: [vchebakova@mail.ru](mailto:vchebakova@mail.ru)

**Шнейдер Михаил Наумович** – доктор физико-математических наук, профессор-исследователь, Принстонский университет, г. Принстон, США.

E-mail: [shneyder@princeton.edu](mailto:shneyder@princeton.edu)