Калибровочный подход в теории тяготения, гравитационное взаимодействие и релятивистская космология

А.В. Минкевич

Белорусский государственный университет, Минск, Беларусь

Варминьско-Мазурский университет в Ольштыне, Польша

Аннотация. Рассматривается трактовка гравитационного взаимодействия на основе принципа локальной калибровочной инвариантности. Обсуждается место и физическая значимость Пуанкаре калибровочной теории тяготения в рамках калибровочного подхода в теории гравитационного взаимодействия. Рассматривается изотропная космология, построенная на основе Пуанкаре калибровочной теории тяготения. Обсуждаются важнейшие физические следствия, связанные с изменением характера гравитационного взаимодействия, с возможным существованием предельной плотности энергии и гравитационным отталкиванием в экстремальных условиях, а также с вакуумным эффектом гравитационного отталкивания.

ключевые слова: *пространство Римана-Картана, кручение, космологическая сингулярность, темная энергия*

1. Введение

В основе современной теории гравитационного взаимодействия лежит общая теория относительности (ОТО) Эйнштейна. Согласно ОТО учет гравитационного взаимодействия приводит к более сложным метрическим свойствам физического пространства-времени, образующего 4-мерный псевдо-риманов континуум. ОТО дает адекватное описание различного рода систем и физических явлений в астрофизике и астрономии, включая наблюдаемую Вселенную как целое. В то же время ОТО сталкивается с некоторыми принципиальными трудностями, появляющимися в определенных условиях при описании гравитирующих систем.

Гравитационное поле, описываемое в ОТО с помощью метрического тензора физического пространства-времени на основе уравнений тяготения Эйнштейна, имеет в качестве своего источника тензор энергии-импульса гравитирующей материи. В случае обычной материи с положительными значениями плотности энергии и давления, гравитационное взаимодействие в рамках ОТО имеет характер притяжения, увеличивающегося с ростом плотности энергии. В конечном итоге это и является причиной появления сингулярных состояний в космологических моделях Большого Взрыва и черных дыр. Наличие в начале стадии расширения в различного рода космологических моделях сингулярного состояния с расходящейся плотностью энергии и сингулярной метрикой ведет к проблеме начала Вселенной во времени - проблеме космологической сингулярности. Следует заметить, что хотя в рамках ОТО гравитационное взаимодействие может иметь характер отталкивания в случае гравитирующей материи с отрицательным давлением (например, скалярные поля в инфляционных моделях), проблема космологической сингулярности не может быть решена в ОТО на основе рассмотрения таких систем: несмотря на появление некоторых регулярных решений, большинство космологических моделей остаются сингулярными.

Другая принципиальная проблема ОТО связана с введением темных составляющих материи с целью объяснения наблюдательных космологических и астрофизических данных. Их объяснение в рамках ОТО приводит к выводу, что около 96% энергии во Вселенной связано с некоторыми гипотетическими видами материи - темной энергией и темной материей, а вклад в энергию обычной барионовой материи составляет лишь около 4%. В результате нынешняя ситуация в космологии и в целом в теории гравитации подобна ситуации, сложившейся в физике в начале XX века, когда было введено понятие эфира с целью объяснения различного рода электромагнитных явлений. Как известно, создание специальной теории относительности позволило решить соответствующие проблемы без использования понятия эфира.

Предпринималось множество попыток с целью решения указанных выше проблем как в рамках ОТО и существующих теорий, претендующих на роль квантовой теории гравитации - теории струн/М-теории и петлевой квантовой теории гравитации, так и различных обобщений Эйнштейновской теории тяготения (см. напр. [1, 2]). Радикальные идеи, связанные с такими понятиями, как струны, дополнительные пространственные измерения, квантование пространства-времени и т.д., использовались в этих работах. Различные гипотетические поля и частицы с необычными свойствами как возможные кандидаты, претендующие на роль темной энергии и темной материи, обсуждались в литературе. Следует при этом заметить, что многие обобщения Эйнштейновской теории тяготения базируются на вводимых ad hoc гипотезах и не имеют под собой солидной теоретической базы.

В то же время существует теория тяготения, построенная на основе общепринятых теоретико-полевых принципов, включая принцип локальной калибровочной инвариатности, являющаяся естественным обобщением ОТО и открывающая возможности для решения ее принципиальных проблем. Это Пуанкаре калибровочная теория тяготения (ПКТТ) - теория тяготения в 4-мерном физическом пространстве-времени, имеющем структуру континуума Римана-Картана U_4. В рамках калибровочного подхода в теории гравитационного взаимодействия ПКТТ является непосредственным и в определенном смысле необходимым обобщением теории тяготения Эйнштейна.

2. Калибровочный подход в теории гравитации и ПКТТ

Принцип локальной калибровочной инвариантности лежит в основе современной теории фундаментальных физических взаимодействий. Данный принцип устанавливает глубокую связь между важнейшими сохраняющимися величинами, существование которых связано согласно теореме Нетер с инвариантностью теории относительно соответствующих групп преобразований, и фундаментальными (калибровочными) физическими полями, имеющими в качестве источников соответствующие сохраняющиеся величины и выступающими в качестве носителей определенных физических взаимодействий. В соответствии с теорией Янга-Миллса схема введения калибровочных полей прозрачна и не вызывает вопросов в случае групп внутренней симметрии в пространстве Минковского, рассматриваемых в теории электрослабого и сильного взаимодействий. Ситуация меняется при переходе к гравитационному взаимодействию, в случае которого калибровочная группа оказывается связанной с координатными преобразованиями и в процессе локализации группы меняется геометрическая структура пространства-времени ‡. На самом деле, если тензор энергии-импульса рассматривать как источник поля тяготения (именно такова ситуация в метрической теории тяготения), гравитационное взаимодействие следует вводить на основе локализации 4-параметрической группы трансляций в пространстве Минковского, инвариантность относительно которой и приводит к введению тензора энергии-импульса и к законам сохранения энергии и импульса. Именно таким путем поле тяготения как симметричное тензорное поле 2-го ранга впервые было введено в статье [4]. Введенное калибровочное поле связывалось с метрическим тензором пространства-времени, имеющего структуру псевдо-риманова континуума. Таким образом, локализация 4-параметрической группы трансляций приводит к теории, ковариантной относительно общих координатных преобразований и представляющей собой метрическую теорию тяготения, которая при соответствующем выборе гравитационного лагранжиана сводится к теории тяготения Эйнштейна. В статье [5] поле тяготения также было введено на основе локализации 4-параметрической группы трансляций, при этом калибровочное поле представлялось как совокупность четырех векторных полей, связанных с ортонормированной тетрадой; соответствующая теория представляет собой теорию тяготения в пространстве абсолютного параллелизма (телепараллелизма). Позднее поле тяготения как калибровочное поле, связанное с 4-параметрической группой трансляций, рассматривалось в работе [6].

Рассмотрим вопрос о роли группы Лоренца в теории тяготения, вводимой на основе локализации 4-параметрической группы трансляций. Речь идет о группе тетрадных лоренцевых преобразований, не связанной с преобразованием координат и присутствующей в теории при наличии в каждой точке пространства-времени ортонормированной тетрады. Поскольку метрический тензор $g_{\mu\nu}$, связанный с ортонормированной тетрадой $h^i{}_\mu$ по формуле $g_{\mu\nu} = \eta_{ik} h^i{}_\mu h^i{}_\nu$ ($\eta_{ik} = diag(1, -1, -1, -1)$ - метрический тензор пространства-времени Минковского, греческие и латинские индексы используются для обозначения голономных и неголономных координат соответственно) инвариантен относительно тетрадных лоренцевых преобразований с произвольными параметрами, тетрадная формулировка метрической теории тяготения, получаемая в результате введения ортонормированной тетрады в каждой точке пространства-времени, инвариантна относительно локализованной группы Лоренца. Это означает, что группа тетрадных лоренцевых преобразований в рамках метрической теории тяготения не играет динамической роли с точки зрения

‡ Обсуждение соответствующих вопросов содержится в [3].

калибровочного подхода. С этим связано также обращение в нуль инварианта Нетер, соответствующего группе Лоренца, в метрической теории тяготения [7]. Что же касается теории тяготения в пространстве абсолютного параллелизма, то данная теория ковариантна лишь относительно тетрадных лоренцевых преобразований с постоянными во всем пространстве параметрами и, с точки зрения калибровочного подхода, представляет собой промежуточный этап на пути построения теории, ковариантной относительно локализованной группы Лоренца. Переход к такой теории достигается благодаря введению калибровочного лоренцева поля, имеющего трансформационные свойства неголономной лоренцевой связности [8]. Трактовка данного поля как независимого динамического поля приводит к теории тяготения в пространстве Римана-Картана, известной в литературе как Пуанкаре калибровочная теория тяготения (Poincaré gauge theory of gravity).

Примечательно, что впервые попытка трактовки гравитационного взаимодействия на основе принципа локальной калибровочной инвариантности была предпринята Р. Утиямой в 1956 году вскоре после построения теории полей Янга-Миллса [8]. В качестве калибровочной группы при этом рассматривалась группа Лоренца. Утияма ввел калибровочное лоренцево поле, и поскольку трансформационные свойства неголономной лоренцевой связности одинаковы в пространстве Римана и в пространстве Римана-Картана, Утияма смог получить гравитационные уравнения Эйнштейна, отождествляя калибровочное лоренцево поле с коэффициентами вращения Риччи риманова пространства. Однако, как было отмечено в статьях [9, 10], подобное отождествление не допустимо, если калибровочное лоренцево поле трактовать как независимое динамическое поле. Кроме того, трактовка поля тяготения как калибровочного поля, соответствующего группе Лоренца, не последовательна, если принять во внимание соответствие между калибровочными полями и их источниками.

Принципиальная значимость ПКТТ в рамках калибровочного подхода в теории гравитационного взаимодействия определяется той ролью, которую играет группа Лоренца в современной физике. Инвариантрость теории относительно группы тетрадных лоренцевых преобразований фактически означает, что локально метрические свойства физического пространства-времени такие же, как и пространства-времени Минковского. Помимо метрических свойств физическое пространство-время обладает свойствами, связанными с наличием кручения у лоренцевой связности, выступающей как фундаментальное физическое поле. Совместно с тетрадой $h^i{}_\mu$ неголомная лоренцева связность $A^{ik}{}_\mu = -A^{ki}{}_\mu$ играют роль независимых переменных поля тяготения. Соответствующие им напряженности - это тензоры кручения $S^i{}_{\mu\nu}$ и кривизны $F^{ik}{}_{\mu\nu}$. Тензор кривизны, являясь напряженностью, соответствующей группе тетрадных лоренцевых преобразований, определяется подобно напряженности калибровочного янгмиллсовского поля. В отличие от кривизны, тензор кручения, будучи напряженностью, соответствующей подгруппе пространственно-временных трансляций, является функцией не только тетрад и их производных, но также калибровочного лоренцева поля (см. ниже), что является отличительной особенностью калибровочной теории, связанной с координатными преобразованиями. Лагранжиан гравитационного поля представляет собой инвариант, построенный из тензоров кривизны и кручения (а также тетрады или метрики). В случае минимальной связи материи с гравитационным полем, определяемой с помощью замены в лагранжиане материи, записанном в пространстве Минковского (в прямоугольной декартовой системе координат инерциальной системы отсчета), частных производных материальных переменных на ковариантные производные, определяемые с помощью полной связности пространства Римана-Картана, в роли источников поля тяготения в гравитационных уравнениях ПКТТ выступают тензор энергии-импульса и тензор спинового момента гравитирующей материи. Простейшая ПКТТ - теория Эйнштейна-Картана - соответствует выбору гравитационного лагранжиана в виде скалярной кривизны пространства-времени U_4. Большой вклад в исследование теории Эйштейна-Картана в связи с попытками решения проблемы космологической сингулярности был внесен польскими физиками (см. [11]. В случае бесспиновой материи гравитационные уравнения теории Эйнштейна-Картана сводятся к уравнениям тяготения Эйнштейна, в случае материи со спином теория Эйнштейна-Картана приводит к линейной связи между кручением пространства-времени и спиновым моментом. Данное обстоятельство послужило причиной широко распространенного в литературе мнения, что кручение порождается спином, а в случае бесспиновой материи должно исчезать. В действительности же данное обстоятельство скорее свидетельствует о вырожденном характере теории Эйштейна-Картана, если учесть, что тензор кручения представляет собой напряженность поля тяготения, соответствующую подгруппе пространственно-временных трансляций и непосредственно связанную с тензором энергии-импульса гравитирующей материи. При включении в гравитационный лагранжиан ПКТТ, подобно теории Янга-Миллса, квадратичных относительно напряженностей инвариантов ситуация нормализуется, и ПКТТ представляет собой теорию тяготения, в рамках которой гравитационное поле описывается посредством взаимодействующих между собой метрики и кручения, источниками которого являются тензор энергии-импульса и тензор спинового момента гравитирующей материи.

Существуют различного рода возможности обобщения ПКТТ, связанные с рассмотрением вместо группы Лоренца других более общих групп, - конформная калибровочная теория, (анти-) де-Ситтеровская калибровочная теория. Весьма общая теория - это аффинно-метрическая калибровочная теория тяготения, в рамках которой связность обладает наряду с кручением также и неметричностью. При соответствующих ограничениях неметричности имеет место теория в пространстве Вейля-Картана. По сравнению с указанными выше теоретически возможными построениями калибровочной теории тяготения принципиальная значимость ПКТТ определяется фундаментальной ролью группы Лоренца в физике, и прежде всего в теории фундаментальных физических взаимодействий.

Большой вклад в развитие ПКТТ внесли работы российских исследователей – проф. Д.Д. Иваненко с его учениками, проф. В.Н. Пономарева и его группы, Б.Н. Фролова и др., а также зарубежных ученых – T.W.B Kibble, D.W. Sciama, F.W. Hehl, J. Nester, M. Blagojević, K. Hayashi, T. Shirafuji и др. (см. [9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18]).

3. Гравитационные уравнения ПКТТ, принцип соответствия ПКТТ теории тяготения Эйнштейна

Как отмечалось выше, в рамках ПКТТ роль гравитационных переменных играют ортонормированная тетрада $h^i{}_\mu$ и неголомная лоренцева связность $A^{ik}{}_\mu = -A^{ki}{}_\mu$, а соответствующие им напряженности - это тензор кручения $S^i{}_{\mu\nu}$ и тензор кривизны $F^{ik}{}_{\mu\nu}$, определяемые как

$$S^i{}_{\mu\,\nu} = \partial_{[\nu}\, h^i{}_{\mu]} - h_{k[\mu} A^{ik}{}_{\nu]}\,,$$

$$F^{ik}{}_{\mu\nu} = 2\partial_{[\mu} A^{ik}{}_{\nu]} + 2A^{il}{}_{[\mu} A^k{}_{|l\,|\nu]}$$

.

Структура гравитационных уравнений ПКТТ зависит от выбора гравитационного лагранжиана $\mathcal{L}_\mathrm{g}$. Поскольку в пространстве U_4 можно построить ряд инвариантов, квадратичных по кривизне и кручению, мы будем использовать достаточно общее выражение $\mathcal{L}_\mathrm{g}$, содержащее помимо скалярной кривизны всевозможные квадратичные инварианты с неопределенными параметрами, предполагающие сохранение пространственной четности

$$\begin{aligned}\mathcal{L}_\mathrm{g} &= f_0\, F + F^{\alpha\beta\mu\nu}\,(f_1\, F_{\alpha\beta\mu\nu} + f_2\, F_{\alpha\mu\beta\nu} + f_3\, F_{\mu\nu\alpha\beta})\\ &+F^{\mu\nu}\,(f_4\, F_{\mu\nu} + f_5\, F_{\nu\mu}) + f_6\, F^2\\ &+S^{\alpha\mu\nu}\,(a_1\, S_{\alpha\mu\nu} + a_2\, S_{\nu\mu\alpha}) + a_3\, S^\alpha{}_{\mu\alpha} S_\beta{}^{\mu\beta},\end{aligned} \tag{1}$$

где $F_{\mu\nu} = F^\alpha{}_{\mu\alpha\nu}$, $F = F^\mu{}_\mu$, f_i $(i = 1, 2, \ldots, 6)$, a_k $(k = 1, 2, 3)$ - неопределенные параметры, $f_0 = (16\pi G)^{-1}$, G - ньютоновская гравитационная постоянная (скорость света в вакууме $c = 1$). Гравитационные уравнения, вводимые на основе интеграла действия $I = \int (\mathcal{L}_g + \mathcal{L}_m)\, h d^4x$, где $h = \det\,(h^i{}_\mu)$ и $\mathcal{L}_m$ - лагранжиан гравитирующей материи, содержат систему 16+24 уравнений, соответствующих гравитационным переменным $h^i{}_\mu$ и $A^{ik}{}_\mu$:

$$\begin{aligned}&\nabla_\nu U_i{}^{\mu\nu} + 2S^k{}_{i\nu} U_k{}^{\mu\nu} + 2(f_0 + 2f_6\, F) F^\mu{}_i\\ &+4f_1\, F_{klim} F^{kl\mu m} + 4f_2\, F^{k[m\mu]l} F_{klim}\\ &+4f_3\, F^{\mu klm} F_{lmik} + 2f_4(F_{ki} F^{k\mu} + F^\mu{}_{kim} F^{km})\\ &+2f_5(F_{ki} F^{\mu k} + F^\mu{}_{kim} F^{mk}) - h_i{}^\mu \mathcal{L}_g = -T_i{}^\mu,\end{aligned} \tag{2}$$

$$\begin{aligned}&4\nabla_\nu[(f_0 + 2f_6\, F) h_{[i}{}^\nu h_{k]}{}^\mu + f_1\, F_{ik}{}^{\nu\mu}\\ &+f_2\, F_{[i}{}^{[\nu}{}_{k]}{}^{\mu]} + f_3\, F^{\nu\mu}{}_{ik} + f_4\, F_{[k}{}^{[\mu} h_{i]}{}^{\nu]} +\\ &+f_5\, F^{[\mu}{}_{[k} h_{i]}{}^{\nu]}] + U_{[ik]}{}^\mu = J_{[ik]}{}^\mu,\end{aligned} \tag{3}$$

где $U_i{}^{\mu\nu} = 2(a_1\, S_i{}^{\mu\nu} - a_2\, S^{[\mu\nu]}{}_i - a_3\, S_\alpha{}^{\alpha[\mu} h_i{}^{\nu]})$, $T_i{}^\mu = -\frac{1}{h}\frac{\delta(h\mathcal{L}_m)}{\delta h^i{}_\mu}$, $J_{[ik]}{}^\mu = -\frac{1}{h}\frac{\delta(h\mathcal{L}_m)}{\delta A^{ik}{}_\mu}$, ∇_ν означает ковариантный оператор, имеющий структуру ковариантной производной, определяемой в случае голономных тензорных индексов с помощью коэффициентов Кристоффеля, а в случае тетрадных тензорных индексов - с помощью неголономной лоренцевой связности $A^{ik}{}_\nu$. Гравитационные уравнения ПКТТ (2)-(3) представляют собой сложную систему дифференциальных уравнений в частных производных с неопределенными параметрами f_i и a_k. Физические следствия, получаемые на основе решения уравнений (2)-(3), существенно зависят от ограничений, накладываемых на параметры f_i и a_k. Некоторые ограничения на эти параметры были получены на основе исследования изотропной космологии, построенной в рамках изучаемой ПКТТ.

С целью установления выполнения принципа соответствия ПКТТ теории тяготения Эйнштейна рассмотрим гравитационные уравнения (2)-(3) в линейном приближении по полю. В соответствии с [18] уравнения (2) с учетом (3) в линейном приближении по метрике и кручению не содержат высших производных метрических функций при выполнении следующих ограничений

$$a = 2a_1 + a_2 + 3a_3 = 0,$$
$$4(f_1 + \frac{f_2}{2} + f_3) + f_4 + f_5 = 0. \qquad (4)$$

При наложении условий (4) уравнения для функций $h_{\mu\nu}$ ($g_{\mu\nu} = \eta_{\mu\nu} + h_{\mu\nu}$) принимают вид

$$G^{(1)}_{\mu\nu} = \frac{1}{2f_0} T^{sym}_{\mu\nu} + \alpha(\eta_{\mu\nu}\Box - \partial_\mu\partial_\nu)T, \qquad (5)$$

где $G^{(1)}_{\mu\nu}$ - тензор Эйнштейна в линейном приближении относительно $h_{\mu\nu}$, $T_{\mu\nu}$ - канонический тензор энергии-импульса в пространстве Минковского, $T = \eta^{\mu\nu}T_{\mu\nu}$, $T^{sym}_{\mu\nu}$ - симметризованный тензор энергии-импульса, определяемый обычным образом через $T_{\mu\nu}$ и тензор спинового момента, $\Box$ - оператор Даламбера, а параметр $\alpha = \frac{f}{3f_0^2}$, где $f = f_1 + \frac{f_2}{2} + f_3 + f_4 + f_5 + 3f_6 > 0$, имеет размерность, обратную размерности плотности энергии. В силу (5) уравнения ПКТТ в линейном приближении практически совпадают с уравнениями тяготения Эйнштейна при выполнении условия $\alpha T \ll 1$. Данное условие ограничивает допустимые значения плотности энергии, если величина α^{-1} соответствует экстремально большим плотностям энергии. Именно такая ситуация имеет место в рамках изотропной космологии, базирующейся на однородных изотропных моделях (ОИМ) с одной функцией кручения, где параметр α определяет шкалу предельной плотности энергии [19, 27]. Заметим, что первое из условий (4) было введено в рамках изотропной космологии с целью исключения высших производных метрики в космологических уравнениях.

Соответствие ПКТТ теории тяготения Эйнштейна в линейном приближении означает, что локально эти теории приводят к идентичным результатам, за исключением систем с экстремально большими плотностями энергии (например, массивных звезд, коллапсирующих в рамках ОТО). Однако, в нелинейном режиме в космологических и астрофизических масштабах выводы ПКТТ и ОТО могут существенно различаться между собой. Данное различие продемонстрировано ниже на примере изотропной космологии, построенной в рамках ПКТТ.

4. ПКТТ и изотропная космология

4.1. Структура тензоров кручения и кривизны в однородном изотропном пространстве

Симметрия пространств (однородные изотропные модели – ОИМ), лежащих в основе изотропной космологии, задается набором шести линейно независимых векторов Киллинга (см. напр. [20]). Тогда в соответствии с уравнениями Киллинга метрика пространства-времени в сопутствующей системе отсчета представляет собой метрику Робертсона-Уолкера, имеющую в сферической системе координат следующий вид

$$g_{\mu\nu} = diag(1, -\frac{R^2}{1-kr^2}, -R^2r^2, -R^2r^2sin^2\theta), \tag{6}$$

где $R(t)$ - масштабный фактор метрики Робертсона-Уолкера, а $k = 0, +1, -1$ для плоских, закрытых и открытых моделей соответственно.

Структура тензора кручения для ОИМ, определяемая из требования обращения в нуль производной Ли относительно векторов Киллинга, задается двумя функциями времени $S_1(t)$ и $S_2(t)$, определяющими следующие неисчезающие компоненты тензора кручения [21, 22] (с голономными индексами):

$$S^1{}_{10} = S^2{}_{20} = S^3{}_{30} = S_1(t), \qquad S_{123} = S_{231} = S_{312} = S_2(t)\frac{R^3r^2}{\sqrt{1-kr^2}}\sin\theta \tag{7}$$

Задавая тетраду, отвечающую метрике Робертсона-Уолкера (6) в диагональном виде, и используя (7), находим компоненты лоренцевой связности и следующие неисчезающие тетрадные компоненты тензора кривизны, обозначаемые значком ˆ :

$$\begin{aligned}
&F^{\hat0\hat1}{}_{\hat0\hat1} = F^{\hat0\hat2}{}_{\hat0\hat2} = F^{\hat0\hat3}{}_{\hat0\hat3} \equiv A_1, \qquad F^{\hat1\hat2}{}_{\hat1\hat2} = F^{\hat1\hat3}{}_{\hat1\hat3} = F^{\hat2\hat3}{}_{\hat2\hat3} \equiv A_2,\\
&F^{\hat0\hat1}{}_{\hat2\hat3} = F^{\hat0\hat2}{}_{\hat3\hat1} = F^{\hat0\hat3}{}_{\hat1\hat2} \equiv A_3, \qquad F^{\hat3\hat2}{}_{\hat0\hat1} = F^{\hat1\hat3}{}_{\hat0\hat2} = F^{\hat2\hat1}{}_{\hat0\hat3} \equiv A_4,\\
&A_1 = \dot H + H^2 - 2HS_1 - 2\dot S_1,\\
&A_2 = \frac{k}{R^2} + (H - 2S_1)^2 - S_2^2,\\
&A_3 = 2\,(H - 2S_1)\,S_2,\\
&A_4 = \dot S_2 + HS_2,
\end{aligned} \tag{8}$$

где $H = \dot R/R$ - параметр Хаббла, а точка означает дифференцирование по времени.

4.2. Обобщение космологических уравнений Фридмана, уравнения для функций кручения ОИМ

Система гравитационных уравнений (2)-(3) для ОИМ сводится к системе 4 дифференциальных уравнений [23]:

$$a\,(H - S_1)\,S_1 - 2bS_2^2 - 2f_0A_2 + 4f\left(A_1^2 - A_2^2\right) + 2q_2\left(A_3^2 - A_4^2\right) = -\frac{\rho}{3}, \tag{9}$$

$$a\left(\dot S_1 + 2HS_1 - S_1^2\right) - 2bS_2^2 - 2f_0\,(2A_1 + A_2) - 4f\left(A_1^2 - A_2^2\right) - 2q_2\left(A_3^2 - A_4^2\right) = p, \tag{10}$$

$$f\left[\dot A_1 + 2H\,(A_1 - A_2) + 4S_1A_2\right] + q_2S_2A_3 - q_1S_2A_4 + \left(f_0 + \frac{a}{8}\right)S_1 = 0, \tag{11}$$

$$q_2\left[\dot{A}_4+2H\left(A_4-A_3\right)+4S_1A_3\right]-4f\,S_2A_2-2q_1S_2A_1-\left(f_0-b\right)S_2=0, \tag{12}$$

где

$$\begin{aligned}
&a=2a_1+a_2+3a_3, \qquad b=a_2-a_1,\\
&f=f_1+\frac{f_2}{2}+f_3+f_4+f_5+3f_6\,,\\
&q_1=f_2-2f_3+f_4+f_5+6f_6, \qquad q_2=2f_1-f_2,
\end{aligned}$$

ρ – плотность энергии, p – давление, а среднее значение спинового момента материи предполагается равным нулю.

Система гравитационных уравнений для ОИМ (9)-(12) позволяет вывести обобщение космологических уравнений Фридмана, а также уравнения для функций кручения S_1 и S_2. При этом будем использовать тождества Бианки для 4-мерного пространства-времени Римана-Картана

$$B^{\sigma ik}=\varepsilon^{\sigma\lambda\mu\nu}\nabla_\lambda F^{ik}{}_{\mu\nu}=0, \tag{13}$$

принимающие в случае ОИМ следующий вид:

$$\begin{aligned}
&\dot{A}_2+2H\left(A_2-A_1\right)+4S_1A_1+2S_2A_4=0,\\
&\dot{A}_3+2H\left(A_3-A_4\right)+4S_1A_4-2S_2A_1=0.
\end{aligned} \tag{14}$$

Без наложения ограничений на неопределенные параметры a, b, f, q_1, q_2 система уравнений (9)-(12) с использованием тождеств Бианки приводит к следующим выражениям функций кривизны A_1 и A_2 [24]

$$\begin{aligned}
A_1=&-\frac{1}{12(f_0+a/8)Z}\Big\{\rho+3p-\frac{2f}{3}F^2+8q_2FS_2^2\\
&-12q_2\left[\left(HS_2+\dot{S}_2\right)^2+4\left(\frac{k}{R^2}-S_2^2\right)S_2^2\right]-\frac{3a}{2}\left(\dot{H}+H^2\right)\Big\},\\
A_2=&\frac{1}{6(f_0+a/8)Z}\Big\{\rho-6(b+a/8)S_2^2+\frac{f}{3}F^2+\frac{3a}{4}\left(\frac{k}{R^2}+H^2\right)\\
&-6q_2\left[\left(HS_2+\dot{S}_2\right)^2+4\left(\frac{k}{R^2}-S_2^2\right)S_2^2\right]\Big\},
\end{aligned} \tag{15}$$

где скалярная кривизна

$$F=\frac{1}{2(f_0+a/8)}\left[\rho-3p-12(b+a/8)S_2^2+\frac{3a}{2}\left(\frac{k}{R^2}+\dot{H}+2H^2\right)\right], \tag{16}$$

а $Z=1+\frac{1}{(f_0+a/8)}\left(\frac{2f}{3}F-4q_2S_2^2\right)$. Тогда обобщение космологических уравнений Фридмана мы получим, подставляя в определение (8) функций A_1 и A_2 их выражения (15), полученные из гравитационных уравнений для ОИМ. Данные уравнения содержат функции кручения S_1 и S_2, которые могут быть получены из гравитационных уравнений при использовании тождеств Бианки (14) и определения функций A_3 и A_4. В результате функция кручения S_1 принимает следующий вид:

$$S_1=-\frac{1}{6(f_0+a/8)Z}\left[f\dot{F}+6(2f-q_1+2q_2)HS_2^2+6(2f-q_1)S_2\dot{S}_2\right], \tag{17}$$

а функция кручения S_2 удовлетворяет дифференциальному уравнению 2-го порядка:

$$q_2\left[\ddot{S}_2+3H\dot{S}_2+\left(3\dot{H}-4\dot{S}_1+4S_1(3H-4S_1)\right)S_2\right]$$
$$-\left[\frac{q_1+q_2}{3}F+(f_0-b)-2(q_1+q_2-2f)A_2\right]S_2\qquad=0. \tag{18}$$

Обобщение космологических уравнений Фридмана для ОИМ в пространстве-времени Римана-Картана не содержит высших производных масштабного фактора R при наложении условия $a=0$. Используя данное ограничение на неопределенные параметры гравитационного лагранжиана, запишет основные соотношения изотропной космологии ПКТТ, базирующейся на общем выражении $\mathcal{L}_{\rm g}$ (1).

Космологические уравнения принимают следующий вид:

$$\frac{k}{R^2}+(H-2S_1)^2=\frac{1}{6f_0Z}\left[\rho+6\left(f_0Z-b\right)S_2^2+\frac{\alpha}{4}\left(\rho-3p-12bS_2^2\right)^2\right]$$
$$-\frac{3\alpha\varepsilon f_0}{Z}\left[\left(HS_2+\dot{S}_2\right)^2+4\left(\frac{k}{R^2}-S_2^2\right)S_2^2\right], \tag{19}$$
$$\dot{H}-2\dot{S}_1+H(H-2S_1)=-\frac{1}{12f_0Z}\left[\rho+3p-\frac{\alpha}{2}\left(\rho-3p-12bS_2^2\right)^2\right]$$
$$-\frac{\alpha\varepsilon}{Z}\left(\rho-3p-12bS_2^2\right)S_2^2+\frac{3\alpha\varepsilon f_0}{Z}\left[\left(HS_2+\dot{S}_2\right)^2+4\left(\frac{k}{R^2}-S_2^2\right)S_2^2\right], \tag{20}$$

где скалярная кривизна $F=\frac{1}{2f_0}(\rho-3p-12bS_2^2)$, $Z=1+\alpha\left(\rho-3p-12\left(b+\varepsilon f_0\right)S_2^2\right)$, а помимо параметров $\alpha=\frac{f}{3f_0^2}$ и b фигурирует также безразмерный параметр $\varepsilon=q_2/f$. В соответствии с (17)-(18) функции кручения определены следующим образом

$$S_1=-\frac{\alpha}{4Z}[\dot{\rho}-3\dot{p}+12f_0(3\varepsilon+\omega)HS_2^2-12(2b-(\varepsilon+\omega)f_0)S_2\dot{S}_2], \tag{21}$$
$$\varepsilon[\ddot{S}_2+3H\dot{S}_2+\left(3\dot{H}-4\dot{S}_1+12HS_1-16S_1^2\right)S_2]$$
$$-\frac{1}{3f_0}[(1-\frac{1}{2}\omega)(\rho-3p-12bS_2^2)+\frac{(1-b/f_0)}{\alpha}+6f_0\omega A_2]S_2=0, \tag{22}$$

где введен безразмерный параметр $\omega=\frac{2f-q_1-q_2}{f}$.

Космологические уравнения (19)-(20) совместно с уравнениями (21)-(22) определяют динамику ОИМ в пространстве-времени Римана-Картана, если известно уравнение состояние системы. При этом необходимо иметь в виду, что материальное содержание и его уравнение состояния меняются в процессе эволюции Вселенной и в случае бесспиновой материи, минимальным образом взаимодействующей с гравитацией, уравнение сохранения для плотности энергии имеет такой же вид, как и в ОТО

$$\dot{\rho}+3H\left(\rho+p\right)=0. \tag{23}$$

Выведенные уравнения изотропной космологии (19)-(22) в общем случае содержат 4 неопределенные параметра: α (или f), b, ε and ω. Данные параметры должны иметь определенные значения в предположении, что ПКТТ – корректная гравитационная теория. Мы можем найти ограничения на неопределенные параметры, анализируя физические следствия изотропной космологии в зависимости от значений неопределенных параметров, при которых эти следствия являются наиболее удовлетворительными и соответствуют наблюдаемым космологическим данным.

4.3. Вакуумный эффект гравитационного отталкивания и ускорение космологического расширения в современную эпоху

Прежде всего рассмотрим поведение космологических решений в асимптотике, где плотность энергии достаточно мала. Легко показать, что при определенных ограничениях на неопределенные параметры космологические уравнения в асимптотике, где плотность энергии достаточно мала, принимают вид уравнений Фридмана с эффективной космологической постоянной, индуцируемой функцией кручения S_2. Для этого требуется, чтобы параметр ε был достаточно мал ($|\varepsilon| \ll 1$) и имело место, по крайней мере, одно из двух ограничений $|\omega| \ll 1$ либо $0 < 1 - \frac{b}{f_0} \ll 1$ и $0 < \omega < 4$ [25]. Тогда функция кручения S_2 в соответствии с (22) принимает вид

$$S_2^2 = \frac{1}{12b}\left[\rho - 3p + \frac{1 - b/f_0}{\alpha}\right], \tag{24}$$

а космологические уравнения преобразуются следующим образом §

$$\frac{k}{R^2} + H^2 = \frac{1}{6f_0}\left[\rho\frac{f_0}{b} + \frac{1}{4\alpha}\left(1 - \frac{b}{f_0}\right)^2\frac{f_0}{b}\right], \tag{25}$$

$$\dot{H} + H^2 = -\frac{1}{12f_0}\left[(\rho + 3p)\frac{f_0}{b} - \frac{1}{2\alpha}\left(1 - \frac{b}{f_0}\right)^2\frac{f_0}{b}\right]. \tag{26}$$

При определенном соотношении между параметрами α и b эффективная космологическая постоянная в уравнениях (25)-(26) совпадает со значением космологической постоянной, принимаемой в ОТО, и эти уравнения для пространственно плоской модели ($k = 0$) совпадают с уравнениями стандартной ΛCDM-модели, если значение слагаемого $\rho(f_0/b)$ в правой части уравнения (15) равняется полной плотности энергии материи, заполняющей Вселенную. Тогда соответствующие решения описывают поведение ускоренно расширяющейся Вселенной в полном соответствии с ΛCDM-моделью. Если параметр α соответствует шкале экстремально больших плотностей энергии, параметр b должен удовлетворять ограничению $0 < 1 - \frac{b}{f_0} \ll 1$. Космологические решения в асимптотике при этом стабильны при выполнении условия $\varepsilon > 0$ [26].

В качестве иллюстрации приведем численное космологическое решение в асимптотике для плоской модели ($k = 0$), заполненной пылевидной материей ($p = 0$)

§ Впервые уравнения в асимптотике (24)-(26) были получены в [23].

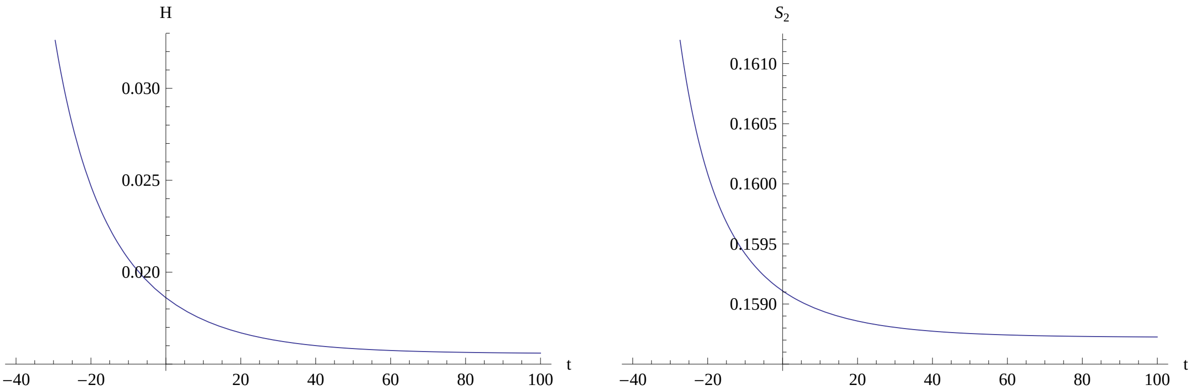

Рис. 1. Поведение безразмерных параметра Хаббла и функции кручения S_2 в асимптотике.

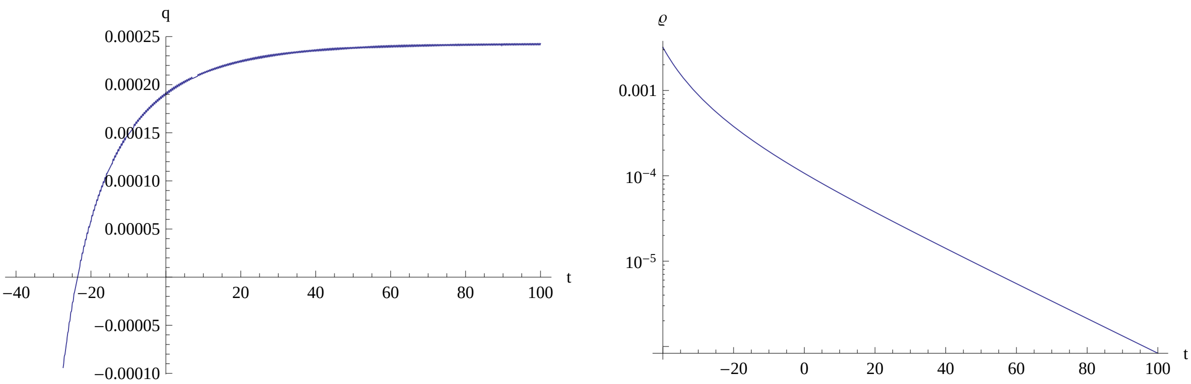

Рис. 2. Поведение безразмерных параметра ускорения и плотности энергии в асимптотике.

[26]. Предварительно уравнения (19)-(23) приведены к безразмерному виду с помощью перехода к безразмерным величинам, обозначаемых посредством значка тильды:

$$\begin{array}{ll} t \to \tilde{t} = t/\sqrt{6f_0\alpha}, & R \to \tilde{R} = R/\sqrt{6f_0\alpha}, \\ \rho \to \tilde{\rho} = \alpha\,\rho, & p \to \tilde{p} = \alpha\,p, \\ S_{1,2} \to \tilde{S}_{1,2} = S_{1,2}\sqrt{6f_0\alpha}, & b \to \tilde{b} = b/f_0, \\ H \to \tilde{H} = H\sqrt{6f_0\alpha}, & \end{array} \tag{27}$$

Численное решение получено при следующем выборе неопределенных параметров и начальных условий, задаваемых в момент времени $\tilde{t_0}$, принадлежащий стадии ускоренного космологического расширения: $\varepsilon = 0.001$, $\omega = 2.5$, $\tilde{b} = 0.98$, $\tilde{H}_0 = 0.0186$, $\tilde{S_{20}} = 0.159$, $\tilde{S'_{20}} = -0.00002399$, $\tilde{\rho}_0 = 0.000107$. Такой выбор начальных условий приводит к соотношению $H^2(t_0)/H^2(\infty) = 1/\Omega_\Lambda = 1/0.7$. На Рис.1 - Рис.2 представлено характерное поведение в асимптотике параметра Хаббла, функции кручения S_2, параметра ускорения $q = R''R/R'^2$ (штрих означает дифференцирование по безразмерному времени) и плотности энергии пылевидной материи (знак тильды на рисунках опущен). Из Рис. 2 для параметра ускорения видно, что в прошлом был момент времени, когда $q = 0$ и переход от стадии замедленного расширения к ускоренному расширению имел место.

Как было показано в [24], физическое пространство-время в вакууме в случае обсуждаемых космологических ОИМ в ПКТТ имеет структуру континуума Римана-Картана с метрикой де Ситтера и неисчезающим кручением (без введения в теорию космологической постоянной), в результате чего вакуум в ПКТТ приобретает динамические свойства, а наблюдаемое ускоренное космологическое расширение в современную эпоху - вакуумное происхождение. Эффект вакуумного гравитационного отталкивания имеет нелинейный характер и проявляется в космологических масштабах.

4.4. Предельная плотность энергии и решение проблемы космологической сингулярности

В рамках ПКТТ важное значение имеет изменение характера гравитационного взаимодействия в случае систем в экстремальных условиях – систем с экстремально большими плотностями энергии (порядка α^{-1}). Эффект гравитационного отталкивания в случае систем в экстремальных условиях имеет важное значение для космологии и астрофизики, предотвращая появление сингулярного состояния с расходящейся плотностью энергии в начале космологического расширения, а также в случае массивных астрофизических объектов, предотвращая их коллапс.

В рамках изотропной космологии вывод о возможности предотвращения сингулярного состояния с расходящейся плотностью энергии в начале космологического расширения был получен ранее при изучении ОИМ с одной функцией кручения [19, 27]. Космологические уравнения для таких ОИМ имеют простой вид и зависят лишь от одного неопределенного параметра α, а регуляризация метрики достигается благодаря появлению предельной плотности энергии, вблизи которой гравитационное взаимодействие имеет характер отталкивания. Однако ОИМ с одной функцией кручения обладают принципиальным недостатком в связи с расходимостью кручения и кривизны в состоянии с предельной плотности энергии. Последовательное же рассмотрение в рамках классической (неквантовой) теории предполагает регулярное поведение всех важнейших характеристик, включая тензоры кручения и кривизны. При этом в рамках ОИМ с одной функцией кручения невозможно объяснить наблюдаемое ускоренное космологическое расширение в современную эпоху без использования понятия темной энергии. Последовательное решение проблемы космологической сингулярности в рамках изотропной космологии может быть получено на основе исследования ОИМ с двумя функциями кручения.

Наиболее простое последовательное решение данной проблемы может быть получено, если положить, что в уравнениях для ОИМ с двумя функциями кручения малый параметр ε вовсе исчезает ($\varepsilon = 0$) [28]. Тогда космологические уравнения (19)-(20) упрощаются и принимают вид

$$\frac{k}{R^2} + (H - 2S_1)^2 - S_2^2 =$$

$$\frac{1}{6f_0Z}\left[\rho-6bS_2^2+\frac{\alpha}{4}\left(\rho-3p-12bS_2^2\right)^2\right], \tag{28}$$

$$\dot{H}+H^2-2HS_1-2\dot{S}_1=$$
$$-\frac{1}{12f_0Z}\left[\rho+3p-\frac{\alpha}{2}\left(\rho-3p-12bS_2^2\right)^2\right], \tag{29}$$

где $Z=1+\alpha\left(\rho-3p-12bS_2^2\right)$. Функция кручения S_1 в соответствии с (21) равна

$$S_1=-\frac{\alpha}{4Z}[\dot{\rho}-3\dot{p}+12f_0\omega HS_2^2-12(2b-\omega f_0)S_2\dot{S}_2]. \tag{30}$$

Функция кручения S_2^2 в силу (22) удовлетворяет квадратичному алгебраическому уравнению, имеющему следующее решение

$$S_2^2=\frac{\rho-3p}{12b}+\frac{1-(b/2f_0)(1+\sqrt{X})}{12b\alpha(1-\omega/4)}, \tag{31}$$

где $X=1+\omega(f_0^2/b^2)[1-(b/f_0)-2(1-\omega/4)\alpha(\rho+3p)]$.

Материальное содержание космологических ОИМ, а также уравнение состояния гравитирующей материи меняются по мере их эволюции, вид уравнения состояния при этом зависит от связи гравитирующей материи с полем тяготения. Для построения инфляционных космологических моделей будем полагать, что на начальных этапах космологического расширения, помимо обычной материи с плотностью энергии $\rho_m>0$ и давлением $p_m\geq 0$, ОИМ содержат также в качестве материальной компоненты скалярное поле ϕ с потенциалом $V=V(\phi)$. В случае минимальной связи с полем тяготения характеристики материальных компонент удовлетворяют таким же уравнениям, как и в ОТО:

$$\dot{\rho}_m+3H\left(\rho_m+p_m\right)=0, \tag{32}$$

$$\ddot{\phi}+3H\dot{\phi}=-\frac{\partial V}{\partial\phi}. \tag{33}$$

Выражения для полной плотности энергии ρ и давления p в уравнениях (28)-(31) имеют вид:

$$\rho=\frac{1}{2}\dot{\phi}^2+V+\rho_m\quad(\rho>0), p=\frac{1}{2}\dot{\phi}^2-V+p_m. \tag{34}$$

Прежде чем переходить к рассмотрению поведения космологических решений в начале космологического расширения представим выражение (30) для функции кручения S_1, получаемое с помощью соотношений (31)-(34) в виде

$$S_1=-\frac{3f_0\omega\alpha}{4bZ}(HD+E), \tag{35}$$

где

$$D=\frac{1}{2}\left(3\frac{dp_m}{d\rho_m}-1\right)\left(\rho_m+p_m\right)$$
$$+\frac{1}{3}\left(\rho_m-3p_m\right)+\frac{2}{3}\dot{\phi}^2+\frac{4}{3}V-\frac{b}{6f_0\alpha(1-\omega/4)}\sqrt{X}$$
$$+\frac{1-\omega(f_0/2b)}{2\sqrt{X}}\Big[\left(3\frac{dp_m}{d\rho_m}+1\right)\left(\rho_m+p_m\right)+4\dot{\phi}^2\Big]$$

$$
\begin{aligned}
&+\frac{1-(b/2f_0)}{3\alpha(1-\omega/4)},\\
&E=\left(1+\frac{1-\omega(f_0/2b)}{\sqrt{X}}\right)\frac{\partial V}{\partial \phi}\dot{\phi},\\
&Z=\frac{-\omega/4+(b/2f_0)(1+\sqrt{X})}{1-\omega/4}.
\end{aligned} \tag{36}
$$

Космологические уравнения (28)-(29) ведут к принципиальным следствиям в поведении ОИМ в начале космологического расширения в экстремальных условиях (экстремально большие плотности энергии и давления). В случае положительных параметров ω $(0<\omega<4)$ и α из условия неотрицательности X следует ограничение для допустимых значений плотности энергии и давления

$$
X=1+\omega(f_0^2/b^2)[1-(b/f_0)-2(1-\omega/4)\alpha(\rho+3p)]\geq 0. \tag{37}
$$

В случае ОИМ, заполненных обычной гравитирующей материей с плотностью энергии ρ_m $(p_m=p_m(\rho_m))$ без скалярных полей равенство, задаваемое посредством (37), определяет предельную, т.е. максимально допустимую плотность энергии ρ_{max}, имеющую порядок величины $(\omega\alpha)^{-1}$. В рамках рассматриваемой классической теории величина ρ_{max} должна быть меньше планковской плотности энергии. Вблизи предельной плотности энергии гравитационное взаимодействие имеет характер отталкивания, обеспечивая регулярное поведение ОИМ относительно плотности энергии, пространственно-временной метрики и параметра Хаббла. В случае моделей, включающих на начальной стадии расширения скалярные поля условие (37) определяет область допустимых значений материальных параметров $(\rho_m,\phi,\dot{\phi})$, ограниченную в пространстве этих параметров поверхностью L, определяемой равенством (37). Наличие данной поверхности обеспечивает регулярное поведение соответствующих ОИМ, включая инфляционные космологические модели. Исследуем поведение ОИМ вблизи предельной плотности энергии или поверхности L $(X\ll 1)$, используя космологическое уравнение (28), приводящее к следующему выражению для параметра Хаббла (при использовании безразмерных величин) [29]:

$$
\begin{aligned}
&H_\pm=H_L\Bigg[1+\frac{\sqrt{X}}{(1-(\omega/2b))\frac{\partial V}{\partial\phi}\phi'}\Big[\frac{\partial V}{\partial \phi}\phi'\mp\\
&\frac{2bZ}{3}[\frac{1}{Z}(\rho_m+\frac{1}{2}\phi'^2+V+\frac{1}{2}(\frac{Z}{b}-1)(\rho_m-3p_m-\phi'^2+4V\\
&+\omega\frac{1-(b/2)(1+\sqrt{X})}{1-\omega/4})+\omega\frac{(1-(b/2)(1+\sqrt{X}))^2}{4(1-\omega/4)^2})\\
&-\frac{k}{R^2}]^{1/2}\Big]\Bigg]\Bigg[1+\frac{2}{(1-\frac{\omega}{2b})[\left(3\frac{dp_m}{d\rho_m}+1\right)(\rho_m+p_m)+4\phi'^2]}\Big[\sqrt{X}(\frac{2bZ}{3}\\
&+\frac{1}{2}\left(3\frac{dp_m}{d\rho_m}-1\right)(\rho_m+p_m)+\frac{1}{3}\left(\rho_m-3p_m\right)+\frac{2}{3}\phi'^2+\frac{4}{3}V+\\
&\frac{\omega(1-b/2)}{3(1-\omega/4)})-X\frac{\omega b}{6(1-\omega/4)}\Big]\Bigg]^{-1},
\end{aligned} \tag{38}
$$

где

$$H_L = \frac{-2\frac{\partial V}{\partial \phi}\phi'}{(3\frac{dp_m}{d\rho_m}+1)(\rho_m+p_m)+4\phi'^2}. \tag{39}$$

В случае ОИМ без скалярных полей параметр Хаббла обращается в нуль при достижении предельной плотности энергии ρ_{max}, H_-- и H_+-решения описывают стадии сжатия и расширения соответственно, а переход от сжатия к расширению (так называемый баунс) происходит при достижении ρ_{max}. В случае присутствия скалярных полей баунс происходит при достижении состояния с $H = 0$, лежащего на соответствующей поверхности, определяемой из космологического уравнения (28). Величина предельной (т.е. максимально достижимой) плотности энергии в данном случае является различной для разных решений, хотя по величине ρ_{max} всегда имеет порядок $(\omega\alpha)^{-1}$.

Анализ поведения космологических решений вблизи L-поверхности (вблизи баунса, когда $X \ll 1$), выполненный на основе использования космологических уравнений (28)-(29), функций кручения (35) и (31), а также уравнений для материальных составляющих, показывает, что все важнейшие характеристики системы F (параметр Хаббла, функции кручения S_1 и S_2, их производные по времени) могут быть представлены в виде

$$F_\pm = F^{(0)} + F^{(1/2)}\sqrt{X} + F^{(1)}X + ..., \tag{40}$$

где коэффициенты разложений $F^{(0)}$, $F^{(1/2)}$, $F^{(1)}$... являются некоторыми регулярными функциями материальных параметров [29]. Примечательной особенностью изотропной космологии, построенной в рамках ПКТТ на основе ОИМ с двумя функциями кручения, является ее полная регулярность. Все космологические решения регулярны не только по метрике с ее производными (параметр Хаббла с его производной по времени), но также относительно кручения и кривизны.

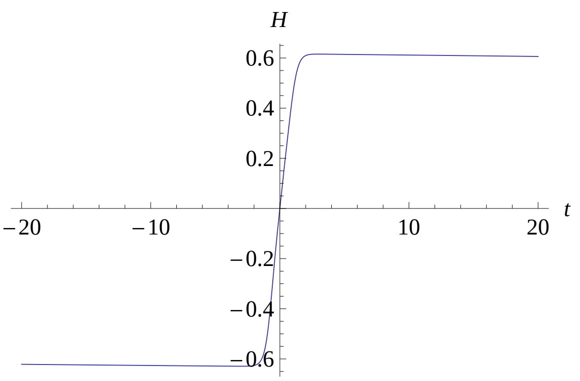

Рис. 3. Поведение H на стадии перехода.

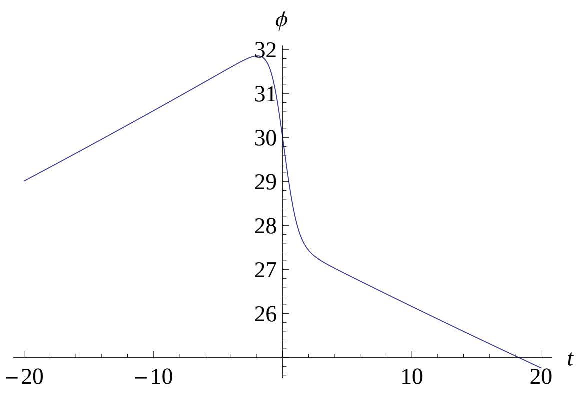

Рис. 4. Поведение поля ϕ на стадии перехода.

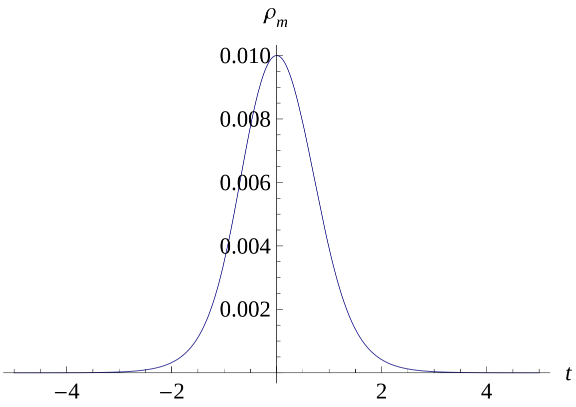

Рис. 5. Поведение ρ_m на стадии перехода .

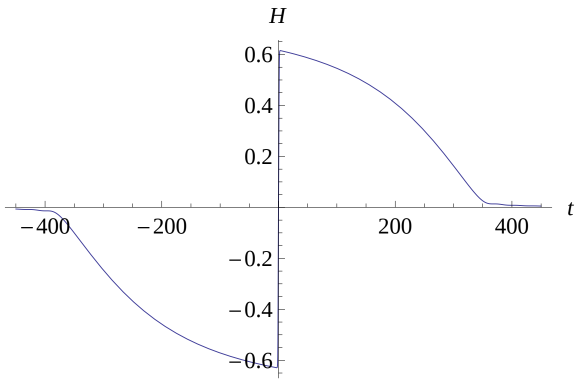

Рис. 6. Поведение H на инфляционной стадии.

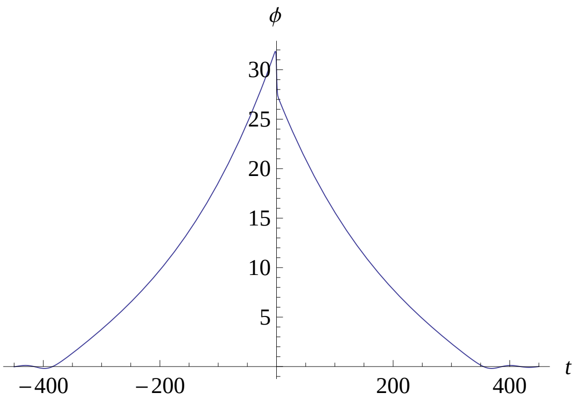

Рис. 7. Поведение ϕ на инфляционной стадии.

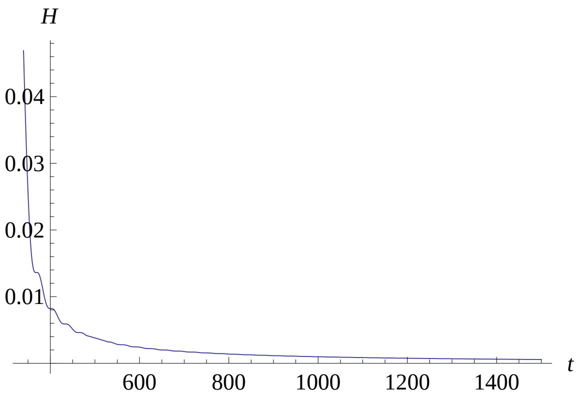

Рис. 8. Поведение H на постинфляционной стадии.

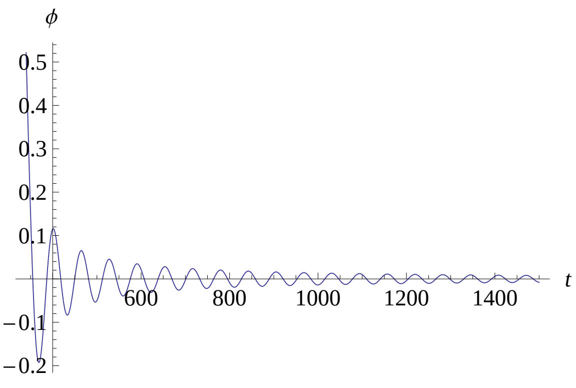

Рис. 9. Поведение ϕ на постинфляционной стадии.

В случае инфляционных моделей со скалярным полем переход от H_--решения к H_+-решению происходит при достижении L-поверхности, на которой параметр Хаббла определяется согласно (39). Баунс в данном случае происходит при достижении экстремальной поверхности, получаемой из космологического уравнения (28), в котором следует положить $H = 0$. Подобно инфляционным космологическим моделям, исследованным в рамках ПКТТ в случае ОИМ с одной функцией кручения S_1 [27, 30, 31], в случае ОИМ с двумя функциями кручения космологические решения могут быть получены с помощью численного интегрирования системы уравнений (29), (32), (33) при задании начальных условий для $(\rho_m, \phi, \dot{\phi})$ на экстремальной поверхности (предполагается, что уравнение состояния $p_m = p_m(\rho_m)$ и вид потенциала V известны). Если начальное значение скалярного поля достаточно велико, космологическое решение включает стадию перехода от сжатия к расширению, инфляционную стадию с медленно убывающими скалярным полем и параметром Хаббла и пост-инфляционную стадию с осциллирующим скалярным полем.

В качестве иллюстрации на Рис.3–Рис.9 приведено численное инфляционное решение, полученное в [32] в случае плоской модели ($k = 0$) при выборе квадратичного потенциала скалярного поля $V = m^2\phi^2/2$ и $p_{\rm m} = \rho_{\rm m}/3$. Численное решение было получено при следующем выборе безразмерных значений неопределенных параметров и начальных условий на экстремальной поверхности $H = 0$: $\tilde{b} = 0.999$, $\omega = 10^{-8}$, $\tilde{m} = 0.1$, $\tilde{\phi}_0 = 30$, $\tilde{\phi}'_0 = -2.14$, $\tilde{\rho}_{m0} = 0.01$ (знак тильды на рисунках опущен).

Физические процессы в начале космологического расширения существенно зависят от величины предельной плотности энергии (предельной температуры), зависящей от значения параметра α. С физической точки зрения, роль инфляционных ОИМ в рамках регулярной изотропной космологии отличается от их роли в рамках стандартного космологического сценария ОТО в связи с отсутствием начала Вселенной во времени. Однако, подобно инфляционной космологии, построенной в рамках метрической теории гравитации, инфляционный сценарий в ПКТТ должен дать объяснение происхождению начальных космологических флуктуаций, которые явились зародышами образования крупномасштабной структуры Вселенной, и информация о которых следует из наблюдений реликтового излучения. В связи с этим заметим, что построение теории флуктуаций в регулярной инфляционной космологии ПКТТ представляет собой чрезвычайно сложную проблему. Помимо сложности уравнений ПКТТ, описание гравитационных флуктуаций является существенно сложнее по сравнению с метрической теорией тяготения. Так, скалярные гравитационные флуктуации в таких моделях, помимо двух калибровочно-инвариантных функций метрических флуктуаций (см. напр. [33]) описываются с помощью шести калибровочно-инвариантных функций флуктуаций тензора кручения.

5. Заключение

Исследования изотропной космологии, построенной в рамках ПКТТ, показывают, что гравитационное взаимодействие в данной теории изменяется по сравнению с ОТО в определенных ситуациях и может иметь характер отталкивания в случае обычных гравитирующих систем с положительными значениями плотности энергии и давления. Эффект гравитационного отталкивания проявляется в экстремальных условиях, а также в ситуации, когда плотность энергии материи чрезвычайно мала и становится существенным вакуумный эффект гравитационного отталкивания. Это позволяет решить проблему космологической сингулярности в изотропной космологии, а также объяснить наблюдаемое ускоренное космологическое расширение в современную эпоху, не используя понятия темной энергии. Подобное изменение гравитационного взаимодействия связано с более сложной структурой физического пространства-времени, а именно, с его кручением. Большой интерес представляет изучение характера гравитационного взаимодействия в астрофизических масштабах. Эффект гравитационного отталкивания в экстремальных условиях должен предотвращать коллапс массивных объектов в галактиках и образование черных дыр [34]. Исследование гравитационного взаимодействия в астрофизических масштабах в рамках ПКТТ представляет также большой интерес в связи с проблемой темной материи.

[1] Novello M. and Perez Bergliaffa S.A., *Bouncing cosmologies*, Phys. Rept., **463**, 127-213 (2008). (Preprint ArXiv:0802.1634 [astro-ph]).

[2] Minkevich A.V., *Gravitational interaction and Poincare gauge theory of gravity*, Acta Physica Polonica B, **40**, 229-239, (2009).

[3] Минкевич А.В., *Калибровочный подход в теории тяготения, физическое пространство-время и гравитационное взаимодействие*, Пространство, время и фундаментальные взаимодействия, вып.1, 62-72 (2012).

[4] Минкевич А.В. *Гравитационное поле и принцип локальной инвариантности*, Известия АН БССР, сер. физ.-мат. наук, No 4, 117-119 (1966).

[5] Hayashi K., Nakano T. *Extended translation invariance and associated gauge fields*, Progr. Theor. Phys., **38**, 491-507 (1967).

[6] Utiyama R., Fukuyama T., *Gravitational field as a generalized gauge field*, Progr. Theor. Phys., **45**, 612-627 (1971).

[7] Минкевич А.В., Кудин В.И., *Калибровочные поля и группа Лоренца*, Acta Physica Polonica B, **5**, 335-343 (1974).

[8] Utiyama R., *Invariant theoretical interpretation of interactions*, Phys. Rev., **101**, 1597-1607 (1956).

[9] Kibble T.W.B. *Lorentz invariance and the gravitational field*, Journal of Mathematical Physics, **2**, 212-221 (1961).

[10] Бродский А.М., Иваненко Д., Соколик Г.А., *Новая трактовка гравитационного поля*, ЖЭТФ, **41**, 1307-1309 (1961).

[11] Trautman A. *The Einstein-Cartan theory*, In: Encyclopedia of Mathematical Physics, Vol. 2, J.-P. Francoise et al. (eds.) (Elsevier, Oxford, 2006), pp. 189-195.

[12] Д.Д. Иваненко, П.И. Пронин, Г.А. Сарданашвили, *Калибровочная теория гравитации*, М.: из-во МГУ, 1985.

[13] Пономарев В.Н., Барвинский А.О., Обухов Ю.Н., *Геометродинамические методы и калибровочный подход в теории гравитациию*, М.: Энергоатомиздат, 1984.

[14] Frolov B.N., *On foundations of Poncaré-gauged theory of gravity*, **10**, 116-120 (2004).

[15] Sciama D.W., *On the analogy between charge and spin in general relativity*, In: Recent Developments in General Relativity, Festschrift for Infeld (Pergamon Press, Oxford; PWN, Warsaw, 1962) P. 415-439.

[16] F.W. Hehl, P. von der Heyde, G.D. Kerlik, and J.M. Nester, *General relativity with spin and torsion: Foundations and prospects,* Rev. Mod. Phys., **48**, 393 (1976).

[17] M. Blagojević, *Gravitation and Gauge Symmetries*, IOP Publishing, Bristol, 2002.

[18] K. Hayashi and T. Shirafuji, *Gravity from Poincaré Gauge Theory of the Fundamental Particles. I — General Formulation, Prog. Theor. Phys.* **64** (1980) 866; *Gravity from Poincaré Gauge Theory of the Fundamental Particles. II — Equations of Motion for Test Bodies and Various Limits, Prog. Theor. Phys.* **64** (1980) 883; *Gravity from Poincaré Gauge Theory of the Fundamental Particles. III — Weak Field Approximation, Prog. Theor. Phys.* **64** (1980) 1435; *Gravity from Poincaré Gauge Theory of the Fundamental Particles. IV — Mass and Energy of Particle Spectrum, Prog. Theor. Phys.* **64** (1980) 2222.

[19] Minkevich A.V., *Generalised cosmological Friedmann equations without gravitational singularity*, Physics Letters A., **80**, No. 4, 232-234 (1980).

[20] С. Вейнберг, *Гравитация и космология*, Мир, Москва, 1975.

[21] В.И. Кудин, А.В. Минкевич, Ф.И. Федоров, *О пространственно-временных симметриях в калибровочной теории гравитации*, ВИНИТИ, No 3794-79, Минск (1979) 12 с.

[22] M. Tsamparlis, Physics Letters A, **75**, 27 (1979).

[23] A.V. Minkevich, A.S. Garkun and V.I. Kudin, *Regular accelerating Universe without dark energy in Poincaré gauge theory of gravity, Class. Quantum Grav.* **24** (2007) 5835 [arXiv:0706.1157].

[24] Minkevich A.V., *De Sitter spacetime with torsion as physical spacetime in the vacuum and isotropic cosmology*, Modern Physics Letters A, **26**, No. 4, 259-266 (2011) (Preprint Arxiv:1002.0538 [gr-qc]).

[25] Минкевич А.В., *Пуанкаре калибровочная теория тяготения, гравитационное взаимодействие и регулярная ускоренно-расширяющаяся Вселенная*, Труды Международного семинара "Нелинейные поля в теории гравитации и космологии"и Российской школы "Математическое и компьютерное моделирование фундаментальных объектов и явлений Казань, 2013, с. 69-73.

[26] A.S. Garkun, V.I. Kudin and A.V. Minkevich, *To theory of asymptotically stable accelerating Universe in Riemann-Cartan spacetime*, prepared for JCAP, 2014.

[27] Minkevich A.V. *Gauge approach to gravitation and regular Big Bang theory*, Gravitation&Cosmology, **12**, 11–21 (2006).

[28] Minkevich A.V., *Limiting energy density and a regular accelerating Universe in Riemann-Cartan spacetime*, Письма в ЖЭТФ, **94**, No 12, 913-917 (2011); JETP Letters, **94**, No. 12, 831-836 (2011).

[29] A.V. Minkevich, *On theory of regular accelerating Universe in Riemann-Cartan spacetime, Mod. Phys. Lett. A* **28**, No. 21 (2013) 1350090 [arXiv:1309.6075].

[30] Minkevich A.V., *On gravitational repulsion effect at extreme conditions in gauge theories of gravity*, Acta Physica Polonica B, **38**, 61–72 (2007) (Preprint gr-qc/0512123).

[31] Minkevich A.V. and Garkun A.S., *Analysis of inflationary cosmological models in gauge theories of gravitation*, Classical and Quantum Gravity, **23**, 4237–4247 (2006) (Preprint gr-qc/0512130).

[32] Minkevich A.V., Garkun A.S., Kudin V.I., *On some physical aspects of isotropic cosmology in Riemann-Cartan spacetime*, JCAP, 03, 40 (2013) (Preprint Arxiv: 1302.2578 [gr-qc]).

[33] V. Mukhanov, *Physical Foundations of Cosmology*, Cambridge University Press, New York, 2005.

[34] Minkevich A.V., Garkun A.S., Kudin V.I., Vasilevski Yu.G., *Limiting energy density and a regular gravitating spherically symmetric objects in Riemann-Cartan spacetime*, Rusgrav-15, Abstractrs Reports, p.51-52.