

О. Звелто

# Принципы лазеров

Издание третье, переработанное  
и дополненное

Перевод с английского  
Е. В. Сорокина, И. Т. Сорокиной  
и К. Ф. Шпилова  
под редакцией  
Т. А. Шмаонова



Москва «Мир» 1990

ББК 22.543  
343  
УДК 681.7.069.24

**Звелто О.**

**343** Принципы лазеров: Пер. с англ.— 3-е перераб. и доп. изд. — М.: Мир, 1990. — 560 с., ил.

ISBN 5-03-001053-X

Написанная известным итальянским физиком и педагогом книга учебного характера представляет собой существенно дополненное и переработанное издание книги «Принципы лазеров» («Мир», 1984). В ней рассматриваются физические основы действия различных современных лазеров (СО<sub>2</sub>-лазеров, рентгеновских, лазеров на свободных электронах и т. д.). Каждая глава снабжена задачами.

Для студентов, аспирантов, преподавателей, инженеров и научных работников, применяющих лазеры в своих исследованиях.

3  $\frac{1604060000-325}{041(01)-90}$  50—90

**ББК 22.543**

*Редакция литературы по физике и астрономии*

ISBN 5-03-001053-X (русск.)  
ISBN 0-306-42967-5 (англ.)

© 1989 Plenum Press, New York  
© перевод на русский язык, Сорокина  
И. Т., Сорокин Е. В., Шипилов К. Ф.,  
1990

## Предисловие редактора перевода

Книга проф. Орацио Звелто, известного итальянского ученого, одного из пионеров исследований в новой области фундаментальной и прикладной физики — квантовой электронике, родившейся тридцать лет назад, дает последовательное изложение основ физики лазеров. Большой опыт автора — ученого и педагога — позволил ему отобрать наиболее существенное и представить материал таким образом, что книга легко воспринимается как студентом, усвоившим курсы общей физики и квантовой механики, так и опытным научным работником и инженером, для которых она может служить справочным пособием.

В нашей стране это учебное пособие выдержало уже два издания (О. Звелто, Физика лазеров.— М.: Мир, 1979; О. Звелто, Принципы лазеров.— М.: Мир, 1984). Оба издания были раскуплены сразу же после выхода их в свет. Книга получила заслуженное признание в университетах, технических вузах и многочисленных научно-исследовательских учреждениях страны.

С момента появления первого издания прошло десять лет. Для лазеров это был период закрепления позиций в приложениях, что обусловило необходимость изучения лазеров специалистами самых областей знания. Лазеры стали необходимым элементом в таких жизненно важных областях, как световодная связь, технология обработки материалов, микроэлектроника, медицина, научные исследования, в частности космические исследования, и т. п. Без применения лазерных приборов теперь невозможно представить себе ни современную науку, ни передовую технологию.

Успех книги объясняется, по-видимому, и тем обстоятельством, что автор работал над ней непрерывно в течение почти двух последних десятилетий, и представляемое читателю 3-е издание отражает как сам прогресс в физике и принципах конструирования лазеров, так и потребности читателей. Последнее в большей степени связано с тем, что проф. Звелто — блестящий педагог — читает курс лекций по лазерам в Миланском политехническом институте (Италия) и одновременно ведет

большую научную работу, возглавляя Научный лазерный центр этого института, который активно сотрудничает с промышленностью.

Следует заметить, что в первом и втором изданиях книги была глава о применениях лазеров. В третьем издании автор от нее отказался. Такое решение, по-видимому, было неизбежным, поскольку дать представление на серьезном уровне об обширных применениях лазеров в одной главе практически уже невозможно. Это тема отдельного, не менее объемного курса.

В своем предисловии автор четко охарактеризовал основные отличия содержания нового издания от предыдущего. Можно добавить лишь, что в 3-м издании рассмотрение полуклассической теории лазерного излучения перенесено в Приложение к книге. Это по крайней мере должно также способствовать общей стройности изложения теоретических основ. Хотя структура книги во всех трех изданиях одна и та же, 3-е издание столь существенно переработано, что его можно считать новой книгой.

Данное издание будет полезно очень широкому кругу лиц: студентам, преподавателям, научным работникам, инженерам-исследователям, а также разработчикам различных систем.

Хотелось бы поблагодарить автора книги и издательство «Плиnum Пресс» за внимание к подготовке 3-го издания книги на русском языке, выразившееся, в частности, в присылке гранок до выхода в свет издания на английском языке.

Перевод выполнен научными сотрудниками Института общей физики АН СССР Сорокиной И. Т. (гл. 5, 6, 8 и Приложение), Сорокиным Е. В. (предисловие, гл. 2—4, ответы к задачам) и Шипиловым К. Ф. (гл. 1 и 7).

*Т. А. Шмаонов*

...Laser... inter eximia naturae dona numeratum plurimis compositionibus inseritur

...Лазер — один из чудеснейших даров природы, имеющий множество применений. *Плиний Старший*. «Естественная история», XXII, 49 (I в. н. э.)

### *Лазер во времена греко-римской цивилизации (пояснение к цитате из Плиния Старшего)*

В период греко-римской цивилизации (ориентировочно начиная с 6 в. до н. э. и кончая 2 в. н. э.) лазер был широко известен и весьма прославлялся. В отличие от современного лазера это было в действительности растение, обладавшее, впрочем, не менее замечательными свойствами. Это растение (относившееся, возможно, к зонтичным) в диком виде встречалось на большой территории около г. Кирены (в настоящее время принадлежит Ливии). Иногда это растение именовали также *Laserpitium* и за почти чудодейственные свойства считали божьим даром. Оно применялось для лечения множества болезней — от простуды до различных эпидемических заболеваний. Его использовали как противоядие против укуса змей, скорпионов или при попадании в тело отравленной стрелы. Благодаря своим прекрасным вкусовым качествам это растение употребляли в качестве изысканной приправы в самой лучшей кухне. Оно представляло собой столь большую ценность, что считалось основным источником процветания Кирены; его вывозили как в Грецию, так и в Рим. В период римского господства это была единственная дань, которую жители Кирены платили римлянам, хранившим лазер в своих сундуках вместе с золотыми слитками. Возможно, лучшим свидетельством существования лазера (растения) является его изображение на известной чаше Арцесилао (эта чаша хранится теперь в музее г. Кирены, Ливия), на которой можно видеть, как носильщики грузят лазер на корабль под наблюдением короля Арцесилао. И греки, и римляне пытались выращивать лазер в различных частях Апулии и Ионии (на юге Италии), но это им не удалось сделать. Впоследствии лазер встречался все реже и реже и, по-видимому, около 2 в. н. э. исчез навсегда. С тех пор, несмотря на то что предпринимались большие усилия найти лазер в пустынях к югу от Кирены, он так и не был обнаружен и, таким образом, останется утраченным сокровищем греко-римской цивилизации.

## Предисловие к третьему изданию

Данное третье издание является существенно обновленной версией предыдущего и предпринято в связи с многочисленными и значительными успехами, достигнутыми в области лазеров со времени выхода в свет второго издания в 1982 г.<sup>1)</sup> Тем не менее основная идея книги, состоящая в том, чтобы дать всеобъемлющее и единое описание процессов в лазерах на простейшем уровне, который еще согласуется с правильной физической картиной, осталась без изменения. Сохранена также и общая организация книги, которая, таким образом, предназначена в равной степени для аудиторных и самостоятельных занятий студентов инженерных, физических и химических специальностей, заинтересованных в понимании принципов работы лазеров.

Основные дополнения, внесенные в данное издание, состоят в следующем:

1. Добавлены новые разделы, в которых рассматриваются различные типы лазеров, в частности рентгеновский лазер, новые твердотельные лазеры, в том числе лазер на александрите, и в значительной степени расширено описание полупроводниковых лазеров.

2. Более подробно изучается режим синхронизации мод, включены новые разделы, касающиеся лазеров с «разгрузкой резонатора» и методов сжатия оптического импульса.

3. Дается более глубокое и существенно менее сложное описание когерентных и статистических свойств лазерного излучения в сравнении с обычным светом.

4. Приводится значительно более глубокое рассмотрение физики газового разряда.

Другие важные дополнения включают в себя некоторые разделы традиционной оптики (например, метод матрицы лучей, интерферометр Фабри — Перо и многослойные диэлектрические зеркала), описание распространения гауссова пучка (закон *ABCD*) и теорию релаксации колебаний и активной синхронизации мод.

---

<sup>1)</sup> В переводе на русский язык эта книга вышла в свет в 1984 г.: О. Звелто. Принципы лазеров. — М.: Мир, 1984. — Прим. ред.

Несмотря на то что в результате всего этого объем книги заметно увеличился, новое издание, как я надеюсь, будет лучше выполнять роль общего введения в область лазеров.

Мне приятно выразить признательность друзьям и коллегам, предложения в помощи и поддержка которых, несомненно, способствовали улучшению книги во многих отношениях. Это Родольфо Бонифачио, Ян У. Бойд, Ричард К. Чен, Витторио Деджорджо, Ричард Х. Пантелл, Фриц П. Шефтер, Ян Дж. Сполдинг и Борис Стойчефф. Я хочу также поблагодарить за критическое редактирование Дэвида С. Ханну, который сделал гораздо больше, чем просто перевел книгу. Большую помощь оказал также П. Лапорта, внимательно прочитавший книгу и внесший критические замечания. Наконец, я хочу поблагодарить Данте Чиньи за любезно предоставленный мне материал относительно истории «лазера» в период греко-римской цивилизации.

Милан

*Орацио Звелто*

# 1

## Введение

### 1.1. Спонтанное и вынужденное излучение; поглощение

*Квантовую электронику* можно определить как раздел электроники, в котором фундаментальную роль играют явления квантового характера. Настоящая книга посвящена рассмотрению частного аспекта квантовой электроники, а именно описанию физических принципов действия лазеров и их характеристик. Прежде чем заняться детальным обсуждением предмета, целесообразно уделить некоторое внимание элементарному рассмотрению идей, на которых основаны лазеры.

В лазере используются три фундаментальных явления, происходящих при взаимодействии электромагнитных волн с веществом, а именно процессы спонтанного и вынужденного излучения и процесс поглощения.

#### 1.1.1. Спонтанное излучение (рис. 1.1, а)

Рассмотрим в некоторой среде два энергетических уровня 1 и 2 с энергиями  $E_1$  и  $E_2$  ( $E_1 < E_2$ ). В последующем рассмотрении это могут быть любые два уровня из неограниченного набора уровней, свойственных данной среде. Однако удобно принять уровень 1 за основной. Предположим, что атом (или молекула) вещества находится первоначально в состоянии, соответствующем уровню 2. Поскольку  $E_2 > E_1$ , атом будет стремиться перейти на уровень 1. Следовательно, из атома должна выделиться соответствующая разность энергий  $E_2 - E_1$ . Когда эта энергия высвобождается в виде электромагнитной волны, процесс называют спонтанным излучением. При этом частота  $\nu$  излученной волны определяется формулой (полученной Планком)

$$\nu = (E_2 - E_1)/h, \quad (1.1)$$

где  $h$  — постоянная Планка. Таким образом, спонтанное излучение характеризуется испусканием фотона с энергией  $h\nu = E_2 - E_1$  при переходе атома с уровня 2 на уровень 1 (рис. 1.1, а). Заметим, что спонтанное излучение только один из двух возможных путей перехода атома из одного состояния в другое. Переход может происходить также и безызлучательным

путем. В этом случае избыток энергии  $E_2 - E_1$  выделяется в какой-либо иной форме (например, разность энергии может перейти в кинетическую энергию окружающих молекул).

Вероятность спонтанного излучения можно определить следующим образом. Предположим, что в момент времени  $t$  на уровне 2 находятся  $N_2$  атомов (в единице объема). Скорость перехода  $(dN_2/dt)_{\text{спонт}}$  этих атомов вследствие спонтанного излучения на нижний уровень, очевидно, пропорциональна  $N_2$ . Следовательно, можно написать

$$(dN_2/dt)_{\text{спонт}} = -AN_2. \quad (1.2)$$

Множитель  $A$  представляет собой вероятность спонтанного излучения и называется коэффициентом Эйнштейна  $A$  (выражение

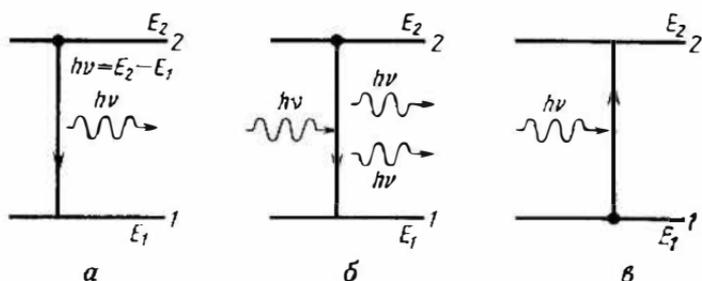


Рис. 1.1. Схематическое представление трех процессов. а — спонтанное излучение; б — вынужденное излучение; в — поглощение.

для  $A$  впервые было получено Эйнштейном из термодинамических соображений). Величину  $\tau_{\text{спонт}} = 1/A$  называют спонтанным временем жизни. Численное значение величины  $A$  (и  $\tau_{\text{спонт}}$ ) зависит от конкретного перехода, участвующего в излучении.

### 1.1.2. Вынужденное излучение (рис. 1.1, б)

Предположим снова, что атом первоначально находится на верхнем уровне 2 и на вещество падает электромагнитная волна с частотой  $\nu$ , определяемой выражением (1.1) (т. е. с частотой, равной частоте спонтанно испущенной волны). Поскольку частоты падающей волны и излучения, связанного с атомным переходом, равны друг другу, имеется конечная вероятность того, что падающая волна вызовет переход ( $2 \rightarrow 1$ ) атома с уровня 2 на уровень 1. При этом разность энергий  $E_2 - E_1$  выделится в виде электромагнитной волны, которая добавится к падающей. Это и есть явление вынужденного излучения. Между процессами спонтанного и вынужденного излучения имеется существенное отличие. В случае спонтанного излучения атом

испускает электромагнитную волну, фаза которой не имеет определенной связи с фазой волны, излученной другим атомом. Более того, испущенная волна может иметь любое направление распространения. В случае же вынужденного излучения, поскольку процесс инициируется падающей волной, излучение любого атома добавляется к этой волне в той же фазе. Падающая волна определяет также направление распространения испущенной волны.

Процесс вынужденного излучения можно описать с помощью уравнения

$$(dN_2/dt)_{\text{вын}} = -W_{21}N_2, \quad (1.3)$$

где  $(dN_2/dt)_{\text{вын}}$  — скорость перехода  $2 \rightarrow 1$  за счет вынужденного излучения, а  $W_{21}$  — вероятность вынужденного перехода. Как и коэффициент  $A$ , определяемый выражением (1.2), величина  $W_{21}$  имеет также размерность (время)<sup>-1</sup>. Однако в отличие от  $A$  вероятность  $W_{21}$  зависит не только от конкретного перехода, но и от интенсивности падающей электромагнитной волны. Точнее, для плоской волны, как будет показано ниже, можно написать

$$W_{21} = \sigma_{21}F; \quad (1.4)$$

здесь  $F$  — плотность потока фотонов в падающей волне, а  $\sigma_{21}$  — величина, имеющая размерность площади (она называется сечением вынужденного излучения) и зависящая от характеристик данного перехода.

### 1.1.3. Поглощение (рис. 1.1, в)

Предположим теперь, что атом первоначально находится на уровне 1. Если это основной уровень, то атом будет оставаться на нем до тех пор, пока на него не подействует какое-либо внешнее возмущение. Пусть на вещество падает электромагнитная волна с частотой  $\nu$ , определяемой выражением (1.1). В таком случае существует конечная вероятность того, что атом перейдет на верхний уровень 2. Разность энергий  $E_2 - E_1$ , необходимая для того, чтобы атом совершил переход, берется из энергии падающей электромагнитной волны. В этом заключается процесс поглощения.

По аналогии с (1.3) вероятность поглощения  $W_{12}$  определяется уравнением

$$dN_1/dt = -W_{12}N_1, \quad (1.5)$$

где  $N_1$  — число атомов в единице объема, которые в данный момент времени находятся на уровне 1. Кроме того, так же,

как и в выражении (1.4), можно написать

$$W_{12} = \sigma_{12} F; \quad (1.6)$$

здесь  $\sigma_{12}$  — некоторая характерная площадь (сечение поглощения), которая зависит только от конкретного перехода.

В предыдущих разделах были даны основные понятия процессов спонтанного и вынужденного излучений, а также поглощения. На языке фотонов эти процессы можно описать следующим образом (рис. 1.1): 1) в процессе спонтанного излучения атом, испуская фотон, переходит с уровня 2 на уровень 1; 2) в процессе вынужденного излучения падающий фотон вызывает переход  $2 \rightarrow 1$ , в результате чего мы получаем два фотона (падающий плюс испущенный); 3) в процессе поглощения падающий фотон поглощается, вызывая переход  $1 \rightarrow 2$ . Следует отметить, что  $\sigma_{12} = \sigma_{21}$ , как показал Эйнштейн еще в начале XX в. Это означает, что вероятности вынужденного излучения и поглощения равны друг другу. Поэтому в дальнейшем мы будем писать  $\sigma_{12} = \sigma_{21} = \sigma$ , понимая под  $\sigma$  сечение данного перехода<sup>1)</sup>. Число атомов в единице объема, находящихся на данном энергетическом уровне, будем называть *населенностью* этого уровня.

## 1.2. Принцип работы лазера

Рассмотрим в какой-либо среде два произвольных энергетических уровня 1 и 2 с соответствующими населенностями  $N_1$  и  $N_2$ . Пусть в этой среде в направлении оси  $z$  распространяется плоская волна с интенсивностью, соответствующей плотности потока фотонов  $F$ . Тогда в соответствии с выражениями (1.3) — (1.6) изменение плотности потока  $dF$ , обусловленное как процессами вынужденного излучения, так и процессами поглощения, в слое  $dz$  (заштрихованная область на рис. 1.2) определяется уравнением

$$dF = \sigma F (N_2 - N_1) dz. \quad (1.7)$$

Из уравнения (1.7) следует, что в случае  $N_2 > N_1$  среда ведет себя как усиливающая (т. е.  $dF/dz > 0$ ), а в случае  $N_2 < N_1$  — как поглощающая. Известно, что при термодинамическом равновесии населенности энергетических уровней описываются статистикой Больцмана. Так, если  $N_1^e$  и  $N_2^e$  — населенности двух уровней при термодинамическом равновесии, то мы имеем

$$N_2^e/N_1^e = \exp[-(E_2 - E_1)/kT], \quad (1.8)$$

<sup>1)</sup> Настоящее рассмотрение применимо только к невырожденным уровням. По поводу вырожденных уровней читатель может обратиться к разд. 2.8.

где  $k$  — постоянная Больцмана, а  $T$  — абсолютная температура среды. Таким образом, мы видим, что в случае термодинамического равновесия  $N_2 < N_1$ . В соответствии с (1.7) среда поглощает излучение на частоте  $\nu$ , что обычно и происходит. Однако если удастся достигнуть неравновесного состояния, для которого  $N_2 > N_1$ , то среда будет действовать как усилитель. В этом случае будем говорить, что в среде существует *инверсия населенностей*, имея в виду, что разность населенностей ( $N_2 - N_1 > 0$ ) противоположна по знаку той, которая существует в обычных условиях ( $N_2^e - N_1^e < 0$ ). Среду, в которой осуществлена инверсия населенностей, будем называть *активной средой*.

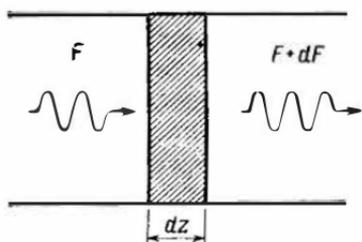


Рис. 1.2. Изменение плотности потока фотонов  $dF$  при прохождении плоской электромагнитной волны через слой вещества толщиной  $dz$ .

Если частота перехода  $\nu = (E_2 - E_1)/h$  попадает в СВЧ-диапазон, то соответствующий усилитель называется *мазером*. Слово мазер (англ. maser) образовано из начальных букв слов следующей фразы: microwave amplification by

stimulated emission of radiation — усиление микроволн вынужденным испусканием излучения. Если же частота перехода  $\nu$  соответствует оптическому диапазону, то усилитель называется *лазером*. Слово лазер (англ. laser) образовано аналогично, только начальная буква «м», происходящая от первой буквы в слове microwave, заменена буквой «л», происходящей от слова light (свет).

Для того чтобы усилитель превратить в генератор, необходимо ввести подходящую положительную обратную связь. В СВЧ-диапазоне это достигается тем, что активную среду помещают в объемный резонатор, имеющий резонанс при частоте  $\nu$ . В лазере обратную связь обычно получают размещением активной среды между двумя зеркалами с высоким коэффициентом отражения<sup>1)</sup> (например, между плоскопараллельными зеркалами, как показано на рис. 1.3). В этом случае плоская электромагнитная волна, распространяющаяся в направлении, перпендикулярном зеркалам, будет поочередно отражаться от них, усиливаясь при каждом прохождении через активную среду. Если одно из двух зеркал сделано частично прозрачным, то на выходе системы можно выделить пучок полезного излучения. Одна-

Для того чтобы усилитель превратить в генератор, необходимо ввести подходящую положительную обратную связь. В СВЧ-диапазоне это достигается тем, что активную среду помещают в объемный резонатор, имеющий резонанс при частоте  $\nu$ . В лазере обратную связь обычно получают размещением активной среды между двумя зеркалами с высоким коэффициентом отражения<sup>1)</sup> (например, между плоскопараллельными зеркалами, как показано на рис. 1.3). В этом случае плоская электромагнитная волна, распространяющаяся в направлении, перпендикулярном зеркалам, будет поочередно отражаться от них, усиливаясь при каждом прохождении через активную среду. Если одно из двух зеркал сделано частично прозрачным, то на выходе системы можно выделить пучок полезного излучения. Одна-

<sup>1)</sup> Такая система зеркал обычно именуется резонатором Фабри — Перо, оптическим резонатором или открытым резонатором. — *Прим. перев.*

ко как в мазерах, так и в лазерах генерация возможна лишь при выполнении некоторого порогового условия. Например, в лазере генерация начинается тогда, когда усиление активной среды компенсирует потери в нем (скажем, потери, обусловленные частичным выходом излучения из резонатора через зеркало). В соответствии с выражением (1.7) усиление излучения за один проход в активной среде (т. е. отношение выходной и входной плотностей потока фотонов) равно  $\exp[\sigma(N_2 - N_1)l]$ , где  $l$  — длина активной среды. Если потери в резонаторе определяются только пропусканием зеркал, то порог генерации будет

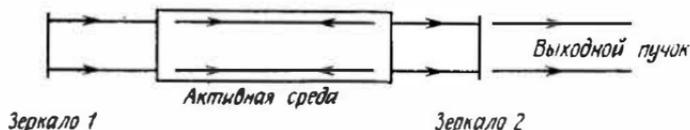


Рис. 1.3. Схема устройства лазера.

достигнут при выполнении условия  $R_1 R_2 \exp[2\sigma(N_2 - N_1)l] = 1$ , где  $R_1$  и  $R_2$  — коэффициенты отражения зеркал по интенсивности. Это условие показывает, что порог достигается тогда, когда инверсия населенностей приближается к некоторому критическому значению  $(N_2 - N_1)_{кр}$ , называемому *критической инверсией* и определяемому соотношением

$$(N_2 - N_1)_{кр} = -\ln(R_1 R_2)/2\sigma l. \quad (1.9)$$

Как только достигнута критическая инверсия, генерация разовьется из спонтанного излучения. Действительно, фотоны, которые спонтанно испускаются вдоль оси резонатора, будут усиливаться. Этот механизм и лежит в основе лазерного генератора, называемого обычно просто лазером. Однако теперь слово лазер широко применяется к любому устройству, испускающему вынужденное излучение — будь то в дальнем или ближнем ИК-, УФ- и даже в рентгеновском диапазонах. В таких случаях мы будем говорить соответственно об инфракрасных, ультрафиолетовых и рентгеновских лазерах. Заметим также, что названия твердотельный, жидкостный и газовый лазер определяются агрегатным состоянием активной среды.

### 1.3. Схемы накачки

Рассмотрим задачу о том, каким образом в данной среде можно получить инверсию населенностей. На первый взгляд может показаться, что инверсию можно было бы создать при взаимодействии среды с достаточно сильной электромагнитной

волной частоты  $\nu$ , определяемой выражением (1.1). Поскольку при термодинамическом равновесии уровень 1 заселен больше, чем уровень 2, поглощение преобладает над вынужденным излучением, т. е. под действием падающей волны происходит больше переходов  $1 \rightarrow 2$ , чем переходов  $2 \rightarrow 1$ , и можно надеяться осуществить таким путем инверсию населенностей. Однако нетрудно заметить, что такой механизм работать не будет (по крайней мере в стационарных условиях). Когда наступят условия, при которых населенности уровней окажутся одинаковыми ( $N_2 = N_1$ ), процессы вынужденного излучения и поглощения начнут компенсировать друг друга и в соответствии с (1.7) среда станет прозрачной<sup>1)</sup>. В такой ситуации обычно говорят о двухуровневом насыщении.

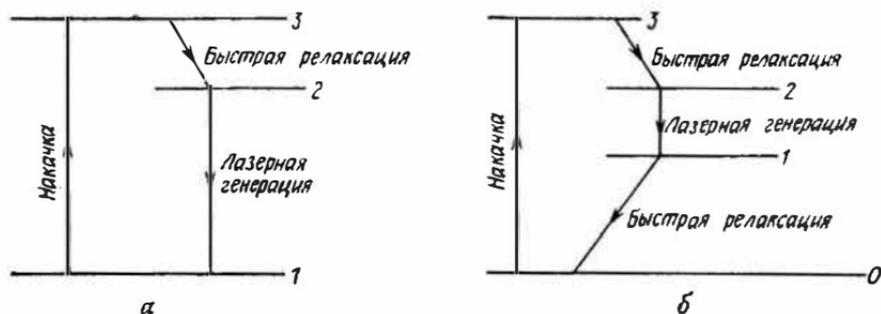


Рис. 1.4. Трехуровневая (а) и четырехуровневая (б) схемы лазера.

Таким образом, используя только два уровня, невозможно получить инверсию населенностей. Естественно, возникает вопрос: можно ли это осуществить с использованием более чем двух уровней из неограниченного набора состояний данной атомной системы? Мы увидим, что в этом случае ответ будет утвердительным и можно будет соответственно говорить о трех- и четырехуровневых лазерах в зависимости от числа рабочих уровней (рис. 1.4). В трехуровневом лазере (рис. 1.4, а) атомы каким-либо способом переводятся с основного уровня 1 на уровень 3. Если выбрана среда, в которой атом, оказавшийся в возбужденном состоянии на уровне 3, быстро переходит на уровень 2, то в такой среде можно получить инверсию населенностей между уровнями 2 и 1. В четырехуровневом лазере (рис. 1.4, б) атомы также переводятся с основного уровня (для удобства будем называть его нулевым) на уровень 3. Если после этого атомы быстро переходят на уровень 2, то между уровнями 2 и 1 может быть получена инверсия населенностей.

<sup>1)</sup> Для электромагнитной волны частоты  $\nu$ . — Прим. перев.

Когда в таком четырехуровневом лазере возникает генерация, атомы в процессе вынужденного излучения переходят с уровня 2 на уровень 1. Поэтому для непрерывной работы четырехуровневого лазера необходимо, чтобы частицы, оказавшиеся на уровне 1, очень быстро переходили на нулевой уровень.

Мы показали, каким образом можно использовать три или четыре энергетических уровня какой-либо системы для получения инверсии населенностей. Будет ли система работать по трех- или четырехуровневой схеме (и будет ли она работать вообще), зависит от того, насколько выполняются рассмотренные выше условия. Может возникнуть вопрос: зачем использовать четырехуровневую схему, если уже трехуровневая оказывается весьма эффективной для получения инверсии населенностей? Однако дело в том, что в четырехуровневом лазере инверсию получить гораздо легче. Чтобы убедиться в этом, прежде всего заметим, что разности энергий между рабочими уровнями лазера (рис. 1.4) обычно много больше, чем  $kT$ , и в соответствии со статистикой Больцмана [см., например, формулу (1.8)] почти все атомы при термодинамическом равновесии находятся в основном состоянии. Если мы теперь обозначим число атомов в единице объема среды как  $N_i$ , то в случае трехуровневой системы эти атомы первоначально будут находиться на уровне 1. Переведем теперь атомы с уровня 1 на уровень 3. Тогда с этого уровня атомы будут релаксировать с переходом на более низкий уровень 2. Если такая релаксация происходит достаточно быстро, то уровень 3 остается практически незаселенным. В этом случае, для того чтобы населенности уровней 1 и 2 сделать одинаковыми, на уровень 2 нужно перевести половину атомов  $N_i$ , расположенных первоначально на основном уровне. Инверсию населенностей будет создавать любой атом, переведенный на верхний уровень сверх этой половины от общего числа атомов. Однако в четырехуровневом лазере, поскольку уровень 1 первоначально был также незаселенным, любой атом, оказавшийся в возбужденном состоянии, будет давать вклад в инверсию населенностей. Эти простые рассуждения показывают, что по возможности следует искать активные среды, работающие по четырехуровневой схеме. Для получения инверсии населенностей возможно, разумеется, использование и большего числа энергетических уровней.

Процесс, под действием которого атомы переводятся с уровня 1 на уровень 3 (в трехуровневой схеме лазера) или с уровня 0 на уровень 3 (в четырехуровневой схеме), называется *накачкой*. Имеется несколько способов, с помощью которых можно реализовать этот процесс на практике, например при помощи некоторых видов ламп, дающих достаточно интенсивную

световую волну, или посредством электрического разряда в активной среде. Более подробное обсуждение процессов накачки читатель найдет в гл. 3. Однако следует заметить, что если верхний уровень накачки пуст, то скорость, с которой верхний лазерный уровень 2 станет заселяться с помощью накачки  $(dN_2/dt)_p$ , в общем случае можно записать в виде

$$(dN_2/dt)_p = W_p N_g. \quad (1.10)$$

Здесь  $N_g$  — населенность основного уровня (т. е. уровня 1 или 0 соответственно на рис. 1.4, а и б), а  $W_p$  — коэффициент, который будем называть *скоростью накачки*. Для того чтобы достигнуть пороговых условий, скорость накачки должна превысить некоторое пороговое или критическое значение, которое мы будем обозначать как  $W_{кр}$ . Конкретные выражения для параметра  $W_{кр}$  будут получены в гл. 5.

## 1.4. Свойства лазерных лучков

Лазерное излучение характеризуется чрезвычайно высокой степенью монохроматичности, когерентности, направленности и яркости. К этим свойствам можно добавить генерацию световых импульсов малой длительности. Это свойство, возможно, менее фундаментально, но оно играет очень важную роль. Рассмотрим теперь эти свойства подробнее.

### 1.4.1. Монохроматичность

Не слишком вдаваясь в детали, можно сказать, что это свойство определяется двумя следующими обстоятельствами: 1) усиливаться может электромагнитная волна только с частотой  $\nu$ , определяемой выражением (1.1); 2) поскольку устройство из двух зеркал образует резонатор, генерация может возникать только на резонансных частотах этого резонатора. Последнее обстоятельство приводит к тому, что ширина линии лазерного излучения часто бывает много уже (приблизительно на шесть порядков величины!), чем обычная ширина линии перехода  $2 \rightarrow 1$ , которая наблюдается при спонтанном излучении.

### 1.4.2. Когерентность

Для любой электромагнитной волны можно определить два независимых понятия когерентности, а именно пространственную и временную когерентность.

Для того чтобы определить пространственную когерентность, рассмотрим две точки  $P_1$  и  $P_2$ , выбранные с таким условием,

что в момент времени  $t = 0$  через них проходит волновой фронт некоторой электромагнитной волны, и пусть  $E_1(t)$  и  $E_2(t)$  — соответствующие электрические поля в этих точках. Согласно нашему условию, в момент времени  $t = 0$  разность фаз электрических полей в данных точках равна нулю. Если эта разность фаз остается равной нулю в любой момент времени  $t > 0$ , то говорят, что между двумя точками имеется полная когерентность. Если такое условие выполняется для любых пар точек волнового фронта, то данная волна характеризуется *полной пространственной когерентностью*. Практически для любой точки  $P_1$ , если мы имеем достаточную корреляцию фаз,

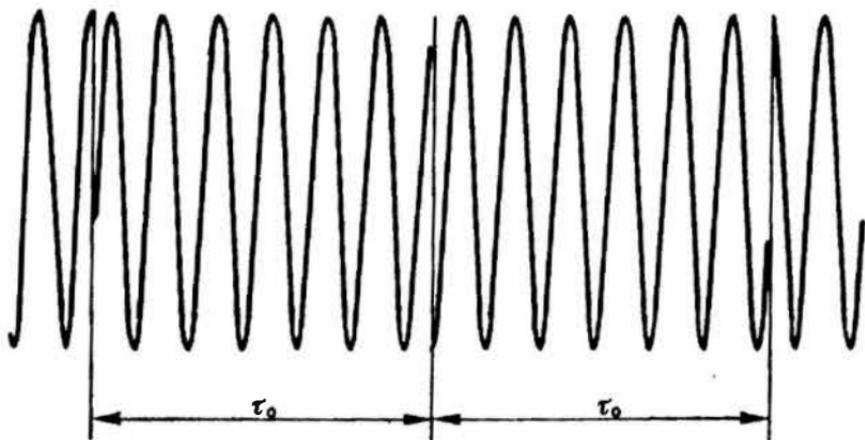


Рис. 1.5. Пример электромагнитной волны с временем когерентности порядка  $\tau_0$ .

точка  $P_2$  должна располагаться внутри некоторой конечной области, включающей точку  $P_1$ . В этом случае говорят, что волна характеризуется *частичной пространственной когерентностью*, причем для любой точки  $P$  можно соответственно определить область когерентности  $S_c(P)$ .

Для того чтобы определить временную когерентность, рассмотрим электрическое поле волны в данной точке  $P$  в моменты времени  $t$  и  $t + \tau$ . Если для данного интервала времени  $\tau$  разность фаз колебаний поля остается одной и той же в любой момент времени  $t$ , то говорят, что существует временная когерентность на интервале времени  $\tau$ . Если такое условие выполняется для любого значения  $\tau$ , то волна характеризуется полной временной когерентностью. Если же это имеет место лишь для определенного интервала времени  $\tau$ , такого, что  $0 < \tau < \tau_0$ , то волна характеризуется *частичной временной когерентностью* с временем когерентности  $\tau_0$ . На рис. 1.5

в качестве примера показана электромагнитная волна с временем когерентности  $\tau_0$ , которая имеет вид синусоидального электрического поля со скачкообразным изменением фазы через интервалы времени  $\tau_0$ . Мы видим, что представление о временной когерентности непосредственно связано с монохроматичностью. В дальнейшем (в гл. 7) будет показано, хотя это очевидно из рис. 1.5, что электромагнитная волна с временем когерентности, равным  $\tau_0$ , имеет спектральную ширину  $\Delta\nu \approx 1/\tau_0$ . В той же главе покажем, что в случае нестационарного пучка (например, лазерного пучка, полученного в результате модуляции добротности или синхронизации мод) время когерентности не связано обратно пропорциональной зависимостью с шириной полосы генерации и фактически может быть много больше, чем величина  $1/\Delta\nu$ .

Следует заметить, что понятия временной и пространственной когерентности на самом деле не зависят друг от друга. Действительно, можно привести примеры волны, имеющей полную пространственную когерентность, но лишь частичную временную когерентность, и наоборот. Если волна, показанная на рис. 1.5, представляет электрические поля в точках  $P_1$  и  $P_2$ , рассмотренных выше, то пространственная когерентность в этих точках будет полной, в то время как временная когерентность лишь частичной.

В заключение этого раздела подчеркнем, что понятия пространственной и временной когерентности дают описание лазерной когерентности только в первом порядке. Свойства когерентности высших порядков будут рассмотрены в гл. 7. Для полного понимания различия между обычным источником света и лазером подобное рассмотрение очень существенно. Будет показано, что действительно вследствие различия между соответствующими свойствами когерентности высших порядков лазерный пучок коренным образом отличается от традиционных источников света.

### 1.4.3. Направленность

Это свойство является простым следствием того, что активная среда помещена в резонатор, например плоскопараллельный резонатор, показанный на рис. 1.3. В таком резонаторе могут поддерживаться только такие электромагнитные волны, которые распространяются вдоль оси резонатора или в очень близком к оси направлении. Для более глубокого понимания свойств направленности лазерных пучков (или в общем случае любой электромагнитной волны) удобно рассмотреть отдельно случаи, когда пучок обладает полной пространственной

когерентностью и когда он имеет частичную пространственную когерентность.

Рассмотрим вначале пучок с полной пространственной когерентностью. Даже в этом случае пучок с конечной апертурой неизбежно расходится вследствие дифракции. Это нетрудно понять с помощью рис. 1.6. На этом рисунке пучок с постоянной интенсивностью и плоским волновым фронтом падает на экран  $S$ , в котором имеется отверстие диаметром  $D$ . Согласно

принципу Гюйгенса волновой фронт в некоторой плоскости  $P$  за экраном может быть получен путем суперпозиции элементарных волн, излученных каждой точкой отверстия. Мы видим, что из-за конечного размера  $D$  отверстия пучок имеет конечную расходимость  $\theta_d$ . Ее значение можно вычислить с помощью теории дифракции. Для произвольного распределения амплитуды имеем

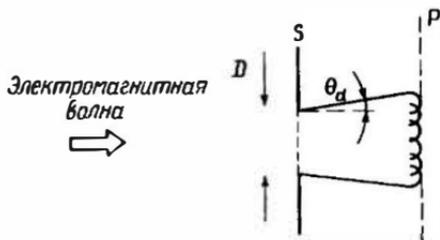


Рис. 1.6. Расходимость плоской электромагнитной волны вследствие дифракции.

$$\theta_d = \beta\lambda/D; \quad (1.11)$$

здесь  $\lambda$  — длина волны, а  $D$  — диаметр пучка. В соотношении (1.11)  $\beta$  — числовой коэффициент порядка единицы, значение которого зависит от формы распределения амплитуд и способа, каким определяются расходимость и диаметр пучка. Пучок, расходимость которого описывается выражением (1.11), называется *дифракционно-ограниченным*.

Если волна имеет частичную пространственную когерентность, то ее расходимость будет больше, чем минимальное значение расходимости, обусловленное дифракцией. Действительно, для любой точки  $P'$  волнового фронта принцип Гюйгенса (рис. 1.6) может быть применен только к точкам, расположенным в пределах области когерентности  $S_c$  около  $P'$ . Таким образом, область когерентности действует как ограничивающая апертура для когерентной суперпозиции элементарных волн. Расходимость пучка теперь запишется в виде

$$\theta_c = \beta\lambda/[S_c]^{1/2}, \quad (1.12)$$

где, как и прежде,  $\beta$  — числовой коэффициент порядка единицы, точное значение которого зависит от способа, каким определяются расходимость  $\theta_c$  и область когерентности  $S_c$ .

В заключение этого общего рассмотрения свойств направленности электромагнитных волн следует заметить, что при соответствующих условиях работы выходной пучок лазера можно сделать дифракционно-ограниченным.

#### 1.4.4. Яркость

Определим яркость какого-либо источника электромагнитных волн как мощность излучения, испускаемого с единицы поверхности источника в единичный телесный угол. Точнее говоря, рассмотрим элемент площади  $dS$  поверхности источника в точке  $O$  (рис. 1.7). Тогда мощность  $dP$ , излучаемая элементом поверхности  $dS$  в телесный угол  $d\Omega$  в направлении  $OO'$ , может быть записана следующим образом<sup>1)</sup>:

$$dP = B \cos \theta dS d\Omega; \quad (1.13)$$

здесь  $\theta$  — угол между направлением  $OO'$  и нормалью к поверхности  $p$ . Величина  $B$  зависит, как правило, от полярных координат  $\theta$  и  $\phi$ , т. е. от направления  $OO'$  и от положения точки  $O$ . Эта величина  $B$  называется яркостью источника в точке  $O$  в направлении  $OO'$ .

Рис. 1.7. Поверхностная яркость источника электромагнитного излучения в точке  $O$ .

В выражении (1.13) множитель  $\cos \theta$  обусловлен тем, что физически важной величиной является проекция  $dS$  на плоскость, перпендикулярную направлению  $OO'$ . Если  $B$  не зависит от  $\theta$  и  $\phi$ , то говорят, что источник является изотропным (источником Ламберта). Яркость лазера даже небольшой мощности (например, несколько милливатт) на несколько порядков превосходит яркость обычных источников. Это свойство в основном является следствием высокой направленности лазерного пучка.

#### 1.4.5. Импульсы малой длительности

Не вдаваясь на этом этапе в какие-либо детали, заметим лишь, что при помощи специального метода, называемого синхронизацией мод, можно получить импульсы света, длительность которых приблизительно обратно пропорциональна ширине линии перехода  $2 \rightarrow 1$ . Например, в газовых лазерах, ширина линии усиления которых относительно узкая, можно получать импульсы излучения длительностью  $\sim 0,1$ — $1$  нс. Такие импульсы не рассматриваются как очень короткие, поскольку даже неко-

<sup>1)</sup> Используются сферические координаты.—Прим. перев.

торые лампы-вспышки способны излучать световые импульсы длительностью менее 1 нс. Однако у твердотельных или жидкостных лазеров ширины линий усиления могут быть в  $10^3$ — $10^5$  раз больше, чем у газовых лазеров, и поэтому генерируемые ими импульсы оказываются значительно короче (от 1 пс до  $\sim 30$  фс). Получение столь коротких импульсов света привело к новым возможностям в лазерных исследованиях и их применениях.

Следует заметить, что свойство генерации коротких импульсов, которое подразумевает концентрацию энергии во времени, в некотором смысле аналогично свойству монохроматичности, означающему концентрацию энергии в узком диапазоне длин волн. Однако генерация коротких импульсов является, по-видимому, менее фундаментальным свойством, чем монохроматичность. В то время как любой лазер можно в принципе изготовить таким, что он будет генерировать достаточно монохроматическое излучение, короткие импульсы можно получать лишь от лазеров с широкой линией излучения, т. е. на практике только от твердотельных или жидкостных лазеров. Газовые же лазеры, обладающие более узкими линиями усиления, лучше всего подходят для генерации высокомонохроматического излучения.

## 1.5. Структура книги

Порядок изложения материала в данной книге соответствует рассмотрению лазера (на что мы указывали выше в этой главе) как устройства, состоящего из следующих трех основных элементов: 1) активной среды, 2) системы накачки и 3) подходящего резонатора. Поэтому следующие три главы посвящены соответственно взаимодействию излучения с веществом, процессам накачки и теории пассивных оптических резонаторов. Общие представления, данные в этих главах, используются затем в гл. 5 при рассмотрении теории непрерывного и переходного режимов работы лазеров. Теория развивается в рамках приближения низшего порядка, т. е. на основе скоростных уравнений. Такое рассмотрение действительно позволяет описать большинство характеристик лазера. Очевидно, лазеры, в которых применяются разные активные среды, существенно различаются по своим характеристикам. Поэтому естественно, что следующая глава (гл. 6) посвящена обсуждению характерных свойств отдельных типов лазеров. К этому моменту читатель уже будет достаточно подготовлен к тому, чтобы понять принцип действия лазера и перейти к изучению характерных свойств выходного лазерного пучка (когерентности, монохроматичности, направленности, яркости, шумовых характеристик). Эти свойства мы

рассмотрим в гл. 7. Наконец, в основе обсуждения, которому посвящена гл. 8, лежит тот факт, что прежде чем использовать лазерный пучок, его, как правило, подвергают некоторым преобразованиям. Они состоят из 1) пространственного преобразования пучка при его распространении в свободном пространстве или через оптическую систему, 2) амплитудного преобразования, которое имеет место при прохождении пучка через усилитель, и 3) преобразования длины волны или частоты, которое реализуется в ряде нелинейных явлений (генерация второй гармоники, параметрическая генерация).

## Задачи

1.1. Область электромагнитного спектра, представляющая интерес для лазерной физики, простирается от субмиллиметровых длин волн до рентгеновского диапазона. Сюда входят следующие спектральные области: 1) дальняя инфракрасная; 2) ближняя инфракрасная; 3) видимый свет; 4) ультрафиолетовая (УФ); 5) область вакуумного ультрафиолета (ВУФ); 6) мягкие рентгеновские лучи; 7) рентгеновские лучи. Из любого физического справочника найдите интервалы длин волн, соответствующие указанным спектральным областям. Запомните или запишите границы каждого интервала, поскольку мы их будем часто использовать в этой книге.

1.2. Как особый случай задачи 1.1, запомните или запишите длины волн, соответствующие синему, зеленому и красному участкам спектра.

1.3. Если уровни 1 и 2, показанные на рис. 1.1, разделены интервалом энергий  $E_2 - E_1$ , таким, что частота излучения, соответствующая переходу с уровня 2 на уровень 1, приходится на середину видимого участка спектра, то каково отношение населенностей этих двух уровней при комнатной температуре в состоянии термодинамического равновесия?

1.4. Пусть отношение населенностей  $N_2/N_1$  двух уровней, находящихся в термодинамическом равновесии при температуре  $T = 300$  К, равно  $1/e$ . Вычислите частоту излучения  $\nu$ , соответствующую переходу между этими уровнями. В какую область электромагнитного спектра попадает излучение с такой частотой?

1.5. Лазерный резонатор состоит из двух зеркал с коэффициентами отражения  $R_2 = 1$  и  $R_1 = 0,5$ . Длина активной среды  $l = 7,5$  см, а сечение перехода  $\sigma = 3,5 \cdot 10^{-19}$  см<sup>2</sup>. Вычислите пороговую инверсию населенностей.

1.6. Пучок рубинового лазера ( $\lambda = 0,694$  мкм) проходит через телескоп диаметром 1 м и посылается на Луну. Рассчитайте диаметр  $D$  пучка на Луне, предполагая, что пучок обладает полной пространственной когерентностью (расстояние от Земли до Луны приблизительно равно 384 000 км).

# Взаимодействие излучения с веществом

## 2.1. Введение

Данная глава, как мы условились в разд. 1.5, посвящена взаимодействию излучения с веществом. Это очень широкая область науки, иногда называемая фотофизикой. Здесь мы ограничимся обсуждением лишь явлений, имеющих непосредственное отношение к веществу, используемому как активная среда лазера. Вводный раздел посвящен теории излучения черного тела, на которую опирается вся современная физика излучения. Затем мы рассмотрим элементарные процессы поглощения, вынужденного излучения, спонтанного излучения и безызлучательной релаксации. На первом этапе это изучение будет проводиться ради простоты для разреженных сред и малой интенсивности излучения. Кроме того, будем вначале считать, что среда состоит только из атомов. Затем будут рассмотрены случаи высокой интенсивности излучения и плотных сред (когда возникают такие явления, как насыщение, суперизлучение, суперлюминесценция и усиленное спонтанное излучение). В последнем разделе мы обобщим некоторые из полученных результатов на более сложный случай молекулярной системы. Некоторые весьма важные, хотя и не столь общие вопросы, касающиеся фотофизики полупроводников, молекул красителей и центров окраски, мы кратко обсудим в гл. 6 непосредственно перед рассмотрением соответствующих лазеров.

## 2.2. Теория излучения черного тела [1]

Рассмотрим полость, заполненную однородной и изотропной диэлектрической средой. Если стенки полости поддерживаются при постоянной температуре  $T$ , то они непрерывно испускают и поглощают энергию в виде электромагнитного излучения. Когда скорости поглощения и испускания энергии становятся одинаковыми, как на стенках полости, так и во всем объеме диэлектрика достигается равновесное состояние. Это состояние можно описать с помощью величины, называемой плотностью энергии  $\rho$ , которая представляет собой электромагнитную энергию, заключенную в единице объема полости. Поскольку мы имеем

дело с электромагнитным излучением, плотность энергии можно выразить через напряженности электрического  $E(t)$  и магнитного  $H(t)$  полей в соответствии с хорошо известной формулой:

$$\rho = (1/2) \epsilon E^2(t) + (1/2) \mu H^2(t), \quad (2.1)$$

где  $\epsilon$  и  $\mu$  — соответственно диэлектрическая и магнитная проницаемости среды, заполняющей полость.

Спектральное распределение энергии излучения будем описывать функцией  $\rho_\nu$ , которая зависит от частоты  $\nu$ . Эта функция определяется следующим образом:  $\rho_\nu d\nu$  представляет собой плотность электромагнитного излучения с частотами в интервале от  $\nu$  до  $\nu + d\nu$ . Очевидно, что соотношение между  $\rho$  и  $\rho_\nu$  можно записать в виде

$$\rho = \int_0^\infty \rho_\nu d\nu. \quad (2.1a)$$

Если теперь проделать отверстие в стенке полости, то часть света со спектральной интенсивностью  $I_\nu$  будет покидать полость сквозь это отверстие. Как мы увидим в конце данного раздела,  $I_\nu$  связано с  $\rho_\nu$  простым множителем пропорциональности.

Можно показать, что спектральные распределения энергии  $\rho_\nu$ , а следовательно, и  $I_\nu$  являются универсальными функциями, которые не зависят ни от материала стенок, ни от формы полости, а определяются лишь частотой  $\nu$  и температурой полости  $T$ . Это свойство величины  $\rho_\nu$  можно доказать с помощью простого термодинамического рассуждения. Предположим, что имеются две полости произвольной формы, стенки которых поддерживаются при одной и той же температуре  $T$ . Чтобы быть уверенными в том, что температура сохраняется постоянной, можно представить себе, что стенки обеих полостей находятся в тепловом контакте с двумя термостатами при температуре  $T$ . Предположим, что для данной частоты  $\nu$  спектральная плотность энергии  $\rho'_\nu$  в первой полости больше, чем соответствующая величина  $\rho''_\nu$  во второй полости. Соединим теперь оптически обе полости, сделав в каждой из них отверстие и спроецировав при помощи подходящей оптической системы одно отверстие на другое. Кроме того, установим в оптической системе идеальный фильтр, который пропускает излучение лишь в небольшом частотном интервале вблизи частоты  $\nu$ . Если  $\rho'_\nu > \rho''_\nu$ , то  $I'_\nu > I''_\nu$  и возникает поток электромагнитной энергии из первой полости во вторую. Однако этот поток энергии противоречит второму закону термодинамики, поскольку обе полости находятся при

одной и той же температуре. Следовательно, при всех частотах должно выполняться равенство  $\rho'_\nu = \rho''_\nu$ .

В свое время задача о вычислении универсальной функции  $\rho(\nu, T)$  вызвала значительные затруднения у физиков. Однако благодаря Планку, который для нахождения правильного решения ввел так называемую гипотезу о световых квантах, она была полностью решена. Поэтому теория излучения черного тела является одной из фундаментальных основ современной физики.

Поскольку функция  $\rho_\nu$  не зависит ни от формы полости, ни от природы диэлектрической среды, рассмотрим для простоты прямоугольную полость с идеально проводящими стенками, равномерно заполненную диэлектриком (рис. 2.1). Расчет функции  $\rho_\nu$  начнем с вычисления распределения стоячих электромагнитных волн, которое может существовать в этой полости. Согласно уравнениям Максвелла, напряженность электрического поля  $E(x, y, z, t)$  волны должна удовлетворять волновому уравнению

$$\nabla^2 E - (1/c^2) (\partial^2 E / \partial t^2) = 0, \quad (2.2)$$

где  $\nabla^2$  — оператор Лапласа, а  $c$  — скорость света в рассматриваемой среде. Кроме того, напряженность электрического поля должна удовлетворять следующему граничному условию на каждой стенке:

$$\mathbf{E} \times \mathbf{n} = 0, \quad (2.3)$$

где  $\mathbf{n}$  — нормаль к поверхности рассматриваемой стенки. Это условие выражает тот факт, что тангенциальная компонента электрического поля должна обращаться в нуль на стенках полости.

Нетрудно показать, что задача решается разделением переменных. Таким образом, записывая

$$\mathbf{E} = \mathbf{u}(x, y, z) A(t) \quad (2.4)$$

и подставляя это выражение в уравнение (2.2), получаем

$$\nabla^2 \mathbf{u} = -k^2 \mathbf{u}, \quad (2.5a)$$

$$d^2 A / dt^2 = -(ck)^2 A, \quad (2.5b)$$

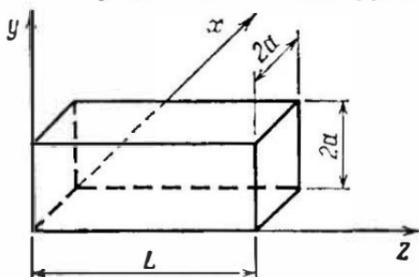


Рис. 2.1. Полость прямоугольной формы с идеально проводящими стенками, поддерживаемыми при температуре  $T$ .

где  $k$  — постоянная величина. Уравнение (2.5б) имеет общее решение

$$A = A_0 \sin(\omega t + \phi), \quad (2.6)$$

где  $A_0$  и  $\phi$  — произвольные постоянные величины, а

$$\omega = ck. \quad (2.7)$$

Если функция  $A(t)$  дается выражением (2.6), то решение (2.4) соответствует определенной конфигурации стоячей волны электромагнитного поля внутри полости. Действительно, амплитуда этой волны в данной полости является постоянной во времени. Решение такого типа называется электромагнитной *модой* полости.

Перейдем теперь к решению уравнения (2.5а), известного как уравнение Гельмгольца, с учетом граничных условий (2.3). Нетрудно убедиться в том, что выражения

$$\begin{aligned} u_x &= e_x \cos k_x x \sin k_y y \sin k_z z, \\ u_y &= e_y \sin k_x x \cos k_y y \sin k_z z, \\ u_z &= e_z \sin k_x x \sin k_y y \cos k_z z \end{aligned} \quad (2.8)$$

удовлетворяют уравнению (2.5а) для любых значений  $l_x$ ,  $l_y$ ,  $l_z$  при условии, что

$$k_x^2 + k_y^2 + k_z^2 = k^2. \quad (2.9)$$

Кроме того, решения (2.8) уже удовлетворяют граничным условиям (2.3) на трех плоскостях  $x=0$ ,  $y=0$  и  $z=0$ . Если мы потребуем, чтобы эти граничные условия были справедливы также на других стенках полости, то получим

$$k_x = l\pi/2a, \quad k_y = m\pi/2a, \quad k_z = n\pi/L; \quad (2.10)$$

здесь  $l$ ,  $m$  и  $n$  — произвольные положительные целые числа. Физический смысл этих чисел можно понять сразу: они представляют собой количества узлов моды стоячей волны в направлениях соответственно  $x$ ,  $y$  и  $z$ . Фиксированным значениям  $l$ ,  $m$  и  $n$  соответствуют определенные значения  $k_x$ ,  $k_y$  и  $k_z$ , и, согласно (2.7) и (2.9), частота моды  $\omega$  будет также задана. Она определяется выражением

$$\omega_{l,m,n}^2 = c^2 \left[ \left( \frac{l\pi}{2a} \right)^2 + \left( \frac{m\pi}{2a} \right)^2 + \left( \frac{n\pi}{L} \right)^2 \right], \quad (2.11)$$

в котором явно показана зависимость частоты моды от индексов  $l$ ,  $m$  и  $n$ . Однако сама мода еще полностью не определена, поскольку остаются произвольными  $e_x$ ,  $e_y$  и  $e_z$ . Тем не менее из уравнений Максвелла следует еще одно условие, которому дол-

жно удовлетворять электрическое поле, а именно  $\nabla \cdot \mathbf{u} = 0$ . Из этого условия с помощью выражений (2.8) получаем

$$\mathbf{e} \cdot \mathbf{k} = 0. \quad (2.12)$$

Тем самым мы определили два вектора  $\mathbf{e}$  и  $\mathbf{k}$ , компоненты которых вдоль осей  $x$ ,  $y$  и  $z$  равны соответственно  $e_x$ ,  $e_y$ ,  $e_z$  и  $k_x$ ,  $k_y$ ,  $k_z$ . Из уравнения (2.12) видно, что из трех величин  $e_x$ ,  $e_y$  и  $e_z$  только две являются независимыми. Действительно, если заданы  $l$ ,  $m$ ,  $n$  (т. е. сразу определен вектор  $\mathbf{k}$ ), то вектор  $\mathbf{e}$  обязан лежать в плоскости, перпендикулярной  $\mathbf{k}$ . В этой плоскости для выбора направления вектора  $\mathbf{e}$  остаются лишь две степени свободы и, следовательно, возможны только две моды. Любой другой вектор, лежащий в этой плоскости, можно представить в виде линейной комбинации двух уже выбранных векторов.

Подсчитаем теперь число мод  $N_\nu$  полости, имеющих частоты от 0 до  $\nu$ . Это число будет такое же, как и число мод, волновой вектор  $\mathbf{k}$  которых имеет величину  $k$  в пределах  $0 - 2\pi\nu/c$ .

Из выражений (2.10) видно, что в системе координат  $k_x$ ,  $k_y$ ,  $k_z$  возможные значения для  $\mathbf{k}$  даются векторами, соединяющими начало координат с узловыми точками трехмерной решетки, показанной на рис. 2.2. Совершенно очевидно полное соответствие между этими точками и возможными значениями вектора  $\mathbf{k}$ . Однако, поскольку величины  $k_x$ ,  $k_y$  и  $k_z$  являются положительными, мы должны учитывать только точки, лежащие в положительном октанте. Число таких точек, соответствующих величинам  $k$  в пределах  $0 - 2\pi\nu/c$ , равно одной восьмой отношения объема сферы с центром в начале координат и радиусом  $2\pi\nu/c$  к объему элементарной ячейки размерами  $\pi/2a$ ,  $\pi/2a$  и  $\pi/L$ . Поскольку, как уже указывалось, для каждого значения  $k$  возможно существование двух мод, мы имеем

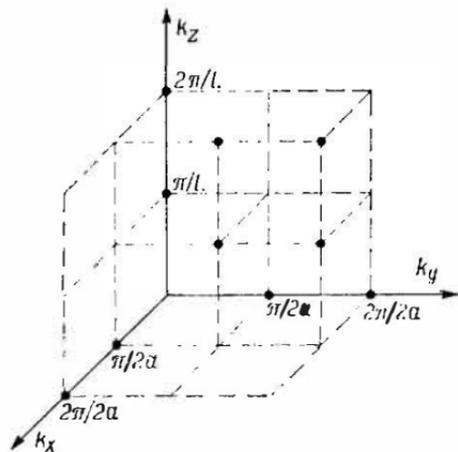


Рис. 2.2. К иллюстрации плотности генерируемых мод в полости, показанной на рис. 2.1. Каждая точка решетки соответствует двум модам полости.

$$N_\nu = 2 \frac{(1/8) (4/3) \pi (2\pi\nu/c)^3}{(\pi/2a) (\pi/2a) (\pi/L)} = (8\pi\nu^3/3c^3) V; \quad (2.13)$$

здесь  $V$  — объем полости. Если определить  $\rho(\nu)$  как число мод в единице объема и в единичном частотном интервале, то

$$\rho(\nu) = (1/V) (dN/d\nu) = (1/c^3) 8\pi\nu^2. \quad (2.14)$$

Получив выражение для  $\rho(\nu)$ , мы можем теперь перейти к вычислению плотности энергии  $\rho_\nu$ , поскольку она является произведением числа мод в единичном объеме и в единичном интервале частот  $\rho(\nu)$  на среднюю энергию каждой моды  $\langle E \rangle$ , т. е.

$$\rho_\nu = \rho(\nu) \langle E \rangle. \quad (2.15a)$$

Для вычисления  $\langle E \rangle$  положим, что стенки полости находятся при температуре  $T$ . В соответствии со статистикой Больцмана вероятность  $dp$  того, что энергия данной моды в полости лежит между  $E$  и  $E + dE$ , есть  $dp = C \exp[-(E/kT)] dE$ , где  $C$  — константа. Таким образом, средняя энергия моды  $\langle E \rangle$  дается выражением

$$\langle E \rangle = \frac{\int_0^{\infty} E \exp[-(E/kT)] dE}{\int_0^{\infty} \exp[-(E/kT)] dE} = kT. \quad (2.15)$$

Тогда из (2.14), (2.15a) и (2.15) получаем

$$\rho_\nu = \left( \frac{\pi\nu^2}{c^3} \right) kT. \quad (2.16)$$

Это хорошо известный закон излучения Рэлея — Джинса. Однако он находится в полном противоречии с экспериментальными результатами. Действительно, совершенно очевидно, что выражение (2.16) должно быть неправильным, так как из него следует, что интегральная плотность энергии  $\rho$  бесконечно велика [см. формулу (2.1a)]. Тем не менее выражение (2.16) представляет собой неизбежный результат всех предыдущих рассуждений в соответствии с классической теорией.

Задача оставалась нерешенной до тех пор, пока в начале XX в. Планк не ввел гипотезу о световых квантах. Согласно этой фундаментальной гипотезе, энергия данной моды полости не может принимать любые произвольные значения от 0 до  $\infty$ , как это в неявном виде предполагалось в выражении (2.15), а разрешенными значениями этой энергии должны быть целые числа, умноженные на фундаментальную величину, пропорциональную частоте моды. Иными словами Планк высказал пред-

положение, что энергия может быть записана в виде  $E = nh\nu$ , где  $n$  — положительное целое число, а  $h$  — некоторая константа (которая позже была названа постоянной Планка). Не вдаваясь в детали этой гипотезы, мы здесь лишь заметим, что в соответствии с ней обмен энергией между полем внутри полости и ее стенками осуществляется дискретными порциями энергии  $h\nu$ . Эта минимальная величина, которая может участвовать в обмене энергией, и называется световым квантом или фотоном. Согласно гипотезе Планка средняя энергия моды записывается в виде

$$\langle E \rangle = \frac{\sum_{n=0}^{\infty} nh\nu \exp[-(nh\nu/kT)]}{\sum_{n=0}^{\infty} \exp[-(nh\nu/kT)]} = \frac{h\nu}{\exp(h\nu/kT) - 1}. \quad (2.17)$$

Эта формула существенно отличается от классического выражения (2.15). Очевидно, в предельном случае  $h\nu \rightarrow 0$  она становится классическим выражением (2.15). Из (2.14) и (2.17) получаем формулу Планка

$$\rho_\nu = \frac{8\pi\nu^2}{c^3} \frac{h\nu}{\exp(h\nu/kT) - 1}, \quad (2.18)$$

которая находится в полном согласии с экспериментальными результатами при условии, что постоянная  $h$  имеет значение приблизительно  $6,62 \cdot 10^{-34}$  Дж·с. Выражение, аналогичное (2.18), можно также записать для функции  $\rho_\omega$ , определяемой таким образом, что величина  $\rho_\omega d\omega$  представляет собой плотность энергии излучения с угловой частотой в пределах  $\omega \div \omega + d\omega$ . Полагая  $\rho_\omega d\omega = \rho_\nu d\nu$ , из (2.18) имеем

$$\rho_\omega = \frac{\rho_\nu}{2\pi} = \frac{4\nu^2}{c^3} \frac{\hbar\omega}{[\exp(\hbar\omega/kT) - 1]}; \quad (2.18a)$$

здесь, следуя общепринятой договоренности, мы использовали обозначение  $\hbar = h/2\pi$ . На рис. 2.3 показана зависимость  $\rho_\nu$  от частоты для двух различных значений температуры  $T$ .

Следует заметить, что отношение

$$\frac{\langle E \rangle}{h\nu} = \frac{1}{\exp(h\nu/kT) - 1} \quad (2.19)$$

равно среднему числу фотонов  $\langle q \rangle$  в моде. Если частота  $\nu$  принадлежит оптическому диапазону ( $4 \cdot 10^{14}$  Гц), то  $h\nu \approx 1$  эВ. При температуре  $T \approx 300$  К имеем  $kT \approx (1/40)$  эВ, и из выражения (2.19) находим  $\langle q \rangle \approx \exp(-40)$ . Таким образом, в излучении черного тела при комнатной температуре среднее число

фотонов в каждой моде много меньше единицы. Забегая вперед, укажем, что эту величину следовало бы сравнить с числом фотонов  $q_0$ , приходящимся в лазерном резонаторе на одну моду (см., например, рис. 5.24).

Прежде чем закончить данный раздел, интересно вывести соотношение между плотностью энергии в полости черного тела и интенсивностью излучения  $I$ , испускаемого ее стенками. Ис-

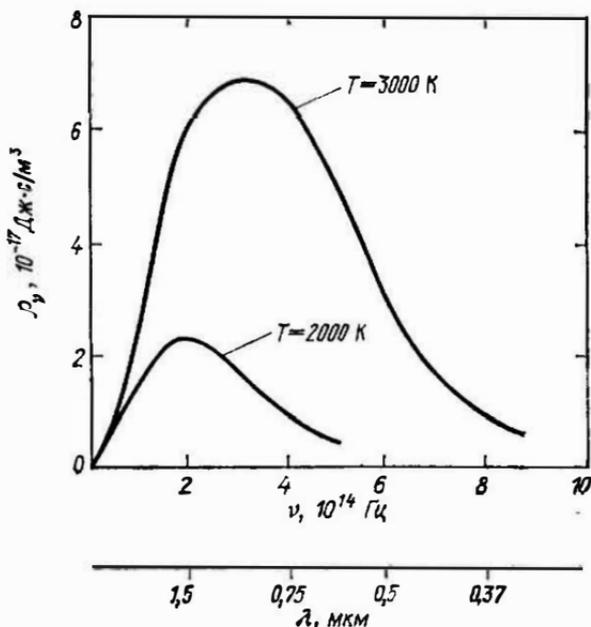


Рис. 2.3. Функция  $\rho_\nu(\nu, T)$  для двух значений температуры  $T$ .

пользуя рис. 2.4, вычислим плотность энергии в малом объеме  $V$  внутри полости, обусловленную излучением стенок полости. Вершина конуса телесного угла  $d\Omega$  находится на элементе поверхности  $dS$ , который находится на расстоянии  $r$  от объема  $V$ . Можно считать, что при пересечении этого конуса с малым объемом  $V$  образуется цилиндр с поперечным сечением  $ds$  и длиной  $l$ . В соответствии с выражением (1.13) энергия, испускаемая в единицу времени элементом поверхности  $dS$  в телесный угол  $d\Omega$ , равна  $B \cos \theta dS d\Omega$ , где  $B$  — яркость поверхности черного тела. Часть этой энергии, равная  $l/c$ , приходится на объем  $V$ . Поскольку  $d\Omega = ds/r^2$ , энергия в объеме  $V$  будет равна  $B \cos \theta dS (l ds/r^2 c)$ . Чтобы получить полный вклад энергии излучения от элемента поверхности  $dS$  в объем  $V$ , мы должны проинтегрировать это выражение по всем телесным углам,

которые опираются на элемент  $dS$ , что дает  $\int I ds = V$ . Затем нужно проинтегрировать энергию излучения по всей поверхности черного тела. Таким образом, для плотности энергии в объеме  $V$  получаем следующее выражение:

$$\rho = \frac{B}{c} \int \frac{\cos \theta}{r^2} dS.$$

Заметим, что величина  $\cos \theta dS/r^2$  равна телесному углу  $d\Omega'$ , под которым поверхность  $dS$  видна из любой точки объема  $V$  (который предполагается малым). Следовательно,

$$\rho = (B/c) \int d\Omega' = 4\pi B/c.$$

Кроме того, интегральная интенсивность  $I$ , излучаемая элементом  $dS$ , дается выражением

$$I = \int_{\theta=0}^{\pi/2} \int_{\phi=0}^{2\pi} B \cos \theta d\Omega = \pi B. \quad (2.20)$$

С помощью этого выражения мы приходим к окончательному результату:

$$\rho = (4/c) I = (4n/c_0) I, \quad (2.21)$$

где  $n$  — показатель преломления среды, заполняющей полость, и  $c_0$  — скорость света в вакууме. Очевидно, такое же соотношение применимо и к спектральным плотностям соответствующих величин, так что

$$\rho_\nu = (4n/c_0) I_\nu. \quad (2.22)$$

Следует заметить, что величина  $I$  (как и  $I_\nu$ ) — не только излучаемая, но и поглощаемая элементом поверхности  $dS$  интенсивность. Следовательно, эта же величина представляет собой интенсивность, выходящую из отверстия в стенке полости. Подставляя (2.18) в (2.22), находим выражение для спектральной интенсивности света, излучаемого полостью, являющейся черным телом.

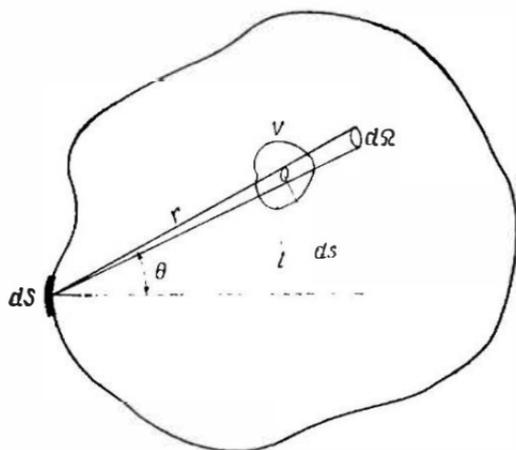


Рис. 2.4. К расчету соотношения между интенсивностью излучения на поверхности полости черного тела и плотностью его энергии.

## 2.3. Поглощение и вынужденное излучение

В этом разделе мы изучим некоторые особенности процессов поглощения и вынужденного излучения, происходящих в двухуровневой атомной системе под действием монохроматической электромагнитной волны. В частности, в нашу задачу будут входить: 1) вычисление вероятностей поглощения  $W_{12}$  и вынужденного излучения  $W_{21}$ , когда  $W_{12}$  и  $W_{21}$  определяются выражениями (1.5) и (1.3) соответственно; 2) введение и расчет сечений поглощения и излучения [см. формулы (1.4) и (1.6)]; 3) определение двух новых параметров — коэффициента поглощения и коэффициента усиления, которые во многих случаях могут быть непосредственно измерены с помощью простых экспериментов.

### 2.3.1. Вероятности поглощения и вынужденного излучения

Ради простоты мы не будем здесь подробно рассматривать квантовомеханический расчет вероятности перехода, который дается в Приложении А. Поэтому здесь мы ограничимся лишь описанием главных моментов математических вычислений и обсуждением основных физических явлений, которые имеют место. Затем мы сформулируем конечный результат и обсудим его физический смысл.

При вычислениях мы будем использовать так называемый полуклассический подход, при котором атомная система предполагается квантованной (и поэтому описывается с помощью квантовой механики), а электромагнитное поле падающей волны описывается классически (т. е. с помощью уравнений Максвелла). Таким образом, мы считаем, что атомная система имеет два энергетических уровня  $E_1$  и  $E_2$  и что соответствующие волновые функции записываются в виде

$$\psi_1(\mathbf{r}, t) = u_1(\mathbf{r}) \exp[-i(E_1/\hbar)t], \quad (2.23a)$$

$$\psi_2(\mathbf{r}, t) = u_2(\mathbf{r}) \exp[-i(E_2/\hbar)t]. \quad (2.23б)$$

При этом частота перехода  $\omega_0$  между уровнями дается выражением

$$\omega_0 = (E_2 - E_1)/\hbar, \quad (2.24)$$

где  $\hbar = h/2\pi$ . Полагая падающую электромагнитную волну монохроматической, электрическое поле  $\mathbf{E}$  в точке, где находится атом, можно записать в виде

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_0 \sin \omega t. \quad (2.25)$$

Кроме того, предположим, что частота электромагнитной волны  $\omega$  близка к резонансной частоте перехода  $\omega_0$ .

В результате взаимодействия с электромагнитной волной атом приобретает дополнительную энергию  $H'$ . В последующем изложении мы будем считать, что энергия  $H'$  обусловлена взаимодействием электрического дипольного момента атома с электрическим полем  $\mathbf{E}$  электромагнитной волны (электродипольное взаимодействие). Рассмотрим теперь электрон в атоме, ответственный за данный переход  $1 \rightarrow 2$ , и пусть  $\mathbf{r}$  есть радиус-вектор этого электрона относительно атомного ядра. В классическом случае электрический дипольный момент, соответствующий данному радиус-вектору  $\mathbf{r}$ , равен просто  $\boldsymbol{\mu} = e\mathbf{r}$ , где  $e$  — заряд электрона (с соответствующим знаком). При этом энергия взаимодействия  $H'$  с внешним электрическим полем запишется в виде

$$H'(t) = \boldsymbol{\mu} \cdot \mathbf{E} = e\mathbf{r} \cdot \mathbf{E}_0 \sin \omega t. \quad (2.26)$$

В квантовомеханическом подходе эта синусоидальная во времени энергия взаимодействия рассматривается как синусоидальный во времени гамильтониан взаимодействия  $\mathcal{H}'(t)$ , который затем вводится в нестационарное уравнение Шрёдингера. Поскольку  $\omega \approx \omega_0$ , этот гамильтониан взаимодействия приводит к переходу между двумя уровнями атома. Прежде чем получить окончательный результат, сделаем еще три предположения: 1) длина волны падающего излучения много больше размеров атома (электродипольное приближение); 2) волна взаимодействует с атомом в течение очень длительного времени; 3) вероятность перехода мала, так что можно пользоваться методами теории возмущений (нестационарной теорией возмущений). С учетом всех этих предположений окончательное выражение для вероятности поглощения запишется в виде

$$W_{1/2} = (\pi^2/3h^2) |\mu_{21}|^2 E_0^2 \delta(\nu - \nu_0), \quad (2.27)$$

где  $\nu = \omega/2\pi$ ,  $\nu_0 = \omega_0/2\pi$ ,  $\delta$  — дельта-функция Дирака, а  $\mu_{21}$  — абсолютная величина комплексного вектора

$$\mu_{21} = \int u_2^* e\mathbf{r} u_1 d\mathbf{v}, \quad (2.28)$$

где  $u_1$  и  $u_2$  — стационарные собственные функции обоих состояний [см. (2.23)], а интегрирование производится по всему объему атома. Вектор  $\mu_{21}$  называют матричным элементом оператора электрического дипольного момента  $e\mathbf{r}$ , или, проще, электрическим дипольным моментом атома.

Чтобы лучше представить себе физическую картину происходящего, рассмотрим атом, который в момент времени  $t=0$

находится в основном состоянии. При этом его волновая функция равна  $\psi = \psi_1(\mathbf{r}, t)$  и описывается выражением (2.23а). При  $t > 0$ , когда атом совершает переход  $1 \rightarrow 2$ , его волновая функция может быть представлена в виде соответствующей комбинации волновых функций двух состояний, т. е.

$$\psi = a_1(t) \psi_1 + a_2(t) \psi_2, \quad (2.29)$$

где  $a_1$  и  $a_2$  — комплексные числа, зависящие от времени. Следует заметить, что, согласно квантовой механике, величины  $|a_1|^2$  и  $|a_2|^2$  представляют собой вероятности того, что в момент времени  $t$  атом будет обнаружен в состояниях 1 и 2 соответственно. Эти величины удовлетворяют соотношению

$$|a_1|^2 + |a_2|^2 = 1. \quad (2.30)$$

Поскольку электрический дипольный момент атома дан выражением

$$\mathbf{M} = \int e |\psi|^2 \mathbf{r} dV, \quad (2.31)$$

подстановка (2.29) в (2.31) с учетом (2.23) дает

$$\begin{aligned} \mathbf{M} = & \int e r |a_1|^2 |u_1|^2 dV + \int e r |a_2|^2 |u_2|^2 dV + \\ & + \int e r [a_1 a_2^* u_1 u_2^* \exp(i\omega_0 t) + a_1^* a_2 u_1^* u_2 \exp(-i\omega_0 t)] dV; \end{aligned} \quad (2.32)$$

здесь знак  $*$  обозначает комплексное сопряжение и  $\omega_0 = (E_2 - E_1)/\hbar$ . Из выражения (2.32) следует, что в  $\mathbf{M}$  входит осциллирующий с частотой  $\omega_0$  член  $\mathbf{M}_{21}$ , который можно записать в виде

$$\mathbf{M}_{21} = \text{Re} [(\exp i\omega_0 t) 2a_1 a_2^* \boldsymbol{\mu}_{21}], \quad (2.33)$$

где мы использовали соотношение (2.28) и где  $\text{Re}$  обозначает действительную часть. Мы видим, что во время перехода атом можно рассматривать как электрический диполь, осциллирующий с частотой  $\omega_0$ , амплитуда которого пропорциональна вектору  $\boldsymbol{\mu}_{21}$ , определяемому выражением (2.28). Теперь становится ясным, почему  $\boldsymbol{\mu}_{21}$  называется электрическим дипольным моментом атома, поскольку переход обусловлен взаимодействием именно этого дипольного момента с электрическим полем  $\mathbf{E}(t)$ . Действительно, момент  $\mathbf{M}_{21}$  порождается электрическим полем  $\mathbf{E}(t)$  и задача на данном этапе очень похожа на задачу о классическом дипольном моменте, осциллирующем под воздействием внешнего поля. Поэтому не удивительно, что вероятность  $W_{21}$  оказывается пропорциональной квадрату абсолютного значения электрического дипольного момента, умноженному на квадрат

амплитуды электрического поля. Однако наличие в выражении (2.27) дельта-функции Дирака  $\delta$  приводит к физически бессмысленному результату, что  $W_{21} = 0$  при  $\nu \neq \nu_0$  и  $W_{12} = \infty$ , когда  $\nu = \nu_0$ , т. е. когда частота электромагнитной волны в точности совпадает с частотой атомного перехода. Этот нефизический результат можно объяснить, если вернуться обратно к допущению о том, что взаимодействие электромагнитной волны с атомом может оставаться в течение длительного времени невозмущенным. Действительно, с классической точки зрения, если электрическое поле с частотой  $\nu$  возбуждает (без потерь) осциллирующий с частотой  $\nu_0$  дипольный момент, то взаимодействие может иметь место только при  $\nu_0 = \nu$ . На самом деле существует целый ряд физических явлений (таких, как столкновения между атомами), которые препятствуют этому взаимодействию оставаться невозмущенным неограниченное время. Это эквивалентно утверждению, что осциллирующий электрический дипольный момент должен иметь потери. Хотя этим явлениям мы уделим некоторое внимание в следующем разделе, общий результат, к которому они приводят, можно сформулировать очень просто: уравнение (2.27) справедливо при условии, что дельта-функция Дирака  $\delta$  [центрированная в точке  $\nu = \nu_0$  — бесконечно острая функция с единичной площадью, т. е. такая, что  $\int \delta(\nu - \nu_0) d\nu = 1$ ] заменена на другую функцию  $g_t(\nu - \nu_0)$ , которая тоже центрирована в точке  $\nu = \nu_0$  и имеет единичную площадь [т. е.  $\int g_t(\nu - \nu_0) d\nu = 1$ ], но теперь уже с конечной спектральной шириной. Форма функции  $g_t$  и ее ширина будут определяться конкретным механизмом уширения, который имеет место. Таким образом, для  $W_{12}$  можно написать выражение

$$W_{12} = \frac{\pi^2}{3\hbar^2} |\mu_{21}|^2 E_0^2 g_t(\nu - \nu_0). \quad (2.34)$$

Его можно переписать в более удобном виде через плотность энергии  $\rho$  падающей электромагнитной волны, которая дается выражением

$$\rho = n^2 \epsilon_0 E_0^2 / 2, \quad (2.35)$$

где  $n$  — показатель преломления среды, в которой находится атом, и  $\epsilon_0$  — диэлектрическая постоянная. Таким образом, используя выражения (2.34) и (2.35), находим

$$W_{12} = \frac{2\pi^2}{3n^2 \epsilon_0 \hbar^2} |\mu_{21}|^2 \rho g_t(\Delta\nu); \quad (2.36)$$

здесь мы положили  $\Delta v = v - v_0$ . В случае плоской электромагнитной волны иногда бывает полезно выразить  $W_{12}$  через интенсивность падающего излучения. Поскольку  $I = c_0 \rho / n$ , где  $c_0$  — скорость света в вакууме, из выражения (2.36) имеем

$$W_{12} = \frac{2\pi^2}{3n\epsilon_0 c_0 \hbar^2} |\mu_{21}|^2 I g_t(\Delta v). \quad (2.37)$$

Выражения (2.36) и (2.37) для вероятности поглощения весьма часто применяются на практике. Следует заметить также, что выражение (2.27), очевидно, можно записать через плотность энергии волны в виде, который пригодится нам в дальнейшем:

$$W_{12} = \frac{2\pi^2}{3n^2 \epsilon_0 \hbar^2} |\mu_{21}|^2 \rho \delta(v - v_0). \quad (2.36a)$$

Наконец, необходимо заметить, что в случае вынужденного излучения вероятность перехода  $W_{21}$  получается из (2.36) и (2.37) путем замены  $\mu_{21}$  на  $\mu_{12}$ , т. е. путем перестановки индексов 1 и 2 в (2.28). Однако поскольку из (2.28) видно, что  $\mu_{12} = \mu_{21}^*$ , мы имеем  $|\mu_{12}| = |\mu_{21}|$  и, следовательно,

$$W_{21} = W_{12}. \quad (2.38)$$

Отсюда мы видим, что вероятности поглощения и вынужденного излучения равны друг другу. Поэтому в дальнейшем, если нет необходимости в установлении различия между этими процессами, будем полагать  $W = W_{21} = W_{12}$  и  $|\mu| = |\mu_{12}| = |\mu_{21}|$ . Выражения (2.36) и (2.37) принимают соответственно вид

$$W = \frac{2\pi^2}{3n^2 \epsilon_0 \hbar^2} |\mu|^2 \rho g_t(\Delta v), \quad (2.39)$$

$$W = \frac{2\pi^2}{3n\epsilon_0 c_0 \hbar^2} |\mu|^2 I g_t(\Delta v). \quad (2.40)$$

Эти выражения и представляют собой окончательный результат наших вычислений в данном разделе <sup>1)</sup>.

<sup>1)</sup> Следует заметить, что все приведенные до сих пор выражения получены в предположении, что воздействующее на атом локальное (микроскопическое) поле  $E_{\text{лок}}(r, t)$  равно полному (среднему) полю  $E(r, t)$ . Поскольку это может иметь место только для разреженных сред, в случае плотных сред необходимо внести соответствующую поправку (лоренцев поправочный коэффициент локального поля). Можно показать, что  $E_{\text{лок}} = [(n^2 + 2)/3]E$ , где  $n$  — показатель преломления среды, обусловленный всеми переходами, за исключением изучаемого перехода. Если в (2.39) вместо  $E$  подставить  $E_{\text{лок}}$ , то мы увидим, что все ранее полученные выражения, в которые входит вероятность перехода  $W$ , остаются справедливыми при условии, что мы заменим  $|\mu_{21}|^2$  на  $[(n^2 + 2)/3]^2 |\mu_{21}|^2$  [18]. Следовательно, во все последующие выражения, относящиеся к вынужденным переходам [например, (2.83) и (2.87)], необходимо внести некоторую поправку. Вполне возможно, что в

### 2.3.2. Разрешенные и запрещенные переходы

Из выражения (2.39) следует, что  $W = 0$ , если  $|\mu| = 0$ . Это имеет место, например, когда обе собственные функции  $u_1$  и  $u_2$  являются одновременно либо симметричными, либо антисимметричными<sup>1)</sup>. Действительно, в этом случае вклады от подынтегрального выражения в (2.28) в точках соответственно  $\mathbf{r}$  и  $-\mathbf{r}$  равны по величине, но имеют противоположные знаки. Следовательно, нам интересно знать, при каких условиях волновые функции  $u(\mathbf{r})$  будут либо симметричными, либо антисимметричными. Это имеет место в случае, когда гамильтониан системы  $\mathcal{H}_0(\mathbf{r})$  не меняется при замене  $\mathbf{r}$  на  $-\mathbf{r}$ , т. е. когда<sup>2)</sup>

$$\mathcal{H}_0(\mathbf{r}) = \mathcal{H}_0(-\mathbf{r}). \quad (2.41)$$

Действительно, в этом случае для любой собственной функции  $u_n(\mathbf{r})$  справедливо равенство

$$\mathcal{H}_0(\mathbf{r}) u_n(\mathbf{r}) = E_n u_n(\mathbf{r}) \quad (2.42)$$

и замена  $\mathbf{r}$  на  $-\mathbf{r}$  с учетом (2.41) дает

$$\mathcal{H}_0(\mathbf{r}) u_n(-\mathbf{r}) = E_n u_n(-\mathbf{r}). \quad (2.43)$$

Равенства (2.42) и (2.43) показывают, что как  $u_n(\mathbf{r})$ , так и  $u_n(-\mathbf{r})$  являются собственными функциями оператора  $\mathcal{H}_0(\mathbf{r})$  с одним и тем же собственным значением  $E_n$ . Хорошо известно [3], что для невырожденных уровней энергии (не считая произвольного выбора знака) каждому собственному значению соответствует только одна собственная функция, т. е.

$$u_n(-\mathbf{r}) = \pm u_n(\mathbf{r}). \quad (2.44)$$

Следовательно, если гамильтониан  $\mathcal{H}_0(\mathbf{r})$  является симметричным, то его собственные функции должны быть либо симметричными, либо антисимметричными. В этом случае обычно говорят, что собственные функции имеют определенную четность.

аналогичной поправке нуждается и выражение для вероятности спонтанного излучения [(2.110)], но автору не известны какие-либо работы по спонтанному излучению, в которых этот вопрос был бы подробно рассмотрен. Широко применяемые соотношения между сечением перехода  $\sigma$  и временем  $\tau_{\text{спонт}}$  [(2.116) и (2.117)] останутся (возможно) справедливыми, поскольку они являются просто переформулировкой отношения  $A/B$  [см. (2.107)], которое получено из соображений термодинамики.

<sup>1)</sup> Напомним, что функция  $f(\mathbf{r})$  является симметричной (или четной), если  $f(-\mathbf{r}) = f(\mathbf{r})$ , и антисимметричной, если  $f(-\mathbf{r}) = -f(\mathbf{r})$ .

<sup>2)</sup> Если гамильтониан  $\mathcal{H}_0$  является функцией более чем одной координаты  $\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \dots$ , то операцию шверсии следует произвести для всех этих координат одновременно.

Остается теперь выяснить, в каких случаях гамильтониан удовлетворяет условию (2.41), т. е. инвариантен относительно операции инверсии. Очевидно, это имеет место для системы с центром инверсии. Другим важным случаем является изолированный атом. В этом случае потенциальная энергия  $k$ -го электрона равна сумме потенциальной энергии взаимодействия с ядром (которая описывается симметричной функцией) и энергии взаимодействия со всеми остальными электронами. Для  $i$ -го электрона эта энергия зависит от  $|\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_k|$ , т. е. от расстояния между двумя электронами. Следовательно, соответствующие члены будут также инвариантными относительно инверсии. Важным случаем, когда (2.41) не выполняется, является случай, когда атом находится во внешнем электрическом поле (например, в электрическом поле кристалла), не обладающем центром инверсии. В этом случае волновые функции  $\psi_n$  не имеют определенной четности.

Подводя итог, можно сказать, что электродипольные переходы происходят только между состояниями с противоположной четностью и что состояния имеют определенную четность в том случае, когда гамильтониан системы инвариантен относительно инверсии.

Если  $W = 0$ , то соответствующий переход называется запрещенным в электродипольном приближении. Однако это не означает, что атом не может совершить переход с уровня 1 на уровень 2 под действием падающей электромагнитной волны. В этом случае переход может произойти, например, в результате взаимодействия между магнитным полем волны и магнитным дипольным моментом атома. Ради простоты мы не будем в дальнейшем подробно рассматривать этот случай (магнитодипольное взаимодействие), а ограничимся лишь тем наблюдением, что анализ в этом случае аналогичен проделанному при выводе выражения (2.37). Отметим также, что магнитодипольные переходы разрешены между состояниями с одинаковой четностью (между двумя четными или двумя нечетными состояниями). Следовательно, переход, который запрещен в приближении электродипольного взаимодействия, разрешен в приближении магнитодипольного, и наоборот. Полезно также вычислить порядок величины отношения вероятности электродипольного перехода  $W_e$  к вероятности магнитодипольного перехода  $W_m$ . Ясно, что расчет относится к двум различным переходам, один из которых разрешен при электродипольном, а другой — при магнитодипольном взаимодействии. Предположим также, что интенсивность электромагнитной волны одна и та же в обоих случаях. Для разрешенного дипольного перехода в соответствии с (2.34) можно написать, что  $W_e \sim (\mu_e E_0)^2 \approx (eaE_0)^2$ ,

где  $E_0$  — амплитуда электрического поля и электрический дипольный момент атома  $\mu_e$  приближенно выражается (для разрешенного перехода) произведением заряда электрона  $e$  на радиус атома  $a$ . Аналогичным образом можно показать, что  $W_m \sim (\mu_m B_0)^2 \approx (\beta B_0)^2$ , где  $B_0$  — амплитуда магнитного поля волны и где магнитный дипольный момент атома  $\mu_m$  приближенно выражается (для разрешенного перехода) через магнетон Бора  $\beta$  ( $\beta = 9,27 \cdot 10^{-24} \text{ А} \cdot \text{м}^2$ ). Таким образом,

$$\left(\frac{W_e}{W_m}\right) = \left(\frac{eaE_0}{\beta B_0}\right)^2 = \left(\frac{eac}{\beta}\right)^2 \approx 10^5. \quad (2.45)$$

Для получения этого численного результата мы использовали тот факт, что для плоской волны  $E_0 = B_0 c$  (где  $c$  — скорость света), и предположили, что  $a \approx 0,5 \text{ \AA}$ . Мы видим, что вероятность электродипольного перехода много больше вероятности магнитодипольного. Это, по существу, обусловлено тем, что энергия электродипольного взаимодействия ( $\mu_e E_0$ ) намного превосходит энергию магнитодипольного взаимодействия ( $\mu_m B_0$ ).

### 2.3.3. Механизм уширения линии

В данном разделе мы кратко обсудим различные механизмы уширения линии и связанные с этим свойства функции  $g(\Delta\nu)$ . Сразу же введем играющую важную роль различие между однородным и неоднородным механизмами уширения. Будем называть механизм уширения линии *однородным*, когда линия каждого отдельного атома и, следовательно, всей системы уширяется в одинаковой степени. Наоборот, механизм уширения линии будем называть *неоднородным*, когда он действует таким образом, что резонансные частоты отдельных атомов распределяются в некоторой полосе частот и, следовательно, линия всей системы оказывается уширенной при отсутствии уширения линии отдельных атомов.

#### 2.3.3.1. Однородное уширение

Первым механизмом однородного уширения линии мы рассмотрим тот, который обусловлен столкновениями. Он называется *столкновительным* уширением. В газах это уширение проявляется при столкновениях атома с другими атомами, ионами, свободными электронами или стенками резервуара. В твердых телах оно возникает за счет взаимодействия атома с фононами решетки. После того как произошло одно из таких столкновений, волновые функции атома  $u_1(\mathbf{r})$  и  $u_2(\mathbf{r})$  в выражении (2.23), а следовательно, и его электрический дипольный момент  $\mu_{21}$

[см. (2.28)] уже не будут иметь ту же фазу относительно фазы падающей электромагнитной волны. Это означает, что столкновения нарушают процесс когерентного взаимодействия атома с падающей электромагнитной волной. Поскольку в процессе взаимодействия значение имеет только относительная фаза, эквивалентным является предположение о том, что при каждом столкновении скачок испытывает фаза электрического поля, а не фаза дипольного момента  $\mu_{21}$ . Следовательно, электрическое поле волны уже не описывается синусоидой, а имеет вид, показанный на рис. 2.5, когда в момент столкновения происходит скачок фазы. Отсюда ясно, что с точки зрения атома волна больше не является монохроматической. В этом случае, если для плотности энергии волны в частном интервале от  $\nu'$  до  $\nu' + d\nu'$  написать соотношение  $d\rho = \rho\nu' d\nu'$ , то эту элементарную плотность энергии

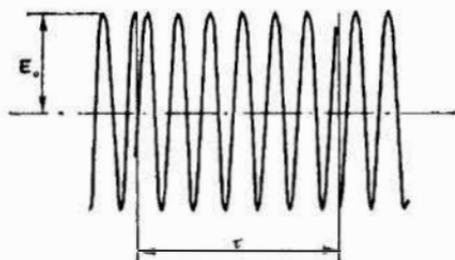


Рис. 2.5. Временная зависимость электрического поля  $E(t)$  электромагнитной волны в системе координат атома, испытывающего столкновения. Заметим, что на рисунке частота столкновений дана в увеличенном масштабе, обычно же за время столкновений  $\tau$  происходит около  $10^6$  циклов колебаний.

можно использовать в выражении для монохроматического излучения (2.36а), откуда находим

$$dW_{12} = \frac{2\pi^2}{3n^2\epsilon_0\hbar^2} |\mu_{21}|^2 \rho_{\nu'} \delta(\nu' - \nu_0) d\nu'. \quad (2.46)$$

Полная вероятность перехода может быть получена путем интегрирования выражения (2.46) по всему спектру излучения:

$$W_{12} = \frac{2\pi^2}{3n^2\epsilon_0\hbar^2} |\mu_{21}|^2 \int_{-\infty}^{\infty} \rho_{\nu'} \delta(\nu' - \nu_0) d\nu'. \quad (2.47)$$

Теперь для  $\rho_{\nu'}$  можно написать следующее выражение:

$$\rho_{\nu'} = \rho g(\nu' - \nu), \quad (2.48)$$

где  $\rho$  — плотность энергии волны, определяемая выражением (2.35), а функция  $g(\nu' - \nu)$  описывает спектральное распределение величины  $\rho_{\nu'}$ . Поскольку очевидно, что  $\rho = \int \rho_{\nu'} d\nu'$ , то, интегрируя обе части в (2.48), мы видим, что функция  $g(\nu' - \nu)$

должна удовлетворять условию нормировки

$$\int_{-\infty}^{\infty} g(\nu' - \nu) d\nu' = 1. \quad (2.49)$$

Подставляя (2.48) в (2.47) и используя свойства дельта-функции, имеем

$$W_{12} = \frac{2\pi^2}{3n^2\epsilon_0 h^2} |\mu_{21}|^2 \rho g(\nu - \nu_0). \quad (2.50)$$

Видно, что выражение для  $W_{12}$  действительно получается путем замены в (2.36а)  $\delta(\nu - \nu_0)$  на  $g(\nu - \nu_0)$ , как мы и предположили, забегая вперед, в предыдущем разделе. Заметим, что в соответствии с (2.49) мы также имеем

$$\int_{-\infty}^{\infty} g(\nu - \nu_0) d\nu = 1. \quad (2.51)$$

Теперь нам остается вычислить нормированную спектральную плотность падающего излучения  $g(\nu' - \nu)$ . Эта функция зависит от интервала времени между столкновениями  $\tau$  (рис. 2.5), который, очевидно, меняется от столкновения к столкновению. Будем считать, что распределение значений  $\tau$  можно описать плотностью вероятности

$$\rho_{\tau} = [\exp(-\tau/T_2)]/T_2. \quad (2.52)$$

Здесь  $\rho_{\tau} d\tau$  представляет собой вероятность того, что интервал времени между двумя последовательными столкновениями принимает значение между  $\tau$  и  $\tau + d\tau$ . Следует заметить, что  $T_2$  имеет физический смысл среднего времени  $\tau_c$  между двумя столкновениями. Действительно, нетрудно показать, что

$$\tau_c = \int_0^{\infty} \tau \rho_{\tau} d\tau = T_2. \quad (2.53)$$

Следует также заметить, что вероятность  $p(\tau)$  того, что следующее столкновение произойдет позже, чем через промежуток времени  $\tau$ , равна

$$p(\tau) = \int_{\tau}^{\infty} \rho_{\tau} d\tau = \exp(-\tau/\tau_c); \quad (2.54)$$

здесь мы использовали условие (2.52). При вычислении  $g(\nu' - \nu)$  удобно вначале вычислить распределение  $g(\omega' - \omega)$  как функцию угловой частоты  $\omega'$  [ $\omega' = 2\pi\nu'$ ]. Поскольку очевидно, что  $g(\nu' - \nu) d\nu' = g(\omega' - \omega) d\omega'$ , мы имеем  $g(\nu' - \nu) =$

$= 2\pi g(\omega' - \omega)$ . С точностью до постоянного множителя функция  $g(\omega' - \omega)$  есть не что иное, как спектральная мощность  $W(\omega')$  сигнала  $E(t)$ , показанного на рис. 2.5. Чтобы сделать этот постоянный множитель равным единице, мы потребуем, чтобы в соответствии с (2.51)  $W(\omega')$  удовлетворяла условию  $\int W(\omega') d\omega' = 1$ . Следует заметить, что в соответствии с теоремой Парсеваля

$$\int_{-\infty}^{\infty} W(\omega') d\omega' = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{\pi}{T} \int_{-T}^T E^2(t) dt = \pi E_0^2, \quad (2.55)$$

где  $E_0$  — амплитуда волны (см. рис. 2.5). Условие  $\int W d\omega' = 1$  приводит, таким образом, к требованию  $\pi E_0^2 = 1$ . Следовательно, функция  $g(\omega' - \omega)$  соответствует спектральной мощности сигнала  $E(t)$ , показанного на рис. 2.5 и имеющего амплитуду  $E_0 = (\pi)^{-1/2}$ . В свою очередь эту спектральную мощность можно получить как фурье-образ автокорреляционной функции сигнала (согласно теореме Винера — Хинчина). Если бы функция на рис. 2.5 была идеальной синусоидой с частотой  $\omega$ , то ее корреляционная функция была бы равна  $(E_0^2/2) \cos \omega\tau = (1/2\pi) \cos \omega\tau$ . Однако волна на рис. 2.5 испытывает разрывы с плотностью вероятности  $p_\tau$ , определяемой условием (2.52). Если на рис. 2.5 выбрать две точки, разделенные интервалом времени  $\tau$ , то вероятность того, что они коррелированы (т. е. что они находятся на одной и той же не испытавшей разрывов части синусоидальной волны), равна  $p(\tau)$  в соответствии со смыслом этой вероятности, определяемой соотношением (2.54). Вероятность же того, что эти точки не коррелированы вследствие имевших место между ними разрывов, равна  $1 - p(\tau)$ . Таким образом, искомая корреляционная функция запишется в виде  $[p(\tau) \cos \omega\tau]/2\pi$ . Проведенный нами расчет справедлив лишь для  $\tau > 0$ . Чтобы получить корреляционную функцию для  $\tau < 0$ , достаточно вспомнить, что она является симметричной [ $G(-\tau) = G(\tau)$ ]. В окончательном виде корреляционная функция запишется следующим образом:

$$G(\tau) = (1/2\pi) \exp(-\tau/\tau_c) \cos \omega\tau. \quad (2.56)$$

Отсюда согласно теореме Винера — Хинчина находим

$$g(\omega - \omega') = \frac{1}{2\pi} \left[ \frac{\tau_c}{1 + (\omega' - \omega)^2 \tau_c^2} + \frac{\tau_c}{1 + (\omega' + \omega)^2 \tau_c^2} \right]. \quad (2.57)$$

В квадратных скобках первое слагаемое дает спектр с центром в точке  $+\omega$ , а второе — с центром в точке  $-\omega$ . Если ограни-

читься рассмотрением только положительных значений  $\omega'$ , то можно опустить второе слагаемое, умножив при этом первое на двойку. Таким образом,  $g(\omega' - \omega)$  можно записать в виде

$$g(\omega' - \omega) = \frac{\tau_c}{\pi} \frac{1}{[1 + (\omega' - \omega)^2 \tau_c^2]}, \quad (2.58)$$

а для  $g(\omega_0 - \omega)$  получаем

$$g(\omega_0 - \omega) = \frac{\tau_c}{\pi} \frac{1}{[1 + (\omega_0 - \omega)^2 \tau_c^2]}. \quad (2.59)$$

Поскольку  $g(\nu - \nu_0) = 2\pi g(\omega - \omega_0)$ , выражение (2.59) можно переписать следующим образом:

$$g(\nu - \nu_0) = 2\tau_c \frac{1}{[1 + (\nu - \nu_0)^2 4\pi^2 \tau_c^2]}. \quad (2.59a)$$

Это выражение и является нашим окончательным результатом. Функция  $g(\nu - \nu_0) = g(\Delta\nu)$  построена на рис. 2.6 в зависи-

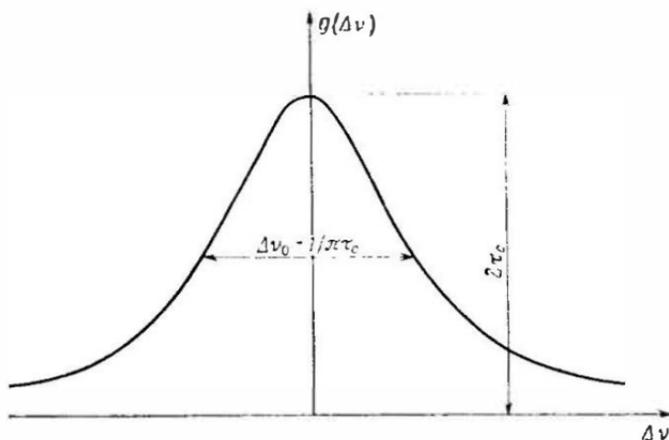


Рис. 2.6. Лоренцева линия.

мости от  $\Delta\nu = \nu - \nu_0$ . Она достигает максимума в точке  $\Delta\nu = 0$  (т. е.  $\nu = \nu_0$ ), значение которого равно  $2\tau_c$ . Полная ширина кривой между точками, соответствующими половине максимального значения, равна

$$\Delta\nu_0 = 1/\pi\tau_c, \quad (2.59б)$$

т. е. примерно соответствует обратному среднему времени между столкновениями  $\tau_c$ . Кривая, описываемая функцией  $g(\Delta\nu)$ , определяемой выражением (2.59a), называется *лоренцевой*.

Уместно заметить здесь, что картина на рис. 2.5 весьма грубо описывает физическое явление, которое имеет место в действительности. Мы предполагаем, что скачки фазы происходят мгновенно, а это в свою очередь означает бесконечно малую длительность столкновения. В действительности же при столкновении атом (или молекула) попадает в потенциальное поле либо сил притяжения (рис. 2.23), либо сил отталкивания (рис. 6.25). В этом потенциальном поле энергетические уровни 1 и 2 атома сдвигаются соответственно на  $\Delta E_1(R)$  и  $\Delta E_2(R)$ , где  $R$  — расстояние между двумя сталкивающимися атомами. Соответствующее изменение частоты перехода дается выражением

$$\Delta \nu_0(t) = \frac{\Delta E_2(R) - \Delta E_1(R)}{h}, \quad (2.60)$$

где  $\Delta \nu_0(t)$  — функция времени, поскольку расстояние  $R$  зависит от времени. К решению данной задачи мы снова применим

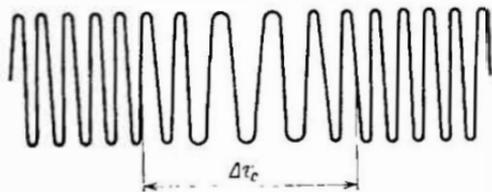


Рис. 2.7. Поведение электромагнитной волны во времени, наблюдаемое в системе координат атома, испытывающего столкновения в течение времени  $\Delta \tau_c$ .

другой, эквивалентный подход, считая, что при столкновении изменяется не частота перехода, а частота падающей волны на величину  $\Delta \nu(t) = [\Delta E_2 - \Delta E_1] / h$ . При этом подходе волна с точки зрения атома испытывает частотный сдвиг в течение времени столкновения  $\Delta \tau_c$  (рис. 2.7). Отсюда ясно, что более строгая теория столкновительного уширения должна учитывать конечную длительность столкновения  $\Delta \tau_c$  и все явления, происходящие в течение этого времени. Однако можно показать, что в случае  $\Delta \tau_c \ll \tau_c$  функция  $g(\omega' - \omega)$  достаточно точно описывается лоренцевой кривой вплоть до частот, удовлетворяющих условию  $|\omega' - \omega| \ll 1/\Delta \tau_c$ . Порядок величины  $\Delta \tau_c$  можно получить из соотношения

$$\Delta \tau_c \approx a/v_{\text{тепл}}, \quad (2.61)$$

где  $a$  — расстояние между атомами (или молекулами), на котором они начинают оказывать влияние друг на друга, а  $v_{\text{тепл}}$  — средняя скорость их теплового движения. В действительности величина  $a$  приблизительно равна размеру молекулы, т. е. составляет около 1 Å (см., например, рис. 6.24). Среднюю тепловую скорость можно вычислить по формуле

$$v_{\text{тепл}} = (8kT/\pi M)^{1/2}, \quad (2.62)$$

где  $M$  — масса молекулы. Например, для атома Ne при комнатной температуре из (2.61) и (2.62) получаем

$$\Delta\tau_c \approx 10^{-13} \text{ с.} \quad (2.63)$$

Следует заметить, что на этом интервале времени уложится несколько периодов световой волны ( $\nu \approx 5 \cdot 10^{14}$  Гц). Кроме того, интервал времени  $\tau_c$  между двумя столкновениями по порядку величины равен отношению средней длины свободного пробега к средней скорости  $v_{\text{тепл}}$ . Таким образом, мы имеем

$$\tau_c = \frac{(MkT)^{1/2}}{16\pi^{1/2}\rho a^2}, \quad (2.64)$$

где  $\rho$  — давление газа, а  $a$  — радиус молекулы. Для атомов Ne при давлении  $\rho \approx 0,5$  мм рт. ст. (типичное давление в Ne—Ne-лазере; см. гл. 6) и при комнатной температуре получаем

$$\tau_c \approx 0,5 \cdot 10^{-6} \text{ с.} \quad (2.65)$$

Отсюда видно, что  $\Delta\tau_c \ll \tau_c$ . Соответствующая ширина линии (см. рис. 2.6) равна

$$\Delta\nu_0 = 1/\pi\tau_c = 0,64 \text{ МГц.} \quad (2.66)$$

Заметим, что величина  $\tau_c$  обратно пропорциональна давлению  $\rho$ , т. е. ширина линии  $\Delta\nu_0$  пропорциональна давлению  $\rho$ . В качестве грубого приближения можно считать, что для любого атома столкновения уширяют линию на величину  $\Delta\nu_0/\rho \approx \approx 1 \text{ МГц}/(\text{мм рт. ст.})$ , что сравнимо с оценкой, сделанной нами для атомов Ne.

Второй механизм однородного уширения линии связан с явлением спонтанного излучения. Поскольку спонтанное излучение неизбежно присутствует в случае любого перехода, данное уширение называется естественным или собственным уширением. Мы предварим обсуждение этого механизма уширения следующим замечанием. С помощью термодинамических соображений можно показать (см. раздел 2.4.3), что форма линии данного перехода будет одной и той же, независимо от того, наблюдаем ли мы форму линии поглощения (т. е.  $W_{12}$ ), вынужденного излучения (т. е.  $W_{21}$ ) или спонтанного излучения. В случае естественного уширения проще всего рассматривать спектральную зависимость излучаемого света. К сожалению, как это станет яснее в разд. 2.3, спонтанное излучение есть чисто квантовое явление, т. е. оно может быть корректно описано только квантовой теорией электромагнитного излучения. Поскольку эта теория выходит за рамки книги, мы ограничимся тем, что выпишем окончательный результат и обоснуем его некоторыми простыми физическими соображениями.

Квантовая теория излучения [12, 13] показывает, что спектр  $g(\nu - \nu_0)$  испускаемого излучения является лоренцевой функцией, выражение для которой можно получить из (2.59а), заменив  $\tau_c$  на  $2\tau_{\text{спонт}}$ , где  $\tau_{\text{спонт}} = 1/A$  — время затухания спонтанного излучения [см. (1.2)]. В частности, полная ширина линии на половине высоты максимума дается выражением (см. рис. 2.6)

$$\Delta\nu_{\text{ест}} = \frac{1}{2\pi\tau_{\text{спонт}}}. \quad (2.67)$$

Для подтверждения этого результата заметим, что, поскольку энергия, излучаемая атомом, затухает по закону  $\exp(-t/\tau_{\text{спонт}})$ , ее фурье-спектр занимает область частот  $\sim 1/\tau_{\text{спонт}}$ . Для доказательства того, что линия имеет лоренцеву форму, можно применить эвристический подход, считая, что при спонтанном излучении электрическое поле уменьшается во времени по закону  $E(t) = \exp(-t/2\tau_{\text{спонт}}) \cos \omega_0 t$ . В этом случае интенсивность излучения [которая пропорциональна  $\langle E^2(t) \rangle$ ] будет иметь правильную зависимость от времени в виде  $\exp(-t/\tau_{\text{спонт}})$ . Нетрудно вычислить спектральную мощность такого поля  $E(t)$  и убедиться, что форма линии является лоренцевой и что ее ширина дается выражением (2.67). Чтобы оценить  $\Delta\nu_{\text{ест}}$  по порядку величины, заметим, что, как будет показано в разд. 2.3, для разрешенного электродипольного перехода в середине видимого диапазона  $\tau_{\text{спонт}}$  по порядку величины равно 10 нс. Тогда из (2.67) получаем  $\Delta\nu_{\text{ест}} = 16$  МГц.

### 2.3.3.2. Неоднородное уширение

Предположим, что некий механизм уширения распределяет резонансные частоты атомов в некоторой полосе частот с центром в  $\nu_0$  и что относительная плотность распределения этих частот равна  $g^*(\nu'_0 - \nu_0)$ . Согласно этому,  $g^*(\nu'_0 - \nu_0) d\nu'_0$  есть вероятность того, что резонансная частота атома попадает в интервал между  $\nu'_0$  и  $\nu'_0 + d\nu'_0$ . Тогда из выражения (2.36а) или, в более общем случае, из (2.47), если действует также какой-либо другой механизм уширения (например, столкновительное уширение), можно получить среднее значение коэффициентов вынужденного излучения или поглощения. Таким образом,

$$\begin{aligned} W &= \frac{2\pi^2}{3n^2\epsilon_0\hbar^2} |\mu|^2 \rho \int_{-\infty}^{+\infty} g^*(\nu'_0 - \nu_0) g(\nu - \nu'_0) d\nu'_0 = \\ &= \frac{2\pi^2}{3n^2\epsilon_0\hbar^2} |\mu|^2 \rho g_t(\nu - \nu_0); \end{aligned} \quad (2.68)$$

здесь через  $g_t(\nu - \nu_0)$  обозначена функция

$$g_t = \int_{-\infty}^{+\infty} g^*(x) g[(\nu - \nu_0) - x] dx, \quad (2.69)$$

причем  $x = \nu'_0 - \nu_0$ . Отсюда следует, что формула (2.39) остается справедливой и в том случае, когда присутствуют два механизма уширения: один однородный с формой линии  $g$  и другой неоднородный с формой линии  $g^*$ , причем функция  $g_t$  представляет собой свертку этих двух функций. Если однородное уширение, описываемое функцией  $g(\nu - \nu'_0)$ , много меньше неоднородного уширения  $g^*(\nu'_0 - \nu)$ , то функцию  $g(\nu - \nu'_0)$  можно аппроксимировать  $\delta$ -функцией Дирака, и тогда

$$\mathcal{W} = \frac{2\pi^2}{3n^2 \epsilon_0 \hbar^2} |\mu|^2 \rho g^*(\nu - \nu_0). \quad (2.70)$$

Этот случай иногда рассматривают как полностью неоднородное уширение.

В газах типичный механизм неоднородного уширения связан с движением атомов и называется доплеровским уширением. Чтобы проиллюстрировать этот тип уширения, рассмотрим молекулу, которая движется в поле электромагнитного излучения, имеющего частоту  $\nu$  (причем эта частота измеряется в лаб. системе координат). Обозначим через  $v$  составляющую скорости молекулы (измеряемую в той же лаб. системе координат) в направлении распространения электромагнитной волны. Тогда частота волны  $\nu'$ , измеряемая в системе координат движущегося атома, равна  $\nu' = \nu[1 \pm (v/c)]$  (эффekt Доплера), причем знак минус или плюс выбирается в зависимости от того, совпадают ли направления движения молекулы и распространения электромагнитной волны, или они направлены в противоположные стороны. Действительно, хорошо известно, что, если молекула движется навстречу волне, частота  $\nu'$ , наблюдаемая в системе координат атома, всегда больше частоты  $\nu$ , наблюдаемой в лаб. системе координат. Разумеется, при этом поглощение будет происходить только тогда, когда частота  $\nu'$  электромагнитной волны в системе координат атома равна частоте атомного перехода  $\nu_0$ , т. е. когда

$$\nu[1 \pm (v/c)] = \nu_0. \quad (2.71)$$

Если переписать это выражение в виде

$$\nu = \nu_0 / (1 \pm v/c), \quad (2.72)$$

то мы приходим к иной интерпретации процесса. А именно при рассмотрении взаимодействия электромагнитного излучения с

атомом результат будет тем же самым, как если бы атом был неподвижен, но имел резонансную частоту  $\nu'_0$ , определяемую выражением

$$\nu'_0 = \nu_0 / (1 \pm v/c), \quad (2.73)$$

где  $\nu_0$  — истинная частота атомного перехода. В самом деле, поглощение при такой интерпретации может происходить, когда частота  $\nu$  электромагнитной волны равна  $\nu'_0$ , что согласуется с (2.72), если для  $\nu'_0$  использовать выражение (2.73). С этой точки зрения можно сказать, что данный механизм уширения действительно является неоднородным в смысле определения, данного в начале этого раздела. Чтобы вычислить соответствующую форму линии  $g^*(\nu'_0 - \nu_0)$ , достаточно вспомнить, что в газе, находящемся при температуре  $T$ , вероятность  $p_\nu d\nu$  того, что атом массой  $M$  имеет составляющую скорости между  $v$  и  $v + dv$ , дается распределением Максвелла

$$p_\nu d\nu = \left( \frac{M}{2\pi kT} \right)^{1/2} \exp\left( -\frac{Mv^2}{2kT} \right) dv. \quad (2.74)$$

Поскольку из (2.73) следует, что

$$v = \frac{c(\nu'_0 - \nu_0)}{\nu'_0} \approx \frac{c(\nu'_0 - \nu_0)}{\nu_0}, \quad (2.75)$$

то из выражений (2.74) и (2.75) получается искомое распределение, если мы договоримся, что  $g^*(\nu'_0 - \nu_0) d\nu'_0 = p_\nu d\nu$ . Таким образом, мы получаем соотношение

$$g^*(\nu'_0 - \nu_0) = \frac{1}{\nu_0} \left( \frac{Mc^2}{2\pi kT} \right)^{1/2} \exp\left[ -\frac{Mc^2}{2kT} \frac{(\nu'_0 - \nu_0)^2}{\nu_0^2} \right], \quad (2.76)$$

так что в случае чисто неоднородного уширения в соответствии с (2.70) контур линии запишется в виде

$$g^*(\nu - \nu_0) = \frac{1}{\nu_0} \left( \frac{Mc^2}{2\pi kT} \right)^{1/2} \exp\left[ -\frac{Mc^2}{2kT} \frac{(\nu - \nu_0)^2}{\nu_0^2} \right]. \quad (2.77)$$

На рис. 2.8 изображена функция  $g^*(\nu - \nu_0) = g^*(\Delta\nu)$  в зависимости от  $\Delta\nu$ . Как и в случае лоренцевой кривой, максимум достигается в точке  $\Delta\nu = 0$ , а ширина контура (доплеровская ширина линии) теперь равна

$$\Delta\nu_0^* = 2\nu_0 \left( \frac{2kT}{Mc^2} \ln 2 \right)^{1/2}. \quad (2.78)$$

Такая кривая называется *гауссовой*. Заметим, что выраженное через ширину линии  $\Delta\nu_0^*$  максимальное значение  $g^*(0)$  запишется в виде

$$g^*(0) = \frac{2}{\Delta\nu_0^*} \left( \frac{\ln 2}{\pi} \right)^{1/2} = \frac{0,939}{\Delta\nu_0^*}, \quad (2.79)$$

в то время как для лоренцевой кривой максимальное значение равно

$$g(0) = \frac{2}{\pi \Delta\nu_0} = \frac{0,637}{\Delta\nu_0}. \quad (2.80)$$

Следовательно, при данной ширине линии гауссова кривая заострена сильнее лоренцевой.

Другим механизмом неоднородного уширения, приводящим опять-таки к гауссовой форме линии, может быть любое явление, которое вызывает случайное распределение частот атомных переходов. Например, если локальное электрическое поле кристалла случайным образом изменяется от точки к точке вследствие, скажем, дефектов кристаллической решетки, то благодаря эффекту Штарка возникнут локальные сдвиги энергетических уровней, а вместе с ними и частот атомных переходов. Аналогичное явление имеет место также и в резупорядоченных средах (таких, как стекло или жидкость), поскольку атомы, окружающие рассматриваемый атом, распределены случайным образом. Что касается ширины линии, то она определяется теперь среднеквадратичным отклонением локального электрического поля.

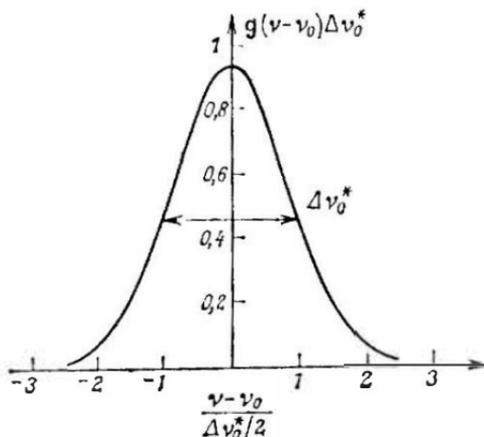


Рис. 2.8. Гауссова линия (нормированная зависимость).

По формуле (2.78) можно вычислить доплеровскую ширину линии  $\Delta\nu_0^* = \Delta\omega_0^*/2\pi$  атома Ne при  $T = 300$  К на длине волны  $\lambda = 0,6328$  мкм (одна из линий неона, на которой осуществляется лазерная генерация; см. гл. 6), которая оказывается равной

$$\Delta\nu_0^* = 1,7 \text{ ГГц}. \quad (2.81)$$

Сравнение этой величины с соответствующими значениями, вычисленными для столкновительного [см. (2.66)] и естественно-го уширений, показывает, что в рассматриваемом примере доплеровское уширение значительно больше естественного, которое в свою очередь существенно больше столкновительного. Это соотношение, впрочем, не всегда справедливо, поскольку при достаточно высоких давлениях газа столкновительное уширение преобладает над доплеровским (например, в  $\text{CO}_2$ -лазере при атмосферном давлении; см. гл. 6).

### 2.3.3.3. Выводы и примеры

В предыдущих двух разделах мы рассмотрели несколько важных примеров как однородного, так и неоднородного механизмов уширения линии. Мы убедились, что по крайней мере

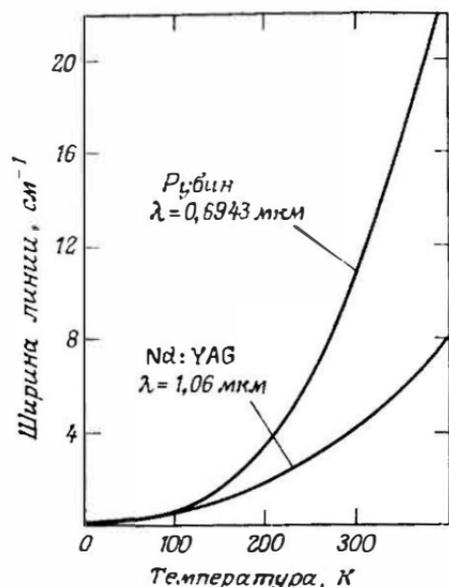


Рис. 2.9. Зависимость ширины лазерной линии от температуры в рубине (согласно Шавлову [15]) и в  $\text{Nd}^{3+}:\text{YAG}$  (согласно Сигмену [16]).

слов yttrium aluminum garnet — иттрий-алюминиевый гранат,  $\text{Y}_3\text{Al}_5\text{O}_{12}$ ), активированного ионами  $\text{Nd}^{3+}$ , которые замещают в кристаллической решетке часть ионов  $\text{Y}^{3+}$  (доля ионов  $\text{Nd}^{3+}$  составляет около 1%). Лазерная генерация происходит на одном из переходов иона  $\text{Cr}^{3+}$  в рубине ( $\lambda = 694,3$  нм) и одним из переходов иона  $\text{Nd}^{3+}$  в  $\text{Nd}^{3+}:\text{YAG}$  ( $\lambda = 1,06$  мкм). В обоих случаях уширение лазерной линии обусловлено в основном

для рассмотренных случаев форма однородно уширенной линии всегда лоренцева, а форма неоднородно уширенной линии всегда гауссова. В рассмотренном нами примере атома  $\text{Ne}$  неоднородное уширение преобладает над однородным. Обратимся теперь к другому примеру, когда преобладает однородное уширение. На рис. 2.9 показана зависимость от температуры ширины лазерной линии в кристаллах рубина и  $\text{Nd}^{3+}:\text{YAG}$ . Рубин представляет собой кристалл  $\text{Al}_2\text{O}_3$  с примесью ионов  $\text{Cr}^{3+}$ , которые замещают в кристаллической решетке часть ионов  $\text{Al}^{3+}$  (доля ионов  $\text{Al}^{3+}$ , замещенных ионами  $\text{Cr}^{3+}$ , обычно порядка 0,05%). Кристалл  $\text{Nd}^{3+}:\text{YAG}$  состоит из  $\text{YAG}$  (аббревиатура английских

столкновениями ионов с фононами решетки. Этим объясняется резкое сужение линии при уменьшении температуры. Следует заметить, что форма линии опять-таки хорошо аппроксимируется лоренцевым контуром. Остаточная ширина линии, наблюдаемая при  $T \rightarrow 0$  (которую с трудом можно разглядеть на рис. 2.9), является следствием неоднородного уширения, обусловленного флуктуациями кристаллического поля в различных положениях ионов  $\text{Cr}^{3+}$  и  $\text{Nd}^{3+}$ .

В случае когда два или несколько механизмов уширения дают сравнимые по величине вклады, результирующая форма линии определяется сверткой этих процессов типа той, что приведена в выражении (2.69). Можно показать, что свертка лоренцева контура шириной  $\Delta\nu_1$  с лоренцевым контуром шириной  $\Delta\nu_2$  приведет снова к лоренцевой линии шириной  $\Delta\nu = \Delta\nu_1 + \Delta\nu_2$ . Свертка гауссова контура шириной  $\Delta\nu_1$  с гауссовым контуром шириной  $\Delta\nu_2$  является опять гауссовой линией шириной  $\Delta\nu = (\Delta\nu_1^2 + \Delta\nu_2^2)^{1/2}$ . Следовательно, задачу об уширении линии всегда можно свести к нахождению свертки одной лоренцевой линии с одной гауссовой, причем значения соответствующего интеграла (известного под названием интеграла Фойгта [14]) табулированы. Однако в некоторых случаях (например, в рассмотренном выше случае газообразного неона) один из механизмов преобладает. В таких случаях можно говорить либо о лоренцевой, либо о гауссовой линии.

В качестве заключения для всего раздела 2.3.3 приведем в табл. 2.1 пределы, в которых заключены реальные ширины линий

Таблица 2.1. Возможные значения ширины линий для различных механизмов уширения <sup>1)</sup>

|                       | Уширение                    | Газ                  | Жидкость  | Твердое тело                         |
|-----------------------|-----------------------------|----------------------|---|--------------------------------------|
| Однородное уширение   | Естественное                | 1 кГц — 10 МГц       | Незначительное уширение<br>$\sim 300 \text{ см}^{-1}$ | Незначительное уширение              |
|                       | Столкновительное            | 5—10 МГц/(мм рт.ст.) |   |                                      |
|                       | Связанное с фононами        | —                    | —   | $\sim 10 \text{ см}^{-1}$<br>(300 K) |
| Неоднородное уширение | Доплеровское                | 50 МГц—1 ГГц         | Незначительное уширение<br>$\sim 500 \text{ см}^{-1}$ | —                                    |
|                       | Связанное с локальным полем | —                    |   | 1—500 $\text{см}^{-1}$               |

<sup>1)</sup> Заметим, что в некоторых случаях частота выражена в обратных сантиметрах ( $\text{см}^{-1}$ ). Чтобы получить частоту в герцах, следует умножить приведенные в таблице числа на скорость света в вакууме ( $\sim 3 \cdot 10^{10} \text{ см/с}$ ).

для всех рассмотренных механизмов уширения. Заметим, что, как мы покажем в разд. 2.4,  $\tau_{\text{спонт}} \sim \nu_0^{-3}$ . Поэтому  $\Delta\nu_{\text{ест}}$  уменьшается вместе с частотой и на частоте лазерного перехода, например в  $\text{CO}_2$  ( $\lambda = 10,6$  мкм), становится пренебрежимо малой. Кроме того, в соответствии с выражением (2.78)  $\Delta\nu_0^*$  в случае доплеровского уширения также уменьшается с частотой, хотя и не столь быстро ( $\Delta\nu_0^* \sim \nu_0$ ). В заключение следует также заметить, что в жидкостях, по-видимому, преобладает неоднородное уширение, связанное с неоднородностями локальных полей. Однако из-за очень высокой частоты столкновений в жидкости столкновительное уширение здесь тоже весьма значительно. Поэтому в этом случае иногда трудно установить различие между однородным и неоднородным механизмами уширения.

### 2.3.4. Сечение перехода, коэффициенты поглощения и усиления

Вычислив вероятность перехода  $W$ , можно теперь перейти к определению и расчету других параметров, которые часто применяются для описания данного перехода.

Первым из таких параметров мы рассмотрим сечение перехода  $\sigma$ , которое вскользь уже обсуждалось в главе 1 [см. соотношения (1.4) и (1.6)]. Мы нашли, что в случае однородной плоской волны вероятность перехода пропорциональна интенсивности плоской волны, поэтому сечение перехода можно определить следующим образом:

$$\sigma = W/F; \quad (2.82)$$

здесь  $F = I/h\nu$  — плотность потока фотонов падающей электромагнитной волны. Из (2.40) мы затем получаем выражения для  $\sigma$ :

$$\sigma = \frac{2\pi^2}{3n\epsilon_0 c_0 \hbar} |\mu|^2 \nu g_i (\Delta\nu). \quad (2.83)$$

Из этого выражения видно, что  $\sigma$  зависит только от параметров среды ( $|\mu|^2$  и  $g_i$ ) и частоты  $\nu$  падающей волны. Таким образом, для описания процесса взаимодействия необходимо знать лишь зависимость сечения  $\sigma$  от частоты  $\nu$ . Поэтому сечение перехода  $\sigma$  является очень важным и широко применяемым параметром. Физическое объяснение популярности этого параметра можно получить из уравнения (1.7). Для простоты предположим, что все атомы находятся на нижнем энергетическом уровне, т. е.  $N_2 = 0$  и  $N_1 = N_t$  ( $N_t$  — суммарная населенность системы). При этом из (1.7) получаем

$$dF = -\sigma N_t F dz. \quad (2.84)$$

Предположим теперь, что каждому атому можно поставить в соответствие эффективное сечение поглощения фотонов  $\sigma_a$  в том смысле, что если фотон попадает в это сечение, то он будет поглощен атомом (рис. 2.10). Если площадь поперечного сечения электромагнитной волны в среде обозначить через  $S$ , то число освещенных волной атомов среды в слое толщиной  $dz$  (см. также рис. 1.2) равно  $N_t S dz$  и тогда полное сечение поглощения будет равно  $\sigma_a N_t S dz$ . Следовательно, относительное изменение числа фотонов ( $dF/F$ ) в слое толщиной  $dz$  среды равно

$$dF/F = -\sigma_a N_t S dz/S. \quad (2.85)$$

Из сравнения уравнений (2.85) и (2.84) видно, что  $\sigma = \sigma_a$ ; поэтому в соответствии с данным выше определением величине  $\sigma$  можно придать смысл эффективного сечения поглощения.

Взаимодействие излучения с веществом можно описывать по-другому, определив коэффициент  $\alpha$  с помощью выражения

$$\alpha = \sigma (N_1 - N_2). \quad (2.86)$$

Если  $N_1 > N_2$ , то величина  $\alpha$  называется коэффициентом поглощения. Воспользовавшись выражением (2.83), получаем

$$\alpha = \frac{2\pi^2}{3n^2 \epsilon_0 c^3 \hbar} (N_1 - N_2) |\mu|^2 \nu_{gt} (\Delta\nu). \quad (2.87)$$

Поскольку  $\alpha$  зависит от населенностей двух уровней, это не самый подходящий параметр для описания взаимодействия в тех случаях, когда населенности уровней изменяются, как, например в лазере. Однако достоинством данного параметра является то, что он может быть непосредственно измерен. Действительно, из выражений (1.7) и (2.86) следует, что  $dF = -\alpha F dz$ . Поэтому, отношение плотности потока фотонов, прошедшего в среду на глубину  $l$ , к плотности падающего потока фотонов равно  $F(l)/F(0) = \exp(-\alpha l)$ . Экспериментальные измерения этого отношения при использовании достаточно монохроматического излучения дают значение  $\alpha$  для этой конкретной длины волны падающего света. Соответствующее сечение перехода получается из выражения (2.86), если известны населенности  $N_1$  и  $N_2$ . В случае, когда среда находится в термодинамическом равновесии,  $N_1$  и  $N_2$  можно определить (если известна полная населенность  $N_t = N_1 + N_2$ ) с помощью выражения (1.8). Прибор для измерения коэффициента поглощения  $\alpha$  называется абсорбционным спектрофотометром (спектрофо-

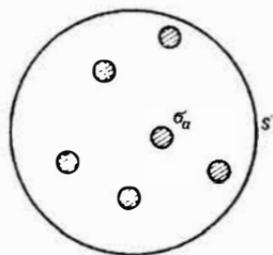


Рис. 2.10. Эффективное сечение поглощения  $\sigma_a$  атомами в пучке с поперечным сечением  $S$ .

тометром поглощения). Заметим, однако, что нельзя производить измерение поглощения перехода, уровень 1 которого не заселен. Такая ситуация возникает, например, когда уровень 1 не является основным и его энергия превышает энергию основного уровня на величину, много большую, чем  $kT$ . В качестве последнего наблюдения заметим, что если  $N_2 \gg N_1$ , то коэффициент поглощения  $\alpha$ , определяемый с помощью выражения (2.86), становится отрицательным и волна в среде будет, разумеется, усиливаться, а не поглощаться. В этом случае обычно вводят новую величину

$$\alpha_g = -\alpha = \sigma(N_2 - N_1), \quad (2.88)$$

которая является положительной и называется коэффициентом усиления. Определим также величину

$$g = \alpha_g l, \quad (2.88a)$$

где  $l$  — длина активной среды. Величина  $g$  называется (логарифмическим) усилением среды.

Теперь подведем итоги нашего рассмотрения в данном разделе. Мы ввели следующие три характеризующие переход параметра:  $W$ ,  $\sigma$  и  $\alpha$ . Они представляют три различных способа описания явления поглощения и вынужденного излучения. Относительные достоинства каждого из этих параметров состоят в следующем: 1) вероятность перехода  $W$  имеет простой физический смысл [см. выражения (1.3) и (1.5)], и ее можно непосредственно получить из квантовомеханического вычисления; 2) сечение перехода  $\sigma$  зависит исключительно от свойств данной среды; 3) коэффициент поглощения  $\alpha$  — это параметр, который во многих случаях можно непосредственно измерить в эксперименте.

## 2.4. Спонтанное излучение

Целью настоящего раздела является вычисление вероятности спонтанного излучения  $A$ , определяемой выражением (1.2). К сожалению, полуклассическое рассмотрение взаимодействия излучения с веществом не позволяет, как будет показано ниже, адекватно предсказать и понять явление спонтанного излучения. Тем не менее для начала полезно рассмотреть это явление с позиций полуклассического подхода. Полученные результаты затем будут сопоставлены с результатами точного квантовоэлектродинамического анализа, в котором квантуются как атом, так и излучение.

## 2.4.1. Полуклассический подход

Прежде всего рассмотрим с чисто классической точки зрения электрический диполь, колеблющийся с частотой  $\omega_0$ . Если считать положительный заряд неподвижным, то в системе координат положительного заряда мгновенное положение  $\mathbf{r}$  отрицательного заряда можно записать в виде

$$\mathbf{r} = \mathbf{r}_0 \cos(\omega_0 t + \phi) = \text{Re} [\mathbf{r}'_0 \exp(i\omega_0 t)], \quad (2.89)$$

где  $\text{Re}$  обозначает действительную часть, а  $\mathbf{r}'_0 = \mathbf{r}_0 \exp(i\phi)$ . Из уравнений Максвелла следует, что движущийся с ускорением электрический заряд излучает электромагнитную волну, мощность которой пропорциональна квадрату ускорения. Таким образом, можно показать [4], что колеблющийся электрон излучает в окружающее пространство мощность  $P_r$ , которая дается выражением

$$P_r = \frac{n\mu^2\omega_0^4}{12\pi\epsilon_0 c_0^3}, \quad (2.90)$$

где  $\mu = er_0 = e|\mathbf{r}'_0|$  — амплитудное значение электрического дипольного момента,  $n$  — показатель преломления среды, а  $c_0$  — скорость света в вакууме. Среднее значение полной энергии колеблющегося электрона определяется суммой средних значений кинетической и потенциальной энергий. Поскольку, как известно, эти значения равны друг другу,  $\langle E \rangle = \langle \text{Кинетическая энергия} \rangle + \langle \text{Потенциальная энергия} \rangle = 2\langle \text{Кинетическая энергия} \rangle$ . Следовательно,

$$\langle E \rangle = 2(m/2)\langle v^2 \rangle = (1/2) m (\mu\omega_0/e)^2; \quad (2.91)$$

здесь  $m$  — масса электрона, а  $\langle v^2 \rangle$  — средний квадрат скорости. За время  $dt$  осциллятор будет терять энергию, равную  $dE = -P_r dt$ . Таким образом, используя выражения (2.90) и (2.91), можно написать

$$dE = -\frac{\langle E \rangle}{\tau_{\text{кл}}} dt, \quad (2.92)$$

где

$$\tau_{\text{кл}} = \frac{\langle E \rangle}{P_r} = \frac{6\pi\epsilon_0 m c_0^3}{n e^2 \omega_0^2}. \quad (2.93)$$

Вследствие дипольного излучения амплитуда  $r_0$  колебаний, а следовательно, и  $\mu$  будут со временем уменьшаться. Однако, поскольку величина  $\tau_{\text{кл}}$  не зависит от  $\mu$ , она будет оставаться постоянной. В этом случае из уравнения (2.92) следует, что

энергия  $E$  будет экспоненциально уменьшаться с постоянной времени  $\tau_{кл}$ . Поэтому с классической точки зрения эта величина называется временем жизни колеблющегося диполя.

Вернемся теперь к рассматриваемой нами задаче двухуровневой атомной системы. При спонтанном излучении атом испытывает переход  $2 \rightarrow 1$ , и для описания волновой функции атома можно снова применить выражение (2.29). Следовательно, приобретаемый атомом дипольный момент  $\mathbf{M}$  описывается все тем же выражением (2.32). В действительности для состояний определенной четности первые два члена в выражении (2.32) равны нулю, поскольку как  $|u_1|^2$ , так и  $|u_2|^2$  — четные функции координаты  $g$ . В любом случае эти два члена не зависят от времени. Если для простоты рассмотреть состояния с определенной четностью, то выражение (2.32) упрощается, и мы приходим к выражению (2.33), т. е.

$$\mathbf{M} = \text{Re} \{ [\exp(i\omega_0 t) 2a_1 a_2^*] \mu_{21} \}. \quad (2.94)$$

По аналогии с рассмотренным выше случаем классического осциллятора мы ожидаем, что именно этот осциллирующий с частотой  $\nu_0 = \omega_0/2\pi$  член ответствен за излучение энергии в окружающее пространство и, следовательно, описывает процесс спонтанного излучения. При этом с помощью простого условия сохранения энергии можно вычислить скорость изменения величины  $|a_2|^2$  в единицу времени, т. е.

$$h\nu_0 \frac{d|a_2|^2}{dt} = -P_r, \quad (2.95)$$

где мощность излучения  $P_r$  можно найти из соотношения (2.90), если учесть, что в соответствии с (2.94)  $\mu = 2|a_1 a_2^* \mu_{21}|$ . Тогда уравнение (2.95) можно переписать в виде

$$\frac{d|a_2|^2}{dt} = -\frac{1}{\tau_{спонт}} |a_1|^2 |a_2|^2 = -\frac{1}{\tau_{спонт}} (1 - |a_2|^2) |a_2|^2, \quad (2.96)$$

где мы использовали соотношение (2.30) и определили характерное время  $\tau_{спонт}$  как

$$\tau_{спонт} = \frac{3\hbar e_0^3 c^3}{16\pi^3 \nu_0^3 |\mu|^2}, \quad (2.97)$$

которое называется спонтанным (излучательным) временем жизни уровня 2. Решение уравнения (2.96) имеет вид

$$|a_2|^2 = \frac{1}{2} \left[ 1 - \text{th} \left( \frac{t - t_0}{2\tau_{спонт}} \right) \right], \quad (2.98)$$

где  $t_0$  определяется начальными условиями, т. е. значением  $|a_2(0)|^2$ . Действительно, из (2.98) видно, что

$$|a_2(0)|^2 = (1/2) \left[ 1 - \text{th} \left( \frac{-t_0}{2\tau_{\text{спонт}}} \right) \right], \quad (2.99)$$

откуда для данного значения  $|a_2(0)|^2$  (при условии, что оно меньше единицы) однозначно вычисляется  $t_0$ . В качестве примера на рис. 2.11 показана временная зависимость величины  $|a_2(t)|^2$  при начальном условии  $|a_2(0)|^2 = 0,96$ . Заметьте, что

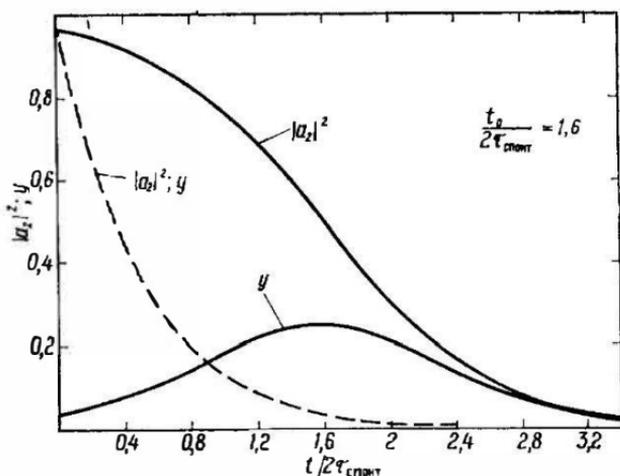


Рис. 2.11. Временная зависимость вероятности населения верхнего состояния  $|a_2|^2$  и нормированной мощности излучения  $y$  ( $y = \tau_{\text{спонт}} P_r / \hbar \omega_0$ ) от времени. Сплошные кривые — полуклассическая теория; штриховая кривая — квантовая электродинамика.

выбор различных значений  $|a_2(0)|^2$  просто изменяет значение  $t_0$  в выражении (2.98), т. е. сдвигает начало временной оси. На этом же рисунке приведено также изменение со временем нормированной мощности излучения  $P_r$ . Для дальнейшего рассмотрения существенно, что временное поведение  $|a_2(t)|^2$  можно аппроксимировать экспоненциальной зависимостью вида

$$|a_2(t)|^2 = |a_2(0)|^2 \exp \left\{ - (t/\tau_{\text{спонт}}) \right\} \quad (2.100)$$

только тогда, когда  $|a_2(0)|^2 \ll 1$ . В этом случае действительно в (2.96) можно положить  $|a_1|^2 \approx 1$  и сразу получить выражение (2.100).

Наиболее важным является случай, когда  $|a_2(0)|^2 = 1$ . При этом из (2.99) мы находим, что  $t_0 = \infty$ , т. е. в соответствии с полуклассической теорией атом релаксировать не

должен. Действительно, если  $|a_2(0)|^2 = 1$ , то  $|a_1(0)|^2 = 0$  и из (2.96) следует, что  $d|a_2|^2/dt = 0$ . Можно взглянуть на этот случай с другой стороны, обратив внимание на то, что момент  $\mathbf{M}$  в выражении (2.91) исчезает при  $a_1(0) = 0$ . Поскольку теперь атом не имеет осциллирующего дипольного момента, он не может излучать и поэтому пребывает в состоянии равновесия. Выясним, насколько устойчивым является это состояние равновесия. Для этого представим себе, что атом возмущен, т. е.  $|a_1| \neq 0$  при  $t = 0$ . Физически это означает, что благодаря такому возмущению существует конечная вероятность  $|a_1|^2$  обнаружить атом на уровне 1. Теперь из уравнения (2.94) видно, что возникает дипольный момент, осциллирующий на частоте  $\omega_0$ . Этот дипольный момент будет излучать энергию в окружающее пространство, и атом начнет релаксировать на уровень 1. Это приводит к уменьшению  $|a_2|^2$ , и атом отодвигается все дальше от положения равновесия. Таким образом, рассматриваемое состояние атома является неустойчивым.

Прежде чем продолжить рассмотрение, подытожим основные результаты, полученные в рамках полуклассического подхода: 1) в общем случае временное поведение вероятности  $|a_2|^2$  можно описать через гиперболический тангенс [см. (2.98)], но эта зависимость в случае очень слабого возмущения, т. е. когда  $|a_2(0)|^2 \ll 1$ , может быть аппроксимирована экспонентой [уравнение (2.100)]; 2) если атом первоначально находится на верхнем уровне [т. е.  $|a_2(0)|^2 = 1$ ], то имеет место состояние неустойчивого равновесия и никакого излучения не происходит.

#### 2.4.2. Квантовоэлектродинамический подход

Хотя методы квантовой электродинамики выходят за рамки данной книги, имеет смысл перечислить те результаты, к которым эти методы приводят, и сравнить их с результатами, полученными полуклассическим методом. Среди наиболее существенных из них можно выделить следующие [5, 6]: 1) в отличие от полуклассического случая временная зависимость  $|a_2|^2$  для любых начальных условий теперь достаточно хорошо описывается экспоненциальным законом (приближение Вигнера — Вайскопфа); это означает, что соотношение (2.100) теперь справедливо в любом случае, независимо от значения  $|a_2(0)|^2$ ; 2) спонтанное время жизни также дается выражением (2.97). Согласно этим утверждениям атом на верхнем уровне не находится в состоянии неустойчивого равновесия. Мы приходим к выводу, что для явления спонтанного излучения полуклассический и квантовоэлектродинамический подходы предсказывают

совершенно различные результаты (рис. 2.11). Однако на базе имеющихся экспериментальных результатов<sup>1)</sup> мы можем утверждать, что квантовоэлектродинамический подход дает правильное решение рассматриваемой задачи. Следовательно, этот подход является правильным и полученными с его помощью результатами можно всегда пользоваться. На самом деле такое рассмотрение мы неявно применяли с самого начала в уравнении (1.2), поскольку  $N_2 = N_1 |a_2|^2$ , где  $N_t = N_1 + N_2$ . Строго говоря, данный подход следовало бы применить и в предыдущем разделе для корректного описания вынужденного излучения и поглощения. К счастью, применительно к этим явлениям результаты полуклассического и квантовоэлектродинамического подходов совпадают, так что выводы, полученные в предыдущем разделе, остаются справедливыми.

Физическая причина того, почему при переходе от классического рассмотрения к квантовоэлектродинамическому состояние неустойчивого равновесия больше не имеет места, требует дополнительного обсуждения. В полуклассическом приближении атом на верхнем уровне находится в состоянии неустойчивого равновесия, и, следовательно, достаточно очень слабого возмущения, чтобы вызвать переход атома с этого уровня. На первый взгляд может показаться, что в среде всегда присутствует рассеянное излучение, которого достаточно для того, чтобы нарушить равновесие. Для конкретности предположим, что среда помещена в полость черного тела, стенки которого поддерживаются при температуре  $T$ . Тогда можно было бы представить себе, что рассеянное излучение является тем излучением черного тела, которое заключено в полости. Однако это утверждение неправильно, поскольку возникающее таким образом излучение на самом деле являлось бы вынужденным излучением, т. е. стимулированным излучением черного тела. В этом случае явление спонтанного излучения зависело бы от температуры стенок и исчезало при  $T = 0$ . Правильное описание возмущения, необходимого для появления спонтанного излучения, дает квантовоэлектродинамический подход, в котором поле в полости рассматривается не как классическое (т. е. описываемое уравнениями Максвелла), а как квантовое. Мы опять

---

<sup>1)</sup> Среди этих результатов хочется упомянуть очень точные измерения так называемого лэмбовского сдвига [6] — еще одного явления, которое возникает при спонтанном излучении. Оно состоит в том, что частота центра линии спонтанного излучения не совпадает с частотой  $\omega_0$  (с частотой перехода), а оказывается слегка сдвинутой. Измерения лэмбовского сдвига в водороде относятся к одним из наиболее точных экспериментов, выполненных до сих пор в физике, и они всегда точно (в пределах ошибки измерения) совпадают с предсказаниями квантовоэлектродинамической теории.

ограничимся обсуждением принципиального результата, рекомендуя читателю за подробностями обратиться к литературе [5, 6]. Рассмотрим моду полости с частотой  $\nu$ . Известно, что при классическом рассмотрении амплитуды как электрического  $E$ , так и магнитного  $H$  полей могут быть равными нулю. Однако если полость рассматривать с позиций квантовой электродинамики, то как  $E^2$ , так и  $H^2$  принимают отличные от нуля средние значения даже при  $T = 0$ . Эти предельные значения называются нулевыми флуктуациями вакуума. Поэтому мы можем рассматривать эти флуктуации как возмущения, которые устраняют неустойчивое равновесие, предсказанное полуклассической теорией. Соответственно явление спонтанного излучения можно считать следствием существования нулевых флуктуаций.

### 2.4.3. Термодинамический подход Эйнштейна

В данном разделе мы проведем (по Эйнштейну) строгое вычисление величины  $A$ , которое не основывается на явном использовании квантовоэлектродинамических вычислений. В действительности этот расчет был предложен Эйнштейном задолго до развития теории квантовой электродинамики. Расчет выполняется с помощью изящного термодинамического доказательства. Предположим, что рассматриваемая среда помещена в полость черного тела, стенки которой поддерживаются при температуре  $T$ . Как только система достигнет термодинамического равновесия, в ней установится определяемое выражением (2.18) спектральное распределение плотности электромагнитного излучения  $\rho_\nu$ , и, следовательно, среда будет находиться в поле этого излучения. Помимо спонтанного излучения в среде будут происходить процессы вынужденного излучения и поглощения. Поскольку система пребывает в состоянии термодинамического равновесия, число переходов с уровня 1 на уровень 2 должно уравнивать число переходов с уровня 2 на уровень 1. Запишем следующие равенства:

$$W_{2,1} = B_{2,1}\rho_\nu, \quad (2.101)$$

$$W_{1,2} = B_{1,2}\rho_\nu, \quad (2.102)$$

где  $B_{2,1}$  и  $B_{1,2}$  — постоянные коэффициенты (так называемые коэффициенты Эйнштейна  $B$ ). Если через  $N_1^e$  и  $N_2^e$  обозначить равновесные населенности уровней соответственно 1 и 2, то можно написать

$$AN_2^e + B_{2,1}\rho_\nu N_2^e = B_{1,2}\rho_\nu N_1^e. \quad (2.103)$$

Кроме того, согласно статистике Больцмана,

$$N_2^e/N_1^e = \exp(-h\nu_0/kT). \quad (2.104)$$

Тогда из выражений (2.103) и (2.104) следует, что

$$\rho_{\nu_0} = \frac{A}{B_{12} \exp(h\nu_0/kT) - B_{21}}. \quad (2.105)$$

Сравнивая это выражение с (2.18) при  $\nu = \nu_0$ , приходим к следующим соотношениям:

$$B_{12} = B_{21} = B, \quad (2.106)$$

$$A/B = 8\pi h\nu_0^3 n^3 / c_0^3. \quad (2.107)$$

Соотношение (2.106) показывает, что вероятности поглощения и вынужденного излучения, связанные с излучением черного тела, равны друг другу. Это соотношение аналогично тому, которое было установлено совершенно иным путем для случая монохроматического излучения [см. (2.38)].

Соотношение (2.107) позволяет вычислить коэффициент  $A$ , если известен коэффициент  $B$  вынужденного излучения в поле излучения черного тела. Этот коэффициент нетрудно найти из выражения (2.39), которое справедливо для монохроматического излучения. Плотность энергии излучения черного тела с частотой от  $\nu \div \nu + d\nu$  можно записать как  $\rho_\nu d\nu$ . Если предположить, что такое излучение заменяется монохроматической волной той же мощности, то соответствующая вероятность перехода  $dW$  получается заменой в выражении (2.39)  $\rho$  на  $\rho_\nu d\nu$ . Интегрируя это выражение в предположении, что по сравнению с распределением плотности  $\rho_\nu$  (см. рис. 2.3) функцию  $g_l(\Delta\nu)$  можно аппроксимировать  $\delta$ -функцией Дирака, мы получаем

$$W = \frac{2\pi^2}{3n^2 \epsilon_0 h^2} |\mu|^2 \rho_{\nu_0}. \quad (2.108)$$

Сопоставляя это выражение с (2.101) или (2.102), имеем

$$B = \frac{2\pi^2 |\mu|^2}{3n^2 \epsilon_0 h^2}. \quad (2.109)$$

Отсюда и из выражения (2.107) окончательно находим

$$A = \frac{16\pi^3 \nu_0^3 n^3 |\mu|^2}{3h\epsilon_0 c_0^3}. \quad (2.110)$$

Следует заметить, что это выражение для коэффициента  $A$  в точности совпадает с выражением, полученным с помощью квантовой электродинамики. На самом деле проведенный расчет основан на термодинамике и формуле Планка (которая корректна с точки зрения квантовой электродинамики). Заметим

также, что при записи соотношения (2.103) мы использовали уравнение (1.2), т. е. предположение о том, что спонтанное излучение точно подчиняется экспоненциальному закону. Поскольку это предположение немедленно приводит к выражению (2.105), т. е. к формуле Планка, можно утверждать, что термодинамический подход Эйнштейна косвенно подтверждает экспоненциальный характер спонтанной релаксации.

Термодинамический подход Эйнштейна позволяет также исследовать другой важный аспект спонтанного излучения, а именно спектральный состав испускаемого излучения. Можно показать, что для любого перехода (т. е. при любом механизме уширения линии) спектральный состав спонтанного излучения будет тождествен спектру, наблюдаемому при поглощении. С этой целью предположим, что между рассматриваемой нами средой и стенками полости черного тела помещен идеальный фильтр, который пропускает излучение лишь в частотном интервале  $\nu \div \nu + d\nu$ . В этом случае, если среда, фильтр и полость черного тела поддерживаются при одинаковой температуре  $T$ , то отношение населенностей двух уровней будет по-прежнему даваться формулой (2.104). Плотность электромагнитного излучения в любой точке полости также будет соответствовать (2.18), и результирующий поток энергии между средой и полостью с частотой в пределах полосы пропускания должен быть равен нулю. Это означает, что энергия, испущенная средой в полосе частот шириной  $d\nu$  вблизи частоты  $\nu$  вследствие спонтанного и вынужденного излучений, должна равняться поглощенной энергии. Чтобы выразить этот баланс энергий количественно, определим спектральный коэффициент  $A_\nu$  таким образом, что число атомов, которые в единицу времени при релаксации излучают фотон частотой в интервале  $\nu \div \nu + d\nu$ , равно  $N_2 A_\nu d\nu$ . Очевидно,

$$A = \int A_\nu d\nu. \quad (2.111)$$

Аналогично определим спектральный коэффициент  $B_\nu$  таким образом, что величина  $N B_\nu \rho_\nu d\nu$  равна числу переходов (актов поглощения или вынужденного излучения) в единицу времени, индуцированных полем излучения черного тела с частотой в интервале  $\nu \div \nu + d\nu$ . Тогда условие равновесия между излучаемой и поглощаемой энергиями можно сразу записать в виде

$$A_\nu N_2^e d\nu + B_\nu \rho_\nu N_2^e d\nu = B_\nu \rho_\nu N_1^e d\nu. \quad (2.112)$$

Используя, как и в предыдущих вычислениях, соотношения (2.104) и (2.18), получаем

$$A_\nu / B_\nu = A / B. \quad (2.113)$$

Коэффициент  $B_v$  нетрудно определить из выражения (2.39), если заметить, что  $B_v \rho_v dv$  можно рассматривать как коэффициент вынужденного излучения для монохроматической волны. Тогда из формул (2.39) и (2.109) находим, что  $B_v$  может быть записана как

$$B_v = B g_t(\Delta\nu), \quad (2.114)$$

и из (2.113) следует, что

$$A_v = A g_t(\Delta\nu). \quad (2.115)$$

Последняя формула показывает, что спектр спонтанно излученной волны снова описывается функцией  $g_t(\Delta\nu)$ ; иными словами, это та же самая функция, что и в случае поглощения или вынужденного излучения. При этом из (2.115) мы получаем новую интерпретацию функции  $g_t(\Delta\nu)$ :  $g_t(\Delta\nu) dv$  есть вероятность того, что частота спонтанно излученного фотона лежит в интервале  $\nu \div \nu + dv$ <sup>1)</sup>.

#### 2.4.4. Связь между спонтанным временем жизни и сечением перехода

Из выражений (2.83) и (2.110) видно, что как сечение перехода, так и коэффициент Эйнштейна  $A$  пропорциональны величине  $|\mu|^2$ . Поэтому для любого перехода можно вывести независящее от дипольного момента  $|\mu|$  простое соотношение между сечением  $\sigma$  и временем жизни  $\tau_{\text{спонт}} = 1/A$ . Действительно, из (2.83) и (2.110) получаем

$$\sigma = \frac{\lambda_0^2 g_t(\Delta\nu)}{8\pi \tau_{\text{спонт}}}, \quad (2.116)$$

где  $\lambda_0 = c_0/n\nu_0$  — длина (в среде) электромагнитной волны, частота которой соответствует центру линии. Выражение (2.116)

<sup>1)</sup> Приведенное в данном разделе утверждение о тождественности спектральных линий спонтанного излучения и, скажем, поглощения не вполне точно (см. примечание автора на с. 61). Дело в том, что использованный прием — мысленная установка узкополосного фильтра между средой и стенками полости — на самом деле ничего не меняет в системе. Действительно, как показано в разд. 2.1, излучение в полости не зависит от свойств ее стенок. Следовательно, с точки зрения излучения фильтр физически неотличим от самих стенок и дальнейшие рассуждения теряют под собой почву. Это означает, что переход от соотношения равновесия (2.103) для линии в целом (термодинамический вывод которого является вполне строгим) к аналогичному соотношению детального равновесия (2.112) для каждой сколь угодно узкой полосы частот, вообще говоря, неверен. Впрочем, отклонение от соотношения (2.113) невелико (Лэмбовский сдвиг, например, находится в пределах  $\Delta\nu_{\text{ест}}$ ) и для дальнейшего содержания книги не имеет принципиального значения. — *Прим. перев.*

можно использовать либо для определения значения сечения  $\sigma$ , если известно время жизни  $\tau_{\text{спонт}}$ , либо для вычисления  $\tau_{\text{спонт}}$ , если известно  $\sigma$ .

Предположим, что величину  $\sigma$  трудно измерить. Например, это имеет место, когда уровень 1 не является основным и его энергия превышает энергию основного состояния на величину, которая много больше  $kT$ . Тогда при тепловом равновесии уровень 1 будет практически не заселен, и поглощение, соответствующее переходу  $1 \rightarrow 2$ , будет слишком слабым для того, чтобы его можно было измерить. Для определения сечения  $\sigma$  из выражения (2.116) должны быть известны не только время жизни  $\tau_{\text{спонт}}$ , измерение которого мы рассмотрим в разд. 2.5, но и функция  $g_l(\Delta\nu)$ . Эту функцию можно найти из экспериментально измеренной формы линии излучения  $S(\Delta\nu)$ . В самом деле, поскольку  $\int g_l(\Delta\nu) d\nu = 1$ , мы получаем  $g_l(\Delta\nu) = S(\Delta\nu) / \int S(\Delta\nu) d\nu$ .

Рассмотрим теперь ситуацию, когда  $\sigma$  можно измерить (как в случае, когда уровень 1 является основным). Чтобы вычислить  $\tau_{\text{спонт}}$  из выражения (2.116), умножим обе его части на  $d\nu$  и проинтегрируем их. Так как  $\int g_l(\Delta\nu) d\nu = 1$ , мы получим

$$\tau_{\text{спонт}} = (\lambda_0^2 / 8\pi) \left( 1 / \int \sigma d\nu \right). \quad (2.117)$$

Видно, что спонтанное излучательное время жизни достаточно просто связано с интегральным сечением перехода. Соотношение (2.117) особенно полезно, когда трудно измерить  $\tau_{\text{спонт}}$ , что имеет место для переходов с очень низким квантовым выходом и, следовательно, с очень коротким временем жизни верхнего уровня (см. разд. 2.5).

#### 2.4.5. Заключительные замечания

В качестве заключительного комментария ко всему разд. 2.4 можно сказать, что, хотя объяснение явления спонтанного излучения требует четкого понимания весьма тонких физических явлений, само аналитическое описание характера релаксации оказывается крайне простым и дается выражением (2.100) или, что одно и то же, уравнением (1.2), где  $\tau_{\text{спонт}}$  и  $A = (1/\tau_{\text{спонт}})$  определяются выражениями соответственно (2.97) и (2.110). Следует заметить, что величина  $A$  увеличивается пропорционально кубу частоты и, следовательно, роль спонтанного излучения быстро растет с частотой. Действительно, в инфракрасной и далекой инфракрасной областях спектра, где, как пра-

вило, преобладает безызлучательная релаксация, спонтанное излучение во многих случаях пренебрежимо мало. Порядок величины  $A$  на частотах, соответствующих середине видимого диапазона, можно оценить, полагая в выражении (2.110)  $\lambda = c/\nu = 5 \cdot 10^{-5}$  см и  $|\mu| = ea$ , где  $a$  — радиус атома ( $a \approx 10^{-8}$  см). Таким образом, мы получаем  $A \approx 10^8$  с $^{-1}$  (т. е.  $\tau_{\text{спонт}} \approx 10$  нс). Для магнитодипольных переходов величина  $A$  приблизительно в  $10^5$  раз меньше, т. е.  $A \approx 10^3$  с $^{-1}$ . Наконец заметим, что если обратиться к рентгеновскому диапазону (скажем  $\lambda < 5$  нм), то  $\tau_{\text{спонт}}$  становится крайне малым ( $\sim 10$ — $100$  фс). В этом случае спонтанное излучение определенно становится основным механизмом релаксации, а естественное уширение — основным механизмом уширения.

## 2.5. Безызлучательная релаксация [11]

Помимо релаксации путем испускания излучения возбужденные частицы могут также испытывать безызлучательную релаксацию. Эта релаксация может осуществляться большим количеством различных способов, причем аналитическое описание соответствующих физических явлений зачастую весьма сложно. Поэтому ограничимся в данном случае обсуждением лишь на качественном уровне.

Для начала опишем связанный с неупругими столкновениями процесс безызлучательной релаксации, иногда называемый столкновительным опустошением. В газах и жидкостях энергия перехода передается окружающим частицам в форме энергии электронного и колебательного возбуждения или поступательного движения<sup>1)</sup>. Данная релаксация обуславливается переносом энергии, который особенно эффективно происходит в том случае, когда энергии возбуждения релаксирующих частиц (частицы  $B$ ) и частиц, которые получают энергию вследствие переноса (частицы  $A$ ; см. рис. 2.12), практически совпадают, т. е.



Этот процесс во многих случаях играет важную роль как механизм накачки, и поэтому мы его подробно рассмотрим в гл. 3. Здесь заметим лишь, что для эффективного протекания процесса разность энергий между двумя переходами  $\Delta E$ , доставляемая или уносимая в форме кинетической энергии сталкивающихся частиц, должна быть существенно меньше  $kT$ . В случае газового разряда могут происходить столкновения

<sup>1)</sup> А также вращательного возбуждения. — Прим. перев.

между электроном и возбужденной частицей, при которых частица передает свою энергию электрону:



Энергия возбуждения передается электрону в форме кинетической энергии, и этот процесс иногда называют сверхупругим столкновением или столкновением второго рода. Следует отметить, что столкновение типа (2.119) может происходить также и с легким атомом (например, с атомом гелия) вместо электрона. Однако вследствие более высокой массы атома процесс будет действительно эффективным лишь тогда, когда частица  $B$  представляет собой молекулу, а ее энергия возбуждения

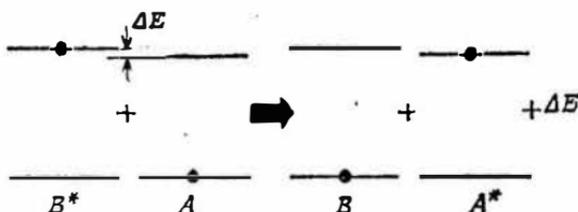


Рис. 2.12. Безызлучательная релаксация частиц  $B$  вследствие почти резонансной передачи энергии частицам  $A$ .

соответствует энергии низколежащих колебательных состояний. Заметим, наконец, что столкновительное опустошение в газах может также происходить и вследствие столкновений со стенками резервуара. В кристалле преобладающим столкновительным механизмом является столкновение активных ионов с фонами решетки.

Как явствует из нашего обсуждения, механизмы столкновительного опустошения могут иметь самые разнообразные формы. Однако несмотря на это скорость релаксации населенности верхнего уровня можно в общем случае записать в виде

$$(dN_2/dt)_{\text{безызл}} = -N_2/\tau_{\text{безызл}}, \quad (2.120)$$

где  $\tau_{\text{безызл}}$  — характерная постоянная времени, называемая безызлучательным временем жизни. Его величина в значительной степени зависит от вида релаксирующих частиц и природы окружающей среды. Необходимо заметить, что между временем безызлучательной релаксации  $\tau_{\text{безызл}}$  и описанным в разд. 2.3.3.1 столкновительным временем  $\tau_c$  существует принципиальная разница. Очевидно, что в жидкостях обе величины связаны со столкновениями. Однако для безызлучательной релаксации необходимы неупругие столкновения, так что релаксирующая частица передает свою энергию окружению. Уширение же может

быть обусловлено либо неупругими, либо упругими столкновениями. Действительно, оба этих типа столкновений вызывают в общем случае скачки фазы падающей электромагнитной волны по отношению к фазе электрического дипольного момента атома.

Безызлучательная релаксация не всегда происходит посредством столкновений. В изолированной молекуле релаксация может также происходить (внутримолекулярные процессы). Например, в случае колебательного перехода энергия может передаваться другим колебательным модам молекулы (рис. 2.13) или вызвать диссоциацию молекулы (преддиссоциацию). Энергия возбуждения атомов, если она достаточно велика, может привести к их ионизации (предыонизация). В случае внутримолекулярных процессов релаксацию населенности верхнего уровня можно также описать с помощью выражения (2.120). Соответствующее время релаксации  $\tau_{\text{безызл}}$  может быть очень малым ( $\sim 10^{-10}$  с).

Фёрстер [19] впервые описал другой тип безызлучательной релаксации, который, строго говоря, не связан со столкновениями. В этом случае механизмом, ответственным за релаксацию, является взаимодействие между колеблющимся электрическим диполем [см. (2.94)] релаксирующей частицы (донор  $D$ ) и соответствующим дипольным моментом соседних частиц (акцептор  $A$ ). Заметим, что радиус этого диполь-дипольного взаимодействия намного больше, чем в случае столкновения. Если расстояние между донором и акцептором равно  $R$ , то вероятность переноса энергии дается выражением

$$W_{DA} = \left( \frac{3}{64\pi^5} \right) \left( \frac{1}{R^6} \right) \left[ \frac{1}{\tau_{\text{спонт}}} \int_0^{\infty} \left( \frac{c_0}{nv} \right)^4 g_D(v) \sigma_A(v) dv \right], \quad (2.121)$$

где  $\tau_{\text{спонт}}$  и  $g(v)$  — соответственно время излучательной релаксации и контур линии донора,  $\sigma_A(v)$  — сечение поглощения акцептора и  $n$  — показатель преломления окружающей среды. Как видно из выражения (2.121), вероятность зависит от частотного перекрытия спектров излучения донора и поглощения

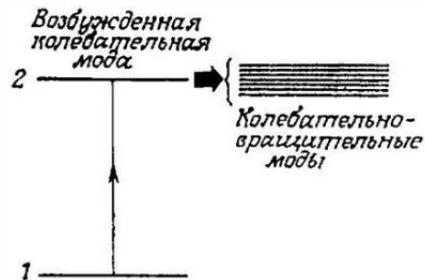


Рис. 2.13. Внутримолекулярная безызлучательная релаксация данной колебательной моды в почти резонансную вращательно-колебательную моду той же самой молекулы.

акцептора. Заметим также, что вероятность <sup>1)</sup>  $W_{\text{ДЛ}}$  обратно пропорциональна  $R^6$ , что обусловлено классической зависимостью вида  $R^{-3}$  для диполь-дипольного взаимодействия. Если мы имеем ансамбль из  $N_2$  доноров и  $N_A$  акцепторов со случайным распределением расстояний между ними, то оказывается, что в отличие от (2.120) релаксация во времени не имеет экспоненциального характера; мы обсудим эту особенность в конце раздела.

Особые механизмы безызлучательной релаксации имеют место в полупроводниках. Здесь переход электронов из зоны проводимости и переход дырок из валентной зоны осуществляются за счет электронно-дырочной рекомбинации на глубоких ловушках, т. е. рекомбинации свободных носителей одного типа со связанными носителями противоположного типа. В этом случае энергия взаимодействия обусловлена дальнедействующим электростатическим взаимодействием заряженных частиц и отбор излишней энергии осуществляется одним из следующих двух механизмов: 1) одним или более решеточным фононом; 2) посредством трехчастичного столкновения, при котором энергия передается свободному носителю (оже-рекомбинация). Следует заметить, что при достаточно высоких концентрациях свободных носителей может также происходить и прямая рекомбинация свободных электронов и дырок. Для всех перечисленных выше случаев, за исключением прямой рекомбинации, релаксация носителей описывается экспоненциальным законом. В случае прямой рекомбинации следует ожидать, что вероятность перехода будет пропорциональна концентрации свободных носителей, а это и приводит к неэкспоненциальной релаксации.

Наличие как излучательной, так и безызлучательной релаксации, последняя из которых определяется уравнением (2.120), приводит к тому, что населенность верхнего уровня  $N_2$  изменяется во времени в соответствии со следующим уравнением:

$$\frac{dN_2}{dt} = - \left( \frac{N_2}{\tau_{\text{спонт}}} + \frac{N_2}{\tau_{\text{безызл}}} \right). \quad (2.122)$$

Отсюда видно, что общее время жизни  $\tau$  дается выражением

$$\frac{1}{\tau} = \frac{1}{\tau_{\text{спонт}}} + \frac{1}{\tau_{\text{безызл}}}, \quad (2.123)$$

где  $\tau$  обычно называют временем жизни верхнего уровня 2. Эту величину нетрудно измерить, если проследить за тем, как изменяется во времени интенсивность спонтанного излучения.

<sup>1)</sup> Точнее, зависимость вида  $(R/\lambda)^{-6}$ , если вспомнить, что  $\sigma \sim \lambda^2$  [см. (2.116)]. Этот безразмерный коэффициент имеет более ясный физический смысл. — *Прим. перев.*

В самом деле, пусть в момент времени  $t = 0$  на верхнем уровне находится  $N_2(0)$  атомов и пусть  $V$  — объем, занимаемый средой. В соответствии с (2.122)  $N_2/\tau_{\text{спонт}}$  представляет собой число атомов, совершающих излучательную релаксацию в единичном объеме за единицу времени. Следовательно, мощность спонтанного излучения будет равна

$$P(t) = N_2(t) h\nu_0 V / \tau_{\text{спонт}}. \quad (2.124)$$

Населенность  $N_2(t)$  в момент времени  $t$  получаем интегрированием уравнения (2.122), т. е.

$$N_2(t) = N_2(0) \exp(-t/\tau), \quad (2.125a)$$

и

$$P(t) = \frac{N_2(0) h\nu_0 V}{\tau_{\text{спонт}}} \exp(-t/\tau). \quad (2.125)$$

Заметим, что временная зависимость излучения является экспоненциальной с постоянной времени  $\tau$ , а не  $\tau_{\text{спонт}}$ , как могло бы показаться с первого взгляда. Принято определять квантовый выход люминесценции  $\phi$  как отношение числа излученных фотонов к полному числу атомов, первоначально переведенных на уровень 2. Следовательно, используя (2.125), имеем

$$\phi = \frac{\int P(t)/h\nu_0 dt}{N_2(0) V} = \frac{\tau}{\tau_{\text{спонт}}}. \quad (2.126)$$

Таким образом, измеряя квантовый выход  $\phi$  и время жизни  $\tau$ , можно найти как  $\tau_{\text{спонт}}$ , так и  $\tau_{\text{безызл.}}$

Чтобы вычислить временную зависимость населенности верхнего уровня в случае, когда имеет место механизм фёрстеровского типа, мы для начала перепишем (2.121) в виде

$$W_{\text{ДА}} = (1/\tau) (R_0/R)^6, \quad (2.127)$$

где

$$R_0^6 = \frac{3\phi}{64\pi^6} \int_0^\infty \left(\frac{c_0}{nv}\right)^4 g_D(v) \sigma_A(v) dv. \quad (2.128)$$

Заметим, что для получения этого выражения было использовано соотношение (2.126). Величина  $R_0$  называется фёрстеровским радиусом, и, согласно (2.127), его физический смысл состоит в том, что это есть расстояние  $R$ , для которого  $W_{\text{ДА}} = (1/\tau)$ . При хорошем перекрытии спектра излучения донора со спектром поглощения акцептора в случае разрешенных электродипольных переходов величина  $R_0$  обычно заключена в пределах 20 — 40 Å, подтверждая таким образом дальнедействующий характер взаимодействия фёрстеровского типа. В случае

ансамбля из  $N_2$  доноров со случайными значениями расстояний между донорами и акцепторами и при условии, что это расстояние либо фиксировано, либо изменяется медленно по сравнению с временем релаксации атома (фёрстеровский режим), временная зависимость населенности  $N_2$  имеет вид

$$N_2(t) = N_2(0) \exp \left\{ - \left[ (t/\tau) + C (t/\tau)^{1/2} \right] \right\}, \quad (2.129)$$

где  $C$  — числовой параметр, равный

$$C = \pi^{1/2} \left[ (4/3) \pi R_0^3 \right] N_A, \quad (2.130)$$

и  $N_A$  — плотность акцепторов. Временная зависимость излучения люминесценции получается путем подстановки выражения (2.129) для  $N_2(t)$  в (2.124). Следует заметить, что временная зависимость  $N_2(t)$  [ср. (2.129) с (2.125а)], а, значит, и  $P(t)$  не подчиняются экспоненциальному закону. Это можно объяснить, если учесть, что для ансамбля, скажем,  $N$  донор-акцепторных пар со случайным распределением расстояний  $R$  между донорами и акцепторами, излучение будет состоять из суперпозиции  $N$  экспоненциальных кривых с различными временами релаксации, поскольку время релаксации  $\tau_{\text{ДА}} = 1/W_{\text{ДА}}$  для взаимодействия фёрстеровского типа сильно зависит от расстояния  $R$  [см. (2.127)].

## 2.6. Насыщение

Целью настоящего раздела является изучение поведения двухуровневой системы (с частотой перехода  $\nu_0$ ) в среде в присутствии сильной монохроматической электромагнитной волны с интенсивностью  $I$  и частотой  $\nu \approx \nu_0$ . В общем случае падающая волна будет стремиться уравнивать населенности  $N_1$  и  $N_2$  обоих уровней. Действительно, если первоначально населенность  $N_1$  больше населенности  $N_2$ , то процесс поглощения ( $WN_1$ ) будет преобладать над процессом вынужденного излучения ( $WN_2$ ); иными словами, большее число атомов совершает переход  $1 \rightarrow 2$ , а не  $2 \rightarrow 1$ . Таким образом, при достаточно высокой интенсивности  $I$  населенности обоих уровней будут стремиться к выравниванию. Это явление называется *насыщением*.

### 2.6.1. Насыщение поглощения; однородно уширенная линия

Рассмотрим вначале поглощающий переход ( $N_1 > N_2$ ) и предположим, что линия при этом переходе является однородно уширенной. Учитывая как спонтанное, так и вызванное падающей волной вынужденное излучение (рис. 2.14), для населенно-

стей  $N_1$  и  $N_2$  двух уровней можно написать следующие два уравнения:

$$N_1 + N_2 = N_t, \quad (2.131a)$$

$$dN_2/dt = -W(N_2 - N_1) - N_2/\tau. \quad (2.131b)$$

В уравнении (2.131a) через  $N_t$  обозначена полная населенность уровней в данной среде. Если

$$\Delta N = N_1 - N_2, \quad (2.132)$$

то оба уравнения (2.131) можно привести к одному дифференциальному уравнению:

$$\Delta \dot{N} = -\Delta N/(1/\tau + 2W) + N_t/\tau. \quad (2.133)$$

В стационарном случае, когда  $\Delta \dot{N} = 0$ , получаем

$$\Delta N = N_t/(1 + 2W\tau). \quad (2.134)$$

Следовательно, разность населенностей  $\Delta N$  между двумя уровнями зависит от  $\tau$  и  $W$ , т. е. от времени релаксации верхнего уровня (которое является параметром среды) и от интенсивности  $I$  падающего излучения. С увеличением  $I$  вероятность вынужденных переходов  $W$  также увеличивается, а это приводит к уменьшению разности населенностей  $\Delta N$ , и в случае  $W\tau \gg 1$  мы имеем  $\Delta N \approx 0$ , т. е.  $N_1 \approx N_2 \approx N_t/2$ . Таким образом, населенности двух уровней стремятся стать одинаковыми.

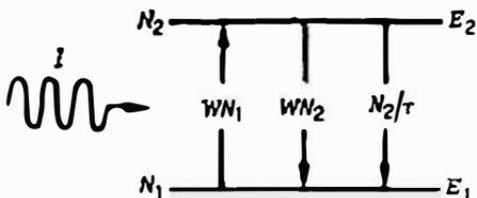


Рис. 2.14. Двухуровневая система, взаимодействующая с электромагнитной волной, имеющей интенсивность  $I$ .

Для того чтобы в среде поддерживать данную разность населенностей  $\Delta N$ , в единичном объеме среды должна поглощаться определенная мощность ( $dP/dV$ ) падающего излучения. Эта мощность дается выражением

$$dP/dV = (h\nu) W \Delta N = (h\nu) N_t W/(1 + 2W\tau), \quad (2.135)$$

которое в случае насыщения (при  $W\tau \gg 1$ ) принимает вид

$$(dP/dV)_s = (h\nu) N_t/2\tau. \quad (2.136)$$

Отсюда следует, что мощность  $(dP/dV)_s$ , которая должна поглощаться системой, чтобы последняя находилась в состоянии насыщения, равна (как и ожидалось) мощности, теряемой средой вследствие релаксации верхнего уровня.

Иногда полезно иметь выражения (2.134) и (2.135) переписанными в более удобном виде. Для этого прежде всего заметим, что, согласно (2.62),  $W$  можно выразить следующим образом:

$$W = \sigma I / h\nu; \quad (2.137)$$

здесь  $\sigma$  — сечение поглощения рассматриваемого перехода. Полученное соотношение позволяет переписать выражения (2.134) и (2.135) следующим образом:

$$\frac{\Delta N}{N_t} = \frac{1}{1 + (I/I_s)}, \quad (2.138)$$

$$\frac{dP/dV}{(dP/dV)_s} = \frac{I/I_s}{1 + (I/I_s)}, \quad (2.139)$$

где

$$I_s = h\nu/2\sigma\tau \quad (2.140)$$

представляет собой параметр, который зависит от свойств данной среды и частоты падающего излучения. Физический смысл этого параметра очевиден из выражения (2.138). Действительно, при  $I = I_s$  получаем  $\Delta N = N_t/2$ . Когда  $\nu \approx \nu_0$ , величина  $I_s$  зависит лишь от параметров перехода. Эта величина называется *интенсивностью насыщения*.

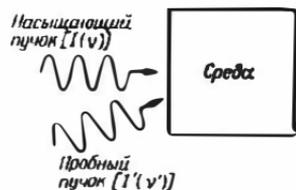


Рис. 2.15. Измерение коэффициентов поглощения и усиления на частоте  $\nu'$  [ $I(\nu) \geq I'(\nu')$ ].

Покажем теперь, как меняется форма линии поглощения с увеличением интенсивности  $I$  падающего монохроматического излучения. С этой целью рассмотрим идеализированный эксперимент, схема которого изображена на рис. 2.15.

В таком эксперименте поглощение измеряется с помощью пробного сигнала переменной частоты  $\nu'$ , интенсивность  $I'$  которого достаточно мала, так что этот сигнал не вызывает в системе заметного возмущения. В реальной ситуации необходимо быть уверенным в том, чтобы пробный сигнал взаимодействовал только с областью насыщения, а для этого он должен распространяться в виде более или менее коллинеарных пучков. При выполнении этих условий коэффициент поглощения, измеряемый с помощью пробного пучка, дается формулой (2.87), где  $g_t(\Delta\nu) = g(\nu' - \nu_0)$ , а разность населенностей  $N_1 - N_2 = \Delta N$  определяется выражением (2.138). Следовательно, можно написать следующее выражение:

$$\alpha = \frac{\alpha_0}{1 + (I/I_s)}, \quad (2.141)$$

где  $\alpha_0 = \alpha_0(\nu' - \nu_0)$  — коэффициент поглощения в случае, когда насыщающая волна на частоте  $\nu$  отсутствует (т. е.  $I = 0$ ), причем

$$\alpha_0 = \frac{2\pi^2}{3n\epsilon_0 c_0 \hbar} |\mu|^2 \nu' N_i g(\nu' - \nu_0). \quad (2.142)$$

Из выражений (2.141) и (2.142) следует, что с увеличением интенсивности  $I$  насыщенного пучка коэффициент поглощения падает. Однако форма линии остается прежней, поскольку она в любом случае описывается функцией  $g(\nu' - \nu_0)$ . На рис. 2.16 представлены три кривые, показывающие зависимость коэффициента поглощения  $\alpha$  от частоты  $\nu'$  для трех различных значений  $I/I_s$ .

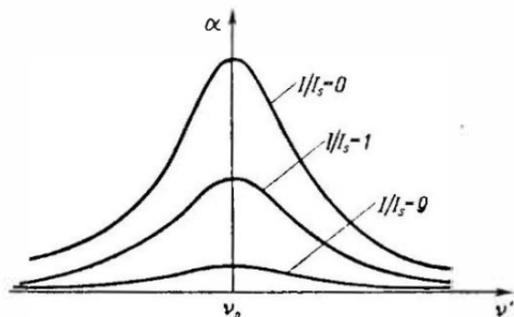


Рис. 2.16. Зависимость коэффициента поглощения однородно уширенной линии от частоты  $\nu'$  для возрастающих интенсивностей насыщающего пучка.

В заключение этого раздела рассмотрим случай, когда насыщающая электромагнитная волна состоит не из непрерывного пучка, а из импульса света интенсивностью  $I = I(t)$ . Чтобы составить себе физическое представление о том, что происходит в этом случае, ограничимся сравнением двух предельных ситуаций, когда длительность импульса либо очень велика, либо очень мала по сравнению с временем жизни  $\tau$  верхнего уровня.

Если постоянная времени изменения интенсивности света в импульсе очень мала по сравнению с  $\tau$ , то благодаря насыщению разность населенностей  $\Delta N$  будет также очень медленно меняться со временем. Поэтому в (2.133) можно предположить, что

$$|\dot{\Delta N}| \ll N_i/\tau. \quad (2.142a)$$

Соответственно  $\Delta N$  по-прежнему определяется стационарным уравнением (2.134) или, что эквивалентно, уравнением (2.138), где теперь  $I = I(t)$ . Механизм насыщения в этом случае такой же, как и для непрерывного пучка. Теперь нетрудно найти условие, при котором удовлетворяется неравенство (2.142a). Если предположить для простоты, что  $I \ll I_s$  (слабое насыщение), то из уравнения (2.138) получим  $\Delta N(t) \approx N_i \{1 - [I(t)/I_s]\}$ . Подставляя это выражение в (2.142a), имеем

$$|dI/dt| \ll I_s/\tau. \quad (2.142b)$$

Если же длительность светового импульса очень мала по сравнению с временем жизни  $\tau$ , то можно считать, что в (2.133) член  $2W\Delta N$ , соответствующий вынужденному излучению, преобладает над членом  $(N_t - \Delta N)/\tau$ , соответствующим спонтанному излучению, т. е.

$$(N_t - \Delta N)/\tau \ll 2W \Delta N. \quad (2.142в)$$

В этом случае (2.133) принимает вид

$$\Delta \dot{N}(t) = -2W\Delta N = -(2\sigma/h\nu) I(t) \Delta N, \quad (2.142г)$$

где было использовано также равенство (2.137). Интегрирование последнего выражения с начальным условием  $\Delta N(-\infty) = N_t$  дает

$$\Delta N(t) = N_t \exp \left[ -(2\sigma/h\nu) \int_{-\infty}^t I(t) dt \right]. \quad (2.142д)$$

Это выражение можно преобразовать к более доступной форме, если определить плотность энергии облучения  $\Gamma(t)$  как

$$\Gamma(t) = \int_{-\infty}^t I(t) dt \quad (2.142е)$$

и плотность энергии насыщения среды  $\Gamma_s$  как

$$\Gamma_s = h\nu/2\sigma. \quad (2.142ж)$$

Тогда из равенства (2.142д) находим

$$\Delta N(t) = N_t \exp - [\Gamma(t)/\Gamma_s]. \quad (2.142з)$$

Мы видим, что в этом случае параметры насыщения определяются плотностью энергии облучения, а не его интенсивностью. В соответствии с (2.142з) разность населенностей, образующаяся в среде после прохождения импульса, дается выражением

$$\Delta N_\infty = N_t \exp - [\Gamma_t/\Gamma_s], \quad (2.142и)$$

где  $\Gamma_t$  — полная плотность энергии облучения светового импульса. Таким образом, плотность энергии насыщения среды может рассматриваться как плотность энергии, которой должен обладать импульс, чтобы создать разность населенностей  $\Delta N_\infty = N_t/e$ . Условие, при котором выполняется неравенство (2.142в), можно теперь представить в аналитическом виде. Подставляя (2.142з) в (2.142в), находим

$$\frac{1 - \exp [-(\Gamma/\Gamma_s)]}{\tau} \ll \frac{2\sigma I}{h\nu} \exp [-(\Gamma/\Gamma_s)]; \quad (2.142к)$$

здесь мы также использовали выражение (2.137). Если для простоты вновь рассмотреть случай слабого насыщения, т. е.  $\Gamma \ll \ll \Gamma_s$ , то из (2.142к) с помощью (2.142ж) получаем

$$\Gamma(t) = \int_{-\infty}^t I dt \ll \tau I(t), \quad (2.142л)$$

что на самом деле доказывает справедливость (2.142в) при условии, что длительность импульса много меньше  $\tau$ .

Вычислив разность населенностей, образующуюся благодаря насыщению при облучении световым импульсом, с помощью выражения (2.86) можно получить соответствующий коэффициент поглощения среды для однородно уширенной линии. Для светового импульса, который является соответственно медленным или быстрым по сравнению с  $\tau$ , значение  $\alpha$  дается выражением (2.141) [причем  $I = I(t)$ ] или

$$\alpha = \alpha_0 \exp[-\Gamma_s(t)/\Gamma_s], \quad (2.142м)$$

где  $\alpha_0$  — коэффициент ненасыщенного поглощения.

Заметим, что в импульсном режиме так же, как и в случае непрерывного режима, форма линии поглощения при насыщении не меняется.

### 2.6.2. Насыщение усиления; однородно уширенная линия

Рассмотрим случай, когда переход  $2 \rightarrow 1$  усиливает излучение, а не поглощает его. Предположим, что среда ведет себя как четырехуровневая система (рис. 2.17) и что инверсия населенностей между уровнями 2 и 1 создается благодаря некоторому процессу накачки. В дальнейшем будем считать, что переходы  $3 \rightarrow 2$  и  $1 \rightarrow g$  осуществляются со столь большой скоростью, что можно положить  $N_3 \approx N_1 \approx 0$ . При таких упрощающих предположениях можно записать следующее скоростное уравнение для населенности уровня 2:

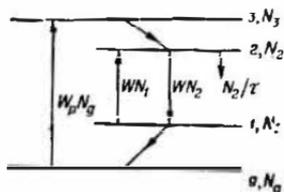


Рис. 2.17. Насыщение усиления в четырехуровневом лазере.

$$dN_2/dt = W_p(N_t - N_2) - WN_2 - N_2/\tau, \quad (2.143)$$

где  $W_p$  — скорость накачки, а  $N_t$  — суммарная населенность. В равновесном состоянии (т. е. когда  $dN_2/dt = 0$ ) из уравнения (2.143) находим

$$N_2 = W_p N_t \tau / (1 + W\tau). \quad (2.144)$$

При выводе этого выражения мы предположили, что  $W_p \tau < 1$ ; это условие, как правило, выполняется в лазерных материалах. С помощью (2.137) выражение (2.144) можно переписать в виде

$$N_2 = \frac{N_{20}}{1 + (I/I_s)}, \quad (2.145)$$

где  $N_{20} = W_p N_1 \tau$  — населенность уровня 2 в отсутствие насыщающего пучка (т. е. при  $I = 0$ ), а

$$I_s = \hbar \nu / \sigma \tau. \quad (2.146)$$

Сравнивая (2.146) и (2.140), мы находим, что при тех же самых значениях величин  $\hbar \nu$ ,  $\sigma$  и  $\tau$  интенсивность насыщения  $I_s$  в четырехуровневой системе в два раза больше, чем в двухуровневой системе, показанной на рис. 2.14.

В эксперименте, схематически изображенном на рис. 2.15, пробный пучок на частоте  $\nu'$  позволяет теперь измерять усиление, а не поглощение. В соответствии с выражениями (2.88), (2.88а) и (2.145) результирующий коэффициент усиления можно записать следующим образом:

$$g = \frac{g_0}{1 + (I/I_s)}, \quad (2.147)$$

где  $g_0 = \sigma N_{20}$  — коэффициент усиления, когда насыщающий пучок отсутствует (коэффициент ненасыщенного усиления). Величину  $g_0$  можно найти с помощью выражения (2.83):

$$g_0 = \frac{2\pi^2}{3\pi \epsilon_0 c \hbar} |\mu|^2 \nu' N_{20} g(\nu' - \nu_0). \quad (2.148)$$

Из (2.147) и (2.148) следует, что, как и в случае поглощения, рассмотренного в предыдущем разделе, коэффициент усиления  $g$  уменьшается с увеличением интенсивности  $I$ , но форма линии при этом остается неизменной.

В заключение этого раздела так же, как и в конце предыдущего, рассмотрим случай, когда насыщающая электромагнитная волна представляет собой световой импульс интенсивностью  $I(t)$ . Если постоянная времени изменения интенсивности светового импульса достаточно мала по сравнению с временем жизни  $\tau$ , то по-прежнему в (2.143) можно пренебречь временной производной величины  $N_2$  по сравнению с другими членами. Таким образом мы получаем снова выражение (2.145) для населенности верхнего уровня и выражение (2.147) для коэффициента усиления, причем интенсивность  $I$  теперь является функцией  $I(t)$ , а интенсивность насыщения  $I_s$  определяется выражением (2.146). Если длительность светового импульса много меньше времени жизни  $\tau$ , то величиной  $W_p(N_1 - N_2)$ , опреде-

ляющей накачку, и величиной  $N_2/\tau$ , определяющей спонтанную релаксацию, можно пренебречь по сравнению с членом  $WN_2$ , связанным с вынужденным излучением. Таким образом, мы получаем

$$dN_2/dt = - (\sigma I/h\nu) N_2; \quad (2.148a)$$

здесь мы еще раз использовали (2.137). Интегрирование последнего уравнения даст следующее выражение:

$$N_2(t) = N_{20} \exp \{ - [\Gamma(t)/\Gamma_s] \}, \quad (2.148b)$$

где  $N_2 = W_p N_1 \tau$  — населенность уровня 2 до начала воздействия импульса,  $\Gamma(t)$  — плотность энергии облучения [см. (2.142e)], а

$$\Gamma_s = h\nu/\sigma \quad (2.148b)$$

— плотность энергии насыщения усилителя. Сравнивая (2.148b) и (2.142ж), мы видим, что плотность энергии насыщения усилителя, работающего по четырехуровневой схеме, вдвое больше аналогичной величины для поглотителя. При этом насыщенный коэффициент усиления дастся выражением

$$g = g_0 \exp \{ - [\Gamma(t)/\Gamma_s] \}, \quad (2.148г)$$

где  $g_0 = \sigma N_{20}$  — ненасыщенный коэффициент усиления.

Заметим еще раз, что в случае импульсного режима так же, как и в случае непрерывного режима, форма линии поглощения при насыщении не меняется.

### 2.6.3. Неоднородно уширенная линия

В случае когда линия является неоднородно уширенной, процесс насыщения оказывается более сложным. Поэтому мы здесь ограничимся лишь качественным его описанием (более подробное описание см. в задачах 2.22 и 2.23). Чтобы сохранить общность рассмотрения, будем считать, что уширение линии обусловлено как однородным, так и неоднородным механизмами. Следовательно, форму линии можно описать выражением (2.69). Результирующая форма линии  $g_l(\nu - \nu_0)$  дается сверткой вкладов  $g(\Delta\nu)$  от однородно уширенных линий отдельных атомов. Таким образом, в случае поглощения результирующий коэффициент поглощения можно изобразить кривой, как показано на рис. 2.18. В этом случае при проведении эксперимента по схеме, представленной на рис. 2.15, падающая волна с интенсивностью  $I(\nu)$  будет взаимодействовать лишь с теми атомами, резонансные частоты которых располагаются вблизи частоты  $\nu$ . Соответственно только в этих атомах будет иметь место насыщение уровней, когда величина  $I(\nu)$  станет достаточно большой. При

этом форма линии поглощения для различных значений  $I(\nu)$  изменится так, как показано на рис. 2.19. Мы видим, что с увеличением  $I(\nu)$  в линии поглощения образуется провал на частоте  $\nu$ . Ширина этого провала того же порядка, что и ширина отдельных линий поглощения, представленных на рис. 2.18 в виде штриховых кривых, т. е. порядка ширины однородно уширенной линии. Аналогичные соображения применимы и к рассмотрению

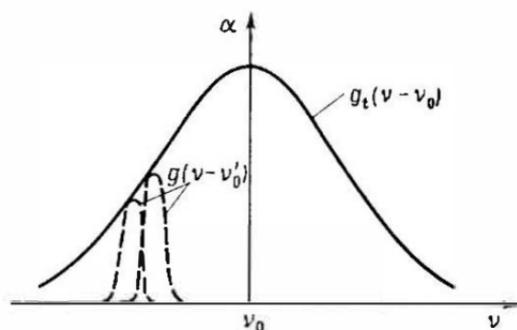


Рис. 2.18. Контур линии перехода, обусловленный совместным действием однородного и неоднородного механизмов уширения. Соответствующая функция  $g_t(\nu - \nu_0)$  получается сверткой [см. выражение (2.69)] функций формы линии  $g(\nu - \nu'_0)$  отдельных атомов.

не поглощающего, а чисто усиливающего перехода. В этом случае действие насыщающего пучка будет выражаться в образовании провалов, но в контуре линии усиления, а не поглощения. Заметим также, что подобные рассуждения могут быть применимы при исследовании поглощения и насыщения усиления, вызванного световым импульсом достаточно высокой интенсивности.

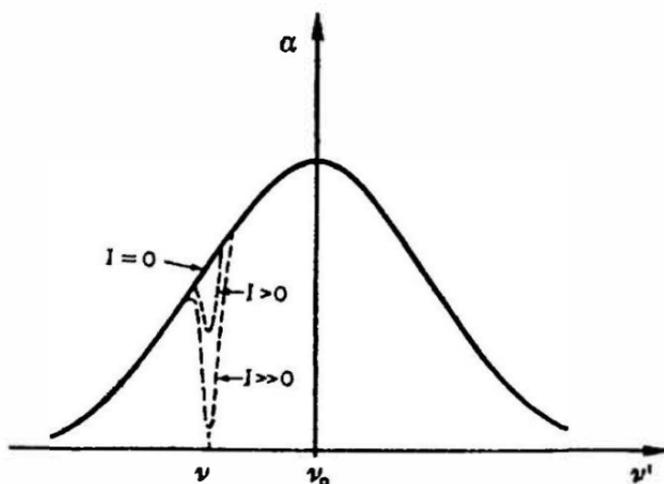


Рис. 2.19. Проявление насыщения в случае неоднородно уширенной линии. В кривой зависимости коэффициента поглощения от частоты имеется провал, глубина которого увеличивается с интенсивностью  $I(\nu)$ .

## 2.7. Релаксация многоатомной системы

В разд. 2.4 мы рассматривали излучение изолированного атома. В реальной же ситуации любой атом находится в окружении множества других атомов, одна часть которых находится в основном, а другая — в возбужденном состоянии. При этом могут возникнуть новые явления и релаксация может быть обусловлена как спонтанным, так и вынужденным процессами. Эти явления мы кратко обсудим в данном разделе.

### 2.7.1. Захват излучения

Если доля атомов, которые первоначально находились на верхнем уровне, очень мала и если среда является оптически плотной, то значительную роль может играть так называемый захват излучения. Фотон, который спонтанно испускается атомом, вместо того, чтобы покинуть среду, может быть поглощен другим атомом, который в свою очередь перейдет в возбужденное состояние. Поэтому такой процесс приводит к уменьшению эффективной вероятности спонтанного излучения. Подробное обсуждение данного вопроса можно найти в работе [7], а здесь мы хотели бы лишь отметить, что обусловленное захватом излучения увеличение времени жизни зависит от концентрации атомов, от сечения участвующего в излучении перехода и от геометрической конфигурации среды.

### 2.7.2. Сверхизлучение и суперлюминесценция

Если первоначально в верхнем состоянии находилось такое число атомов, что возникла инверсия населенностей, то излучение может принять форму кооперативного процесса, в котором излучение одного атома влияет на излучение других атомов. Данный процесс приводит к явлениям сверхизлучения [8] и суперлюминесценции [9]. Вновь отсылая читателя для подробного рассмотрения этих явлений к оригинальным работам [8, 9], укажем здесь лишь на несколько относящихся к делу особенностей этих явлений: 1) существует вполне определенный порог возникновения кооперативного эффекта; 2) длина активной среды  $l$  должна быть меньше некоторой характеристической длины  $l_c$ , значение которой зависит от начального уровня инверсии; 3) интенсивность излучаемого света не изменяется теперь во времени по экспоненциальному закону; вместо этого она имеет вид колоколообразной кривой, характерная длительность которой при большом уровне начальной инверсии может быть много меньше, чем  $\tau_{спонт}$ ; 4) в случае стержневой формы

активной среды свет будет излучаться в телесный угол, соответствующий углу дифракции  $\theta_d = \lambda/D$ , где  $D$  — диаметр стержня; 5) пиковая мощность испускаемого излучения изменяется теперь пропорционально  $(NV)^2$  (где  $N$  — критическая инверсия, а  $V = \pi D^2 l_c / 4$  — критический объем), а не  $NV$ , как должно было бы быть в случае нормального процесса спонтанного излучения.

Пять перечисленных выше свойств характерны как для суперлюминесценции, так и для сверхизлучения. Различие между этими двумя явлениями трудноуловимо и зависит от способа, каким была получена исходная инверсия населенностей. Если

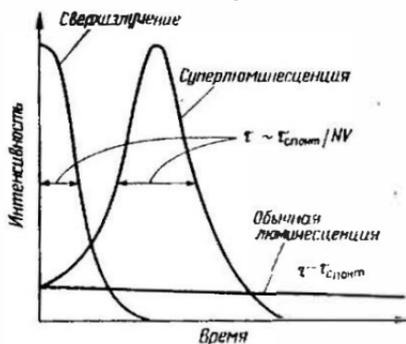


Рис. 2.20. Сравнение временных зависимостей сверхизлучения, суперлюминесценции и обычной люминесценции.

в момент времени  $t = 0$  фазы осциллирующих дипольных моментов вектор  $M_2$ , [см. (2.33)] каждого атома совпадают и если все эти моменты имеют одно и то же направление, то излучение, развивающееся по достижении пороговых условий, называется сверхизлучением. В этом случае в начальный момент времени  $t = 0$  уже присутствует макроскопический «гигантский» дипольный момент и напряженность поля, создаваемого в направлении излучения, в  $NV$  раз превышает напряженность поля

отдельного диполя. Соответствующая пиковая мощность излучения в  $(NV)^2$  раз больше мощности отдельного диполя и, следовательно, в  $NV$  раз больше полной излучаемой мощности обычной люминесценции (когда суммируются не напряженности поля испускаемого излучения, а его интенсивности). Поскольку полная энергия излучения должна быть, очевидно, одной и той же в обоих случаях, длительность сверхизлучения будет в  $NV$  раз меньше длительности обычной люминесценции (рис. 2.20). В случае суперлюминесценции фазы осциллирующих дипольных моментов в момент времени  $t = 0$  распределены случайным образом. Поэтому первоначально отсутствует какой бы то ни было макроскопический дипольный момент, и атомы начинают излучать независимо, как при нормальном процессе люминесценции. Таким образом, исходная интенсивность люминесценции пропорциональна  $NV$ . Однако после достижения пороговых условий система начинает стремиться к состоянию, при котором излучение отдельных частиц коррелировано между собой, причем корреляция вызывается спонтанным излучением. При этом система достигает состояния, когда излучаемая мощность вдоль направ-

ления распространения излучения вновь пропорциональна  $(NV)^2$ . Тем самым длительность суперлюминесценции опять в  $NV$  раз меньше длительности обычной люминесценции (рис. 2.20).

В заключение этого раздела укажем на то, что описанные явления сверхизлучения и суперлюминесценции редко наблюдаются на практике, поскольку соответствующих пороговых условий достичь трудно.

### 2.7.3. Усиленное спонтанное излучение

Явление суперлюминесценции нельзя путать с усиленным спонтанным излучением (УСИ), которое часто встречается при работе многих лазеров с высоким коэффициентом усиления, таких, как азотных, эксимерных или лазерных усилителей, скажем на красителе или на неодимовом стекле. Если в этих лазерах инверсия населенностей достигает критического значения, то

в пределах телесного угла  $\Omega$  вокруг оси активной среды наблюдается интенсивное излучение, даже при отсутствии зеркал в резонаторе (или, может быть, используется только одно зеркало). Действительно, в этом случае так же, как и при суперлюминесценции, изменение интенсивности излучаемого света во времени имеет вид колоколообразной кривой с характерной длительностью, которая много меньше  $\tau_{\text{спонт}}$ . Однако УСИ обусловлено совсем другим явлением. Чтобы в этом разобраться, рассмотрим активную среду цилиндрической формы. Пусть  $\Omega$  — телесный угол, под которым виден один торец цилиндра из центра  $O$  другого торца (рис. 2.21, а). Если усиление активной среды достаточно велико, то мощность люминесценции, излучаемая атомами вблизи точки  $O$  в телесный угол  $\Omega$ , может быть значительно усилена активной средой, а именно в  $10^3$  или даже большее число раз. При этих условиях активная среда будет излучать энергию преимущественно в телесный угол  $\Omega$  и благодаря симметрии, разумеется, также вдоль противоположного направления. Из рис. 2.21, а видно, что  $\Omega$  дается выражением

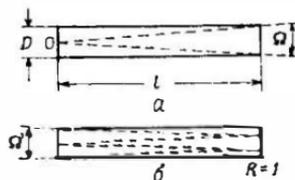


Рис. 2.21. Телесный угол излучения в случае усиленного спонтанного испускания.  $a$  — активная среда не имеет вообще торцевого зеркала;  $b$  — активная среда с одним торцевым зеркалом.

$$\Omega = \pi D^2 / 4l^2, \quad (2.149)$$

где  $D$  — диаметр, а  $l$  — длина активной среды. Заметим, что если на одном конце активной среды находится зеркало с отра-

жательной способностью 100 % (рис. 2.21, б) то, очевидно, излучение распространяется лишь вдоль одного направления и телесный угол излучения становится равным

$$\Omega' = \pi D^2/16l^2. \quad (2.149a)$$

Чтобы найти порог развития УСИ, необходимо вычислить полную мощность спонтанного излучения, например на правом торце активной среды на рис. 2.21, а, создаваемого всеми атомами активной среды, которое затем подвергается дальнейшему усилению при прохождении оставшейся части активной среды. Поскольку это вычисление является несколько громоздким [10], ограничимся тем, что приведем лишь конечный результат. Мощность рассматриваемого излучения дается выражением

$$P = \left( \frac{h\nu_0}{\sigma_0 \tau_{\text{спонт}}} \right) \frac{A\Omega}{4} \frac{[\exp(\sigma_0 N_2 l) - 1]^{3/2}}{[\sigma_0 N_2 l \exp(\sigma_0 N_2 l)]^{1/2}}, \quad (2.150)$$

где  $\sigma_0$  — пиковое сечение перехода,  $A = \pi D^2/4$  — площадь поперечного сечения активной среды, а  $N_2$  — инверсия населенностей на этом переходе. Порог для УСИ определяется как условие, когда УСИ становится преобладающим механизмом исчезновения имеющейся инверсии населенностей. Таким образом, необходимо потребовать, чтобы величина  $P/A$  была сравнима с интенсивностью насыщения  $I_{s0}$  перехода на центральной частоте. Из соотношения (2.146) получаем  $I_{s0} = h\nu_0/\sigma_0 \tau$  и, таким образом, можем записать

$$P/A = h\nu_0/\sigma_0 \tau. \quad (2.151)$$

Из выражений (2.151) и (2.150) с дальнейшим предположением, что  $\tau \approx \tau_{\text{спонт}}$  (как в общем случае было бы применимо к хорошему лазерному усилителю), видно, что для заметного эффекта УСИ критическая инверсия населенностей  $N_c$  должна быть такой, чтобы выполнялось следующее равенство:

$$\frac{4[\sigma_0 N_c l \exp(\sigma_0 N_c l)]^{1/2}}{[\exp(\sigma_0 N_c l) - 1]^{3/2}} = \Omega. \quad (2.152)$$

Если предположить, что критическое усиление за один проход  $G$  [где  $G = \exp(\sigma_0 N_c l)$ ] удовлетворяет условию  $G \gg 1$ , то (2.152) принимает простой вид:

$$[\ln G]^{1/2}/G = \Omega/4. \quad (2.153)$$

Если на одном конце среды находится зеркало с отражательной способностью 100 % (рис. 2.21, б), то конечное пороговое условие снова дается формулой (2.153), в которой усиление за один

проход  $G$  заменено на  $G^2$  (на усиление за два прохода), а угол  $\Omega$  заменен на  $\Omega'$ . Таким образом, получаем

$$[\ln G^2]^{1/2}/G^2 = \Omega'/4. \quad (2.153a)$$

Из приведенного выше рассмотрения эффекта УСИ становится очевидным, что порог для УСИ, строго говоря, не существует. Однако поскольку мощность  $P$  УСИ быстро увеличивается с инверсией населенностей {приблизительно как  $[\exp(\sigma_0 N_2 l)]/(\sigma_0 N_2 l)$ ; см. (2.150)}, то, когда пороговые условия, определяемые выражениями (2.153) и (2.153a), превзойдены, УСИ становится преобладающим механизмом релаксации для активной среды. Поэтому отсутствие истинного порога — это особенность, которая отличает УСИ от суперлюминесценции. Другой отличительной особенностью является то, что если для суперлюминесценции длина активной среды должна быть меньше критической кооперативной длины  $l_c$ , то для УСИ такого ограничения не существует. Еще одна характерная особенность УСИ состоит в том, что телесный угол в этом случае устанавливается из геометрических соображений и, как правило, он много больше, чем для суперлюминесценции, для которой этот угол определяется дифракцией. Наконец, заметим, что преимуществом УСИ является то, что его можно использовать для получения достаточно хорошо направленного излучения в некоторых лазерах (генераторах) с высоким усилением (например, в азотных или эксимерных лазерах), и в то же время УСИ может вызывать нежелательный эффект в лазерных усилителях с высоким усилением (например, в эксимерных лазерах, лазерах на красителях или на неодимовом стекле), поскольку оно снимает имеющуюся инверсию населенностей.

## 2.8. Вырожденные уровни

До сих пор мы рассматривали лишь простейший случай, когда оба уровня 1 и 2 являются невырожденными. Разберем теперь кратко часто встречающуюся на практике ситуацию, когда уровни вырождены. Такой случай схематически изображен на рис. 2.22, причем предполагается, что уровень 1 имеет кратность вырождения  $g_1$ , а уровень 2 — кратность вырождения  $g_2$ . Обозначим через  $N_1$  полную населенность всех подуровней вырожденного нижнего уровня, а через  $N_2$  — то же, но относящееся к верхнему уровню. Будем использовать  $N_{2j}$  и  $N_{1i}$  для обозначения населенности любого конкретного подуровня, относящегося соответственно к верхнему и нижнему уровню.

В качестве простейшего можно рассмотреть случай, когда уровни находятся в термодинамическом равновесии. При этом

населенность каждого подуровня обоих верхнего и нижнего уровней должна подчиняться обычному распределению Больцмана. Таким образом,

$$N_{2j}^e = N_{1i}^e \exp[-(E_2 - E_1)/kT]. \quad (2.154)$$

Однако, поскольку подуровни, например уровня 1, также находятся в термодинамическом равновесии, все их населенности должны быть одинаковы, т. е.

$$j \left. \begin{array}{c} \text{-----} \\ \text{-----} \\ \text{-----} \\ \text{-----} \end{array} \right\} \varepsilon_j, g_{2j}, N_j \quad N_{1i}^e = N_1^e / g_{1i}. \quad (2.155a)$$

Аналогично имеем

$$N_{2j}^e = N_2^e / g_{2j}. \quad (2.155b)$$

При этом из (2.154) и (2.155) получаем

$$N_2^e = N_1^e (g_2 / g_1) \exp[-(E_2 - E_1)/kT]. \quad (2.156)$$

Рис. 2.22. Двухуровневая система со степенью вырождения каждого уровня  $g_1$  и  $g_2$ .

Сравнивая (2.156) с (1.8), мы видим, что последнее выражение справедливо не

только для невырожденных уровней, но и для вырожденных уровней с одним и тем же вырождением (т. е.  $g_1 = g_2$ ).

Посмотрим теперь, как необходимо изменить выражения для сечения перехода, усиления и коэффициента поглощения в случае вырожденных уровней. Для этой цели рассмотрим электромагнитную волну, проходящую сквозь среду с данными населенностями обоих уровней, и поставим вопрос о том, как нужно изменить уравнения (2.131a) и (2.1316). Очевидно, что уравнение (2.131a) по-прежнему справедливо. Скорость изменения полной населенности  $N_2$  верхнего уровня теперь должна учитывать все возможные переходы между уровнями  $i$  и  $j$ . Таким образом, мы имеем

$$\left( \frac{dN_2}{dt} \right) = - \sum_{i=1}^{g_1} \sum_{j=1}^{g_2} \left( W_{ji} N_{2j} - W_{ij} N_{1i} + \frac{N_{2j}}{\tau_{ji}} \right). \quad (2.157)$$

Однако если между подуровнями существует быстрая релаксация, все верхние подуровни будут снова заселены одинаково и то же самое справедливо для нижних подуровней. Следовательно,

$$N_{2j} = N_2 / g_{2j}, \quad (2.158a)$$

$$N_{1i} = N_1 / g_{1i}. \quad (2.158b)$$

Подставляя эти выражения в (2.157), получаем

$$\dot{N}_2 = -W(N_2/g_2 - N_1/g_1) - N_2/\tau, \quad (2.159)$$

где

$$W = \sum_{l=1}^{g_1} \sum_{l=1}^{g_2} W_{ll} = \sum_{l=1}^{g_1} \sum_{l=1}^{g_2} W_{ll}, \quad (2.160)$$

а

$$\frac{1}{\tau} = \frac{\sum_{l=1}^{g_1} \sum_{l=1}^{g_2} (1/\tau_{ll})}{g_2}. \quad (2.161)$$

Изменение плотности потока фотонов  $dF$  при прохождении пучком в среде расстояния  $dz$  (см. рис. 1.2) с помощью уравнения (2.159) можно записать в виде

$$dF = W(N_2/g_2 - N_1/g_1) dz. \quad (2.162)$$

При этом можно определить сечение вынужденного излучения  $\sigma_{21}$  и сечение поглощения  $\sigma_{12}$  следующим образом [ср. с (2.82)]:

$$\sigma_{21} = W/(g_2 F), \quad (2.163a)$$

$$\sigma_{12} = W/(g_1 F). \quad (2.163b)$$

Отсюда с очевидностью следует

$$g_2 \sigma_{21} = g_1 \sigma_{12}. \quad (2.164)$$

В случае когда  $(N_1/g_1) > (N_2/g_2)$ , выражение (2.162) с помощью (2.163b) можно записать в виде хорошо известного соотношения  $dF = -\alpha F dz$ , если определить коэффициент поглощения  $\alpha$  как

$$\alpha = \sigma_{12}(N_1 - N_2 g_1/g_2). \quad (2.165)$$

Аналогично, в случае когда  $(N_2/g_2) > (N_1/g_1)$ , с учетом (2.163a) выражение (2.162) принимает хорошо известную форму:  $dF = g F dz$ , где коэффициент усиления  $g$  определяется следующим образом:

$$g = \sigma_{21}(N_2 - N_1 g_2/g_1). \quad (2.166)$$

Теперь становится понятным, почему сечения  $\sigma_{21}$  и  $\sigma_{12}$  определяются выражениями соответственно (2.163a) и (2.163b). Когда  $N_1 \gg N_2$  (что обычно имеет место при измерениях поглощения на оптических переходах), выражение (2.165) принимает простой вид:  $\alpha = \sigma_{12} N_1$ . И наоборот, когда  $N_2 \gg N_1$  (как в случае четырехуровневого лазера), простой вид принимает выражение (2.166), а именно  $g = \sigma_{21} N_2$ .

Представляет интерес и другой случай, когда верхний (2) или нижний (1) уровень состоит из подуровней (самовырожденные), различающихся по энергии, но релаксация между этими подуровнями происходит мгновенно. В данном случае между каждым из подуровней 1 и 2 будет возникать термализация и вместо соотношений (2.158) можно написать

$$N_{2l} = z_{2l} N_2, \quad (2.167a)$$

$$N_{1l} = z_{1l} N_1; \quad (2.167b)$$

здесь  $z_{2l}$  ( $z_{1l}$ ) — доля полной населенности уровня 2 (уровня 1), которую в соответствии со статистикой Больцмана имеет подуровень  $l$  ( $i$ ) (функция распределения по уровням). Если теперь предположить, что вынужденный переход происходит с данного подуровня (скажем,  $l$ ) уровня 2 на определенный подуровень (скажем,  $m$ ) уровня 1, то с помощью соотношений (2.167a) и (2.167b) уравнение (2.157) можно переписать в виде

$$\frac{dN_2}{dt} = -W_{21}N_2 + W_{12}N_1 - \frac{N_2}{\tau}. \quad (2.168)$$

Входящие в это уравнение эффективные вероятности вынужденного излучения  $W_{21}$  и вынужденного поглощения  $W_{12}$ , а также скорость спонтанной релаксации  $1/\tau$  даются соответственно выражениями

$$W_{21} = z_{2l} W_{lm}, \quad (2.169a)$$

$$W_{12} = z_{1m} W_{ml}, \quad (2.169b)$$

$$\frac{1}{\tau} = \sum_{lt} \frac{z_{2l}}{\tau_{lt}}. \quad (2.169b)$$

Заметим, что в соответствии с (2.169a) и (2.169b) эффективное сечение вынужденного излучения  $\sigma_{21}$  и эффективное сечение поглощения  $\sigma_{12}$  можно определить следующим образом:

$$\sigma_{21} = z_{2l} \sigma, \quad (2.170a)$$

$$\sigma_{12} = z_{1m} \sigma; \quad (2.170b)$$

здесь  $\sigma = \sigma_{lm} = W_{lm}/F$  — действительное сечение данного перехода.

## 2.9. Молекулярные системы

В этом разделе мы применим некоторые результаты и идеи предыдущих разделов к частному случаю молекулярных сред, поскольку последние играют очень важную роль в области лазеров. Ограничимся вновь описанием лишь основных свойств сложных явлений, которые при этом происходят. Однако наше

рассмотрение в действительности является основой для более глубокого понимания лазерной физики таких систем, как молекулярные газовые лазеры или лазеры на красителях. С целью более глубокого изучения данного предмета читатель может обратиться к специальной литературе [17].

### 2.9.1. Энергетические уровни молекул

В общем случае полная энергия молекулы представляет собой сумму следующих четырех вкладов: 1) электронной энергии  $E_e$ , обусловленной движением электронов вокруг ядер; 2) колебательной энергии  $E_v$ , связанной с движением (колебаниями) ядер; 3) вращательной энергии  $E_r$ , обусловленной вращением молекулы, и 4) энергии поступательного движения. Последнюю мы исключим из нашего рассмотрения, поскольку она, как правило, не квантуется. Остальные же вклады в энергию квантуются. Прежде чем перейти к подробному обсуждению, поучительно из простых соображений оценить по порядку величины разность энергий между электронным ( $\Delta E_e$ ), колебательным ( $\Delta E_v$ ) и вращательным ( $\Delta E_r$ ) уровнями. Порядок величины  $\Delta E_e$  дается выражением

$$\Delta E_e \approx \hbar^2/ma^2, \quad (2.171)$$

где  $m$  — масса электрона,  $a$  — размер молекулы и  $\hbar = \hbar/2\pi$ . Действительно, неопределенность положения внешнего электрона молекулы составляет величину порядка  $a$ , неопределенность его импульса —  $\hbar/a$  и, следовательно, минимальная кинетическая энергия равна  $\hbar^2/ma^2$ . В двухатомной молекуле разность энергий между двумя колебательными уровнями  $\Delta E_v$  приближенно записывается в виде

$$\Delta E_v \approx \hbar\omega_0 \approx \hbar(K_0/M)^{1/2}, \quad (2.172)$$

где  $M$  — масса атома, а  $K_0$  — упругая постоянная для притяжения двух атомов. Мы считаем, что изменение расстояния между атомами на величину, равную размеру молекулы  $a$ , должно привести к изменению энергии, равному примерно  $\Delta E_e$ , поскольку такое изменение расстояния между атомами вызвало бы значительное изменение электронных волновых функций. Следовательно, можно положить  $K_0 \approx \Delta E_e/a^2$ . При этом из выражений (2.171) и (2.172) получаем

$$\Delta E_v = (m/M)^{1/2} \Delta E_e. \quad (2.173)$$

Вращательная энергия по порядку величины равна  $\hbar^2 J(J+1)/2Ma^2$ , где  $J$  — целое положительное число (вращательное квантовое число). Таким образом, разность вращательных

энергий  $\Delta E_r$  между уровнями  $J = 0$  и  $J = 1$  дается выражением

$$\Delta E_r \approx \frac{\hbar^2}{Ma^2} \approx \left(\frac{m}{M}\right)^{1/2} \Delta E_v, \quad (2.174)$$

где мы использовали формулы (2.171) и (2.173). Так как отношение  $m/M \approx 10^{-4}$ , отсюда следует, что расстояние между вращательными уровнями составляет около одной сотой расстояния между колебательными уровнями. В свою очередь разность энергий между колебательными уровнями составляет около одной сотой величины  $\Delta E_e$ . Действительные диапазоны частот переходов, в согласии с вышеприведенными рассуждениями, оказываются для электронных ( $\Delta E_e/h$ ), колебательных ( $\Delta E_v/h$ ) и вращательных ( $\Delta E_r/h$ ) переходов приблизительно равными соответственно  $(25-50) \cdot 10^3 \text{ см}^{-1}$ ,  $500-3000 \text{ см}^{-1}$  и  $1-20 \text{ см}^{-1}$ .

После этих предварительных рассуждений перейдем теперь к более детальному рассмотрению простейшего случая, а именно молекулы, состоящей из двух одинаковых атомов. Следуя приближению Борна — Оппенгеймера, рассмотрим вначале два атома, находящиеся на расстоянии  $R$  друг от друга. Решая уравнение Шрёдингера для этого случая, можно затем найти зависимость энергетических уровней от расстояния между атомами в молекуле. Даже и не решая уравнение (которое обычно является очень сложным), нетрудно понять, что зависимость энергии от  $R$  должна иметь вид кривой, изображенной на рис. 2.23, где в качестве примера показаны основной уровень 1 и первое возбужденное состояние 2. Очевидно, что если расстояние между атомами очень большое ( $R \rightarrow \infty$ ), то энергетические уровни будут такими же, как и у изолированного атома. Если расстояние  $R$  между атомами конечно, то вследствие их взаимодействия энергетические уровни будут смещаться. Поскольку производная от энергии по  $R$  представляет собой силу, с которой атомы действуют друг на друга, можно показать, что вначале на больших расстояниях эта сила является силой притяжения, а затем на малых расстояниях она становится отталкивающей. Сила равна нулю, когда расположение атомов соответствует минимуму (например,  $R_0$ ) каждой кривой. Следовательно, это и есть то расстояние между атомами, которое они стремятся занять (при отсутствии колебаний). Заметим, что кривая зависимости энергии от  $R$  для возбужденного состояния сдвинута вправо относительно кривой, соответствующей основному состоянию. Это указывает на то, что среднее межатомное расстояние в возбужденной молекуле больше, чем в молекуле, находящейся в основном состоянии.

До сих пор мы рассматривали случай, когда атомы удерживаются на определенном расстоянии  $R$  друг от друга. Предпо-

ложим теперь, что атомам, располагавшимся на расстоянии  $R$  ( $R \neq R_0$ ) друг от друга, предоставили свободу. Тогда они начнут колебаться около равновесного положения  $R_0$ . При этом полная энергия будет равна сумме рассмотренной выше энергии и колебательной энергии. Последнюю можно вычислить, если заметить, что кривые на рис. 2.23 представляют также (с точностью до произвольного постоянного слагаемого) изменение потенциальной энергии двухатомной системы в зависимости

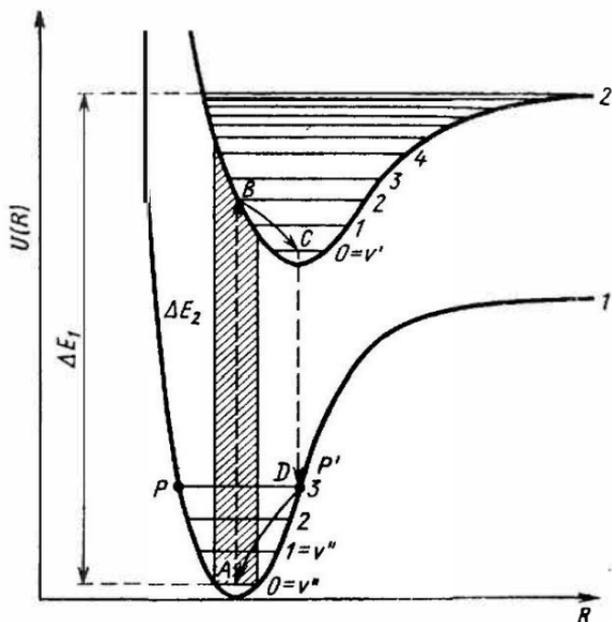


Рис. 2.23. Энергетические уровни двухатомной молекулы.

от расстояния  $R$ . При малых амплитудах колебаний вблизи положения  $R_0$  кривая 1 может быть аппроксимирована параболой, которая означает, что возвращающая сила между двумя атомами является упругой, т. е. она пропорциональна смещению от положения равновесия. В этом случае задача имеет хорошо известные решения (гармонический осциллятор). Таким образом, получаем эквидистантно расположенные энергетические уровни с расстоянием между ними  $h\nu_0$ , определяемым выражением (2.172), в котором упругая постоянная  $K_0$  равна кривизне параболы. Следовательно, если учитываются колебания атомов относительно их положений равновесия, то, как видно из рис. 2.23, энергетические состояния (для каждого из двух электронных состояний) определяются уровнями  $0, 1, 2, \dots$ . Заметим, что уровень  $v = 0$  не совпадает с минимумом кривой

энергии, поскольку нулевая энергия гармонического осциллятора, что хорошо известно, равна конечной величине  $\hbar\nu_0/2$ . Энергия системы теперь уже не описывается кривыми 1 и 2, поскольку положения атомов не являются фиксированными. Поэтому вместо зависимостей, приведенных на рис. 2.23, иногда используют более простое представление в виде, показанном на рис. 2.24.

Однако энергетические кривые на рис. 2.23 в действительности имеют более глубокий смысл, чем на рис. 2.24. Предположим,

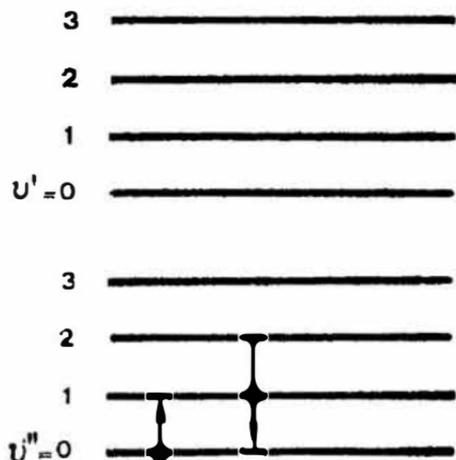


Рис. 2.24. Колебательные уровни, принадлежащие двум различным электронным состояниям. Заметим, что рисунок неверно отражает масштаб, поскольку расстояние между электронными уровнями обычно приблизительно в  $10^2$  раз превышает расстояние между соседними колебательными уровнями.

например, что молекула находится на колебательном подуровне  $v'' = 3$  основного уровня 1. Из рис. 2.23 нетрудно видеть, что расстояние  $R$  между ядрами атомов молекулы колеблется между значениями, соответствующими точкам  $P$  и  $P'$ , показанным на рисунке. Наконец, следует заметить, что при больших амплитудах колебаний около положения равновесия  $R_0$  изменение потенциальной энергии нельзя аппроксимировать параболой. Следовательно, эти более высокие колебательные уровни не являются эквидистантными. Заметим также, что для многоатомных молекул все еще остается справедливым представление, приведенное на рис. 2.23, при условии, что  $R$  можно рассматривать как некоторую координату, которая может описывать данную колебательную моду. Рассмотрим, например, молекулу  $SF_6$ , имеющую октаэдрическую конфигурацию (рис. 2.25), в которой атом серы располагается в центре октаэдра, а шесть атомов фтора находятся в ее углах. Если теперь выбрать симметричную колебательную моду, показанную на том же рисунке (мода  $A_{1g}$ ), то увидим, что за координату  $R$  может быть принято расстояние между атомом серы и каждым из атомов фтора. В действительности такая молекула, как  $SF_6$  (рис. 2.25), обладает шестью независимыми, невырожденными колебательными модами. Потенциальная энергия  $U$  общего состояния молекулы

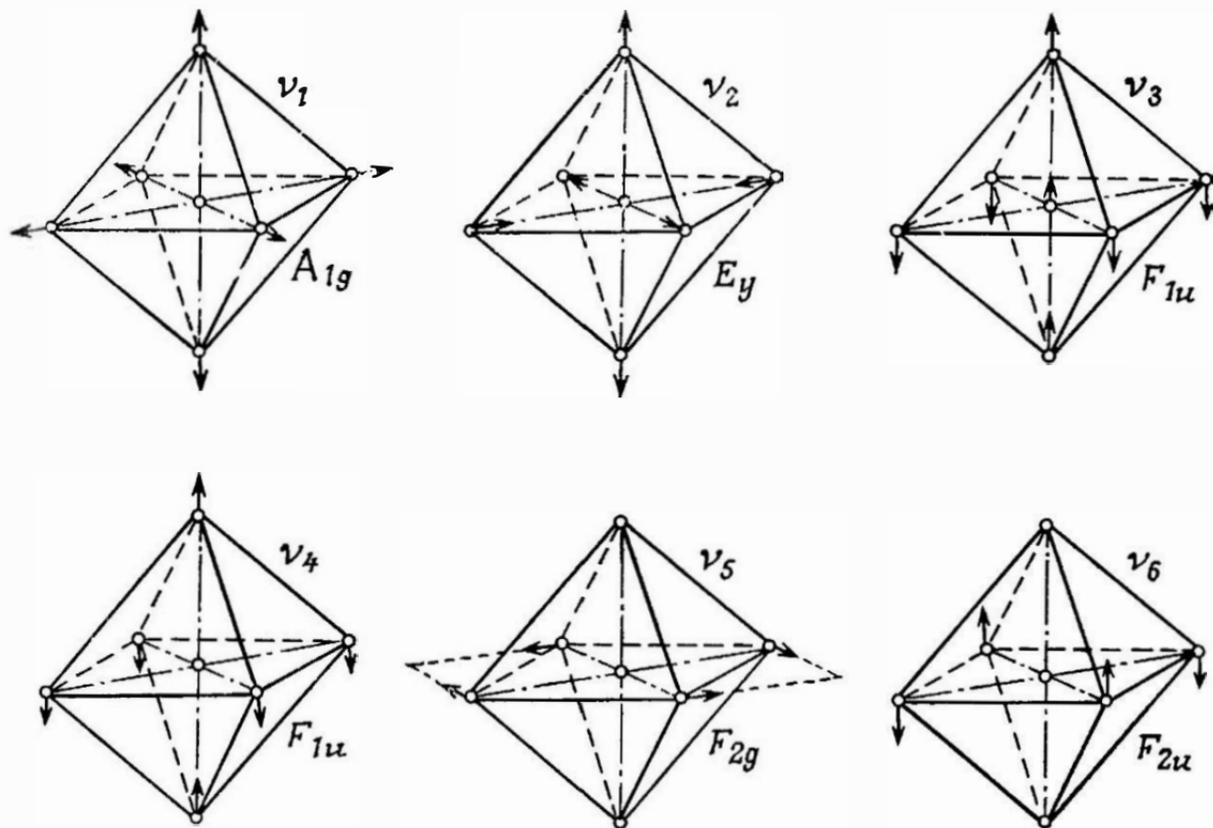


Рис. 2.25. Нормальные моды колебаний октаэдрической молекулы (например,  $\text{SF}_6$ ). Атом серы занимает центр октаэдра, а шесть атомов фтора расположены по его вершинам. (Согласно Г. Герцбергу [20].)

зависит от всех шести колебательных координат молекулы и поэтому должна быть представлена в семимерном пространстве. Соответственно представление на рис. 2.23 можно теперь рассматривать как часть этой семимерной функции, когда изменяется лишь одна колебательная координата.

Приведенное выше рассмотрение не дает полного описания молекулярной системы, поскольку мы пренебрегли тем обстоя-

тельством, что молекула может также вращаться. Согласно квантовой механике, вращательная энергия также квантуется и в случае линейного жестко закрепленного волчка (например, жестко закрепленная двухатомная или линейная трехатомная молекула) может быть представлена в виде

$$E_r = BJ(J + 1), \quad (2.175)$$

где вращательная постоянная  $B = \hbar^2/8\pi^2 I$ , причем  $I$  — момент инерции молекулы относительно оси, перпендикулярной линии, соединяющей ядра, и проходящей через центр масс. Таким образом, общая энергия системы представляет собой сумму электронной, колебательной и вращательной энергий. Соответственно энергетические подуровни, скажем, колебательных уровней

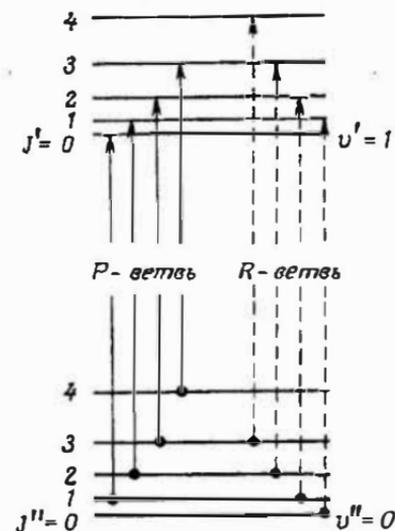


Рис. 2.26. Вращательные уровни, принадлежащие двум соседним колебательным состояниям молекулы. Стрелками указаны переходы, соответствующие P- и R-ветви.

$v'' = 0$  и  $v' = 1$  основного состояния, будут выглядеть так, как показано на рис. 2.26. Заметим, что в отличие от (приблизительно) эквидистантно расположенных колебательных уровней расстояние между последовательными вращательными уровнями не постоянно, а увеличивается линейно с ростом вращательного квантового числа  $J$ , т. е.  $E_r(J) - E_r(J - 1) = 2BJ$ .

### 2.9.2. Заселенность уровней при тепловом равновесии

При термодинамическом равновесии населенность данного вращательно-колебательного уровня, принадлежащего данному электронному состоянию, можно записать в виде

$$N(E_e, E_v, E_r) \sim g_e g_v g_r \exp\{-[(E_e + E_v + E_r)/kT]\}, \quad (2.176)$$

где  $E_e$ ,  $E_v$ ,  $E_r$  — соответственно электронная, колебательная и вращательная энергии уровня, а  $g_e$ ,  $g_v$ ,  $g_r$  — соответствующие кратности вырождения уровней [см. соотношение (2.156)]. Согласно оценкам, сделанным в предыдущем разделе,  $E_v/hc \approx 1000 \text{ см}^{-1}$ , в то время как отношение  $E_e/hc$  превосходит эту величину более чем на порядок. Поскольку  $kT/hc \approx 209 \text{ см}^{-1}$  ( $T = 300 \text{ К}$ ), энергии  $E_e$  и  $E_v$  значительно больше, чем  $kT$ . Таким образом, можно утверждать, что в состоянии термодинамического равновесия молекула находится на самом нижнем ко-

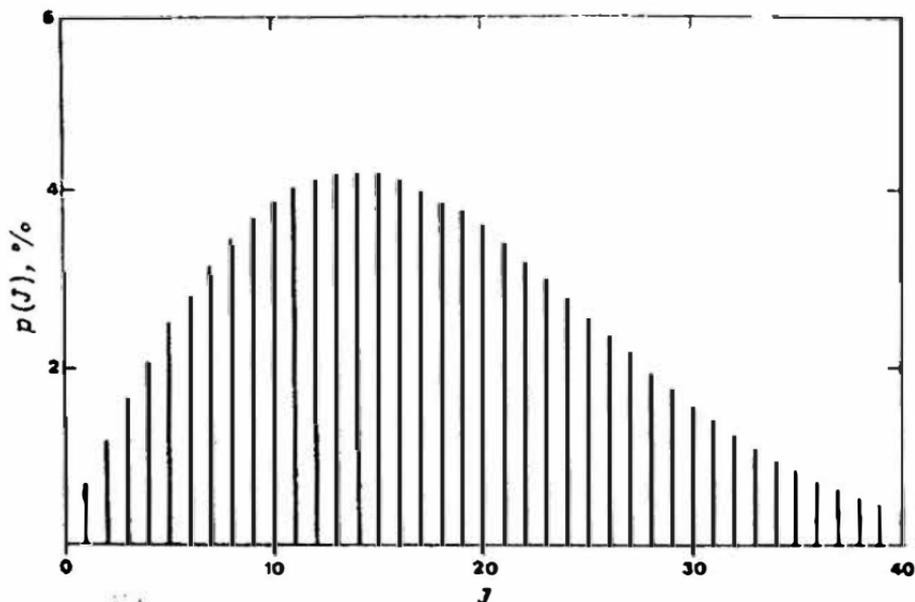


Рис. 2.27. Распределение населенности среди вращательных уровней данного колебательного состояния.

лебательном уровне <sup>1)</sup> основного электронного состояния. Вероятность заселенности данного вращательного состояния этого нижнего колебательного уровня в соответствии с выражениями (2.175) и (2.176) можно записать следующим образом:

$$p(J) \sim (2J + 1) \exp[-BJ(J + 1)/kT]. \quad (2.177)$$

<sup>1)</sup> Хотя этот вывод обычно справедлив для двухатомных молекул, он, вообще говоря, неприменим к многоатомным молекулам. В последнем случае (например, молекула  $SF_6$ ) расстояние между колебательными уровнями часто значительно меньше, чем  $1000 \text{ см}^{-1}$  (вплоть до  $\sim 100 \text{ см}^{-1}$ ), и многие колебательные уровни основного электронного состояния могут быть достаточно хорошо заселены при комнатной температуре.

Множитель  $(2J + 1)$  перед экспонентой возникает вследствие вырождения уровня, поскольку вращательный уровень с квантовым числом  $J$  имеет  $(2J + 1)$ -кратное вырождение. Рассматривая в качестве примера  $B = 0,5 \text{ см}^{-1}$  и полагая  $kT = 209 \text{ см}^{-1}$  (комнатная температура), можно показать, что распределение населенности между различными вращательными подуровнями данного колебательного уровня (скажем, основного состояния) соответствует рис. 2.27. Заметим, что благодаря наличию в выражении (2.177) множителя  $(2J + 1)$  более всего заселен не основной уровень ( $J = 0$ ), а тот, вращательное квантовое число  $J$  которого, как нетрудно показать из выражения (2.177), удовлетворяет условию  $2J + 1 = (2kT/B)^{1/2}$ .

Основной вывод, который можно сделать из этого раздела, состоит в том, что для простых молекул при комнатной температуре энергия распределена между многими вращательными подуровнями основного колебательного уровня.

### 2.9.3. Излучательные и безызлучательные переходы

В соответствии с вышеизложенным переходы между энергетическими уровнями можно разделить на три типа: 1) Переходы между двумя вращательно-колебательными уровнями различных электронных состояний, которые называются *вибронными* переходами от сокращения английских слов *vibrational* (колебательный) и *electronic* (электронный). В целом все они попадают в ближний УФ диапазон спектра. 2) Переходы между двумя вращательно-колебательными уровнями одного и того же электронного состояния (вращательно-колебательные переходы) — в большинстве своем они попадают в ближний и средний ИК диапазоны спектра. 3) Переходы между двумя вращательными уровнями одного колебательного состояния [например, состояния с квантовым колебательным числом  $v = 0$ , основного электронного состояния (чисто вращательные переходы)], которые приходятся на дальнюю ИК-область спектра. В дальнейшем мы рассмотрим колебательные и вращательно-колебательные переходы, поскольку в наиболее широко применяемых молекулярных газовых лазерах генерация осуществляется именно на этих двух типах переходов. Существуют также лазеры, работающие на чисто вращательных переходах и при этом генерирующие в дальнем ИК диапазоне спектра, но область их использования относительно ограничена (спектроскопическими приложениями).

Рассмотрим сначала вибронные переходы (рис. 2.23). Прежде всего сделаем замечание о том, что, если энергия фотона больше  $\Delta E_i$ , то молекула диссоциирует вследствие поглощения

фотона (это явление называется фотолизом). Если энергия падающего фотона  $\Delta E_2$  меньше, чем  $\Delta E_1$ , и имеет соответствующее значение, то произойдет вибранный переход, причем молекула перейдет с самого нижнего колебательного уровня основного электронного состояния<sup>1)</sup>. Если предположить, что электронный переход происходит за время, много меньшее периода колебаний, то мы приходим к так называемому принципу Франка — Кондона. Согласно этому принципу, в течение процесса поглощения расстояние между ядрами не изменяется, поэтому переход на рис. 2.23 является вертикальным. Таким образом, если молекула первоначально находилась на уровне с  $v'' = 0$  основного электронного состояния, то переходы будут происходить преимущественно в заштрихованной области рис. 2.23. Поскольку минимум кривой потенциальной энергии возбужденного состояния, как правило, смещен в сторону больших значений межъядерного расстояния  $R$ , два атома молекулы, после того как произойдет поглощение, будут испытывать отталкивание и молекула, таким образом, окажется в возбужденном колебательном состоянии. Это колебание во многих случаях релаксирует безызлучательным путем, обычно через столкновения с окружающими молекулами. В результате молекула скатывается на нижний колебательный уровень верхнего электронного состояния<sup>2)</sup>. С этого уровня за счет спонтанного излучения (люминесценции) молекула обычно релаксирует на один из колебательных уровней основного состояния. Поскольку принцип Франка — Кондона остается справедливым, межъядерное расстояние не изменится за время перехода и на рис. 2.23 переход будет вертикальным (например, переход  $C \rightarrow D$ ). Снова видим, что молекула остается на возбужденном колебательном уровне, на этот раз принадлежащем уже основному электронному состоянию. Наконец, благодаря столкновениям молекула с большой скоростью возвращается на уровень с  $v'' = 0$  основного электронного состояния (точнее, опять устанавливается термодинамическое равновесие в основном электронном состоянии). Из рис. 2.23 теперь ясно, почему длина волны люминесценции больше длины волны поглощения (это явление называется

<sup>1)</sup> Когда населено большое число колебательных уровней основного электронного состояния, переходы могут начинаться с любого из этих уровней. Полосы поглощения, связанные с переходом из состояния с  $v'' > 0$ , называются «горячими».

<sup>2)</sup> Действительно, эта быстрая релаксация приводит к «термализации» молекулы в верхнем электронном состоянии. Следовательно, вероятность заселенности данного колебательного уровня этого состояния определяется выражением (2.176). Поэтому в простых молекулах заселяется преимущественно низший колебательный уровень.

законом Стокса). Заметим окончательно, что молекула, будучи на нижнем колебательном уровне верхнего электронного состояния (уровень  $C$  на рис. 2.23), может также совершить безызлучательную релаксацию на почти изоэнергетический колебательный уровень основного электронного состояния (прерывистая линия на рис. 2.23). Этот вид безызлучательного перехода называется внутренней конверсией и может наблюдаться в крупных молекулах, т. е. в молекулах с большим числом колебательных мод. Действительно, в этом случае число мод основного электронного состояния, находящихся близко от резонанса с уровнем  $C$  на рис. 2.23, может быть достаточно большим и может легко осуществиться передача энергии по механизму, соответствующему рис. 2.13.

В случае перехода между двумя колебательными уровнями одного и того же электронного состояния (например, основного) квантовомеханические правила отбора требуют, чтобы  $\Delta v = \pm 1$ , где  $\Delta v$  — изменение колебательного квантового числа. Таким образом, если исходным состоянием является основное с  $v'' = 0$ , то переход может произойти только в состояние с  $v' = 1$ . В случае же когда исходным является уровень  $v'' = 1$ , переход может произойти на уровень  $v' = 2$  (поглощение) или  $v' = 0$  (вынужденное излучение) (см. рис. 2.24). Заметим, что правило  $\Delta v = \pm 1$  не является абсолютно строгим для молекулы и могут также быть переходы с  $\Delta p = \pm 2, \pm 3, \dots$ , хотя и со значительно меньшей вероятностью (*обертонные переходы*).

До сих пор в нашем рассмотрении мы пренебрегали тем, что в действительности каждому колебательному уровню соответствует целый набор близко расположенных вращательных уровней. Если учесть это обстоятельство, то станет ясно, что поглощение происходит с переходом с вращательного уровня нижнего колебательного состояния на некоторый вращательный уровень верхнего колебательного состояния. Правила отбора для двухатомных или линейных трехатомных молекул обычно требуют, чтобы  $\Delta J = \pm 1$  ( $\Delta J = J'' - J'$ , где  $J''$  и  $J'$  — вращательные квантовые числа нижнего и верхнего колебательных состояний). Например, в случае вращательно-колебательного перехода данный колебательный переход (скажем, переход  $v'' = 0 \rightarrow v' = 1$  на рис. 2.24), который в отсутствие вращения давал бы только одну линию на частоте  $\nu_0$ , на самом деле состоит из двух групп линий (рис. 2.28). Первая группа, имеющая более низкие частоты, называется  $P$ -ветвью и соответствует переходу с  $\Delta J = -1$ . Частоты переходов в этой ветви меньше  $\nu_0$ , так как вращательная энергия на верхнем уровне ниже, чем на нижнем (см. рис. 2.26). Вторая группа с более высокими частотами называ-

ется  $R$ -ветвью и соответствует  $\Delta J = -1$ . Заметим, что с помощью выражения (2.175) нетрудно показать, что на рис. 2.28 линии расположены равномерно с расстоянием между ними, равным  $2B/h$ . Заметим также, что амплитуды линий не соответствуют тем, которые получились бы в результате учета различной населенности вращательных уровней основного состояния

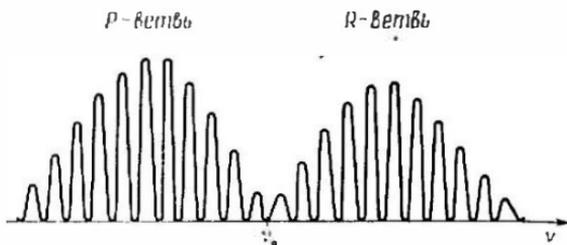


Рис. 2.28. Переходы между двумя колебательными уровнями с учетом вращательной структуры. В отсутствие вращательной энергии этот переход должен был бы давать одну линию с центром в точке  $\nu_0$ . На самом деле он состоит из двух групп линий: одной, называемой  $P$ -ветвью и соответствующей переходам с изменением вращательного квантового числа на  $\Delta J = +1$ , и другой, называемой  $R$ -ветвью, соответствующей изменению вращательного квантового числа на  $\Delta J = -1$ .

(см. рис. 2.27). И наконец, отметим, что для более сложных молекул выполняется также правило отбора  $\Delta J = 0$ . Когда это правило имеет место, переходы со всех вращательных уровней данного колебательного состояния дают одну линию с центральной частотой  $\nu_0$  ( $Q$ -ветвь).

#### 2.9.4. Квантовомеханический расчет вероятностей излучательного перехода

Чтобы придать нашим рассуждениям более количественный характер, рассмотрим здесь кратко квантовомеханический расчет вероятности перехода  $W$ . Упрощенное рассмотрение используется просто для того, чтобы показать, каким образом получаются правила отбора. Вероятность перехода можно представить выражением (2.39), при условии что нам известно значение величины колеблющегося дипольного момента  $|\mu|$ . Прежде чем вывести выражение для  $|\mu|^2$ , вспомним, что для ансамбля отрицательных зарядов (электроны молекулы) величиной  $e$  (с учетом знака) и положительных зарядов величиной  $e_h$  (ядра молекулы) классический электрический дипольный момент равен  $\mu = \sum_i e r_i + \sum_j e_h R_j$ . Здесь  $r_i$  и  $R_j$  определяют положения соответственно электронов и ядер относительно некоторой точки отсчета, а суммирование производится по всем электронам и

ядрам молекулы. Если за точку отсчета принять центр положительных зарядов, то  $\sum_i e_i \mathbf{R}_i = 0$  и  $\mu$  принимает вид

$$\mu = \sum_i e \mathbf{r}_i. \quad (2.178)$$

Для простоты будем теперь рассматривать двухатомную молекулу. В этом случае координаты ядер можно описать величиной  $R$  межъядерного расстояния  $\mathbf{R}$  и угловыми координатами  $\theta$  и  $\phi$  радиус-вектора  $\mathbf{R}$  относительно данной системы отсчета. Тогда в соответствии с квантовой механикой колеблющийся дипольный момент молекулы дается выражением [см. также (2.33)]

$$\mathbf{M}_{21} = 2 \operatorname{Re} \int \psi_2^*(\mathbf{r}_i, R, \mathbf{r}_r) \mu \psi_1(\mathbf{r}_i, R, \mathbf{r}_r) d\mathbf{r}_i dR d\mathbf{r}_r, \quad (2.179)$$

где  $\psi_2$  и  $\psi_1$  — волновые функции соответственно конечного и начального состояний перехода. Заметим, что как  $\psi_1$ , так и  $\psi_2$  являются функциями координат всех электронов, межъядерного расстояния  $R$  и вращательных координат  $\mathbf{r}$  (сокращенная запись для  $\theta$  и  $\phi$ ), причем интегрирование производится по всем этим координатам. В соответствии с приближением Борна — Оппенгеймера молекулярные волновые функции  $\psi$  можно записать в виде

$$\psi(\mathbf{r}_i, R, \mathbf{r}_r) = u_e(\mathbf{r}_i, R) u_v(R) u_r(\mathbf{r}_r) \exp[-i(E/\hbar)t], \quad (2.180)$$

где  $u_e$ ,  $u_v$  и  $u_r$  — соответственно электронная, колебательная и вращательная волновые функции, а  $E = E_e + E_v + E_r$  — полная энергия данного состояния. Из (2.179) и (2.180) нетрудно показать, что  $\mathbf{M}_{21}$  колеблется с частотой  $\nu_{21} = (E_2 - E_1)/\hbar$  с комплексной амплитудой  $\mu_{21}$ , определяемой выражением [ср. с (2.28)]

$$\mu_{21} = \left( \int u_{2v}^* u_e u_{1v} dR \right) \left( \int u_{2r}^* u_{1r} d\mathbf{r}_r \right), \quad (2.181)$$

где

$$\mu_e(R) = \int u_{e2}^*(\mathbf{r}_i, R) \mu u_{e1}(\mathbf{r}_i, R) d\mathbf{r}_i; \quad (2.182)$$

здесь  $\mu$  — дипольный момент, определяемый выражением (2.178). Поскольку электронные волновые функции являются медленноменяющимися функциями расстояния  $R$ ,  $\mu_e(R)$  можно разложить в степенной ряд в окрестности равновесного межъядерного расстояния  $R_0$ :

$$\mu_e(R) = \mu_e(R_0) + \frac{d\mu_e}{dR}(R - R_0) + \dots \quad (2.183)$$

В случае чисто вращательных переходов  $u_{2e} = u_{1r}$  и  $u_{2v} = u_{1v}$ . При этом из (2.182) видно, что дипольный момент  $\mu_e(R_0)$  равен

$$\mu_e(R_0) = \int \mu |u_{1e}(r_i, R_0)|^2 dr_i \quad (2.184)$$

и является постоянным электрическим дипольным моментом  $\mu_{ep}$  молекулы. Из (2.181), если положить  $\mu_e \approx \mu_e(R_0)$  и учесть, что  $\int u_{2v}^* u_{1v} dR = \int |u_{1v}|^2 dR = 1$ , мы получаем следующее выражение для  $|\mu|^2 = |\mu_{21}|^2$ , которое можно использовать в (2.39):

$$|\mu|^2 = |\mu_{ep}|^2 \left| \int u_{2r}^* u_{1r} dr_r \right|^2. \quad (2.185)$$

Первый множитель в правой части этого выражения указывает на то, что чисто вращательные переходы возможны только в молекулах, обладающих постоянным дипольным моментом  $\mu_{ep}$ . Это нетрудно объяснить, поскольку в случае, скажем, спонтанного испускания излучение можно считать обусловленным вращением рассматриваемого дипольного момента. Для молекул с постоянным дипольным моментом величина  $|\mu|^2$  пропорциональна при этом второму множителю, стоящему в правой части выражения (2.185). Из свойств симметрии вращательных волновых функций следует, что этот множитель отличен от нуля только тогда, когда изменение вращательного квантового числа  $\Delta J$  между двумя состояниями подчиняется правилу отбора  $\Delta J = \pm 1$ .

В случае вращательно-колебательных переходов мы снова имеем  $u_{2e} = u_{1e}$  и, следовательно, в первом приближении опять можем записать  $\mu_e(R) \approx \mu_e(R_0) = \mu_{ep}$ . Если  $\mu_{ep}$  подставить в (2.181), то  $\mu_{21}$  сводится к выражению  $(\mu_{ep} \int u_{2v}^* u_{1v} dV) \times (\int u_{2r}^* u_{1r} dr)$ , которое за счет ортогональности колебательных волновых функций, принадлежащих одному и тому же электронному состоянию, равно нулю. Поэтому в разложении (2.183) необходимо учесть второй член, который после подстановки в (2.181) даст следующее выражение для  $|\mu|^2$ :

$$|\mu_{21}|^2 = \left| \frac{d\mu_e}{dR} \right|^2 \left| \int u_{2v}^*(R - R_0) u_{1v} dR \right|^2 \left| \int u_{2r}^* u_{1r} dr_r \right|^2. \quad (2.186)$$

Третий множитель в этом выражении вновь дает правило отбора  $\Delta J = \pm 1$  для изменения вращательного квантового числа. Что касается второго множителя, то если кривую потенциальной энергии  $U(R)$  аппроксимировать параболой (упругая сила), то волновые функции  $u_v$  будут представлять собой хорошо

известные функции гармонического осциллятора, т. е. произведения полиномов Эрмита и гауссовой функции. Учет свойств симметрии этих функций, приводит к тому, что  $|\mu_{21}|^2$  оказывается отличным от нуля лишь при  $\Delta v = \pm 1$ . Обертоны появляются тогда, когда предположение о параболичности кривой потенциальной энергии оказывается неверным (ангармонизм потенциальной энергии) или когда учитывается следующий член более высокого порядка в разложении (2.183) (электронный ангармонизм). Наконец, заметим, что при определенных условиях симметрии нулю может быть равен первый множитель в (2.186). Например, это имеет место, когда два атома являются тождественными (скажем, в молекуле  $N_2$  одного изотопного состава). Действительно, в данном случае вследствие симметрии молекула не может иметь дипольного момента  $\mu_e(R)$ . При этом в выражении (2.186)  $|\mu|^2$  всегда равно нулю, и переход называется неактивным в ИК-области.

В завершение изучим случай вибронных переходов. Если в разложении (2.183) рассматривать лишь первый член, то в соответствии с (2.181) мы имеем следующее выражение:

$$|\mu|^2 = |\mu_e(R_0)|^2 \left| \int u_{2v}^* u_{1v} dR \right|^2 \left| \int u_{2r}^* u_{1r} dr_r \right|^2. \quad (2.187)$$

Третий сомножитель в правой части этого выражения снова приводит к правилу отбора  $\Delta J = \pm 1$ . Если первый сомножитель в (2.187) равен нулю благодаря свойствам симметрии электронных волновых функций, то такой вибронный переход называется электродипольно запрещенным. Для разрешенного перехода величина  $|\mu|^2$ , а следовательно, и вероятность перехода  $W$  в данное колебательное состояние оказываются пропорциональными второму сомножителю в выражении (2.187), известному как множитель Франка — Кондона. Заметим, что в рассматриваемом случае этот множитель отличен от нуля, поскольку  $u_{2v}$  и  $u_{1v}$  принадлежат различным электронным состояниям. Таким образом, вероятность перехода  $W$  определяется степенью перекрытия волновых функций ядер. Рассмотрим случай, представленный на рис. 2.29, где колебательные уровни основного и возбужденного электронных состояний обозначены соответственно символами  $v''$  и  $v'$ , и предположим, что молекула первоначально находится на основном колебательном уровне  $v'' = 0$ . При этом видно, что наибольшей является вероятность перехода в возбужденное состояние с  $v' = 4$ , для которого мы имеем максимальное перекрытие между волновыми функциями ядер  $u_{v''}$  и  $u_{v'}$ . Таким образом, принцип Франка — Кондона, который мы ввели выше для качественного рассмотрения, представлен теперь в более точной и количественной форме.

Основываясь на проведенном выше анализе, можно сделать следующие выводы относительно правил отбора, которые применимы к излучательным переходам: 1) для чисто вращательных переходов и для молекул, обладающих постоянным дипольным моментом, вероятность перехода определяется правилом отбора  $\Delta J = \pm 1$  для изменения вращательного состояния (для более сложных молекул возможно также  $\Delta J = 0$ ). 2) В случае активных в ИК-области вращательно-колебательных переходов вероятность перехода определяется правилом отбора  $\Delta J = \pm 1$  для изменения вращательного состояния (или также  $\Delta J = 0$ ) и  $\Delta v = \pm 1$  для изменения колебательного состояния (возможны также обертоновые переходы с  $\Delta v = \pm 2, \pm 3$ , но они значительно более слабые). 3) Для дипольно-разрешенных вибронных переходов вероятность перехода в данное вращательно-колебательное состояние определяется величиной множителя Франка — Кондона для изменения колебательного состояния и правилом отбора  $\Delta J = \pm 1$  (или также  $\Delta J = 0$ ) для изменения вращательного состояния.

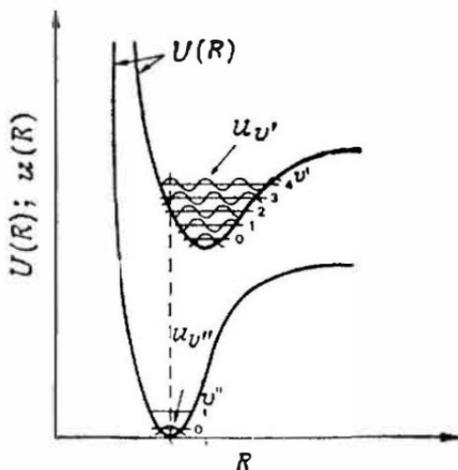


Рис. 2.29. Потенциальная энергия  $U(R)$  и волновые функции  $u(R)$  ядер двухатомной молекулы.

## Задачи

2.1. Для полости объемом  $V = 1 \text{ см}^3$  определите число мод, имеющих длины волн в пределах полосы шириной  $\Delta\lambda = 100 \text{ \AA}$  с центром в точке  $\lambda = 600 \text{ нм}$ .

2.2. Длина волны  $\lambda_M$ , соответствующая максимуму распределения на рис. 2.3, удовлетворяет соотношению  $\lambda_M T = 2,9 \cdot 10^{-3} \text{ м} \cdot \text{К}$  (закон смещения Вина). Вычислите  $\lambda_M$  при  $T = 6000 \text{ К}$ . Какой цвет соответствует этой длине волны?

2.3. Линия лазерного перехода  $R_1$  рубина хорошо описывается лоренцевой кривой, причем ее ширина на уровне 0,5 от максимального значения равна 330 ГГц (см. рис. 2.9). Измеренное значение сечения перехода в максимуме линии равно  $\sigma = 2,5 \cdot 10^{-20} \text{ см}^2$ . Вычислите излучательное время жизни (показатель преломления  $n = 1,76$ ). Чему равен квантовый выход люминесценции, если при комнатной температуре наблюдаемое время жизни равно 3 мс?

2.4. Во многих случаях типичной активной средой лазера является Nd:YAG, представляющий собой кристалл  $Y_3Al_5O_{12}$  (иттрий-алюминиевый гранат, YAG), в котором часть ионов  $Y^{3+}$  замещена ионами  $Nd^{3+}$ . Обычно концентрация ионов  $Nd^{3+}$  составляет 1 ат.%, т.е. 1% ионов  $Y^{3+}$  замещен ионами  $Nd^{3+}$ . Плотность кристалла YAG равна  $4,56 \text{ г/см}^3$ . Определите концентрацию ионов  $Nd^{3+}$ , находящихся на основном уровне ( $^4I_{9/2}$ ). В действительности этот уровень состоит из пяти (дважды вырожденных) уровней, из которых четыре верхних отстоят от нижнего на 134, 197, 311 и  $848 \text{ см}^{-1}$  соответственно. Вычислите концентрацию ионов  $Nd^{3+}$ , находящихся на самом низком уровне состояния  $^4I_{9/2}$ .

2.5. Лазерный переход в Nd:YAG хорошо описывается лоренцевой кривой с шириной порядка  $195 \text{ ГГц}$  (определяемой на уровне 0,5 от максимального значения) при комнатной температуре (см. рис. 2.9). Время жизни верхнего лазерного уровня  $\tau = 230 \text{ мкс}$ , квантовый выход люминесценции лазерного перехода составляет около 0,42, а показатель преломления YAG равен 1,82. Вычислите сечение перехода в максимуме линии.

2.6. В лазерном переходе неона на длине волны  $\lambda = 1,15 \text{ мкм}$  преобладает доплеровское уширение с шириной  $\Delta\nu_0 = 9 \cdot 10^8 \text{ Гц}$ . Время жизни верхнего уровня  $\sim 10^{-7} \text{ с}$ . Вычислите максимальное значение сечения перехода, если время жизни лазерного перехода равно полному времени жизни верхнего состояния.

2.7. Квантовый выход перехода  $S_1 \rightarrow S_0$  (см. рис. 6.29) в красителе родамин 6G равен 0,87, а соответствующее время жизни  $\sim 5 \text{ нс}$ . Вычислите спонтанное  $\tau_{\text{спонт}}$  и безызлучательное  $\tau_{\text{безызл}}$  времена жизни уровня  $S_1$ .

2.8. Вычислите доплеровскую ширину линии перехода с  $\lambda = 10,6 \text{ мкм}$  ( $T = 400 \text{ К}$ ) молекулы  $\text{CO}_2$ . Поскольку в  $\text{CO}_2$ -лазере столкновительное уширение этого лазерного перехода составляет около  $5 \text{ МГц/(мм рт. ст.)}$ , найдите, при каком давлении углекислого газа оба механизма дадут одинаковые вклады в ширину линии.

2.9. Вычислите однородную ширину линии перехода с  $\lambda = 0,633 \text{ мкм}$  в неоне, если известно, что  $\Delta\nu_{\text{ест}} = 20 \text{ МГц}$ , а  $\Delta\nu_{\text{столкн}} = 0,64 \text{ МГц}$  [см. выражение (2.66)]. Какую форму имеет результирующая линия?

2.10. Верхний уровень лазера на Nd:YAG в действительности состоит из двух сильно связанных подуровней, отстоящих друг от друга на  $\Delta E = 88 \text{ см}^{-1}$  (см. рис. 6.2). Генерация происходит на переходе с подуровня  $R_2$  верхнего уровня на подуровень нижнего ( $^4I_{11/2}$ ) лазерного уровня. Сечение данного перехода равно  $\sigma = 8,8 \cdot 10^{-12} \text{ см}^2$ . Найдите эффективное сечение усиления лазерного излучения.

2.11. Цилиндрический стержень из Nd:YAG диаметром 6,3 мм и длиной 7,5 см накачивается мощной импульсной лампой. Значение сечения лазерного перехода в максимуме линии с длиной волны  $1,06 \text{ мкм}$  равно  $\sigma = 3,5 \cdot 10^{-19} \text{ см}^2$ , а показатель преломления равен  $n = 1,82$ . Найдите критическую инверсию населенностей, соответствующую началу процесса усиления спонтанного излучения (УСИ) (предполагается, что на оба торца лазерного стержня нанесены идеальные просветляющие покрытия, т.е. они не отражают свет). Кроме того, вычислите максимальное количество энергии, которая может быть запасена в этом стержне, если необходимо избежать возникновения процесса УСИ.

2.12. Для модуляции добротности и синхронизации мод (см. гл. 5) рубинового лазера часто применяют раствор криптоцианина (иодид 1,1'-диэтил-4,4'-карбоцианина) в метиловом спирте. Сечение поглощения криптоцианина на длине волны излучения рубинового лазера ( $\lambda = 0,6943 \text{ мкм}$ ) равно

$8,1 \cdot 10^{-16}$  см<sup>2</sup>. Время жизни верхнего уровня  $\tau = 22 \cdot 10^{-12}$  с. Определите интенсивность насыщения для этой длины волны.

2.13. Лазер на Nd:YAG ( $\lambda = 1,06$  мкм) действует по четырехуровневой схеме. Сечение перехода в максимуме линии составляет  $\sigma_p = 3,5 \cdot 10^{-19}$  см<sup>2</sup>, а время жизни  $\tau = 0,23$  мс. Вычислите интенсивность насыщения усиления.

2.14. В молекуле CO<sub>2</sub>, находящейся в тепловом равновесии ( $T = 400$  К), максимум населенности на уровне (0, 0, 1) (см. рис. 6.14) соответствует вращательному подуровню с квантовым числом  $J' = 21$ . Найдите для уровня (0, 0, 1) молекулы CO<sub>2</sub> вращательную постоянную  $B$ .

2.15. Пользуясь результатами предыдущей задачи, определите разность частот между вращательными линиями (рис. 2.28) лазерного перехода молекулы CO<sub>2</sub> с длиной волны  $\lambda = 10,6$  мкм (считайте, что вращательная постоянная одна и та же для верхнего и нижнего уровней и учтите, что благодаря правилам отбора в молекуле CO<sub>2</sub> вынужденное излучение испытывается лишь с уровнями с нечетными значениями квантового числа  $J$ ).

2.16. При каком давлении должен находиться углекислый газ, чтобы все вращательные линии слились в одну? Какова при этом давлении ширина линии усиления?

2.17. Вместо величины  $\rho_\nu$  можно также ввести спектральную плотность энергии  $\rho_\lambda$ , определяемую таким образом, что  $\rho_\lambda d\lambda$  равна плотности энергии электромагнитного излучения с длинами волн от  $\lambda$  до  $\lambda + d\lambda$ . Найдите соотношение между  $\rho_\lambda$  и  $\rho_\nu$ .

2.18. Найдите максимум  $\rho_\lambda$  в зависимости от  $\lambda$ . Покажите, что длина волны  $\lambda_m$ , соответствующая максимуму  $\rho_\lambda$ , удовлетворяет соотношению  $\lambda_m T = hc/ky$  (закон смещения Вина), где  $y$  определяется из уравнения  $5[1 - \exp(-y)] = y$ . Найдите приближенное значение  $y$  из этого уравнения ( $y = 4,965$ ).

2.19. Найдите соотношение между интенсивностью  $I$  и соответствующей плотностью энергии для плоской электромагнитной волны, сравните с выражением (2.21) и объясните различия.

2.20. Вместо того чтобы наблюдать насыщение по схеме рис. 2.15, можно проделать то же самое, пользуясь лишь одним пучком света  $I(\nu)$  и измеряя коэффициент поглощения для этого пучка. Покажите, что в этом случае для однородно уширенной линии коэффициент поглощения определяется следующим образом:

$$\alpha(\nu - \nu_0) = \frac{\alpha_0(0)}{1 + 4\pi^2(\nu - \nu_0)^2 \tau_c^2 + I/I_{s0}};$$

здесь  $\alpha_0(0)$  — коэффициент поглощения слабого сигнала ( $I \ll I_{s0}$ ) на частоте  $\nu = \nu_0$ , а  $I_{s0}$  — интенсивность насыщения, определяемая формулой (2.140), на частоте  $\nu = \nu_0$ . Указание: вначале покажите, что

$$\begin{aligned} \alpha &= \frac{\alpha_0(0)}{1 + 4\pi^2(\nu - \nu_0)^2 \tau_c^2} \frac{1}{1 + I/I_s} = \\ &= \frac{\alpha_0(0)}{1 + 4\pi^2(\nu - \nu_0)^2 \tau_c^2} \frac{1}{1 + (I/I_{s0}) \{1/[1 + 4\pi^2(\nu - \nu_0)^2 \tau_c^2]\}}. \end{aligned}$$

2.21. Используя выражение, полученное в предыдущей задаче, найдите зависимость коэффициента поглощения в максимуме линии и ширины линии

поглощения от интенсивности  $I$ . Как можно измерить интенсивность насыщения  $I_{s0}$ ?

2.22. Покажите, что для неоднородно уширенной линии, форма которой описывается функцией  $g$ , коэффициент поглощения при насыщении, измеряемый по схеме рис. 2.15, можно записать в виде

$$\alpha = \left( \frac{2\pi^2}{3\pi\epsilon_0 c_0 \hbar} \right) |\mu|^2 N_t \times \\ \times \int \frac{2\tau_c \nu' g^*(\nu'' - \nu_0)}{1 + 4\pi(\nu' - \nu'')^2 \tau_c^2} \frac{d\nu''}{1 + (I/I_{s0}) \left\{ 1/[1 + 4\pi(\nu' - \nu'')^2 \tau_c^2] \right\}},$$

где вклад от однородно уширенной линии описывается лоренцевым контуром. [Указание: начните с вычисления элементарного вклада в поглощение  $d\alpha$ , обусловленного той частью  $g^*(\nu'' - \nu_0) d\nu''$  атомов, резонансные частоты которых лежат между  $\nu''$  и  $\nu'' + d\nu''$ .]

2.23. Считая, что однородная ширина линии много меньше неоднородной и что  $I \ll I_{s0}$ , покажите, что выражение для  $\alpha$ , полученное в предыдущей задаче, можно приближенно записать в виде

$$\alpha \approx \frac{2\pi^2}{3\pi\epsilon_0 c_0 \hbar} |\mu|^2 N_t \nu' g^*(\nu' - \nu_0) \times \\ \times \left\{ 1 - 2\tau_c \frac{I}{I_{s0}} \int \frac{d\nu''}{[1 + 4\pi^2(\nu' - \nu'')^2 \tau_c^2] [1 + 4\pi^2(\nu - \nu'')^2 \tau_c^2]} \right\}.$$

Учитывая, что входящий в данное выражение интеграл представляет собой свертку двух лоренцевых линий, определите ширину провала, показанного на рис. 2.19.

2.24. На коротких длинах волн (ВУФ, мягкий рентген) преобладающим механизмом уширения является естественное уширение. Используя формулу (2.116), покажите, что сечение в максимуме линии равно  $\sigma_0 = \lambda_0^2/2\pi$ .

## Литература

1. Reif R., Fundamentals of Statistical and Thermal Physics, McGraw-Hill, New York, 1965, ch. 9.
2. Pantell R. H., Puthoff H. E., Fundamentals of Quantum Electronics, Wiley, New York, 1969, ch. 2, secs 2.1—2.3. [Имеется перевод: Пантел Р., Путьхоф Г. Основы квантовой электроники. — М.: Мир, 1972.]
3. Messiah A., Quantum Mechanics, North-Holland, Amsterdam, 1961, v. 1, pp. 112, 113. [Имеется перевод: Мессиа А. Квантовая механика. Том. 1. — М.: Наука, 1978.]
4. Stratton J. A., Electromagnetic Theory, McGraw-Hill, New York, 1941, pp. 431—438. [Имеется перевод: Страттон Дж. Теория электромагнетизма. — М. — Л.: Гостехиздат, 1964.]
5. Pantell R. H., Puthoff H. E., Fundamentals of Quantum Electronics, Wiley, New York, 1969, ch. 6. [Имеется перевод: Пантел Р., Путьхоф Г. Основы квантовой электроники. — М.: Мир, 1972.]
6. Louissell W., Radiation and Noise in Quantum Electronics, McGraw-Hill, New York, 1964, ch. 4. [Имеется перевод: Люисселл У. Излучение и шумы в квантовой электронике. — М.: Наука, 1972.]
7. Holstein T., Phys. Rev., 72, 1212 (1947).

8. *Dicke R. H.*, Phys. Rev., **93**, 99 (1954).
9. *Bonifacio R., Lugiato L.*, Phys. Rev., **A11**, 1507 (1975).
10. *Linford G. J. et al.*, Appl. Opt., **13**, 379 (1974).
11. Radiationless Transitions (ed. F. J. Fong), Springer-Verlag, Berlin, 1976.
12. *Louisell W.*, Radiation and Noise in Quantum Electronics, McGraw-Hill, New York, 1964, ch. 5. [Имеется перевод: *Люиселл У.* Излучение и шумы в квантовой электронике. — М.: Наука, 1972.]
13. *Heitler W.*, The Quantum Theory of Radiation, 4th edn., Oxford University Press, London, 1953, pp. 181—189. [Имеется перевод 3-го изд.: *Гайтлер В.* Квантовая теория излучения. — М.: ИЛ, 1956.]
14. *Kuhn H. G.*, Atomic Spectra, 2nd edn., Longmans, Green, London, 1969, ch. VII.
15. *Shawlow A. L.* — In: Advances in Quantum Electronics (ed. J. R. Singer), Columbia University Press, New York, 1961, pp. 50—62.
16. *Siegman A. E.*, An Introduction to Lasers and Masers, McGraw-Hill, New York, 1971, p. 362.
17. *Thorne A. P.*, Spectrophysics, Chapman and Hall, London, 1974, sec. 2.14—2.19.
18. *Pantell R. H., Puthoff H. E.*, Fundamentals of Quantum Electronics, Wiley, New York, 1969, pp. 40—41, 60, 62, and Appendix 4. [Имеется перевод: *Пантел Р., Путофф Г.* Основы квантовой электроники. — М.: Мир, 1972.]
19. *Birks J. B.*, Photophysics of Aromatic Molecules, Wiley-Interscience, New York, 1970, sec. 11.9.
20. *Herzberg G.*, Molecular Spectra and Molecular Structure: Infrared and Raman Spectra of Polyatomic Molecules, Van Nostrand Company, Princeton, New Jersey, 1968, p. 122, Fig. 51.

# 3

## Процессы накачки

### 3.1. Введение

В гл. 1 мы показали, что процесс, который переводит атомы с уровня 1 на уровень 3 (для трехуровневого лазера; см. рис. 1.4, а) или с уровня 0 на уровень 3 (для четырехуровневого лазера; см. рис. 1.4, б), называется накачкой. Накачка осуществляется, как правило, одним из следующих двух способов: оптическим или электрическим. При *оптической накачке* излучение мощного источника света поглощается активной средой и таким образом переводит атомы активной среды на верхний уровень. Этот способ особенно хорошо подходит для твердотельных (например, для рубинового или неосимового) или жидкостных (например, на красителе) лазеров. Механизмы уширения линий в твердых телах и жидкостях приводят к очень значительному уширению спектральных линий, так что обычно мы имеем дело не с накачкой уровней, а с накачкой полос поглощения. Следовательно, эти полосы поглощают заметную долю (обычно широкополосного) света, излучаемого лампой накачки. *Электрическая накачка* осуществляется посредством достаточно интенсивного электрического разряда, и ее особенно хорошо применять для газовых и полупроводниковых лазеров. В частности, в газовых лазерах из-за того, что у них спектральная ширина линий поглощения невелика, а лампы для накачки дают широкополосное излучение, осуществить оптическую накачку довольно трудно. Замечательным исключением, которое следует отметить, является цезиевый лазер с оптической накачкой, когда пары Cs возбуждаются лампой, содержащей He при низком давлении. В данном случае условия для оптической накачки вполне благоприятны, поскольку интенсивная линия излучения He с  $\lambda \approx 390$  нм (достаточно узкая благодаря низкому давлению) совпадает с линиями поглощения Cs. Фактически этот лазер представляет интерес лишь в историческом плане, как одна из первых предложенных лазерных схем. Кроме того, его реализация на практике является весьма сложной, поскольку пары Cs, которые для обеспечения достаточного давления газа необходимо поддерживать при температуре 175 °С, представляют собой весьма агрессивную среду. Оптическую накачку весьма эффективно можно было бы использовать для полупроводнико-

вых лазеров. Дело в том, что у полупроводников имеется полоса сильного поглощения. Однако применение в данном случае электрической накачки оказывается более удобным, поскольку через полупроводник (обычно в форме  $p-n$ - или  $p-i-n$ -диода) очень легко проходит электрический ток.

Два упомянутых выше процесса накачки (оптической и электрической) не исчерпывают всех возможных методов накачки лазеров. Например, необходимая инверсия может быть создана также с помощью соответствующей химической реакции (*химическая накачка*). Необходимо упомянуть здесь два достойных внимания вида химической накачки: 1) ассоциативная реакция,  $A + B \rightarrow AB^*$ , ведущая к образованию молекулы  $AB$  в возбужденном колебательном состоянии, и 2) диссоциативная реакция,  $AB + h\nu \rightarrow A + B^*$ , ведущая к образованию частицы  $B$  (атома или молекулы) в возбужденном состоянии.

Другим способом накачки газовой молекулы, который может быть достаточно эффективным, является сверхзвуковое расширение газовой смеси, содержащей данную молекулу (*газодинамическая накачка*). Поскольку эта схема накачки требует довольно долгого и подробного обсуждения, мы отложим ее рассмотрение до гл. 6.

Чтобы закончить эти вводные замечания, следует упомянуть о специальном виде оптической накачки, когда лазерный луч используется для накачки другого лазера (*лазерная накачка*). Свойства направленности лазерного пучка делают его очень удобным для накачки другого лазера, причем здесь не требуются специальных осветителей, как в случае (некогерентной) оптической накачки. Такая накачка является довольно простой, и в дальнейшем мы ее не будем рассматривать. Хотелось бы лишь здесь отметить, что благодаря монохроматичности излучения лазера накачки ее применение не ограничивается лишь твердотельными и жидкостными лазерами (как в случае некогерентной оптической накачки), но ее можно также использовать для накачки газовых лазеров. В данном случае линия, излучаемая накачивающим лазером, должна, разумеется, совпадать с линией поглощения накачиваемого лазера. Это применяется, например, для накачки большинства газовых лазеров дальнего ИК-диапазона (скажем, таких лазеров, в которых используются метиловый спирт  $CH_3OH$  в виде паров) с помощью излучения соответствующей длины волны  $CO_2$ -лазера.

Выше мы уже отмечали, что в данной главе мы рассмотрим лишь оптическую и электрическую накачки. В каждом конкретном случае обсудим физические механизмы, лежащие в основе изучаемого процесса, а также опишем в общих чертах схему расчета скорости накачки  $W_p$ , определяемой выражением (1.10).

### 3.2. Оптическая накачка [1, 2]

В случае оптической накачки свет от мощной некогерентной лампы с помощью соответствующей оптической системы передается активной среде. На рис. 3.1 представлены три наиболее употребительные схемы накачки. Во всех трех случаях активная среда имеет вид цилиндрического стержня, как это обычно встречается на практике. Его диаметр может быть от нескольких миллиметров до нескольких сантиметров, а длина — от нескольких сантиметров до нескольких десятков сантиметров. Лазер, очевидно, может работать в импульсном или в непрерывном режиме, в зависимости от того, является ли лампа накачки импульсной (лампа-вспышка) или непрерывной. Изображенная

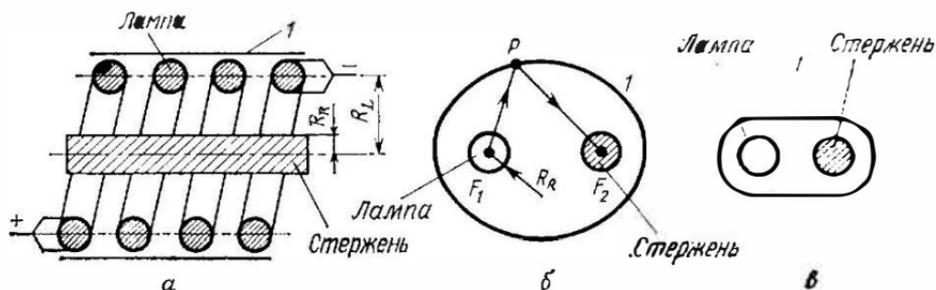


Рис. 3.1. Наиболее широко используемые системы оптической накачки.

на рис. 3.1, а лампа имеет форму спирали; при этом свет попадает в активную среду либо непосредственно, либо после отражения от зеркальной цилиндрической поверхности (указанной на рисунке цифрой 1). Такая конфигурация использовалась при создании первого рубинового лазера и до сих пор иногда применяется для импульсных лазеров. На рис. 3.2, б лампа имеет форму цилиндра (линейная лампа), радиус и длина которого приблизительно те же, что и у активного стержня. Лампа размещается вдоль одной из фокальных осей  $F_1$  зеркально отражающего эллиптического цилиндра (отмеченного на рис. 3.1, б цифрой 1), а лазерный стержень располагаются вдоль другой фокальной оси  $F_2$ . Хорошо известное свойство эллипса состоит в том, что луч  $F_1P$ , выходящий из первого фокуса  $F_1$ , проходит после отражения от эллиптической поверхности через второй фокус  $F_2$  (луч  $PF_2$ ). Это означает, что большая часть света, излучаемого лампой, благодаря отражению от эллиптического цилиндра попадает в лазерный стержень. На рис. 3.1, в изображен пример так называемой конфигурации с плотной упаковкой. Лазерный стержень и линейная лампа располагаются как

можно ближе друг к другу и плотно окружаются цилиндрическим отражателем (указан на рис. цифрой 1). Эффективность конфигурации с плотной упаковкой обычно ненамного ниже, чем в случае эллиптического цилиндра. Заметим, что часто вместо зеркально отражающих рефлекторов в схемах на рис. 3.1, *а* и *б* применяют цилиндры, изготовленные из диффузно отражающих материалов (таких, как спрессованные порошки  $MgO$  или  $BaSO_4$  или белая керамика). Заметим также, что применяются и сложные типы осветителей, в конструкции которых использованы более чем один эллиптический цилиндр или несколько

ламп в конфигурации с плотной упаковкой. На рис. 3.2 представлены два возможных примера такой конфигурации. Осветители с несколькими лампами дают более низкий КПД, чем соответствующие конфигурации с одной лампой, показанные на рис. 3.1, *б* и *в*. Тем не менее их нередко применяют в системах высокой мощности (или высокой энергии). В импульсных лазерах используют

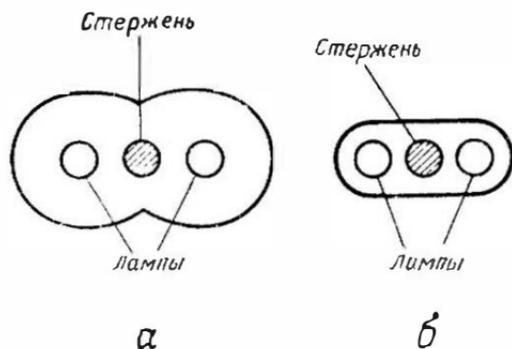


Рис. 3.2. Схемы накачки с двумя лампами. *а* — двухэллипсная конфигурация; *б* — конфигурация с плотной упаковкой.

ксеноновые или криптоновые импульсные лампы при давлениях Хе или Кг от среднего до высокого значений (450—1500 мм рт. ст.). Световой импульс в этом случае создается разрядом через лампу электрической энергии, запасенной в батарее конденсаторов (заряженной соответствующим источником питания; рис. 3.3.). В электрическом контуре для уменьшения времени нарастания тока часто используется последовательно включенная катушка индуктивности. Разряд может возбуждаться при ионизации газа, заполняющего лампу, путем подачи высоковольтного импульса поджига на вспомогательный электрод вокруг лампы (параллельный поджиг; см. рис. 3.3, *а*). В другом способе предварительная ионизация может быть создана с помощью высоковольтного импульса, приложенного непосредственно к двум основным электродам лампы (последовательный поджиг; см. рис. 3.3, *б*). Как только газ в лампе ионизован, происходит интенсивная вспышка света, длительность которой определяется емкостью и индуктивностью контура, а также импедансом лампы (обычно длительность вспышки варьируется от нескольких микросекунд до нескольких миллисекунд).

В непрерывных лазерах наиболее часто применяют криптоновые лампы высокого давления (1—8 атм) или вольфрам-иодные лампы. Питание постоянным током осуществ-

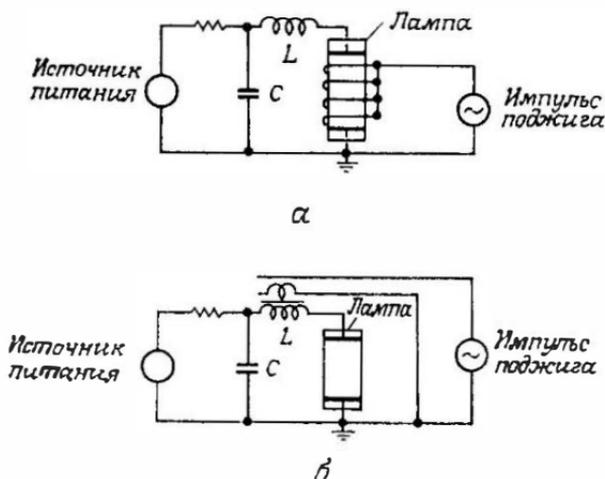


Рис. 3.3. Электрическое возбуждение импульсной лампы с использованием внешней системы поджига (а) и системы с последовательным включением поджига (б).

ляется от источника через подходящее балластное сопротивление (рис. 3.4). В этом случае для создания необходимой начальной степени ионизации к схеме должен быть подведен электрический импульс поджига, как правило, от последовательно включенного поджигающего устройства.

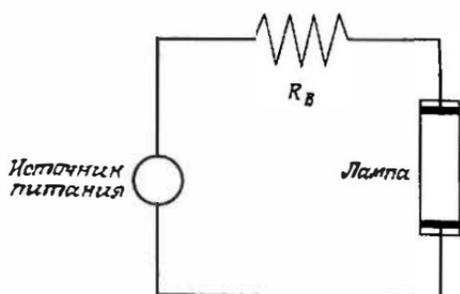


Рис. 3.4. Электрическое возбуждение непрерывной лампы.

Для того чтобы лучше почувствовать условия, которые имеют место на практике, приведем на рис. 3.5, а два спектра излучения ксеноновой импульсной лампы накачки, работающей при типичных плотностях тока, а на рис. 3.5, б представим спектры поглощения ионов

$Nd^{3+}$  в кристалле  $Y_3Al_5O_{12}(Nd:YAG)$  и ионов  $Cr^{3+}$  в кристалле  $BeAl_2O_4$  (александрите). В обоих случаях это примесь, присутствующая в кристаллической матрице как трехвалентный ион, который поглощает падающий свет и который играет роль активного элемента. Для сравнения приведем на рис. 3.6 спектр излуче-

ния непрерывной криптоновой лампы с плотностью тока  $J = 80 \text{ А/см}^2$  (типичная рабочая плотность тока криптоновой лампы несколько выше, а именно  $J \approx 150 \text{ А/см}^2$ ). Заметим, что

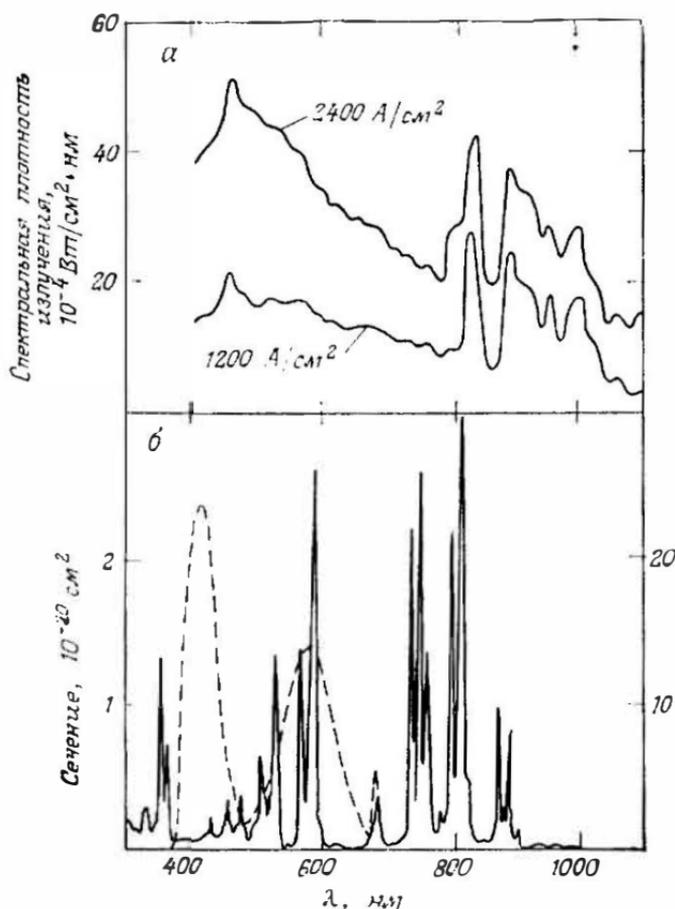


Рис. 3.5. *a* — спектр испускания ксеноновой импульсной лампы при давлении 500 мм рт. ст.; *б* — сечение поглощения иона  $\text{Nd}^{3+}$  в кристалле YAG (сплошные кривые) и иона  $\text{Sr}^{3+}$  в александрите (штриховые кривые). На рис. 3.5, *б* левая шкала относится к кристаллу  $\text{Nd}:\text{YAG}$  и правая — к александриту. В случае александрита выбрали среднее из трех измеренных значений для поляризаций вдоль главных оптических осей *a*, *b* и *c*.

в непрерывной лампе, в которой плотность тока существенно ниже, излучение сконцентрировано в линиях криптона, сильно уширенных вследствие высокого давления газа. В импульсной лампе плотность тока значительно выше, поэтому в ее спектр

входит еще и широкая непрерывная компонента, обусловленная рекомбинационным излучением (рекомбинация ионов и электронов), а также тормозным излучением электронов, которые рассеиваются ионами при столкновениях. Таким образом, считается, что непрерывная составляющая пропорциональна произведению  $N_e N_i$ , в то время как интенсивность линий излучения пропорциональна  $N_e$ , где  $N_e$  и  $N_i$  — плотности соответственно

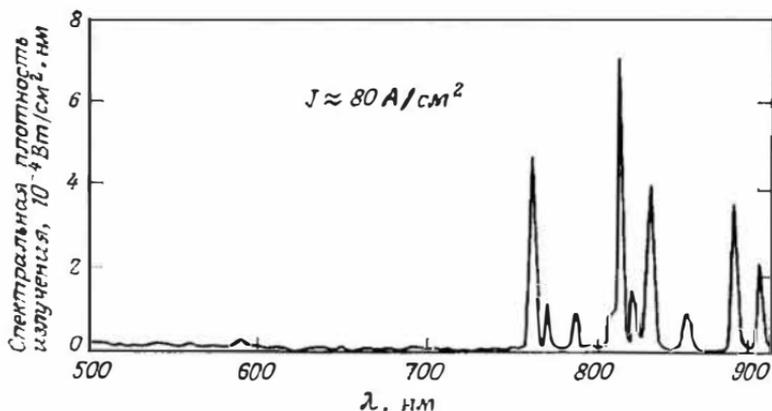


Рис. 3.6. Спектр испускания непрерывной дуговой криптоновой лампы (внутренний диаметр 6 мм, длина дуги 50 мм, давление газа 4 атм, входная мощность 1,3 кВт). (ILC Bulletin 3533).

электронов и ионов в разряде. Поскольку в нейтральном разряде  $N_e \approx N_i \sim J$ , то в первом приближении непрерывная компонента спектра пропорциональна  $J^2$ , в то время как линейчатый спектр пропорционален  $J$ . Из сравнения рис. 3.5, б с рис. 3.5, а и 3.6 следует, что относительно широкие спектры ионов как  $Nd^{3+}$ , так и  $Cr^{3+}$  позволяют достаточно полно использовать свет, испускаемый импульсной лампой, а также, как в случае кристалла  $Nd^{3+} : YAG$ , и свет от непрерывной лампы. Заметим, что спектр поглощения редкоземельного элемента вроде  $Nd$  меняется незначительно от матрицы к матрице, поскольку при таком поглощении происходят электронные переходы между внутренними оболочками атома. Поэтому спектр кристалла  $Nd^{3+} : YAG$  можно рассматривать как типичный пример спектров других материалов, легированных неодимом, например широко используемое стекло с неодимом (ионы  $Nd^{3+}$  в стеклянной матрице). В случае когда используются примесные ионы переходных металлов, такие, как ионы  $Cr^{3+}$ , где спектр определяется переходами внешних электронов, материал матрицы оказывает большее влияние на спектр. Однако спектр александрита похож на спектр рубина ( $Cr^{3+}$  в кристалле

$\text{Al}_2\text{O}_3$ ) — материала, который с самого начала развития лазеров играет важную роль и до сих пор широко используется. Заметим также, что спектр поглощения другого материала, а именно  $\text{Cr} : \text{Nd} : \text{GSGG}$  (когда оба иона  $\text{Nd}^{3+}$  и  $\text{Cr}^{3+}$  присутствуют в качестве примеси в кристалле  $\text{Gd}_3\text{Sc}_2\text{Ga}_3\text{O}_{12}$ , причем  $\text{Nd}^{3+}$  играет роль активного иона), который становится все популярнее, более или менее соответствует суперпозиции спектров кристаллов  $\text{Nd} : \text{YAG}$  и александрита (скорректированных с учетом относительных концентраций обоих ионов в кристалле).

### 3.2.1. КПД накачки

Определим КПД накачки  $\eta_p$  непрерывного лазера как отношение минимальной мощности накачки  $P_m$ , необходимой для создания определенной скорости накачки, к электрической мощности накачки  $P$ , фактически подведенной к лампе. Заметим, что в соответствии с выражением (1.10) минимальная мощность накачки может быть записана в виде  $P_m = (dN_2/dt)_p V h \nu_p = W_p N_g V h \nu_p$ , где  $V$  — объем активной среды,  $\nu_p$  — разность частот между основным и верхним лазерным уровнями. Действительно, как мы покажем более подробно в разд. 3.2.3, распределение скорости накачки по активному стержню во многих случаях является неоднородным. Поэтому более правильно определять среднюю минимальную мощность накачки  $\langle P_m \rangle = \langle W_p \rangle N_g V h \nu_p$ , где усреднение производится по объему активной среды. Таким образом, можно написать

$$\eta_p = \langle W_p \rangle N_g V h \nu_p / P; \quad (3.1)$$

здесь  $\eta_p$  — средний КПД накачки. Для импульсного лазера по аналогии имеем

$$\eta_p = N_g V h \nu_p \int \langle W_p \rangle dt / E, \quad (3.1a)$$

где интеграл по времени берется в пределах от начала до конца импульса накачки, а  $E$  — электрическая энергия, подведенная к лампе.

Следует заметить, что процесс накачки лазера можно рассматривать состоящим из четырех различных этапов: 1) испускания излучения от лампы, 2) переноса этого излучения к активному стержню, 3) поглощения его в стержне и 4) передачи поглощенной энергии верхнему лазерному уровню. Следовательно, КПД накачки  $\eta_p$  можно записать в виде произведения четырех членов, а именно

$$\eta_p = \eta_r \eta_t \eta_a \eta_{pq}, \quad (3.2)$$

где  $\eta_r$  — излучательная эффективность лампы, т. е. эффективность преобразования электрической энергии на входе в оптическое излучение на выходе в диапазоне длин волн, соответствующем полосам накачки лазерной среды (см., например, рис. 3.5, б);  $\eta_t$  — эффективность передачи, которую можно определить как отношение мощности (или энергии) накачки, действительно поступающей в лазерный стержень, к мощности (или энергии), излучаемой лампой в полезном диапазоне длин волн накачки;  $\eta_a$  — эффективность поглощения, т. е. доля света, попадающего в стержень, которая действительно поглощается средой;  $\eta_{pq}$  — квантовый выход мощности (или энергии) накачки, т. е. доля поглощенной мощности (или энергии), которая приводит к созданию инверсии населенностей на верхнем уровне. В следующих разделах приводятся конкретные выражения для четырех членов, входящих в (3.2).

### 3.2.2. Излучательная эффективность и эффективность передачи<sup>1)</sup>

Согласно определению  $\eta_r$ , данному в предыдущем разделе, для непрерывной лампы можно написать следующее выражение:

$$\eta_r = \frac{2\pi Rl}{P} \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} I_\lambda d\lambda, \quad (3.3)$$

где  $R$  — радиус, а  $l$  — длина лампы,  $I_\lambda$  — ее спектральная интенсивность,  $\lambda_1$  и  $\lambda_2$  — пределы диапазона полезного излучения, а  $P$  — электрическая мощность, подводимая к лампе. Для импульсной лампы выражение (3.3), очевидно, следует заменить на следующее:

$$\eta_r = \frac{2\pi Rl}{E} \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} E_{\lambda_s} d\lambda; \quad (3.3a)$$

здесь  $E_{\lambda_s}$  — спектральная плотность энергии, испускаемой лампой в единичную площадь поверхности. Подробный расчет, основанный на характеристиках излучения лампы, показал, что для типичных импульсных ламп, используемых для накачки импульсных лазеров на кристаллах Nd:YAG (в диапазоне 0,35—0,9 мкм) и александрита (в диапазоне 0,35—0,7 мкм),  $\eta_r \approx 0,43$  и 0,36 соответственно. В случае Nd:YAG-лазера при накачке непрерывной криптоновой лампой (т. е. для излучения в диапа-

<sup>1)</sup> Этот раздел можно было бы опустить для первого чтения.

зоне 0,7—0,9 мкм) значение  $\eta_r$  несколько меньше, чем предыдущее ( $\eta_r \approx 0,27$ ). Следовательно, в обоих случаях более 50 % электрической мощности теряется либо в виде излучения, не попадающего в полосы накачки, либо в виде теплоты, рассеянной на электродах. Следует заметить, что в соответствии с (3.3)  $I_\lambda$  можно записать в виде

$$I_\lambda = \frac{P}{2\pi Rl} \eta_r g_\lambda, \quad (3.4)$$

где  $g_\lambda$  — нормированная спектральная плотность интенсивности (т. е. такая, что  $\int_{\lambda_1}^{\lambda_2} g_\lambda d\lambda = 1$ ). Выражение (3.4) позволяет

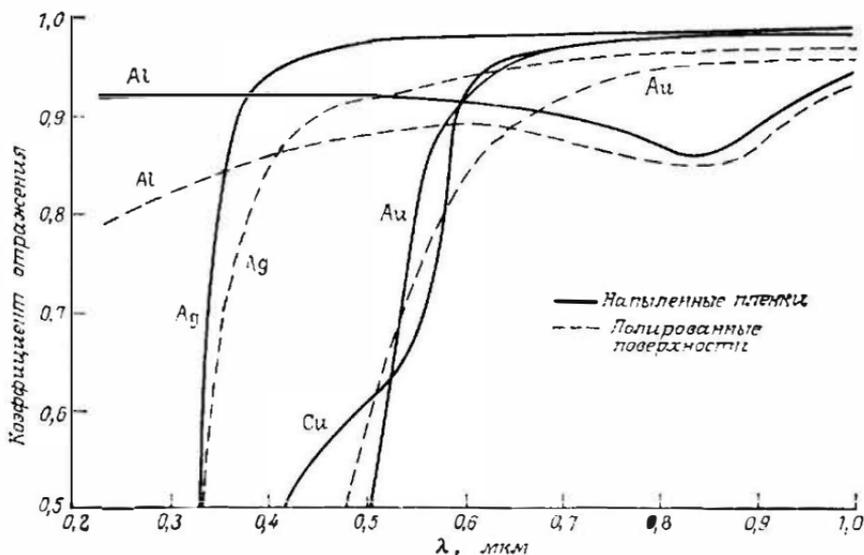


Рис. 3.7. Зависимость коэффициента отражения от длины волны для металлов, наиболее широко используемых для отражающих покрытий в осветителях лазеров. (Согласно работе [3].)

прокалибровать интенсивность  $I_\lambda$ , если известны некалиброванный спектр испускания и излучательная эффективность лампы.

Прежде чем проводить вычисления эффективности передачи, уместно сделать несколько замечаний по поводу поглощения как стенками осветителя, так и плазмой лампы. На рис. 3.7 представлены кривые коэффициента отражения зеркальных поверхностей, которые наиболее часто применяются на практике. Из рисунка мы видим, что напыленное серебро обеспечивает наибольший коэффициент отражения ( $\sim 0,98$ ) во всем интересующем нас спектральном диапазоне. Для полированного или

нанесенного гальваническим способом серебра кривая коэффициента отражения располагается несколько ниже, чем рассмотренная здесь (коэффициент отражения составляет около 0,94). Однако незащищенное серебро страдает от окисления, что представляет собой серьезную проблему; следовательно, отражательная способность серебра со временем падает, поэтому серебро иногда используют вместе с защитным прозрачным покрытием, и то только в тех случаях, когда необходимо достигнуть наибольшего КПД. Золотое покрытие обеспечивает практически ту же отражательную способность, что и серебро, но на длинах волн, превышающих примерно 0,65 мкм. Поскольку это покрытие намного более устойчиво к воздействию посторонних химических веществ, чем серебро, его применение, по-видимому, разумно для непрерывного Nd:YAG-лазера, когда наибольшая часть излучения лампы приходится на длины волн, большие чем 0,7 мкм. Алюминий и медь из-за своей невысокой отражательной способности редко используются для покрытия осветителя. Наконец, следует заметить, что хороший белый рассеиватель (такой, как порошок  $\text{BaSO}_4$  или белая керамика) обеспечивает диффузную отражательную способность, которая почти равна зеркальной отражательной способности серебра. Чтобы получить некоторое представление о степени прозрачности лампы импульсной лампы для ее собственного излучения, на рис. 3.8 представлено пропускание слоя ксеноновой плазмы толщиной 1 см для разных длин волн в зависимости от плотности тока лампы. Видно, например, что в основных полосах накачки ионов  $\text{Nd}^{3+}$  ( $\lambda > 0,6$  мкм) при типичных для импульсной лампы плотностях тока (2000—3000 А/см<sup>2</sup>) плазма почти непрозрачна для собственного излучения. В действительности ослабление излучения несколько меньше, чем показано на рис. 3.8, поскольку диаметр лампы обычно меньше, чем 1 см (как правило, 5—6 мм). Тем не менее в дальнейшем рассмотрении будем считать в первом приближении, что плазма типичной импульсной лампы непрозрачна для собственного излучения. В случае же непрерывной лампы плотности тока ( $\sim 150$  А/см<sup>2</sup>), как правило, много меньше приведенных выше значений и, следовательно, плазма лампы в значительной степени прозрачна для собственного излучения.

Сделав эти предварительные замечания, перейдем теперь к расчету эффективности передачи  $\eta_t$ . Вначале рассмотрим случай эллиптической полости осветителя (рис. 3.9). В этом случае  $\eta_t$  можно найти с помощью относительно простых геометрических соображений [5]. Рассмотрим произвольную точку  $P$  на поверхности осветителя, расположенную на расстоянии  $l_R$  от центра стержня и на расстоянии  $l_L$  от центра лампы. Пусть

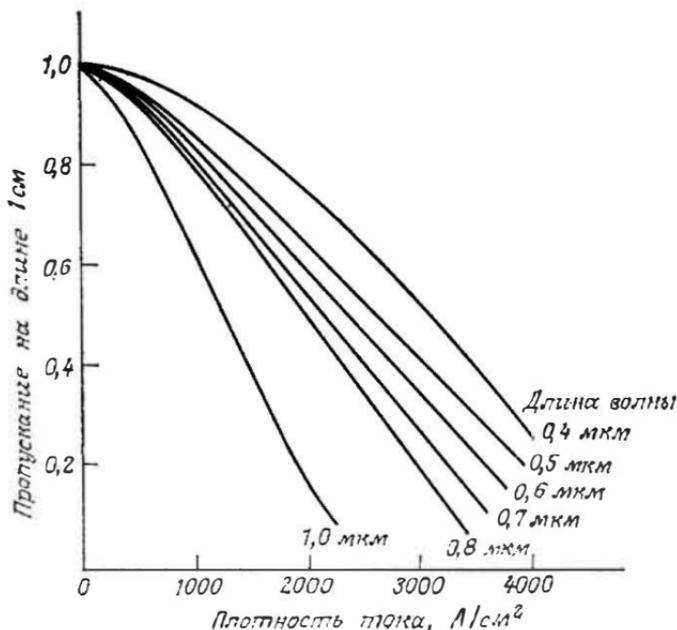


Рис. 3.8. Спектральное пропускание ксеноновой плазмы в зависимости от плотности тока. (Согласно работе [4].)

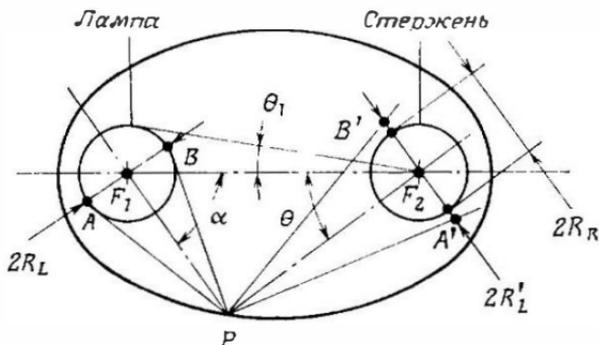


Рис. 3.9. К вычислению эффективности передачи эллиптического осветителя.

$\alpha$  — угол между главной осью эллипса и радиус-вектором, соединяющим центр лампы с точкой  $P$  (рис. 3.9), а  $\theta$  — соответствующий угол между этой осью и радиус-вектором, выходящим из центра стержня. Все лучи, приходящие от лампы к точке  $P$ , заключены в конусе  $PAB$  (рис. 3.9). Вследствие равенства углов падения и отражения эти лучи отображаются в конус  $PA'B'$  вокруг стержня, где  $A'B' = AB l_R / l_L$ . Поскольку расстоя-

ние  $A'B'$  зависит от отношения  $l_R/l_L$ , нетрудно заметить, что часть эллиптического отражателя, расположенная ближе к лампе, формирует в месте расположения лазерного стержня увеличенное изображение лампы, в то время как часть отражателя, расположенная ближе к стержню, формирует уменьшенное изображение лампы. Поэтому существует такая точка  $P_0$ , для которой расстояние  $A'B'$  равно диаметру стержня  $2R_R$ . Если  $\alpha_0$  и  $\theta_0$  — соответствующие угловые координаты точки  $P_0$ , то видно, что при  $\alpha < \alpha_0$  все лучи от лампы попадают внутрь стержня, в то время как при  $\alpha > \alpha_0$  доля таких лучей составляет  $(R_R/R'_L) = (R_R l_L)/(R_L l_R)$ , где  $2R_L \approx AB$  и  $2R'_L = A'B'$ . Таким образом, эффективность передачи для части осветителя, соответствующей  $\alpha < \alpha_0$ , дается следующим простым выражением:

$$\eta_{t_1} = \frac{1}{\pi} \int_0^{\alpha_0} d\alpha = \frac{\alpha_0}{\pi}, \quad (3.5)$$

а для  $\alpha > \alpha_0$  мы имеем

$$\eta_{t_1} = \frac{1}{\pi} \int_{\alpha_0}^{\pi} \frac{R_R}{R'_L} \frac{l_L}{l_R} d\alpha. \quad (3.6)$$

Однако поскольку  $l_L d\alpha = -l_R d\theta$ , выражение (3.6) нетрудно проинтегрировать, и из (3.5) и (3.6) мы получаем следующее выражение для эффективности передачи  $\eta_t = \eta_{t_1} + \eta_{t_2}$ :

$$\eta_t = \frac{1}{\pi} \left( \alpha_0 + \frac{R_R}{R'_L} \theta_0 \right). \quad (3.7)$$

Дальнейшее развитие теории можно продолжить, если предположить, что лампа является абсолютно непрозрачной для собственного излучения. При этом лампа будет поглощать любой свет, который после испускания лампой отражается эллиптическим зеркалом обратно к лампе. Следовательно, в этом случае любые лучи, составляющие угол  $\theta < \theta_1$  (угол  $\theta_1$  также указан на рис. 3.9), не попадут на стержень. Таким образом, мы имеем

$$\eta_t = \frac{l_1}{\pi} \left[ \alpha_0 + \frac{R_R}{R'_L} (\theta_0 - \theta_1) \right]. \quad (3.8)$$

Углы  $\alpha_0$ ,  $\theta_0$  и  $\theta_1$  можно теперь выразить через диаметры стержня и лампы, а также через большую  $a$  и малую  $b$  полуоси эллипса. Конечный результат представлен графически на рис. 3.10, на котором верхняя группа кривых относится к случаю, описываемому выражением (3.7), а нижняя группа дает величину  $\theta_1/\pi$ . Чтобы получить эффективность передачи в соот-

ветствии с выражением (3.8), последнюю величину следует умножить на  $R_R/R_L$  и затем вычесть из соответствующей ординаты верхней кривой. Для получения численной оценки рассмотрим эллиптическую полость с большой осью  $2a = 34$  мм и малой осью  $2b = 31,2$  мм и предположим, что  $2R_R = 6,3$  мм, а  $2R_L = 4$  мм. При этом из рис. 3.10 получаем  $\eta_i \approx 0,9$  или  $\eta_t \approx 0,8$  в зависимости от того, прозрачна или непрозрачна лампа для собственного излучения, т. е. в зависимости от того, используется ли для вычислений выражение (3.7) или (3.8).

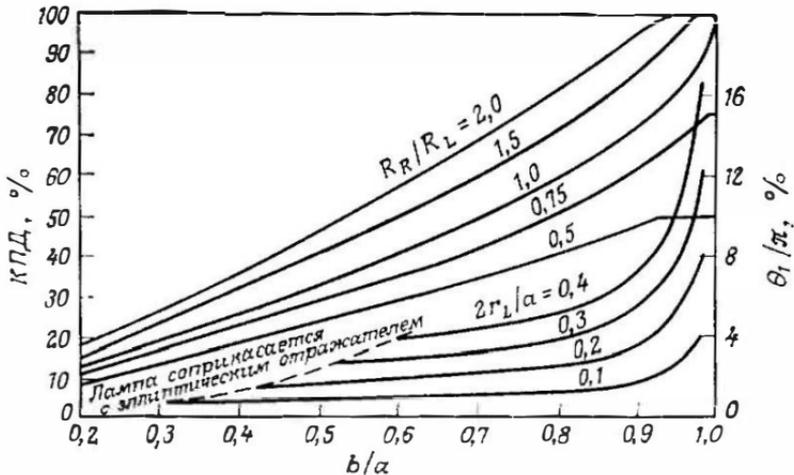


Рис. 3.10. Эффективность передачи эллиптического осветителя. Набор верхних кривых соответствует случаю, когда лампа прозрачна для собственного излучения. Для непрозрачной лампы поправки к эффективностям передачи получают с помощью нижнего набора кривых. (Согласно работе [5].)

Прежде чем закончить рассмотрение эллиптической полости, необходимо сделать два замечания. Первое состоит в том, что при записи формулы (3.5) мы косвенным образом предположили, что лампа излучает одинаково в любом направлении  $\alpha$ . Второе замечание связано с тем, что мы пренебрегли учетом того обстоятельства, что коэффициент отражения осветителя меньше единицы. Однако для серебряного покрытия (или золотого, как в случае непрерывного Nd:YAG-лазера) обусловленное этим уменьшение КПД является незначительным.

Вычислим теперь эффективность передачи для случаев накачки, изображенных на рис. 3.1, а и в. В отличие от эллиптического зеркала ни в одном из этих случаев осветитель не работает как концентрирующее свет зеркало, и поэтому здесь необходимо рассмотреть другой метод расчета. Простейшую оценку в данных случаях можно получить, если предположить, что

интенсивность света  $I$  в полости является изотропной [6]. Поскольку все поверхности будут освещены светом одинаковой интенсивности, поглощающая способность каждой поверхности будет пропорциональна просто произведению площади  $S$  этой поверхности на ее относительную поглощающую способность  $\eta$ . При этом мощность излучения, поглощаемая стержнем, дастся выражением

$$P_a = \eta_a I S_R, \quad (3.9)$$

где  $\eta_a$  — поглощающая способность стержня, а  $S_R$  — площадь его боковой поверхности. Поскольку весь излученный свет должен быть в конечном счете поглощен, мощность света, излучаемого лампой  $P_L$ , должна быть равна

$$P_L = (\eta_a S_R + \eta_{pc} S_{pc} + \eta_L S_L) I; \quad (3.10)$$

здесь  $\eta_{pc}$  — относительная поглощающая способность, а  $S_{pc}$  — площадь поверхности осветителя, и  $\eta_L$ ,  $S_L$  — соответствующие величины для лампы. Поскольку отношение  $P_a$  и  $P_L$  равно произведению  $\eta_a$  на  $\eta_t$ , то из (3.9) и (3.10) получаем

$$\eta_t = \frac{S_R}{\eta_a S_R + \eta_{pc} S_{pc} + \eta_L S_L}. \quad (3.11)$$

Заметим, что в этом случае  $\eta_t$  зависит от  $\eta_a$ , и поэтому, строго говоря, коэффициент передачи нельзя рассматривать как независимую величину. С целью получения численной оценки предположим, что  $\eta_L \approx 1$  (полностью непрозрачная лампа),  $\eta_{pc} = 0,04$  и  $\eta_a \approx 0,2$  (это имеет место для стержня из Nd:YAG; см. табл. 3.1). Спиральную лампу, изображенную на рис. 3.1, а, можно аппроксимировать кольцевой лампой с радиусом кольца, равным  $R_L$ . В этом случае имеем  $S_L = 4\pi R_L l$ ,  $S_{pc} \approx 2\pi R_L l$  и  $S_R = 2\pi R_R l$ , где  $l$  — длина осветителя. Тогда из выражения (3.11) получаем

$$\eta_t \approx R_R / (0,2R_R + 2,04R_L). \quad (3.12)$$

Поскольку отношение  $R_R/R_L$  равно, как правило,  $0,3 \div 0,8$ , значения  $\eta_t$  обычно располагаются в интервале  $0,1 \div 0,4$ . Для плотноупакованной конфигурации, такой, как на рис. 3.1, в в предположении, что  $R_L = R_R = R$ , мы имеем  $S_L = S_R = 2\pi R l$  и  $S_{pc} \approx (2\pi + 4) R l$ . При этом из выражения (3.11) получаем  $\eta_t \approx 0,62$ .

В заключение этого раздела можно сказать, что применение эллиптической полости позволит получить наибольшую эффективность передачи (около 80%), использование же плотноупакованной конфигурации дает лишь ненамного меньшую эффективность, в то время как эффективность конфигурации со

спиральной лампой во многих случаях оказывается существенно меньшей. Последняя конфигурация по-прежнему представляет интерес для высокоэнергетических лазеров, поскольку спиральные лампы могут выдерживать значительно более высокие входные энергии.

### 3.2.3. Распределение света накачки<sup>1)</sup>

Для того чтобы вычислить долю падающего света накачки, поглощаемую активным стержнем, необходимо знать распределение этого света в активной среде. В данном разделе такое распределение будет рассмотрено для нескольких характерных случаев. Мы увидим, что оно во многих случаях является неоднородным.

В качестве первого примера рассмотрим стержень с полированной боковой поверхностью. Предположим также, что стержень накачивается либо спиральной импульсной лампой (рис. 3.1, а), либо линейной лампой в плотноупакованной конфигурации (рис. 3.1, в) или в эллиптическом отражателе с малым эксцентриситетом, причем диаметр лампы превышает диаметр стержня. Во всех трех этих случаях можно считать, что свет падает на стержень, скажем, в точке  $P$  (рис. 3.11) под любым углом в пределах  $\pi$  рад, как показано на рисунке. Кроме того, поскольку коэффициент преломления стержня обычно

больше, чем коэффициент преломления окружающей среды, свет накачки, попав в стержень, стремится концентрироваться ближе к оси стержня. Это нетрудно понять, рассматривая два крайних луча 2 и 3, которые падают под углом  $\pi/2$  к нормали относительно поверхности. Попадая внутрь стержня, эти лучи преломляются и становятся лучами 2' и 3', причем угол  $\theta$  является углом преломления. Если среда, окружающая стержень, представляет собой воздух, то  $\sin \theta = 1/n$ . Следовательно, все лучи, приходящие от лампы, будут преломляться в пределах угла  $2\theta$  между лучами 2' и 3'. Применяя такое же

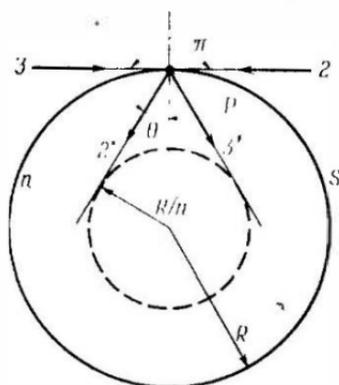


Рис. 3.11. Концентрация лучей в центральной части цилиндрического стержня, обусловленная преломлением. Предполагается, что стержень радиусом  $R$  с коэффициентом преломления  $n$  находится в среде с показателем преломления, равным единице.

<sup>1)</sup> Этот раздел можно пропустить при первом чтении.

самое рассуждение ко всем точкам  $P$  поверхности  $S$ , мы приходим к выводу о том, что внутренняя часть стержня (радиусом  $R/n$ ) накачивается более сильно, чем его внешняя часть. Вычисление плотности энергии накачки  $\rho$  в стержне существенно упрощается, если 1) рассматривать свет, падающий на стержень только в плоскости, перпендикулярной его оси, и 2) пренебрегать ослаблением интенсивности этого света по мере его

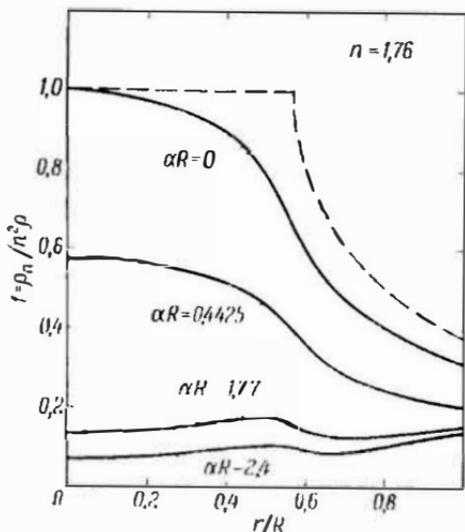


Рис. 3.12. Радиальная зависимость плотности энергии накачки  $\rho_n$  для нескольких значений коэффициента поглощения накачки  $\alpha$  (накачка монохроматическим излучением). (Данные заимствованы из работы [8].)

На рис. 3.12 приведены полученные расчетом кривые безразмерной величины

$$f(\alpha R, r/R) = \rho_n / n^2 \rho \quad (3.15)$$

для нескольких значений величины  $\alpha R$ , где  $\alpha$  — коэффициент поглощения на длине волны накачки (предполагается, что накачка представляет собой монохроматический свет). На этом же рисунке приведена также штриховая кривая, построенная в соответствии с выражениями (3.13) и (3.14). Следует обратить внимание на различие между штриховой кривой и сплошной кривой, соответствующей  $\alpha R = 0$ . Хотя обе кривые относятся к случаю, когда поглощение в стержне отсутствует, сплошная кривая в отличие от штриховой учитывает то, что свет может входить в стержень под любым углом. Заметим также, что если  $\alpha R \neq 0$ , то благодаря ослаблению интенсивности

распространения в стержне. Тогда плотность энергии  $\rho_n$  в точке, расположенной внутри стержня на расстоянии  $r$  от его оси, равна [7]

$$\rho_n = n^2 \rho \quad (0 < r < R/n), \quad (3.13)$$

$$\rho_n = (2n^2/\pi) \rho \arcsin(R/nr) \quad (R/n < r < R); \quad (3.14)$$

здесь  $\rho$  — значение, которое плотность энергии имела бы в той же самой точке стержня, если показатель преломления был бы равен единице. Эта плотность связана с интенсивностью излучаемого лампой света выражением (2.21). Если упрощающих допущений 1) и 2) не делать, то выражение для  $\rho_n$  оказывается значительно более сложным [8].

света накачки по мере его распространения внутрь от поверхности стержня распределение плотности энергии  $\rho_n$  сглаживается. Из рис. 3.12 следует, что в центре стержня ( $r = 0$ ) величина  $f(\alpha R, 0)$  может быть с хорошей точностью аппроксимирована выражением  $f = \exp(-1,1\alpha R)$ .

Тот факт, что для очень малых значений  $\alpha R$  плотность энергии в центральной части стержня равна  $n^2\rho$ , заслуживает несколько более подробного рассмотрения. Предположим, что лампа имеет такой же радиус, что и стержень, и расположена вдоль фокальной оси  $F_1$  (см. рис. 3.1, б). Поскольку на рис. 3.11 лучи 2 и 3 касательны к поверхности  $S$ , они должны соответствовать двум лучам, касательным к поверхности лампы. После преломления лучи 2 и 3 становятся лучами 2' и 3', которые касаются окружности радиусом  $R/n$ . Следовательно, можно сказать, что стержень действует как цилиндрическая линза, формируя изображение лампы в своем центре, которое в  $n$  раз меньше истинного размера лампы. Поскольку объем, занимаемый этим изображением, в  $n^2$  раз меньше объема лампы, можно понять, почему соответствующее значение плотности энергии  $\rho_n$  увеличивается в  $n^2$  раз.

Мы уже показали, что при очень небольших значениях  $\alpha R$  плотность энергии накачки однородна лишь в центральной части стержня  $r < R/n$ , и то время как вне этой области она неоднородна. Очевидно, что неоднородное распределение плотности энергии в активной среде является нежелательным. Получить однородное распределение можно [7], если активный стержень поместить в цилиндрическую оболочку из прозрачного материала с тем же показателем преломления, что и у стержня (рис. 3.13). В этом случае, если радиусы лампы и оболочки сделать одинаковыми и равными  $nR$ , то можно повторить рассуждения с помощью рис. 3.11, начиная с анализа хода лучей через точку  $P$ , расположенную на поверхности оболочки. В этом случае преломленные лучи 2' и 3' будут касаться поверхности активной среды и внутри нее будет собираться весь падающий свет. Если  $\alpha R = 0$  и свет проникает в среду только в плоскости рис. 3.13, то плотность энергии в активной среде становится однородной и определяется выражением (3.13). Другой способ, который позволяет получить более однородную накачку, состоит в матировании боковой поверхности стержня. В этом случае свет накачки, попадая на поверхность стержня, будет рассеиваться, и, следовательно, он не будет концентрироваться, как на рис. 3.11. На рис. 3.14 построены кривые зависимости от  $r/R$  безразмерной величины

$$f_1(\alpha R, r/R) = \rho_n/n\rho, \quad (3.16)$$

полученные для рассматриваемого случая путем расчета при нескольких значениях  $\alpha R$  [1]. Здесь, как и прежде,  $\alpha$  — коэффициент поглощения на длине волны накачки (для монохроматического света накачки). Заметим, что при  $\alpha R = 0$  мы имеем  $\rho_n = n\rho$ . Множитель  $n$  возникает в этом случае вследствие того, что скорость света в стержне в  $n$  раз меньше, чем скорость света в вакууме [см. (2.21)]. Таким образом, предполагается,

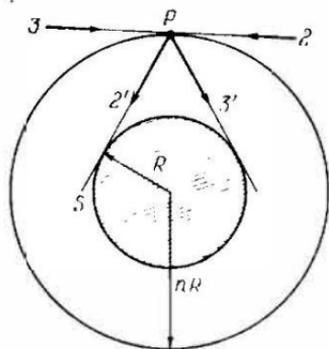


Рис. 3.13. Прозрачная цилиндрическая оболочка радиусом  $nR$ , обеспечивающая однородное распределение плотности накачки в активном стержне (заштрихованная область).

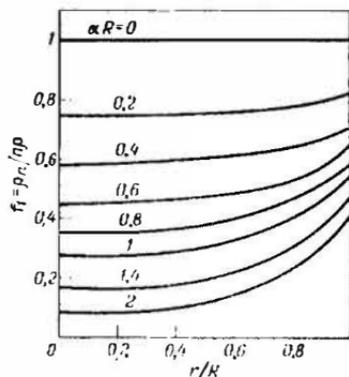


Рис. 3.14. Стержень с шероховатой боковой поверхностью. Радиальная зависимость нормированной плотности энергии ( $\rho_n/n\rho$ ) от нормированного радиуса ( $r/R$ ) для нескольких значений коэффициента поглощения накачки  $\alpha$ . (Согласно работе [1].)

что при данном излучении лампы плотность энергии  $\rho_n$  в  $n$  раз превышает значение величины  $\rho$ , которое эта величина имела бы, если бы показатель преломления стержня равнялся единице. Из рис. 3.14 следует, что в центре стержня величину  $f_1(\alpha R, 0)$  можно с хорошей точностью аппроксимировать выражением  $f_1 \approx \exp(-1,27 \alpha R)$ . Сравнение выражений (3.16) и (3.15) при  $\eta = 0$  показывает, что, за исключением небольшого различия между функциями  $f$  и  $f_1$ , шероховатость боковой поверхности стержня действительно приводит к уменьшению плотности энергии накачки в его центре в  $n$  раз. Однако теперь более или менее однородно освещается все сечение стержня, а не только его ядро радиусом  $R/n$ . В самом деле, с помощью рис. 3.12 и 3.14 можно показать, что в обоих этих случаях интегральная плотность энергии накачки по сечению стержня приблизительно одинакова.

Рассмотрим теперь случай, когда радиус  $R_L$  лампы меньше, чем радиус  $R_R$  стержня. Пусть система накачки имеет ту же

конфигурацию, что и на рис. 3.1, б. Если боковая поверхность стержня полирована, то в стержне будет формироваться эллиптическое изображение лампы. Это можно понять с помощью рис. 3.15, на котором изображена лампа с боковой поверхностью  $S_L$ , расположенная вдоль фокальной оси  $F_1$  эллиптического цилиндра. Форму изображения лампы, создаваемого эллиптическим отражателем на второй фокальной оси  $F_2$ , можно получить, рассматривая лучи, испускаемые касательно к поверхности лампы. Отражаясь от поверхности эллиптического цилиндра, эти лучи преобразуются в пучок лучей вокруг второй фокальной оси  $F_2$ . Огибающая этих лучей представляет собой поверхность  $S'_L$  и является изображением лампы, сформированным эллиптическим цилиндром. На рис. 3.15 показаны те лучи, которые ограничивают поверхность  $S'_L$  в горизонтальном и вертикальном направлениях. Очевидно, что изображение  $S'_L$

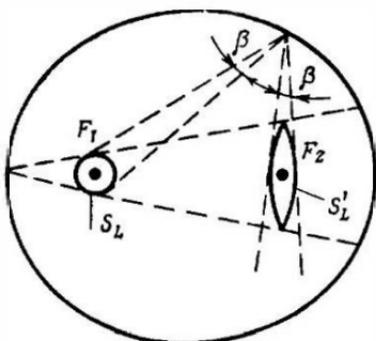


Рис. 3.15. Изображение  $S'_L$  лампы  $S_L$ , сформированное в фокусе эллиптического цилиндра.

вытянуто вдоль малой оси эллиптического отражателя. В действительности можно показать, что само изображение является эллипсом. На рис. 3.15 с помощью простых геометрических соображений можно найти большую  $R_M$  и малую  $R_m$  оси этого эллипса. Если предположить, что радиус  $R_L$  лампы много меньше, чем малая ось эллиптического отражателя, то для  $R_M$  и  $R_m$  можно получить следующие выражения:

$$R_M = R_L \left( \frac{1+e}{1-e} \right), \quad (3.17a)$$

$$R_m = R_L \left( \frac{1-e^2}{1+e^2} \right), \quad (3.17b)$$

где  $e$  — эксцентриситет эллиптического отражателя. В действительности из-за преломления на поверхности стержня, которая вновь действует как цилиндрическая линза, большая и малая оси этого изображения уменьшаются в  $n$  раз по сравнению с приведенными выше значениями. Чтобы избежать неоднородного распределения накачки, которое возникает в процессе формирования изображения, боковую поверхность можно сделать грубо шероховатой.

Представленное выше рассмотрение относится только к случаю, когда стержень окружен воздухом ( $n = 1$ ). Однако во

многих случаях стержень необходимо охлаждать, для чего его помещают в какую-либо жидкость, которой является обычно вода. В этом случае в проведенное выше рассмотрение необходимо внести некоторые изменения. В частности, у стержня с полированной боковой поверхностью радиус ядра, в котором концентрируется максимум энергии накачки, равен не  $R/n$ , как на рис. 3.11, а  $Rn_i/n$ , где  $n_i$  — показатель преломления окружающей жидкости. Для стержня же с шероховатой боковой поверхностью присутствие жидкости стремится свести на нет эффект матирования боковой поверхности. Поэтому распределение энергии накачки оказывается значительно менее однородным, чем то, которое показано на рис. 3.14. Это особенно верно для эллиптического цилиндра благодаря тому, что неоднородность распределения здесь обусловлена особенностями формирования изображения (см. рис. 3.15). В заключение можно сказать, что плотноупакованная конфигурация системы накачки, изображенная на рис. 3.1, в, в случае, когда поверхность стержня грубо отшлифована, а осветитель дает либо зеркальное, либо диффузное отражение, обеспечивает наиболее однородное распределение энергии накачки внутри стержня. Однако по сравнению с эллиптическим цилиндром эффективность передачи здесь несколько ниже, в то время как в конфигурации со спиральной лампой, когда имеет место однородное распределение энергии накачки по всему стержню, она существенно выше. В качестве последнего замечания в данном разделе укажем на то, что приведенное выше рассмотрение справедливо для монохроматического излучения накачки. Для полихроматического же излучения выражения (3.14) — (3.16), а также кривые на рис. 3.12 и 3.14 остаются справедливыми, однако  $\rho_n$  и  $\rho$  заменяются на соответствующие спектральные величины  $\rho_{n\lambda}$  и  $\rho_\lambda$ .

### 3.2.4. Эффективность поглощения и квантовый выход накачки <sup>1)</sup> [9]

Согласно определению эффективности поглощения  $\eta_a$ , данному в разд. 3.2.1, можно написать следующее выражение:

$$\eta_a = P_a/P_e = \int_{\lambda} \int_V (dP_\lambda/dV) dV d\lambda / \int_{\lambda} I_{e\lambda} S_R d\lambda, \quad (3.18)$$

где  $P$  — полная мощность, поглощенная стержнем, а  $dP_\lambda/dV$  — поглощенная мощность на единичный интервал длин волн и на единичный объем,  $P_e$  — полная мощность излучения, падающего

<sup>1)</sup> Этот раздел можно опустить при первом чтении.

на стержень, и  $I_{e\lambda}$  — соответствующая интенсивность на единичный интервал длин волн;  $S_R$  — площадь боковой поверхности стержня. В выражении (3.18) объемный интеграл вычисляется по всему объему активной среды, а интеграл по длине волны — по полезному диапазону излучения лампы. С помощью выражений (1.10) и (2.137) при  $I = c_0 \rho / n$  величину  $dP_{\lambda} / dV$  можно записать в виде

$$dP_{\lambda} / dV = W_{\rho\lambda} N_g h\nu = (c_0/n) \sigma N_g \rho_{n\lambda}, \quad (3.19)$$

где  $W_{\rho\lambda} d\lambda$  — скорость накачки для излучения в диапазоне длин волн между  $\lambda$  и  $\lambda + d\lambda$ . Как особенно характерный пример, рассмотрим случай, когда боковая поверхность стержня шероховатая. Тогда с помощью (3.16) и (2.22) выражение (3.19) можно переписать следующим образом:

$$dP_{\lambda} / dV = 4\sigma N_g f_1 I_{e\lambda}. \quad (3.20)$$

Используя (3.20), выражение (3.18) можно переписать как

$$\eta_a = 4 \int_V \int_{\lambda} \sigma N_g f_1 I_{e\lambda} dV d\lambda / S_r \int_{\lambda} I_{e\lambda} d\lambda. \quad (3.21)$$

Предположим, что эффективность передачи не зависит от длины волны, так что мы имеем  $I_{e\lambda} \sim g_{\lambda}$ , где  $g_{\lambda}$  — нормированное излучение лампы [см. (3.4)]. Определим также среднее значение величины  $f_1$  как  $\langle f_1 \rangle = (1/V) \int_V f_1 dV$ , где  $V$  — объем стержня.

Вспоминая затем, что  $\int_{\lambda} g_{\lambda} d\lambda = 1$ , получаем особенно простое выражение для  $\eta_a$ :

$$\eta_a = \frac{4V}{S_R} \int_{\lambda} \alpha \langle f_1 \rangle g_{\lambda} d\lambda = \int_{\lambda} 2\alpha R_R \langle f_1 \rangle g_{\lambda} d\lambda, \quad (3.22)$$

где  $R_R$  — радиус стержня и  $\alpha$  — коэффициент поглощения активной среды на данной длине волны. Заметим, что в соответствии с выражением (3.22)  $\eta_a$  — это просто среднее значение безразмерной величины  $2\alpha R_R \langle f_1 \rangle$ , полученное усреднением по спектральному распределению излучения лампы  $g_{\lambda}$ . Поскольку в хорошем приближении  $\langle f_1 \rangle \approx \exp[-(\alpha R_R)]$  (см. задачу 3.3), мы имеем

$$\eta_a = \langle 2\alpha R_R \exp[-(\alpha R_R)] \rangle; \quad (3.22a)$$

здесь усреднение производится по спектральному распределению излучения лампы  $g_{\lambda}$ .

Прежде чем вычислить квантовый выход мощности накачки  $\eta_{pq}$ , заметим, что  $(dP_V/dV)/h\nu$  представляет собой число

атомов (в единичном объеме  $v$  на единичный интервал длин волн), переведенных из основного состояния в полосу накачки с длиной волны около  $\lambda$  ( $\nu$  — соответствующая частота). Определим квантовый выход накачки  $\eta_q(\lambda)$  (не путайте с  $\eta_{pq}$ ) как отношение числа атомов, которые релаксируют на верхний лазерный уровень, к числу атомов, которые заброшены в полосу накачки вблизи данной длины волны  $\lambda$ . При этом мощность, которую можно снять (в единичном объеме и единичном интервале длин волн) на верхнем лазерном уровне, будет равна  $\eta_q h\nu_p (dP'_\lambda / dV) / h\nu$ . Тогда квантовый выход мощности накачки можно записать в виде

$$\eta_{pq} = \frac{\int_{\tilde{\nu}} \int_{\lambda} (dP'_\lambda / h\nu) dV \eta_q h\nu_p dV d\lambda}{\int_{\tilde{\nu}} \int_{\lambda} (dP'_\lambda / dV) dV d\lambda}. \quad (3.23)$$

Используя (3.20) и вновь предполагая, что  $I_{e\lambda} \sim g_\lambda$ , выражение (3.23) можно свести к достаточно простому виду:

$$\eta_{pq} = \frac{\int_{\lambda} (\lambda / \lambda_p) \eta_q (\sigma g_\lambda \langle f_i \rangle) d\lambda}{\int_{\lambda} \sigma g_\lambda \langle f_i \rangle d\lambda}. \quad (3.24)$$

Отсюда видно, что  $\eta_{pq}$  выражается через безразмерную величину  $(\lambda / \lambda_p) \eta_q$ , усредненную по функции  $\sigma g_\lambda \langle f_i \rangle \approx \approx \sigma g_\lambda \exp(-\alpha R_R)$ , т. е.

$$\eta_{pq} = \langle (\lambda / \lambda_p) \eta_q \rangle. \quad (3.25)$$

### 3.2.5. Заключительные замечания

В предыдущем разделе мы определили четыре эффективности,  $\eta_r$ ,  $\eta_i$ ,  $\eta_a$ ,  $\eta_{pq}$  и общий КПД накачки  $\eta_p$ , а также привели отдельные выражения для их вычисления. Чтобы привести некоторые характерные примеры, в табл. 3.1 представлены вычисленные значения этих четырех эффективностей и общего КПД накачки  $\eta_p$  для нескольких наиболее интересных лазерных материалов. Во всех случаях предполагается, что лазер работает в импульсном режиме, а диаметры стержня и внутренний диаметр лампы равны соответственно 6,3 и 5 мм. В каждом случае плотность тока лампы считалась соответствующей конкретной конфигурации лазера (обычно в пределах 2000—3000 А/см<sup>2</sup>). Рассматривался эллиптический осветитель с по-

Таблица 3.1. Сравнение вычисленных эффективностей, дающих общий вклад в КПД накачки, для различных лазерных материалов [9]

| Материал                 | $\eta_r$ , % | $\eta_t$ , % | $\eta_a$ , % | $\eta_{pq}$ , % | $\eta_p$ , % |
|--------------------------|--------------|--------------|--------------|-----------------|--------------|
| Рубин                    | 27           | 78           | 31           | 46              | 3,0          |
| Александрит              | 36           | 65           | 52           | 66              | 8,0          |
| Nd : YAG                 | 43           | 82           | 17           | 59              | 3,5          |
| Стекло с неодимом (Q-88) | 43           | 82           | 28           | 59              | 5,8          |
| Nd : Cr : GSGG           | 43           | 82           | 54           | 48              | 9,1          |

серебряной поверхностью, причем с большой осью  $2a = 34$  мм и малой осью  $2b = 31,2$  мм. Из табл. 3.1 мы видим, что 1) излучательная эффективность во всех рассмотренных случаях меньше 50 % и 2) эффективность поглощения для Cr : Nd : GSGG примерно в три раза выше, чем для Nd : YAG. Столь большая эффективность обусловлена наличием дополнительной примеси в виде ионов Cr, что позволяет получить поглощение в спектральных областях, в которых ион Nd прозрачен, и затем передать это возбуждение (по механизму типа фёрстеровского, см. разд. 2.5) неодиму. Весьма высокой оказывается также эффективность поглощения и в александрите. Вот почему александрит и Cr : Nd : GSGG обеспечивают наиболее высокий КПД накачки. Расчетные значения КПД накачки, приведенные в табл. 3.1, на самом деле неплохо согласуются с экспериментальными данными.

В заключение раздела следует заметить, что как только мы вычислили или, возможно, получили лишь оценку общего КПД накачки  $\eta_p$ , из выражения (3.1) [или (3.1a)] можно сразу найти скорость накачки  $W_p$ :

$$W_p = \eta_p P / N_g V h\nu_p. \quad (3.26)$$

Это простое фундаментальное выражение, которое мы будем часто использовать в последующих главах. Однако заметим, что для вычисления  $W_p$  с помощью данного выражения необходимо знать  $\eta_p$ , т. е. кое-кому придется выполнить подробные вычисления по формулам, приведенным в предыдущих разделах!

### 3.3. Электрическая накачка

Напомним, что электрическая накачка применяется в газовых и полупроводниковых лазерах. В данном разделе мы ограничимся рассмотрением лишь газовых лазеров, а обсуждение более простого случая, т. е. накачки полупроводникового лазера, отложим до разд. 6.6 (см. гл. 6).

Электрическая накачка газового лазера осуществляется пропуском через газовую смесь постоянного, высокочастотного (ВЧ) или импульсного тока. Вообще говоря, ток через газ может протекать либо вдоль оси лазера (продольный разряд, рис. 3.16, а), либо поперек ее (поперечный разряд, рис. 3.16, б). В лазерах с продольным разрядом электроды нередко имеют кольцеобразную форму, причем, чтобы ослабить деградацию

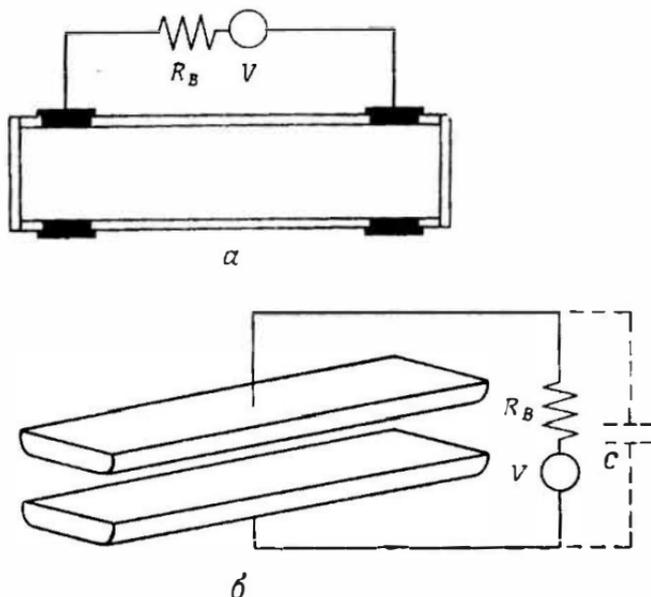


Рис. 3.16. Наиболее часто используемая схема накачки на основе возбуждения газовым разрядом.

материала катода вследствие столкновений с ионами, площадь поверхности катода делается, как правило, намного больше, чем у анода. В лазерах же с поперечным разрядом электроды вытягиваются на всю длину лазерной среды. В зависимости от типа лазера применяются самые различные конструкции электродов (некоторые из них мы обсудим в гл. 6). Схемы с продольным разрядом используются обычно лишь для непрерывных лазеров<sup>1)</sup>, в то время как поперечный разряд применяется как для накачки постоянным, так и импульсным и высокочастотным током. Поскольку поперечные размеры лазера обычно существенно меньше продольных, в одной и той же газовой

<sup>1)</sup> С весьма важным исключением: лазеры на парах меди и золота работают в импульсном режиме и с продольным возбуждением; см. разд. 6.3.1.2. — *П; ил. перев.*

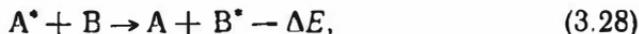
смеси напряжение, которое необходимо приложить в случае поперечной конфигурации, значительно ниже, чем напряжение для продольной конфигурации. Однако продольный разряд, когда он происходит в диэлектрической (например, стеклянной) трубке, как на рис. 3.16, а, позволяет получить более однородное и стабильное распределение накачки. В дальнейшем мы в основном ограничимся рассмотрением разрядов постоянного тока.

В электрическом разряде образуются ионы и свободные электроны, а поскольку они приобретают дополнительную энергию от приложенного электрического поля, они могут возбуждать при столкновениях нейтральные атомы. Положительные ионы благодаря своей

большой массе ускоряются значительно хуже, чем электроны, и поэтому не играют сколько-нибудь существенной роли в процессе возбуждения. Поэтому электрическая накачка газа происходит с помощью одного из следующих двух процессов (или обоих этих процессов): 1) в газе, состоящем только из одного сорта частиц, возбуждение осуществляется лишь электронным ударом, т. е. в соответствии с процессом



где  $X$  — атом в основном состоянии,  $X^*$  — атом в возбужденном состоянии. Такой процесс называется столкновением первого рода; 2) в газе, состоящем из двух компонентов (скажем,  $A$  и  $B$ ), возбуждение может осуществляться также и при столкновениях частиц разного сорта благодаря процессу, называемому резонансной передачей энергии (см. разд. 2.5 и рис. 2.12). Обращаясь к рис. 3.17, предположим, что частица  $B$  находится в основном состоянии, а частица  $A$  — в возбужденном благодаря электронному удару. Будем также считать, что разность энергий  $\Delta E$  между этими двумя переходами меньше, чем  $kT$ . Тогда существует заметная вероятность того, что после столкновения частицы  $A$  окажутся в основном состоянии, а частицы  $B$  — в возбужденном. Этот процесс можно записать в виде



где разность энергий  $\Delta E$  в зависимости от своего знака будет либо добавляться, либо отниматься от энергии поступательного

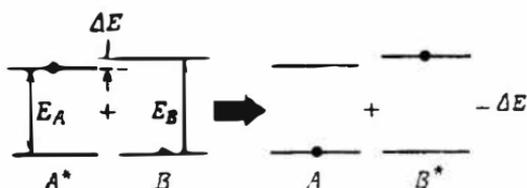


Рис. 3.17. Околорезонансная передача энергии.

движения. Процесс (3.28) особенно привлекателен для накачки частиц В в том случае, когда верхнее состояние частиц А является метастабильным (переход запрещен). В этом случае, как только частица А будет возбуждена на свой верхний уровень, она будет оставаться там в течение длительного времени и создавать тем самым резервуар энергии для возбуждения частиц В. Процесс этого типа, представленный выражением (3.28), называется столкновением второго рода <sup>1)</sup>.

### 3.3.1. Физические свойства газовых разрядов [10—12]

В предыдущем разделе мы уже отмечали, что именно электроны ответственны за явления, происходящие в газовом разряде. Они приобретают энергию от приложенного поля и теряют или обмениваются ею посредством следующих трех процессов:

1. Неупругие столкновения с атомами (или молекулами), входящими в состав газовой смеси. Эти столкновения ведут либо к переходу атома в одно из его возбужденных состояний, либо к ионизации атома. Указанные явления возбуждения или ионизации электронным ударом представляют собой, возможно, наиболее важные процессы с точки зрения лазерной накачки, и мы их подробно рассмотрим в разд. 3.3.2.

2. Упругие столкновения с атомами. Если предположить, что атом находится в покое перед столкновением (средняя скорость движения атомов на самом деле гораздо меньше средней скорости движения электронов), то электроны будут терять энергию при столкновениях. При помощи прямого расчета можно показать, что если направление движения рассеянного электрона случайно, то электрон в среднем теряет  $2(m/M)$ -ную часть своей начальной энергии (где  $m$  — масса электрона, а  $M$  — масса атома). При этом теряемая доля энергии невелика, поскольку мало отношение  $m/M$  (например, для атомов Аг  $m/M = 1,3 \cdot 10^{-5}$ ).

3. Электрон-электронные столкновения. Поскольку в этом случае обе сталкивающиеся частицы заряжены и действуют

<sup>1)</sup> Столкновения *первого рода* приводят к преобразованию кинетической энергии частиц одного сорта в потенциальную энергию частиц другого сорта. При столкновениях *второго рода* потенциальная энергия преобразуется в некоторые другие виды энергии (кроме излучения), такие, как кинетическая энергия, или передается в форме потенциальной энергии (в виде электронной, колебательной или вращательной энергии) другим частицам того же или другого сорта. Следовательно, столкновения второго рода включают в себя не только процесс, обратный столкновениям первого рода (типа  $e + X^* \rightarrow e + X$ ), но и, например, преобразование энергии возбуждения в химическую энергию.

друг на друга на значительных расстояниях, такие столкновения происходят с высокой частотой. Исключение здесь составляет лишь случай слабо ионизованного газа. В силу того, что массы частиц здесь одинаковы, имеет место интенсивный обмен энергиями между ними. Благодаря столкновениям электронный «газ» в плазме приобретает некоторое распределение скоростей, а следовательно, и энергий. Это распределение мы будем описывать функцией распределения по энергиям  $f(E)$ , причем  $f(E)dE$  есть вероятность того, что электрон обладает энергией в интервале от  $E$  до  $E + dE$ . Если вследствие электрон-электронных столкновений перераспределение энергий происходит достаточно быстро по сравнению с потерями энергии при упругих и неупругих столкновениях с атомами, то согласно статистической механике распределение скоростей (или энергий) электронов описывается функцией Максвелла — Больцмана. Таким образом, мы имеем

$$f(E) = \left( \frac{2}{\pi^{1/2}} \frac{1}{kT_e} \right) \left( \frac{E}{kT_e} \right)^{1/2} e^{-E/kT_e}; \quad (3.29)$$

здесь  $T_e$  — электронная температура. Из предыдущего обсуждения можно сразу заключить, что  $T_e$  значительно выше, чем температура газа  $T$  и ионная температура  $T_i$ . Так как энергия электрона  $E$  равна  $mv^2/2$  ( $v$  — скорость электрона), из выражения (3.29) можно получить среднее значение тепловой скорости  $v_T$  электрона. Определяя  $v_T$  как  $v_T = \langle v^2 \rangle^{1/2}$ , из (3.29) сразу находим

$$v_T = [3kT_e/m]^{1/2}. \quad (3.30)$$

В действительности же предположение о том, что распределение энергии электронов описывается статистикой Максвелла — Больцмана, можно рассматривать лишь как весьма грубое приближение первого порядка. На самом деле в слабо ионизованном газе (такой газ имеет место в молекулярных лазерах) скорость перераспределения энергии за счет электрон-электронных столкновений не равна скорости, с которой происходят, скажем, неупругие столкновения с атомами. В этом случае следует ожидать, что при значениях энергии, соответствующих характерным для атомов или молекул полосам поглощения, функция распределения энергий  $f(E)$  будет иметь провалы.

Другая очевидная причина того, почему распределение не является максвелловским, состоит в том, что это распределение по скоростям должно быть в пространстве сферически симметричным. Действительно, если бы это было так, то результирующий поток электронов равнялся бы нулю и в разряде не мог бы течь ток! Поэтому в присутствии внешнего электрического поля

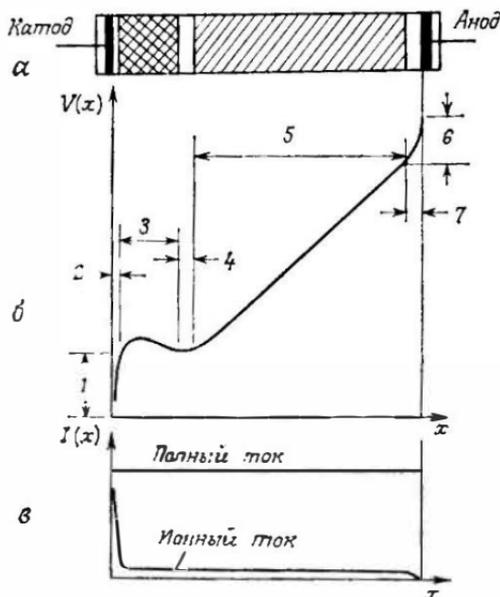
мы должны предположить наличие у пространственного распределения скоростей выделенной оси в направлении поля. Следовательно, мы можем определить скорость дрейфа  $v_{\text{дрейф}}$  как среднее значение скорости электронов вдоль этой оси. Впрочем, скорость дрейфа обычно оказывается очень малой по сравнению с  $v_T$  ( $10^{-2}$  или меньше), так что мы можем представить себе движение электронов в газе как медленно дрейфующий рой случайно движущихся частиц, а не как направленный их поток. Это также означает, что пространственное распределение скоростей электронов лишь слегка вытянуто в направлении поля.

Рассмотрим теперь несколько физических аспектов пространственных характеристик газового разряда. Обращаясь к рис. 3.18, мы видим, что в тлеющем разряде можно выделить пять основных пространственных областей.

1) Катодное темное пространство. Это область, которая сравнительно слабо излучает и имеет длину, как правило, много меньше 1 мм. В этой области наблюдается значительное падение напряжения (рис. 3.18, б).

Рис. 3.18. Области газового разряда. а — расположение областей газового разряда; б — распределение потенциала вдоль оси  $x$  (1 — катодное падение; 2 — катодный слой; 3 — отрицательное свечение; 4 — фарадеево темное пространство; 5 — положительный столб; 6 — анодное падение; 7 — анодный слой); в — распределение тока вдоль оси  $x$ .

2) Катодное (отрицательное) свечение. Это ярко свтяющаяся область длиной около двух сантиметров, электрическое поле в которой почти равно нулю. 3) Фарадеево темное пространство, сравнительно темный участок длиной около 1 см. 4) Положительный столб, который занимает большую часть остальной длины трубки. В типичных лазерах его длина может быть от нескольких десятков до нескольких сотен сантиметров. 5) Анодная область, протяженность которой составляет доли миллиметра. Таким образом, мы имеем в разряде две светящиеся области — катодное свечение и положительный столб, причем в подавляющем большинстве лазеров активной областью является именно поло-



жительный столб (однако в некоторых лазерах, таких, как лазеры на разряде с полым катодом, полезная инверсия создается в области катодного свечения). Следует заметить, что на практике благодаря физическим свойствам электродов катодное темное пространство, катодное свечение и фарадеево темное пространство не обязательно располагаются на оси лазера.

Чтобы объяснить наличие катодного темного пространства, заметим, что полный ток, связанный с ионами и электронами, должен, очевидно, быть постоянным по всей длине разряда. Мы считаем также, что в общем случае благодаря более высокой подвижности электронов ток переносится главным образом этими частицами. Однако, если эмиссионная способность катода ограничена, то значительную долю полного тока катода должны переносить ионы (рис. 3.18, в). Чтобы ионы могли переносить ток, для ускорения их массы требуется высокая напряженность поля и, таким образом, большое катодное падение напряжения ( $\sim 100\text{--}400\text{ В}$ ). Если же катод испускает достаточное количество электронов с помощью термоэлектронной эмиссии (горячий катод), то ионы больше не обязаны переносить значительную часть тока и катодное падение напряжения уменьшается почти до потенциала ионизации газа.

Отрицательное свечение обусловлено электронами, которые при прохождении области катодного падения приобретают кинетическую энергию, определяемую практически всем катодным падением напряжения. Эти высокоэнергетические электроны замедляются в области отрицательного свечения по мере их участия в возбуждающих и ионизирующих столкновениях. Поэтому данную область можно рассматривать как плазму, порождаемую внешним «электронным пучком».

Для положительного столба характерно почти линейное изменение потенциала с расстоянием, т. е. постоянное электрическое поле. Из уравнения Пуассона тогда следует, что в этой области преобладает электронейтральная плазма. Таким образом, благодаря более высокой подвижности электронов основная часть тока (более 99 %) переносится электронами.

Наконец, область анодного падения возникает потому, что, поскольку анод не испускает ионы, весь ток с поверхности анода должен переноситься электронами. Так же, как и в области катодного падения, в анодной области не соблюдается электронейтральность. Следовательно, в этой области тоже должно быть сильное электрическое поле и большое падение напряжения.

Заслуживает некоторого внимания рассмотрение также вольт-амперной характеристики газового разряда. Эта характеристика

схематически показана на рис. 3.19 сплошной линией. Заметим, что в рабочей области разность потенциалов на концах разряда почти не изменяется (хотя и имеет тенденцию к небольшому уменьшению) с увеличением тока. Физическое обоснование такого поведения мы обсудим в конце разд. 3.3.2.4. Пиковое напряжение (напряжение поджига)  $V_p$ , которое на

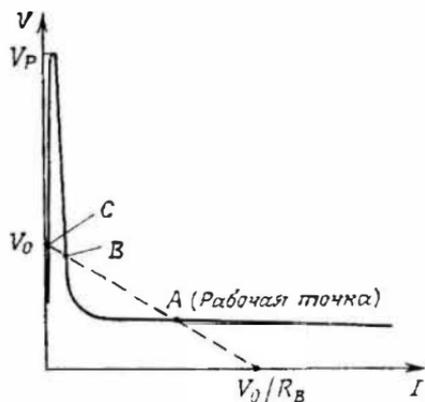


Рис. 3.19. Вольтамперная характеристика газового разряда  $V(I)$ .

порядок превосходит рабочее напряжение, необходимо для образования пробоя в газе, чтобы поджечь разряд. Для стабилизации разряда при некотором данном значении тока разрядная трубка питается от источника, в котором в цепи, дающей напряжение  $V_0$ , включено последовательно балластное сопротивление  $R_B$ . Из рис. 3.19 мы видим, что ток будет устанавливаться на значении, соответствующем одному из пересечений вольт-амперных характеристик разряда (сплошная линия) и источника

питания (штриховая линия), т. е. точкам  $A$  и  $C$ . (Точка пересечения  $B$  соответствует неустойчивому состоянию.) Если прикладывать напряжение источника питания к лампе, которая первоначально не была подожжена, то рабочая точка лампы установится в точку  $C$  с очень небольшим током. Чтобы достичь другого устойчивого состояния лампы  $A$ , которое и является настоящей рабочей точкой, нам необходимо на короткое время увеличить приложенное напряжение, с тем чтобы превзойти высоту барьера  $V_p$ . Это обычно производится путем прикладывания высокого напряжения к тем же электродам (или к дополнительным) (см. рис. 3.3) на время, достаточное для создания начальной ионизации.

### 3.3.2. Возбуждение электронным ударом

Выше мы уже упоминали о том, что электронные удары включают в себя как упругие, так и неупругие столкновения. При неупругом столкновении атом может либо возбуждаться на более высокий уровень, либо стать ионизированным.

Для простоты рассмотрим вначале ударное возбуждение коллимированным пучком моноэнергетических электронов. Если  $F_e$  — поток электронов (число электронов в единицу времени

через единицу площади), то полное сечение столкновения  $\sigma_e$  можно определить по аналогии с определением, которое мы давали в случае потока фотонов [см. выражение (2.84)], а именно с помощью выражения

$$dF_e = -\sigma_e N_g F_e dz, \quad (3.31)$$

где  $dF_e$  — изменение потока, которое имеет место, когда пучок электронов распространяется в среде на расстояние  $dz$ . Столкновения, которые приводят к возбуждению электронным ударом, определяют лишь некоторую часть этого полного сечения. В действительности наибольшим является сечение упругих столкновений  $\sigma_{el}$ . Сечение  $\sigma_{el}$  по порядку величины составляет около  $10^{-16}$  см<sup>2</sup>. Если сечение электронного возбуждения частицы с основного на верхний лазерный уровень обозначить через  $\sigma_{e2}$ , то в соответствии с выражением (3.31) скорость заселения верхнего состояния под действием накачки запишется в виде

$$(dN_2/dt)_p = \sigma_{e2} N_g F_e = N_g N_e v \sigma_{e2}, \quad (3.32)$$

где  $v$  — скорость электронов, а  $N_e$  — их плотность. Чтобы вычислить скорость накачки, необходимо знать величину  $\sigma_{e2}$ , которая в свою очередь зависит от энергии  $E$  налетающего электрона, т. е.  $\sigma_{e2} = \sigma_{e2}(E)$ . Однако в газовом разряде электроны имеют некоторое распределение по энергии. В таком случае скорость заселения верхнего уровня можно найти из выражения (3.32) усреднением его по этому распределению. Таким образом, мы получаем следующее выражение:

$$(dN_2/dt)_p = N_g N_e \langle v \sigma_{e2} \rangle, \quad (3.33)$$

где

$$\langle v \sigma \rangle = \int v \sigma(E) f(E) dE. \quad (3.34)$$

В соответствии с (1.10) и (3.33) скорость накачки дается выражением

$$W_p = N_e \langle v \sigma \rangle, \quad (3.35)$$

где  $\langle v \sigma \rangle$  вычисляется с помощью (3.34). Таким образом, для вычисления  $W_p$  необходимо знать две величины, а именно  $\sigma$  и  $f$ , зависимость которых от энергии мы рассмотрим теперь более детально.

### 3.3.2.1. Сечение электронного удара [13]

На рис. 3.20 приведена качественная зависимость  $\sigma$  от энергии электронов  $E$  для трех следующих случаев перехода: 1) оптически разрешенный переход; 2) оптически запрещенный

переход без изменения мультиплетности; 3) оптически запрещенный переход с изменением мультиплетности. Во всех трех случаях максимальное значение  $\sigma$  нормировалось на единицу. Заметим, что в любом случае для сечения имеется четко выраженный порог  $E_{\text{пор}}$ . Как и следовало ожидать, значение  $E_{\text{пор}}$  оказывается близким к энергии рассматриваемого перехода. После порога сечение резко возрастает, достигает максимального значения и далее медленно спадает.

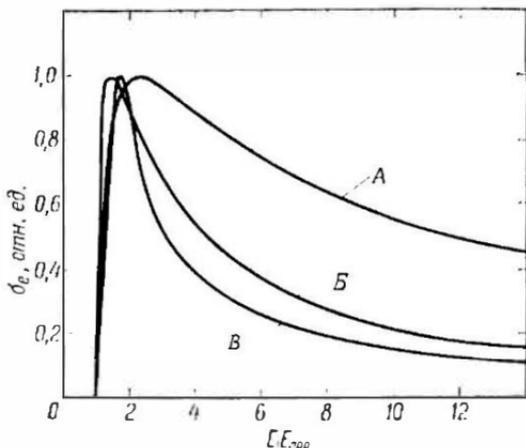


Рис. 3.20. Качественная зависимость сечения возбуждения электронным ударом от энергии падающего электрона. Кривая А — оптически разрешенный переход; кривая Б — оптически запрещенный переход без изменения мультиплетности; кривая В — оптически запрещенный переход с изменением мультиплетности. Кривые А—В построены с использованием данных, приведенных в работе [13], для  $2p$ - и  $2s$ -переходов в водороде и для  $2^3S$ -перехода в гелии соответственно.

(кривая Б на рис. 3.20). 3) В случае когда происходит изменение мультиплетности, максимальное сечение может быть больше, чем для оптически запрещенного перехода, а ширина кривой теперь, как правило, равна или несколько меньше пороговой энергии  $E_{\text{пор}}$  (кривая В на рис. 3.20). Следует заметить, что во всех трех случаях ширина кривой сравнима с пороговой энергией, т. е. с энергией перехода. Это поведение существенно отличается от того, которое мы имели для сечения поглощения фотонов. Как мы показали в разд. 2.3.3, энергетическая ширина линии в зависимости от механизма уширения может составлять  $10^{-6}$ — $10^{-4}$  часть энергии перехода, т. е. ширина переходов, обусловленных взаимодействием с фотонами, оказывается зна-

чительно меньше. Максимальное значение  $\sigma$  и ширина кривой зависят от типа участвующего перехода. 1) Для оптически разрешенного перехода максимальное значение  $\sigma$  обычно составляет  $10^{-16}$  см<sup>2</sup>, а ширина кривой может быть в 10 раз больше, чем пороговая энергия  $E_{\text{пор}}$  (кривая А на рис. 3.20). 2) Для оптически запрещенных переходов без изменения мультиплетности максимальное сечение резко падает почти на три порядка (до значения около  $10^{-19}$  см<sup>2</sup>), а ширина кривой может быть всего в 3—4 раза больше пороговой энергии

чительно более узкой, чем при соударениях с электронами. Это объясняется тем, что возбуждение электронным ударом в принципе не является резонансным явлением, т. е. любой излишек энергии уносится в виде энергии рассеянного электрона. Именно это обстоятельство является основной причиной того, что возбуждение газообразной среды производится значительно более эффективно «полихроматическим» источником электронов (таким, как газовый разряд), чем полихроматическим источником света (таким, как лампа).

Чтобы иметь более глубокое представление о механизмах, участвующих в возбуждении электронным ударом, опишем квантовомеханический расчет сечения  $\sigma$ . Для оптически разрешенных или оптически запрещенных переходов без изменения мультиплетности наиболее простым (и во многих случаях дающим наибольшую точность) является расчет с использованием борновского приближения. Пучок моноэнергетических электронов, падающий на атом, описывается функцией плоской волны вида  $\exp(i\mathbf{k}_0 \cdot \mathbf{r})$ . Здесь  $k_0 = 2\pi/\lambda$ , а  $\lambda$  — дебройлевская длина волны электрона [ $\lambda = (12,26/V)$  Å, где  $V$  — энергия электрона в электронвольтах]. Между падающим электроном и электронами атома действует сила электростатического отталкивания. Это взаимодействие считается достаточно слабым, так что вероятность атома совершить переход при соударении очень мала, а возможностью сразу двух таких переходов можно пренебречь. В этом случае уравнение Шрёдингера для рассматриваемой задачи может быть линеаризовано. При этом в сечение перехода будет входить множитель вида  $\left| \int u_2^* \exp\{i[(\mathbf{k}_0 - \mathbf{k}_n) \cdot \mathbf{r}]\} u_1 dV \right|^2$ , где  $u_1$  и  $u_2$  — волновые функции соответственно основного и возбужденного состояний атома, а  $k_n$  — волновой вектор рассеянного электрона. Если затем предположить, что длина волны электрона  $\lambda = 2\pi/k_0$  намного превышает размеры атома, то отсюда с учетом выражения для длины волны де Бройля следует, что энергия электрона  $E$  не больше нескольких электрон-вольт. В этом случае множитель  $\exp\{i[(\mathbf{k}_0 - \mathbf{k}_n) \cdot \mathbf{r}]\}$  в вышеприведенном интеграле можно разложить в ряд по степеням радиус-вектора  $\mathbf{r}$ , который определяет положение относительно атома. Для оптически разрешенных переходов в разложении экспоненты  $\exp[i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r})]$  мы удерживаем лишь первый ненулевой член (т. е.  $i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}$ , где  $\mathbf{k} = \mathbf{k}_0 - \mathbf{k}_n$ ), а отсюда следует, что сечение  $\sigma_e$  пропорционально  $|\mu|^2$ , где  $|\mu|^2$  определяется выражением (2.28). Мы видим, что в случае оптически разрешенного перехода сечение возбуждения электронным ударом  $\sigma_e$  зависит от того же матричного элемента  $|\mu|$ , который входит в выражение для сечения поглощения фотона. Таким образом, можно

ожидать, что для интенсивных оптических переходов сечение возбуждения электронным ударом будет также велико. В случае оптически запрещенных переходов без изменения мультиплетности ( $\Delta S = 0$ ; например, переход  $1^1S \rightarrow 2^1S$  в атоме He; см. рис. 6.5) борновское выражение для сечения дает ненулевое значение следующего по порядку члена в разложении  $\exp[i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r})]$ . Это означает, что  $\sigma_e$  теперь пропорционально величине  $\left| e \int u_2^* x^2 u_1 dx \right|^2$ , а не, как в предыдущем случае, величине  $\left| e \int u_2^* x u_1 dx \right|^2$ , которая теперь равна нулю, поскольку  $u_1$  и  $u_2$  имеют одну и ту же четность. Следует заметить, что выражение для  $\sigma$ , полученное для данного случая, полностью отличается от соответствующего выражения, справедливого в случае взаимодействия с фотоном, т. е. магнитодипольного взаимодействия. Поэтому не удивительно, что  $\sigma_{\text{запрещ}}/\sigma_{\text{разреш}}$  составляет около  $10^{-3}$ , в то время как то же отношение для поглощения фотона имеет величину порядка  $10^{-5}$ , что было установлено выше [см. выражение (2.45)]. Отсюда можно сделать вывод, что возбуждение оптических переходов электронным ударом осуществляется относительно легко по сравнению с «фотонным ударом», и это имеет весьма важные последствия для большинства газовых лазеров, поскольку накачка в них часто осуществляется через оптически запрещенные переходы.

В случае перехода с изменением мультиплетности (например,  $1^1S \rightarrow 2^3S$  в He; см. рис. 6.5) борновское приближение дает нулевое сечение в любом порядке разложения экспоненты  $\exp[i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r})]$ . Действительно, в таком переходе происходит изменение спина, в то время как в рамках борновского приближения падающий электрон через электростатическое взаимодействие с ним может оказывать влияние лишь на орбитальное движение атома, а не на его спин<sup>1)</sup>. Теория для этого случая разработана Вигнером, а ее исходным постулатом служит тот факт, что при столкновении должна сохраняться сумма полного спина атома и спина падающего электрона, но не обязательно спина непосредственно атома. Следовательно, переходы могут осуществляться за счет столкновения с обменом электронами, когда налетающий электрон замещает электрон атома, участвующего в переходе, и этот электрон в свою очередь вылетает из атома (однако в процессе столкновения оба электрона квантово-механически неразличимы). Для сохранения полного спина спин на-

<sup>1)</sup> Отсюда следует, что спин-орбитальное взаимодействие пренебрежимо мало, а это справедливо для легких атомов (например, для He, Ne) и верно для тяжелых атомов типа Hg.

летающего электрона должен быть противоположен спину вылетающего электрона. Из нашего краткого обсуждения этого случая можно заключить, что рассмотренный здесь обменный механизм должен иметь более резонансный характер по сравнению с механизмом, полученным в борновском приближении. Действительно, большая вероятность первого обмена будет лишь в том случае, когда энергия налетающего электрона близка к энергии перехода. Теперь становится ясным, почему ширина резонансной кривой на рис. 3.20 (кривая  $B$ ) является наименьшей из трех представленных на этом рисунке. Однако при резонансе величина  $\sigma_e$  должна иметь большое значение. Поэтому не удивительно, что максимальное сечение может быть даже больше, чем в случае оптически разрешенных переходов без изменения спина.

### 3.3.2.2. Распределение энергии электронов

Подробно обсудив физические явления, связанные с определением сечения возбуждения электронным ударом, рассмотрим теперь распределение  $f(E)$  энергии электронов.

Если предположить, что распределение энергии является максвелловским, то применимо соотношение (3.29) и единственная величина, которая должна быть известна, — это электронная температура  $T_e$ . Температуру  $T_e$  можно связать с прикладываемым электрическим полем  $\mathcal{E}$ . Для этого сделаем упрощающее предположение, а именно будем считать, что при каждом столкновении теряется некоторая доля  $\delta$  кинетической энергии электрона. Если  $v_T$  средняя тепловая скорость электрона, то средняя кинетическая энергия равна  $mv_T^2/2$ . Частота столкновений равна  $v_T/l$ , где  $l$  — средняя длина свободного пробега электрона. Следовательно, при столкновении электрон теряет мощность  $\delta(v_T/l)(mv_T^2/2)$ ; эта мощность должна быть равна мощности, подводимой электрическим полем  $\mathcal{E}$ , которая в свою очередь равна  $e\mathcal{E}v_{\text{дрейф}}$ . Таким образом, можно написать уравнение

$$e\mathcal{E}v_{\text{дрейф}} = \delta(v_T/l)(mv_T^2/2), \quad (3.36)$$

которое дает одно из необходимых соотношений между двумя неизвестными величинами  $v_{\text{дрейф}}$  и  $v_T$ . Следовательно, нам нужно еще одно уравнение. Его можно получить, рассматривая свободное движение электрона между двумя последовательными столкновениями в точках 1 и 2 на рис. 3.21. Предположим, что после каждого столкновения электрон рассеивается в случайных направлениях и, следовательно, теряет преимущественное

направление скорости дрейфа. Таким образом, предполагается, что в точке 1 электрон имеет лишь тепловую скорость  $v_T$ , направление которой с приложенным электрическим полем составляет угол  $\theta$ . За время свободного пролета между точками 1 и 2 электрон будет ускоряться электрическим полем. Импульс, сообщаемый этим полем электрону, равен  $e\mathcal{E}l/v_T$ , где  $l$  — расстояние между точками 1 и 2 (среднее значение этой величины прием равным средней длине свободного пробега электрона).

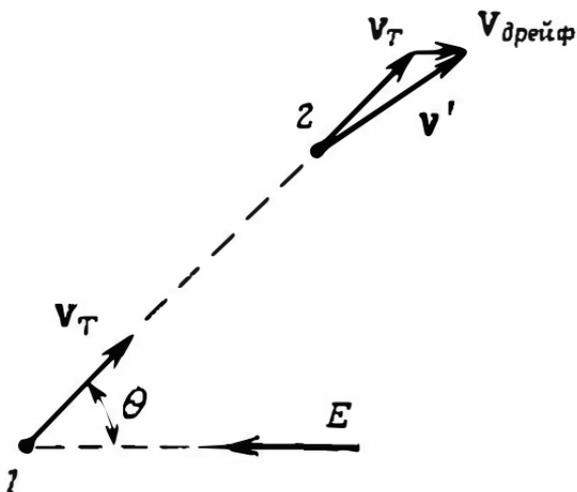


Рис. 3.21. Вычисление скорости дрейфа, обусловленной ускорением электрона внешним электрическим полем между двумя столкновениями.

Этот импульс можно приравнять изменению количества движения электрона, т. е. величине  $mv_{\text{дрейф}}$ . Таким образом мы получим следующее выражение:

$$e\mathcal{E} = mv_T v_{\text{дрейф}}, \quad (3.36a)$$

которое вместе с (3.36) образует систему двух уравнений для двух неизвестных  $v_T$  и  $v_{\text{дрейф}}$ . Из этих уравнений имеем:

$$v_T^2 = (2/\delta)^{1/2} (e\mathcal{E}l/m), \quad (3.37)$$

$$v_{\text{дрейф}} = (\delta/2)^{1/4} (e\mathcal{E}/m)^{1/2}. \quad (3.37a)$$

Поскольку электронная температура определяется выражением  $kT_e = mv_T^2/3$  [см. (3.30)], из (3.37) получаем искомое выражение для  $T_e$ :

$$T_e = [(2/\delta)^{1/2} (e/3k)] (\mathcal{E}l). \quad (3.38)$$

Поскольку средняя длина свободного пробега  $l$  обратно пропорциональна давлению газа  $p$ , из (3.38) следует, что для данного

газа электронная температура  $T_e$  определяется лишь отношением  $\mathcal{E}/\rho$ . Это отношение представляет собой фундаментальную величину, которая определяет установление данной электронной температуры в системе и которую используют нередко на практике в качестве полезного параметра при определении условий разряда. Для конкретной смеси газов обычно существует некоторое значение отношения  $\mathcal{E}/\rho$ , при котором получается максимальная скорость накачки. Слишком малое значение  $\mathcal{E}/\rho$  приводит к очень низкой электронной температуре  $T_e$ , и лазерные уровни накачки не могут эффективно возбуждаться. Наоборот, при слишком большом значении  $\mathcal{E}/\rho$  (а следовательно, и  $T_e$ ) возбуждаются более высокие уровни (которые не могут сильно взаимодействовать с лазерным переходом) и возникает избыточная ионизация (которая может вызывать неустойчивый разряд, т. е. тлеющий разряд может перейти в дуговой) газовой смеси.

Представленный выше расчет является довольно грубым, поскольку он основан на предположении о том, что электрон теряет при столкновении часть своей энергии, равную  $\delta$ . Хотя данное условие выполняется при упругих столкновениях с атомами (в этом случае  $\delta = 2m/M$ ), для неупругих столкновений это неочевидно [электрон-электронные столкновения не играют никакой роли в уравнении энергетического баланса (3.36), поскольку они просто перераспределяют скорости электронов без изменения их средней энергии]. Следует заметить, что упругие столкновения в действительности происходят намного чаще, чем неупругие (сечение упругих столкновений обычно много больше сечения неупругих столкновений). Однако доля энергии, теряемая при упругих столкновениях, очень мала. В самом деле, если бы упругие столкновения были основным механизмом охлаждения электронов, то основная часть энергии разряда тратилась бы на нагрев атомов, а не на их возбуждение, и разряд не был бы столь эффективным для накачки лазера. Другая причина, почему наши вычисления нельзя считать адекватными, состоит в предположении о максвелловском характере распределения, что не выполняется на практике [14]. Тем не менее в лазерах на нейтральных атомах и в ионных газовых лазерах отклонение от максвелловского распределения невелико, и в этих случаях в расчетах нередко используют максвелловское распределение. Однако в молекулярных лазерах, генерирующих на колебательных переходах, газ ионизован очень слабо и средняя энергия электронов мала ( $E \approx 1$  эВ, поскольку необходимо возбудить только колебательные состояния) по сравнению с энергией (10—30 эВ), необходимой для лазеров на нейтральных атомах и ионных газовых лазерах. Соответственно следует ожидать,

что приближение максвелловского распределения не будет адекватным для молекулярных лазеров. В этом случае, чтобы получить распределение энергии электронов  $f(E)$ , расчет необходимо провести *ab initio* (с самого начала). С этой целью для электронов записывают кинетическое уравнение (уравнение Больцмана), которое требует знания всех возможных процессов столкновения электронов, приводящих к возбуждению (или снятию возбуждения) колебательных или электронных уровней во всех компонентах газовой смеси в разряде. Таким образом,

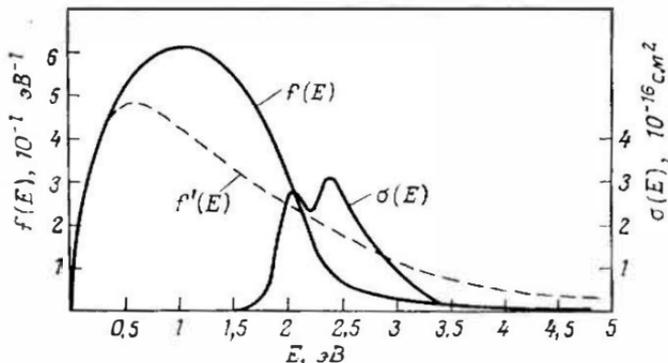


Рис. 3.22. Сравнение распределения энергии электронов  $f(E)$  для газовой смеси в отношении  $\text{CO}_2:\text{N}_2:\text{He} = 1:1:8$  (из работы [15]) с распределением Максвелла при той же средней энергии. На этом же рисунке представлена кривая для сечения возбуждения молекул азота электронным ударом вплоть до колебательного уровня с  $v = 5$  (из работы [22]). Приведенные кривые отражают скорее физическую картину явления, чем конкретные числовые значения, полученные в упомянутых выше работах.

расчет становится совершенно запутанным, а в некоторых случаях и неосуществимым из-за отсутствия необходимых данных о сечениях столкновений электронов. Подробные расчеты на ЭВМ были сделаны только для играющих особую важную роль газовых смесей, таких, как смесь  $\text{CO}_2:\text{N}_2:\text{He}$ , используемая в  $\text{CO}_2$ -лазерах высокой мощности [15, 16]. В качестве примера на рис. 3.22 показано вычисленное распределение  $f(E)$  для смеси газов  $\text{CO}_2:\text{N}_2:\text{He} = 1:1:8$  при условии, что отношение  $\mathcal{E}/p$  порядка  $8 \text{ В} \cdot \text{см}^{-1} \cdot (\text{мм рт. ст.})^{-1}$ . На том же рисунке приведено и максвелловское распределение  $f'(E)$ , соответствующее той же средней энергии электронов. Заметим, что в этом случае  $f(E)$  существенно отличается от максвелловского распределения. Чтобы лучше понять этот результат, на том же рисунке показано сечение возбуждения электронным ударом для молекулы  $\text{N}_2$  вплоть до колебательного уровня с  $v = 5$ . В  $\text{CO}_2$ -лазере электрическая накачка осуществляется главным образом возбужде-

нием этих уровней с последующей передачей энергии молекуле  $\text{CO}_2$ . Из рисунка видно, что проседание кривой  $f(E)$  по сравнению с максвелловой кривой при  $E > 2$  эВ обусловлено очень большим значением  $\sigma$  ( $\sim 10^{-16}$  см<sup>2</sup>). Действительно, очень немногие электроны, ускоряемые электрическим полем разряда, переходят барьер  $E = 2$  эВ, поскольку они немедленно примут участие в возбуждении молекул  $\text{N}_2$ . Поэтому электроны накапливаются в области энергии меньше 2 эВ.

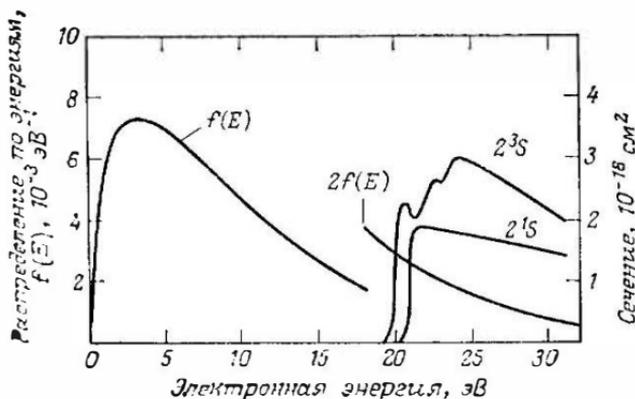


Рис. 3.23. Распределение энергий электронов и сечений поглощения на переходах  $2^1S$  и  $2^3S$  в гелии (кривые для сечений заимствованы из работы [13]).

Из сказанного ясно, что в этом случае понятие электронной температуры теряет свой смысл. Однако можно все же определить среднюю тепловую скорость, среднюю энергию электронов и среднюю скорость дрейфа. Используя уравнения сохранения энергии и импульса, можно и в этом случае показать, что энергия электронов и скорость дрейфа (для рассматриваемой газовой смеси) зависят лишь от отношения  $\mathcal{E}/\rho$ , что мы и получили из предыдущих грубых рассуждений.

Для сравнения с результатами рис. 3.22 на рис. 3.23 представлены распределение энергии и сечения поглощения, которые соответствуют разряду в гелии при условиях работы He—Ne-лазера. В этом случае предполагалось наличие максвелловского распределения со средней энергией электронов 10 эВ. Представленные на рисунке сечения соответствуют возбуждению электронным ударом на уровни  $2^1S$  и  $2^3S$  гелия (которые действуют как уровни накачки неона, опять-таки путем передачи энергии). Заметим, что эти сечения примерно на два порядка меньше сечений для молекулы  $\text{N}_2$ . Такой результат объясняет, почему максвелловское распределение является весьма хорошим приближением в данном случае. Обратите внимание

также на аналогию, которую можно установить между рис. 3.5, 3.22 и 3.23. Действительно, спектр излучения лампы на рис. 3.5 можно считать эквивалентным распределению энергий электронов на рис. 3.22 и 3.23.

### 3.3.2.3. Пространственное распределение скорости накачки

Прежде чем приступить к расчету этого распределения, заметим, что плотность электронов  $N_e$  в выражении для  $W_p$  [см. (3.35)] может быть представлена как функция плотности тока  $J$  и скорости дрейфа  $v_{\text{дрейф}}$  следующим образом:

$$N_e = J / e v_{\text{дрейф}}. \quad (3.39)$$

В тлеющем разряде постоянное электрическое поле (см. рис. 3.19), а следовательно, и скорость дрейфа [см. выражение (3.37а)] не зависят от плотности тока  $J$ . Отсюда следует, что пространственная зависимость плотности электронов  $N_e$  [см. (3.39)], а значит, и скорости накачки  $W_p$  [см. (3.35)] такие же, как и для плотности тока  $J$ .

В случае когда газ заключен в цилиндрическую трубку и ток разряда протекает вдоль этой трубки, радиальную зависимость плотности тока  $J$  можно найти аналитически [17, 18]. Как для лазеров на нейтральных атомах, так и для ионных газовых лазеров можно считать, что электрон-ионная рекомбинация происходит только на стенках. Безызлучательная ион-электронная рекомбинация ( $A_i + e$ ) действительно не может происходить в объеме разряда, поскольку в таком процессе невозможно сохранение как полного момента, так и энергии частиц. Например, в лобовых столкновениях скорость  $v$  рекомбинировавшего атома дается простым выражением (полученным из условия сохранения импульса):  $v = (m_1 v_1 + m_2 v_2) / (m_1 + m_2)$ , где  $m_i$  ( $i = 1, 2$ ) — массы, а  $v_i$  — скорости электрона и иона до столкновения. Для данных значений  $v_1$  и  $v_2$  скорость  $v$  определяется однозначно. Следовательно, кинетическая энергия  $(m_1 + m_2) v^2 / 2$  также определена и в общем случае не равна сумме исходной кинетической энергии частиц и энергии рекомбинации. Однако излучательная ион-электронная рекомбинация является маловероятным процессом, поскольку для осуществления этого процесса избыточная энергия рекомбинации должна быть удалена в течение короткого времени столкновения. Трехчастичный же процесс  $e + A_i + M$ , в котором избыточная энергия передается третьему партнеру  $M$ , также маловероятен при используемых давлениях газа (несколько мм рт. ст.).

Ион-электронная рекомбинация на стенках может осуществляться двумя различными механизмами в зависимости от дав-

ления газа  $p$  и радиуса трубки  $R$ . Если средняя длина свободного пробега иона много короче  $R$ , то рекомбинация осуществляется посредством амбиполярной диффузии к стенкам сосуда. Это означает, что как электроны, так и ионы диффундируют к стенкам. Если бы одна из заряженных частиц, скажем, электрон, благодаря своей более высокой подвижности диффундировала с более высокой скоростью, то в радиальном направлении возникло бы сильное электрическое поле. При этом такое радиальное поле уменьшило бы радиальную диффузию электронов и увеличило бы радиальную диффузию ионов.

Аналитическое описание амбиполярной диффузии можно получить на основе теории Шотки для положительного столба (в этой теории предполагается максвелловское распределение скоростей) [17, 18]. Согласно этой теории, радиальное распределение плотности электронов в разряде изменяется по закону  $J_0(2,4 r/R)$ , где  $J_0$  — функция Бесселя нулевого порядка. Эта функция построена на рис. 3.24. Заметим, что на стенках трубки плотность электронов уменьшается до нуля. Эксперименты показали, что теория Шотки справедлива для лазеров на инертных газах, в том числе на нейтральных атомах, а также для ионных лазеров на инертных газах высокого давления (которые работают в импульсном режиме). Интересно также заметить, что радиальная зависимость электронной плотности в виде функции Бесселя была использована для точного вычисления радиального распределения инверсии населенностей в  $\text{CO}_2$ -лазере [19], где, как мы видели, предположение о максвелловском распределении выполняется плохо.

Когда средняя длина свободного пробега иона становится сравнимой с радиусом трубки (что наблюдается в ионных газовых лазерах с относительно низким давлением), электроны и ионы достигают стенок не вследствие диффузии, а благодаря свободному пролету до них. В этом случае необходимо пользоваться моделью «свободного падения» Тонкса — Ленгмюра для

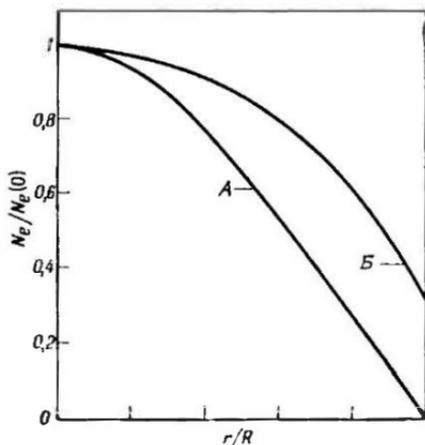


Рис. 3.24. Радиальная зависимость плотности электронов в газе, заключенном в цилиндрическую трубку (продольный разряд). Кривая А — теория Шотки (газ высокого давления); кривая В — теория Тонкса — Ленгмюра (газ низкого давления).

для лазеров на инертных газах, в том числе на нейтральных атомах, а также для ионных лазеров на инертных газах высокого давления (которые работают в импульсном режиме). Интересно также заметить, что радиальная зависимость электронной плотности в виде функции Бесселя была использована для точного вычисления радиального распределения инверсии населенностей в  $\text{CO}_2$ -лазере [19], где, как мы видели, предположение о максвелловском распределении выполняется плохо.

Когда средняя длина свободного пробега иона становится сравнимой с радиусом трубки (что наблюдается в ионных газовых лазерах с относительно низким давлением), электроны и ионы достигают стенок не вследствие диффузии, а благодаря свободному пролету до них. В этом случае необходимо пользоваться моделью «свободного падения» Тонкса — Ленгмюра для

плазменного разряда [20]. Соответствующее радиальное распределение плотности электронов в разряде показано в виде кривой *B* на рис. 3.24. Заметим, что эта кривая, хотя и не описывается функцией Бесселя, все же имеет колоколообразную форму.

В случае когда газ возбуждается током, текущим поперек оси резонатора (например, если оба электрода расположены вдоль оси резонатора; см. рис. 3.16, б), надежное определение пространственного распределения скорости накачки становится затруднительным. Действительно, на распределение влияют форма электродов, тип и геометрическое расположение иногда используемых дополнительных источников ионизации, а также характеристики потока газовой смеси в разрядной трубке. Экспериментальные измерения результирующей инверсии населенностей свидетельствуют о довольно неоднородном и асимметричном распределении накачки при таком виде разряда (обычно наблюдается 50 %-ное изменение скорости накачки от центра разрядного канала к периферии).

### 3.3.2.4. Уравнение ионизационного равновесия

Из уравнений Шотки и Тонкса — Ленгмюра можно получить весьма интересный результат, если заметить, что должно выполняться условие равновесия, согласно которому скорость образования электрон-ионных пар должна быть равна скорости рекомбинации этих пар на стенках трубки (уравнение ионизационного равновесия). Нетрудно показать, что скорость образования электрон-ионных пар  $W_i$  является функцией электронной температуры, т. е.  $W_i = W_i(T_e)$  (см. задачу 3.14). Действительно, ионизация происходит при соударениях с наиболее высокоэнергетическими электронами в распределении, и число таких электронов резко увеличивается с ростом  $T_e$ . Следует ожидать, что скорость рекомбинации на стенках  $W_r$  зависит от отношения радиуса трубки  $R$  и средней длины свободного пробега ионов, т. е. от произведения  $R$  на давление газа  $p$  [ $W_r = W_r(pR)$ ]. Если теперь записать

$$W_i(T_e) = W_r(pR), \quad (3.40)$$

то становится ясным, что между  $T_e$  и  $pR$  должна существовать функциональная зависимость. Таким образом, для данного газа  $T_e$  является функцией только  $pR$ , т. е.

$$T_e = f(pR). \quad (3.41)$$

Таким образом, уравнение ионизационного равновесия приводит к соотношению между  $T_e$  и  $pR$  по существу тем же путем,

что уравнение сохранения энергии приводит к связи между  $T_e$  и  $\mathcal{E}/\rho$  [см. выражение (3.38)].

Во-первых, используя зависимость (3.41), заметим, что для оптимизации скорости накачки в лазерном разряде температура  $T_e$  должна иметь оптимальное значение  $T_{e0}$ . Полагая в (3.41)  $T_e = T_{e0}$ , мы видим, что в лазере с продольным разрядом для данной газовой смеси будет существовать оптимальное значение  $\rho R$ , которое соответствует максимальной скорости накачки и, следовательно, максимальной выходной мощности.

Во-вторых, с помощью зависимости (3.41) можно объяснить, почему в устойчивом тлеющем разряде напряжение, приложенное к разряду, практически не зависит от тока  $I$  (см. рис. 3.19) [11]. Если рассмотреть некоторый разряд с данными значениями радиуса трубки и давления газа, то в соответствии с (3.41) мы будем иметь определенную электронную температуру. При этом из выражения (3.38) видно, что электрическое поле будет также фиксировано и не будет зависеть от тока разряда. Предыдущее рассуждение с небольшим изменением позволяет также объяснить, почему напряжение на рис. 3.19, приложенное к разряду, слегка уменьшается с ростом тока. Выражение (3.40) следовало бы модифицировать, чтобы включить в него еще и скорость ионизации  $W'_i$  с верхних возбужденных состояний данных атомных частиц. Таким образом,

$$W_i(T_e) + W'_i(T_e, J) = W_r(\rho R). \quad (3.40a)$$

Заметим, что  $W'_i$  зависит не только от  $T_e$ , как в случае  $W_i$ , но и от  $J$ , поскольку от  $J$  зависит населенность возбужденных состояний. В действительности следует ожидать, что  $W'_i$  увеличивается с ростом  $J$ . Рассматривая  $W'_i$  как небольшое возмущение скорости ионизации  $W_i$ , нетрудно прийти к заключению, что величина  $T_e$  в (3.40a) должна слегка уменьшаться с ростом  $J$ . Действительно, при больших значениях  $J$  необходимо меньшее число ионизирующих процессов, начинающихся с основного состояния, поскольку увеличивается роль ионизации из возбужденных состояний. Так как  $T_e$  слегка уменьшается с ростом  $J$ , электрическое поле разряда в соответствии с (3.38) должно также слегка уменьшаться с ростом  $J$ .

### 3.3.2.5. Вычисление скорости накачки

Если известны сечение взаимодействия с электроном  $\sigma_e$ , распределение электронной энергии  $f(E)$  и плотность числа электронов  $N_e$ , то нетрудно вычислить величину  $W_p$ . Из (3.35)

и (3.39) получаем следующее выражение:

$$W_p = \frac{J}{e} \left[ \frac{\langle v\sigma \rangle}{v_{дрейф}} \right], \quad (3.42)$$

где, как отмечалось выше, выражение в квадратных скобках зависит лишь от отношения  $\mathcal{E}/p$ . Заметим, что, поскольку величина  $\mathcal{E}$  (почти) постоянна для данного газового разряда, изменение скорости накачки может быть достигнуто лишь изменением плотности тока  $J$ . Вычислив  $W_p$ , общий результат расчета можно представить в наводящей на размышления форме, если, как и в случае оптической накачки, определить КПД накачки  $\eta_p$  в виде отношения минимальной мощности накачки, необходимой для достижения данной скорости накачки  $W_p$ , к фактической электрической мощности  $P$ , подведенной к разряду. Эта минимальная мощность может быть записана как  $\langle W_p \rangle N_g h\nu_p$ , где  $\langle W_p \rangle$  — усредненное по объему разряда  $V$  значение  $W_p$  и  $h\nu_p$  — разность энергий между верхним и основным лазерными уровнями. Таким образом, можно написать

$$\eta_p = \langle W_p \rangle V N_g h\nu_p / P. \quad (3.43)$$

Заметим, что с хорошей точностью КПД электрической накачки  $\eta_p$  не зависит от плотности тока разряда, поскольку как  $W_p$  [см. (3.42)], так и  $P$  пропорциональны плотности тока.

В качестве особенно наглядного примера вычисления  $\eta_p$  рассмотрим опять случай  $\text{CO}_2$ -лазера. На рис. 3.25 представлены результаты численного расчета для двух газовых смесей  $\text{CO}_2 : \text{N}_2 : \text{He} = 1 : 2 : 3$  и  $1 : 0,25 : 3$ . На рисунке представлена доля полной мощности накачки, идущей в различные каналы возбуждения, как функция отношения  $\mathcal{E}/p$ . Кривые *I* представляют мощность накачки, затрачиваемой на упругие столкновения, на возбуждение вращательных уровней основного состояния молекул  $\text{N}_2$  и  $\text{CO}_2$ , а также на возбуждение нижних колебательных уровней  $\text{CO}_2$ . Кривые *III* и *IV* определяют мощность, идущую соответственно на электронное возбуждение и ионизацию, а кривые *II* — мощность накачки соответственно верхнего (001) лазерного уровня молекулы  $\text{CO}_2$  и первых пяти колебательных уровней молекулы  $\text{N}_2$ . Если передача энергии между молекулами  $\text{N}_2$  и  $\text{CO}_2$  происходит с достаточной эффективностью, то всю эту мощность накачки можно рассматривать как полезную. Таким образом, кривая *II* дает КПД накачки  $\eta_p$ . Заметим, что, как упоминалось выше при рассмотрении электронной температуры (которая в данном случае не имеет смысла, поскольку распределение электронов далеко не максвелловское), существует оптимальное значение  $\mathcal{E}/p$ . При слишком малых  $\mathcal{E}/p$  мощность накачки в большой степени теряется на упругие столкновения и возбуждение нижних колебательных

уровней молекулы  $\text{CO}_2$ . При очень больших значениях  $\mathcal{E}/p$  преобладающим каналом возбуждения становится электронное возбуждение. Заметим также, что при оптимальной величине  $\mathcal{E}/p$  могут быть получены большие значения  $\eta_p$  (около 80 % для смеси 1 : 2 : 3).

Если величина  $\eta_p$  известна, то из (3.43) имеем

$$\langle W_p \rangle = \eta_p \frac{P}{V N_g h \nu_p}. \quad (3.44)$$

Таким образом, мы получили очень простое выражение для  $W_p$ , которым будем пользоваться в последующих главах. Безусловно,

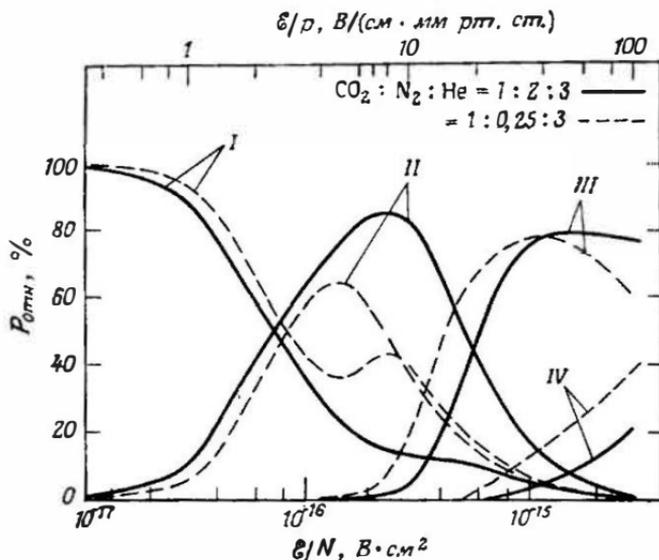


Рис. 3.25. Относительная мощность  $P_{отн}$  (в процентах к полной мощности), которая идет в различные каналы возбуждения  $\text{CO}_2$ -лазера ( $N$  — общая населенность частиц газа). Кривые *I* — упругие столкновения и т. п.; кривые *II* — колебательное возбуждение  $\text{CO}_2(001) + \text{N}_2$ ; кривые *III* — электронный удар; кривые *IV* — ионизация. (Согласно работе [15].)

но, как и в случае оптической накачки, пригодность этого выражения зависит от того обстоятельства, будет ли кем-нибудь предварительно выполнено вычисление величины  $\eta_p$ .

### 3.3.3. Возбуждение посредством (около)резонансной передачи энергии [13, 21]

В этом случае возбуждение можно также описать соответствующим сечением столкновения  $\sigma_{AB}$ :

$$(dN/dt)_{AB} = N_A N_B v \sigma_{AB}, \quad (3.45)$$

где  $(dN/dt)_{AB}$  — число переходов в единице объема за единицу времени, обусловленных процессом, определяемым выражением (3.28),  $N_A$  — населенность верхнего состояния частиц А, а  $N_B$  — населенность нижнего состояния частиц В. Для данной температуры  $T$  газа величину  $\sigma_{AB}$  необходимо усреднить по распределению скоростей рассматриваемых частиц.

Чтобы глубже понять механизмы, участвующие в возбуждении посредством передачи энергии, рассмотрим несколько вопросов, связанных с квантовомеханическим вычислением  $\sigma_{AB}$ . В процессе переноса энергии, который в действительности происходит следующим образом: когда частица А приближается к частице В, между ними происходит взаимодействие, которое может быть описано потенциальной энергией взаимодействия. Эта энергия может быть либо энергией притяжения (см. рис. 2.23), либо энергией отталкивания (см., например, рис. 6.25) в зависимости от того, стремятся ли две частицы сблизиться или оттолкнуться друг от друга. Рассмотрим эту двухчастичную систему как целое. Потенциал взаимодействия обозначим как  $U(\mathbf{r}_i, \mathbf{R}_j)$ , где  $\mathbf{r}_i$  и  $\mathbf{R}_j$  координаты соответственно электронов и ядер двухчастичной системы. Заметим, что, когда двумя сталкивающимися частицами являются атомы, единственной интересующей нас ядерной координатой является межъядерное расстояние  $R$ . Однако если частицы — это молекулы, то потенциал взаимодействия будет также зависеть от взаимной ориентации двух молекул. Чтобы упростить обсуждение данного вопроса, ограничимся рассмотрением случая сталкивающихся атомов. Во время столкновения межъядерное расстояние  $R$  будет меняться во времени [т. е.  $R = R(t)$ ], что приведет к зависящему от времени потенциалу  $U(\mathbf{r}_i, R(t)) = U(\mathbf{r}_i, t)$ . Для атомов, которые отталкиваются друг от друга, функция  $U(t)$ , по-видимому, будет иметь общий вид, показанный на рис. 3.26, а порядок величины времени столкновения  $\Delta\tau_c$  можно найти из выражения (2.61). Поскольку мы рассматриваем двухатомную систему как целое, будем считать, что волновая функция  $\psi_1$  начального состояния (т. е. до столкновения) соответствует ситуации, когда атом А находится в возбужденном состоянии, а атом В — в основном состоянии. Иными словами,  $\psi_1 = \psi_A \cdot \psi_B$ , где  $\psi_A$  и  $\psi_B$  — волновые функции двух изолированных атомов. Аналогичным образом можно записать волновую функцию  $\psi_2$  конечного состояния (после столкновения) в виде  $\psi_A \psi_B$ . Будем следовать обозначениям для общей схемы переноса энергии на рис. 3.17. Тогда энергия начального состояния  $E_1$  равна  $E_A$ , а энергия конечного состояния  $E_2$  равна  $E_B$ , где  $E_A$  и  $E_B$  — энергии возбужденных состояний частиц А

и В соответственно. Схема энергетических уровней двухатомной системы показана на рис. 3.27. Во время столкновения под действием возмущения, вызванного зависящим от времени потенциалом  $U(\mathbf{r}_i, t)$ , система будет совершать переход из состояния  $\psi_1$  в состояние  $\psi_2$ . На языке квантовой механики это означает, что на систему будет действовать зависящий от времени гамильтониан  $\mathcal{H}(\mathbf{r}_i, t)$ , который можно получить из потенциала  $U(\mathbf{r}_i, t)$  с помощью стандартных выкладок. Таким образом, мы видим, что, как и в случае поглощения фотона (разд. 2.3.1),

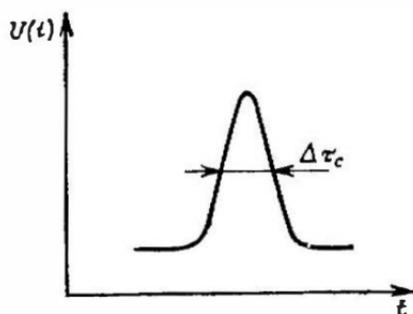


Рис. 3.26. Зависимость потенциала взаимодействия двух сталкивающихся частиц от времени.

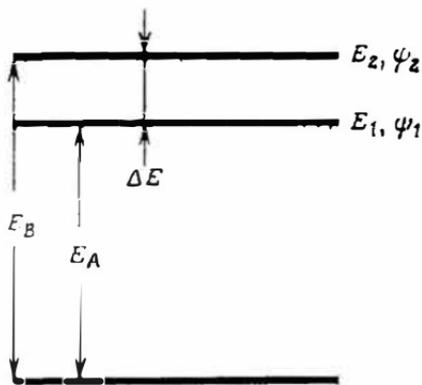


Рис. 3.27. Энергетические уровни двухатомной молекулы.

мы рассматриваем здесь именно случай двухуровневой системы (с энергиями  $E_1$  и  $E_2$ ), на которую действует зависящий от времени гамильтониан  $\mathcal{H}(\mathbf{r}_i, t)$ . Однако в этом случае временная зависимость гамильтониана  $\mathcal{H}(t)$ , будучи такой же, как и у потенциала  $U(t)$ , имеет форму импульса (см. рис. 3.26), в то время как в случае поглощения фотона временная зависимость имела форму синусоиды. Вычисление скорости перехода и тем самым сечения  $\sigma_{AB}$  производится таким же способом, как и для поглощения фотона (нестационарная теория возмущений), за исключением того, что теперь гамильтониан возмущения имеет импульсную зависимость от времени. Окончательное выражение для сечения перехода  $\sigma_{AB}$  можно записать в виде

$$\sigma_{AB} \sim \left| \int_{-\infty}^{+\infty} H(t) \exp(i\omega_1 t) dt \right|^2, \quad (3.46)$$

где

$$H(t) = \sum_i \int \psi_2^*(\mathbf{r}_i) \mathcal{H}(\mathbf{r}_i, t) \psi_1(\mathbf{r}_i) d\mathbf{r}_i \quad (3.47)$$

— матричный элемент перехода между начальным и конечным состояниями системы. Сумма в выражении (3.47) вычисляется по всем координатам электронов двухатомной системы. Величина  $\omega_{12}$  в (3.46) дается выражением  $\omega_{12} = \Delta E/\hbar$ , где  $\Delta E$  — энергия перехода (см. рис. 3.27).

Выражение (3.46) представляет собой искомый результат и позволяет сделать несколько замечаний о физической сущности рассматриваемых процессов. Вначале заметим, что величина  $\sigma_{AB}$  пропорциональна спектральной мощности матричного элемента  $H(t)$  на частоте  $\Delta E/\hbar$ . Так как временная зависимость  $H(t)$  совпадает с  $U(t)$  (т. е. с кривой на рис. 3.26), то отсюда следует, что  $\sigma_{AB}$  определяется фурье-образом  $U(\omega)$  потенциала взаимодействия  $U(t)$  на частоте перехода  $\omega_{12}$ . Это означает, что переход вызывается спектральной компонентой  $U(\omega)$  на частоте  $\omega = \omega_{12}$ , — результат, физическую сущность которого нетрудно понять. Имея этот результат, можно также предсказать ожидаемую зависимость  $\sigma_{AB}$  от энергетического зазора  $\Delta E$ . Таким образом, замечая, что фурье-спектр импульса, показанного на рис. 3.26, имеет максимум на частоте  $\nu = \omega/2\pi = 0$  с шириной полосы порядка  $1/\Delta\tau_c$ , можно ожидать больших значений  $\sigma_{AB}$  лишь в том случае, когда

$$\Delta E \leq h/\Delta\tau_c = \Delta E_{\text{рез}}; \quad (3.48)$$

здесь  $\Delta E_{\text{рез}}$  — ширина резонанса, в пределах которого может происходить обмен энергией. Заметим, что в соответствии с выражениями (2.61) и (2.62) можно написать следующее выражение:

$$\Delta E_{\text{рез}} = \frac{\hbar}{a} \left( \frac{8kT}{\pi M} \right)^{1/2}, \quad (3.49)$$

откуда мы видим, что величина  $\Delta E_{\text{рез}}$  пропорциональна квадратному корню из тепловой энергии  $kT$ . Это расходится с тем результатом, который можно было бы получить с помощью наивного рассмотрения процесса, когда с учетом того, что процесс обуславливается атомами, движущимися с тепловыми скоростями, следовало бы ожидать  $\Delta E_{\text{рез}} \approx kT$ . В действительности же, как показано в приведенном выше физическом описании, возбуждение перехода обусловлено фурье-образом потенциала взаимодействия, а не тепловой энергией. В качестве примера рассмотрим атомы неона, для которых мы имеем  $\Delta\tau_c \approx 10^{-13}$  с [см. (2.63)], и из выражения (3.49) находим  $\Delta E_{\text{рез}} \approx 0,006$  эВ, что существенно меньше, чем  $kT$  ( $\approx 0,025$  эВ).

Заметим, наконец, что поскольку процесс передачи энергии имеет резкий пик при  $\Delta E = 0$ , сечение  $\sigma_{AB}$  должно быть очень большим в случае, когда энергетический зазор между двумя

атомами существенно меньше, чем  $\Delta E_{\text{рез}}$ . Действительно, в этом случае сечение может достигать значений вплоть до  $10^{-14}$  см<sup>2</sup>, что считается чем-то необычным. Поэтому можно заключить, что околорезонансные столкновения обеспечивают очень удобный путь селективного заселения данного уровня, особенно в том случае, когда возбужденное состояние частиц А метастабильно.

## Задачи

3.1. Кристаллический стержень из Nd:YAG диаметром 6,3 мм накачивается лампой с внутренним диаметром 4 мм в эллиптическом осветителе, большая ось которого равна 40 мм, а эксцентриситет равен 0,3. Вычислите эффективность передачи накачки, предположив, что средняя отражательная способность покрытия осветителя равна 0,95 и что лампа непрозрачна для собственного излучения.

3.2. Стержень из Nd:YAG диаметром 6,3 мм накачивается спиральной импульсной лампой диаметром  $D_L = 2$  см. Вычислите эффективность передачи накачки, предполагая, что  $\eta_a = 0,2$ ,  $\eta_L = 0,5$  и  $\eta_{pc} = 0,1$ .

3.3. С помощью рис. 3.14 вычислите  $\langle f_1 \rangle$  для каждого значения  $\alpha R$  и покажите, что в хорошем приближении  $\langle f_1 \rangle \approx \exp[-(\alpha R)]$ .

3.4. Лампа с внутренним диаметром 4 мм расположена вдоль фокальной линии эллиптического осветителя с большой осью длиной 34 мм и малой осью 31,9 мм. Вычислите размеры изображения лампы на второй фокальной линии. Что произойдет, если вдоль этой фокальной линии поместить стержень с полированной боковой поверхностью?

3.5. Если свет накачки, падая на лазерный стержень, распространяется внутри него в радиальном направлении, то покажите, что в этом случае эффективность поглощения можно записать в виде

$$\eta_a = \int_{\lambda} (1 - e^{-2\alpha R}) I_{e\lambda} d\lambda / \int_{\lambda} I_{e\lambda} d\lambda,$$

где  $R$  — радиус стержня,  $\alpha$  — коэффициент поглощения, а  $I_{e\lambda}$  — спектральная интенсивность падающего на стержень света. Учитывая результат, полученный в задаче 3.3, покажите, что если  $1 - \exp[-(2\alpha R)] = \{\exp(\alpha R) - \exp[-(\alpha R)]\} \exp[-(\alpha R)] \approx 2\alpha R \exp[-(\alpha R)]$ , то предыдущее выражение для  $\eta_a$  сводится к (3.22).

3.6. Используя выражение (3.2), с помощью (3.22) и (3.24) покажите, что

$$\eta_p = \eta_i \eta_r \int 2 (\lambda/\lambda_p) \eta_q \alpha R \langle f_1 \rangle g_{\lambda} d\lambda.$$

3.7. Оптимальная напряженность электрического поля, необходимая для работы импульсного азотного лазера в УФ-диапазоне ( $\lambda = 337,1$  нм), приблизительно равна 10 кВ/см при типичном рабочем давлении  $p \approx 30$  мм рт. ст. (для сечения трубки  $5 \times 10$  мм). Типичная длина азотного лазера порядка 1 м. Какую из двух схем накачки, представленных на рис. 3.16, вы использовали бы в этом случае?

3.8. Предполагая, что электроны подчиняются распределению Максвелла — Больцмана, вычислите электронную температуру (в эВ) газа электронов со средней кинетической энергией 10 эВ.

3.9. Предположим, что электрон массой  $m$  сталкивается упруго с атомом массой  $M$ . Допустим также, что до столкновения атом находился в состоянии покоя, а рассеяние электрона при столкновении является изотропным. Покажите, что в результате столкновения электрон теряет часть своей энергии, равную  $2m/M$ .

3.10. Предположим, что в (3.36) доля теряемой энергии  $\delta$  определяется только упругим рассеянием. Покажите, что при этом  $v_{\text{дрейф}}/v_T = [m/M]^{1/2}$ , где  $m$  — масса электрона, а  $M$  — масса атома. Вычислите отношение  $v_{\text{дрейф}}/v_T$  для атома неона.

3.11. Покажите, что упругие столкновения встречаются значительно более часто, чем неупругие.

3.12. Теория амбиполярной диффузии дает следующее соотношение между электронной температурой  $T_e$  и произведением  $\rho D$ :

$$\frac{e^x}{x^{1/2}} = 1,2 \cdot 10^7 (C \rho D)^2;$$

здесь  $C$  — постоянная для данного газа, а  $x = E_i/kT_e$ , где  $E_i$  — энергия ионизации газа. Вычислите требуемое значение величины  $\rho D$  для электронной температуры  $T_e = 80\,000$  К, используя значения констант, соответствующих гелию:  $C = 3,2 \cdot 10^{-4}$  [(мм рт. ст.) $^{-1}$ ] и  $E_i = 24,46$  эВ.

3.13. Среднюю длину свободного пробега  $l$  электрона можно найти из соотношения  $l = 1/N\sigma$ , где  $N$  — плотность числа атомов, а  $\sigma$  — полное сечение возбуждения атома электронным ударом. Предполагая, что  $\sigma$  есть сечение упругих столкновений  $\sigma_{\text{упр}}$  и что для атомов гелия  $\sigma_{\text{упр}} = 5 \cdot 10^{-16}$  см $^2$ , вычислите  $v_T$  и  $v_{\text{дрейф}}$  при энергии электронов  $E = 10$  эВ, давлении He  $p = 1,3$  мм рт. ст., температуре  $T = 400$  К и напряженности приложенного к разряду электрического поля  $\mathcal{E} = 30$  В/см.

3.14. Предположим, что сечение ионизации представляет собой ступенчатую функцию начиная с энергии, равной энергии ионизации  $E_i$ , и принимает постоянное значение  $\sigma_i$  при больших энергиях. Считая, кроме того, что электроны подчиняются распределению Максвелла, покажите, что скорость ионизации дается выражением

$$W_i = N_e \sigma_i \left( \frac{8kT_e}{\pi m} \right)^{1/2} \left( 1 + \frac{E_i}{kT_e} \right) \exp \left( - \frac{E_i}{kT_e} \right).$$

3.15. Рассмотрим газоразрядную трубку радиусом 1 см, наполненную равномерно как ионами, так и электронами с плотностью числа частиц  $N_i = N_e = 10^{13}$  см $^{-3}$ . Если бы все электроны вдруг исчезли и остались лишь положительно заряженные ионы, то чему был бы равен потенциал  $V$  стенок относительно середины трубки? С помощью этого рассуждения объясните явление амбиполярной диффузии.

3.16. Люминесцентная лампа состоит из трубки, содержащей газ Ag под давлением порядка 3 мм рт. ст. и каплю Hg, что обеспечивает давление пара порядка  $3 \cdot 10^3$  мм рт. ст. при нормальной рабочей температуре  $T = 300$  К. Однако для простоты предположим, что трубка наполнена только газом Ag. Напряжение, которое нужно приложить к концам лампы с длиной трубки 1 м, равно приблизительно 74 В. Предполагая, что доля энергии, теряемая при столкновениях, равна  $\delta = 1,4 \cdot 10^{-4}$ , пренебрегая катодным и анодным падением напряжения и предполагая, что упругие столкновения преобладают над другими столкновительными процессами и что  $\sigma_{\text{упр}} = 2 \cdot 10^{-16}$  см $^2$ , вычислите электронную температуру в разряде.

## Литература

1. *Koechner W.*, Solid-State Laser Engineering (Springer Series in Optical Sciences, v. 1), Springer-Verlag, New York, 1976, ch. 6.
2. *Ross D.*, Lasers, Light Amplifiers, and Oscillators, Academic Press, New York, 1969, ch. 14.
3. *Koechner W.*, Solid State Laser Engineering, Springer-Verlag, New York, 1976, p. 327.
4. *Emmelt J. L., Schawlow A. L.*, J. Appl. Phys., **36**, 2601 (1964).
5. *Bowness C.*, Appl. Opt., **4**, 103 (1965).
6. *Whittle J., Skinner D. R.*, Appl. Opt., **5**, 1179 (1966).
7. *Devlin G. E., McKenna J., May A. D., Schawlow A. L.*, Appl. Opt., **1**, 11 (1962).
8. *Cooke C. H., McKenna J., Skinner J. R.*, Appl. Opt., **3**, 957 (1964).
9. *Laporta P., Magni V., Svelto O.*, IEEE J. Quantum Electron., **QE-21**, 1211 (1985).
10. *Von Engel A.*, Ionized Gases, 2nd edn., Clarendon Press, London, 1965.
11. *Verdeyen J. T.*, Laser Electronics, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, New Jersey, 1968, ch. 11.
12. *Waymouth J. F.*, Electric Discharge Lamps, MIT Press, Cambridge, Massachusetts, 1971.
13. *Massey H. S., Burhop E. H. S.*, Electronic and Ionic Impact Phenomena, Oxford University Press, London, 1969, v. I, II. (Имеется перевод 1-го издания: *Меццу Г., Бархон Е.* Электронные и ионные столкновения. — М.: ИЛ, 1958.)
14. *Willett C. S.*, An Introduction to Gas Lasers: Population Inversion Mechanism, Pergamon Press, Oxford, 1974, pp. 84, 280, 327.
15. *Lowke J. J., Phelps A. V., Irwin B. W.*, J. Appl. Phys., **44**, 4664 (1973).
16. *Nighan W. L.*, Phys. Rev., **A2**, 1989 (1970).
17. *Webb C. E.* — In: High-Power Gas Lasers (ed. E. R. Pike), The Institute of Physics, Bristol, 1976, pp. 1—28.
18. *Willett C. S.*, An Introduction to Gas Lasers: Population Inversion Mechanism, Pergamon Press, Oxford, 1974, sect. 3.2.2.
19. *Cheo P. K.*, CO<sub>2</sub> Lasers. — In: Lasers (eds. A. K. Levine, A. J. De Maria), Marcel Dekker, New York, 1971, v. 3, ch. 2.
20. *Davis C. C., King T. A.* — In: Advances in Quantum Electronics (ed. D. W. Goodwin), Academic Press, New York, 1975, v. 3, pp. 170—437.
21. *Rhodes C. K., Szoke A.* — In: Laser Handbook (eds. F. T. Arecchi, E. O. Schultz-Dubois), North-Holland, Amsterdam, 1972, v. 1, pp. 265—324.
22. *Shultz G. J.*, Phys. Rev., **135A**, 988 (1964).

## Пассивные оптические резонаторы

### 4.1. Введение

Данная глава посвящена теории пассивных оптических резонаторов. Под пассивным оптическим резонатором мы понимаем замкнутую полость, состоящую из отражающих поверхностей и содержащую внутри себя однородную, изотропную и пассивную диэлектрическую среду. Напомним, что мода резонатора была определена в разд. 2.2 как стационарная конфигурация электромагнитного поля, которая удовлетворяет как уравнениям Максвелла, так и граничным условиям. При этом электрическое поле такой конфигурации можно записать в виде

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = E_0 \mathbf{u}(\mathbf{r}) \exp(i\omega t), \quad (4.1)$$

где  $\omega/2\pi$  — частота моды.

В отличие от резонаторов, применяемых в устройствах СВЧ-диапазона, лазерные резонаторы характеризуются следующими двумя главными особенностями: 1) они, как правило, являются открытыми, т. е. не имеют боковой поверхности, и 2) их размеры намного превышают длину волны лазерной генерации. Поскольку длина волны лазера простирается от долей микрометра до нескольких десятков микрометров, лазерный резонатор с размерами, сравнимыми с этими длинами волн, имел бы слишком низкий коэффициент усиления, чтобы могла возникнуть лазерная генерация. Упомянутые выше две особенности оптического резонатора оказывают значительное влияние на его характеристики. Например, то, что резонатор является открытым, приводит к неизбежным потерям для любой моды резонатора. Эти потери обусловлены дифракцией электромагнитного поля, вследствие чего часть энергии покидает резонатор. Поэтому такие потери называются *дифракционными*. Таким образом, строго говоря, определение моды в смысле (4.1) нельзя применить к открытому оптическому резонатору, и в таком резонаторе не существует истинных мод (т. е. стационарных конфигураций). Однако в дальнейшем мы увидим, что в открытых резонаторах в действительности существуют конфигурации типа стоячих электромагнитных волн, имеющие очень небольшие потери. Поэтому мы будем определять моду (иногда

ее называют квазимодой) как такую конфигурацию электромагнитного поля, для которой напряженность электрического поля можно написать в виде

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = E_0 \mathbf{u}(\mathbf{r}) \exp[(-t/2\tau_c) + i\omega t]. \quad (4.2)$$

Здесь  $\tau_c$  — время жизни фотона в резонаторе (время релаксации квадрата амплитуды электрического поля). Из указанного выше второго свойства оптического резонатора следует, как мы увидим в дальнейшем, что в оптическом резонаторе резонансные частоты расположены очень близко друг к другу. Действительно, в соответствии с выражением (2.14) число мод резонатора  $N$ , расположенных в пределах полосы лазерной линии шириной  $\Delta\nu_0$ , равно  $N = 8\pi\nu^2 V \Delta\nu_0 / c^3 = 8\pi(V/\lambda^3)(\Delta\lambda_0/\lambda)$ , где  $\Delta\lambda_0 = \lambda^2 \Delta\nu_0 / c$  — ширина лазерной линии, выраженная в единицах длины волны. Из приведенного выражения видно, что  $N$  пропорционально отношению объема резонатора  $V$  к кубу длины волны. Так, например, если  $\nu = 5 \cdot 10^{14}$  Гц (частота, соответствующая середине видимого диапазона),  $V = 1$  см<sup>3</sup> и  $\Delta\nu_0 = 1,7 \cdot 10^9$  Гц [доплеровская ширина линии He на длине волны 0,6328 мкм; см. выражение (2.81)], то число мод  $N \approx 4 \cdot 10^8$ . Если бы резонатор был закрытым, то все моды имели бы одинаковые потери и такой резонатор в случае его применения в лазере приводил бы к генерации очень большого числа мод. При этом лазер излучал бы в широком спектральном диапазоне и во всех направлениях, что является весьма нежелательным. Эта проблема может быть решена с помощью открытого резонатора. В таком резонаторе лишь очень немногие моды, соответствующие суперпозиции распространяющихся почти параллельно оси резонатора волн, будут иметь достаточно низкие потери, чтобы стала возможной генерация. Все остальные моды резонатора соответствуют волнам, которые почти полностью затухают после одного прохождения через резонатор. Это главная причина, почему в лазерах применяется открытый резонатор<sup>1)</sup>. Хотя отсутствие боковых поверхностей означает, что может возбуждаться лишь очень небольшое число мод, все же число генерируемых мод, как мы покажем ниже, может быть значительно больше, чем одна.

Наиболее широко применяемые лазерные резонаторы имеют либо плоские, либо сферические зеркала прямоугольной (чаще круглой) формы, расположенные на некотором расстоянии  $L$  друг от друга. Величина  $L$  обычно составляет от нескольких

<sup>1)</sup> Применение открытого резонатора диктуется также соображениями удобства; например, в случае когда накачка лазера осуществляется излучением импульсной лампы, боковая поверхность препятствовала бы накачке.

сантиметров до нескольких десятков сантиметров, а размеры зеркал лежат в пределах от долей сантиметра до нескольких сантиметров. Из различных возможных типов резонаторов обратим особое внимание на следующие:

а) *Плоскопараллельный резонатор (или резонатор Фабри — Перо)* (рис. 4.1). Этот резонатор состоит из двух плоских зеркал, расположенных параллельно друг другу. В первом приближении моды такого резонатора можно представить себе как суперпозицию двух плоских электромагнитных волн, рас-

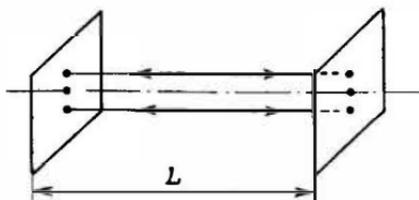


Рис. 4.1. Плоскопараллельный резонатор.

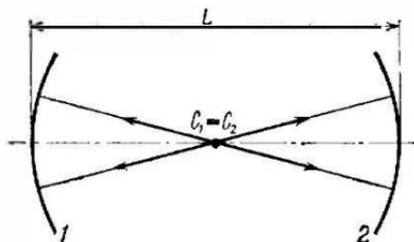


Рис. 4.2. Концентрический (сферический) резонатор.

пространяющихся в противоположных направлениях вдоль оси резонатора, как схематически показано на рис. 4.1. В рамках этого приближения нетрудно получить резонансные частоты, если наложить условие, что длина резонатора  $L$  должна быть равна целому числу полуволн, т. е.  $L = n(\lambda/2)$ , где  $n$  — положительное целое число. Такое условие является необходимым для того, чтобы на обоих зеркалах электрическое поле электромагнитной стоячей волны было равно нулю. Отсюда следует, что резонансные частоты определяются следующим образом:

$$\nu = n(c/2L). \quad (4.3)$$

Интересно заметить, что такое же самое выражение можно получить, если наложить условие, чтобы набег фазы плоской волны после полного прохода (в прямом и обратном направлении) через резонатор был бы равен целому числу, умноженному на  $2\pi$ , т. е.  $2kL = 2n\pi$ . Это условие нетрудно получить из соображений самосогласованности. Если частота плоской волны равна частоте моды резонатора, то набег фазы волны при полном проходе резонатора должен быть равен нулю (без учета целого, кратного  $2\pi$ ), поскольку только в этом случае благодаря последовательным отражениям амплитуды волн в любой произвольной точке будут складываться в фазе и давать значительное суммарное поле.

б) *Концентрический (или сферический) резонатор* (рис. 4.2). Этот резонатор состоит из двух сферических зеркал, имеющих

одинаковые радиусы  $R$  и расположенных на расстоянии  $L$  друг от друга таким образом, что центры кривизны зеркал  $C_1$  и  $C_2$  совпадают (т. е.  $L = 2R$ ). На рис. 4.2 показан также геометрический ход лучей в данном резонаторе. В этом случае моды резонатора представляют собой приближенно суперпозицию двух сферических волн, исходящих из точки  $C$  и распространяющихся в противоположных направлениях. Применяя упомянутое выше соображение самосогласованности, мы опять приходим к выражению (4.3) для резонансных частот.

в) *Конфокальный резонатор (рис. 4.3)*. Он состоит из двух сферических зеркал с одинаковыми радиусами кривизны  $R$ , которые расположены на расстоянии  $L$  друг от друга таким образом, что фокусы зеркал  $F_1$  и  $F_2$  совпадают. Отсюда следует, что центр кривизны  $C$  одного зеркала лежит на поверхности второго зеркала (т. е.  $L = R$ ). С помощью геометрической оптики изменяя расстояние от двух параллельных лучей до оси резонатора  $C_1C_2$ , можно нарисовать сколько угодно замкнутых оптических траекторий типа той, что показана на рис. 4.3. Заметим также, что лучи на рис. 4.3 можно обратить на противоположные. Однако такое геометрическое описание не дает и намека на то, какую конфигурацию будет иметь мода, и мы на самом деле увидим, что такая конфигурация не может быть описана ни плоской, ни сферической волной. Поэтому и резонансные частоты тоже нельзя получить непосредственно из соображений геометрической оптики.

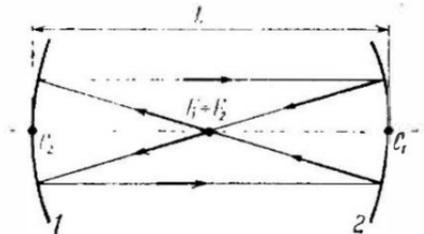


Рис. 4.3. Конфокальный резонатор.

г) *Резонаторы, состоящие из плоского и сферического зеркал*. Примеры этих резонаторов показаны на рис. 4.4 (полуконфокальный резонатор) и на рис. 4.5 (полусферический резонатор). На этих же рисунках показаны и замкнутые траектории лучей, полученные в соответствии с геометрической оптикой. Заметим, что на рис. 4.4 направление любого луча меняется на противоположное после каждого четырех проходов.

Часто также используются резонаторы, образованные двумя сферическими зеркалами с одинаковыми радиусами кривизны  $R$  и с расстоянием  $L$  между ними таким, что  $R < L < 2R$  (т. е. эти резонаторы занимают промежуточное положение между конфокальным и концентрическим резонаторами). Кроме того, можно построить резонатор, у которого  $L < R$ . Для этих случаев не всегда можно выполнить построение лучей,

при котором лучи повторяют свой путь после одного или нескольких проходов резонатора.

Все эти резонаторы можно рассматривать как частные примеры более общего случая резонатора, образованного двумя сферическими зеркалами, имеющими различные радиусы кри-

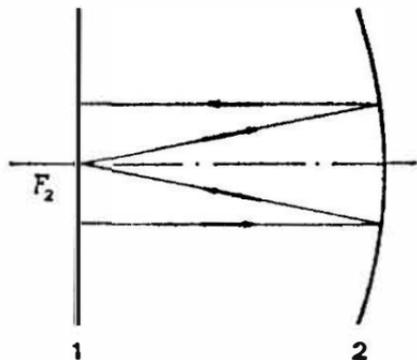


Рис. 4.4. Полукофокальный резонатор.

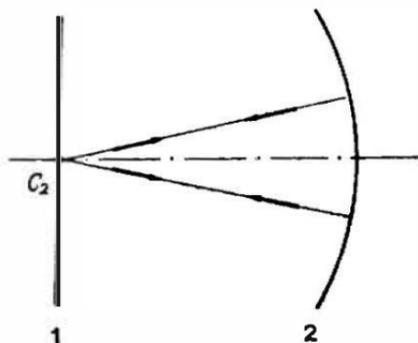


Рис. 4.5. Полусферический резонатор.

визны (либо положительные, либо отрицательные) и расположенными на некотором произвольном расстоянии  $L$  друг от друга. Эти резонаторы можно подразделить на две категории, а именно на *устойчивые* и *неустойчивые*.

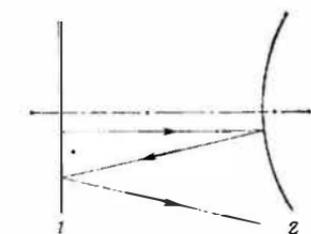


Рис. 4.6. Пример неустойчивого резонатора.

Резонатор называется неустойчивым, когда произвольный луч, последовательно отражаясь от каждого из двух зеркал, удаляется на неограниченно большое расстояние от оси резонатора. Очевидный пример неустойчивого резонатора приведен на рис. 4.6. Наоборот, резонатор, в котором луч остается в пределах ограниченной области, называется устойчивым.

В настоящей главе мы займемся главным образом вычислением модовых конфигураций и соответствующих резонансных частот, а также дифракционных потерь для наиболее широко применяемых резонаторов.

## 4.2. Некоторые разделы геометрической и волновой оптики

Прежде чем приступить к подробному обсуждению оптических резонаторов, уместно рассмотреть в этом разделе некоторые вопросы геометрической и волновой оптики, которые обыч-

но не входят в элементарные учебники по оптике, но которые составили бы весьма полезный фундамент для данной главы. Таким образом, в разд. 4.2.1 мы дадим введение в матричную формулировку геометрической оптики в рамках приближения параксиальных лучей. В разд. 4.2.2 и 4.2.3 рассмотрим многочисленные интерференционные явления, которые имеют место соответственно в интерферометре Фабри — Перо и многослойном диэлектрическом покрытии.

#### 4.2.1. Матричная формулировка геометрической оптики [1]

Рассмотрим луч света, который либо проходит через обратимый и поляризационно-независимый оптический элемент (например, линзу или зеркало), либо отражается от него. Если луч распространяется приблизительно вдоль оси  $z$ , то лучевой вектор  $r_1$  на данной входной плоскости  $z = z_1$  оптического элемента (рис. 4.7) можно описать двумя параметрами:

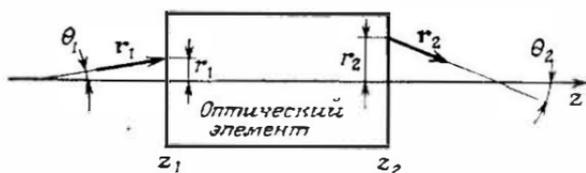


Рис. 4.7. К матричному представлению распространения луча через произвольный оптический элемент.

его радиальным смещением  $r_1(z_1)$  от оси  $z$  и угловым смещением  $\theta_1$ . Аналогичным образом лучевой вектор  $r_2$  на выходной плоскости  $z = z_2$  можно определить его радиальным  $r_2(z_2)$  и угловым  $\theta_2$  смещениями. В приближении параксиальных лучей угловые смещения  $\theta$  предполагаются достаточно малыми, так что мы можем записать  $\sin \theta \approx \text{tg } \theta \approx \theta$ . В этом случае выходные  $(r_2, \theta_2)$  и входные  $(r_1, \theta_1)$  переменные связаны друг с другом линейным преобразованием. Таким образом, если положить  $\theta_1 \approx (dr_1/dz)_{z_1} = r'_1$  и  $\theta_2 \approx (dr_2/dz)_{z_2} = r'_2$ , то мы имеем следующие соотношения:

$$r_2 = Ar_1 + Br'_1, \quad (4.4a)$$

$$r'_2 = Cr_1 + Dr'_1, \quad (4.4b)$$

где  $A$ ,  $B$ ,  $C$  и  $D$  — постоянные, характеризующие данный оптический элемент. Поэтому естественно записать (4.4)

в матричном виде:

$$\begin{vmatrix} r_2 \\ r_2' \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} A & B \\ C & D \end{vmatrix} \begin{vmatrix} r_1 \\ r_1' \end{vmatrix}, \quad (4.5)$$

где матрица  $ABCD$  полностью характеризует данный оптический элемент в приближении параксиальных лучей.

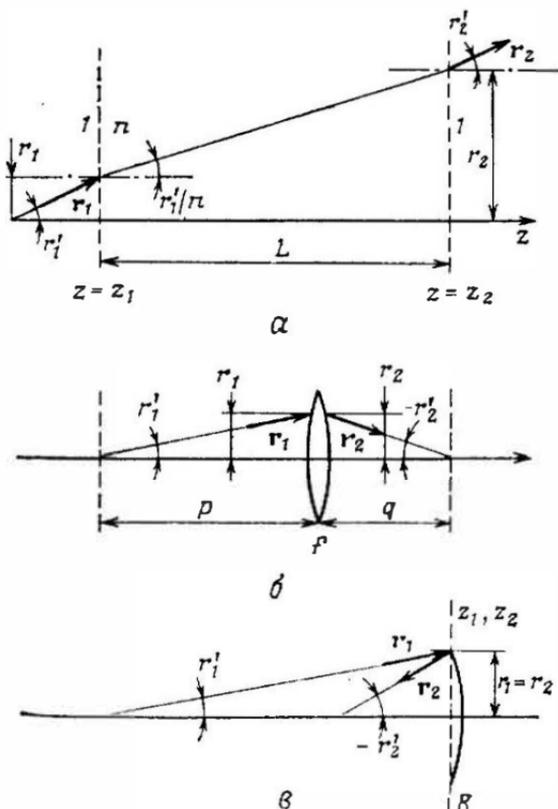


Рис. 4.8. К вычислению  $ABCD$ -матрицы для случаев свободного распространения луча (а), распространения через линзу (б) и отражения от сферического зеркала (в).

В качестве первого и простейшего примера рассмотрим свободное распространение луча на расстояние  $\Delta z = L$  в данной среде с показателем преломления  $n$  (рис. 4.8, а). Если входная и выходная плоскости расположены в непосредственной близости от данной среды, но в среде с показателем преломления, равным единице, то

$$r_2 = r_1 + Lr_1'/n, \quad (4.6a)$$

$$r_2' = r_1' \quad (4.6б)$$

и соответствующая  $ABCD$ -матрица запишется в виде

$$\begin{vmatrix} 1 & L/n \\ 0 & 1 \end{vmatrix}. \quad (4.7)$$

В качестве следующего примера рассмотрим распространение луча через линзу с фокусным расстоянием  $f$  (будем считать  $f$  положительным для собирающей линзы). Для тонкой линзы, очевидно, имеем (рис. 4.8, б)

$$r_2 = r_1. \quad (4.8a)$$

Второе соотношение получается из хорошо известного закона геометрической оптики, а именно  $1/p + 1/q = 1/f$ , с учетом того, что  $p = r_1/r'_1$  и  $q = -r_2/r'_2$ . Используя соотношение (4.8a), находим

$$r'_2 = -(1/f) r_1 + r'_1. \quad (4.8б)$$

В соответствии с (4.8a) и (4.8б)  $ABCD$ -матрица в этом случае запишется в виде

$$\begin{vmatrix} 1 & 0 \\ -1/f & 1 \end{vmatrix}. \quad (4.9)$$

Третий пример представляет собой отражение луча сферическим зеркалом с радиусом кривизны  $R$  (будем считать  $R$  положительным для вогнутого зеркала). В этом случае плоскости  $z_1$  и  $z_2$  выбирают таким образом, что они совпадают одна с другой и располагаются непосредственно перед зеркалом. За положительное направление оси  $z$  берется направление слева направо для падающего вектора и справа налево для отраженного. С учетом этих соглашений лучевая матрица вогнутого зеркала с радиусом кривизны  $R$  и, следовательно, фокусным расстоянием  $f = R/2$  совпадает с матрицей для положительной линзы с фокусным расстоянием  $f$ . Таким образом, лучевая матрица запишется в виде

$$\begin{vmatrix} 1 & 0 \\ -2/R & 1 \end{vmatrix}. \quad (4.10)$$

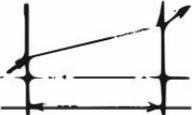
В качестве общего замечания, которое справедливо во всех трех рассмотренных случаях, укажем на то, что определитель  $ABCD$ -матрицы всегда равен единице, т. е.

$$AD - BC = 1. \quad (4.11)$$

В табл. 4.1 мы привели лучевые матрицы для рассмотренных выше оптических элементов, а также для сферической границы раздела двух диэлектриков (задача 4.1). Заметим, что опреде-

литель  $ABCD$ -матрицы равен единице только тогда, когда показатели преломления на входной и выходной плоскостях одинаковы.

Таблица 4.1. Лучевые матрицы для некоторых широко распространенных случаев

|  |   |  |
|--|---|--|
| Распространение в свободном пространстве |  | $\begin{bmatrix} 1 & L/n \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$   |
| Тонкая линза                             |  | $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1/f & 1 \end{bmatrix}$  |
| Сферическое зеркало                      |  | $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -2/R & 1 \end{bmatrix}$  |
| Сферическая граница раздела диэлектриков |  | $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \frac{n_2 - n_1}{n_2} \frac{1}{R} & \frac{n_1}{n_2} \end{bmatrix}$ |

Если известны матрицы элементарных оптических компонентов, то полную матрицу сложной оптической системы нетрудно получить путем разбиения ее на эти элементарные компоненты. Действительно, предположим, что внутри данного оптического элемента можно рассмотреть промежуточную плоскость с координатой  $z_i$  (рис. 4.9) таким образом, что две  $ABCD$ -матрицы между плоскостями  $z = z_1$  и  $z = z_i$ , а также между плоскостями  $z = z_i$  и  $z = z_2$  известны. Если координаты лучевого вектора на плоскости  $z = z_i$  обозначать через  $r_i$  и  $r'_i$ , то, очевидно, можно написать

$$\begin{bmatrix} r_i \\ r'_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_1 & B_1 \\ C_1 & D_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r_1 \\ r'_1 \end{bmatrix}, \quad (4.12a)$$

$$\begin{bmatrix} r_2 \\ r'_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_2 & B_2 \\ C_2 & D_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r_i \\ r'_i \end{bmatrix}. \quad (4.126)$$

Если в (4.126) подставить выражение (4.12а) для вектора  $r_i$ , то получим

$$\begin{vmatrix} r_2 \\ r'_2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} A_2 & B_2 \\ C_2 & D_2 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} A_1 & B_1 \\ C_1 & D_1 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} r_1 \\ r'_1 \end{vmatrix}. \quad (4.13)$$

Таким образом, полную  $ABCD$ -матрицу можно получить перемножением  $ABCD$ -матриц элементарных оптических компонентов. Заметим, что порядок, в котором матрицы располагаются

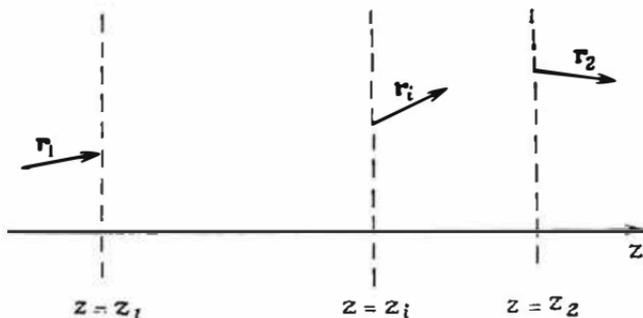


Рис. 4.9. Распространение луча через три различные плоскости в случае, когда две матрицы между плоскостями  $z_1 = z_2$  и  $z = z_i$ , а также плоскостями  $z = z_i$  и  $z = z_2$  известны.

в произведении, является обратным по отношению к порядку, в котором световой луч проходит соответствующие оптические элементы. В качестве первого и, возможно, тривиального примера рассмотрим в среде с показателем преломления  $n$  свободное распространение на расстояние  $L_1$ , за которым следует опять свободное распространение на расстояние  $L_2$ . В соответствии с (4.7) общее матричное уравнение можно записать в виде

$$\begin{vmatrix} r_2 \\ r'_2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & L_1/n \\ 0 & 1 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 1 & L_2/n \\ 0 & 1 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} r_1 \\ r'_1 \end{vmatrix}. \quad (4.14)$$

Применяя хорошо известные правила перемножения матриц, нетрудно показать, что произведение двух квадратных матриц дает результирующую матрицу:

$$\begin{vmatrix} 1 & (L_1 + L_2)/n \\ 0 & 1 \end{vmatrix}. \quad (4.15)$$

Это вычисление подтверждает тот очевидный вывод, что результирующее распространение эквивалентно свободному распространению на расстояние  $L = L_1 + L_2$ . В качестве менее

тривиального и более полезного примера рассмотрим свободное распространение на расстояние  $L$  (в среде с показателем преломления  $n = 1$ ) с последующим отражением от зеркала с радиусом кривизны  $R$ . В соответствии с (4.7), (4.10) и (4.13) результирующая  $ABCD$ -матрица запишется в виде

$$\begin{vmatrix} A & B \\ C & D \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ -2/R & 1 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 1 & L \\ 0 & 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & L \\ -2/R & 1 - (2L/R) \end{vmatrix}. \quad (4.16)$$

Заметим, что определители обеих матриц (4.15) и (4.16) снова равны единице, причем это выполняется для произвольной последовательности оптических элементов, так как определитель произведения матриц равен произведению определителей.

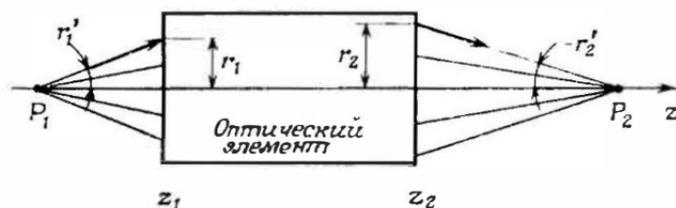


Рис. 4.10. Распространение сферической волны, исходящей из точки  $P_1$ , через произвольный оптический элемент, описываемый данной  $ABCD$ -матрицей.

Представленная выше матричная формулировка может быть весьма полезной для описания оптического резонатора в приближении геометрической оптики. Этот подход мы применим в разд. 4.7.3 для исследования устойчивости оптического резонатора из двух сферических зеркал.

Матричная формулировка полезна не только для описания поведения луча, проходящего через оптическую систему, но также и для изучения распространения сферической волны. Действительно, рассмотрим сферическую волну, исходящую из точки  $P_1$  рис. 4.10 и распространяющуюся вдоль оси  $z$  в положительном направлении. После прохождения оптического элемента, описываемого данной  $ABCD$ -матрицей, эта волна преобразуется в новую сферическую волну с центром в точке  $P_2$ . Рассмотрим два сопряженных луча  $r_1$  и  $r_2$  двух сферических волн. Радиусы кривизны  $R_1$  и  $R_2$  сферических волн на входной  $z = z_1$  и на выходной  $z = z_2$  плоскостях оптического элемента даются выражениями

$$R_1 = r_1/r'_1, \quad (4.17a)$$

$$R_2 = r_2/r'_2. \quad (4.17b)$$

Заметим, что в (4.17) мы использовали соглашение, что  $R$  является положительной величиной, если центр кривизны находится слева от волнового фронта. Из выражений (4.4) и (4.17) имеем

$$R_2 = (AR_1 + B)/(CR_1 + D). \quad (4.18)$$

Выражение (4.18) является весьма важным результатом, поскольку оно устанавливает простое соотношение между радиусом кривизны  $R_2$  выходящей волны с радиусом кривизны  $R_1$  входящей волны посредством элементов  $ABCD$ -матрицы данного оптического элемента. В качестве первого элементарного примера рассмотрим свободное распространение сферической волны между точками с координатами  $z_1$  и  $z_2$  на рис. 4.11, а. С помощью выражения (4.7), полагая в нем  $n = 1$  и  $L = z_2 - z_1$  и используя (4.18), получаем

$$R_2 = R_1 + (z_2 - z_1), \quad (4.19)$$

что является очевидным результатом. Теперь обратимся к сферической волне, проходящей через тонкую линзу (рис. 4.11, б). Из выражений (4.9) и (4.18) найдем соотношение

$$1/R_2 = 1/R_1 - 1/f; \quad (4.20)$$

это есть не что иное, как знакомое правило геометрической оптики  $p^{-1} + q^{-1} = f^{-1}$ .

Хотя два примера на рис. 4.11 представляют собой весьма элементарные применения выражения (4.18), полезность этого выражения можно полностью оценить, если рассмотреть прохождение сферической волны через более сложную оптическую систему, состоящую, скажем, из последовательности линз и промежутков между ними. В этом случае радиус кривизны выходящей волны опять определяется выражением (4.18), а полная  $ABCD$ -матрица будет равна произведению элементарных

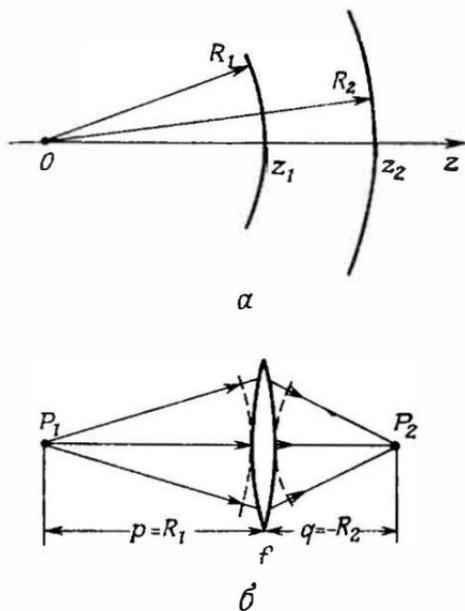


Рис. 4.11. Распространение сферической волны в свободном пространстве (а) и через линзу (б).

матрицу каждого оптического элемента. В разд. 4.5 будет показано, что обобщение выражения (4.18) является очень мощным средством для описания распространения лазерного пучка.

### 4.2.2. Интерферометр Фабри—Перо [2]

Следующий предмет традиционной оптики, который мы рассмотрим, представляет собой многократная интерференция. Это явление имеет место в интерферометре Фабри—Перо, который является обычным спектроскопическим прибором и со времени его изобретения в 1899 г. играет очень важную роль в лазерной физике. Большая его популярность объясняется по крайней мере тремя различными причинами: 1) физические процессы,

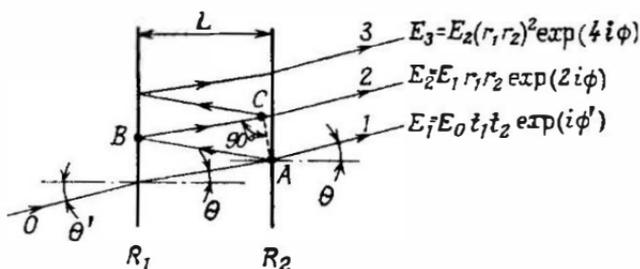


Рис. 4.12. Многолучевая интерференция в интерферометре Фабри—Перо.

происходящие в нем, на фундаментальном уровне аналогичны тем, что имеют место в оптических резонаторах; 2) во многих случаях его применяют для селекции частот внутри лазерного резонатора; 3) его нередко используют для анализа спектра лазерного излучения. Поэтому в настоящем разделе мы рассмотрим свойства этого интерферометра, хотя и не очень подробно.

Интерферометр Фабри—Перо состоит из двух плоских и параллельных друг другу зеркал с коэффициентами отражения по мощности  $R_1$  и  $R_2$ <sup>1)</sup>, разделенных промежутком длиной  $L$ , заполненным средой с показателем преломления  $n$ . Рассмотрим плоскую волну с частотой  $\nu$ , падающую на интерферометр в направлении, составляющем угол  $\theta'$  с нормалью к обоим зеркалам (рис. 4.12). Эта волна схематически изображена на

<sup>1)</sup> Употребляемые автором термины «коэффициент отражения (пропускания) по полю» и «коэффициент отражения (пропускания) по мощности» имеют следующий смысл. Если индексами  $i$ ,  $r$  и  $t$  обозначать величины соответственно для падающего, отраженного и прошедшего излучения, то коэффициент отражения по полю равен  $r = |E_{or}|/|E_{oi}|$ , а коэффициент отражения по мощности  $R = I_r/I_i$  ( $I$  — интенсивность света); аналогично для пропускания  $t = |E_{ot}|/|E_{oi}|$ ,  $T = I_t/I_i$ . Эти величины подчиняются очевидным соотношениям:  $R + T = 1$ ;  $t^2 = T$ ,  $r^2 = R$ . — Прим. перев.

рис. 4.12 лучом  $O$ . Выходной пучок, покидающий интерферометр, представляет собой суперпозицию пучка, прошедшего через оба зеркала (луч 1 на рис. 4.12), с пучками, возникающими благодаря многократным отражениям, — два из этих пучков указаны лучами 2 и 3 на рис. 4.12. Таким образом, амплитуда электрического поля выходного пучка  $E_t$  получается суммированием амплитуд  $E_l$  всех этих пучков с учетом соответствующих фазовых сдвигов. Для иллюстрации данного рассмотрения на рис. 4.12 приведены также выражения для электрического поля первых трех пучков. Если учесть все многократные отражения, то мы получим

$$E_t = \sum_{l=1}^{\infty} E_l = [E_0 t_1 t_2 e^{i\phi'}] \sum_{m=0}^{\infty} (r_1 r_2)^m \exp(2mi\phi). \quad (4.21)$$

В этом выражении, как и на рис. 4.12,  $E_0$  — амплитуда пучка, падающего на интерферометр;  $t_1$  и  $t_2$  — коэффициенты пропускания для электрического поля обоих зеркал, а  $r_1$  и  $r_2$  — соответствующие коэффициенты отражения для электрического поля;  $\phi'$  — фазовый набег при однократном прохождении, включающий в себя также и набег фазы при прохождении обоих зеркал;  $2\phi$  — сдвиг фазы между последовательными отражениями, равный

$$2\phi = kL_s = 2kL \cos \theta = \frac{4\pi n_r \nu}{c_0} L \cos \theta; \quad (4.22)$$

здесь  $L_s$  — сумма длин двух отрезков  $AB$  и  $BC$  на рис. 4.12, а угол  $\theta$  связан с углом  $\theta'$  законом Снеллиуса ( $n_r \sin \theta = \sin \theta'$ ). Заметим, что (4.22) можно переписать в более простом виде:

$$\phi = 2\pi L' \nu / c_0, \quad (4.23)$$

где

$$L' = n_r L \cos \theta. \quad (4.24)$$

Сумму геометрической последовательности, входящую в выражение (4.21); нетрудно вычислить, и мы имеем

$$E_t = E_0 e^{i\phi'} \frac{t_1 t_2}{1 - (r_1 r_2) \exp(2i\phi)}. \quad (4.25)$$

Коэффициент пропускания  $T$  интерферометра по мощности равен просто  $|E_t|^2 / |E_0|^2$ , и из (4.25) находим

$$T = \frac{t_1^2 t_2^2}{1 - 2r_1 r_2 \cos 2\phi + r_1^2 r_2^2}. \quad (4.26)$$

Поскольку  $R_1 = r_1^2$ ,  $R_2 = r_2^2$ , а для зеркала без потерь  $t_1^2 = 1 - r_1^2 = 1 - R_1$  и  $t_2^2 = 1 - r_2^2 = 1 - R_2$ , выражение (4.26) преобразуется к виду

$$T = \frac{(1 - R_1)(1 - R_2)}{[1 - (R_1 R_2)^{1/2}]^2 + 4(R_1 R_2)^{1/2} \sin^2 \phi}. \quad (4.27)$$

Это выражение и есть окончательный результат наших вычислений.

Для иллюстрации свойств интерферометра Фабри — Перо на рис. 4.13 построена зависимость пропускания  $T$  интерферометра

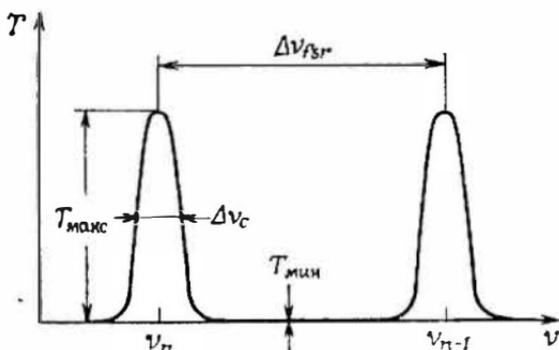


Рис. 4.13. Пропускание интерферометра Фабри — Перо в зависимости от частоты падающей волны.

от частоты  $\nu$  падающей волны, причем пропускание  $T$  вычислено по формуле (4.27), в которой  $\phi$  определяется выражением (4.23). Заметим, что кривая состоит из последовательности равностоящих максимумов. Эти максимумы наблюдаются, когда в (4.27)  $\sin^2 \phi = 0$ , т. е. когда

$$\phi = n\pi; \quad (4.28)$$

здесь  $n$  — положительное целое число. В соответствии с выражением (4.23) частоты  $\nu_n$ , соответствующие этим максимумам, равны

$$\nu_n = nc_0/2L'. \quad (4.29)$$

Последнее выражение явно напоминает условие (4.3). Физический смысл этого можно понять, если заметить, что в максимуме пропускания, т. е. когда  $\phi = n\pi$ , все волны, образующиеся вследствие многократных отражений, находятся в фазе. По причинам, которые станут ясными в конце этого раздела, разность частот между двумя соседними максимумами  $\Delta\nu_{FSr}$  называется

свободной спектральной зоной<sup>1)</sup> интерферометра. Из формулы (4.29) нетрудно получить

$$\Delta\nu_{\text{fsr}} = c_0/2L'. \quad (4.30)$$

Максимальное пропускание находим из выражения (4.27):

$$T_{\text{макс}} = \frac{(1 - R_1)(1 - R_2)}{[1 - (R_1 R_2)^{1/2}]^2}. \quad (4.31)$$

Заметим, что, если  $R_1 = R_2 = R$ , то  $T_{\text{макс}} = 1$  независимо от величины коэффициента отражения зеркала  $R$ . Этот результат справедлив лишь в тех случаях, когда, как в нашем рассмотрении, можно пренебречь поглощением излучения в зеркалах (см. задачу 4.3). Минимумы пропускания достигаются при  $\sin^2 \phi = 1$ , т. е. они располагаются посередине между соседними максимумами. Пропускание в точке минимума находим из выражения (4.27):

$$T_{\text{мин}} = \frac{(1 - R_1)(1 - R_2)}{[1 + (R_1 R_2)^{1/2}]^2}. \quad (4.32)$$

Следует отметить, что при обычных условиях величина  $T_{\text{мин}}$  очень мала. Если, например, выбрать  $R_1 = R_2 = 0,98$ , то  $T_{\text{мин}} \approx \approx 10^{-4}$ .

Чтобы вычислить ширину пика пропускания  $\Delta\nu_c$ , заметим, что в соответствии с формулой (4.27) пропускание упадет до половины своего максимального значения при смещении  $\Delta\phi$  от угла  $\phi = \pi$ , которое определяется выражением

$$4(R_1 R_2)^{1/2} \sin^2 \Delta\phi = [1 - (R_1 R_2)^{1/2}]^2. \quad (4.33)$$

Полагая  $\Delta\phi \ll \pi/2$ , можно считать, что  $\sin \Delta\phi \approx \Delta\phi$ . Тогда из выражения (4.33) получаем

$$\Delta\phi = \pm [1 - (R_1 R_2)^{1/2}]/2(R_1 R_2)^{1/4}, \quad (4.34)$$

откуда следует, что две точки на половине интенсивности максимума, соответствующие  $\Delta\phi_+$  и  $\Delta\phi_-$ , расположены симметрично по обеим сторонам максимума. Если положить  $\Delta\phi_c = \Delta\phi_+ - - \Delta\phi_-$ , то из последнего выражения имеем

$$\Delta\phi_c = \frac{1 - (R_1 R_2)^{1/2}}{(R_1 R_2)^{1/4}} \quad (4.35)$$

<sup>1)</sup> Вместо термина «свободная спектральная зона» (буквальный перевод англ. слов free spectral range, сокращению fsr) в советской литературе чаще употребляется термин «область дисперсии». Последний мы и будем использовать в дальнейшем. -- *Прим. ред.*

и с учетом (4.23)

$$\Delta\nu_c = \frac{c_0}{2L'} \frac{1 - (R_1 R_2)^{1/2}}{\pi (R_1 R_2)^{1/4}}. \quad (4.36)$$

Определим теперь резкость  $F$  интерферометра как

$$F = \Delta\nu_{fsr} / \Delta\nu_c. \quad (4.37)$$

Из выражений (4.30) и (4.36) получаем

$$F = \frac{\pi (R_1 R_2)^{1/4}}{1 - (R_1 R_2)^{1/2}}. \quad (4.38)$$

Резкость — это число, обычно много большее единицы, указывающее, насколько узка линия пропускания по сравнению с областью дисперсии. Рассмотрев снова случай  $R_1 = R_2 = 0,98$ , получаем  $F \approx 150$ .

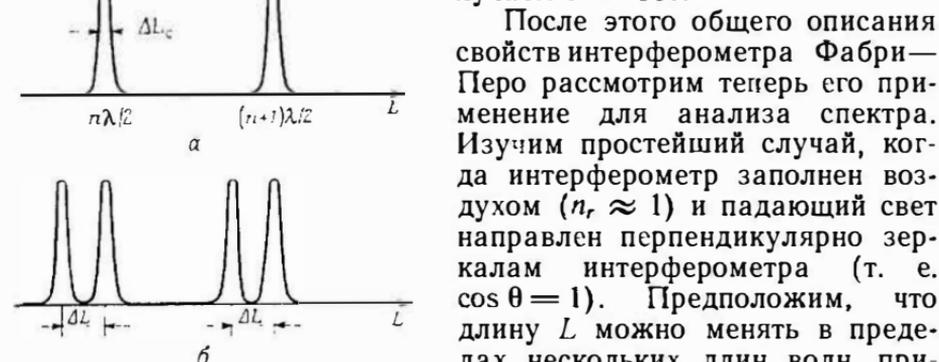


Рис. 4.14. Пропускание по интенсивности сканирующего интерферометра Фабри—Перо в случаях, когда падающая волна монохроматическая (а) и когда она состоит из двух волн с близкими частотами (б).

тическую волну с частотой  $\nu$  и длиной волны  $\lambda$ . Из предыдущих рассуждений следует, что прошедший свет будет иметь максимумы при  $\phi = n\pi$ , т. е. когда длина интерферометра равна (см. рис. 4.14, а)

$$L = n\lambda/2; \quad (4.39)$$

здесь  $n$  — положительное целое число. Изменение длины  $L$ , необходимое для перехода с одного пика пропускания на соседний, равно

$$\Delta L_{fsr} = \lambda/2. \quad (4.40)$$

Ширина каждого пика пропускания  $\Delta L_c$  должна удовлетворять условию

$$(2\pi\nu/c_0) \Delta L_c = \Delta\phi_c, \quad (4.41)$$

где  $\Delta\phi_c$  дается выражением (4.35). Следовательно, по аналогии с (4.37) можно написать

$$\Delta L_c = \Delta L_{fsr}/F. \quad (4.42)$$

Рассмотрим теперь случай, когда на интерферометр падают две волны с частотами  $\nu$  и  $\nu + \Delta\nu$ . Волна с частотой  $\nu + \Delta\nu$  приведет к образованию максимумов пропускания, смещенных на расстояние  $\Delta L$  от всех тех, которые образуются волной с частотой  $\nu$  (рис. 4.14, б). В соответствии с условием (4.28) смещение  $\Delta L$  должно удовлетворять соотношению

$$(2/c_0)(L + \Delta L)(\nu + \Delta\nu) = n\pi. \quad (4.43)$$

Поскольку  $2\pi L\nu/c_0 = n\pi$ ,

$$\Delta L = -(\Delta\nu/\nu)L. \quad (4.44)$$

Две частоты  $\nu$  и  $\nu + \Delta\nu$  будут разрешены спектрометром, если

$$\Delta L \geq \Delta L_c. \quad (4.45)$$

Минимальный частотный интервал  $\Delta\nu_m$ , который еще может быть разрешен, получается, когда в (4.45) имеет место равенство. Из выражений (4.42), (4.44) и (4.45) при этом получаем

$$\Delta\nu_m = \Delta\nu_{fsr}/F. \quad (4.46)$$

Таким образом, резкость интерферометра определяет его разрешающую способность через область дисперсии.

Следует заметить, что когда  $|\Delta L| = \Delta L_{fsr}$ , т. е. когда  $\Delta\nu = \Delta\nu_{fsr} = c_0/2L$ , максимумы пропускания на частотах  $\nu + \Delta\nu$  и  $\nu$  совпадают, хотя они и сдвигаются на один порядок по отношению друг к другу. Поэтому, когда  $\Delta\nu > \Delta\nu_{fsr}$ , в измерении  $\Delta\nu$  появляется неоднозначность в размере целого числа областей дисперсии  $\Delta\nu_{fsr}$ . Таким образом, в случае когда интерферометр используется для измерений разности частот, мы получаем простой и однозначный результат лишь при  $\Delta\nu < \Delta\nu_{fsr}$ , откуда и следует название  $\Delta\nu_{fsr}$  как области дисперсии (свободной спектральной зоны) интерферометра. Представленный выше результат нетрудно обобщить следующим образом: если  $\Delta\nu_{ген}$  — спектральная ширина линии падающего света, то, чтобы избежать неоднозначности в определении частоты, необходимо, чтобы  $\Delta\nu_{ген} \leq \Delta\nu_{fsr}$ . Если в этом соотношении выполняется равенство, то из (4.46) получаем

$$\Delta\nu_m = \Delta\nu_{ген}/F. \quad (4.47)$$

Таким образом, резкость также служит показателем того, насколько резко мы можем разделить частоты в пределах полной спектральной ширины  $\Delta\nu_{\text{ген}}$ . Например, если выбрать  $\Delta\nu_{\text{ген}} = 1,5$  ГГц и  $F = 150$ , то  $\Delta\nu_m = 10$  МГц. Если длина электромагнитной волны равна  $\lambda = 0,5$  мкм (зеленый свет), то  $\Delta\nu_m/\nu \approx 1,7 \cdot 10^{-8}$ . Это очень высокая разрешающая способность по

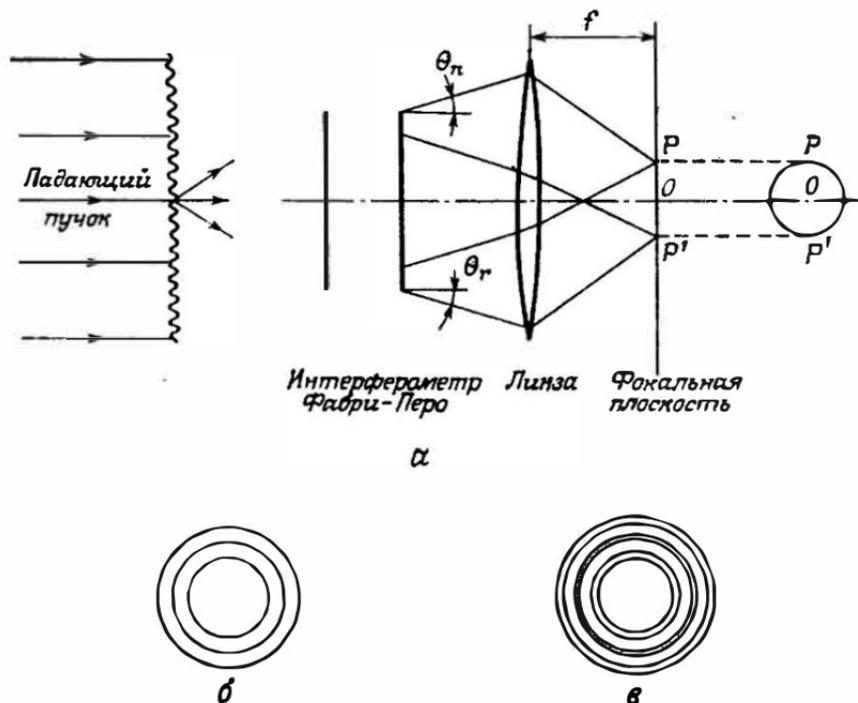


Рис. 4.15. Кольца Фабри — Перо, образующиеся в фокальной плоскости линзы при падении на интерферометр Фабри — Перо рассеянного пучка. *а* — схема эксперимента; *б* — наблюдаемый кольцевой рисунок в фокальной плоскости (рис. *а*) в случае, когда падающая волна является монохроматической; *в* — кольцевая картина в случае, когда падающий пучок состоит из двух монохроматических волн.

сравнению, например, с тем наилучшим разрешением, которое может быть достигнуто в спектрометре с дифракционными решетками ( $\Delta\nu/\nu = 10^{-5} - 10^{-6}$ ).

Другой известный способ применения интерферометра Фабри — Перо показан на рис. 4.15. Рассеиватель, такой, как пластинка матового стекла или даже простая линза, помещается на пути падающего пучка, чтобы обеспечить широкий набор углов падения для света, попадающего в интерферометр Фабри — Перо. Таким образом, волну, падающую на вход интерфе-

рометра, можно рассматривать как суперпозицию плоских волн, распространяющихся в различных направлениях. Свет, прошедший через интерферометр с определенной длиной, собирается при этом линзой в ее фокальной плоскости. Рассмотрим сначала пучок монохроматического света с частотой  $\nu$  и предположим, что промежуток между двумя зеркалами интерферометра заполнен воздухом ( $n_r = 1$ ). Тогда в соответствии с условиями (4.28) и (4.22) максимумы пропускания будут наблюдаться при тех углах  $\theta_n$ , которые удовлетворяют соотношению

$$\cos \theta_n = n\lambda/2L. \quad (4.48)$$

Если рассматривать только те пучки, направления распространения которых лежат в плоскости рис. 4.15, а, то для каждого угла  $\theta_n$  в фокальной плоскости будут наблюдаться две яркие точки  $P$  и  $P'$ . Рассмотрим теперь весь набор падающих лучей, а не только те, что в плоскости рисунка. Мы видим, что прошедший свет, соответствующий углу  $\theta_n$ , образует в фокальной плоскости яркую окружность радиусом

$$r = OP = f \operatorname{tg} \theta_n, \quad (4.49)$$

где  $f$  — фокусное расстояние линзы. Если учесть все возможные углы  $\theta_n$ , то пропущенный свет образует в фокальной плоскости набор концентрических колец, радиусы которых нетрудно найти из выражений (4.48) и (4.49) (рис. 4.15, б). Если теперь рассмотреть второй пучок при частоте  $\nu + \Delta\nu$ , то в фокальной плоскости образуется второй набор концентрических колец, слегка смещенных по радиусу относительно колец первого набора (рис. 4.15, в). Как и для сканирующего интерферометра Фабри — Перо, в данном случае нетрудно показать, что 1) для устранения неоднозначности в определении частоты необходимо иметь  $\Delta\nu < \Delta\nu_{\text{fsr}}$ ; 2) если  $\Delta\nu < \Delta\nu_{\text{fsr}}$ , то два набора колец будут разрешены в том случае, когда  $\Delta\nu > \Delta\nu_{\text{fsr}}/F$ , где  $F$  — резкость интерферометра.

### 4.2.3. Многослойные диэлектрические покрытия [3, 4]

Поверхности высокоотражающих лазерных зеркал или делителей пучка обычно изготавливают методом нанесения многослойного диэлектрического покрытия на плоскую или сферическую оптическую поверхность материала подложки, например стекла. Тот же прием может быть использован и для того, чтобы сильно ослабить отражение от поверхности оптических элементов (просветляющее покрытие) или изготовить другие оптические элементы, такие, как интерференционные фильтры или поляризаторы. Покрытие обычно наносится в вакуумной камере

путем испарения соответствующих диэлектрических материалов, которые затем осаждаются в виде слоя на подложку. Широко распространенное применение многослойных диэлектриков для лазерных оптических компонентов связано с тем, что слои делаются из прозрачных материалов и поэтому могут выдерживать высокую интенсивность лазерных пучков. Этим они сильно отличаются от свойств тонких металлических пленок (например, из серебра или золота), также изготавливаемых методами напыления в вакууме и нередко используемых для традицион-

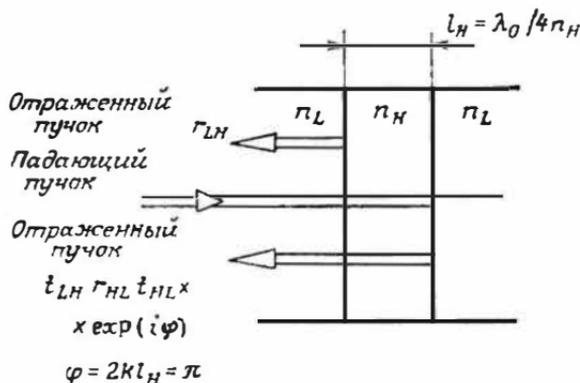


Рис. 4.16. Первые два отражения на двух границах раздела слоя с высоким коэффициентом преломления. Как и в случае интерферометра Фабри — Перо, здесь также происходят многократные отражения, но на рисунке мы их не показали.

ных оптических компонентов. Вследствие высокого поглощения эти пленки обычно не выдерживают высокую интенсивность лазерного излучения.

Рассмотрим оптическую подложку, например стекло, покрытую рядом слоев с попеременно высоким  $n_H$  и низким  $n_L$  показателями преломления по сравнению с показателем преломления  $n_S$  подложки. В качестве материалов с высоким и низким показателями преломления можно рассмотреть соответственно  $TiO_2$  и  $SiO_2$ . Если толщина слоев  $l_H$  и  $l_L$  такова, что  $n_H l_H = n_L l_L = \lambda_0/4$ , где  $\lambda_0$  — длина падающей волны в вакууме, то электрические поля от всех отражений на границах слоев будут складываться в фазе. Рассмотрим, например, две границы раздела слоя с высоким показателем преломления (рис. 4.16). Коэффициент отражения для электрического поля на границе раздела при переходе от среды с низким показателем преломления к высокому записывается в виде

$$r_{LH} = (n_L - n_H)/(n_L + n_H) \quad (4.50)$$

и, следовательно, является отрицательной величиной. Это означает, что при отражении электрическое поле претерпевает скачок фазы на  $\pi$ . Наоборот, коэффициент отражения при переходе от среды с высоким показателем преломления к среде с низким показателем преломления равен  $r_{HL} = (n_H - n_L)/(n_H + n_L)$ , т. е. без сдвига фазы отраженной волны. Коэффициент пропускания  $t_{LH}$  при переходе от среды с низким к среде с высоким показателем преломления тот же, что и коэффициент пропускания  $t_{HL}$  для перехода от высокого к низкому показателю преломления. При этом мы имеем

$$t_{LH} = t_{HL} = \frac{2(n_L n_H)^{1/2}}{n_L + n_H}. \quad (4.51)$$

Если оптическая толщина слоя  $n_H l_H$  равна  $\lambda_0/4$ , то нетрудно видеть, что оба отраженных пучка на рис. 4.16 сложатся в одной и той же фазе. Этот результат будет справедлив также для всех многократных отражений между двумя границами раздела на рис. 4.16, как и в случае интерферометра Фабри—Перо. Следовательно, если нанесено достаточное число четвертьволновых слоев с попеременно низким и высоким показателем преломления, то полная отражательная способность вследствие всех многочисленных отражений может достигать весьма больших значений. Если многослойное покрытие начинается и заканчивается слоями с высоким показателем преломления, так что число слоев  $J$  нечетно, то результирующий коэффициент отражения по мощности (при  $\lambda = \lambda_0$ ) запишется в виде

$$R(\lambda_0) = \left( \frac{n_H^{J+1} - n_L^{J-1} n_S}{n_H^{J+1} + n_L^{J-1} n_S} \right)^2. \quad (4.52)$$

Пусть, например,  $n_S \approx 1,54$  (стекло ВК-7),  $n_H = 2,28$  ( $\text{TiO}_2$  при  $\lambda_0 \approx 1$  мкм),  $n_L = 1,45$  ( $\text{SiO}_2$  при  $\lambda_0 \approx 1$  мкм) и  $J = 15$ . В этом случае мы получим  $R = 99,8\%$ . Заметим, что коэффициент отражения по мощности на отдельной границе раздела в соответствии с (4.50) равен  $R_{LH} = R_{HL} = [r_{HL}]^2 = [(n_H - n_L)/(n_H + n_L)]^2 = 4,9\%$ .

Если длина падающей волны  $\lambda$  отличается от  $\lambda_0$ , то, разумеется, коэффициент отражения будет иметь меньшее значение, чем то, которое получится из вычисления по формуле (4.52). Для иллюстрации характерных примеров на рис. 4.17 представлены зависимости коэффициента отражения от длины волны для  $J = 15$  и  $J = 3$ . Заметим, что с ростом числа слоев максимальное значение коэффициента отражения явно увеличивается и что при этом область высокой отражательной способности делается шире, а ее границы становятся более крутыми.

Чтобы уменьшить отражение от оптической поверхности, можно использовать одиночный слой с низким показателем преломления. Нетрудно показать, что минимальное значение коэффициента отражения  $R_{\text{мин}}$  достигается тогда, когда  $n_L l_L = \lambda_0/4$ ; при этом

$$R_{\text{мин}} = \left( \frac{n_S - n_L^2}{n_S + n_L^2} \right)^2. \quad (4.53)$$

Заметим, что отражение было бы равно нулю, если бы  $n_L = (n_S)^{1/2}$ . Материал с наименьшим показателем преломления,

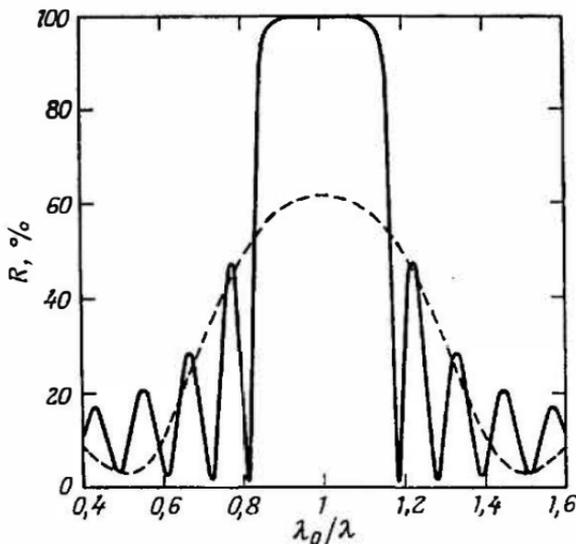


Рис. 4.17. Кривые зависимости коэффициента отражения от длины волны многослойной диэлектрической стопы (с толщиной каждого слоя  $\lambda/4$ ), изготовленной из  $\text{TiO}_2$  и  $\text{SiO}_2$ , с общим числом слоев, равным 3 (штриховая кривая) и 15 (сплошная кривая). Подложка изготовлена из стекла ВК-7.

который может быть получен в виде устойчивой пленки, представляет собой  $\text{MgF}_2$ , у которого  $n_L = 1,38$ . Выбирая  $n_S = 1,54$ , из (4.53) получаем  $R_{\text{мин}} \sim 1,1\%$ . Это значение, хотя и не равно нулю, все же намного меньше, чем у необработанной поверхности, для которой в соответствии с (4.50) получаем  $R = [(n_S - 1)/(n_S + 1)]^2 = 4,5\%$ . Если  $\text{MgF}_2$  используется в качестве просветляющего покрытия на торцевых поверхностях стержня из  $\text{Nd:YAG}$  ( $n = 1,82$ ), то отражательная способность почти равна нулю. На самом деле из (4.53) следует, что  $R_{\text{мин}} \approx 5 \cdot 10^{-4}$ . Минимальное значение коэффициента отражения, разумеется, достигается при  $\lambda = \lambda_0$ , но ширина области со слабым

отражением очень велика (в первом из рассмотренных примеров, если  $\lambda_0$  соответствует середине видимого диапазона, отражательная способность не превышает 2% для всего видимого диапазона). Для некоторых лазерных приложений может потребоваться даже более слабая отражательная способность (возможно, вплоть до 0,1%) по сравнению с той, что указана выше для стекла. Этого можно достичь использованием более чем одного слоя в просветляющем покрытии. При этом для такого типа покрытий область со слабым отражением занимает весьма ограниченное пространство, причем форма кривой зависимости коэффициента отражения от длины волны имеет вид буквы *V* с острым минимумом. Такое покрытие обычно называют *V*-покрытием.

Чтобы завершить данный раздел, укажем на то, что если падающий пучок линейно поляризован, то плоская поверхность данного оптического элемента может быть наклонена под таким углом, что отражение будет отсутствовать. То, что при этом происходит, можно описать с помощью рис. 4.18, *а*. Мы предполагаем, что плоскость поляризации электрического поля падающего пучка лежит в плоскости рисунка. Пусть угол падения  $\theta_B$  таков, что преломленный пучок перпендикулярен отраженному пучку. Следовательно, электрическое поле  $E$  в оптической среде, а вместе с ним и его вектор поляризации будут параллельны направлению, в котором происходит отражение. Поскольку отраженный пучок порождается излучением, испускаемым вектором поляризации среды, в которой происходит преломление, этот отраженный пучок будет в данном случае отсутствовать, так как дипольный момент не излучает вдоль собственного направления. Значение угла падения  $\theta_B$ , который называется углом Брюстера или поляризующим углом, можно вычислить непосредственно с помощью геометрической оптики. В соответствии с предыдущими рассуждениями имеем

$$\theta'_B + \theta_B = \pi/2, \quad (4.54a)$$

где  $\theta'_B$  — угол преломления. Кроме того, согласно закону Снеллиуса

$$n_S \sin \theta'_B = \sin \theta_B. \quad (4.54b)$$

Поскольку из (4.54a) мы имеем  $\sin \theta'_B = \cos \theta_B$ , последнее соотношение дает следующее выражение для угла Брюстера:

$$\operatorname{tg} \theta_B = n_S. \quad (4.55)$$

Заметим, что если поменять местами направления лучей (рис. 4.18, *б*), то отраженного пучка снова не будет, так как

преломленный и отраженный пучки взаимно перпендикулярны. Отсюда заключаем, что если на пути пучка, поляризованного в плоскости рисунка, поместить под углом Брюстера плоскопа-

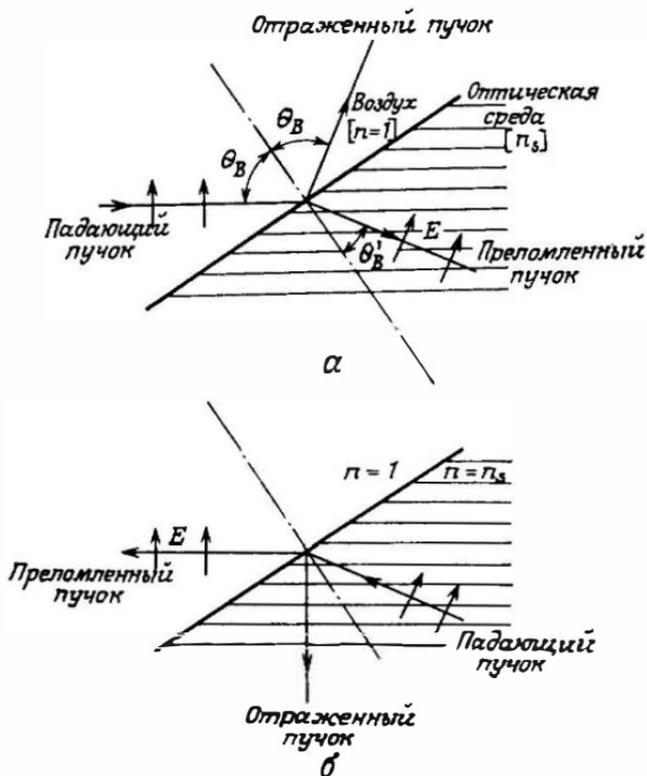


Рис. 4.18. Отраженный и преломленный пучки при падении под углом Брюстера. а — падение из менее плотной среды; б — падение из более плотной среды.

раллельную пластинку из данного оптического материала, то отражения от обеих поверхностей пластинки не будет.

### 4.3. Время жизни фотона и добротность резонатора

В данном разделе первая наша цель — это вычислить скорость релаксации энергии в данной (резонансной) моде оптического резонатора. Рассмотрим для простоты плоскопараллельный резонатор (рис. 4.1). В этом случае, исходя из приведенного выше рассмотрения, каждую моду резонатора можно

представить себе как суперпозицию двух волн, распространяющихся в противоположных направлениях. Пусть  $I_0$  — начальная интенсивность одной из этих волн. Если  $R_1$  и  $R_2$  — коэффициенты отражения (по мощности) двух зеркал, а  $T_i$  — относительные внутренние потери за проход вследствие дифракции, то интенсивность  $I(t_1)$  в момент времени  $t = 2L/c$ , т. е. после одного полного прохода резонатора, запишется в виде

$$I(t_1) = R_1 R_2 (1 - T_i)^2 I_0. \quad (4.56)$$

Интенсивность после  $m$  полных проходов, т. е. в момент времени

$$t_m = 2mL/c, \quad (4.57)$$

равна

$$I(t_m) = [R_1 R_2 (1 - T_i)^2]^m I_0. \quad (4.58)$$

Если  $q(t)$  — полное число фотонов в резонаторе<sup>1)</sup> в момент времени  $t$ , то, разумеется, оно пропорционально интенсивности, т. е.  $q(t) \sim I(t)$ , и в соответствии с (4.58) можно написать следующее выражение:

$$q(t_m) = [R_1 R_2 (1 - T_i)^2]^m q_0, \quad (4.59)$$

где  $q_0$  — число фотонов, изначально присутствовавших в резонаторе. Следовательно, число фотонов в момент времени  $t_m$  равно

$$q(t_m) = \exp(-t_m/\tau_c) q_0. \quad (4.60)$$

Сравнение двух последних выражений с (4.57) показывает, что

$$[\exp(-2L/c\tau_c)]^m = [R_1 R_2 (1 - T_i)^2]^m, \quad (4.61)$$

откуда находим

$$\tau_c = \frac{-2L}{c \ln [R_1 R_2 (1 - T_i)^2]}. \quad (4.62)$$

Если теперь предположить, что соотношение (4.60) справедливо не только в момент времени  $t_m$ , но в любой момент  $t (> 0)$ , то можно написать

$$q(t) \approx \exp(-t/\tau_c) q_0; \quad (4.63)$$

здесь  $\tau_c$  — время жизни фотона, определяемое выражением (4.62). Например, если выбрать  $R_1 = R_2 = R = 0,98$  и  $T_i \approx 0$ , то из (4.62) получаем  $\tau_c = t_T / [-\ln R] = 49,5 t_T$ , где  $t_T = L/c$  — время одного прохода фотоном резонатора. Из этого примера видно, что время жизни много больше времени прохода. Если

<sup>1)</sup> Под фотонами в резонаторе подразумеваются, естественно, лишь те из них, которые принадлежат той или иной рассматриваемой моде, а вовсе не тепловые фотоны или фотоны накачки. — *Прим. перев.*

положить  $L = 90$  см и  $c \approx c_0$ , где  $c_0$  — скорость света в вакууме, то получим  $t_r = 3$  нс и  $\tau_c \approx 150$  нс.

При условии, что выражение (4.63) справедливо, временную зависимость электрического поля в произвольной точке внутри или вне резонатора можно представить в виде [см. также выражение (4.2)]  $E(t) = E_0 \exp[-(t/2\tau_c) + i\omega t]$ . С помощью фурье-преобразования этого выражения нетрудно показать, что спектр мощности излучения имеет лоренцеву форму линии с полушириной (полная ширина на половине максимального значения)

$$\Delta\nu_c = 1/2\pi\tau_c. \quad (4.64)$$

Следует заметить, что найденный таким образом спектр излучения не совпадает с полученным в предыдущем разделе спектром пропускания, форма которого не является лоренцевой; см. выражение (4.27). В частности, полученное здесь выражение для  $\Delta\nu_c$  [см. (4.64)], если в нем вместо  $\tau_c$  подставить выражение (4.62) при  $T_i \approx 0$ , не совпадает с соответствующим выражением в предыдущем разделе [см. (4.36)]. Это расхождение можно понять, если снова вернуться к приближению, которое мы сделали при написании выражения (4.63). Однако расхождения между числовыми результатами, полученными из расчетов по этим формулам, совсем невелики, особенно при высоких коэффициентах отражения. Например, если  $R_1 = R_2 = 0,98$  и  $T_i = 0$ , то из формулы (4.64) с учетом (4.62) мы получим  $\Delta\nu_c = 6,4307 \cdot 10^{-3} (c/2L)$ , в то время как из (4.36)  $\Delta\nu_c = 6,4308 \cdot 10^{-3} (c/2L)$ . Даже при низких коэффициентах отражения  $R_1 = R_2 = 0,5$  расхождение незначительно. Действительно, из (4.64) получаем  $\Delta\nu_c = 0,221 (c/2L)$ , а из (4.36) имеем  $\Delta\nu_c = 0,225 (c/2L)$ . Поэтому в дальнейшем мы будем считать, что форма линии резонатора является лоренцевой с шириной, определяемой выражением (4.64), и что она одна и та же, как для излучения, так и для пропускания.

Рассмотрев время жизни фотона в резонаторе, определим теперь понятие добротности резонатора и найдем связь этой величины с временем жизни фотона. Для любой резонансной системы, и в частности для резонирующей полости, добротность определяют как  $Q = 2\pi \cdot (\text{Запасенная энергия}) / (\text{Энергия, теряемая за один цикл колебания})$ . Таким образом, высокая добротность резонатора означает, что резонансная система имеет малые потери. Поскольку в нашем случае запасенная энергия равна  $q\hbar\nu$ , а энергия, теряемая в течение одного цикла колебаний, равна  $\hbar\nu(-dq/dt) (1/\nu) = -\hbar dq/dt$ , мы имеем

$$Q = -2\pi\nu q / (dq/dt). \quad (4.65)$$

При этом из (4.63) находим

$$Q = 2\pi\nu\tau_c. \quad (4.66)$$

Это выражение с помощью (4.64) можно преобразовать к более удобному виду:

$$Q = \nu/\Delta\nu_c. \quad (4.67)$$

Таким образом, добротность резонатора равна отношению резонансной частоты  $\nu$  к ширине линии резонатора  $\Delta\nu_c$ . Для конкретных значений  $\tau_c = 150$  нс и  $\nu = 5 \cdot 10^{14}$  Гц ( $\lambda = 0,6$  мкм) получаем  $Q = 4,7 \cdot 10^8$ . Следовательно, в течение одного цикла колебания оптический резонатор теряет небольшую долю энергии!

## 4.4. Плоскопараллельный резонатор

### 4.4.1. Приближенная теория

Первое упоминание об изучении плоскопараллельного резонатора появилось в классической работе Шавлова и Таунса [5], в которой они предложили распространить принцип действия лазера на диапазон оптических частот. Шавлов и Таунс рассмотрели эту задачу, используя аналогию с закрытым прямоугольным резонатором, моды которого хорошо известны (см. разд. 2.2).

Прежде чем излагать теорию Шавлова и Таунса, напомним, что в случае прямоугольного резонатора, показанного на рис. 2.1, составляющие напряженности электрического поля  $E$  можно записать в виде

$$\begin{aligned} E_x &= e_x \cos k_x x \sin k_y y \sin k_z z \sin \omega t, \\ E_y &= e_y \sin k_x x \cos k_y y \sin k_z z \sin \omega t, \\ E_z &= e_z \sin k_x x \sin k_y y \cos k_z z \sin \omega t, \end{aligned} \quad (4.68)$$

где  $k_x = l\pi/2a$ ,  $k_y = m\pi/2a$ ,  $k_z = n\pi/L$  ( $l, m, n$  — положительные целые числа), а резонансные частоты даются выражением

$$\nu = (c/2) [(n/L)^2 + (m/2a)^2 + (l/2a)^2]^{1/2}. \quad (4.69)$$

Заметим, что выражения (4.68) можно записать в комплексной форме, если представить синусы и косинусы через экспоненциальные функции. При этом можно показать, что каждая составляющая поля  $E$  записывается как сумма восьми членов вида  $\exp[i(\pm k_x x \pm k_y y \pm k_z z - \omega t) + \text{компл. сопр.}]$ , т. е. как сумма восьми плоских волн, распространяющихся вдоль направлений, определяемых восемью волновыми векторами с компонентами

$\pm k_x$ ,  $\pm k_y$  и  $\pm k_z$ . Следовательно, направляющие косинусы этих векторов равны  $\pm (l\lambda/4a)$ ,  $\pm (m\lambda/4a)$  и  $\pm (n\lambda/2L)$ , где  $\lambda$  — длина волны, соответствующая данной моде. Суперпозиция этих восьми плоских волн дает стоячую волну, определяемую выражением (4.68).

Кроме того, Шавлов и Таунс высказали предположение о том, что моды открытого резонатора на рис. 4.1 с хорошей точностью описываются теми модами прямоугольного резонатора (см. рис. 2.1), для которых  $(l, m) \ll n$  (резонатор на рис. 4.1 получается из резонатора, изображенного на рис. 2.1, путем удаления боковой поверхности). Доказательством справедливости этого предположения является то, что моды рассматриваемого нами резонатора можно представить в виде суперпозиции плоских волн, распространяющихся под очень малыми углами к оси  $z$ . Следовательно, можно ожидать, что отсутствие боковой поверхности существенно не изменит эти моды. Однако на те моды, у которых значения  $l$  и  $m$  не малы по сравнению с  $n$ , отсутствие боковой поверхности окажет сильное влияние. После удаления боковых сторон резонатора дифракционные потери для этих мод становятся столь большими, что их не имеет смысла в дальнейшем рассматривать.

Если  $(l, m) \ll n$ , то резонансные частоты плоскопараллельного резонатора можно найти из выражения (4.69) путем разложения его в степенной ряд:

$$\nu \approx (c/2) \left( \frac{n}{L} + \frac{1}{2} \frac{l^2 + m^2}{n} \frac{L}{4a^2} \right). \quad (4.70)$$

Это выражение можно сравнить с (4.3), которое было получено из простых соображений для одномерного случая. Таким образом, для каждого набора трех значений  $l$ ,  $m$  и  $n$  существует вполне определенная мода резонатора с вполне определенной резонансной частотой.

Из выражения (4.70) можно сразу получить разность частот  $\Delta\nu_n$  между двумя модами, имеющими одни и те же значения  $l$  и  $m$ , но различающиеся на единицу значения  $n$ . Таким образом,

$$\Delta\nu_n = c/2L. \quad (4.71)$$

Эти две моды отличаются друг от друга лишь распределением поля вдоль оси  $z$  (т. е. в продольном направлении). Поэтому  $\Delta\nu_n$  нередко называют разностью частот между двумя последовательными *продольными модами*. Разность частот между двумя модами, различающимися лишь значениями  $m$  на единицу (т. е. разность частот между последовательными *поперечными*

модами)<sup>1)</sup>, записывается в виде

$$\Delta\nu_m = cL(m + 1/2)(1/8na^2). \quad (4.72)$$

Для типичных значений  $L$  величины  $\Delta\nu_n$  составляют порядка нескольких сотен мегагерц, тогда как  $\Delta\nu_m$  (или  $\Delta\nu_l$ ) — порядка не-

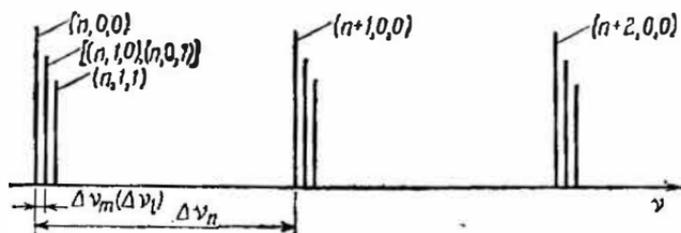


Рис. 4.19. Резонансные частоты плоскопараллельного резонатора.

скольких мегагерц. На рис. 4.19 показан спектр частот плоскопараллельного резонатора. Следует заметить, что моды с одинаковыми  $n$ , но разными значениями  $l$  и  $m$ , удовлетворяющими условию  $l^2 + m^2 = \text{const}$ , имеют одну и ту же частоту и поэтому их называют частотно-вырожденными.

#### 4.4.2. Теория Фокса и Ли

Более строгая теория плоскопараллельного резонатора приведена Фоксом и Ли [6], которые решали эту задачу в так называемом скалярном приближении, нередко используемом в оптике. В этом приближении электромагнитное поле предполагается почти поперечным и однородно поляризованным (например, линейно или по кругу). Поле волны можно записать в виде скалярной величины  $U$ , представляющей, скажем,

<sup>1)</sup> Употребление в литературе по лазерам терминов продольная и поперечная мода иногда приводит к путанице и может создавать (ошибочное) представление о том, что существуют два различных типа мод, а именно продольные (иногда называемые аксиальными) и поперечные моды. В действительности же любая мода характеризуется тремя числами, например  $n$ ,  $m$ ,  $l$ , в соответствии с выражением (4.70). Электрические и магнитные поля мод почти перпендикулярны оси резонатора. Изменение этих полей в поперечном направлении характеризуется числами  $l$  и  $m$ , в то время как изменение поля в продольном (аксиальном) направлении определяется величиной  $n$ . Когда говорят, причем, как правило, не корректно, о (данной) поперечной моде, то подразумевают определенные значения поперечных индексов  $l$  и  $m$ , не обращая внимания на величину  $n$ . Следовательно, отдельная поперечная мода — это мода с одним единственным значением поперечных индексов  $l$ ,  $m$ . Аналогичным образом можно объяснить термин «продольная» мода. Так, например, две соседние продольные моды — это моды с последовательными значениями продольного индекса  $n$  (т. е.  $n$  и  $n + 1$  или  $n - 1$ ).

амплитуду электрического (или магнитного) поля. Предположим, что  $U_1$  является некоторым произвольным распределением поля на зеркале 1 (рис. 4.20). Тогда благодаря дифракции это распределение вызовет соответствующее распределение поля на зеркале 2, выражение для которого можно получить с помощью дифракционного интеграла Кирхгофа [7]. При этом в произвольной точке  $P_2$  зеркала 2 поле  $U_2(P_2)$  дается выражением

$$U_2(P_2) = -\frac{i}{2\lambda} \int_1 \frac{U_1(P_1) \exp(ikr) (1 + \cos \theta)}{r} dS_1, \quad (4.73)$$

где  $r$  — расстояние между точками  $P_1$  и  $P_2$ ,  $\theta$  — угол, который отрезок  $P_1P_2$  составляет с нормалью к поверхности зеркала в

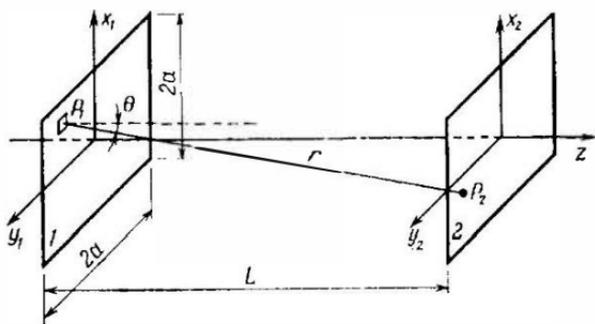


Рис. 4.20. К расчету мод плоскопараллельного резонатора с помощью дифракционного интеграла Кирхгофа.

точке  $P_1$ ,  $dS_1$  — элемент поверхности в точке  $P_1$  и  $k_1 = 2\pi/\lambda$ . В выражении (4.73) интеграл вычисляется по всей поверхности зеркала 1. Следует заметить, что выражение (4.73) нетрудно понять как математическую формулировку интуитивных представлений, составляющих принцип Гюйгенса: каждый элемент  $dS_1$  поверхности 1 можно рассматривать как источник сферической волны  $U_1(P_1)dS_1 \times [\exp(ik)]/r$  (так называемая «элементарная волна Гюйгенса»), причем поле на поверхности 2 обусловлено суперпозицией этих сферических элементарных волн. Множитель  $(1 + \cos \theta)/2$  в (4.73) — это «коэффициент наклона», который имеет указанную форму в теории Кирхгофа, в то время как в теории Френеля он принимает более простой вид  $\cos \theta$ . Множитель  $-i/\lambda$  перед интегралом Френеля — Кирхгофа — это нормирующий коэффициент, получаемый из строгого теоретического рассмотрения. В частности, множитель  $-i$  имеет интересную физическую интерпретацию, согласно которой испускаемая элементарная волна сдвинута по фазе на  $\pi/2$  по сравнению с полем  $U_1(P_1)$  на поверхности 1.

Вместо того чтобы изучать общее распределение  $U_1$ , рассмотрим распределение  $U$ , соответствующее моде резонатора. В этом случае распределение поля на зеркале 2, вычисленное по формуле (4.73), с точностью до некоторого постоянного множителя должно быть снова равно  $U$ . Таким образом, в соответствии с (4.73) получаем следующее выражение:

$$\sigma U(P_2) = - \frac{i}{2\lambda} \int_1 \frac{U(P_1) \exp(ikr) (1 + \cos \theta)}{r} dS_1, \quad (4.74)$$

где  $\sigma$  — постоянная величина. Выражение (4.74) представляет собой однородное интегральное уравнение Фредгольма второго рода. Собственные решения этого уравнения  $U$  определяют распределения поля на зеркалах резонатора, соответствующие его модам<sup>1)</sup>. Поскольку в (4.74) интегральный оператор неэрмитов, собственные значения  $\sigma$  не являются вещественными и, следовательно, как амплитуда, так и фаза имеют непосредственный физический смысл. Если положить  $\sigma = |\sigma| \exp(i\phi)$ , то можно сразу показать, что величина  $\gamma_d = 1 - |\sigma|^2$  определяет относительные потери мощности за проход, обусловленные дифракцией. Величина  $\phi$  представляет собой запаздывание волны по фазе при распространении ее от одного зеркала до другого; это становится еще более очевидным, если вспомнить о том, что множитель  $\exp(i\omega t)$  был опущен в обеих частях интегральных уравнений (4.73) и (4.74). Таким образом, величина  $2\phi$  представляет собой запаздывание по фазе при полном проходе резонатора и зависит от волнового числа  $k$ , т. е. от длины волны. Приравняв  $2\phi$  целым числам, умноженным на  $2\pi$ , мы получим резонансные частоты (как в простом случае, рассмотренном в разд. 4.1). Таким образом, мы видим, что собственные решения и соответствующие собственные значения уравнения (4.74) определяют все величины, представляющие интерес, а именно распределение поля на зеркалах, резонансные частоты и дифракционные потери. Если известно распределение поля  $U$  на зеркалах, то с помощью уравнения (4.73) можно вычислить

<sup>1)</sup> Ссылка на конечное распределение поля на поверхности зеркала резонатора может, на первый взгляд, показаться противоречащей обсуждению, проведенному в разд. 4.1, где поле предполагалось равным нулю на зеркалах (для металлических зеркал). В действительности же поперечная зависимость распределения поля  $U(P) = U(x, y)$ , введенная в этом разделе, не дает полного описания поля моды резонатора, поскольку она не учитывает продольного (т. е. вдоль оси  $z$ ) изменения поля. Если учесть это обстоятельство, то в соответствии с (4.68) можно записать, например,  $E_x$  в виде  $E_x(x, y, z) = e_x U(x, y) \sin k_z \sin \omega t$ . Теперь видно, что  $E_x$  действительно равно нулю при  $z = 0$ , т. е. на поверхности зеркала 1 (рис. 4.20). Кроме того,  $E_x = 0$  при  $z = L$ , т. е. на поверхности зеркала 2 (рис. 4.20), если  $k_z L = n\pi$ .

поле в любой точке внутри (стоячая волна) и вне (бегущая волна) резонатора.

При  $L \gg a$ , т. е. в том случае, когда длина резонатора существенно больше его поперечных размеров, уравнение (4.74) можно значительно упростить. Действительно, в амплитудном множителе под знаком интеграла можно положить  $\cos \theta \approx 1$  и  $r \approx L$ . Чтобы получить соответствующее выражение для фазового множителя  $kr$ , запишем  $r$  в виде

$$\begin{aligned} r &= [L^2 + (x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2]^{1/2} = \\ &= L + (1/2L)[(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2] + \epsilon, \end{aligned} \quad (4.75)$$

где мы разложили в ряд выражение, стоящее под знаком квадратного корня. При выполнении условия  $ke \ll 2\pi$  остаточным членом ряда  $\epsilon$  можно пренебречь. Поскольку  $\epsilon$  представляет собой сходящийся знакопеременный ряд, его величина не превышает первого члена. Отсюда следует, что для выполнения условия  $ke \ll 2\pi$  достаточно, чтобы выполнялось неравенство  $ka^4/L^3 \ll 2\pi$  или  $N \ll L^2/a^2$ , где  $N = a^2/L\lambda$  — число Френеля<sup>1)</sup>. Таким образом, при выполнении двух условий  $L \gg a$  и  $N \ll (L/a)^2$  можно записать следующее приближенное выражение:

$$\exp(ikz) \approx \exp\{i(kL) + i(\pi N/a^2)[(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2]\}. \quad (4.76)$$

Используя это выражение и безразмерные параметры

$$\xi = (\sqrt{N}/a)x, \quad \eta = (\sqrt{N}/a)y, \quad (4.77a, б)$$

интегральное уравнение (4.74) можно переписать в безразмерном виде:

$$\begin{aligned} \sigma^* U(\xi_2, \eta_2) &= \\ &= -i \int_1 U(\xi_1, \eta_1) \exp\{i\pi[(\xi_1 - \xi_2)^2 + (\eta_1 - \eta_2)^2]\} d\xi_1 d\eta_1, \end{aligned} \quad (4.78)$$

где

$$\sigma^* = \sigma \exp(-ikL). \quad (4.79)$$

<sup>1)</sup> Число Френеля  $N$  — это безразмерная величина, которая часто применяется в геометрической оптике. Одна из физических интерпретаций этого числа может быть следующей. Угол дифракционной расходимости плоской электромагнитной волны с поперечным размером  $2a$  равен  $\theta_d \approx \lambda/2a$  [см. выражение (1.11)]. С другой стороны, для зеркал, имеющих поперечные размеры  $2a$  и расположенных на расстоянии  $L$  друг от друга, половина геометрического угла  $\theta_g$ , под которым одно зеркало видно из центра другого, составляет  $\theta_g = a/L$ . Отсюда следует, что  $N = \theta_g/2\theta_d$ . Таким образом, большие числа Френеля означают, что угол дифракционной расходимости мал по сравнению с геометрическим углом.

Для зеркал квадратной или прямоугольной формы в уравнении (4.78) можно разделить переменные. Таким образом, запишем

$$U(\xi, \eta) = U_\xi(\xi) U_\eta(\eta), \quad (4.80a)$$

$$\sigma^* = \sigma_\xi^* \sigma_\eta^*. \quad (4.80b)$$

При этом из (4.78) получим следующие два уравнения для  $U_\xi(\xi)$  и  $U_\eta(\eta)$ :

$$\sigma_\xi^* U_\xi(\xi_2) = \exp[-i(\pi/4)] \int_{-\sqrt{N}}^{+\sqrt{N}} U_\xi(\xi_1) \exp[i\pi(\xi_1 - \xi_2)^2] d\xi_1, \quad (4.81a)$$

$$\sigma_\eta^* U_\eta(\eta_2) = \exp[-i(\pi/4)] \int_{-\sqrt{N}}^{+\sqrt{N}} U_\eta(\eta_1) \exp[i\pi(\eta_1 - \eta_2)^2] d\eta_1. \quad (4.81b)$$

Можно показать, что функция  $U_\xi$  представляет собой распределение поля в резонаторе, образованном двумя плоскопараллельными зеркалами длиной  $2a$  в направлении оси  $x$  и бесконечно протяженными в направлении оси  $y$  (ленточные зеркала). Аналогичная интерпретация справедлива и в отношении функции  $U_\eta$ . Мы будем различать собственные функции и собственные значения уравнений (4.81) с помощью соответствующих индексов  $m$  и  $l$ . Таким образом, согласно определениям (4.80), имеем

$$U_{ml}(\xi, \eta) = U_{\xi m}(\xi) U_{\eta l}(\eta), \quad (4.82a)$$

$$\sigma_{ml}^* = \sigma_{\xi m}^* \sigma_{\eta l}^*. \quad (4.82b)$$

Для круглых зеркал рассмотрение проводится почти аналогично. Однако в этом случае более удобно записать уравнение (4.74) в цилиндрических, а не в прямоугольных координатах, и в новой системе координат переменные опять можно разделить.

Хотя уравнения (4.81) выглядят гораздо проще, чем исходное уравнение (4.74), они не имеют аналитического решения. Фокс и Ли решили эти уравнения с помощью компьютера для нескольких значений числа Френеля  $N$ . Эти авторы использовали метод итераций, основываясь на следующем физическом соображении. Рассмотрим волну, распространяющуюся в прямом и обратном направлениях в резонаторе, и предположим, что в некоторый момент времени распределение поля  $U_1(\xi_1)$  на зеркале 1 известно. Распределение поля  $U_2(\xi_2)$  на зеркале 2 можно при этом вычислить с помощью (4.81a) по известному распределению поля  $U_1$ . Действительно, если в правой части

уравнения (4.81а) функцию  $U_{\xi}(\xi_1)$  заменить на  $U_1$  и затем выполнить интегрирование, то мы получим функцию  $U_2 = U_{\xi}(\xi_2)$ , соответствующую первому проходу резонатора. Поскольку распределение  $U_2$  известно, можно затем вычислить новое распределение поля на зеркале 1, соответствующее второму проходу, и т. д. Фокс и Ли показали, что после достаточно большого числа проходов, независимо от первоначального распределения поля на зеркале 1, достигается такое распределение поля, которое при последующих проходах остается без изменения.

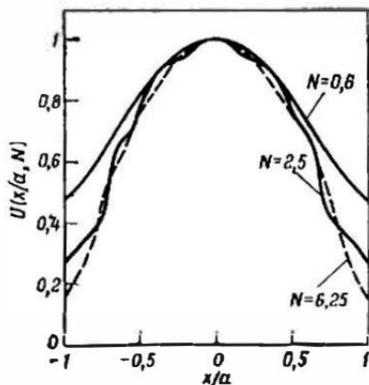


Рис. 4.21. Амплитуда моды низшего порядка плоскопараллельного резонатора для трех значений числа Френеля. (Согласно Фоксу и Ли [6].)

Если первоначальное распределение поля представляет собой четную функцию величины  $\xi$ , то в конечном итоге мы получим четную моду, в то время как для нечетных мод первоначальное распределение поля должно быть нечетной функцией величины  $\xi$ . В качестве примера на рис. 4.21 приведены результаты, полученные для амплитуды поля  $U = U(x/a, N)$  в случае, когда начальное распределение поля  $U_1$  выбрано однородным и симметричным (т. е.  $U_1 = \text{const}$ ). При  $N = 6,25$ , чтобы достичь стационарного решения, необходимо приблизительно 200 проходов, как показано на рис. 4.22. Аналогично антисимметричная мода низшего порядка получается в том случае, когда первоначальное распределение выбирается однородным и антисимметричным (т. е.  $U_1 = 1$  при  $0 < x < a$  и  $U_1 = -1$  при  $-a < x < 0$ ). На рис. 4.23 представлены распределения поля  $U(x/a, N)$ , полученные таким методом для двух значений числа Френеля.

В соответствии с представлением (4.82а) полное распределение поля  $U_{ml}(x, y)$  можно записать в виде произведения  $U_m(x)U_l(y)$ . Мода, которая соответствует случаю, когда как  $U(x)$ , так и  $U(y)$  определяются решением низшего порядка (т. е.  $m = l = 0$ ) (рис. 4.21), называется модой  $TEM_{00}$ . Мода  $TEM_{01}$  получается, когда  $U(x)$  представляет собой решение низшего порядка ( $m = 0$ , рис. 4.21) и  $U(y)$  — решение следующего более высокого порядка (т. е.  $l = 1$ , рис. 4.23); для моды

$TEM_{10}$  получаем обратное соответствие. Буквы ТЕМ означают поперечное электрическое и магнитное поле (аббревиатура англ. слов: transverse electric and magnetic). Для этих мод как элект-

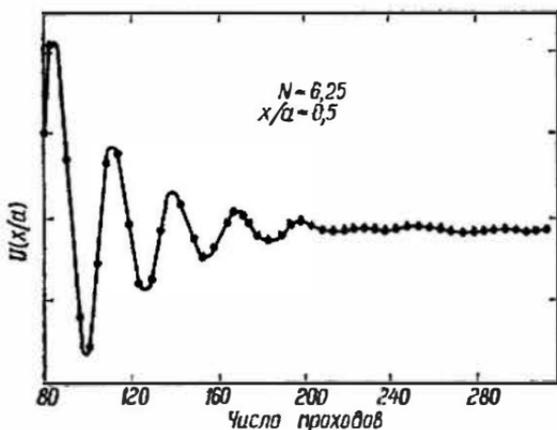


Рис. 4.22. Амплитуда поля  $U$  в точке  $x/a = 0,5$  в зависимости от числа проходов. (Согласно Фоксу и Ли [6].)

рическое, так и магнитное поле электромагнитной волны ортогональны оси  $z$  резонатора.

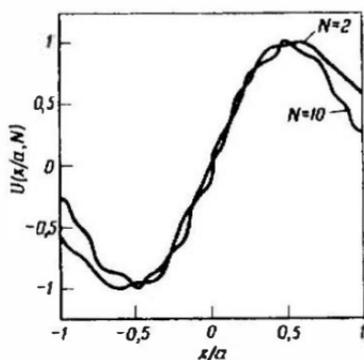


Рис. 4.23. Амплитуда антисимметричной моды низшего порядка плоскопараллельного резонатора для двух значений числа Френеля. (Согласно Фоксу и Ли [6].)

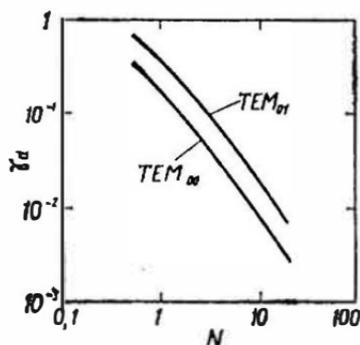


Рис. 4.24. Дифракционные потери за один проход  $\gamma_d$  в зависимости от числа Френеля для плоскопараллельного резонатора. (Согласно Фоксу и Ли [6].)

Из уравнений (4.81) и (4.826) нетрудно показать, что  $\sigma^*$  зависит только от числа Френеля  $N$  и от модовых индексов  $m$  и  $l$ . Соответственно дифракционные потери ( $\gamma_d = 1 - |\sigma^*|^2$ ) будут зависеть лишь от  $N$ ,  $m$  и  $l$ . На рис. 4.24 показаны зависи-

мости дифракционных потерь от числа  $N$  для симметричной ( $TEM_{00}$ ) и антисимметричной ( $TEM_{01}$ ) мод низшего порядка. Можно видеть, что с возрастанием  $N$  потери быстро убывают. Такое поведение нетрудно объяснить, если вспомнить, что  $N$  пропорционально отношению геометрического ( $\theta_g$ ) и дифракционного ( $\theta_d$ ) углов. Кроме того, такой результат можно понять, если заметить, что с возрастанием  $N$  поле на краях зеркала ( $x = \pm a$ ) уменьшается так, как показано на рис. 4.21 и 4.23. Действительно, именно это поле отвечает в основном за дифракционные потери. Наконец, следует заметить, что для данного числа Френеля потери для моды  $TEM_{01}$  всегда больше, чем для моды  $TEM_{00}$ .

Резонансные частоты можно получить, если приравнять фазу величины  $\sigma$  целому числу, умноженному на  $\pi$ . Таким образом, используя выражение (4.79), получаем

$$kL + \phi_{m,l}^* = n\pi. \quad (4.83)$$

Здесь явно указывается на то, что фаза  $\phi^*$  собственного значения  $\sigma^*$  зависит от модовых индексов  $m$  и  $l$ . Заметим, что если волновое число  $k$  зависит только от длины волны  $\lambda$  ( $k = 2\pi/\lambda$ ), то фаза  $\phi^*$  зависит как от длины волны  $\lambda$  (в силу того, что она зависит от числа Френеля  $N$ ), так и от модовых индексов  $m$  и  $l$ . Поэтому уравнение (4.83) позволяет вычислить резонансные длины волн  $\lambda$  (а следовательно, резонансные частоты  $\nu$ ) в виде функций от модовых индексов  $n$ ,  $l$  и  $m$ . Результаты численного расчета  $\sigma^*$ , выполненного Фоксом и Ли, подтверждают, что для достаточно больших чисел Френеля значения резонансных частот, полученных этим методом, хорошо согласуются с теми, которые предсказывает соотношение (4.70). Например, для  $N > 10$  расхождение не превышает 10 %.

#### 4.5. Конфокальный резонатор [8]

Теория конфокального резонатора была разработана в скалярном приближении Бойдом и Гордоном [9]. Чтобы изложить эту теорию, рассмотрим резонатор длиной  $L$ , причем одну зеркальную поверхность будем описывать в системе координат  $(x_1, y_1)$ , а другую — в системе координат  $(x_2, y_2)$ , как показано на рис. 4.25. Ради простоты будем считать, что оба зеркала имеют в поперечном сечении квадрат со стороной  $2a$ . В рамках скалярного приближения собственные решения даются выражением (4.74). В случае, когда  $L \gg a$ , в амплитудном множителе можно снова положить  $\cos \theta \approx 1$  и  $r \approx L$ . Для того чтобы найти соответствующее приближение для фазового множи-

теля  $kr$ , мы должны вычислить сначала расстояние  $r$  между точками  $P_1$  и  $P_2$  как функцию координат этих двух точек, а затем полученное выражение для  $r$  разложить в степенной ряд:

$$r \approx L - (1/L)(x_1x_2 + y_1y_2). \quad (4.84)$$

Этот ряд является достаточно хорошим приближением для  $k$  при условии, что  $N \ll \ll L^2/a^2$ , как и в случае с плоскими зеркалами. Вводя затем безразмерные переменные  $\xi = \sqrt{N}(x/a)$  и  $\eta = \sqrt{N}(y/a)$ , выражение (4.74) можно записать в виде

$$\begin{aligned} \sigma^* U(\xi_2, \eta_2) = & \\ = -i \int U(\xi_1, \eta_1) \times & \\ \times \exp[-i2\pi(\xi_1\xi_2 + & \\ + \eta_1\eta_2)] d\xi_1 d\eta_1, & \quad (4.85) \end{aligned}$$

где  $\sigma^*$ , как и прежде, определяется выражением (4.79). Снова ищем решение методом разделения переменных в соответствии с (4.80). В результате получаем следующие уравнения:

$$\sigma_{\xi}^* U_{\xi}(\xi_2) = \exp[-i(\pi/4)] \int_{-\sqrt{N}}^{+\sqrt{N}} U_{\xi}(\xi_1) \exp(-i2\pi\xi_1\xi_2) d\xi_1, \quad (4.86a)$$

$$\sigma_{\eta}^* U_{\eta}(\eta_2) = \exp[-i(\pi/4)] \int_{-\sqrt{N}}^{+\sqrt{N}} U_{\eta}(\eta_1) \exp(-i2\pi\eta_1\eta_2) d\eta_1. \quad (4.86b)$$

Физический смысл этих интегральных уравнений тот же самый, что и для плоскопараллельного резонатора. Они являются решениями задачи в случае одномерных зеркал (ленточных). Уравнения (4.86) имеют конечный набор собственных решений, которые мы будем обозначать индексами  $m$  и  $l$ , т. е.

$$U_{m,l}(\xi, \eta) = U_{\xi m}(\xi) U_{\eta l}(\eta), \quad (4.87a)$$

$$\sigma_{ml}^* = \sigma_{\xi m}^* \sigma_{\eta l}^*. \quad (4.87b)$$

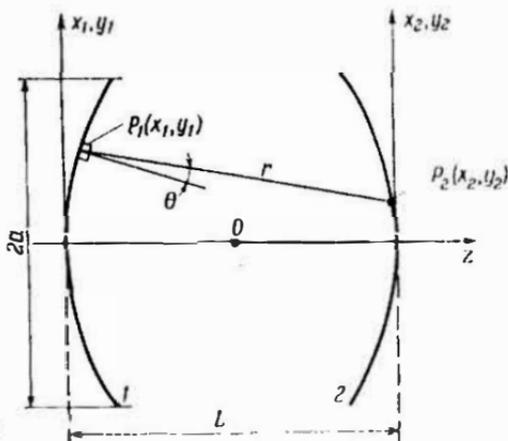


Рис. 4.25. К вычислению мод конфокального резонатора с помощью дифракционного интеграла Кирхгофа.

В отличие от случая резонатора с плоскими зеркалами, последние интегральные уравнения можно решить аналитически. Действительно, можно показать, что  $U_{\xi m}(\xi)$  и  $U_{\eta l}(\eta)$  пропорциональны угловым сфероидальным функциям Фламмера, в то время как соответствующие собственные значения  $\sigma_{\xi m}^*$  и  $\sigma_{\eta l}^*$  пропорциональны радиальным сфероидальным функциям Фламмера. Эти функции табулированы в работе [10].

Что касается собственных функций, то их можно найти значительно более просто в случае, когда  $N \gg 1$ . При этом в уравнениях (4.86) интегрирование можно распространить и на всю область от  $-\infty$  до  $+\infty$ . В этом случае правые части уравнений (4.86), за исключением коэффициентов пропорциональности, представляют собой фурье-образы распределений соответственно  $U(\xi_i)$  и  $U(\eta_i)$ . Таким образом, согласно (4.86), искомые собственные функции должны быть инвариантными относительно фурье-преобразования. Известно, что этим свойством обладает произведение гауссовой функции и полинома Эрмита. Возвращаясь к исходным координатам  $x$  и  $y$ , собственные функции можно записать соответственно в виде

$$U_{xm}(x) = H_m \left[ x \left( \frac{2\pi}{L\lambda} \right)^{1/2} \right] \exp \left[ -(\pi/L\lambda) x^2 \right], \quad (4.88a)$$

$$U_{yl}(y) = H_l \left[ y \left( \frac{2\pi}{L\lambda} \right)^{1/2} \right] \exp \left[ -(\pi/L\lambda) y^2 \right], \quad (4.88b)$$

где  $H_m$  и  $H_l$  — полиномы Эрмита  $m$ -го и  $l$ -го порядков. Таким образом, полная собственная функция записывается в виде

$$U_{ml}(x, y) = H_m H_l \exp \left[ -(\pi/L\lambda) (x^2 + y^2) \right]. \quad (4.89)$$

Рассмотрим теперь несколько примеров. Если  $m = 0$ , то  $H_0 = 1$  и из (4.88a) имеем

$$U_{x0}(x) = \exp \left[ -(\pi/L\lambda) x^2 \right]. \quad (4.90)$$

На рис. 4.26 приведены зависимости функции  $U$  от  $x/a$  для двух значений числа Френеля  $N$ . На расстоянии  $w_s$  от центра зеркала амплитуда электрического поля на нем уменьшается в  $e$  раз относительно своего максимального значения, причем величина  $w_s$  дается выражением

$$w_s = (\lambda L/\pi)^{1/2}. \quad (4.91)$$

Если  $m = 1$ , то  $H_1 = (8\pi/L\lambda)^{1/2} x$ . На рис. 4.27 приведены зависимости нормированной величины  $U$  от  $x/a$  для двух значений числа Френеля. Поскольку полная модовая картина определяется выражением (4.87a), мы получаем следующие моды низшего порядка:

1) *Мода  $TEM_{00}$  ( $m=l=0$ )*. Собственное решение записывается в виде  $U_{00}(x, y) = \exp[-\pi(x^2 + y^2)/L\lambda]$ . Эта мода имеет гауссово распределение как в направлении  $x$ , так и в направлении  $y$ . В данном случае модовая картина представляет собой круглое светящееся пятно на зеркале (рис. 4.28), причем его размер равен  $\omega_s$ . Поэтому  $\omega_s$  называют размером пятна на зер-

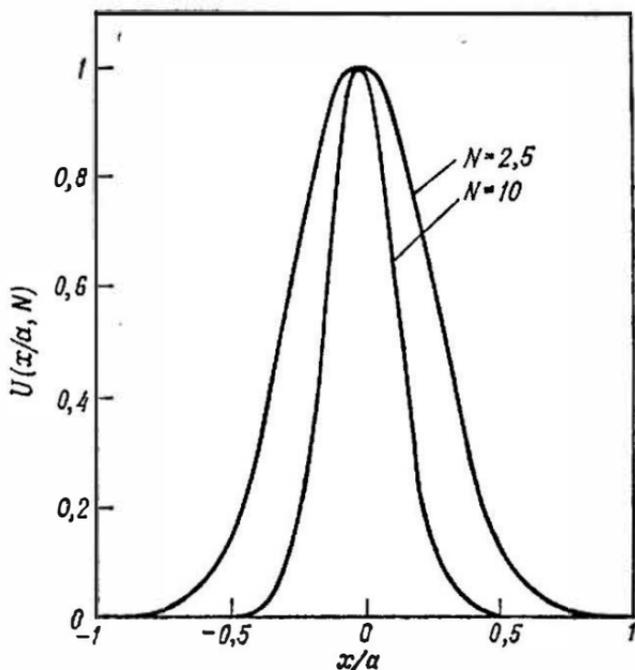


Рис. 4.26. Симметричная мода низшего порядка в конфокальном резонаторе.

кале<sup>1)</sup>. Например, в случае  $\lambda = 0,6$  мкм и  $L = 0,5$  м получаем  $\omega_s \approx 0,3$  мм.

2) *Мода  $TEM_{01}$  ( $m=0, l=1$ )*. Собственное решение записывается в виде  $U_{01}(x, y) = H_1(y) \exp[-\pi(x^2 + y^2)/L\lambda]$ ; зависимость поля в направлении оси  $x$  такая же, как и на рис. 4.26, в то время как в направлении  $y$  амплитуда поля ведет себя так, как показано на рис. 4.27. Световое пятно, которое образуется на зеркале для этой моды, изображено на рис. 4.28.

<sup>1)</sup> Обратим здесь внимание на возможность иной интерпретации числа Френеля. С помощью выражения (4.91) нетрудно показать, что  $N = (1/\pi)(a^2/\omega_s^2)$ . Отсюда мы видим, что с точностью до постоянного коэффициента число  $N$  равно отношению поперечного сечения зеркала ( $\pi a^2$  для круглого зеркала) к поперечному сечению моды ( $\pi \omega_s^2$  на зеркале).

3) *Мода*  $TEM_{11}$  ( $m=l=1$ ). Собственная функция в этом случае имеет вид  $U_{11}(x, y) = H_1(x)H_1(y) \exp[-\pi(x^2 + y^2)/L\lambda]$ , а соответствующая зависимость поля вдоль осей  $x$  и  $y$  приведена на рис. 4.27.

Аналогичным образом можно найти собственные функции и распределения мод более высокого порядка, например  $TEM_{20}$  и  $TEM_{31}$  на рис. 4.28. Следует заметить, что в общем случае индексы  $m$  и  $l$  равны числу нулей поля (за исключением нулей при  $x = \pm\infty$  и  $y = \pm\infty$ ) соответственно вдоль осей  $x$  и  $y$ .

До сих пор мы рассматривали только собственные функции уравнений (4.86). Обращаясь теперь к собственным значениям, снова в приближении  $N \rightarrow \infty$  получаем

$$\sigma_{m,l}^* = \exp[-i(1+m+l)(\pi/2)], \quad (4.92)$$

$$\phi_{m,l}^* = -(1+m+l)(\pi/2). \quad (4.93)$$

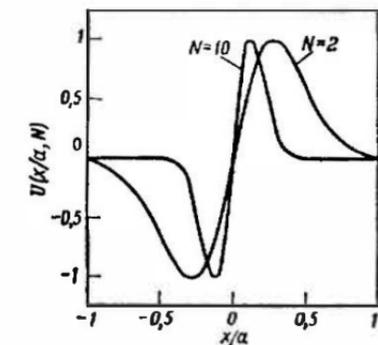


Рис. 4.27. Антисимметричная мода низшего порядка в конфокальном резонаторе.

Отсюда, используя условие (4.83), находим следующее выражение для резонансных частот:

$$\nu = \frac{c[2n + (1+m+l)]}{4L}. \quad (4.94)$$

Соответствующий спектр частот приведен на рис. 4.29. Следует заметить, что моды, характеризующиеся одним и тем же значением суммы  $2n + m + l$ , имеют одинаковые резонансные частоты, хотя их пространственные конфигурации различны. Эти моды называются частотно-вырожденными. Заметим также, что в отличие от случая плоских волн (рис. 4.19) разность частот между двумя модами (межмодовое расстояние) теперь равна  $c/4L$ . Однако разность частот между двумя модами с одними и теми же значениями  $l, m$  (например,  $TEM_{00}$ ) и с  $n$ , различающимися на единицу (разность частот между двумя соседними продольными модами), равна  $c/2L$ , т. е. точно такая же, как и для резонатора с плоскими зеркалами.

Рассмотрим теперь дифракционные потери в резонаторе. Прежде всего заметим, что, если воспользоваться выражением (4.92), то получим  $|\sigma_{m,l}^*| = 1$ , т. е. дифракционные потери отсутствуют. Этот результат является следствием того, что в (4.86) мы положили  $N \rightarrow \infty$  (зеркала с очень большой апертурой).

Следовательно, чтобы рассмотрение собственных значений  $|\sigma_{m,l}^*|$  имело смысл, в уравнениях (4.86а) и (4.86б) необходимо считать величину  $N$  конечной; иными словами, необходимо рассмотреть радиальные сфероидальные функции Фламмера. На

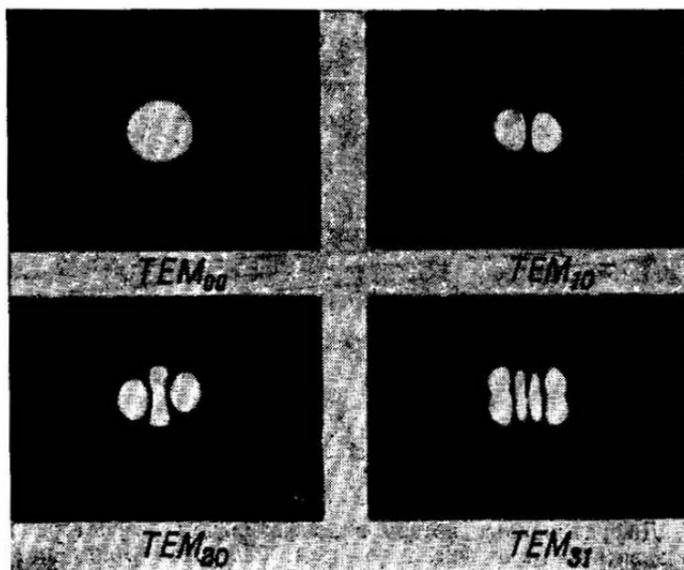


Рис. 4.28. Распределения интенсивности некоторых мод низшего порядка.

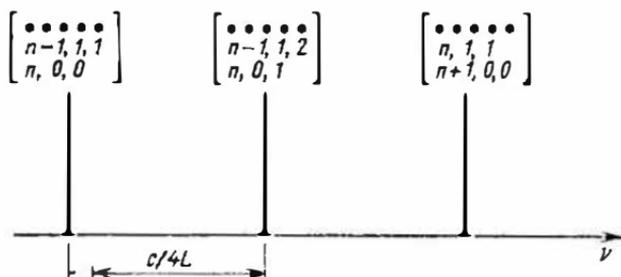


Рис. 4.29. Резонансные частоты конфокального резонатора.

рис. 4.30 показаны зависимости дифракционных потерь  $\gamma_d = 1 - |\sigma|^2$  от числа Френеля  $N$ , вычисленные по значениям этих функций для мод низшего порядка. Действительно, как следует из уравнений (4.86) и (4.87б),  $\sigma_{m,l}^*$  и, следовательно,  $\gamma_d$  должны быть функциями только параметров  $N$ ,  $m$  и  $l$ . Сравнение рис. 4.30 и 4.24 показывает, что для данного числа

Френеля дифракционные потери в конфокальном резонаторе значительно меньше, чем в резонаторе с плоскими зеркалами. Это нетрудно понять, если заметить, что благодаря фокусирующему действию сферических зеркал поле в конфокальном резонаторе сосредоточивается главным образом вдоль оси резонатора (ср., например, кривые на рис. 4.26 и 4.21 или на рис. 4.27 и 4.23 при одних и тех же значениях числа Френеля).

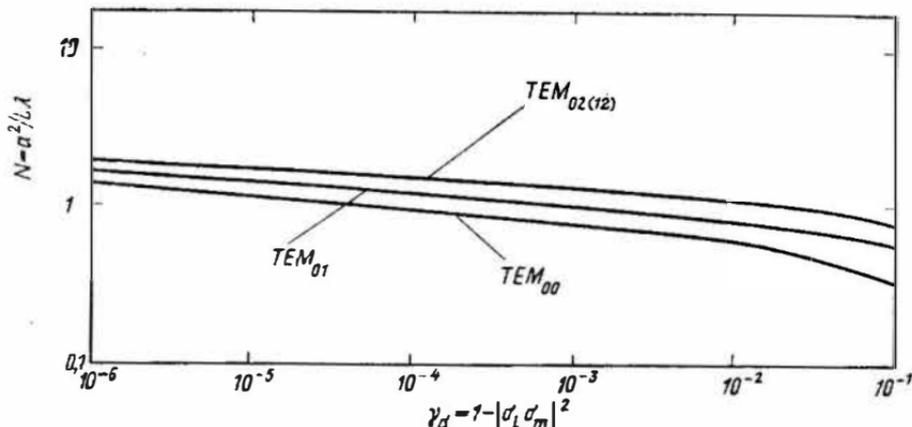


Рис. 4.30. Дифракционные потери в конфокальном резонаторе за один проход  $\gamma_d$  в зависимости от числа Френеля. (Согласно Бойду и Гордону [9].)

Если известно распределение поля на зеркалах, то поле в любой точке внутри резонатора можно получить, используя опять интеграл Френеля—Кирхгофа. В предельном случае  $N \rightarrow \infty$  можно показать, что если направить ось  $z$  вдоль оси резонатора и расположить начало координат в центре резонатора, то распределение поля запишется в виде

$$U(x, y, z) = \frac{w_0}{w(z)} H_m \left[ \frac{\sqrt{2} x}{w(z)} \right] H_l \left[ \frac{\sqrt{2} y}{w(z)} \right] \exp \left[ -\frac{x^2 + y^2}{w^2(z)} \right] \times \\ \times \exp \{ -i [kz - (1 + m + l) \phi(z)] \} \times \\ \times \exp \{ -[ik(x^2 + y^2)/2R(z)] \}, \quad (4.95)$$

$$\text{где} \quad w(z) = w_0 [1 + (2z/L)^2]^{1/2}, \quad (4.96)$$

$$w_0 = (L\lambda/2\pi)^{1/2}, \quad (4.97)$$

$$R(z) = z [1 + (L/2z)^2], \quad (4.98)$$

$$\phi(z) = \text{arctg} (2z/L). \quad (4.99)$$

На первый взгляд выражение (4.95) кажется очень сложным, однако ниже мы покажем, что отдельные части этого выражения имеют простой смысл. Прежде всего заметим, что первая

строка (4.95) представляет собой амплитуду поля  $U(x, y, z)$ , и мы будем называть ее амплитудным множителем. Вторая строка в (4.95) дает изменение фазы вдоль оси резонатора и может быть названа продольным фазовым множителем. Третья строка выражает изменения фазы в плоскости, перпендикулярной оси резонатора, и может быть названа поперечным фазовым множителем.

Чтобы изучить амплитудный множитель, рассмотрим сначала моду  $TEM_{00}$ . В этом случае  $H_m = H_l = \text{const}$  и амплитудный множитель принимает вид

$$|U(x, y, z)| = \frac{\omega_0}{\omega(z)} \exp\left[-\frac{x^2 + y^2}{\omega^2(z)}\right]. \quad (4.100)$$

Выражение (4.100) показывает, что, если не учитывать множитель  $\omega_0/\omega(z)$ , значение которого мы обсудим позже, то  $|U|$  снова описывается гауссовой функцией, ширина  $\omega(z)$  которой

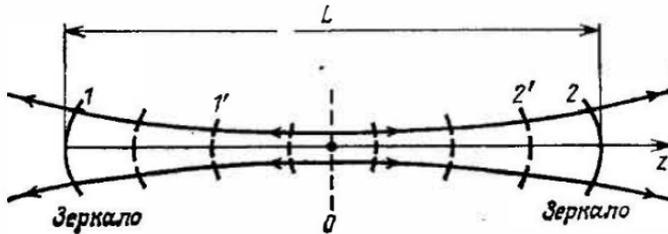


Рис. 4.31. Размер пятна и поверхности равной фазы для моды  $TEM_{00}$  в конфокальном резонаторе.

на уровне  $1/e$  от максимального значения в соответствии с (4.96) является функцией продольной координаты  $z$ . Следовательно, в произвольной точке внутри резонатора пучок сохраняет гауссов профиль, но размер пятна изменяется в продольном направлении. На рис. 4.31 сплошными линиями показано изменение размера пятна, построенное в соответствии с выражением (4.96). Заметим, что минимальный размер пятна  $\omega = \omega_0$  соответствует точке  $z = 0$ . Поэтому величину  $\omega_0$ , определяемую из выражения (4.97), обычно называют размером пятна в *перетяжке пучка*. Заметим, что при  $z = \pm L/2$  (т. е. на зеркалах) из выражения (4.96) имеем  $\omega = (L\lambda/\pi)^{1/2}$ , что согласуется с (4.91). Таким образом, размер пятна на зеркалах в  $\sqrt{2}$  раз больше, чем в центре резонатора. Это согласуется с тем фактом, что зеркала стремятся сфокусировать пучок в центре резонатора. Следует также заметить, что в гауссовом пучке расстояние между двумя точками на оси пучка, в которых размер пятна в  $\sqrt{2}$  раз больше,

чем размер пятна в перетяжке пучка, называется *конфокальным параметром*  $z_c$ . Таким образом, в рассматриваемом случае  $z_c$  равно  $L$ , т. е. в соответствии с (4.97)

$$z_c = 2\pi\omega_0^2/\lambda. \quad (4.101)$$

Рассмотрим теперь моды более высокого порядка, т. е. в амплитудном множителе выражения (4.95)  $m \neq 0$  и  $l \neq 0$ . При этом мы видим, что распределение поля в произвольной точке внутри резонатора дается снова произведением гауссовой функции на полиномы Эрмита. Поэтому распределение интенсивности моды, скажем  $TEM_{10}$ , сохраняется (см. рис. 4.28) в любой точке внутри резонатора. Следует заметить, что переменные  $x$  и  $y$ , входящие в выражении (4.95) в полиномы Эрмита, нормированы на  $\psi(z)$ , т. е. на размер пятна. Это означает, что с изменением  $\psi(z)$  размеры мод высшего порядка в радиальном направлении меняются таким же образом, как и у моды  $TEM_{00}$ . Поэтому *относительные* размеры различных распределений поперечных мод сохраняются неизменными во всех точках вдоль пучка.

Обратимся теперь к продольному фазовому множителю в выражении (4.95). Вначале сделаем замечание относительно того, что, как и в интеграл Френеля — Кирхгофа (4.73), в выражение (4.95) не входит временная зависимость электромагнитного поля. Интеграл Френеля — Кирхгофа можно рассматривать как интегральное представление дифференциального уравнения Гельмгольца [см. (2.5a)]. Следовательно, как и в последнем случае, зависящая от времени и пространственных координат напряженность поля получается простым умножением части выражения (4.95), которая зависит от пространственных координат, на зависящий от времени множитель  $\exp[\pm(i2\pi\nu t)]$ , в котором величина  $\nu$  дается выражением (4.94). Выбор знака  $+$  или  $-$  в экспоненте отвечает, как это следует из (4.95), волне, распространяющейся соответственно в положительном или отрицательном направлении оси  $z$ . Поэтому стоячую волну внутри резонатора можно рассматривать как суперпозицию двух этих волн. Таким образом очевидно, что входящая в (4.95) функция  $\psi(z) = kz - (1 + m + l) \phi(z) = kz - (1 + m + l) \arctg(2z/L)$  описывает изменение фазы волнового фронта в зависимости от координаты  $z$ . Следовательно, с помощью этой величины можно найти, например, набег фазы, который приобретает волна при ее распространении в положительном направлении оси  $z$  от левого до правого зеркала на рис. 4.31. Заметим, что этот набег фазы не равен точно набегу фазы плоской волны, который равен  $kz$ . Данное обстоятельство приводит к двум взаимосвязан-

ным следствиям: 1) фазовая скорость гауссова пучка  $v = \omega z / \psi(z) = c_0/n [1 - (\lambda/2\pi z) \operatorname{arctg}(2z/L)]$  близка к скорости света плоской волны, хотя слегка превышает ее; 2) резонансные частоты конфокального резонатора [см. (4.94)] отличаются от тех, которые получаются для случая плоской волны [см. (4.3)]. Действительно, из выражения (4.95) находим, что набег фазы за один проход равен  $[k(L/2) - (1 + m + l) \operatorname{arctg}(1)] - [-k(L/2) - (1 + m + l) \operatorname{arctg}(-1)]$ , что соответствует соотношению (4.93), если к  $\phi_{m,l}$  добавить набег фазы плоской волны  $kL$ .

Рассматривая, как и выше, две распространяющиеся навстречу друг другу волны, нетрудно понять физический смысл того, почему в амплитудный множитель выражения (4.95) входит величина  $\omega_0/\omega(z)$ . Если из двух распространяющихся навстречу волн выбрать любую из них, то, поскольку мы предположили, что среда, в которой распространяются волны, не имеет потерь, полная мощность, переносимая этой волной, должна быть одной и той же в любой плоскости  $z$ . Отсюда следует, что интеграл  $\iint |U|^2 dx dy$  не должен зависеть от  $z$ . Это условие выполняется именно благодаря наличию величины  $\omega_0/\omega(z)$ . Действительно, можно написать следующее выражение:

$$\iint |U|^2 dx dy = (\omega_0^2/2) \int_{-\infty}^{+\infty} H_m(\xi) \exp(-\xi^2) d\xi \int_{-\infty}^{+\infty} H_l(\eta) \exp(-\eta^2) d\eta,$$

где  $\xi = \sqrt{2} x/w$  и  $\eta = \sqrt{2} y/w$ . Внимательно изучая это выражение, можно убедиться в том, что  $\iint |U|^2 dx dy$  не зависит от  $z$ .

Наконец, рассмотрим в выражении (4.95) множитель, описывающий изменение фазы в поперечном к оси резонатора направлении. Наличие этого множителя указывает на то, что плоскости  $z = \text{const}$  не являются поверхностями постоянной фазы, т. е. волновые фронты не являются плоскими. Поэтому необходимо определить форму эквифазных поверхностей. В соответствии с выражениями для поперечного и продольного фазовых множителей в (4.95) уравнение эквифазной поверхности, которая пересекает ось  $z$  в некоторой данной точке  $z_0$ , запишется в виде

$$\left[ \frac{k(x^2 + y^2)}{2R} \right] + kz = kz_0, \quad (4.102)$$

где мы пренебрегли очень небольшим изменением фазы  $(1 + m + l) \operatorname{arctg}(2z/L)$  в продольном направлении. Уравнение (4.102) показывает, что эквифазная поверхность представляет

собой параболоид вращения относительно оси  $z$ . Покажем теперь, что радиус кривизны этого параболоида в точке  $z = z_0$  в точности равен  $R$ . Для этого рассмотрим сферическую поверхность радиусом  $R$ , пересекающую ось  $z$  под прямым углом в точке  $z = z_0$  (рис. 4.32). Нетрудно показать, что уравнение такой сферической поверхности имеет вид  $[(R - z_0 + z)^2 + x^2 + y^2] = R^2$ . При  $(z - z_0) \ll R$  это уравнение сводится к (4.102). Поэтому можно заключить, что эквифазные поверхности в хорошем приближении описываются сферами с радиусом кривизны

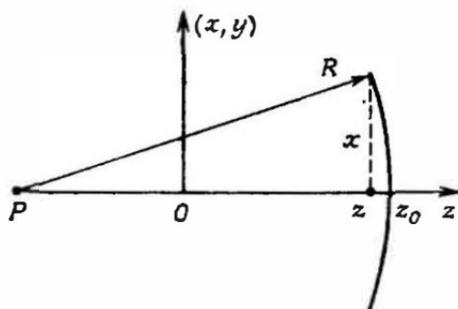


Рис. 4.32. К выводу уравнения сферической поверхности равной фазы.

$R$ . Однако следует заметить, что, согласно выражению (4.98), этот радиус кривизны зависит от координаты  $z$ <sup>1)</sup>. Наглядные примеры эквифазных поверхностей показаны на рис. 4.31 штриховыми линиями для нескольких точек вдоль оси резонатора. Заметим, что при  $z = 0$  (центр резонатора)  $R = \infty$  и волновой фронт является плоским, как и следовало ожидать из соображений симметрии. Заметим также, что при  $z = \pm L/2$  (т. е. на зеркалах)  $R = \pm L$ . Отсюда следует, что вблизи зеркал эквифазные поверхности совпадают с поверхностью зеркал. Это можно объяснить исходя из следующих двух соображений: 1) если рассматривать поле в виде распределения стоячих волн и считать, что оба зеркала металлических, то на поверхности обоих зеркал напряженность поля должна обращаться в нуль, а отсюда следует, что на этих поверхностях поле должно иметь одну и ту же фазу; 2) если поле представить в виде суперпозиции бегущих волн, то волна, распространяющаяся, скажем, вправо на рис. 4.31, после отражения на зеркале 2 должна преобразоваться в волну, бегущую влево. С точки зрения геометрической оптики лучи вблизи зеркала 2 должны быть перпендикулярны поверхности зеркала. Отсюда следует, что перпендикулярная этим лучам эквифазная поверхность должна совпадать с поверхностью зеркала.

До сих пор мы рассматривали распределение поля только внутри резонатора. Впрочем, вычисление поля вне резонатора не вызывает теперь затруднений. Действительно, мы видели, что

<sup>1)</sup> В выражении (4.95) радиус  $R$  считается положительным, когда центр кривизны располагается слева от волнового фронта.

распределение поля внутри резонатора можно рассматривать как результат суперпозиции волн, одна из которых распространяется на рис. 4.31 вправо, а другая — влево. Если оба зеркала частично прозрачны, то зеркало 2 будет пропускать лишь волну, распространяющуюся вправо, а зеркало 1 — волну, распространяющуюся влево (см. рис. 4.31). Это означает, что как выражение (4.95), так и (4.96) — (4.99) справедливы в любой точке вне резонатора. Например, электромагнитное поле, выходящее, скажем, из зеркала 2, получается умножением  $U(x, y, z)$  в (4.95) на  $\exp[i(2\pi\nu t)]$ .

#### 4.6. Распространение гауссова пучка и закон ABCD [8]

Рассмотрим сначала свободное распространение однородной сферической волны из точечного источника  $P$ , расположенного в точке  $z=0$  (рис. 4.33). Поле  $U(P_1)$ , создаваемое этой волной в точке  $P_1$  с цилиндрическими координатами  $r$  и  $z_0$ , в случае  $r \ll R$  записывается в виде

$$U(P_1) \sim \frac{\exp(-ikR)}{R} \approx \frac{\exp(-ikz_0)}{R} \exp[-(ikr^2/2R)], \quad (4.103)$$

где  $R$  — радиус кривизны сферической волны в точке  $P_1$ . Отсюда мы видим, что поперечное изменение фазы пучка, а именно

$$U_i = \exp[-i(kr^2/2R)] = \exp\{-i[k(x^2 + y^2)/2R]\}, \quad (4.104)$$

должно описываться сферической волной радиусом  $R$ .

Рассмотрим свободное распространение гауссова пучка (TEM<sub>00</sub>). Как указывалось в предыдущем разделе, его распространение описывается выражениями (4.95) — (4.99) (при  $H_m = H_i = \text{const}$ ). Следует, в частности, заметить, что с помощью (4.97) выражения (4.96) и (4.98) можно преобразовать следующим образом:

$$w(z) = w_0 \left[ 1 + \left( \frac{\lambda z}{\pi w_0^2} \right)^2 \right]^{1/2}, \quad (4.105)$$

$$R(z) = z \left[ 1 + \left( \frac{\pi w_0}{\lambda z} \right)^2 \right]. \quad (4.106)$$

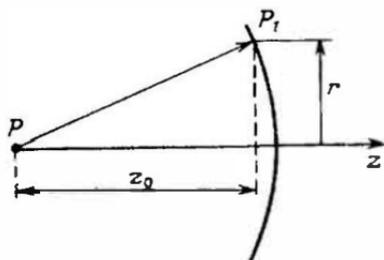


Рис. 4.33. К вычислению напряженности поля, создаваемого в точке  $P_1$  сферической волной, исходящей из точки  $P$ .

Для данной длины волны  $\lambda$  как  $\omega$ , так и  $R$  (а следовательно, и распределение поля) в данной точке  $z$  зависят исключительно от  $\omega_0$ . Это нетрудно понять, если заметить, что в плоскости  $z = 0$  известно как распределение амплитуды поля (поскольку известна величина  $\omega_0$  и мы договорились, что распределение поля является гауссовым), так и фазы (поскольку  $R = \infty$  в перетяжке). Тогда поле в любой другой точке пространства можно вычислить, начиная с известного распределения поля в перетяжке пучка с помощью, например, интеграла Френеля — Кирхгофа (4.73). Отсюда можно прийти к заключению, что если известно положение перетяжки пучка и ее размер, то распространение гауссова пучка всегда можно описать выражениями (4.105) и (4.106), независимо от того, является ли перетяжка минимальным размером пятна пучка внутри резонатора или же минимальным размером пятна в любой другой точке вдоль пучка (например, благодаря фокусировке пучка положительной линзой). Расстояние от перетяжки пучка, на котором размер пятна увеличивается в  $\sqrt{2}$  раз, называется рэлеевской длиной  $z_R$ . Из выражения (4.105) получаем

$$z_R = \pi\omega_0^2/\lambda. \quad (4.107)$$

Сравнивая это выражение с (4.101), находим, что  $z_c = 2z_R$ , т. е. рэлеевская длина равна половине конфокального параметра.

Распространение гауссова пучка можно описать в более простой и удобной форме, если определить комплексный параметр  $q$  следующим образом:

$$1/q = 1/R - i\lambda/\pi\omega^2. \quad (4.108)$$

Нетрудно показать, что использование параметра  $q$  позволяет записать выражения (4.105) и (4.106) в значительно более простом виде:

$$q(z) = q_0 + z, \quad (4.109)$$

где

$$1/q_0 = -i\lambda/\pi\omega_0^2. \quad (4.110)$$

Параметр  $q$  называется комплексным радиусом кривизны гауссова пучка или, что более привычно, комплексным параметром пучка. Действительно, в соответствии с выражением (4.95) поперечное изменение фазы пучка можно записать как

$$U_t \sim \exp \left\{ - \left[ i \frac{k(x^2 + y^2)}{2R} + \frac{x^2 + y^2}{\omega^2} \right] \right\} = \exp \left\{ - \left[ i \frac{k(x^2 + y^2)}{[2q]} \right] \right\}. \quad (4.111)$$

что совпадает с аналогичной записью в случае сферической волны [см. (4.104)], причем радиус кривизны сферической волны  $R$  заменяется параметром  $q$ .

Параметр  $q$  обеспечивает весьма удобный способ описания распространения гауссова пучка, как видно, например, из очень простого вида закона распространения пучка, записанного через параметр  $q$  [см. (4.109)]. Это удобство связано также и со следующим общим результатом: если гауссов пучок на входе некоторой оптической системы, описываемой данной ABCD-матрицей, характеризуется комплексным параметром  $q_1$ , то на выходе этой системы параметр пучка  $q_2$  запишется весьма просто:

$$q_2 = \frac{Aq_1 + B}{Cq_1 + D}. \quad (4.112)$$

Этот закон, который очень похож на соответствующий закон для распространения сферической волны [см. выражение (4.18)], обычно называют ABCD-законом распространения гауссова пучка. Доказательство справедливости выражения (4.112) для произвольной оптической системы весьма сложно [11]. Поэтому ограничимся здесь лишь рассмотрением его справедливости для нескольких простых случаев.

Рассмотрим вначале свободное распространение гауссова пучка от плоскости  $z = z_1$  до  $z = z_2$ . В соответствии с (4.109) можно написать следующее равенство:

$$q_2 = q_1 + (z_2 - z_1), \quad (4.113)$$

где мы положили  $q_2 = q(z_2)$  и  $q_1 = q(z_1)$ . Выражение (4.113) в точности совпадает с тем, которое было бы получено с помощью закона (4.112), если бы мы использовали матрицу (4.7) для свободного распространения [при  $n = 1$  и  $L = z_2 - z_1$ ; ср. с (4.19)].

Изучим теперь прохождение гауссова пучка через линзу с фокусным расстоянием  $f$  (рис. 4.34, а). Если линза тонкая, то амплитудные распределения пучка непосредственно перед и после линзы совпадают, т. е. размеры пятна могут меняться лишь непрерывным образом. Таким образом, размеры пятна до и после линзы не изменяются, т. е.

$$w_2 = w_1. \quad (4.114)$$

Чтобы определить соответствующее изменение кривизны волнового фронта, рассмотрим вначале прохождение через ту же самую линзу сферической волны (рис. 4.34, б). В данном случае сферическая волна, исходящая из точечного источника  $P_1$ , фокусируется линзой в точечное изображение  $P_2$ . В этом случае радиусы кривизны  $R_1$  и  $R_2$  непосредственно до и после линзы будут связаны соотношением (4.20). Иными словами, сферическая

линза преобразует радиус кривизны падающей волны  $R_1$  в радиус кривизны выходящей волны  $R_2$  в соответствии с соотношением (4.20). Точно таким же образом радиус кривизны выходящего гауссова пучка  $R_2$  на рис. 4.34, а будет определяться соотношением (4.20). Согласно этому соотношению и (4.114), преобразование комплексного параметра  $q$  можно записать в виде

$$1/q_2 = 1/q_1 - 1/f. \quad (4.115)$$

Это соотношение снова очень похоже на (4.20). Нетрудно теперь показать, что соотношение (4.115) в точности совпадает с тем, которое было бы получено при использовании матричных элементов тонкой линзы [см. (4.9)].

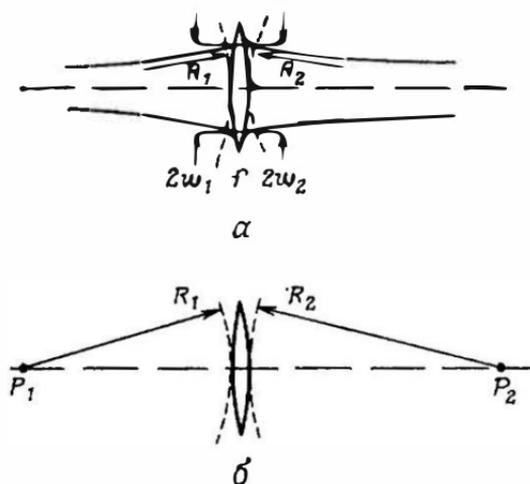


Рис. 4.34. Прохождение через линзу гауссова пучка (а) и сферической волны (б).

Закон (4.112), справедливый для произвольной оптической системы, находит очень широкое применение для решения многочисленных задач, например для описания распространения гауссова пучка через оптическую систему из сложной последовательности линз, разделенных произвольными промежутками. В качестве элементарного примера проиллюстрируем применение закона  $ABCD$  для получения фокусировки гауссова пучка линзой.

Рассмотрим гауссов пучок с размером пятна  $w_{01}$  и плоским волновым фронтом, входящий в линзу с фокусным расстоянием  $f$  (т. е. перетяжка пучка совпадает с местоположением линзы). Требуется определить положение перетяжки пучка после линзы и размер пятна  $w_{02}$  в этой перетяжке. В соответствии с форму-

лами (4.7) и (4.9) матрица системы, состоящей из линзы с фокусным расстоянием  $f$ , вслед за которой расположен свободный от оптических элементов промежуток длиной  $z$ , имеет вид

$$\begin{vmatrix} 1 - z/f & z \\ -1/f & 1 \end{vmatrix}, \quad (4.116)$$

Чтобы решить нашу задачу с помощью этой  $ABCD$ -матрицы, выражение (4.112) нужно преобразовать к виду

$$\frac{1}{q_2} = \frac{C + D(1/q_1)}{A + B(1/q_1)}, \quad (4.117)$$

где  $1/q_1$  в соответствии с (4.110) дается выражением

$$\frac{1}{q_1} = -i \frac{\lambda}{\pi \omega_{01}^2} = -\frac{i}{z_{R1}}; \quad (4.118)$$

здесь  $z_{R1}$  — рэлеевская длина, соответствующая размеру пятна в перетяжке  $\omega_{01}$ . Согласно (4.108), положение перетяжки пучка  $z_M$  после линзы можно найти, если потребовать, чтобы величина  $1/q_2$ , как и  $1/q_1$ , была чисто мнимой. Из (4.117) и (4.118), используя конкретные значения матричных элементов, нетрудно показать, что

$$z_M = \frac{f}{1 + (f/z_{R1})^2}. \quad (4.119)$$

Таким образом, мы с удивлением обнаруживаем, что минимальный размер пятна достигается на расстоянии  $z_M$ , которое всегда меньше фокусного расстояния  $f$ . Впрочем, следует отметить, что в обычных условиях  $z_{R1} \gg f$ , так что  $z_M \sim f$ . Следовательно, если положить  $z_M \approx f$ , то размер пятна в фокальной плоскости  $\omega_{02}$  получается из мнимой части формулы (4.117) в виде

$$\omega_{02} \approx \lambda f / \pi \omega_{01}. \quad (4.120)$$

## 4.7. Обобщенный сферический резонатор [8]

Рассмотрим теперь общий случай резонатора из двух сферических зеркал, имеющих радиусы  $R_1$  и  $R_2$  и разделенных друг от друга промежутком длиной  $L$ . Знак радиуса кривизны берется положительным для вогнутого и отрицательным для выпуклого зеркала. Наша задача состоит в том, чтобы вычислить амплитуды мод, дифракционные потери и резонансные частоты. Поскольку  $R_1$  и  $R_2$  могут принимать любые значения (либо положительные, либо отрицательные), можно будет составить такую комбинацию зеркал, которая приведет к неустойчивой конфигурации резонатора (см., например, рис. 4.6). В связи с этим

представляет интерес определение условия устойчивости обобщенного сферического резонатора. Для последующего рассмотрения удобно ввести следующие две безразмерные величины  $g_1$  и  $g_2$ :

$$g_1 = 1 - L/R_1, \quad (4.121a)$$

$$g_2 = 1 - L/R_2. \quad (4.121б)$$

#### 4.7.1. Амплитуды мод

Для того чтобы вычислить распределение поля, представим себе, что на рис. 4.31 синфазные поверхности  $1'$  и  $2'$  замещены двумя зеркалами, причем радиусы кривизны зеркал и эквивалентных поверхностей совпадают. Предположим также, что исходные зеркала 1 и 2 удалены. Теперь резонатор будет образован зеркалами  $1'$  и  $2'$ , и распределение поля внутри резонатора, очевидно, не изменится. Соответственно размер пятна и эквивалентные поверхности как внутри, так и вне резонатора останутся теми же самыми, что и на рис. 4.31. Однако из формулы (4.98) можно заметить, что эквивалентные поверхности  $1'$  и  $2'$  уже не являются конфокальными и резонатор, образованный зеркалами  $1'$  и  $2'$ , теперь представляет собой некий обобщенный (т. е. не конфокальный) резонатор со сферическими зеркалами. В дальнейшем мы сформулируем ограничения на кривизны зеркал и расстояния между ними в обобщенном резонаторе. Таким образом, если заданы радиусы кривизны  $R_1$  и  $R_2$  зеркал  $1'$  и  $2'$ , а также расстояние между ними  $L$ , то модовую картину можно получить при условии, что эквивалентные поверхности совпадают с поверхностями зеркал в месте их расположения. Пусть  $z_1$  и  $z_2$  — расстояния от обоих зеркал до перетяжки, тогда с помощью формул (4.106) и (4.107) получим <sup>1)</sup>

$$-R_1 = z_1 + z_R^2/z_1, \quad (4.122a)$$

$$R_2 = z_2 + z_R^2/z_2. \quad (4.122б)$$

Очевидно также, что

$$L = z_2 - z_1. \quad (4.122в)$$

Уравнения (4.122) — это система трех уравнений для трех неизвестных:  $z_1$ ,  $z_2$  и  $z_R$ . Если эти уравнения решить, то с по-

<sup>1)</sup> Заметим, что знак минус перед  $R_1$  в (4.122a) обусловлен тем, что хотя знак кривизны вогнутого зеркала выбран положительным, согласно правилу, примененному нами в (4.106),  $R$  является положительным, если центр кривизны расположен слева от волнового фронта.

мощью выражения (4.95) с учетом соотношений (4.96)—(4.99), в которых  $L$  заменено на  $2z_R$ , можно найти напряженность поля в любой точке внутри и вне резонатора. В частности, размер пятна на двух зеркалах в соответствии с (4.96) определяется выражением

$$\omega_{1,2} = \omega_0 [1 + (z_{1,2}/z_R)^2]^{1/2}. \quad (4.123)$$

Важным примером является случай, когда  $R_2 = R_1 = R$  (симметричный резонатор). В этом случае перетяжка располагается посередине резонатора (т. е.  $z_2 = -z_1 = L/2$ ) и из уравнений (4.122) нетрудно найти, что

$$\begin{aligned} z_R &= \frac{1}{2} [(2R - L)L]^{1/2} = \\ &= \frac{L}{2} [(1 + g)/(1 - g)]^{1/2}; \quad (4.124) \end{aligned}$$

здесь в соответствии с (4.121) мы положили  $g = 1 - L/R$ . Размер пятна на зеркале вычисляем с помощью выражения (4.123), в котором используем (4.124). Таким образом, имеем

$$\begin{aligned} \omega_1 = \omega_2 = \omega'_s = \\ = \left(\frac{\lambda L}{\pi}\right)^{1/2} \left(\frac{1}{1 - g^2}\right)^{1/4}. \quad (4.125) \end{aligned}$$

Таким образом, отношение этого размера пятна к размеру пятна на зеркале конфокального резонатора  $\omega_s$  [см. (4.91)] равно  $(1 - g^2)^{-1/4}$ . На рис. 4.35 построена зависимость отношения  $\omega'_s/\omega_s$  от величины  $g$ . Мы видим, что размер пятна 1) оказывается минимальным при  $g = 0$  (конфокальный резонатор), 2) становится бесконечно большим как при  $g = 1$  (плоский резонатор), так и при  $g = -1$  (концентрический резонатор) и 3) за исключением случаев, когда  $g$  имеет значения, близкие к 1 или  $-1$ , не очень сильно отличается от своего значения для конфокального резонатора.

В более общем случае сферического резонатора с зеркалами различной кривизны вычисление с помощью уравнений (4.122) и выражения (4.123) оказывается более сложным из-за громоздких алгебраических выкладок. Однако выражения для размеров пятен на двух зеркалах  $\omega_1$  и  $\omega_2$  оказываются довольно

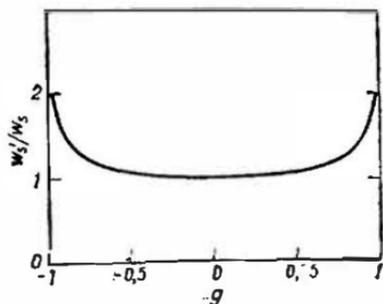


Рис. 4.35. Симметричный резонатор. Зависимость размера пятна  $\omega'_s$  на зеркале (нормированного на соответствующий размер пятна  $\omega_s$  в конфокальном резонаторе такой же длины) от параметра резонатора  $g [g = 1 - (L/R)]$ , где  $L$  — длина резонатора, а  $R$  — кривизна зеркала.

простыми:

$$\omega_1 = \left( \frac{L\lambda}{\pi} \right)^{1/2} \left[ \frac{g_2}{g_1(1-g_1g_2)} \right]^{1/4}, \quad (4.126a)$$

$$\omega_2 = \left( \frac{L\lambda}{\pi} \right)^{1/2} \left[ \frac{g_1}{g_2(1-g_1g_2)} \right]^{1/4}. \quad (4.126b)$$

В случае симметричного резонатора ( $g_1 = g_2 = g$ ) выражения (4.126), очевидно, сводятся к формуле (4.125).

#### 4.7.2. Резонансные частоты и дифракционные потери

Все, что мы делали до сих пор, относится к вычислению собственных функций распределения поля. Для расчета резонансных частот предположим снова, что  $z_1$  и  $z_2$  являются  $z$ -координатами двух зеркал относительно начала координат, расположенного в перетяжке пучка. Из продольного фазового множителя в (4.95) получаем следующее выражение, из которого можно найти резонансные частоты:

$$kL - (1 + m + l) [\operatorname{arctg}(z_2/z_R) - \operatorname{arctg}(z_1/z_R)] = n\pi. \quad (4.127)$$

Действительно, из этого выражения следует, что

$$\nu = \frac{c}{2L} \left\{ n + (1 + m + l) \frac{[\operatorname{arctg}(z_2/z_R) - \operatorname{arctg}(z_1/z_R)]}{\pi} \right\}. \quad (4.128)$$

После некоторых утомительных выкладок последнее выражение можно переписать через параметры резонатора  $g_1$  и  $g_2$ :

$$\nu = \frac{c}{2L} \left[ n + (1 + m + l) \frac{\arccos(g_1g_2)^{1/2}}{\pi} \right]. \quad (4.129)$$

Заметим, что частотное вырождение, которое наблюдается для конфокального резонатора (рис. 4.29), в обобщенном сферическом резонаторе снимается. В качестве примера, имеющего важное значение, рассмотрим почти плоский резонатор, образованный двумя одинаковыми, почти плоскими зеркалами, т. е. случай, когда  $L/R \ll 1$ . При этом  $\arccos(g_1g_2)^{1/2} = \arccos[1 - (L/R)] \approx (2L/R)^{1/2}$  и выражение (4.129) принимает вид

$$\nu = \frac{c}{2L} \left[ n + (1 + m + l) \frac{1}{\pi} \left( \frac{2L}{R} \right)^{1/2} \right]. \quad (4.130)$$

Вычисленный по этой формуле спектр частот представлен на рис. 4.36 (ср. с рис. 4.19).

Наконец, перейдем к определению дифракционных потерь. Дело в том, что для этого в каждом конкретном случае необходимо решать интегральное уравнение Френеля — Кирхгофа. На рис. 4.37 приведены как характерные и весьма полезные примеры вычисленные зависимости дифракционных потерь от числа Френеля для некоторых симметричных резонаторов (которые характеризуются соответствующими значениями параметра  $g$ ). Заметим, что для данного числа Френеля наименьшие потери имеет конфокальный резонатор ( $g = 0$ ).

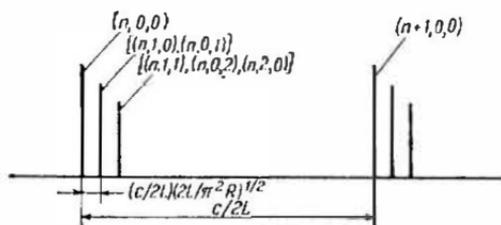


Рис. 4.36. Частотный спектр мод симметричного резонатора со сферическими зеркалами в случае, когда радиус кривизны зеркал  $R$  много больше длины резонатора  $L$ .

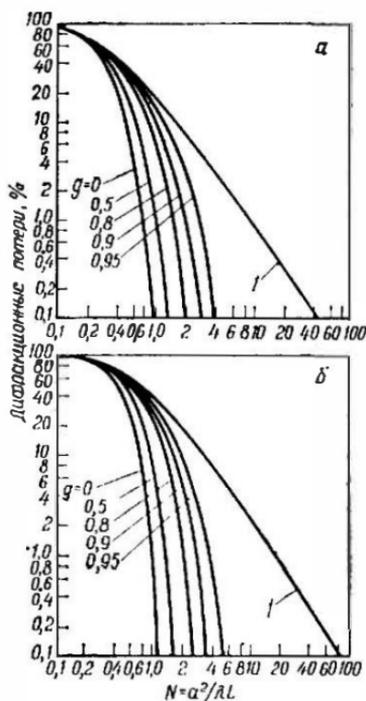


Рис. 4.37. Дифракционные потери за один проход в зависимости от числа Френеля для некоторых симметричных резонаторов. а — мода  $TEM_{00}$ ; б — мода  $TEM_{10}$ . (Согласно Ли [12].) (Copyright 1965, American Telephone and Telegraph Company. Воспроизведено с разрешения.)

### 4.7.3. Условие устойчивости

Получим сначала условие устойчивости с помощью геометрической оптики. Обратимся к рис. 4.38 и рассмотрим луч, выходящий из точки  $P_0$ , принадлежащей некоторой плоскости  $\beta$  внутри резонатора. После отражения на зеркалах 2 и 1 этот луч пересечет плоскость  $\beta$  в точке  $P_1$ . Если  $r_0$  и  $r_1$  — координаты точек  $P_0$  и  $P_1$  относительно оси резонатора, а  $r'_0$  и  $r'_1$  — углы, которые эти лучи образуют с осью резонатора, тогда в соответствии

с (4.5) можно написать следующее соотношение:

$$\begin{vmatrix} r_1 \\ r'_1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} A & B \\ C & D \end{vmatrix} \begin{vmatrix} r_0 \\ r'_0 \end{vmatrix}, \quad (4.131)$$

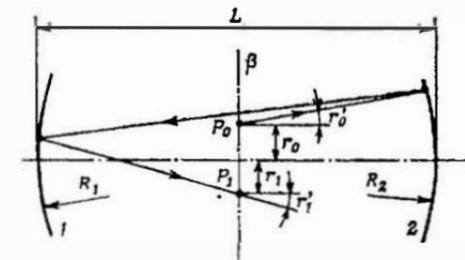
где  $ABCD$ -матрица — это матрица преобразования лучей, соответствующая полному проходу резонатора. Луч, выходящий из точки  $P_1(r_1, r'_1)$  после двух отражений, пересечет плоскость  $\beta$  в точке  $P_2(r_2, r'_2)$ , координаты которой определяются выражением

$$\begin{vmatrix} r_2 \\ r'_2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} A & B \\ C & D \end{vmatrix} \begin{vmatrix} r_1 \\ r'_1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} A & B \\ C & D \end{vmatrix}^2 \begin{vmatrix} r_0 \\ r'_0 \end{vmatrix}. \quad (4.132)$$

Таким образом, после  $n$  полных проходов луча через резонатор координаты точки  $P_n(r_n, r'_n)$  запишутся в виде

$$\begin{vmatrix} r_n \\ r'_n \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} A & B \\ C & D \end{vmatrix}^n \begin{vmatrix} r_0 \\ r'_0 \end{vmatrix}. \quad (4.133)$$

Рис. 4.38. Применение матричного метода для нахождения условия устойчивости произвольного сферического резонатора.



Резонатор будет устойчивым, если при любом выборе исходной точки  $(r_0, r'_0)$  точка  $(r_n, r'_n)$  с увеличением  $n$  не будет удаляться на бесконечно большое расстояние от оси. Это означает, что матрица

$$\begin{vmatrix} A & B \\ C & D \end{vmatrix}^n$$

не должна расходиться с увеличением  $n$ . Поскольку определитель  $AD - BC$  матрицы равен единице, из матричного исчисления [13] получаем

$$\begin{vmatrix} A & B \\ C & D \end{vmatrix}^n = \frac{1}{\sin \theta} \times \begin{vmatrix} A \sin n\theta - \sin(n-1)\theta & B \sin n\theta \\ C \sin n\theta & D \sin n\theta - \sin(n-1)\theta \end{vmatrix}, \quad (4.134)$$

где

$$\cos \theta = (A + D)/2. \quad (4.135)$$

Отсюда следует, что для того, чтобы матрица (4.134) не расходилась, должно выполняться неравенство

$$-1 < (A + D)/2 < 1. \quad (4.136)$$

В самом деле, если это неравенство не выполняется, то угол  $\theta$  будет комплексным числом и  $\sin n\theta$  должен неограниченно увеличиваться с  $n$ .

Чтобы найти условие устойчивости данного резонатора, мы должны теперь определить соответствующую ему  $ABCD$ -матрицу. Если плоскость  $\beta$  на рис. 4.38 расположить непосредственно перед зеркалом 1, то результирующая матрица будет равна произведению следующих четырех матриц. Первая из них описывает свободное распространение от зеркала 1 до зеркала 2, вторая — отражение от зеркала 2, третья — свободное распространение от зеркала 2 до зеркала 1 и четвертая — отражение от зеркала 1. Тогда из выражения (4.16) получаем

$$\begin{vmatrix} A & B \\ C & D \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & L \\ -2/R_1 & 1 - (2L/R_1) \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 1 & L \\ -2/R_2 & 1 - (2L/R_2) \end{vmatrix}. \quad (4.137)$$

Перемножение матриц дает соотношение

$$\frac{A+D}{2} = 1 - \frac{2L}{R_1} - \frac{2L}{R_2} + \frac{2L^2}{R_1 R_2}, \quad (4.138)$$

которое можно преобразовать к виду

$$\frac{A+D+2}{4} = \left(1 - \frac{L}{R_1}\right) \left(1 - \frac{L}{R_2}\right) = g_1 g_2. \quad (4.139)$$

Поскольку условие (4.136) можно записать в эквивалентном виде как

$$0 < \frac{A+D+2}{4} < 1, \quad (4.140)$$

отсюда с учетом соотношения (4.139) окончательно получаем очень простое неравенство, выражающее условие устойчивости резонатора:

$$0 < g_1 g_2 < 1. \quad (4.141)$$

Такое же условие устойчивости, как и (4.141), можно получить, если вместо геометрических соображений использовать волновую оптику. Действительно, волновая оптика позволила нам определить размеры пятен на зеркалах, а именно получить формулы (4.126). Следовательно, если условие (4.141) не выполняется, то  $\omega_1$  и  $\omega_2$  будут иметь мнимые значения, т. е. для данного резонатора невозможно получить устойчивое решение в виде гауссова пучка. Таким образом, условие (4.141) одновременно выражает как геометрическое условие устойчивости, так и условие, при котором в данном резонаторе можно наблюдать устойчивую моду  $TEM_{00}$ . То, почему эти два условия совпадают, можно понять с помощью закона  $ABCD$ , описываю-

щего распространение гауссова пучка. В самом деле, пусть  $q_0$  — исходный комплексный параметр пучка в плоскости  $\beta$  на рис. 4.38, тогда в соответствии с (4.112) комплексный параметр  $q_n$  после  $n$  полных проходов резонатора запишется в виде

$$q_n = \frac{A_n q_0 + B_n}{C_n q_0 + D_n}, \quad (4.142)$$

где матрица с элементами  $A_n, B_n, C_n, D_n$  определяется следующим образом:

$$\begin{vmatrix} A_n & B_n \\ C_n & D_n \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} A & B \\ C & D \end{vmatrix}^n. \quad (4.143)$$

Поэтому, если матричные элементы неограниченно увеличиваются при  $n \rightarrow \infty$ , т. е. условие (4.141) не выполняется, то па-

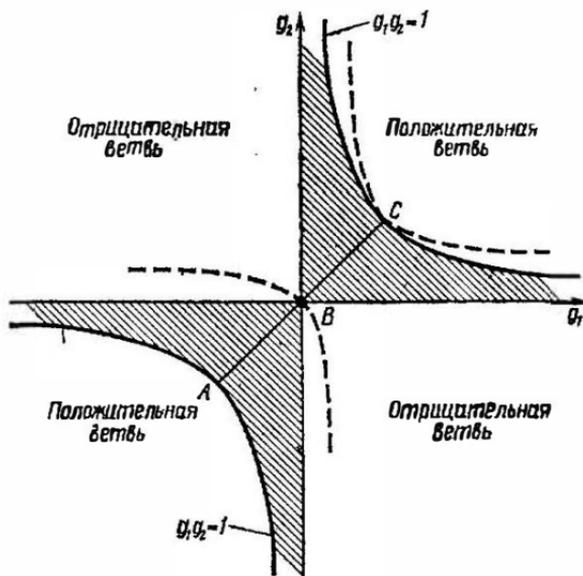


Рис. 4.39. Диаграмма устойчивости на плоскости  $g_1, g_2$  для произвольного сферического резонатора. Область устойчивости соответствует заштрихованным частям на рисунке. Штриховые кривые соответствуют возможным конфигурациям конфокальных резонаторов.

раметр  $q_n$  будет также неограниченно увеличиваться независимо от того, какое значение имел исходный параметр  $q_0$ . Следовательно, в этом случае не может существовать самовоспроизводящийся гауссов пучок.

Условие устойчивости (4.141) удобно представить графически в плоскости  $g_1, g_2$ , как показано на рис. 4.39. На этом ри-

сунке устойчивым резонаторам соответствуют заштрихованные области. Особенно интересный класс сферических резонаторов соответствует точкам прямой линии  $AC$ , образующей с осями  $g_1$  и  $g_2$  угол  $45^\circ$ . Эта прямая отвечает резонаторам с зеркалами одинаковой кривизны (симметричные резонаторы). В качестве частных случаев этих симметричных резонаторов укажем, что тот из них, который отвечает какой-либо из точек  $A$ ,  $B$  и  $C$  на этом рисунке, является соответственно концентрическим, конфокальным и плоским резонатором. Как мы видим, все эти три резонатора лежат на границе, разделяющей области устойчивости и неустойчивости. Концентрический резонатор имеет следующие недостатки: 1) очень небольшой размер пятна в центре резонатора (рис. 4.2), что может приводить к нежелательным эффектам в лазерах большой мощности, и 2) высокую чувствительность к несоосности зеркал. Поэтому концентрические резонаторы применяются довольно редко. В конфокальном резонаторе размер пятна [см. (4.91)] также слишком мал, чтобы можно было эффективно использовать все поперечное сечение лазерной среды. Поэтому конфокальные резонаторы применяются тоже редко. Высокую эффективность использования поперечного сечения можно получить в плоскопараллельных резонаторах (см. рис. 4.21). Однако эти резонаторы, как и концентрические, весьма чувствительны к несоосности зеркал. По различным упомянутым выше причинам наиболее широко применяемые лазерные резонаторы образованы либо двумя вогнутыми зеркалами с большими радиусами кривизны (превышающими длину резонатора, например, в 2—10 раз), либо плоским зеркалом и вогнутым зеркалом с большим радиусом кривизны. Эти резонаторы дают несколько больший размер пятна, чем конфокальный резонатор (см. рис. 4.35), и обладают умеренной устойчивостью к несоосности зеркал. На диаграмме рис. 4.39 таким резонаторам соответствует область устойчивости вблизи точки  $C$ . Если же небольшой размер пятна на одном из зеркал не приводит к осложнениям (например, маломощный He—Ne-лазер), то хорошие результаты дает почти полусферическая конфигурация ( $R_2 = L + \Delta L$ , где  $\Delta L \ll L$  и  $R_1 = \infty$ ; см. также рис. 4.5). Эта конфигурация обладает наименьшей чувствительностью к разъюстировке, чем любая из указанных выше. Однако, поскольку занимаемый модой объем имеет по существу коническую форму (см. рис. 4.5), такая мода неэффективно использует всю имеющуюся инверсию населенностей. Это обстоятельство еще раз указывает на то, что данная конфигурация больше подходит для маломощных лазеров, когда в получении высокого КПД нет необходимости.

## 4.8. Неустойчивые резонаторы [14, 15]

В предыдущем разделе мы обсудили условие устойчивости для обобщенных сферических резонаторов [см. условие (4.141)] и показали, что неустойчивые области соответствуют незаштрихованным участкам в плоскости  $g_1, g_2$  на рис. 4.39. Неустойчивые резонаторы можно подразделить на два класса: 1) резонаторы положительной ветви, которые соответствуют условию  $g_1 g_2 > 1$ , и 2) резонаторы отрицательной ветви, которые соответствуют условию  $g_1 g_2 < 0$ .

Прежде чем продолжить рассмотрение неустойчивых резонаторов, необходимо указать здесь причины, почему эти резонаторы представляют интерес для лазерной техники. В первую очередь подчеркнем, что для устойчивого резонатора, соответствующего на плоскости  $g_1, g_2$  точке, которая расположена не очень близко к границе неустойчивости, размер пятна в любом случае имеет тот же порядок величины, что и у конфокального резонатора (см. рис. 4.35). Отсюда следует, что при длине резонатора порядка метра и для длин волн видимого диапазона размер пятна будет порядка или меньше 1 мм. При таком небольшом сечении моды выходная мощность (или энергия) лазерного излучения, которую можно получить в одной поперечной моде, неизбежно оказывается ограниченной. Наоборот, в неустойчивых резонаторах поле не стремится сосредоточиться вблизи оси (см., например, рис. 4.6), и в режиме одной поперечной моды можно получить большой модовый объем. Однако при работе с неустойчивыми резонаторами возникает другая проблема, связанная с тем, что лучи стремятся покинуть резонатор. Поэтому соответствующие моды имеют значительно большие (геометрические) потери, чем моды устойчивого резонатора (в котором потери обусловлены только дифракцией). Тем не менее данное обстоятельство можно даже обратить в преимущества, если лучи, которые теряются на выходе из резонатора, включить в полезное выходное излучение лазера.

### 4.8.1. Геометрическое описание

Для того чтобы найти моды неустойчивого резонатора, начнем вычисление с использования геометрооптического приближения, как это впервые было сделано Сигменом [16]. Сначала напомним два основных результата, которые были получены для собственных решений устойчивого резонатора [см. (4.95)]: 1) амплитуда записывается в виде произведения полинома Эрмита на гауссову функцию и 2) распределение фазы соответствует сферическому волновому фронту. Наличие гауссовой

функции ограничивает размер пятна, что в большой мере объясняется фокусирующими свойствами устойчивого сферического резонатора. Кроме того, сферический волновой фронт обусловлен граничными условиями, налагаемыми сферическими зеркалами. В случае неустойчивых резонаторов решение в виде произведения эрмитовой и гауссовой функций получить невозможно, как было показано в предыдущем разделе для случая гауссовой моды низшего порядка. Поскольку пучок уже не фокусируется вблизи оси резонатора, в качестве первого приближения

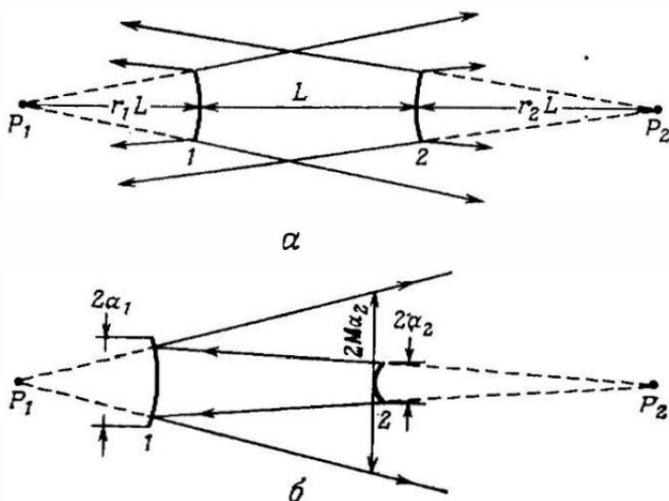


Рис. 4.40. а — общий вид неустойчивого резонатора с выпуклыми зеркалами; б — одноторцевой неустойчивый резонатор.

естественно предположить, что в этом случае решение имеет постоянную по сечению пучка амплитуду, в то время как волновой фронт остается по-прежнему сферическим. Точнее говоря, моду следует рассматривать как суперпозицию двух распространяющихся навстречу друг другу сферических волн постоянной интенсивности.

После этого предварительного обсуждения рассмотрим общий случай неустойчивого резонатора, показанный на рис. 4.40, а. Как и прежде, будем предполагать, что мода образована суперпозицией двух сферических волн постоянной интенсивности, исходящих из точек  $P_1$  и  $P_2$ . Эти точки не совпадают с центрами кривизны зеркал 1 и 2, но их координаты нетрудно вычислить, используя соотношение самосогласованности: сферическая волна, исходящая из точки  $P_1$ , после отражения от зеркала 2 должна давать сферическую волну, выходящую из точки  $P_2$ , и наоборот. Таким образом, координаты точек

$P_1$  и  $P_2$  можно получить из непосредственных вычислений, основанных на геометрической оптике. Результаты, найденные для величин  $r_1$  и  $r_2$ , указанных на рис. 4.40, а, записываются следующим образом:

$$r_1 = g_2 \{ \pm [g_1 g_2 (g_1 g_2 - 1)]^{1/2} + g_1 g_2 - g_2 \}^{-1}, \quad (4.144a)$$

$$r_2 = g_1 \{ \pm [g_1 g_2 (g_1 g_2 - 1)]^{1/2} + g_1 g_2 - g_1 \}^{-1}. \quad (4.144б)$$

Можно показать, что из этих решений устойчивым<sup>1)</sup> будет лишь то, которое в случае  $g_1 g_2 > 0$  имеет знак «+», и то, которое при  $g_1 g_2 < 0$  имеет знак «-». Таким образом, устойчивое решение во всех случаях можно записать как

$$r_1^{-1} = g_1 [1 - (g_1 g_2)^{-1}]^{1/2} + g_1 - 1, \quad (4.145a)$$

$$r_2^{-1} = g_2 [1 - (g_1 g_2)^{-1}]^{1/2} + g_2 - 1. \quad (4.145б)$$

До сих пор мы исследовали лишь конфигурации моды. Чтобы вычислить соответствующие потери, рассмотрим однонаправленный резонатор, показанный на рис. 4.40, б. Здесь принято, что диаметр зеркала 1, равный  $2a_1$ , больше, чем поперечный размер  $[(L + r_2 L)/r_2 L] 2a_2$  сферической волны, исходящей из точки  $P_2$ . В этом случае из резонатора мимо зеркала 2 будет выходить лишь сферическая волна, испускаемая из точки  $P_1$ . Эта сферическая волна, которая начинает свой путь от зеркала 2 диаметром  $2a_2$  (см. рис. 4.40, б), после одного полного прохода резонатора вернется к этому зеркалу, увеличенная в  $M$  раз, где  $M = [(L + r_2 L)/r_2 L] [(L + r_1 L)/r_1 L]$ . С помощью соотношений (4.145) выражение для  $M$  принимает вид

$$M = (2g_1 g_2 - 1) + 2g_1 g_2 [1 - (g_1 g_2)^{-1}]^{1/2}, \quad (4.146)$$

откуда видно, что коэффициент увеличения за полный проход резонатора  $M$  зависит только от параметров  $g$  резонатора. Заметим, что в случае  $g_1 g_2 < 0$  увеличение  $M$  имеет отрицательный знак, и мы должны рассматривать его абсолютную величину. Таким образом, поскольку мы приняли однородный характер освещенности, часть мощности пучка, которая выходит мимо зеркала 2, после полного прохода резонатора равна

$$\gamma = \frac{S'_2 - S_2}{S'_2} \frac{M^2 - 1}{M^2}, \quad (4.147)$$

<sup>1)</sup> Автор здесь употребляет термин «устойчивый», который в данном случае имеет неоднозначный смысл. Видно, речь идет о том, что отбрасываемое решение не имеет физического смысла (проанализируйте, например, простейший случай  $g_1 = 1, g_2 = 2$ ). — Прим. перев.

где  $S_2 = \pi a_2^2$  — сечение пучка, выходящего из области 2, а  $S'_2 = \pi M^2 a_2^2$  — сечение пучка после полного прохода резонатора. Заметим, что потери  $\gamma$  за полный проход при отборе мощности, как и увеличение  $M$ , не зависят от диаметра зеркала  $2a_2$ .

До сих пор мы рассматривали лишь одну моду (которая на самом деле представляет собой моду с наименьшими потерями). Чтобы найти моды более высокого порядка, все еще оставаясь в рамках геометрооптического приближения, рассмотрим опять однонаправленный резонатор на рис. 4.40, б. В этом случае зеркала квадратного сечения распределение поля на зеркале 2 можно записать в виде функции поперечных координат  $x$  и  $y$  [см. также выражение (4.80а)] как

$$U_2(x, y) = U_{2x}(x) U_{2y}(y). \quad (4.148)$$

Поле  $U'_{2x}$  в точке с координатой  $Mx$  после одного полного прохода определяется полем  $U_{2x}$  в точке  $x$  до того, как излучение совершит полный проход резонатора. Таким образом, можно написать следующие уравнения для координат  $x$  и  $y$  соответственно:

$$U'_{2x}(Mx) = \frac{1}{M^{1/2}} U_{2x}(x), \quad (4.149а)$$

$$U'_{2y}(My) = \frac{1}{M^{1/2}} U_{2y}(y). \quad (4.149б)$$

Заметим, что стоящие в правых частях уравнений (4.149) амплитудные множители  $1/M^{1/2}$  учитывают тот факт, что после каждого полного прохода резонатора размеры пучка возрастают, и, следовательно, поле  $U_2(x, y)$  уменьшается в  $M$  раз. Чтобы функция  $U_{2x}$  представляла собой моду резонатора, потребуем выполнение равенств  $U'_2(Mx) = \sigma_x U_{2x}(Mx)$  и  $U'_2(My) = \sigma_y U_{2y}(My)$ . Из уравнений (4.149) получаем

$$\sigma_x U(Mx) = \frac{1}{M^{1/2}} U(x), \quad (4.150а)$$

$$\sigma_y U(My) = \frac{1}{M^{1/2}} U(y). \quad (4.150б)$$

Тогда общее собственное решение можно записать в виде  $U(x, y) = U(x) U(y)$ , а соответствующее собственное значение как  $\sigma = \sigma_x \sigma_y$ . Можно непосредственно убедиться в том, что система уравнений (4.150) имеет решение нулевого порядка  $U_0 = \text{const}$  и  $\sigma_x = \sigma_y = 1/M^{1/2}$ . Объединяя эти решения для координат  $x$  и  $y$ , получаем  $U(x, y) = \text{const}$  и  $\sigma = 1/M$ . Это именно та мода, которую мы только что рассмотрели и потери которой  $\gamma = 1 - |\sigma|^2$

даются выражением (4.147). Однако нетрудно показать, что решения уравнений (4.150) более высокого порядка записываются в виде

$$U_l(x) = x^l, \quad (4.151a)$$

$$U_m(y) = y^m, \quad (4.151б)$$

где  $l, m > 0$ . Соответствующие собственные значения равны

$$\sigma_{xl} = 1/M^{l+1/2}, \quad (4.152a)$$

$$\sigma_{ym} = 1/M^{m+1/2}. \quad (4.152б)$$

Заметим, что случай  $l = m = 0$  (решение нулевого порядка) соответствует решению с минимальными потерями.

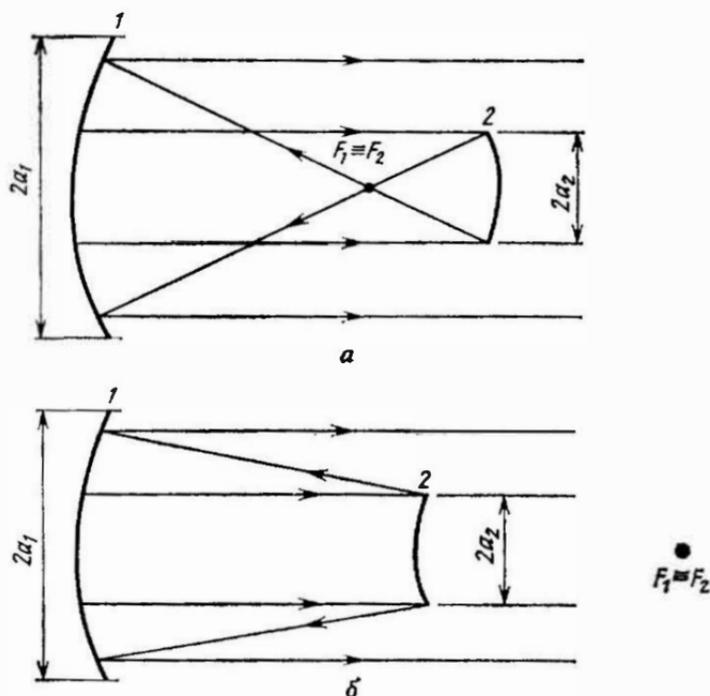


Рис. 4.41. Конфокальные неустойчивые резонаторы. а — отрицательная ветвь; б — положительная ветвь.

В качестве особо важного класса неустойчивых резонаторов рассмотрим конфокальный резонатор. Эти резонаторы представляются в плоскости  $g_1, g_2$  в виде двух ветвей гиперболы, показанных на рис. 4.39 штриховыми линиями [уравнение гиперболы записывается в виде  $(2g_1 - 1)(2g_2 - 1) = 1$ ]. Из большого разнообразия таких резонаторов только (симметричный) конфо-

кальный ( $g_1 = g_2 = 0$ ) и плоскопараллельный ( $g_1 = g_2 = 1$ ) резонаторы соответствуют границе между областями устойчивости и неустойчивости. Все прочие конфокальные резонаторы неустойчивы и могут принадлежать либо отрицательной ветви (рис. 4.41, а), либо положительной ветви (рис. 4.41, б) области неустойчивости. Как показано на рис. 4.41 и в чем можно убедиться с помощью формул (4.145), мода состоит из суперпозиции плоской волны и сферической волны, исходящей из общего фокуса  $F_1 = F_2$ . Коэффициент усиления за полный проход резонатора  $M$  равен  $M = |R_1|/|R_2|$ , где  $R_1$  и  $R_2$  — радиусы зеркал, причем  $|R_1| > |R_2|$ . Если диаметр  $2a_1$  зеркала 1 сделать достаточно большим ( $2a_1 > 2Ma_2$ ), то из резонатора будет выходить только плоский пучок. В этом случае потери за полный проход, или относительная выходная мощность, определяются выражением (4.147).

#### 4.8.2. Описание с помощью волновой оптики

До сих пор в нашем рассмотрении мы пользовались соображениями геометрической оптики. Чтобы получить более близкую к действительности картину мод неустойчивого резонатора, необходимо использовать волновое приближение (например, можно снова использовать дифракционный интеграл Кирхгофа). Мы не будем здесь рассматривать подробно этот вопрос, а лишь приведем и обсудим некоторые важные результаты.

Что касается собственных решений, то волновое приближение дает следующие результаты: 1) фаза решения соответствует волновому фронту, форма которого близка к сферической, причем радиус волнового фронта почти равен значению того радиуса (хотя всегда немного больше), которое получается из геометрического приближения; 2) радиальная зависимость амплитуды решения существенно отличается от той, которая получается из геометрического рассмотрения [т. е. она не имеет зависимости, описываемой выражением (4.151)]. На рис. 4.42

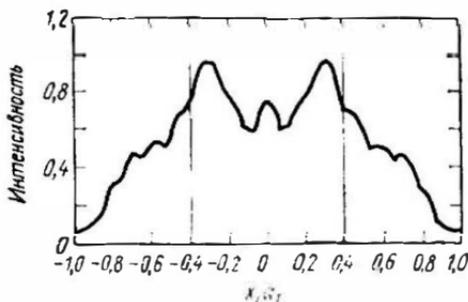


Рис. 4.42. Типичный пример радиального распределения интенсивности моды в неустойчивом резонаторе, полученного с помощью интеграла Кирхгофа. Результаты получены для конфокального резонатора, соответствующего положительной ветви, с  $M = 2,5$  и  $M_{\text{эва}} = 0,6$ . Вертикальными линиями отмечены положения краев выходных зеркал. (Согласно Реншу и Честеру [17].)

В качестве примера приведена одна из таких радиальных зависимостей. На внешней стороне радиального распределения интенсивности наблюдается болсе или менее монотонный спад при движении к периферии зеркала 1. Кроме того, на все распределение интенсивности накладывается характерная кольцевая структура. Наличие монотонно спадающей части пучка связано с тем фактом, что дифракция света за пределы резонатора происходит в основном из периферийной области пучка. Кольцевая структура обусловлена тем, что во внутреннее поле резонатора дает вклад дифракция света на резкой границе зеркала 2 (рис. 4.42). Следует также заметить, что волновая теория тоже предсказывает существование различных мод, т. е. различных самовоспроизводящихся пространственных структур поля. Эти моды отличаются друг от друга положением и интенсивностью колец, обусловленных дифракцией.

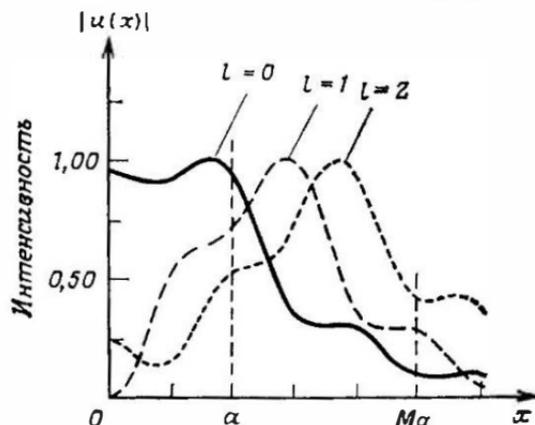


Рис. 4.43. Амплитудные профили трех собственных мод низшего порядка открытого неустойчивого резонатора с  $M=2,5$  и  $N_{\text{экв}}=0,60$ . (Согласно Сигмену [14].)

Для примера три такие моды. Четкого различия между модами низшего и более высокого порядков установить теперь невозможно. Тем не менее следует заметить, что амплитуда поля моды, обозначенной на рисунке индексом  $l=0$ , больше концентрируется вблизи оси  $y$  пучка, и поэтому следует ожидать, что данная мода будет иметь наименьшие потери. Если изменять параметры резонатора ( $M$  и  $a_2$ ), то обнаружится новая характерная особенность: для каждого полуцелого значения определенного соответствующим образом эквивалентного числа Френеля ( $N_{\text{экв}}$ ) модой «низшего порядка» (т. е. модой с минимальными потерями) становится отличная от других и четко выделяемая мода. Это обстоятельство иллюстрируется рис. 4.44, где показана зависимость собственного значения  $\sigma$  от  $N_{\text{экв}}$  для трех мод с последовательными индексами (соответствующие потери вычисляются по формуле  $1-|\sigma|^2$ ). Для однонаправленного конфокального резонатора положительной ветви мы имеем  $N_{\text{экв}} = [(M-1)/2]N$ , где  $N$  — определяемое обычным образом число Френеля для зеркала 2, т. е.  $N = a_2^2/L\lambda$ . Заметим, что при

$M \approx 1$  (т. е. в случае резонатора с малыми потерями)  $N_{\text{экв}} \ll N$ . Для конфокального резонатора отрицательной  $N$  ветви вместо предыдущего выражения получаем  $N_{\text{экв}} = [(M + 1)/2]N$ .

На рис. 4.44 хорошо видно, что для каждого полуцелого значения  $N_{\text{экв}}$  потери моды «низшего порядка» и других мод сильно отличаются друг от друга. Отсюда следует, что в этих условиях можно получить эффективную селекцию поперечных мод. Однако необходимо заметить, что в точке пересечения кривых, описывающих потери двух мод (приблизительно при целых значениях  $N_{\text{экв}}$  на рис. 4.44), распределения интенсивностей двух

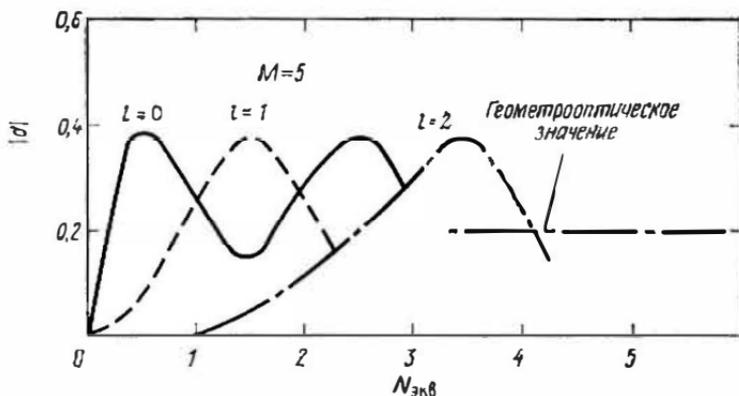


Рис. 4.44. Типичный пример колебательного поведения модуля собственного значения  $\sigma$  в зависимости от эквивалентного числа Френеля для трех последовательных мод.

пересекающихся мод становятся одинаковыми. Если обратиться, например, к рис. 4.43, то происходящее можно описать следующим образом. Когда  $N_{\text{экв}}$  изменяется от 0,6 до приблизительно 1, распределение интенсивности моды  $l=0$  расширяется в сторону больших значений  $x$ , в то время как распределение моды  $l=1$  стягивается вовнутрь, так что при  $N_{\text{экв}} \approx 1$  оба распределения становятся одинаковыми. Следовательно, в этой точке значительная разница в потерях существует между модой  $l=2$  и модами  $l=0, l=1$  (с точки зрения дифракционных свойств эти моды можно рассматривать по существу как одну и ту же моду<sup>1)</sup>). В заключение можно сказать, что неустойчивые резонаторы в любом случае обеспечивают хорошую селекцию поперечных мод, особенно при полуцелых значениях  $N_{\text{экв}}$ .

На рис. 4.44 указано также геометрооптическое значение величины  $|\sigma|$  для решения нулевого порядка [согласно выражениям (4.152), эта величина равна  $|\sigma| = \sigma_x \sigma_y = 1/M$  независимо

<sup>1)</sup> Эти моды все же различаются с точки зрения фазового набега за полный проход, т. е. изменение поля вдоль оси  $z$  у них может быть разным.

от размеров зеркал и, следовательно от  $N_{\text{экв}}$ . При каждом полуцелом значении  $N_{\text{экв}}$  мода низшего порядка имеет существенно меньшие потери  $\gamma = 1 - |\sigma|^2$  по сравнению с предсказываемыми геометрической оптикой. Это обусловлено тем, что, согласно предсказаниям волновой оптики, распределение интенсивности стремится сконцентрироваться вблизи оси пучка (см. рис. 4.42). Такой эффект хорошо виден на рис. 4.45, на котором

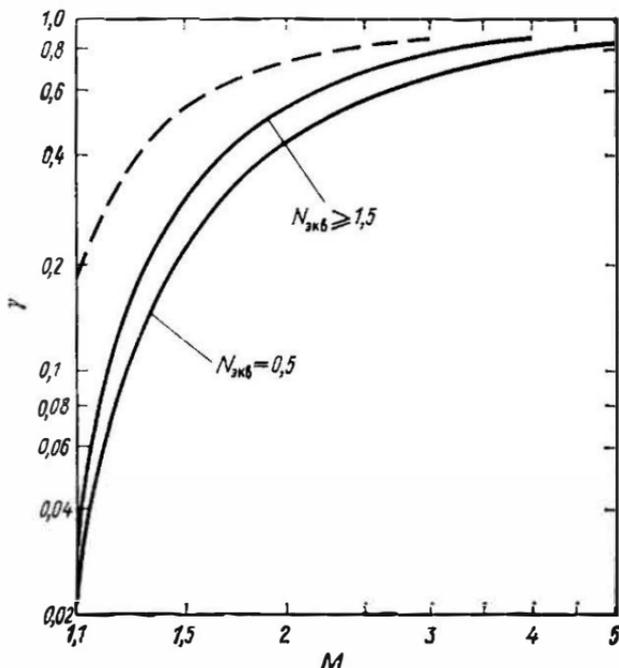


Рис. 4.45. Потери на вывод излучения в неустойчивом резонаторе в зависимости от увеличения  $M$ . Штриховая кривая получена в приближении геометрической оптики; сплошные кривые вычислены из волновой теории. (Согласно Сигмену [14].)

потери  $\gamma$  представлены в зависимости от коэффициента увеличения  $M$ . Сплошные кривые на рисунке (которые отвечают двум последовательным полуцелым значениям  $N_{\text{экв}}$ ) получены с помощью теории дифракции, а штриховая кривая соответствует геометрикооптическому результату.

#### 4.8.3. Достоинства и недостатки неустойчивых резонаторов с резкой границей зеркала

Рассмотрим здесь главные достоинства и недостатки неустойчивых резонаторов с резкими границами зеркал по сравнению с устойчивыми резонаторами. К достоинствам неустойчи-

вых резонаторов относятся 1) большой управляемый объем моды; 2) хорошая селекция поперечных мод; 3) используемая оптика является целиком отражательной (что особенно привлекательно в ИК-области, когда можно применять металлические зеркала). Основными недостатками являются следующие: 1) Поперечное сечение излучаемого пучка имеет форму кольца (т. е. в центре пучка находится темное пятно). Например, в конфокальном резонаторе (рис. 4.41) внутренний диаметр кольца равен  $2a_2$ , в то время как внешний диаметр —  $2Ma_2$ . Хотя в фокальной плоскости линзы (в дальней волновой зоне) это темное пятно исчезает, максимальная интенсивность пучка в фокальной плоскости линзы при этом уменьшается с уменьшением толщины кольца. Действительно, при данной полной мощности максимальная интенсивность кольцеобразного пучка в  $M^2/(M^2 - 1)$  раз меньше интенсивности пучка, имеющего однородное распределение интенсивности и диаметр, равный большому диаметру кольцеобразного пучка. 2) Распределение интенсивности в пучке неоднородно и имеет вид нескольких дифракционных колец. 3) По сравнению с устойчивым неустойчивый резонатор более чувствителен к возмущениям, возникающим в резонаторе. В соответствии с перечисленными достоинствами и недостатками неустойчивые резонаторы находят применение в лазерах с высоким коэффициентом усиления (так что коэффициент увеличения  $M$  может быть относительно большим), особенно в ИК-области спектра и в случае, когда требуется получить дифракционно-ограниченные пучки высокой мощности (или высокой энергии).

#### 4.8.4. Неустойчивые резонаторы с переменным коэффициентом отражения

Некоторые, если не все, недостатки неустойчивых резонаторов с резкими границами зеркал можно преодолеть, если зеркала этих резонаторов изготовить с изменяющимся коэффициентом отражения. В этом случае, в отличие от выходного зеркала с резкой границей, у которого коэффициент отражения равен единице при  $r < a_2$  и нулю при  $r > a_2$  (см. рис. 4.40, б), коэффициент отражения симметрично спадает от максимального значения  $R_0$  до нуля на расстоянии от центра, сравнимом с радиусом активной среды. Для конкретности предположим, что у однонаправленного резонатора коэффициент отражения зеркала 2 по амплитуде дается выражением

$$\rho = \rho_0 e^{-r^2/w_a^2}, \quad (4.153)$$

где мы предположили, что  $\omega_a$  сравнимо с радиальным размером активной среды. Таким образом, соответствующий коэффициент отражения по интенсивности запишется в виде

$$R = R_0 e^{-2r^2/\omega_a^2}, \quad (4.154)$$

где  $R_0 = \rho_0^2$ . Для простоты будем следовать подходу, основанному на геометрической оптике. Тогда можно утверждать, что поле  $U'_2(Mr)$  в точке с координатой  $Mr$  зеркала 2 после одного полного прохода резонатора создается полем  $U_2(r)$ , которое до прохода резонатора имелось в точке с координатой  $r$ . Таким образом, мы можем написать следующее уравнение, которое можно сравнить с уравнениями (4.149а) и (4.149б):

$$U'_2(Mr) = \rho(r) U_2(r)/M. \quad (4.155)$$

Если  $U_2$  соответствует моде резонатора, то  $U'_2(r) = \sigma U_2(r)$ . При этом из предыдущего уравнения находим

$$\sigma U_2(Mr) = \rho(r) U_2(r)/M. \quad (4.156)$$

Используя условие (4.153), нетрудно показать, что решение низшего порядка уравнения (4.156) имеет вид

$$U_2(r) = U_{20} \exp(-r^2/\omega^2), \quad (4.157)$$

где

$$\omega^2 = (M^2 - 1) \omega_a^2. \quad (4.158)$$

Соответствующее собственное значение  $\sigma$  равно

$$\sigma = \rho_0/M, \quad (4.159)$$

так что потери на вывод излучения запишутся в виде

$$\gamma = 1 - |\sigma|^2 = 1 - R_0/M^2. \quad (4.160)$$

В соответствии с решением (4.157) радиальное распределение интенсивности внутри резонатора имеет вид

$$I_{\text{внутр}}(r) = U_{20}^2 \exp(-2r^2/\omega^2). \quad (4.161)$$

При этом радиальное распределение интенсивности выходного пучка запишется в виде

$$\begin{aligned} I_{\text{вых}}(r) &= I_{\text{внутр}}(r) [1 - R(r)] = \\ &= U_{20}^2 [\exp(-2r^2/\omega^2) - R_0 \exp(-2M^2 r^2/\omega^2)], \end{aligned} \quad (4.162)$$

где мы использовали (4.154), (4.158) и (4.161). Заметим, что радиальный размер распределения  $I_{\text{вых}}$  должен быть больше,

чем у  $I_{\text{внутр}}$ . Действительно, согласно выражению (4.162), выходная интенсивность равна произведению спадающей в радиальном направлении интенсивности  $I_{\text{внутр}}$  и коэффициента пропускания  $1 - R(r)$ , который в этом направлении увеличивается. Поэтому можно ожидать, что профиль интенсивности будет иметь плоскую вершину при  $r = 0$ , а такая особенность представляет интерес для многих приложений. Таким образом, мы можем записать условие

$$(d^2 I_{\text{вых}} / dr^2)_{r=0} = 0.$$

В этом случае из выражения (4.162) находим, что коэффициент отражения в центре  $R_0$  и увеличение резонатора  $M$  должны удовлетворять условию

$$R_0 M^2 = 1. \quad (4.163)$$

В таком резонаторе, согласно выражениям (4.160) и (4.163), потери за полный проход даются выражением

$$\gamma = 1 - 1/M^4. \quad (4.164)$$

Предположим, например, что величина  $\gamma = 0,5$  соответствует оптимальной связи на выходе лазера (см. разд. 5.3.3). Из выражения (4.164) получаем  $M^2 = \sqrt{2} = 1,41$ , из условия (4.163) имеем  $R_0 = 1/\sqrt{2} = 0,71$ , а из выражения (4.158) находим  $\omega^2 = 0,41 \omega_a^2$ . На рис. 4.46 приведены профиль коэффициента отражения и соответствующие профили интенсивности внутри и вне резонатора. Заметим, что радиальная ширина профиля выходной интенсивности на уровне  $1/e$  от максимума сравнима с соответствующей шириной профиля коэффициента отражения, которая равна  $\omega_a/\sqrt{2}$ . Следовательно, если выбрать величину  $2\omega_a$  сравнимой с диаметром  $D$  активной среды, то диаметр выходного пучка будет равен приблизительно  $D$ , а сам пучок будет иметь замечательные дифракционные свойства.

В заключение укажем на то, что если размер пятна  $\omega_a$  достаточно велик, то приведенные выше соотношения, полученные из геометрических соображений, совпадают с полученными из более строгого рассмотрения с помощью волновой оптики [19]. В частности, для конфокального резонатора положительной ветви имеем

$$\omega_a \gg \left[ \frac{(M+1)}{(M^2+1)} \right]^{1/2} \left( \frac{L\lambda}{\pi} \right)^{1/2}. \quad (4.165)$$

В рассмотренном примере первый множитель в правой части этого неравенства равен приблизительно 0,95. Поскольку второй множитель равен размеру пятна на зеркале симметричного

конфокального резонатора длиной  $L$ , из (4.165) следует, что наше предыдущее обсуждение, основанное на геометрической оптике, остается справедливым, когда радиальные размеры зеркала с переменным коэффициентом отражения, а следовательно, и размеры активной среды, намного превышают размер пятна

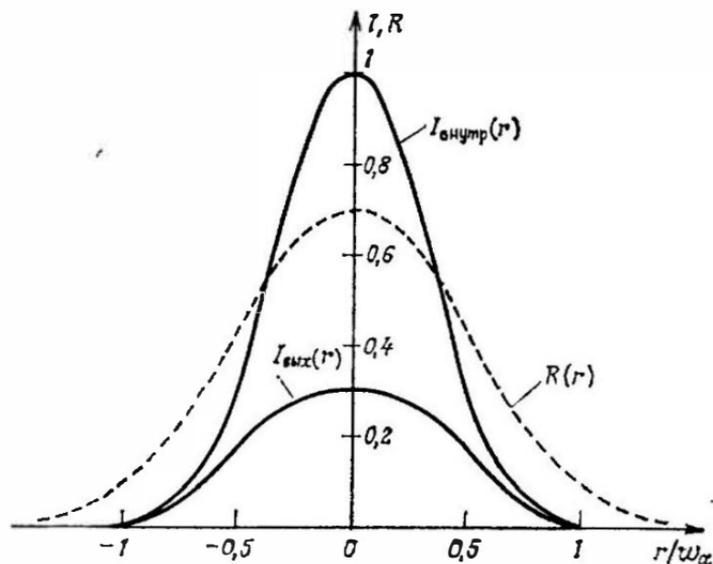


Рис. 4.46. Радиальный профиль интенсивности внутри ( $I_{\text{внутр}}$ ) и снаружи ( $I_{\text{внх}}$ ) неустойчивого резонатора с гауссовым распределением коэффициента отражения выходного зеркала  $R(r)$ . (Случай, когда интенсивность выходного пучка имеет наиболее плоскую вершину профиля.)

конфокального резонатора той же длины. Это и есть то условие, при котором применение неустойчивых резонаторов оказывается весьма полезным!

## Задачи

4.1. Докажите, что  $ABCD$ -матрица для луча, падающего из среды с показателем преломления  $n_1$  на сферическую поверхность диэлектрической среды с показателем преломления  $n_2$ , записывается в виде

$$\begin{vmatrix} 1 & 0 \\ \frac{n_2 - n_1}{n_2} \frac{1}{R} & \frac{n_1}{n_2} \end{vmatrix},$$

где  $R$  — радиус кривизны сферической поверхности ( $R > 0$ , если центр находится слева от поверхности).

4.2. Рассмотрим тонкую линзу с показателем преломления  $n_2$ , образованную из двух близко расположенных сферических диэлектрических поверхностей с радиусами  $R_1$  и  $R_2$ . Пользуясь решением задачи 4.1, покажите, что фокус-

ное расстояние этой линзы дается выражением

$$\frac{1}{f} = \frac{n_2 - n_1}{n_1} \left( -\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right),$$

где  $n_1$  — показатель преломления среды, окружающей линзу.

**4.3.** Интерферометр Фабри — Перо состоит из двух зеркал с одинаковым коэффициентом отражения по мощности  $R$  и одинаковыми относительными внутренними потерями по мощности  $\gamma$ . Покажите, что максимальное пропускание интерферометра дается выражением  $(1 - R - \gamma)^2 / (1 - R)^2$ . Вычислите максимальное пропускание в случае  $R = 0,9$  и  $\gamma = 0,01$  и сравните его с соответствующей величиной для зеркал без потерь.

**4.4.** Интерферометр Фабри — Перо, состоящий из двух идентичных зеркал, разделенных воздушным промежутком длиной  $L$ , освещается монохроматическим непрерывным светом с перестраиваемой частотой. Из измерения зависимости интенсивности выходного пучка от частоты падающей волны было найдено, что область дисперсии интерферометра равна  $3 \cdot 10^9$  Гц, а его разрешение составляет 60 МГц. Вычислите расстояние между зеркалами  $L$  интерферометра, его резкость и коэффициент отражения зеркал. Вычислите также добротность  $Q$  резонатора Фабри — Перо на длине волны 0,6 мкм (оранжевый цвет) и время жизни фотона в резонаторе.

**4.5.** Интерферометр Фабри — Перо, состоящий из двух идентичных зеркал, разделенных воздушным промежутком длиной  $L$ , освещается от внешнего источника световым импульсом длительностью 1 пс при длине волны  $\lambda \approx 0,6$  мкм. Наблюдаемый на выходе пучок света оказывается состоящим из регулярной последовательности импульсов длительностью 1 пс с интервалом 10 пс между ними. Энергия импульсов экспоненциально уменьшается со временем с постоянной времени 100 пс. Определите длину и добротность резонатора, время жизни фотона в нем, а также коэффициент отражения зеркала.

**4.6.** В He — Ne-лазере, работающем на длине волны  $\lambda = 0,6328$  мкм, используется конфокальный резонатор длиной  $L = 1$  м. Вычислите размер пятна в центре резонатора и на зеркалах.

**4.7.** Для резонатора из задачи 4.6 вычислите разность частот между двумя соседними продольными модами.

**4.8.** Для резонатора из задачи 4.6 найдите, сколько различных по частоте мод лежит в пределах ширины линии He (определяемой по уровню 0,5 от максимального значения).

**4.9.** Вычислите размер пятна на обоих зеркалах полуконфокального резонатора длиной  $L = 2$  м, используемого в CO<sub>2</sub>-лазере, работающем на длине волны  $\lambda = 10,6$  мкм.

**4.10.** Найдите разность частот между двумя соседними модами TEM<sub>00</sub> резонатора из задачи 4.9. Считая, что в CO<sub>2</sub>-лазере ширина линии излучения, определяемая по уровню 0,5 от максимального значения, равна 50 МГц, найдите число мод TEM<sub>00</sub>, частоты которых находятся в пределах этой линии.

**4.11.** В лазере, работающем на длине волны  $\lambda = 0,6$  мкм и имеющем усиление по мощности за проход  $2 \cdot 10^{-2}$ , используется симметричный резонатор длиной  $L = 1$  м. Радиус кривизны обоих зеркал резонатора  $R = 10$  м. Выберите такой размер апертуры зеркал, чтобы подавить моду TEM<sub>01</sub> и сохранить при этом генерацию на моде TEM<sub>00</sub>.

4.12. Рассмотрим резонатор, образованный двумя вогнутыми сферическими зеркалами с радиусом кривизны 4 м и расстоянием между ними 1 м. Определите размер пятна моды  $TEM_{00}$  в центре резонатора и на зеркалах, если резонатор используется для генерации излучения на длине волны  $\lambda = 514,5$  нм (одна из линий излучения  $Ag^+$ -лазера).

4.13. Как изменятся размеры пятна на обоих зеркалах, если в предыдущей задаче одно из вогнутых зеркал заменить плоским?

4.14. В задаче 4.12 одно из зеркал резонатора заменено на вогнутое зеркало с радиусом кривизны 1,5 м. Вычислите: а) положение перетяжки пучка; б) размер пятна в перетяжке пучка и на обоих зеркалах.

4.15. Резонатор образован выпуклым сферическим зеркалом с радиусом кривизны  $R_1 = -1$  м и вогнутым сферическим зеркалом радиусом  $R_2 = 1,5$  м. Каким должно быть максимальное расстояние между зеркалами, чтобы резонатор оставался устойчивым?

4.16. Резонатор состоит из двух плоских зеркал и положительной линзы, помещенной между ними. Если фокусное расстояние линзы  $f$ , а ее расстояние до обоих зеркал соответственно  $L_1$  и  $L_2$ , то каковы будут размеры пятен в месте расположения линзы и зеркал? Запишите также условия устойчивости резонатора.

4.17. Кольцевой резонатор треугольной конфигурации состоит из трех плоских зеркал с положительной линзой, помещенной между двумя из них

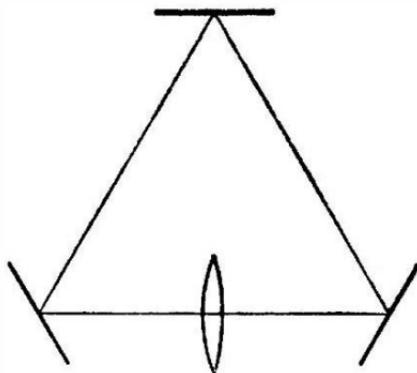


Рис. 4.47. Кольцевой резонатор лазера, включающий в себя положительную линзу с фокусным расстоянием  $f$ .

(рис. 4.47). Определите местоположение пятна с минимальным размером, значение этого размера и размер пятна в месте расположения линзы. Найдите также условие устойчивости этого резонатора.

4.18. Какова радиальная зависимость плотности энергии в резонаторе (или интенсивности пучка, выходящего из резонатора) для моды  $TEM_{00}$ ? Чему равен размер пятна распределения интенсивности  $w_1$ ?

4.19. Покажите, что полная мощность гауссова пучка определяется выражением  $P = I_0 (\pi w_1^2)$ , где  $I_0$  — максимальная интенсивность пучка (на его оси).

4.20. С помощью прямой подстановки покажите, что интегральное уравнение (4.86а) при  $N = \infty$  имеет собственное решение  $U = \exp(-\pi\xi^2)$ . Найдите соответствующее собственное значение  $\sigma_{\xi}^*$ .

4.21. Для произвольного резонатора можно ввести понятие чувствительности к несоосности  $\delta$ , которую определяют, как нормированное на размер пятна на зеркале поперечное смещение точки пересечения оптической оси с этим зеркалом при повороте одного из зеркал на единицу угла. В частности, для зеркала 1 можно определить два коэффициента чувствительности к несоосности  $\delta_{11}$  и  $\delta_{12}$  как  $\delta_{11} = (1/\omega_1)(dr_1/d\theta_1)$  и  $\delta_{12} = (1/\omega_1)(dr_1/d\theta_2)$ , где  $dr_1/d\theta_i$  ( $i = 1, 2$ ) — поперечный сдвиг центра пучка на зеркале 1 при повороте одного из зеркал (1 или 2) на единицу угла. Покажите, что в случае конфокального резонатора  $(\delta_{11})_c = 0$  и  $(\delta_{12})_c = \pi\omega_s/\lambda$ .

4.22. С помощью определения, введенного в предыдущей задаче, покажите, что для любого симметричного резонатора с очень большим радиусом кривизны зеркал ( $R \gg L$ ) чувствительность к несоосности такова, что  $\delta_{11} = \delta_{12} = \delta_{21} = \delta_{22} = (\delta_{12})_c 4\omega^3/\omega_s^3$ , где  $(\delta_{12})_c$  — чувствительность к несоосности конфокального резонатора,  $\omega$  — размер пятна на зеркале реального резонатора, а  $\omega_s$  — размер пятна на зеркале конфокального резонатора той же длины. С помощью вышеприведенного равенства установите, какой из двух резонаторов менее чувствителен к повороту зеркала?

4.23. Рассмотрим почти полусферический резонатор ( $R = L + \Delta$ , где  $\Delta \ll L$ ), в котором зеркало 1 плоское. Покажите, что в этом случае  $\delta_{12} = (\delta_{12})_c(\omega_2/\omega_s)$  и  $\delta_{21} = (\delta_{12})_c(\omega_s/\omega_2)$ . Сравнивая этот резонатор с резонатором из предыдущей задачи при том же значении размера пятна на зеркале, т.е. при  $\omega = \omega_2$ , какой вывод можно сделать относительно чувствительности к несоосности почти полусферического резонатора по сравнению с почти плоским резонатором?

4.24. В  $\text{CO}_2$ -лазере, работающем на длине волны  $\lambda = 10,6$  мкм, приходится использовать конфокальный неустойчивый резонатор. Пусть этот резонатор имеет длину  $L = 1$  м. Какую ветвь нужно выбрать для этого резонатора, чтобы объем моды был максимальным? Вычислите апертуры зеркал  $2a_1$  и  $2a_2$ , чтобы можно было получить: 1)  $N_{\text{экс}} = 7,5$ , 2) выход излучения с одностороннего резонатора и 3) 20 %-ный выход излучения за полный проход резонатора. Определите радиусы двух зеркал:  $R_1$  и  $R_2$ .

4.25. Используя приближение геометрической оптики (и предполагая, что генерируется мода низшего порядка), вычислите потери за один полный проход в резонаторе, рассчитанном в предыдущей задаче. Каковы форма и размеры выходного пучка?

4.26. Рассмотрим зеркало, обладающее «супер-гауссовым» радиальным профилем коэффициента отражения  $R = R_0 \exp[-2(r/\omega_a)^{2n}]$ , где  $n$  — целое число. Если такое зеркало играет роль выходного в неустойчивом резонаторе, то, используя геометрическую оптику, покажите, что профиль интенсивности мод внутри резонатора также является супер-гауссовым, т.е. может быть представлен в виде  $I_{\text{внутр}} = I_0 \exp[-2(r/\omega)^{2n}]$ . Выведите соотношение между  $\omega_a$  (размером пятна профиля коэффициента отражения) и  $\omega$  (размером пятна профиля интенсивности). Вычислите также потери  $\gamma$  за полный проход резонатора. Учитывая то, что профиль интенсивности выходного пучка имеет вид  $I_{\text{вых}} = I_{\text{внутр}}[1 - R(r)]$ , покажите, что при условии  $R_0 = 1/M^{2n+2}$  этот профиль будет наиболее пологим [ср. с выражением (4.163)]. Постройте зависимости  $R(r)$ ,  $I_{\text{внутр}}(r)$  и  $I_{\text{вых}}(r)$  для  $n = 3$  и  $\gamma = 0,5$  при условии, что профиль имеет наиболее пологую форму. Сравнивая полученные кривые с представленными на рис. 4.4б, какие выводы можно сделать о полезности этих «супер-гауссовых» профилей?

## Литература

1. *Kogelnik H.* — In: Applied Optics and Optical Engineering (eds. R. Shapноп, J. C. Wyant). Academic Press, New York, 1979, vol. VII, pp. 156—190.
2. *Born M., Wolf E.*, Principles of Optics, 6th edn., Pergamon Press, Oxford, 1980, Sec. 7.6. [Имеется перевод 2-го издания: *Борн М., Вольф Э.* Основы оптики. — М.: Наука, 1970.]
3. *Ritter E.* — In: Laser Handbook (eds. F. T. Arecchi, E. O. Schulz-Dubois), North-Holland Publishing Co., Amsterdam, 1972, v. 1, pp. 897—921.
4. *Vaumeister P.* — In: Applied Optics and Optical Engineering (ed. R. Kingslake), Academic Press, New York, 1965, v. 1, pp. 285—323.
5. *Schawlow A. L., Townes C. H.*, Phys. Rev., **112**, 1940 (1958).
6. *Fox A. G., Li T.*, Bell System Tech. J., **40**, 453 (1961).
7. *Born M., Wolf E.*, Principles of Optics, 6th edn., Pergamon Press, London, 1980, pp. 370—382. [Имеется перевод 2-го издания: *Борн М., Вольф Э.* Основы оптики. — М.: Наука, 1970.]
8. *Kogelnik H., Li T.*, Appl. Opt., **5**, 1550 (1966).
9. *Boyd G. D., Gordon J. P.*, Bell System Tech. J., **40**, 489 (1961).
10. *Slepian D., Pollack H. O.*, Bell System Tech. J., **40**, 43 (1961).
11. *Siegman A. E.*, Lasers, Oxford University Press, Oxford, 1986, Sec. 20.2.
12. *Li T.*, Bell System Tech. J., **44**, 917 (1965).
13. *Born M., Wolf E.*, Principles of Optics, 4th edn., Pergamon Press, London, 1970, sec. 1.6.5. [Имеется перевод 2-го издания: *Борн М., Вольф Э.* Основы оптики. — М.: Наука, 1970.]
14. *Siegman A. E.*, Lasers, Oxford University Press, Oxford, 1986, chap. 22.
15. *Steier W. H.* — In: Laser Handbook (ed. M. L. Stitch), North-Holland Publishing Co., Amsterdam, 1979, v. 3, pp. 3—39.
16. *Siegman A. E.*, Proc. IEEE, **53**, 277—287 (1965).
17. *Rensch D. B., Chester A. N.*, Appl. Opt., **12**, 997 (1973).
18. *Siegman A. E.*, Laser Focus, **7**, 42 (May 1971).
19. *Siegman A. E.*, Lasers, Oxford University Press, Oxford, 1986, sec. 23.3.

# 5

## Непрерывный и нестационарный режимы работы лазеров

### 5.1. Введение

В предыдущих главах мы рассмотрели некоторые свойства отдельных элементов, которые составляют лазер. К ним относятся лазерная среда (взаимодействие которой с электромагнитным излучением мы рассматривали в гл. 2), система накачки (гл. 3) и пассивный оптический резонатор (гл. 4). В данной главе мы воспользуемся результатами, полученными в предыдущих главах, для построения теоретических основ, необходимых для описания как непрерывного, так и нестационарного режимов работы лазера. Развитая здесь теория основывается на так называемом приближении скоростных уравнений. В рамках этого приближения соответствующие уравнения выводятся из условия баланса между скоростями изменения полного числа частиц и полного числа фотонов лазерного излучения. Достоинство данной теории состоит в том, что она дает простое и наглядное описание работы лазера. Кроме того, она позволяет получить достаточно точные результаты для большого числа практических приложений. При более строгом рассмотрении следует применять либо полуклассическое приближение (в этом приближении среда рассматривается квантовомеханически, а электромагнитное поле считается классическим, т. е. описывается уравнениями Максвелла), либо полностью квантовый подход (когда среда и поля являются квантованными). Читатель, желающий познакомиться с этими более точными теоретическими рассмотрениями, может обратиться к работе [1].

### 5.2. Скоростные уравнения [2, 3]

#### 5.2.1. Четырехуровневый лазер

Прежде всего рассмотрим лазер, работающий по четырехуровневой схеме и имеющий для простоты лишь одну полосу поглощения накачки (полоса 3 на рис. 5.1). Впрочем, последующий анализ останется без изменения, даже если мы будем иметь дело с более чем одной полосой (или уровнем) поглощения накачки, при условии, что релаксация из этих полос на верхний лазерный уровень 2 происходит очень быстро. Обозначим

населенности четырех уровней 0, 1, 2 и 3 соответственно через  $N_g$ ,  $N_1$ ,  $N_2$  и  $N_3$ . Будем считать, что лазер генерирует только на одной моде резонатора. Пусть  $q$  — полное число фотонов в резонаторе. Считая, что переходы между уровнями 3 и 2 и уровнями 1 и 0 являются быстрыми, можно положить  $N_1 \approx N_3 \approx 0$ . Таким образом, мы имеем следующие скоростные уравнения:

$$N_g + N_2 = N_t, \quad (5.1a)$$

$$\dot{N}_2 = W_p N_g - BqN_2 - N_2/\tau, \quad (5.1б)$$

$$\dot{q} = V_a BqN_2 - q/\tau_c. \quad (5.1в)$$

В уравнении (5.1a) величина  $N_t$  представляет собой полное число активных атомов (или молекул). В уравнении (5.1б) слагаемое  $W_p N_g$  учитывает накачку [см. уравнение (1.10)]. Явные выражения для скорости накачки  $W_p$  как в случае оптической, так и электрической накачки уже были получены в гл. 3. В том же уравнении член  $BqN_2$  соответствует вынужденному излучению. Скорость вынужденного излучения  $W$ , как показано в гл. 2, действительно пропорциональна квадрату электрического поля электромагнитной волны и, следовательно,



Рис. 5.1. Схема энергетических уровней четырехуровневого лазера.

пропорциональна  $q$ . Поэтому коэффициент  $B$  можно рассматривать как скорость вынужденного излучения на один фотон в моде. Величина  $\tau$  представляет собой время жизни верхнего лазерного уровня и в общем случае определяется выражением (2.123). В уравнении (5.1в) член  $V_a BqN_2$  соответствует скорости изменения числа фотонов вследствие вынужденного излучения. Действительно, как мы уже видели, член  $-BqN_2$  в уравнении (5.1б) представляет собой скорость уменьшения населенности за счет вынужденного излучения. Поскольку каждый акт вынужденного излучения приводит к появлению фотона, скорость увеличения числа фотонов должна быть равна  $V_a BqN_2$ , где  $V_a$  — объем, занимаемый модой внутри активной среды (точное определение модового объема дано ниже). Наконец, член  $q/\tau_c$  [где  $\tau_c$  — время жизни фотона (см. разд. 4.3)] учитывает уменьшение числа фотонов из-за потерь в резонаторе.

Строгое определение объема моды  $V_a$  требует подробного рассмотрения, которое приводится в приложении Б. В результате мы имеем следующее определение  $V_a$ :

$$V_a = \int_a [E(x, y, z)/E_0]^2 dV, \quad (5.2)$$

где  $E(x, y, z)$  — распределение электрического поля внутри резонатора,  $E_0$  — максимальное значение этого поля, а интегрирование производится по объему, занимаемому активной средой. Если рассматривается резонатор с двумя сферическими зеркалами, то отношение  $E(x, y, z)/E_0$  равно вещественной части выражения (4.95). Уместно привести в качестве примера симметричный резонатор, состоящий из двух зеркал, радиусы кривизны которых много больше, чем длина резонатора. Тогда размер пятна моды  $w$  будет приблизительно постоянным по всей длине резонатора и равным значению  $w_0$  в центре резонатора. Аналогичным образом радиус кривизны эквифазных поверхностей  $R$  будет достаточно большим и волновые фронты можно считать плоскими. Тогда из выражения (4.95) для моды  $TEM_{00}$  получаем

$$E(x, y, z)/E_0 = \exp(-r^2/w_0^2) \cos(kz - \phi); \quad (5.3)$$

здесь мы положили  $r^2 = x^2 + y^2$ . Из выражений (5.2) и (5.3) имеем

$$V_a = \pi w_0^2 l / 4, \quad (5.4)$$

где  $l$  — длина активной среды. При выводе этого выражения мы учли тот факт, что  $\phi(z)$  является медленно меняющейся функцией по сравнению с  $kz$ , так что можно положить  $\int \cos^2(kz - \phi) dz = (l/2)$ . Таким образом, появление четверки в знаменателе выражения (5.4) является результатом следующих двух обстоятельств: 1) наличие множителя  $1/2$  обусловлено тем, что мода имеет характер стоячей волны, так что в соответствии с приведенными выше рассуждениями  $\langle \cos^2(kz - \phi) \rangle = 1/2$ ; 2) еще один множитель  $1/2$  появляется из-за того, что  $w_0$  — это размер пятна для амплитуды поля  $E$ , в то время как размер пятна для интенсивности поля (т. е. для  $E^2$ ), очевидно, в  $\sqrt{2}$  раз меньше.

Прежде чем продолжить наше рассмотрение, следует заметить, что в выражении (5.1в) пренебрегается слагаемым, учитывающим спонтанное излучение. В действительности же, как отмечалось в гл. 1, генерация возникает за счет спонтанного излучения; поэтому следует ожидать, что уравнения (5.1) не дают правильного описания возникновения генерации. В самом деле, если в уравнении (5.1в) положить  $q = 0$  в момент времени  $t = 0$ , то мы получим  $\dot{q} = 0$  и, следовательно, генерация не сможет возникнуть. Для учета спонтанного излучения можно было бы снова попытаться, исходя из простого условия баланса, начать рассмотрение с члена  $N_2/\tau_{\text{спонт}}$ , который в уравнении (5.1б) входит в слагаемое  $N_2/\tau$ . При этом может показаться,

что в уравнении (5.1в) слагаемое, учитывающее спонтанное излучение, должно было бы иметь следующий вид:  $V_a N_2 / \tau_{\text{спонт}}$ . Однако это неверно. На самом же деле, как показано в разд. 2.4.3 [см., в частности, выражение (2.115)], спонтанное излучение распределено в некотором частотном интервале и форма его линии описывается функцией  $g(\Delta\nu)$ . Однако в уравнении (5.1в) член, учитывающий спонтанное излучение, должен включать в себя лишь ту долю этого излучения, которая дает вклад в рассматриваемую моду. Правильное выражение для этого члена можно вывести только из квантовомеханического рассмотрения электромагнитного поля моды резонатора. Получаемый при этом результат является очень простым и поучительным [4]. В случае когда учитывается спонтанное излучение, уравнение (5.1в) преобразуется к виду

$$\dot{q} = V_a B (q + 1) N_2 - q / \tau_c. \quad (5.1r)$$

Все это выглядит так, как будто члену, отвечающему вынужденному излучению, мы добавили «дополнительный фотон». Однако ради простоты мы не будем в дальнейшем вводить такого дополнительного члена, связанного со спонтанным излучением, а вместо этого предположим, что в начальный момент времени в резонаторе уже присутствует некоторое небольшое число фотонов  $q_i$ . Как мы увидим, введение этого небольшого числа фотонов, которое необходимо лишь для возникновения генерации, в действительности никоим образом не сказывается на последующем рассмотрении.

Займемся теперь выводом явных выражений для величины  $B$ , которая входит в уравнения (5.1б) и (5.1в). Строгое выражение для этой величины выводится снова в Приложении Б. Для большинства практических целей подходит приближенное выражение, которое можно получить, исходя из простых соображений. Для этого рассмотрим резонатор длиной  $L$ , в котором находится активная среда длиной  $l$  с показателем преломления  $n$ . Можно считать, что мода резонатора образована суперпозицией двух волн, распространяющихся в противоположных направлениях. Пусть  $I$  — интенсивность одной из этих волн. В соответствии с выражением (1.7) при прохождении волны через слой  $dz$  активной среды ее интенсивность изменяется на величину  $dI = \sigma(N_2 - N_1)I dz$ , где  $\sigma$  — сечение перехода на частоте рассматриваемой моды резонатора. Определим теперь следующие величины: 1)  $T_1$  и  $T_2$  — коэффициенты пропускания двух зеркал резонатора по мощности; 2)  $a_1$  и  $a_2$  — соответствующие относительные коэффициенты потерь на зеркалах; 3)  $T_i$  — относительный коэффициент внутренних потерь за проход. Тогда изменение интенсивности  $\Delta I$  за полный проход резонатора запи-

шется в виде

$$\Delta I = \{(1 - a_1 - T_1)(1 - a_2 - T_2)(1 - T_i)^2 \times \\ \times \exp [2\sigma(N_2 - N_1)l] - 1\} I. \quad (5.5)$$

Предположим далее, что потери на зеркалах одинаковы ( $a_1 = a_2 = a$ ) и столь малы, что можно написать  $1 - a - T_1 \approx \approx (1 - a)(1 - T_1)$  и  $1 - a - T_2 \approx \approx (1 - a)(1 - T_2)$ . При этом выражение (5.5), очевидно, преобразуется к виду

$$\Delta I = \{(1 - a)^2(1 - T_1)(1 - T_2)(1 - T_i)^2 \times \\ \times \exp [2\sigma(N_2 - N_1)l] - 1\} I. \quad (5.6)$$

Прежде чем проследовать дальше, удобно ввести новые величины  $\gamma$ , которые можно представить как логарифмические потери за проход, а именно

$$\gamma_1 = -\ln(1 - T_1), \quad (5.7a)$$

$$\gamma_2 = -\ln(1 - T_2), \quad (5.7б)$$

$$\gamma_i = -[\ln(1 - a) + \ln(1 - T_i)]. \quad (5.7в)$$

Здесь  $\gamma_1$  и  $\gamma_2$  — логарифмические потери за проход, обусловленные пропусканьем зеркал, а  $\gamma_i$  — внутренние логарифмические потери. Для краткости будем называть  $\gamma_1$  и  $\gamma_2$  потерями на пропускание, а  $\gamma_i$  — внутренними потерями. Как станет ясно в дальнейшем, благодаря экспоненциальному характеру лазерного усиления запись с помощью логарифмических потерь значительно более удобна для представления потерь в лазерах. Однако следует заметить, что, хотя  $\gamma = -\ln(1 - T) \approx T$  для небольших значений пропускания, для больших значений пропускания это неверно. Приведем пример: если положить  $T = 0,1$ , то получим  $\gamma = 0,104$ , т. е.  $\gamma \approx T$ , в то время как для  $T = 0,5$  имеем  $\gamma = 0,695$ . Следует также заметить, что с помощью выражений (5.7) можно определить полные потери  $\gamma$  за проход:

$$\gamma = \gamma_i + (\gamma_1 + \gamma_2)/2. \quad (5.8)$$

Определив логарифмические потери  $\gamma$ , подставим выражения (5.7) и (5.8) в (5.6). Вводя дополнительное условие

$$[\sigma(N_2 - N_1)l - \gamma] \ll 1, \quad (5.9)$$

экспоненциальную функцию в (5.6) можно разложить в степенной ряд, и мы получаем

$$\Delta I = 2[\sigma(N_2 - N_1)l - \gamma] I. \quad (5.10)$$

Разделим обе части этого выражения на интервал времени  $\Delta t$ , за который световая волна совершает полный проход резонатора,

т. е. на величину  $\Delta t = 2L'/c_0$ , где  $L'$  определяется выражением

$$L' = L + (n - 1)l. \quad (5.11)$$

Используя приближение  $\Delta I/\Delta t \approx dI/dt$ , получаем

$$dI/dt = [\sigma l c_0/L'] (N_2 - N_1) - \gamma c_0/L' I. \quad (5.12)$$

Поскольку число фотонов  $q$  в резонаторе пропорционально интенсивности  $I$ , уравнение (5.12) можно сравнить с (5.1в). При этом получаем следующие выражения:

$$B = \sigma l c_0/V_a L' = \sigma c_0/V, \quad (5.13a)$$

$$\tau_c = L'/\gamma c_0, \quad (5.13б)$$

где

$$V = (L'/l) V_a. \quad (5.14)$$

Величину  $V$  мы будем называть эффективным объемом моды резонатора. Заметим, что формула (5.13б) обобщает полученное в разд. 4.3 выражение для времени жизни фотона. Кроме того, выражение (5.14) для объема резонатора справедливо лишь приблизительно. На самом деле в Приложении Б показано, что в (5.13а) следует использовать более строгое выражение для  $V$ , а именно

$$V = n \int_1 (E/E_0)^2 dV + \int_2 (E/E_0)^2 dV; \quad (5.15)$$

здесь первый интеграл берется по объему активной среды, а второй — по оставшемуся объему резонатора. Заметим, впрочем, что для симметричного резонатора с зеркалами большого радиуса кривизны оба выражения (5.14) и (5.15) дают

$$V = \pi \omega_0^2 L'/4. \quad (5.16)$$

До сих пор наше рассмотрение было направлено на обоснование уравнения (5.1в) и на вывод явных выражений для  $B$  и  $\tau_c$  через измеряемые параметры лазера. Однако следует заметить, что мы указали также и на пределы применимости уравнения (5.1в). Действительно, при выводе уравнения (5.12) нам пришлось использовать приближение (5.9), согласно которому разница между усилением и потерями невелика. Для непрерывного лазера это условие всегда выполняется, поскольку в установившемся процессе  $\sigma(N_2 - N_1)l = \gamma$  (см. разд. 5.3.1). А вот для импульсного лазера условие (5.9) будет справедливо лишь тогда, когда лазер работает при малом превышении над порогом. Если условие (5.9) не выполняется, то неприменимы и уравне-

ния (5.1), и динамическое поведение лазера следует анализировать с помощью выражения (5.6), путем последовательного рассмотрения процесса проход за проходом.

Если получены явные выражения для  $B$  и  $\tau_c$  и можно считать, что рассмотренные выше приближения справедливы, то уравнения (5.1) описывают как установившиеся, так и динамическое поведение четырехуровневого лазера. Следует заметить, что уравнения принято записывать не через населенность верхнего уровня  $N_2$ , а через инверсию населенностей

$$N = N_2 - N_1. \quad (5.17)$$

В силу нашего предположения о том, что релаксация с уровня 1 является быстрой, имеем  $N \approx N_2$ , и уравнения (5.1) нетрудно свести лишь к двум уравнениям в переменных  $N(t)$  и  $q(t)$ :

$$\dot{N} = W_p(N_t - N) - BqN - N/\tau, \quad (5.18a)$$

$$\dot{q} = (V_aBN - 1/\tau_c)q. \quad (5.18b)$$

Для количественного описания работы лазера необходимо решить эти уравнения с учетом соответствующих начальных условий. Если, например, накачка включается в момент времени  $t=0$ , то начальные условия запишутся в виде  $N(0) = 0$  и  $q(0) = q_i$ , где  $q_i$  — очень небольшое число первоначально присутствующих фотонов (например,  $q_i = 1$ ), симулирующее спонтанное испускание.

Если известно  $q(t)$ , то совсем нетрудно определить выходную мощность через одно из двух зеркал резонатора. Действительно, согласно выражениям (5.13б) и (5.8), можно записать

$$1/\tau_c = \gamma_1 c_0/L' + \gamma_1 c_0/2L' + \gamma_2 c_0/2L'. \quad (5.19)$$

Если это выражение подставить в уравнение (5.1в), то мы убеждаемся в том, что величина  $(\gamma_2 c_0/2L')q$  представляет собой скорость ухода фотонов из резонатора через зеркало 2. Следовательно, выходная мощность через зеркало 2 равна

$$P_2 = (\gamma_2 c_0/2L') h\nu q. \quad (5.20)$$

Прежде чем закончить этот раздел, необходимо еще раз подчеркнуть, что полученные здесь результаты применимы только в случае одномодовой генерации лазера. Если же генерация лазера происходит более чем на одной моде, то расчет, вообще говоря, значительно усложняется. Рассматривая, например, генерацию лазера на двух модах, скоростные уравнения нужно было бы записать отдельно для чисел фотонов  $q_1$  и  $q_2$  в этих двух модах. В действительности же более правильным является описание через электрические поля соответствующих мод, поскольку

такое описание позволяет учесть эффекты, обусловленные биейнаниями между двумя модами (см. разд. 5.4.5, посвященный синхронизации мод). Однако если мы имеем дело с многомодовой генерацией, то описание можно сделать еще более простым за счет того, что мы рассматриваем полное число фотонов  $q$ , просуммированное по всем модам. В этом случае записанные выше уравнения все еще применимы в приближенной форме, причем объемы  $V_a$  и  $V$  записываются теперь в виде

$$V_a = Al, \quad (5.21)$$

$$V = AL', \quad (5.21a)$$

где  $A$  — площадь поперечного сечения той части активной среды, которую занимают поля генерируемых мод.

В качестве заключительного комментария подчеркнем, что в соответствии с выражениями (5.4) и (5.21) в любом случае можно записать, что

$$V_a = A_e l, \quad (5.22)$$

где  $A_e$  — эффективная площадь поперечного сечения лазерной среды, которая равна либо  $\pi\omega_0^2/4$ , либо  $A$ , в зависимости от того, генерирует ли лазер на одной или на многих модах.

### 5.2.2. Трехуровневый лазер

Исследование трехуровневого лазера проводится так же, как четырехуровневого. Обращаясь к рис. 5.2, предположим снова, что имеется лишь одна полоса поглощения накачки, и если переход  $3 \rightarrow 2$  достаточно быстрый, то можно опять положить  $N_3 \approx 0$ . При этом скоростные уравнения можно записать почти так же, как и в случае четырехуровневого лазера, а именно

$$N_1 + N_2 = N_t, \quad (5.23a)$$

$$\dot{N}_2 = W_p N_1 - Bq(N_2 - N_1) - N_2/\tau, \quad (5.23б)$$

$$\dot{q} = V_a Bq(N_2 - N_1) - q/\tau_c. \quad (5.23в)$$

Используя (5.17), эти уравнения нетрудно свести лишь к двум уравнениям в переменных  $N(t)$  и  $q(t)$ :

$$\dot{N} = W_p(N_t - N) - 2BqN - (N_t + N)/\tau, \quad (5.24a)$$

$$\dot{q} = (V_a BN - 1/\tau_c)q. \quad (5.24б)$$

Эти уравнения совместно с явными выражениями для  $B$  и  $\tau_c$  [см. (5.13)] описывают как установившееся, так и динамическое поведение трехуровневого лазера. Заметим, что скоростные ура-

внения для фотонов в случае четырехуровневых (5.186) и трехуровневых (5.246) лазеров одинаковы. Однако скоростные уравнения для инверсии населенностей несколько отличаются. В частности, член, отвечающий вынужденному излучению, в случае трехуровневого лазера записывается в виде  $-2VqN$ , тогда как для четырехуровневого мы имеем  $-VqN$ . Различие, обусловленное наличием в первом случае множителя 2, возникает из-за того, что при излучении одного фотона в трехуровневом лазере инверсия населенностей изменяется на 2 ( $N_2$  уменьшается на единицу, а  $N_1$  увеличивается на единицу), тогда как в четырехуровневом лазере она изменяется на единицу. Действительно, в последнем случае  $N_2$  уменьшается на единицу, в то время как благодаря быстрой релаксации  $1 \rightarrow 0$  населенность  $N_1$  остается практически неизменной (т. е. равной нулю).

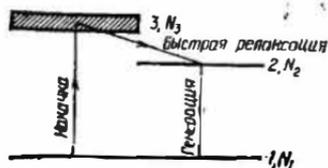


Рис. 5.2. Схема энергетических уровней трехуровневого лазера.

### 5.3. Непрерывный режим работы лазера

В данном разделе мы изучим работу лазера при стационарной накачке (т. е. когда скорость накачки  $W_p$  не зависит от времени). Поскольку, как мы увидим ниже, стационарная накачка приводит к стационарному режиму генерации, этот случай можно рассматривать как непрерывный режим работы лазера.

#### 5.3.1. Четырехуровневый лазер

Прежде чем приступить к подробному рассмотрению непрерывного режима работы лазера, следует вывести условие, выполнение которого необходимо для того, чтобы в четырехуровневом лазере могла быть получена непрерывная генерация. С этой целью заметим, что в отсутствие генерации стационарная населенность уровня 1 должна определяться уравнением, которое выражает не что иное, как условие равновесия населенностей, приходящих на уровень 1 и уходящих с него:  $N_1/\tau_1 = N_2/\tau_{21}$ , где  $\tau_{21}$  — время жизни перехода  $2 \rightarrow 1$ . Для осуществления генерации необходимо, чтобы удовлетворялось неравенство  $N_2 > N_1$ . Согласно предыдущему выражению, это означает, что

$$\tau_1 < \tau_{21}. \quad (5.25)$$

Если данное неравенство не выполняется, то работа лазера возможна в импульсном режиме лишь при условии, что длительность импульса накачки короче времени жизни верхнего уровня или сравнима с ним<sup>1)</sup>. Возникнув, лазерная генерация будет продолжаться до тех пор, пока число атомов, накопившихся на нижнем уровне, не станет достаточным для снятия инверсии населенностей. Поэтому такие лазеры называются лазерами на самоограниченных переходах.

Если  $W_p$  постоянна и достаточно велика и если условие (5.25) справедливо, то в конечном счете будет выполнено условие стационарной генерации. Проанализируем теперь это условие в предположении, что  $\tau_1 \ll \tau_{21}$ , т. е. мы можем считать справедливыми уравнения (5.18).

Рассмотрим сначала пороговое условие генерации лазера. Предположим, что в момент времени  $t=0$  в резонаторе вследствие спонтанного испускания присутствует некоторое небольшое число фотонов  $q_i$ . При этом из уравнения (5.18б) следует, что для того, чтобы величина  $\dot{q}$  была положительной, должно выполняться условие  $V_a B N > 1/\tau_c$ . Следовательно, генерация возникает в том случае, когда инверсия населенностей  $N$  достигнет некоторого критического значения  $N_c$ , определяемого выражением

$$N_c = 1/V_a B \tau_c = \gamma/\sigma l, \quad (5.26)$$

при выводе которого использовались выражения (5.13). При этом критическую скорость накачки  $W_p$  мы получаем из уравнения (5.18а), полагая в нем  $N=0$ ,  $N=N_c$  и  $q=0$ . Таким образом, мы видим, что критическая скорость накачки соответствует ситуации, когда полная скорость накачки уровней  $W_{cp}(N_t - N_c)$  уравновешивает скорость  $N_c/\tau$  спонтанного перехода с уровня 2, т. е.

$$W_{cp} = N_c/(N_t - N_c) \tau \approx \gamma/\sigma l N_t \tau, \quad (5.27)$$

где предположили, что  $N_c \ll N_t$ , и использовали соотношение (5.26). Физический смысл условия (5.26) можно также понять, если переписать его в виде

$$(1 - T_1)(1 - T_2)(1 - a)^2(1 - T_1)^2 \exp(2\sigma N_c l) = 1. \quad (5.28)$$

<sup>1)</sup> Собственно говоря, для работы лазера необходимо, чтобы достаточно коротким был фронт импульса накачки, при этом «лишняя» энергия накачки уйдет на нагрев активной среды. Это не всегда плохо: именно таким образом работают многие конструкции лазеров на парах металлов, где длительный (1—5 мкс) импульс электрической накачки вызывает своим фронтом короткий (10—50 нс) импульс генерации, а остальная энергия служит для поддержания рабочей температуры (1500—1650 °С) в трубке. — *Прим. перев.*

Это условие [а следовательно, и (5.26)] означает, что  $N_c$  должно быть достаточно большим, чтобы усиление скомпенсировало полные потери в лазере [см. также условие (1.9), в котором для простоты не учитывались потери  $a$  и  $T_l$ ].

Если  $W_p > W_{cp}$ , то число фотонов  $q$  будет возрастать от исходного значения, определяемого спонтанным излучением, и если  $W_p$  не зависит от времени, оно в конце концов достигнет некоторого постоянного значения  $q_0$ . Это стационарное значение и соответствующее ему стационарное значение инверсии  $N_0$  получаются из уравнений (5.18), если в них положить  $\dot{N} = \dot{q} = 0$ . Таким образом, мы имеем

$$N_0 = 1/V_a \tau_c = N_c, \quad (5.29a)$$

$$q_0 = V_a \tau_c [W_p (N_t - N_0) - N_0/\tau]. \quad (5.29b)$$

Эти уравнения описывают непрерывный режим работы четырехуровневого лазера. Рассмотрим их более подробно. Прежде всего следует заметить, что уравнение (5.29a) показывает, что равенство  $N_0 = N_c$  выполняется даже при  $W_p > W_{cp}$ . В стационарных условиях инверсия населенностей  $N_0$  всегда равна критической инверсии  $N_c$ . Чтобы лучше уяснить физический смысл данного утверждения, предположим, что скорость накачки возрастает от критического значения  $W_{cp}$ . При  $W_p = W_{cp}$  мы имеем, очевидно,  $N = N_c$  и  $q_0 = 0$ . Если же  $W_p > W_{cp}$ , то как следует из (5.29),  $q_0$  линейно возрастает с ростом  $W_p$ , в то время как инверсия населенностей  $N_0$  остается постоянной и равной критической. Иными словами, когда скорость накачки выше критической, в резонаторе лазера увеличивается число фотонов (т. е. увеличивается электромагнитная энергия в резонаторе), а не инверсия населенностей (т. е. энергия, запасенная в активной среде). Это поясняется на рис. 5.3, на котором представлены зависимости величин  $N$  и  $q$  от скорости накачки  $W_p$ . Заметим, что при накачке ниже пороговой  $q = 0$ , и из уравнения (5.18a) получаем  $N = [W_p \tau / (1 + W_p \tau)] N_t$ . Но поскольку обычно выполняется условие  $N_0 = N_c \ll N_t$ , из формулы (5.27) мы находим, что  $W_{cp} \tau \ll 1$ , т. е.  $W_p \tau \ll 1$  и  $N$  увеличивается с  $W_p$  практически линейно. В качестве второго замечания укажем, что с учетом формул (5.27) и (5.29a) выражение (5.29b) можно записать в эквивалентном

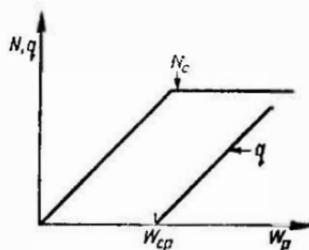


Рис. 5.3. Качественная картина поведения инверсии населенностей  $N$  и полного числа фотонов  $q$  в резонаторе как функция скорости накачки  $W_p$ .

виде:

$$q_0 = (V_a N_0) (\tau_c / \tau) (x - 1), \quad (5.30)$$

где

$$x = W_p / W_{cp} \quad (5.31)$$

— относительное превышение скорости накачки над пороговой<sup>1)</sup>. Заметим, что как для оптической, так и для электрической накачки можно записать

$$x = P_p / P_{пор}, \quad (5.31a)$$

где  $P_p$  — мощность электрической накачки (приложенная к лампе или к разряду), а  $P_{пор}$  — ее пороговое значение. С помощью выражений (5.22), (5.26) и (5.31a) уравнение (5.30) можно переписать в несколько более удобном виде:

$$q_0 = (A_e \nu / \sigma) (\tau_c / \tau) (P_p / P_{пор} - 1). \quad (5.32)$$

Прежде чем продолжить обсуждение, следует подчеркнуть, что когда мощность накачки превышает пороговую даже на весьма скромную величину, число фотонов  $q_0$  в резонаторе обычно уже очень велико. В качестве примера рассмотрим числовые значения, соответствующие одномодовому непрерывному Nd:YAG-лазеру (см. также разд. 5.3.6):  $A_e = 0,5 \text{ мм}^2$ ,  $\nu = 0,12$ ,  $\sigma = 3,5 \cdot 10^{-19} \text{ см}^2$  и  $\tau = 0,23 \text{ мс}$ . Если положить  $L' = 50 \text{ см}$ , то получим  $\tau_c \approx 14 \text{ нс}$  и из (5.32) имеем  $q_0 \approx 10^{11} [(P_p / P_{пор}) - 1]$ . Таким образом, даже если мы выберем  $P_p / P_{пор} = 1,1$ , то будем иметь около  $10^{10}$  фотонов в резонаторе. Это означает, что в уравнении (5.1z) сразу за порогом член  $V_a B (q + 1) N_2$ , описывающий как вынужденное, так и спонтанное излучение, вне всякого сомнения можно аппроксимировать выражением  $V_a B q N_2$ , что мы и делаем в настоящем рассмотрении. Это также означает, что число фотонов в установившемся режиме  $q_0$  весьма нечувствительно к выбранному нами конкретному значению числа начальных фотонов в резонаторе  $q_i$  в момент времени  $t = 0$ , которые необходимы для возникновения генерации. Как мы увидим в разд. 5.3.7, эта нечувствительность оказывает сильное влияние на выходные свойства лазерного пучка.

Получим теперь выражение для выходной мощности. Из формул (5.20) и (5.32) имеем

$$P_2 = A_e I_s (\nu_2 / 2) (P_p / P_{пор} - 1); \quad (5.33)$$

здесь  $I_s = h\nu / \sigma \tau$  — интенсивность насыщения усиления для четырехуровневой системы [см. (2.146)]. Это выражение согла-

<sup>1)</sup> В советской литературе величину  $x$  часто называют «числом порога». — *Прим. перев.*

сустся с тем, которое впервые получил Ригрод [5] для случая, когда зеркало имеет стопроцентное отражение. Заметим также, что зависимость  $P_2$  от  $P_p$  имеет вид прямой линии, которая пересекает ось  $P_p$  в точке  $P_p = P_{пор}$ . Поэтому мы можем определить дифференциальный КПД  $\eta_s$  следующим образом:

$$\eta_s = dP_2/dP_p, \quad (5.34)$$

причем эта величина оказывается постоянной для данной лазерной конфигурации. С помощью предыдущего выражения и уравнений, полученных в гл. 3, можно получить полезное и поучительное выражение для  $\eta_s$ , которое применимо в случае как оптической, так и электрической накачки. Из выражения (5.27) с учетом формулы (3.26) или (3.43) и полагая  $N_g = N_t$ , а также  $V = Al$ , где  $A$  — площадь поперечного сечения активной среды, получаем

$$P_{пор} = \frac{\gamma}{\eta_p} \left( \frac{h\nu_p}{h\nu} \right) Al_s. \quad (5.35)$$

Из трех последних выражений видно, что  $\eta_s$  можно представить в наглядном виде, который позволяет разделить различные причины снижения КПД (ср. с выражением, приведенным в книге [6]):

$$\eta_s = \eta_p \eta_c \eta_A \eta_q; \quad (5.36)$$

здесь  $\eta_p$  — КПД накачки;  $\eta_c = \gamma_2/2\gamma$  можно назвать КПД связи на выходе резонатора (ее значение  $\leq 1$ , причем единица достигается при  $\gamma = \gamma_i = 0$ );  $\eta_A = A_e/A$  — коэффициент заполнения сечения активной среды;  $\eta_q = h\nu/h\nu_p$  — квантовая эффективность лазера.

В качестве заключительного комментария к этому разделу мы вновь подчеркнем, что полученные нами результаты справедливы лишь тогда, когда можно считать, что уровень 1 является пустым. Это выполняется в случае, когда  $\tau_1 \ll \tau$ , где  $\tau_1$  — время жизни уровня 1. Если  $\tau_1$  сравнимо с  $\tau$ , то предыдущие уравнения необходимо видоизменить. Особенно простой случай реализуется тогда, когда время жизни  $\tau_{21}$  (излучательное плюс безызлучательное) перехода  $2 \rightarrow 1$  равно полному времени жизни уровня 2 (т. е.  $\tau_{2g} \rightarrow \infty$ ). В этом случае после несколько утомительных, но простых вычислений можно показать, что выражения (5.26), (5.29а), (5.30) и (5.33) остаются справедливыми, в то время как соотношение (5.27) в рамках приближения  $N_c \ll N_t$  принимает вид

$$W_{ср} = \frac{N_c}{N_t(\tau - \tau_1)}. \quad (5.37)$$

Можно также показать, что в правой части формулы (5.36) появляется пятый множитель, ограничивающий КПД,  $\eta_d = (\tau - \tau_1)/\tau$ . Этот член можно назвать КПД релаксации нижнего лазерного уровня.

### 5.3.2. Трехуровневый лазер

Расчет трехуровневого лазера проводится по аналогии с четырехуровневым, но исходными теперь являются уравнения (5.24).

Полагая в уравнении (5.24б)  $\dot{q} = 0$ , пороговую инверсию населенностей можно записать в виде

$$N_c = 1/BV_a\tau_c = \gamma/\sigma l. \quad (5.38)$$

Это выражение совпадает с тем, что было получено в случае четырехуровневого лазера. При этом критическая скорость накачки, вычисляемая из уравнения (5.24а) при подстановке в него  $\dot{N} = 0$ ,  $q = 0$  и  $N = N_c$ , запишется в виде

$$W_{cp} = (N_t + N_c)/(N_t - N_c)\tau. \quad (5.39)$$

Заметим, что на практике выполняется условие  $N_c \ll N_t$  (как для трехуровневого, так и для четырехуровневого лазера). В этом случае выражение (5.39) принимает вид

$$W_{cp} \approx 1/\tau. \quad (5.40)$$

Сравнивая это выражение с (5.27), мы видим, что при одном и том же значении  $\tau$  в случае четырехуровневого лазера критическая скорость накачки в  $N_c/N_t$  раз меньше, чем в трехуровневом. Это является основным преимуществом четырехуровневой схемы.

В случае непрерывного режима работы, когда мощность накачки превышает пороговую, инверсия населенностей  $N_0$  и число фотонов  $q_0$  определяются из уравнений (5.24), если в них положить  $\dot{N} = \dot{q} = 0$ . Точно так же, как и в случае четырехуровневого лазера, мы снова видим, что  $N_0 = N_c$ , тогда как для  $q_0$  из (5.40) и (5.31) получаем следующее выражение:

$$q_0 = \frac{V_a(N_t + N_0)\tau_c}{2\tau}(x - 1). \quad (5.41)$$

Выходную мощность излучения через одно из зеркал можно вычислить теперь с помощью (5.20), так что мы имеем

$$P_2 = \frac{V_a(N_t + N_0)h\nu}{2\tau} \left( \frac{\gamma_2}{2\nu} \right) (x - 1). \quad (5.42)$$

## 5.3.3. Оптимальная связь на выходе лазера [7]

При фиксированной скорости накачки существует некоторое значение коэффициента пропускания  $T$  выходного зеркала, при котором достигается максимальная выходная мощность. Физически существование такого оптимума связано с тем, что с увеличением  $T$  имеют место два следующих эффекта: с одной стороны, выходная мощность должна возрастать из-за увеличения пропускания выходного зеркала, а с другой — она должна уменьшаться, поскольку с увеличением пропускания возрастают внутрирезонаторные потери, что приводит к уменьшению числа фотонов в резонаторе.

Чтобы вычислить оптимальную величину коэффициента пропускания, можно воспользоваться либо выражением (5.32) (четырёхуровневый лазер), либо выражением (5.42) (трехуровневый лазер) и наложить условие  $dP_2/d\gamma_2 = 0$ . Очевидно, при этом необходимо учесть, что  $x$ ,  $N_0$  и  $\gamma$  также являются функциями величины  $\gamma_2$ . В случае четырёхуровневого лазера эта задача решается особенно просто; поэтому, а также потому, что этот случай наиболее интересен с точки зрения практики, мы ограничимся рассмотрением только этого случая. Если предположить для простоты, что  $W_{cp} = N_c/N_t\tau$ , то выражение (5.33) с учетом (5.31) и (5.26) можно переписать следующим образом:

$$P_2 = [A_e I_s (\gamma_t + \frac{\gamma_1}{2})] S \left( \frac{x_{\min}}{S+1} - 1 \right), \quad (5.43)$$

где

$$S = \gamma_2 / (\gamma_1 + 2\gamma_t) \quad (5.44)$$

и

$$x_{\min} = \frac{2W_p \sigma I N_t \tau}{\gamma_1 + 2\gamma_t}. \quad (5.45)$$

Величина  $x_{\min}$  представляет собой отношение фактической скорости накачки  $W_p$  к минимальному значению скорости накачки (т. е. к скорости накачки, необходимой для достижения порога при пренебрежимо малых потерях, обусловленных выходом излучения из резонатора, т. е. при  $\gamma_2 = 0$ ). Поскольку единственным членом в (5.43), который зависит от  $\gamma_2$ , является величина  $S$ , определяемая выражением (5.44), оптимальное условие связи на выходе можно получить, налагая условие  $dP_2/dS = 0$ . При этом нетрудно получить оптимальное значение величины  $S$ :

$$S_{\text{опт}} = (x_{\min})^{1/2} - 1. \quad (5.46)$$

Соответствующее выражение для выходной мощности находим из (5.43):

$$P_{\text{опт}} = [A_e I_s (\gamma_t + \gamma_1/2)] [(x_{\min})^{1/2} - 1]^2. \quad (5.47)$$

Уменьшение мощности, обусловленное неоптимальным набором условий генерации, оказывается особенно важным вблизи порога генерации (т. е. когда  $x_{\text{мин}} \approx 1$ ). Однако, когда генерация происходит в условиях с большим превышением над порогом, выходная мощность становится практически не чувствительной к изменению связи на выходе вблизи ее оптимального значения. Действительно, из примеров, рассматриваемых в разд. 5.3.6, мы увидим, что изменение связи на выходе вплоть до 50 % приводит всего лишь к 10 %-ному уменьшению выходной мощности.

### 5.3.4. Перестройка частоты генерации лазера

Ширина линии усиления некоторых лазеров (например, лазеров на красителях или вибронных твердотельных лазеров) является очень большой и может возникнуть необходимость перестройки длины волны выходного излучения от центра линии в пределах всей доступной ширины линии. В некоторых других

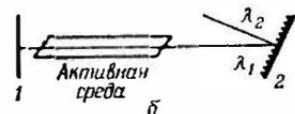


Рис. 5.4. Использование дисперсионных свойств призмы (а) и дифракционной решетки (б) для перестройки длины волны лазерной генерации.

случаях лазеры обладают усилением на более чем одном переходе (например,  $\text{CO}_2$ -лазер), из которых, как правило, генерирует самый сильный и может возникнуть потребность в перестройке длины волны лазера в сторону от самой сильной линии. В обоих этих случаях обычно применяют селективный по длинам волн элемент типа дисперсионной призмы (рис. 5.4, а) или дифракционной решетки (рис. 5.4, б) по так называемой схеме Литтрова. Для данного угла поворота призмы или решетки существует только одна длина волны ( $\lambda_1$  на каждом рисунке), которая отражается назад в резонатор. Поэтому перестройка осуществляется

вращением решетки в конфигурации рис. 5.4, б или вращением призмы либо зеркала 2 в конфигурации рис. 5.4, а.

Третьим селективным по длинам волн элементом, пользующимся все большей популярностью, использует двулучепреломляющий фильтр, помещенный внутрь резонатора лазера. Фильтр представляет собой пластинку подходящего двулучепреломляющего кристалла (например, кварца в видимой области), наклоненную по отношению к пучку под углом Брюстера  $\theta_B$  (рис. 5.5). Оптическая ось кристалла  $A$  лежит в плоскости, параллельной поверхности пластинки. Предположим вначале, что по обе сто-

роны двулучепреломляющей пластинки на оптической оси расположены также два поляризатора. Будем считать, что оба поляризатора ориентированы таким образом, чтобы пропускать только пучок, вектор электрического поля которого лежит в плоскости падения пучка на пластинку. При этом пучок на входе в пластинку не будет испытывать потерь на отражение, поскольку она наклонена под углом Брюстера. Если оптическая ось не перпендикулярна и не параллельна плоскости падения, то падающий пучок будет содержать как обыкновенную, так и необыкновенную компоненты (см. также разд. 8.4.1.1), которые

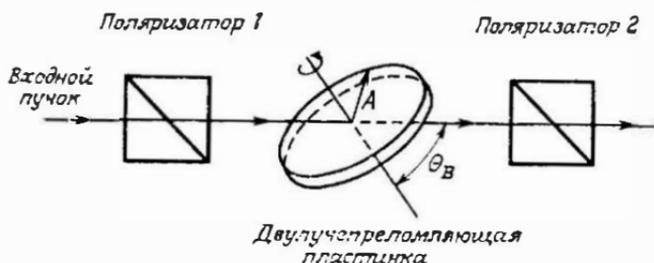


Рис. 5.5. Двулучепреломляющий фильтр в качестве селективного (по длинам волн) элемента.

претерпевают различный фазовый сдвиг, поскольку показатель преломления обыкновенного луча  $n_o$  отличается от показателя преломления необыкновенного луча  $n_e$ . В частности, в кварце первый из них меньше, чем второй. Проходя через пластинку, обе компоненты складываются, образуя результирующее поле с эллиптической поляризацией, если только разница в фазовых сдвигах не равна в точности целому числу, умноженному на  $2\pi$ . Тогда наличие поляризатора 2 приведет к потерям для этого эллиптически поляризованного пучка. Предположим теперь, что разница в фазовых сдвигах равна целому числу, умноженному на  $2\pi$ , т. е. что

$$(2\pi/\lambda)(n_e - n_o)L_e = 2l\pi, \quad (5.47a)$$

где  $\lambda$  — длина волны пучка,  $L_e$  — толщина пластинки в направлении пучка, а  $l$  — целое число. В этом случае поляризация пучка останется после его прохода через пластинку неизменной, так что пучок не будет испытывать потерь в поляризаторе 2 и, следовательно, не будет испытывать потерь при проходе всей системы на рис. 5.5. Выбирая затем подходящее значение  $L_e$  (для данного  $l$ ), можно сделать так, что для данной длины волны лазера равенство (5.47a) выполняется. Перестройку длины волны, соответствующей максимуму пропускания, можно теперь осуществлять путем вращения пластинки вокруг нормали

к поверхности. Действительно, при этом изменяется значение  $n_e$ , которое зависит от угла между оптической осью и вектором электрического поля, и, следовательно, изменяется длина волны, при которой выполняется равенство (5.47а). Толщина пластинки (равная обычно 0,3—1,5 мм) определяет ширину перестроенной кривой, т. е. разрешающую силу. Чем тоньше пластинка, тем шире доступная область перестройки и ниже разрешающая сила. Наконец, заметим, что в лазерах с малым усилением, таких, как непрерывные газовые лазеры или лазеры на красителях, можно обойтись без двух поляризаторов, если остальные поляризующие компоненты, такие, как окна Брюстера лазерной трубки, обеспечивают достаточную дискриминацию по потерям между двумя поляризациями.

### 5.3.5. Одномодовая и многомодовая генерация

Некоторые результаты, полученные в предыдущих разделах, строго выполняются, только если лазер генерирует в одномодовом режиме. Поэтому уместно сейчас рассмотреть те условия, при которых имеет место одномодовая или многомодовая генерация.

#### 5.3.5.1. Причины возникновения многомодовой генерации

Лазеры, как правило, имеют тенденцию генерировать в многомодовом режиме. Это обусловлено главным образом тем, что межмодовое расстояние обычно меньше (а часто и много меньше) ширины контура усиления. Например, если выбрать  $L = 1$  м, то разность частот между двумя последовательными продольными модами будет равна  $\Delta\nu = c/2L = 150$  МГц. Однако ширина линии лазера может находиться в пределах от  $\sim 1$  ГГц для доплеровски уширенной линии газового лазера, работающего в видимой или ближней ИК-области, до 300 ГГц и выше для перехода ионов в твердом теле (см. табл. 2.1). Таким образом, число мод, лежащих в пределах ширины полосы лазера, в рассматриваемых примерах может составлять приблизительно от 6 до  $2 \cdot 10^3$ . Разница в усилении между этими модами уже достаточно мала для 6 мод и становится совсем незначительной для  $\sim 10^3$  мод. Поэтому на первый взгляд следовало бы ожидать, что при достаточно высокой скорости накачки будет возбуждаться значительная часть этих мод.

Однако приведенное выше на первый взгляд естественное заключение следует изучить более тщательно. Действительно, на раннем этапе развития лазеров считалось, что, если линия усиления лазера уширена однородно, то он в принципе должен ге-

нерировать одну моду. Это соображение можно проиллюстрировать с помощью рис. 5.6, на котором мы предположили, что одна из мод резонатора совпадает с максимумом контура усиления. Ради простоты будем рассматривать лишь моды низшего порядка ( $TEM_{00}$ ), так что частоты всех мод разделены промежутками  $c/2L$  (см. рис. 4.19, 4.29 и 4.36). Коэффициент усиления лазера определяется выражением (2.88), причем сечение для каждой моды необходимо вычислять при соответствующем значении частоты. Генерация начнется на центральной моде, как только инверсия  $N = N_2 - N_1$  достигнет крайнего критического значения  $N_c$ , при котором усиление будет равно потерям

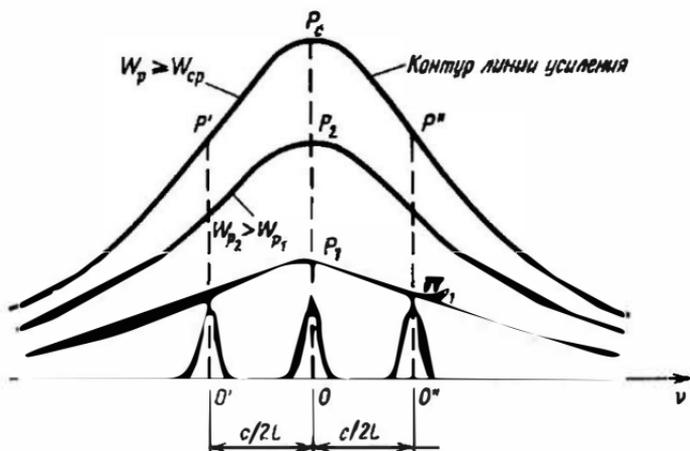


Рис. 5.6. Частотная зависимость усиления лазера от скорости накачки  $W_p$  при условии насыщения (однородно уширенная линия).

в резонаторе. Это условие количественно записывается в виде выражения (5.26). Однако даже если скорость накачки  $W_p$  сделать выше порогового значения в стационарных условиях, инверсия  $N$  зафиксировается при критическом значении  $N_c$ . Поэтому максимальное усиление, представленное на рис. 5.6 отрезком  $OP$  при  $W_p \geq W_{cp}$ , имеет фиксированное значение  $OP_c$ . Если линия уширена однородно, то ее форма не может измениться и, следовательно, контур линии усиления при  $W_p \geq W_{cp}$ , как показано на рис. 5.6, останется постоянным. Усиление для других мод, которое соответствует длинам отрезков  $O'P', O''P''$  и т. д., всегда меньше усиления центральной моды, соответствующего отрезку  $OP_c$ . Если потери для всех мод одинаковы, то в стационарном случае генерация происходит лишь на центральной моде. В случае неоднородно уширенной линии картина оказывается совсем иной (рис. 5.7). Действительно, в этом случае на контуре линии усиления могут «выжигаться дырки» (см.

разд. 2.6.3 и, в частности, рис. 2.19). Таким образом, если  $W_p$  больше  $W_{cp}$ , то усиление центральной моды равно критическому значению, соответствующему длине отрезка  $OP_c$ , а коэффициенты усиления для других мод, определяемые длинами отрезков  $O'P'$ ,  $O''P''$  и т. д., будут продолжать увеличиваться до соответ-

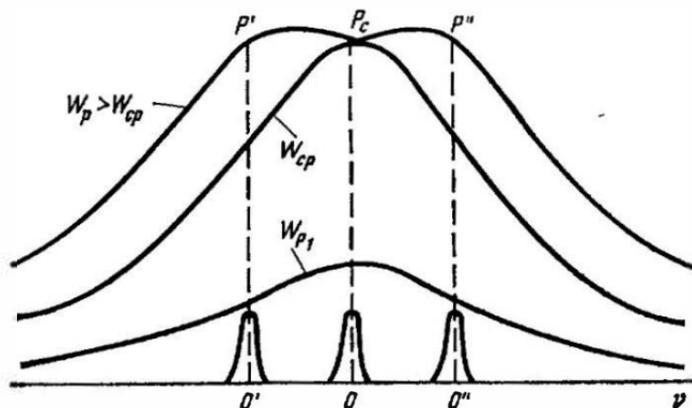


Рис. 5.7. Частотная зависимость усиления лазера от скорости накачки  $W_p$  при условии насыщения (неоднородно уширенная линия); эффект частотного выжигания дырки в контуре усиления.

ствующих пороговых значений. В этом случае при работе лазера с накачкой, несколько превышающей пороговое значение, генерация возможна более чем на одной моде.

Вскоре после открытия лазера экспериментально наблюдалась именно многомодовая генерация в случае как неоднород-

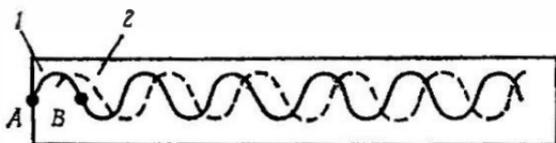


Рис. 5.8. Пространственное выжигание дырки в активной среде лазера.

ной (например, в газовом лазере), так и однородной (например, в рубиновом лазере) линии усиления. Кажется, что последний результат находится в противоречии с приведенным выше соотношением. Впоследствии это противоречие было устранено [8] посредством учета того обстоятельства, что в активной среде каждой моде соответствует определенная пространственная картина стоячих волн. Рассмотрим для простоты две моды, картины стоячих волн которых в активной среде сдвинуты друг относительно друга на  $\lambda/4$  (рис. 5.8). Пусть мода 1 на рис. 5.8 соот-

ветствует центральной моде на рис. 5.6, так что она первой достигает порога. Однако при установлении генерации на моде 1 инверсия населенностей в точках, в которых электрическое поле равно нулю (точки А, В и т. д.), не уменьшается и может нарастать выше критического значения  $N_c$ . Мода 2, первоначально имеющая более низкое усиление, может теперь достичь усиления, которое равно или даже больше, чем усиление моды 1, поскольку в генерацию на этой моде дают вклад те области активной среды, в которых инверсия населенностей не использовалась при генерации моды 1. Поэтому генерация может происходить на моде 2 так же, как и на моде 1. Следовательно, то, что лазер с однородным уширением линии усиления генерирует много мод, объясняется выжиганием дырок не в контуре линии усиления (*частотным выжиганием дырок*), а выжиганием дырок в пространственном распределении инверсии населенностей внутри активной среды (*пространственным выжиганием дырок*).

Таким образом, можно сделать вывод, что лазер всегда имеет тенденцию работать в многомодовом режиме. При однородном уширении линии усиления это является следствием пространственного выжигания дырок, а в случае чисто неоднородной линии — следствием только спектрального выжигания дырок, поскольку моды взаимодействуют с различными наборами атомов и механизм пространственного выжигания дырок не играет никакой роли. Следует, однако, заметить, что в случае однородной линии при генерации нескольких мод с частотами вблизи центра линии усиления явление пространственного выжигания дырок усредняется наличием указанных мод. В этих условиях однородный характер линии не позволяет генерировать модам, находящимся дальше от центра линии усиления. Поэтому в случае однородной линии (по сравнению с неоднородной) допустима генерация для меньшего числа мод, находящихся вблизи максимума контура усиления.

### 5.3.5.2. Одномодовый режим генерации

Для однородной и неоднородной линии существует несколько способов заставить лазер генерировать на одной моде, которые мы более или менее подробно обсудим в данном разделе.

Обычно нетрудно добиться генерации на какой-либо определенной поперечной моде, т. е. с данными поперечными индексами  $m$  и  $l$  (см. гл. 4). Например, чтобы получить генерацию на моде  $TEM_{00}$ , в некоторой точке на оси резонатора лазера обычно помещают диафрагму соответствующих размеров. Если радиус  $a$  этой диафрагмы достаточно мал, то число Френеля  $N = a^2/L\lambda$

резонатора определяется размером этой диафрагмы. С уменьшением  $a$  растет разница между потерями моды  $TEM_{00}$  и мод более высокого порядка (см. рис. 4.30 и 4.37). Следовательно, подбирая соответствующий размер диафрагмы, можно добиться генерации лишь на одной моде  $TEM_{00}$ . Следует заметить, что эта схема селекции мод неизбежно приводит к некоторым потерям самой моды  $TEM_{00}$ . Другим способом получения генерации на одной поперечной моде является использование неустойчивого резонатора, причем параметры резонатора необходимо выбрать таким образом, чтобы эквивалентное число Френеля было полуцелым. В разд. 4.8 мы показали (см., в частности, рис. 4.44), что при полуцелых значениях  $N_{э\kappa\beta}$  возникает большая дискриминация между модами низшего и высшего порядков. Однако в этом случае сечение выходного пучка имеет вид кольца, что не всегда удобно. Наилучшим методом получения генерации на моде низшего порядка было бы, как говорилось в разд. 4.8.4, использование неустойчивого резонатора с выходным зеркалом, коэффициент отражения которого меняется в радиальном направлении (при условии, что найден практический способ изготовления такого зеркала с переменным коэффициентом отражения!).

Даже когда лазер работает в режиме одной поперечной моды (т. е. при фиксированных  $m$  и  $l$ ), он может все же генерировать несколько продольных мод (т. е. мод, отличающихся значением продольного индекса  $n$ ). Частотное расстояние между этими модами равно  $\Delta\nu_n = c/2L$ . В некоторых случаях для выделения одной продольной моды можно использовать короткие резонаторы, такие, что  $\Delta\nu_n > \Delta\nu_0$ , где  $\Delta\nu_0$  — ширина контура усиления<sup>1)</sup>. При этом если частота моды настроена на центр линии усиления, то частоты соседних продольных мод оказываются расположенными на достаточно большом расстоянии от центра линии усиления, так что (при не очень большом превышении накачки над пороговым значением) лазер на этих модах генерировать не может. Условие применимости данной схемы селекции мод можно записать в виде

$$L \leq c/\Delta\nu_0. \quad (5.48)$$

Действительно, в этом случае, если одна мода резонатора совпадает с максимумом контура усиления, то двум прилежащим

<sup>1)</sup> Если в резонаторе используются селективные элементы для осуществления серестройки лазера типа тех, что изображены на рис. 5.4 и 5.5, и если соответствующая ширина линии, на практике составляющая обычно 0,1—1 нм, меньше ширины линии усиливающей среды, то рассматриваемая в настоящем разделе ширина линии  $\Delta\nu_0$  относится к селективному элементу, а не к усиливающей среде. Замечательно, что это имеет место в лазерах на красителях или в перестраиваемых твердотельных лазерах.

модам будет соответствовать коэффициент усиления, равный в отсутствие насыщения (т. е. при  $W_p \leq W_{ср}$  на рис. 5.6 и 5.7) половине максимального значения усиления как для гауссова, так и лоренцева контуров. Обращаясь вновь к рис. 5.7, нетрудно понять, что режим одномодовой генерации достигается в этом случае при условии  $W_p \leq 2W_{ср}$ .

Рассмотренный только что метод можно с успехом применять в газовых лазерах, поскольку они имеют относительно узкие ширины линии переходов (порядка нескольких гигагерц или меньше). Однако вследствие того что длина резонатора  $L$  должна быть малой, объем активной среды оказывается также небольшим, а это приводит к низкой выходной мощности. В твердотельных и жидкостных лазерах ширина линий лазерных переходов существенно больше (100 ГГц или более) и описанный выше метод, как правило, неприменим. В этом случае, а также в мощных газовых лазерах селекция продольных мод обычно осуществляется

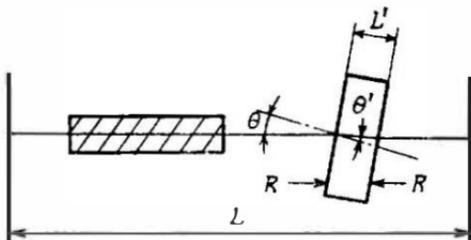


Рис. 5.9. Селекция продольных мод с помощью работающего на пропускание эталона Фабри — Перо.

путем размещения внутри резонатора одного или нескольких интерферометров Фабри — Перо с соответствующим промежутком между отражающими поверхностями. С этой целью обычно используют так называемый эталон Фабри — Перо, который состоит из плоскопараллельной пластинки прозрачного материала (плавленый кварц или стекло для длины волны видимого или ближнего ИК-диапазона), обе поверхности которой покрыты таким образом, чтобы достичь необходимого коэффициента отражения  $R$ . Рассмотрим случай, когда в резонаторе используется один эталон Фабри — Перо, и предположим, что этот эталон наклонен под углом  $\theta$  к оси резонатора (рис. 5.9). В соответствии с рассмотрением, проведенным в разд. 4.2.2, максимум пропускания эталона будет при частотах  $\nu_n$ , определяемых выражением

$$\nu_n = \frac{nc_0}{2n_r L_1 \cos \theta'} \quad (5.49)$$

где  $n$  — целое число,  $\theta'$  — угол преломления пучка внутри эталона,  $n_r$  — показатель преломления эталона и  $L_1$  — его длина. Поскольку  $L_1$  много меньше длины резонатора  $L$ , очень небольшого изменения угла  $\theta$  (а следовательно, и  $\theta'$ ) от положения  $\theta = \theta' = 0$  достаточно, чтобы настроить максимум пропускания

эталона на центральную частоту контура усиления лазера (рис. 5.10). И если теперь межмодовое расстояние между двумя соседними продольными модами  $\Delta\nu = c_0/2L$  больше половины ширины  $\Delta\nu_c$  пика пропускания эталона или равно ей, то эталон отсекает моды в центре линии от ее соседей<sup>1)</sup>. В соответ-

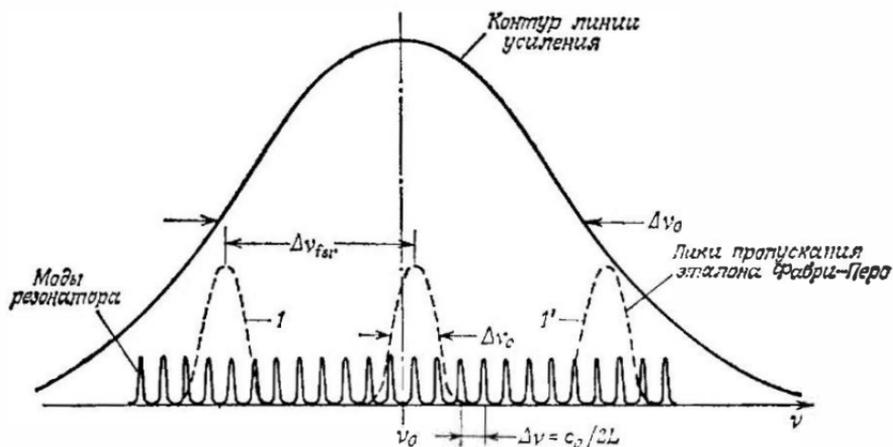


Рис. 5.10. Селекция продольных мод с помощью эталона Фабри — Перо, работающего на пропускание.

ствии с выражением (4.37) для реализации данного условия необходимо, чтобы

$$c_0/L \geq \Delta\nu'_{fsr}/F; \quad (5.50)$$

здесь  $\Delta\nu'_{fsr}$  — область дисперсии, а  $F$  — резкость эталона. Поскольку из выражения (5.49) можно написать (полагая  $\cos \theta' \approx 1$ )

$$\Delta\nu'_{fsr} = c_0/2n_r L_1, \quad (5.50a)$$

из двух последних выражений получаем условие

$$L_1 \geq L/2n_r F. \quad (5.51)$$

Если условие (5.51) выполняется, то эталон будет обеспечивать дискриминацию между модой в центре линии и двумя соседними модами резонатора (дискриминация между соседними модами резонатора). Однако этого недостаточно для обеспечения работы в одномодовом режиме, так как если область дисперсии эталона  $\Delta\nu'_{fsr}$  значительно меньше половины ширины ли-

<sup>1)</sup> Точнее говоря, в этом случае потери за проход двух соседних мод будут одинаковы или превышать удвоенную величину потерь для центральной моды.

нии усиления  $\Delta v_0$ , то два соседних пика пропускания эталона будут также приводить к возможности генерации соответствующих мод. Во избежание подобной ситуации потребуем, чтобы выполнялось условие

$$\Delta v'_{\text{тсг}} \geq \Delta v_0/2, \quad (5.52)$$

т. е. условие дискриминации между соседними максимумами пропускания эталона. Из этого условия и выражения (5.50а) получаем

$$L_1 \leq c_0/n_r \Delta v_0. \quad (5.53)$$

Прежде чем продолжить рассмотрение, приведем два примера, которые могут прояснить смысл двух противоположных условий — (5.51) и (5.53); одно из этих условий устанавливает верхний, а другое — нижний предел для  $L_1$ . Рассмотрим сперва лазер с  $L = 0,9$  м и  $\Delta v_0 = 3$  ГГц (эти числа соответствуют  $\text{Ag}^+$ -лазеру) и положим  $n_r = 1,5$  и  $F = 30$  (существуют различные экспериментальные факторы, такие, как плоскостность поверхностей эталона и смещение пучка в нем, которые ограничивают достижимые на практике значения резкости). Из выражения (5.51) получаем  $L_1 \geq 1$  см, а из (5.53) находим  $L_1 \leq 6$  см. Обоим этим условиям можно удовлетворить, выбирая, например,  $L_1 = 3$  см. Рассмотрим теперь другой лазер с  $L = 0,9$  м и  $\Delta v_0 = 190$  ГГц (оба числовых значения соответствуют  $\text{Nd} : \text{YAG}$ -лазеру) и снова положим  $n_r = 1,5$  и  $F = 30$ . Из выражения (5.51) опять получаем  $L_1 \geq 1$  см, в то время как из (5.53) имеем  $L_1 \leq 0,1$  см. Таким образом, удовлетворить одновременно обоим условиям нельзя. Ясно, что одновременное выполнение обоих условий (5.51) и (5.53) возможно лишь при

$$\Delta v_0 \leq F(2c_0/L). \quad (5.54)$$

Если данное условие выполнить нельзя вследствие, скажем, ограничений на практически достижимые значения резкости, то применение только одного эталона Фабри — Перо не позволяет осуществить одномодовую генерацию. Таким образом, необходимо использовать еще один эталон или большее число эталонов. Для рассмотрения этого случая предположим, что первый эталон имеет толщину  $L_1 = L/2n_r F$  и наклонен под углом  $\theta_1$  таким образом, что пик пропускания совпадает с модой резонатора в центре линии. При этом удовлетворяется условие (5.51) и происходит дискриминация между соседними модами резонатора. Чтобы осуществить дискриминацию между соседними модами первого эталона (т. е. подавить пики пропускания 1 и 1' на рис. 5.10), в резонатор вставляется еще один эталон толщиной  $L_2$  под углом  $\theta_2$  таким образом, что пик пропускания этого

второго эталона тоже совпадает с модой резонатора в центре линии. Для того чтобы дискриминировать соседние максимумы пропускания первого эталона, ширина пика пропускания второго эталона не должна превышать область дисперсии первого эталона. Если показатели преломления обоих эталонов совпадают, то это означает, что

$$L_2 \geq L_1/2F, \quad (5.55)$$

где  $F$  — резкость второго эталона, которая предполагается равной резкости первого эталона. Теперь перед нами встает задача дискриминации соседних максимумов пропускания уже второго эталона. Эта задача будет решена, если

$$\Delta v''_{\text{fsr}} \geq (\Delta v_0/2), \quad (5.56)$$

где  $\Delta v''_{\text{fsr}}$  — область дисперсии второго эталона. Заметим, что если в соотношении (5.55) имеет место равенство, то  $L_2 \ll L_1$ , т. е.  $\Delta v''_{\text{fsr}} \gg \Delta v'_{\text{fsr}}$  и условию (5.56) легче удовлетворить, чем условию (5.52).

Для пояснения данной ситуации обратимся к примеру. Рассмотрим вновь случай, когда  $L = 90$  см,  $\Delta v_0 = 190$  ГГц,  $n_r = 1,5$  и  $F = 30$ . Для выполнения условия дискриминации соседних мод резонатора в соответствии с (5.51) выберем  $L_1 = 1$  см. Согласно же условию (5.55) положим  $L_2 = L_1/2F = 0,17$  мм. Тогда область дисперсии второго эталона равна  $\Delta v''_{\text{fsr}} = c_0/2n_r L_2 = 600$  ГГц, так что условие (5.56) выполняется и происходит селекция одной продольной моды. В более общем виде условия генерации в режиме одной продольной моды с двумя эталонами записывается следующим образом:

$$\Delta v_0 \leq 4F^2 (c_0/L); \quad (5.57)$$

здесь мы использовали выражения (5.51), (5.55) и (5.56).

Таким образом, подытоживая результаты, полученные в этом разделе, можно сказать, что для осуществления одномодового режима без эталона, с одним эталоном или с двумя эталонами соответствующие условия согласно выражениям (5.48), (5.54) и (5.57) имеют вид  $L \leq c_0/\Delta v_0$ ,  $c_0/\Delta v_0 \leq L \leq 2F(c_0/\Delta v_0)$ , или  $2F(c_0/\Delta v_0) \leq L \leq 4F^2(c_0/\Delta v_0)$ .

В заключение данного раздела следует упомянуть о том, что одномодового режима можно значительно легче достигнуть или (иногда) получить автоматически, если резонатор лазера имеет кольцеобразную форму, причем генерация вынужденно осуществляется в одном направлении. В качестве примера на рис. 5.11 приведена конструкция резонатора в виде сложенного кольца, используемая в выпускаемом промышленностью непрерывном

лазере на красителе<sup>1)</sup>. В данном случае накачка обеспечивается ионным лазером, причем раствор красителя пропускают поперек пучка в виде струи (см. также разд. 6.4.2). Селекция одной поперечной моды осуществляется автоматически за счет связанного со сфокусированной накачкой распределения усиления в поперечном направлении. Режим генерации одной продольной моды и перестройка частоты осуществляются при помощи комбинации из двулучепреломляющего фильтра, который действует

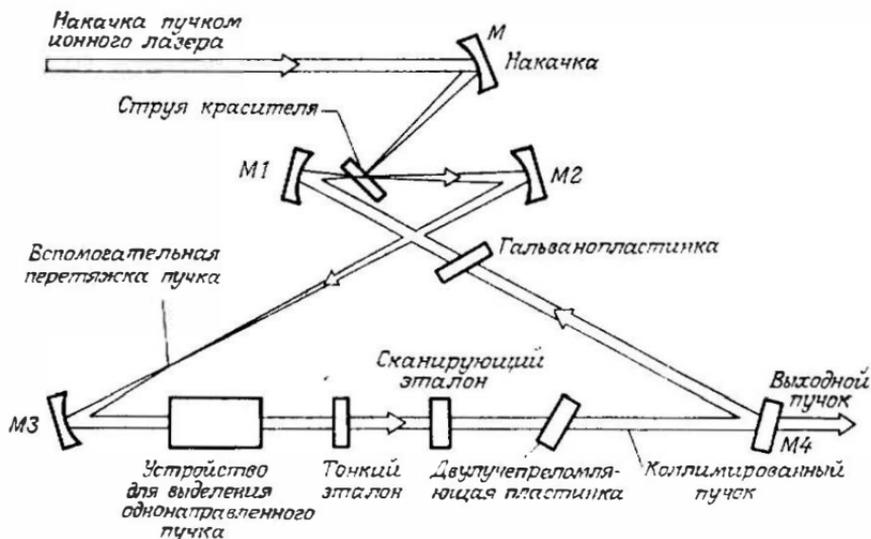


Рис. 5.11. Схематическое представление мощного лазера на красителе в режиме одной продольной моды, в котором используется однонаправленный кольцевой резонатор.

как полосовой фильтр, а также сканирующего эталона и тонкого эталона Фабри — Перо, что мы уже рассматривали выше. Однако особенность данного резонатора состоит в том, что за счет однонаправленного устройства лазерный пучок может распространяться только в одном направлении по кольцеобразному резонатору (отмечено стрелками на рисунке). Поэтому в резонаторе и, в частности, в объеме красителя стоячая волна не образуется. Следовательно, пространственного выжигания дырок не происходит, а это приводит к следующим двум обстоятельствам: 1) существенно легче осуществляется генерация в одной продольной моде, что можно понять из обсуждения в связи

<sup>1)</sup> Разность частот между продольными модами в кольцеобразном резонаторе с периметром  $p$  получается из условия равенства набегу фазы волны  $k\rho$  после одного полного прохода кольца числу  $2\pi n$ , где  $n$  — целое. Следовательно, соседние продольные моды разделены промежутком  $\Delta\nu = c/p$ .

с рис. 5.8; 2) в этой моде достигается более высокая выходная мощность, поскольку в генерации участвует весь объем активной среды, а не только области в непосредственной близости от максимумов распределения стоячей волны; благодаря этому были получены значения выходной мощности в одной моде, которые более чем на порядок превосходят мощность традиционного одномодового лазера на красителе со стоячей волной.

Однонаправленное устройство на рис. 5.11 можно в принципе сделать так, как показано на рис. 5.12. Здесь распространяющаяся в одном направлении волна (скажем, слева направо)

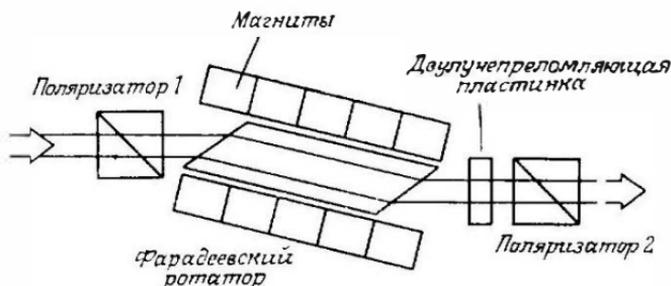


Рис. 5.12. Однонаправленное устройство с использованием фарадеевского ротатора.

вначале пропускается через поляризатор (поляризатор 1), а затем через стержень из подходящего прозрачного материала (например, стекла), к которому приложено постоянное продольное магнитное поле (фарадеевский ротатор). Когда через подобный элемент проходит линейно-поляризованный оптический пучок, плоскость его поляризации поворачивается вокруг оптической оси, причем направление поворота зависит от направления магнитного поля, но не зависит от направления распространения пучка. Затем пучок пропускается через осуществляющий обратное вращение второй элемент типа двулучепреломляющей пластинки таким образом, что вызванный им поворот плоскости поляризации в точности компенсирует тот поворот, который произведен фарадеевским ротатором. При этом пучок не претерпевает ослабления при проходе через второй поляризатор (поляризатор 2), имеющий ту же ориентацию, что и первый поляризатор. Однако если пучок распространяется в противоположном направлении, то два поворота складываются, производя некоторый суммарный поворот, и пучок испытывает потери при проходе через устройство (эти потери могут достигать 100 %, если полный поворот происходит на угол  $\pi/2$ ). Следует заметить, что на практике однонаправленное устройство на рис. 5.12 со-

стоит лишь из одного фарадеевского ротатора. Действительно, обратное двулучепреломление обеспечивается двулучепреломляющим фильтром, в то время как поляризационные потери происходят на наклоненных под углом Брюстера поверхностях оптических элементов (заметим, что для устройств с низким усилением, как на рис. 5.11, достаточные для обеспечения однонаправленной работы потери дает разница в углах поворота двух противоположно направленных пучков, равная всего лишь одному градусу).

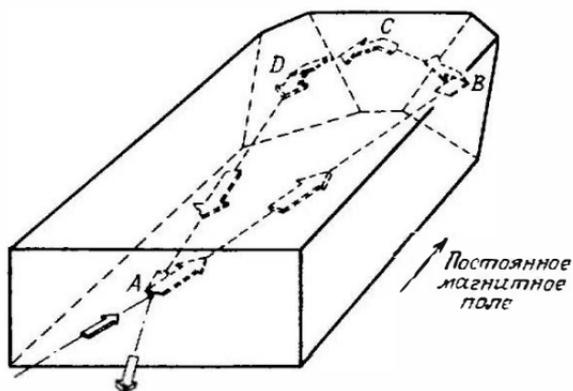


Рис. 5.13. Nd:YAG-лазер в режиме одной продольной моды, в котором используется однонаправленный неплоский кольцевой резонатор. (Согласно Байеру и др. [29].)

Более новый и весьма интересный пример одномодовой генерации с использованием однонаправленного кольцеобразного резонатора приведен на рис. 5.13. Этот неплоский резонатор сделан в виде небольшой пластины ( $38 \times 13 \times 3$  мм) из Nd:YAG, грани *B* и *D* которой вырезаны под таким углом, что пучок проходит неплоский путь, показанный на рисунке, испытывает полное внутреннее отражение на поверхностях *B*, *C* (верхняя поверхность пластины) и *D*, а также отражается на поверхности *A* многослойным электрическим покрытием, которое действует как выходное зеркало. Пластина из Nd:YAG играет роль и активной среды, и фарадеевского ротатора и накачивается продольным пучком полупроводникового диодного лазера (на рисунке не показан). Вращение плоскости поляризации, свойственное неплоскому кольцевому пути, затем компенсируется в одном направлении (но не в другом) фарадеевским вращением, вызванным постоянным магнитным полем. Поляризационно-чувствительным элементом является просто многослойное диэлектрическое покрытие на поверхности *A*, коэффициент отражения

которого зависит от поляризации пучка. Поскольку однородная уширенная линия Nd:YAG значительно уже линии лазера на красителе и разность частот между продольными модами вследствие небольших размеров резонатора на рис. 5.13 существенно больше разности частот в резонаторе на рис. 5.11, нет необходимости иметь дополнительные селектирующие по частоте элементы (такие, как двулучепреломляющие фильтры или эталоны Фабри—Перо). Режим работы на одной поперечной моде достигается опять же автоматически благодаря распределению усиления в поперечном направлении, обусловленному сфокусированной накачкой. Таким образом получается компактное и монолитное одномодовое устройство.

### 5.3.6. Два числовых примера

Рассмотрим в качестве первого примера непрерывный Nd:YAG-лазер. Активной средой здесь являются ионы  $Nd^{3+}$  в кристалле  $Y_3Al_5O_{12}$  (этот кристалл носит название YAG, сокращение англ. слов yttrium aluminum garnet [9, 10]). Ионы  $Nd^{3+}$  замещают в кристалле некоторые ионы  $Y^{3+}$ . Более подробно этот лазерный материал рассматривается в гл. 6. Здесь же достаточно отметить, что такой лазер работает по четырехуровневой схеме и его длина волны излучения  $\lambda = 1,06$  мкм (ближняя ИК-область спектра). Предположим, что концентрация ионов  $Nd^{3+}$  составляет 1% (т. е. 1% ионов  $Y^{3+}$  замещен ионами  $Nd^{3+}$ ); это означает, что населенность основного состояния (т. е. самого нижнего уровня состояния  $^4I_{9/2}$ ) равна  $N_g = 6 \cdot 10^{19}$  ионов  $Nd^{3+}/\text{см}^3$ . При этом значении концентрации время жизни верхнего лазерного уровня (зависимость времени жизни от концентрации обусловлена концентрационной зависимостью скорости релаксации безызлучательного канала) составляет  $\tau = 0,23 \cdot 10^{-3}$  с. По сравнению с этим временем время жизни нижнего лазерного уровня намного меньше и условие (5.25), несомненно, выполняется. Для того чтобы вычислить эффективное сечение, заметим, что верхний лазерный уровень в действительности состоит из двух сильно связанных уровней, разделенных расстоянием  $\Delta E = 88 \text{ см}^{-1}$  (см. рис. 6.2). Генерация происходит между подуровнем  $R_2$  верхнего уровня и подуровнем нижнего ( $^4I_{11/2}$ ) лазерного уровня. Сечение этого перехода  $\sigma = 8,8 \times 10^{-19} \text{ см}^2$ . Однако, поскольку между двумя подуровнями верхнего состояния имеется сильная связь, эффективное сечение в соответствии с формулой (2.170а) равно

$$\sigma_{21} = z_{21}\sigma = 3,5 \cdot 10^{-19} \text{ см}^2, \quad (5.58)$$

где  $z_{2l} = \exp(-\Delta E/kT) / [1 + \exp(-\Delta E/kT)] = 0,4$  — функция распределения населенности для подуровня  $R_2$ <sup>1)</sup>.

Рассмотрим теперь лазерную систему, показанную на рис. 5.14, и предположим, что накачка стержня осуществляется

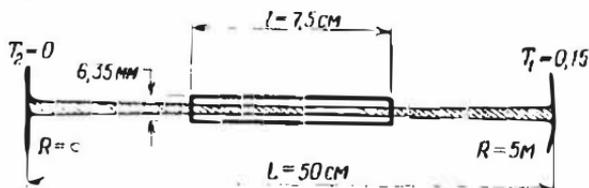


Рис. 5.14. Возможная схема резонатора непрерывного Nd : YAG-лазера.

криптоновой лампой высокого давления с эллиптической конфигурацией осветителя. Типичная кривая зависимости выходной мощности  $P$  (при многомодовой генерации) от входной мощности  $P_p$ , подводимой к криптоновой лампе, должна иметь вид, представленный на рис. 5.15 [11]. Если исключить область входных мощностей непосредственно вблизи порога, то экспериментальные точки на рис. 5.15 действительно показывают линейную зависимость выходной мощности от входной в соответствии с формулой (5.33). Наличие нелинейного участка вблизи порога скорее всего обусловлено фокусирующим действием эллиптического осветителя (см. разд. 3.2.3 в гл. 3), так как вследствие этого генерация вначале возникает только в центре лазерного стержня. Экстраполяция линейного участка кривой дает для пороговой мощности накачки значение  $P_{\text{пор}} = 2,2$  кВт. Этот участок может быть описан следующим выражением:

$$P = 53 (P_p / P_{\text{пор}} - 1). \quad (5.59)$$

Теоретическую зависимость выходной мощности нетрудно получить из (5.33), если учесть, что генерация происходит по всему сечению стержня, т. е. мы можем положить  $L_e \approx A = 0,31$  см<sup>2</sup>. Используя приведенные выше значения  $\tau$  и  $\sigma_{21}$ , получаем

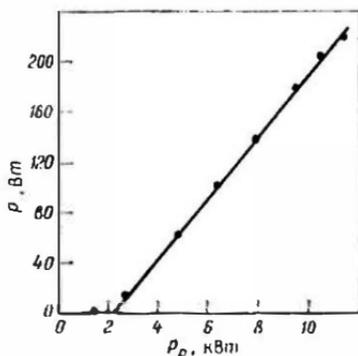


Рис. 5.15. Зависимость выходной мощности  $P$  непрерывного излучения от входной мощности  $P_p$  лампы в мощном Nd : YAG-лазере. (Согласно Кёхнеру [9].)

<sup>1)</sup> Выражаю признательность д-ру Хание, указавшему автору на эту интересную особенность.

$I_s = h\nu/\sigma_{21}\tau = 2,33$  кВт/см<sup>2</sup>, а поскольку  $\gamma_2 = -\ln R_2 = 0,162$ , то в соответствии с выражением (5.33) находим  $P = 58(P_p/P_{\text{пор}} - 1)$ , что хорошо согласуется с экспериментальной кривой.

Чтобы можно было сравнить значения пороговой мощности ( $P_{\text{пор}} = 2,2$  кВт) и дифференциального КПД ( $\eta_s = 2,4\%$ ), полученные экстраполяцией экспериментальных данных, с соответствующими теоретическими значениями, необходимо знать величину  $\gamma$ , точнее  $\gamma_i$ . В данном случае, поскольку  $\gamma_1 = 0$ , выражение (5.35) с помощью (5.8) можно записать в виде

$$-(\ln R_2)/2 + \gamma_i = \eta_p (h\nu/h\nu_p) (P_{\text{пор}}/AI_s), \quad (5.60)$$

где  $R_2 = 1 - a_2 - T_2 \approx 1 - T_2$  — коэффициент отражения выходного зеркала. Поскольку хорошее многослойное зеркальное покрытие имеет коэффициент поглощения меньше 0,5%, мы пренебрегли здесь поглощением зеркала  $a_2$ . Если провести несколько измерений пороговой мощности накачки при различных коэффициентах отражения зеркала  $R_2$ , то должна получиться линейная зависимость  $P_{\text{пор}}$  от  $-\ln R_2$ . Именно такая зависимость и наблюдается в эксперименте, как это видно из рис. 5.16. Экстраполяция прямой линии на рис. 5.16 до значения  $P_{\text{пор}} = 0$  определяет в соответствии с (5.60) величину внутренних потерь. Таким способом мы получаем  $\gamma_i \sim 0,038$  и, следовательно, полные потери  $\gamma = (\gamma_2/2) + \gamma_i = 0,1192$ .

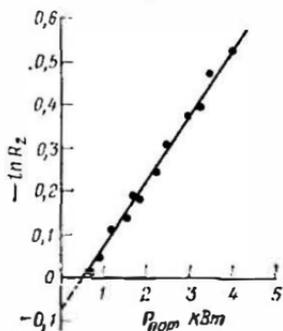


Рис. 5.16. Пороговая мощность накачки как функция коэффициента отражения зеркала. (Согласно Кёхиеру [9].)

Поскольку внутренние потери известны, из выражения (5.36) можно найти КПД накачки  $\eta_p$ . Определим дифференциальный КПД  $\eta_s = 2,4\%$  из кривой на рис. 5.11 и, выбрав  $\eta_A = 1$ ,  $\eta_c = \gamma_2/2\gamma = 0,679$  и  $\eta_q = \lambda_p/\lambda = 0,84$  (где  $\lambda = 1,06$  мкм, а  $\lambda_p = 0,89$  мкм — длина волны первой полосы накачки Nd:YAG; см. рис. 3.5, б), получаем  $\eta_p = 4,2\%$ , что вполне соответствует рассматриваемому типу системы накачки (см. также табл. 3.1 в гл. 3). Если известны полные потери, то можно также рассчитать пороговую инверсию населенностей. Из соотношения (5.26) находим

$$N_c = 4,5 \cdot 10^{16} \text{Nd}^{3+} \text{ ионов/см}^3. \quad (5.61)$$

Таким образом,  $N_c/N_g = 7 \cdot 10^{-4}$ , т. е. действительно инверсия населенностей составляет лишь очень небольшую долю полной населенности.

Вычислим теперь оптимальное пропускание выходного зеркала в случае, когда накачка в три раза превышает пороговую ( $x = 3$ ), т. е. когда входная мощность, подводимая к лампе, составляет 6,6 кВт. Из выражения (5.45) с учетом (5.27) и (5.31) тогда следует, что  $x_{\text{мин}} = x(\gamma/\gamma_i) = 9,4$ . Таким образом, из (5.46) и (5.47) получаем  $(\gamma_2)_{\text{опт}} = 0,157$ , что соответствует величине оптимального пропускания  $(T_1)_{\text{опт}} \approx 14,5\%$ . Эта величина очень близка к значению пропускания зеркала, используемого в рассматриваемом примере.

В качестве последней задачи вычислим среднюю выходную мощность лазера, работающего в режиме одной моды  $\text{TEM}_{00}$  при входной мощности накачки лампы  $P_p = 10$  кВт. Прежде всего из (4.106) находим, что размер пятна на плоском зеркале резонатора, показанного на рис. 5.14, составляет  $\omega_0 = [(R - L)\lambda/\pi]^{1/2} = 0,73$  мм, где  $R$  — радиус кривизны вогнутого зеркала, а  $L$  — длина резонатора. Предположим, что для осуществления генерации на моде  $\text{TEM}_{00}$  в резонатор вблизи сферического зеркала помещена круглая диафрагма достаточно малого диаметра  $2a$ , чтобы предотвратить генерацию на моде  $\text{TEM}_{10}$ . Следовательно, полные потери этой последней моды должны достигать по крайней мере величины  $\gamma' = \gamma(P_p/P_{\text{пор}}) = 0,54$ , а дифракционные потери из-за введения диафрагмы должны составлять  $\gamma_d = \gamma' - \gamma = 0,42$ . Поэтому дифракционные потери за полный проход резонатора равны  $2\gamma_d = 0,84$ , что в соответствии с (5.7в) при полном проходе резонатора дает потери  $T_i = 57\%$ . Чтобы найти требуемый размер диафрагмы, заметим, что потери после полного прохода резонатора, показанного на рис. 5.14, оказываются такими же, как и при одном проходе в симметричном резонаторе, образованном двумя одинаковыми зеркалами с радиусами кривизны  $R = 5$  м, расположенными друг от друга на расстоянии  $L_s = 2L = 1$  м, и с диафрагмой внутри резонатора диаметром  $2a$ . Из рис. 4.37, б видно, что, поскольку  $g = 0,8$  и потери должны составлять  $57\%$ , необходимо, чтобы  $N = a^2/\lambda L_s = 0,5$ , откуда получаем размер диафрагмы  $a = 0,73$  мм. При этом из рис. 4.37, а мы видим, что при такой диафрагме мода  $\text{TEM}_{00}$  эквивалентного симметричного резонатора имеет потери, равные  $28\%$ . Поэтому они также равны дифракционным потерям нашего резонатора за полный проход, а это означает, что в соответствии с (5.7в) потери за один проход равны  $\gamma_d \approx 0,164$ . Таким образом, полные потери моды  $\text{TEM}_{00}$  возрастают до  $\gamma' = \gamma + \gamma_d = 0,283$  и пороговая мощность накачки должна быть равной  $P'_{\text{пор}} = 5,2$  кВт. Из (5.33) получаем следующее среднее значение выходной мощности при  $P_p = 10$  кВт:  $P = 58(A'_e/A_e)[(P_p/P'_{\text{пор}}) - 1] = 1,45$  Вт, где

$A'_e = \pi \omega_0^2 / 2 = 0,84 \text{ мм}^2$ . Однако следует заметить, что увеличение радиуса кривизны зеркала и длины резонатора позволяет получить значительно большую площадь моды  $\text{TEM}_{00}$ , по-видимому, вплоть до  $A'_e = 10\text{--}15 \text{ мм}^2$ . В этом случае можно добиться значительно более высокой выходной мощности в режиме генерации  $\text{TEM}_{00}$  моды, а именно до 20—30 Вт.

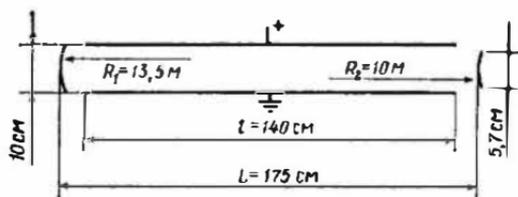


Рис. 5.17. Возможная схема резонатора непрерывного  $\text{CO}_2$ -лазера с поперечным разрядом.

В качестве второго примера рассмотрим  $\text{CO}_2$ -лазер высокой мощности, работающий по схеме рис. 5.17 и имеющий неустойчивый конфокальный резонатор положительной ветви. Длина резонатора  $L = 175 \text{ см}$ , а длина активной среды  $l = 140 \text{ см}$ . Как

показано на рисунке, возбуждение в газе  $\text{CO}_2$  осуществляется электрическим разрядом между двумя плоскими электродами (см. также рис. 6.19). На рис. 5.18 представлена типичная зависимость выходной мощности лазера  $P$  от входной мощности  $P_p$ , подводимой к электрическому разряду [13]. Экспериментальные точки можно аппроксимировать выражением

$$P = 6,66 (P_{\text{вх}}/P_{\text{пор}} - 1), \quad (5.62)$$

где  $P$  дается в киловаттах, а  $P_{\text{пор}}$  — пороговая входная мощность, полученная экстраполяцией ( $P_{\text{пор}} \approx \approx 44 \text{ кВт}$ ).

Рис. 5.18. Зависимость непрерывной выходной мощности  $P$  мощного  $\text{CO}_2$ -лазера с поперечным разрядом от мощности  $P_p$ , подводимой к электрическому разряду.

Поскольку  $\text{CO}_2$ -лазер действует по четырехуровневой схеме, можно сравнить выражения (5.62) и (5.33). Для этого должно быть известно пропускание  $T_2$  выходного зеркала. В приближении геометрической оптики получаем [см. (4.147)]

$$T_2 = (M^2 - 1)/M^2 = 0,45. \quad (5.63)$$

Здесь  $M = R_1/R_2 = (1,35)$  — увеличение за полный проход резонатора ( $R_1$  и  $R_2$  — радиусы кривизны соответствующих зеркал). Для моды низшего порядка волновая теория (см. рис. 4.45) дает  $T_2 = 0,2$ . Выберем значение  $T_2$ , полученное в приближении геометрической оптики, так как в нашем случае оно ближе отвечает реальной ситуации благодаря следующим двум обстоятельствам: 1) эквивалентное число Френеля достаточно велико ( $N_{\text{экв}} = 7,4$ ) и, как ожидается, потери нескольких поперечных мод сравнимы по величине (см. рис. 4.44); 2) накачка в лазере осуществляется при значительном превышении над порогом (в 2,8 раза при выходной мощности лазера 12 кВт; см. рис. 5.18), так что в генерации может действительно участвовать большинство из упомянутых выше мод. В действительности в последующем расчете мы покажем, что значение  $T_2$ , полученное в приближении геометрической оптики, лучше согласуется с экспериментом, чем то, которое было вычислено из волновой теории. Сравнивая теперь выражения (5.62) и (5.33) с учетом значения  $T_2 = 0,45$ , находим  $A_e I_s = 22,3$  кВт. Диаметр пучка в резонаторе лазера равен (см. также рис. 4.41, б)  $D = 2Ma_2 = 7,6$  см, откуда  $A_e = \pi D^2/4 \approx 45$  см<sup>2</sup> и, следовательно,  $I_s \approx 500$  Вт/см<sup>2</sup>. Это значение хорошо согласуется с теоретическими оценками [14].

Используя данные, приведенные на рис. 5.18, вычислим теперь (ненасыщенный) коэффициент усиления  $g_0$  активной среды при входной мощности накачки  $P_p \approx 140$  кВт. Действительно, мы имеем

$$g_0 = N_2 \sigma = (P_p/P_{\text{пор}}) N_{20} \sigma = (P_p/P_{\text{пор}}) (\gamma/l); \quad (5.64)$$

здесь  $N_2$  — населенность уровня 2 при  $P_p = 140$  кВт, а  $N_{20}$  — населенность этого уровня при  $P_p = P_{\text{пор}}$ . Чтобы найти  $\gamma$ , предположим, что потери на зеркале (за счет поглощения и рассеяния) составляют 2%, а внутренние потери отсутствуют. В этом случае из выражений (5.7) и (5.8) получаем  $\gamma_2 = 0,598$ ,  $\gamma_1 = 0$ ,  $\gamma_i = 0,02$  и  $\gamma = 0,319$ . Подставляя последнее значение в выражение (5.64), находим величину  $g_0 = 6,3 \cdot 10^{-3}$  см<sup>-1</sup>, которая очень хорошо согласуется со значениями, измеренными для этого типа лазеров [15].

Сравним теперь экспериментальное значение дифференциального КПД, полученного из рис. 5.18, с теоретически предсказываемым. Положим  $\eta_p \approx 0,8$  (см. разд. 3.3.4),  $\eta_c = \gamma_2/2\gamma = 0,94$ ,  $\eta_a = 1$  и  $\eta_q = 0,4$  (см. рис. 6.10). Тогда из выражения (5.37) получаем  $\eta_s = 0,3$ , что существенно больше экспериментального значения, определенного из рис. 5.18 ( $\eta_s \approx 0,21$ ). Это расхождение можно объяснить как минимум тремя различными обстоятельствами: 1) данные на рис. 5.18 относятся к системе,

работающей частично по замкнутому циклу, и в этом случае продукты разряда (большой частью СО и O<sub>2</sub>) имеют склонность накапливаться в газовой смеси и уменьшать тем самым КПД накачки; 2) коэффициент заполнения  $\eta_A$  может быть заметно меньше единицы; 3) сравнительно высокая температура газовой смеси может приводить к заметной населенности нижнего лазерного уровня и, следовательно, к уменьшению КПД лазера. По оказываемому воздействию последнее обстоятельство эквивалентно предположению о более медленной релаксации нижнего лазерного уровня, т. е. необходимо учитывать также эффективность релаксации нижнего лазерного уровня. Из приведенных выше соображений следует, что теоретическое значение дифференциального КПД  $\eta_s \approx 30\%$  представляется вполне разумным и действительно уже имеются сообщения о СО<sub>2</sub>-лазерах высокой мощности с экспериментально полученным КПД, который имеет близкое к этому значение.

В заключение вычислим оптимальную связь на выходе лазера при  $P_{вх} = 140$  кВт, т. е. когда мощность накачки лазера в  $x = 2,8$  раза превышает пороговое значение на рис. 5.18. Поскольку  $x_{мин} = x(\gamma/\gamma_i) = 44,6$ , из (5.46) получаем  $(\gamma_2)_{опт} = 0,23$ , что соответствует  $(T_2)_{опт} = 20\%$ . Отсюда следует, что резонатор чрезмерно открыт. Это, возможно, сделано преднамеренно, поскольку, хотя это и приводит к небольшому ( $\sim 10\%$ ) уменьшению выходной мощности лазерного пучка, зато улучшает его фокусирующие свойства. Действительно, увеличение  $T_2$  достигается за счет увеличения числа  $M$  и, следовательно, ширины кольца выходного пучка [ $\approx (M-1)a_2$ ; см. рис. 4.41]. Это приводит к улучшению свойств пучка при фокусировке.

### 5.3.7. Затягивание частоты и предел монохроматичности

Рассмотрим теперь два явления, которые нельзя описать в рамках используемого до сих пор приближения скоростных уравнений. Однако эти явления играют очень важную роль и заслуживают того, чтобы быть здесь представленными. Обратимся сначала к рис. 5.19, на котором приведены резонансные кривые как линии лазерного перехода (с центром при  $\nu_0$  и шириной  $\Delta\nu_0$ ), так и моды резонатора (с центром при  $\nu_c$  и шириной  $\Delta\nu_c$ ). Предположим, что генерация происходит на этой моде и что нам нужно найти частоту генерации  $\nu_{ген}$ , а также ширину линии  $\Delta\nu_{ген}$  выходного спектра.

Величину  $\nu_{ген}$  можно вычислить в рамках полуклассического приближения. В работах [1, 16] показано, что  $\nu_{ген}$  равна некоторому промежуточному значению между  $\nu_0$  и  $\nu_c$ . Таким образом,  $\nu_{ген}$  не совпадает с  $\nu_c$ , а «затягивается» по направлению к цен-

тральной частоте лазерного перехода  $\nu_0$ . Для неоднородно уширенной линии частота генерации в первом порядке (и точно для однородно уширенной линии) определяется средним взвешенным двух частот:  $\nu_0$  и  $\nu_c$ . При этом весовые множители оказываются обратно пропорциональными соответствующим ширинам линий. Таким образом, мы имеем

$$\nu_{\text{ген}} = \frac{\nu_0/\Delta\nu_0 + \nu_c/\Delta\nu_c}{1/\Delta\nu_0 + 1/\Delta\nu_c}. \quad (5.65)$$

Величина  $\Delta\nu_0$  может иметь значения в области от  $\sim 1$  ГГц для доплеровски уширенного перехода в видимой области спектра до 300 ГГц в твердотельных лазерах (см. табл. 2.1). Однако в случае резонатора длиной 1 м величина  $\Delta\nu_c = 1/2\pi\tau_c = \gamma c_0/2\pi L$  [(см. (4.64) и (5.136)] может принимать значения от  $\sim 1$  МГц до нескольких десятков мегагерц (в случае когда  $\gamma$  изменяется в пределах от  $\sim 10^{-2}$ , что является типичным для лазера с низким коэффициентом усиления, например для He—Ne-лазера, до значения  $\sim 5 \cdot 10^{-1}$  для активных сред с высоким усилением). Таким образом, поскольку  $\Delta\nu_c \ll \Delta\nu_0$ , затягивание частоты, как правило, невелико.

Обратимся теперь к расчету ширины  $\Delta\nu_{\text{ген}}$  выходного спектра лазера, когда генерация в нем осуществляется лишь на указанной выше моде. Наименьшее значение ширины определяется шумами спонтанного излучения или, что одно и то же, нулевыми флуктуациями поля лазерной моды. Поскольку эти флуктуации можно учесть лишь с помощью полного квантовомеханического рассмотрения (см. раздел 2.4.2), мы не можем определить эту предельную ширину в рамках используемого нами приближения. Можно показать, что хотя случайным флуктуациям подвержены и амплитуда, и фаза поля нулевых колебаний, спектральное уширение выходного излучения обусловлено главным образом случайными флуктуациями фазы, в то время как очень небольшие флуктуации величины выходной мощности вызываются флуктуациями амплитуды поля нулевых колебаний. Это можно объяснить, обращаясь к тому факту, который рассматривался в начале данной главы, что количество фотонов в резонаторе лазера, а следовательно, и выходная мощность весьма нечувствительны к тому числу фотонов  $q_i$ , которые изначально имеются в резонаторе, чтобы вызвать процесс спонтанного излучения.

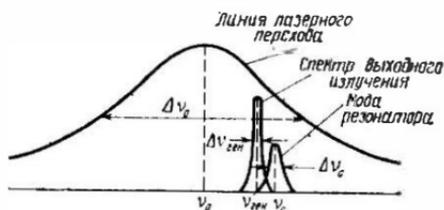


Рис. 5.19. Затягивание частоты и спектр выходного излучения в одномодовом лазере.

Можно также показать, что спектр испускаемого света имеет лоренцев контур и его ширина (на половине максимального значения) при пренебрежении внутренними потерями дается выражением [17]

$$\Delta\nu_{\text{ген}} = \frac{N_2}{N_2 - N_1} \frac{2\pi^2 h \nu_{\text{ген}} (\Delta\nu_c)^2}{P}, \quad (5.66)$$

где  $P$  — выходная мощность. Выражение (5.66) с дополнительным множителем 2 в правой части обычно называется формулой Шавлова и Таунса. Впервые она была опубликована этими авторами в их оригинальной работе, в которой был предложен и сам лазер [18].

Даже при умеренных значениях выходной мощности (например, при  $P = 1$  мВт, что соответствует маломощному He—Ne-лазеру) величина  $\Delta\nu_{\text{ген}}$ , определяемая выражением (5.66), оказывается столь малой, что в действительности фактическая ширина линии  $\Delta\nu_{\text{ген}}$  определяется другими механизмами спектрального уширения. С учетом  $N_2 \approx (N_2 - N_1)$  из формулы (5.66) видно, что  $\Delta\nu_{\text{ген}}/\nu_{\text{ген}} = 2\pi^2 h (\Delta\nu_c)^2/P$ ; отсюда при  $\Delta\nu_c = 10^7$  Гц получаем  $\Delta\nu_{\text{ген}}/\nu_{\text{ген}} \approx 10^{-15}$ . Для того чтобы понять смысл столь высокой спектральной чистоты, посмотрим, какие требования следует предъявить к стабильности длины резонатора, чтобы стабильность частоты резонатора  $\nu_c$  поддерживалась с указанной выше точностью. Из соотношения (4.3) при  $n = \text{const}$  находим  $\Delta L/L = -\Delta\nu_c/\nu_c \approx 10^{-15}$ . Следовательно, при  $L = 1 \text{ м} = 10^{10} \text{ \AA}$  мы имеем  $|\Delta L| \approx 10^{-5} \text{ \AA}$ . Это означает, что изменения длины на величину, которая в  $\sim 10^5$  раз меньше типичного размера атома, уже достаточно для того, чтобы вызвать сдвиг резонансной частоты  $\nu_c$  и, следовательно, частоты генерации  $\nu_{\text{ген}}$ , которая сравнима с шириной линии генерации, определяемой выражением (5.66). Таким образом, на практике предельная монокроматичность излучения определяется, по всей видимости, изменениями длины резонатора, обусловленными вибрациями или тепловыми эффектами [19]. Если оба зеркала резонатора закреплены на массивных стержнях, изготовленных из инвара, то акустические колебания могут приводить к значениям  $\Delta\nu_{\text{ген}}$  от нескольких единиц до нескольких десятков килогерц ( $\Delta\nu_{\text{ген}}/\nu_{\text{ген}} = 10^{-10} - 10^{-11}$ ). Изменение температуры резонатора  $\Delta T$  дает вклад  $\Delta\nu_{\text{ген}}/\nu_{\text{ген}} = \alpha \Delta T$ , где  $\alpha$  — коэффициент расширения материала стержней, на концах которых закреплены зеркала резонатора. Для инвара  $\alpha \approx 10^{-7}/\text{К}$  и, следовательно,  $\Delta\nu_{\text{ген}}/\nu_{\text{ген}} = 10^{-7} \Delta T$ . Таким образом, даже такое изменение температуры на величину  $10^{-3} \text{ К}$  приводит к уходу частоты моды (а значит, и к изменению частоты выходного излучения лазера), которое больше уширения линии, обусловленного акустическими

колебаниями. Однако, используя методы активной стабилизации частоты резонатора, можно значительно уменьшить влияние акустических колебаний (кратковременная стабильность частоты) и температурных изменений (долговременная стабильность частоты). Эти методы мы рассмотрим в следующем разделе.

### 5.3.8. Провал Лэмба и активная стабилизация частоты лазера

Другое интересное явление, которое нельзя объяснить в рамках используемого здесь приближения скоростных уравнений, представляет собой *провал Лэмба*, названный так в честь физика У. Э. Лэмба, который предсказал его теоретически [20].

Это явление имеет место в любых газовых лазерах, работающих на одной моде, если преобладает неоднородное уширение, обусловленное эффектом Доплера. Провал Лэмба иллюстрируется на рис. 5.20, где приведена зависимость выходной мощности от частоты генерации при постоянной скорости накачки. Кри-

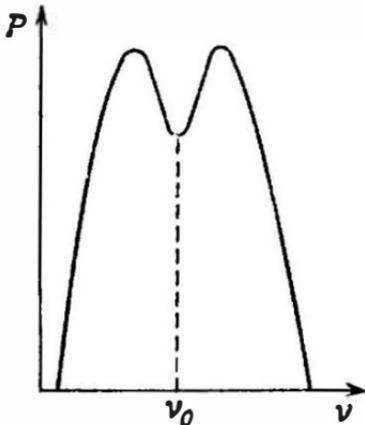


Рис. 5.20. Провал Лэмба.

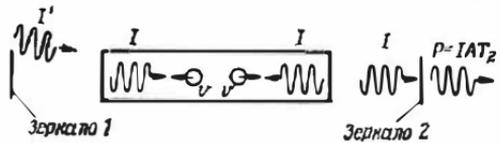


Рис. 5.21. Насыщение усиления в газовом лазере с доплеровски уширенным переходом.

вая такой формы может быть получена экспериментально в одномодовом лазере, частота выходного излучения которого перестраивается посредством плавного изменения длины резонатора (на величину, равную половине длины волны). Как видно из рис. 5.20, кривая выходной мощности имеет провал на центральной частоте перехода, что на первый взгляд кажется парадоксальным.

Чтобы объяснить такую зависимость мощности от частоты, рассмотрим экспериментальную ситуацию, показанную на рис. 5.21, когда насыщение в активной среде, вызванное полем лазерного излучения, регистрируется пробным пучком малой интенсивности (т. е. ненасыщающим), который распространяется под небольшим углом к оси резонатора (ср. с рис. 2.15). Начнем рассмотрение со случая, когда частота генерации лазера

$\nu \neq \nu_0$  (например,  $\nu < \nu_0$ ). Лазерное излучение будет взаимодействовать только с теми атомами, направление скорости  $v$  которых противоположно по отношению к направлению излучения, а ее величина  $v$  такова, что  $\nu[1 + (v/c)] = \nu_0$  (эффект Доплера). Однако в резонаторе лазера волна распространяется между зеркалами как в прямом, так и в обратном направлении. Следовательно, волна, распространяющаяся вправо, будет взаимодействовать с атомами, движущимися влево, в то время как волна, распространяющаяся влево, взаимодействует с атомами,

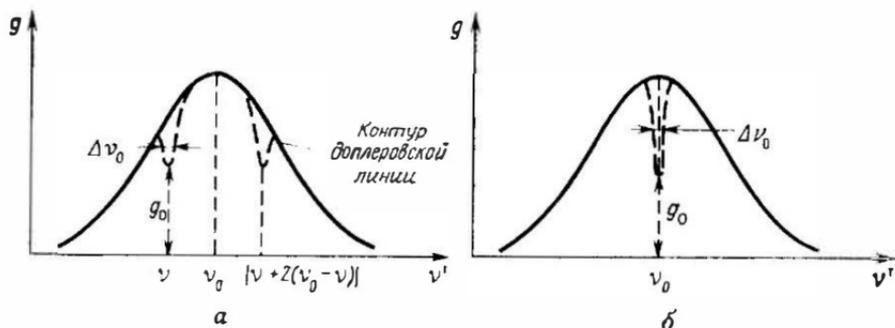


Рис. 5.22. Дырки, выжигаемые в контуре линии усиления газового лазера, генерирующего на частоте  $\nu \neq \nu_0$  (а) и  $\nu = \nu_0$  (б). В обоих случаях сплошная линия соответствует отсутствию насыщения, в то время как штриховая линия — паличию насыщения.

движущимися вправо. Таким образом, рассматриваемая мода будет приводить к насыщению населенности двух групп атомов: одних, движущихся со скоростью  $+v$ , и других, движущихся со скоростью  $-v$ . При этом, как было показано в разд. 2.6.3 (см. рис. 2.19), из-за насыщения, обусловленного интенсивным лазерным излучением, в линии усиления  $g(\nu)$ , регистрируемой пробным пучком, образуются две «дырки» при частотах, соответствующих скоростям движения атомов  $\pm v$ . Следовательно, одна из частот равна  $\nu$ , а другая располагается симметрично к первой относительно  $\nu_0$  (рис. 5.22, а). Ширина каждой дырки порядка однородной ширины линии. При каждой из этих двух частот кривая насыщенного усиления  $g(\nu)$  дается выражением (2.147). В частности, на частоте  $\nu$  имеем

$$g = g_0(\nu) / [1 + I(\nu) / I_s], \quad (5.67)$$

где  $g_0$  — коэффициент ненасыщенного усиления, а  $I$  — интенсивность каждой из двух противоположно направленных волн (для простоты предполагается, что они имеют одинаковые интенсивности). Если рассмотреть теперь случай, когда  $\nu = \nu_0$ , то лазерное излучение будет взаимодействовать с теми атомами, кото-

рые имеют  $\nu = 0$ . При этом обе дырки на рис. 5.22, а сливаются в одну, расположенную в центре линии усиления (рис. 5.22, б). В этом случае насыщенное усиление (рис. 5.22, б)  $g(\nu_0)$  запишется в виде

$$g(\nu_0) = g_0(\nu_0) / [1 + 2I(\nu_0) / I_s]. \quad (5.68)$$

Множитель 2, стоящий в квадратных скобках этого выражения, учитывает то обстоятельство, что обе волны насыщают теперь одну и ту же группу атомов. Следовательно, в данном случае должна быть более глубокая «дырка» (ср. рис. 5.22, а и 5.22, б), это и является фундаментальной причиной появления провала в центре спектра выходной мощности. Действительно, в рассмотренных двух случаях выходную мощность можно получить из условия, что насыщенное усиление на длине активной среды  $g$  должно быть равно потерям резонатора  $\gamma$ . Поскольку  $P = IAT_2$  (см. рис. 5.21), из выражений (5.67) и (5.68) для обоих случаев находим соответственно [ср. с (5.33)]

$$P(\nu) = AT_2 I_s [g_0(\nu) / \gamma - 1], \quad (5.69)$$

$$P(\nu_0) = (1/2) AT_2 I_s [g_0(\nu_0) / \gamma - 1], \quad (5.70)$$

где  $A$  — площадь поперечного сечения лазерного пучка, а  $T_2$  — коэффициент пропускания выходного зеркала. Множитель  $1/2$  в правой части выражения (5.70) означает, что  $P(\nu_0) < P(\nu)$ , и, следовательно, он ответствен за провал Лэмба. Заметим, что, поскольку ширина «дырок» на рис. 5.22 примерно равна однородной ширине линии, то ширина провала Лэмба также сравнима с этой шириной линии.

Явлением провала Лэмба можно воспользоваться для очень эффективной стабилизации частоты лазера [19]. Поскольку ширина провала Лэмба примерно равна однородной ширине линии, а в газовых лазерах она обычно много меньше неоднородной ширины линии (ср. значения  $\Delta\nu_{\text{ест}}$  и  $\Delta\nu_0^*$ , приведенные для неона в разд. 2.3.3.1 и 2.3.3.2), положение дна лэмбовского провала фиксируется с очень высокой степенью точности. Предположим, что одно из зеркал резонатора укреплено на пьезоэлектрическом преобразователе таким образом, что длина резонатора может очень плавно меняться при приложении электрического напряжения к преобразователю. Тогда с помощью соответствующего электронного устройства обратной связи частоту лазера можно стабилизировать относительно минимума лэмбовского провала. В He—Ne-лазере применение такого метода позволило получить стабильность и воспроизводимость частоты генерации порядка  $10^{-9}$ . Это значение стабильности ограничивается тем, что центральная частота перехода сама по себе не является

идеально стабильной, поскольку она зависит (хотя и в малой степени) от давления газа и силы тока разряда. Еще лучшую стабилизацию обеспечивает метод, основанный на использовании явления, аналогичного провалу Лэмба, который имеет место, когда газ (который не накачивается) с линией поглощения на частоте  $\nu_a$  в пределах линии усиления лазера помещается в отдельной кювете внутрь резонатора. В соответствии с проведенным выше рассмотрением в этом газе в условиях насы-

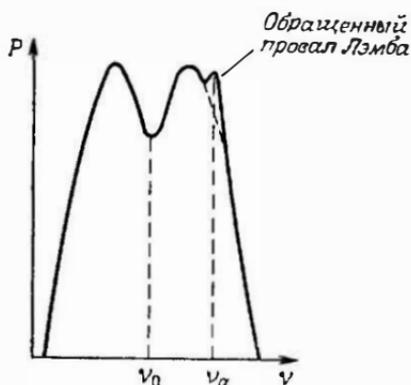


Рис. 5.23. Выходная мощность  $P$  как функция частоты для газового лазера с поглотителем, имеющим доплеровски уширенную линию (на частоте  $\nu_a$ ) и помещенным внутрь резонатора (обращенный провал Лэмба).

но достичь лучшей стабильности и воспроизводимости частоты генерации ( $\Delta\nu_{\text{ген}}/\nu_{\text{ген}} = 10^{-12} - 10^{-13}$ ). Для He—Ne-лазера, генерирующего на частоте  $\lambda = 3,39$  мкм, в качестве поглотителя применяют газ метан, а при генерации на длине волны  $\lambda = 0,633$  мкм —  $^{129}\text{I}_2$ . Достижение столь высоких значений монохроматичности и стабильности частоты особенно важно для метрологических применений лазеров (лазерный стандарт частоты).

#### 5.4. Нестационарный режим работы лазера

Для того чтобы изучить нестационарный режим работы четырехуровневого и трехуровневого лазеров, необходимо решить соответственно уравнения (5.18) и (5.24). При этом, если заданы начальные условия, то для данной временной зависимости скорости накачки  $W_p(t)$  мы находим временные зависимости  $q(t)$  и  $N(t)$ . Ниже будет рассмотрено несколько интересных

ситуаций (т. е. в процессе генерации лазера) коэффициент поглощения должен иметь провал, когда частота лазерного излучения  $\nu$  совпадает с  $\nu_a$ . В этом случае следует ожидать, что выходная мощность лазера будет иметь вместо провала узкий пик (часто называемый обращенным провалом Лэмба) при  $\nu = \nu_a$  (рис. 5.23). Заметим, что ширина обращенного провала Лэмба обычно меньше ширины провала Лэмба, поскольку через поглотитель не проходит ток, а также потому, что поглотитель можно поддерживать при более низком давлении. Таким образом, стабилизируя частоту лазера на частоте обращенного провала Лэмба, мож-

примеров нестационарного режима работы лазеров. Поскольку уравнения, описывающие нестационарный режим, являются нелинейными относительно переменных  $q(t)$  и  $N(t)$  (действительно, они входят в эти уравнения в виде произведения  $qN$ ), общее аналитическое решение получить невозможно, поэтому мы ограничимся лишь обсуждением некоторых важных результатов.

#### 5.4.1. Релаксационные колебания в одномодовых лазерах

Прежде всего рассмотрим случай, когда скорость накачки описывается ступенчатой функцией. Таким образом, предположим, что  $W_p = 0$  при  $t < 0$  и  $W_p(t) = W_p$  (где  $W_p$  не зависит от времени) при  $t > 0$ . Предположим сначала, что лазер генерирует на одной моде, поскольку лишь при этом условии, строго говоря, справедливы уравнения (5.18) и (5.24).

В качестве характерного примера на рис. 5.24 приведены зависимости  $N(t)$  и  $q(t)$ , полученные путем численного расчета для трехуровневого лазера, такого, как рубиновый лазер. При расчетах использовались следующие начальные условия:  $N(0) = -N_i$  и  $q(0) = q_i$ , где  $q_i$  — некоторое небольшое число фотонов, необходимое лишь для того, чтобы возникла генерация. Следует заметить, что зависимость, аналогичную показанной на этом рисунке, будет также проявлять и четырехуровневый лазер, такой, как  $\text{Nd:YAG}$ , за исключением того, что в данном случае  $N(0) = 0$ . Таким образом, если на рис. 5.24 начало временной оси совместить с точкой  $t = 2$  мкс, то кривые на этом рисунке будут также представлять и четырехуровневый лазер. Укажем теперь на некоторые особенности кривых, представленных на рис. 5.24: 1) число фотонов  $q(t)$  в резонаторе описывается регулярной последовательностью уменьшающихся по амплитуде пиков (пичков) с временным интервалом между ними, равным нескольким микросекундам; выходное излучение будет вести себя аналогичным образом; такую генерацию обычно называют режимом регулярных пичков; 2) инверсия населенностей  $N(t)$  осциллирует относительно стационарного значения  $N_0$ ; 3) в соответствии с выражениями (5.29а) и (5.29б) для четырехуровневого лазера или (5.38) и (5.41) для трехуровневого лазера как  $N(t)$ , так и  $q(t)$  и конечном счете достигают своих стационарных значений. Осциллирующий характер кривых  $N(t)$  и  $q(t)$  объясняется тем, что, после того как изменилась инверсия населенностей, число фотонов изменяется не сразу, а с некоторой задержкой. Таким образом, когда  $N(t)$  проходит впервые через значение  $N_0$  (на рисунке это соответствует  $t \approx 4$  мкс), достигается пороговое условие и лазер может начать генерировать. При этом в течение некоторого времени

число фотонов в резонаторе возрастает относительно своего начального значения, определяемого спонтанным излучением, и благодаря продолжающемуся процессу накачки инверсия населенностей  $N(t)$  в течение этого времени может непрерывно нарастать выше значения  $N_0$ . Однако, когда  $q(t)$  достигнет достаточно большого значения (т. е.  $q \approx q_0$ ),  $N(t)$  начнет уменьшаться из-за высокой скорости вынужденного излучения. В мо-

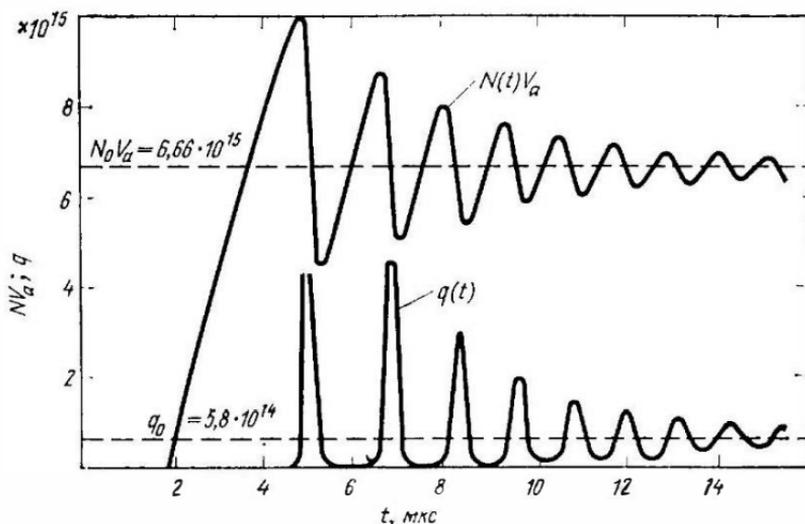


Рис. 5.24. Временные зависимости полной инверсии  $V_a N(t)$  и числа фотонов  $q(t)$  в трехуровневом лазере. (Согласно работе [3])

мент времени, когда  $q(t)$  достигает максимума,  $N(t)$  спадает до значения  $N_0$ . Это нетрудно показать с помощью уравнения (5.186) (четырёхуровневый лазер) и (5.246) (трехуровневый лазер), поскольку при  $dq/dt = 0$  мы имеем  $N = 1/V_a B \tau_c = N_0$ . Вследствие все еще большой скорости вынужденного излучения населенность  $N(t)$  продолжает уменьшаться после значения  $N_0$ . При этом лазер оказывается в условиях ниже порогового и число фотонов уменьшается до столь малого значения, что  $N(t)$  опять начинает расти под действием накачки. В момент достижения пороговой населенности ( $t \approx 6$  мкс) мы имеем  $dq/dt = 0$  и  $q$  достигает своего минимального значения. Начиная с этого момента  $q$  нарастает вновь и повторяется описанный выше цикл. Следует заметить, что, поскольку в конце концов достигаются стационарные решения, определяемые выражениями (5.29) или (5.38) и (5.41), численный расчет подтверждает, что эти решения соответствуют устойчивому режиму работы.

Для небольших колебаний около стационарных значений (т. е. приблизительно при  $t > 14$  мкс на рис. 5.24) динамическое поведение можно описать аналитически. Действительно, если записать

$$N(t) = N_0 + \delta N, \quad (5.71a)$$

$$q(t) = q_0 + \delta q \quad (5.71b)$$

и считать, что  $\delta N \ll N_0$  и  $\delta q \ll q_0$ , то в скоростных уравнениях в произведении  $Nq$  можно пренебречь  $\delta N \delta q$ , так что эти уравнения становятся линейными относительно переменных  $\delta N$  и  $\delta q$ . Таким образом, ограничиваясь случаем четырехуровневого лазера, из (5.18) получаем

$$\delta \dot{N} = -\delta N [W_p + (1/\tau)] - B(q_0 \delta N + N_0 \delta q), \quad (5.72a)$$

$$\delta \dot{q} = Bq_0 V_a \delta N. \quad (5.72b)$$

Заметим, что уравнение (5.72b) получено из (5.186) с учетом того факта, что  $V_a B N_0 - 1/\tau_c = 0$ . Подстановка (5.72b) в (5.72a) дает следующее уравнение:

$$\delta \ddot{q} + [W_p + (1/\tau) + Bq_0] \delta \dot{q} + (B^2 N_0 q_0 V_a) \delta q = 0. \quad (5.73)$$

Если искать его решение в виде

$$\delta q = \delta q_0 \exp(st), \quad (5.74)$$

то находим, что величина  $s$  удовлетворяет уравнению

$$s^2 + (2/t_0)s + \omega^2 = 0, \quad (5.75)$$

где мы положили

$$1/t_0 = [W_p + (1/\tau) + Bq_0]/2 \quad (5.76a)$$

и

$$\omega^2 = B^2 N_0 q_0 V_a. \quad (5.76b)$$

Решением уравнения (5.75), очевидно, является

$$s = -1/t_0 \pm [(1/t_0)^2 - \omega^2]^{1/2}. \quad (5.77)$$

Сперва рассмотрим случай, когда

$$(1/t_0) < \omega. \quad (5.78)$$

В этом случае квадратный корень в выражении (5.77) принимает мнимое значение, и мы можем написать  $s = -(1/t_0) \pm i\omega'$ , причем

$$\omega' = [\omega^2 - (1/t_0)^2]^{1/2}. \quad (5.79)$$

В этом случае в соответствии с выражением (5.74) величина  $\delta q$  будет представлять собой затухающее гармоническое колебание

(недодемпфированное колебание), т. е.

$$\delta q = C \exp(-t/t_0) \sin(\omega' t + \phi), \quad (5.80)$$

где  $C$  и  $\phi$  определяются начальными условиями. Если подставить это выражение в уравнение (5.72б), то найдем, что  $\delta N$  представляет собой затухающее гармоническое колебание. Полагая  $1/t_0 \ll \omega'$ , получаем

$$\delta N \approx (\omega' C / B q_0 V_a) \exp(-t/t_0) \cos(\omega' t + \phi). \quad (5.81)$$

Заметим, что  $\delta N(t)$  опережает  $\delta q(t)$  на  $90^\circ$ , как нетрудно было предвидеть из нашего предыдущего обсуждения, поскольку прежде чем можно будет наблюдать возрастание  $\delta q(t)$ , сначала должна увеличиться инверсия  $\delta N(t)$ .

Выражения (5.76) можно переписать в более удобной для вычислений форме, если использовать явные выражения для  $N_0$  и  $q_0$  (5.29а) и (5.30). Предполагая, что  $N_0 \ll N_s$ , в (5.76а) можно пренебречь величиной  $W_p$ , и мы получаем

$$t_0 = 2\tau/x, \quad (5.82a)$$

$$\omega = [(x - 1)/\tau_c \tau]^{1/2}, \quad (5.82b)$$

где  $x = W_p / W_{\text{пор}}$  — число, показывающее, во сколько раз превышено пороговое значение накачки. Заметим, что хотя постоянная времени затухания колебания  $t_0$  определяется временем жизни верхнего состояния, период колебаний  $T = 2\pi/\omega' \approx 2\pi/\omega$  определяется геометрическим средним  $\tau$  и временем жизни фотона  $\tau_c$ . В качестве первого примера выберем рассмотренный в разд. 5.3.6 Nd:YAG-лазер, накачиваемый на 50% выше порога ( $x = 1,5$ ), и положим полные потери за проход равными  $\gamma = 0,12$ . Мы имеем  $\tau_c = L'/c_0 \gamma \approx L/c_0 \gamma \approx 14$  нс и из выражений (5.82)  $t_0 \approx 328$  мкс и  $T = 2\pi/\omega' \approx 2\pi/\omega \approx 16$  мкс. Заметим, что в данном случае мы имеем  $t_0 \gg 1/\omega$ , т. е., безусловно, выполняется условие (5.78) и тем самым подтверждается справедливость приближения  $\omega' \approx \omega$ . В качестве второго примера рассмотрим типичный инжекционный GaAs-лазер с длиной резонатора  $L = 300$  мкм, в котором две грани сколоты и действуют как зеркала резонатора. В соответствии с выражением (4.50) коэффициенты отражения обоих зеркал в этом случае равны  $R = [(n - 1)/(n + 1)]^2 \approx 0,3$ , где  $n = 3,35$  — показатель преломления GaAs. Следовательно, согласно определениям (5.7а) и (5.7б),  $\gamma_1 = \gamma_2 = -\ln R = 1,2$ . Мы также будем считать, что коэффициент потерь  $\alpha = 60$  см<sup>-1</sup> распределен вдоль длины полупроводника, и мы можем записать  $\gamma_i = \alpha_0 L = 1,8$ . Отсюда имеем  $\gamma = \gamma_i + [(\gamma_1 + \gamma_2)/2] = 3$  и  $\tau_c = L'/c_0 \gamma = nL/c_0 \gamma = 1,1$  пс. Время жизни  $\tau$  верхнего уровня можно при-

нять равным 3 нс. Полагая вновь  $x = 1,5$ , получаем  $t_0 = 4$  нс и  $T = 2\pi/\omega = 0,5$  нс. В этом случае мы также имеем  $t_0 \gg 1/\omega$  и условие (5.78), разумеется, выполнено.

Если условие (5.78) не выполняется, то оба решения для  $s$ , определяемые выражением (5.77), вещественны и отрицательны. В этом случае временная зависимость  $\delta q(t)$  представляет собой суперпозицию двух экспоненциально затухающих релаксаций (*задемпфированное колебание*). Чтобы получить условие  $1/t_0 > \omega$  в соответствии с выражением (5.82), необходимо, чтобы выполнилось неравенство

$$\tau_c/\tau > 4(x - 1)/x^2, \quad (5.83)$$

откуда следует, что  $\tau_c$  должно быть сравнимо с  $\tau$ . Это условие обычно выполняется в газовых лазерах, в которых поэтому не проявляется пиковый режим. Если для примера выбрать He—Ne-лазер, генерирующий на собственном красном переходе ( $\lambda = 0,6328$  мкм), то мы имеем  $t \approx 100$  нс. Выбрав резонатор длиной  $L = 50$  см и связь на выходе  $\gamma_2 = 10^{-2}$ , а также пренебрегая всеми остальными потерями, получаем  $\gamma = \gamma_2/2 = 5 \cdot 10^{-3}$ ,  $\tau_c = L/c_0\gamma = 322$  нс и условие (5.83) выполняется при любом значении  $x$ .

Прежде чем завершить данный раздел, следует заметить, что рассмотренное нестационарное поведение имеет место и в несколько ином случае, а именно когда лазер, генерирующий в стационарном режиме, испытывает внезапное возмущение (т. е.  $\delta N = \delta N_0$  и  $\delta q = \delta q_0$  при  $t = 0$ , где  $\delta N_0$  и  $\delta q_0$  — две известные величины). Согласно проведенному выше обсуждению, возникшее в момент времени  $t = 0$  возмущение будет со временем затухать, как в недодемпфированном, так и в задемпфированном случаях. Поэтому стационарные решения  $N_0$  и  $q_0$ , которые мы рассматривали в разд. 5.3, соответствуют устойчивому равновесию.

#### 5.4.2. Пиковый режим многомодовых лазеров

Проведенное до сих пор рассмотрение применимо только в случае одномодовой генерации, и здесь, как оказалось, экспериментальные данные находятся в хорошем согласии с представленными выше результатами теории. В действительности же одномодовый режим генерации не всегда просто реализовать, в частности когда ширина линии лазерного перехода значительно больше межмодового расстояния (что имеет место, например, в твердотельных и жидкостных лазерах). Теоретическое рассмотрение многомодового режима генерации оказывается намного сложнее. В этом случае недостаточно просто определить

полное число фотонов, просуммированное по всем генерируемым модам. Действительно, чтобы учесть временную и пространственную интерференцию мод, необходимо записать столько уравнений для электрических полей электромагнитных волн (как для амплитуд, так и для фаз), сколько генерируется мод. В этом случае временная зависимость выходного излучения

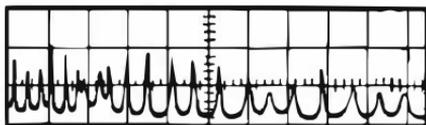


Рис. 5.25. Типичная временная зависимость выходного излучения многомодового твердотельного лазера. В этом случае представлено выходное излучение рубинового лазера, а одно деление на шкале времени соответствует 10 мкс.

не является столь простой, как на рис. 5.24. В твердотельных лазерах обычно наблюдается временная зависимость, показанная на рис. 5.25. Можно видеть, что выходное излучение представляет собой цуг нерегулярных во времени импульсов со случайными амплитудами (*нерегулярные пички*). Кроме того, генерация не переходит в нестационарный режим, как

на рис. 5.24. Такое поведение объясняется тем, что при переходе от одного пичка к другому или от одного цуга пичков к другому происходит изменение генерируемых мод. Данное явление называется «перескоком мод». В этом случае выходная мощность лазерного излучения не является регулярной и воспроизводимой во времени.

### 5.4.3. Модуляция добротности [21]

Метод модуляции добротности [22] позволяет получать лазерную генерацию в виде коротких импульсов (длительностью от нескольких наносекунд до нескольких десятков наносекунд) с высокой пиковой мощностью (от нескольких мегаватт до нескольких десятков мегаватт). Основная идея метода состоит в следующем. Предположим, что в резонатор лазера помещен затвор. Если затвор закрыт, то генерация возникнуть не может и инверсия населенностей может достичь значения, которое намного превышает пороговое, имеющее место в отсутствие затвора. Если теперь резко открыть затвор, то усиление в лазере существенно превысит потери и накопленная энергия выделится в виде короткого и интенсивного светового импульса. Поскольку при этом происходит переключение добротности резонатора от низкого к высокому значению, то данный метод называется модуляцией добротности.

Для большей строгости исследуем временную последовательность событий с помощью рис. 5.26, на котором мы предполагаем, что накачка происходит с постоянной скоростью в течение

интервала времени  $-t_w \leq t \leq 0$  (рис. 5.26, а) и что потери в лазере  $\gamma(t)$  переключаются в момент времени  $t=0$  от очень большого значения, соответствующего закрытому затвору, до значения  $\gamma$ , отвечающего нормальной работе лазера при открытом затворе. Таким образом, при  $t < 0$  генерация прекращается и инверсия населенностей возрастает до очень большой величины  $N_i$ . Заметим, что длительность импульса накачки  $t_w$  должна быть меньше времени релаксации верхнего состояния  $\tau$  или, возможно, сравнима с ним по величине. В противном случае, если  $t_w \gg \tau$ , то большая часть энергии накачки будет теряться вследствие спонтанной релаксации, а не накапливаться в виде энергии инверсии населенностей.

Когда затвор открывается (при  $t > 0$ ), усиление лазера значительно превосходит потери резонатора и число фотонов  $q(t)$  резко увеличивается от начального значения  $q_i$ , устанавливаемого спонтанным излучением ( $q_i \approx 1$ ). В результате увеличения  $q(t)$  инверсия населенностей будет уменьшаться от ее начального значения  $N_i$ . Когда  $N(t)$  упадет до величины пороговой инверсии населенностей  $N_p$ , то

в соответствии с уравнением (5.186) мы будем иметь  $\dot{q} = 0$  и световой импульс будет иметь максимальную мощность. Это произойдет в момент времени  $t = t_p$  на рисунке. При  $t > t_p$  в лазере вместо усиления мы будем иметь потери, и, как следствие, мощность импульса уменьшится до нуля. В это же время инверсия населенностей достигнет окончательной величины  $N_i$ . Заметим, что передний фронт импульса оказывается короче его заднего фронта. Кроме того, отметим, что на рис. 5.26 временной масштаб при  $t > 0$  сильно отличается от масштаба при  $t < 0$ . Например, в Nd : YAG- лазере с модуляцией добротности,

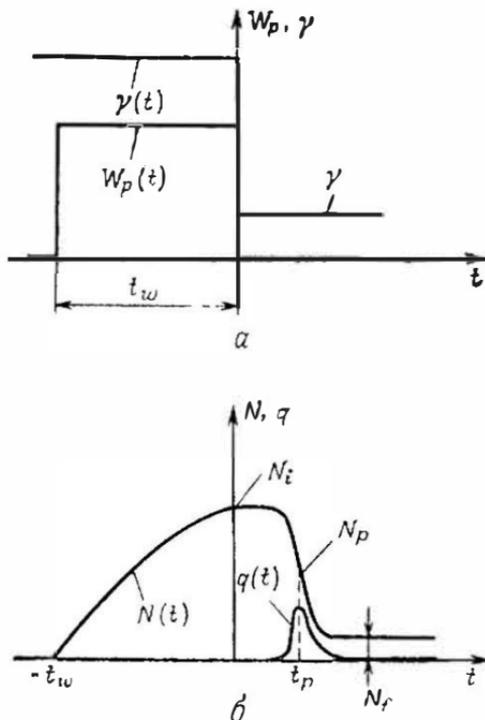


Рис. 5.26. Последовательность событий в лазере с модулированной добротностью (быстрое включение). а — временные зависимости скорости накачки  $W_p$  и потерь в резонаторе  $\gamma$ ; б — временные зависимости инверсии населенностей  $N(t)$  и числа фотонов  $q(t)$ .

поскольку  $\tau=230$  мкс,  $t_w$  обычно выбирается около 100—200 мкс, в то время как  $t_p$  оказывается равным приблизительно 20—50 нс, т. е. более чем в тысячу раз меньше.

Прежде чем завершить это общее рассмотрение модуляции добротности, уместно сделать два заключительных комментария. 1) Из вышеприведенного обсуждения ясно, что для осуществления модуляции добротности необходимо иметь достаточно большое время жизни верхнего лазерного состояния, чтобы инверсия населенностей могла достичь больших значений. Обы-

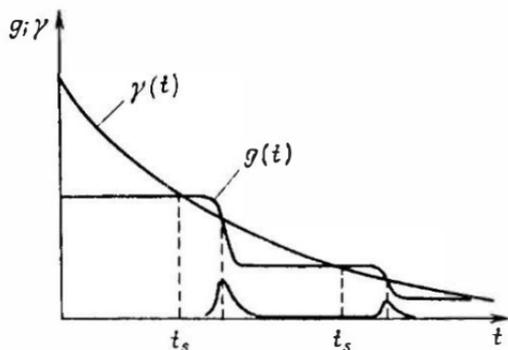


Рис. 5.27. Последовательность многократных импульсов в случае медленного включения. На рисунке представлено усиление лазера  $g(t) = \sigma N(t)l$ , где  $l$  — длина активной среды.

чно время жизни должно быть порядка долей миллисекунды, что реализуется для переходов, запрещенных в электродипольном приближении. Это имеет место для большинства кристаллических твердотельных лазеров (например, на кристаллах Nd:YAG, рубина, александрита) и в некоторых газовых (в  $\text{CO}_2$ - и иодном лазерах). Однако в лазерах на красителе и в некоторых газовых лазерах, имеющих важное значение (например, в He—Ne или аргоновом лазерах), лазерный переход является электродипольно разрешенным и время жизни изменяется от нескольких наносекунд до десятков наносекунд. В этом случае метод модуляции добротности неэффективен, поскольку для накопления достаточно большой инверсии не хватает времени. Кроме того, если время жизни  $\tau$  сравнимо со временем  $t_p$ , необходимым для достижения световым импульсом пикового значения, то значительная доля накопленной к моменту времени  $t=0$  инверсии при  $t > 0$  будет потеряна на спонтанное излучение, а не давать вклад в вынужденное излучение. 2) Представленная на рис. 5.26 временная зависимость модуляции добротности предполагает, что затвор открывается мгновенно, как показано на этом рисунке, или по крайней мере очень быстро по сравнению с временем развития импульса  $t_p$  (*быстрое переключение*). В случае медленного переключения могут возникать многократные импульсы (рис. 5.27). Каждый импульс образуется в тот момент времени, когда мгновенное значение усиления  $g(t)$  равно мгновенному значению потерь  $\gamma(t)$ . После каждого импульса уси-

ление должно быть порядка долей миллисекунды, что реализуется для переходов, запрещенных в электродипольном приближении. Это имеет место для большинства кристаллических твердотельных лазеров (например, на кристаллах Nd:YAG, рубина, александрита) и в некоторых газовых (в  $\text{CO}_2$ - и иодном лазерах). Однако в лазерах на красителе и в некоторых газовых лазерах, имеющих важное значение (например, в He—Ne

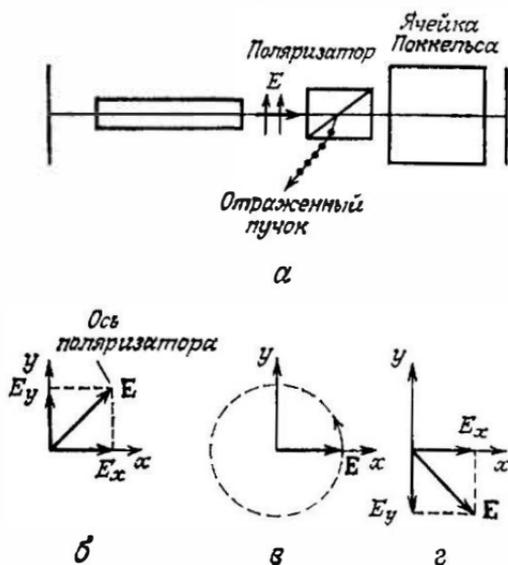
ние сбрасывается до значения, которое по величине меньше потерь, и дальнейшая генерация невозможна до тех пор, пока затвор не откроется еще больше и потери не станут меньше усиления.

### 5.4.3.1. Методы модуляции добротности

Для модуляции добротности наиболее широко используются следующие системы.

а) *Электрооптические затворы.* Эти затворы основаны на электрооптическом эффекте, обычно на эффекте Поккельса.

Ячейка, основанная на этом эффекте (ячейка Поккельса), представляет собой нелинейный кристалл типа КД\*Р или ниобата лития для видимого и ближнего ИК-диапазона или теллурида кадмия для средней ИК-области. В таком кристалле приложенное постоянное электрическое поле приводит к изменению показателей преломления. Это наведенное двулучепреломление пропорционально приложенному напряжению. На рис. 5.28 показан лазер с модуляцией добротности, использующий



соответствующую комбинацию поляризатора и ячейки Поккельса. Ячейка Поккельса ориентирована и к ней подведено напряжение смещения таким образом, что оси  $x$  и  $y$  наведенного двулучепреломления располагаются в плоскости, перпендикулярной оси лазерного резонатора. Ось поляризатора образует с главными осями двулучепреломляющей ячейки угол  $45^\circ$ . Рассмотрим теперь световую волну, распространяющуюся из активной среды в направлении к системе поляризатор — ячейка Поккельса. Поляризатор пропустит к ячейке Поккельса лишь то лазерное излучение, которое поляризовано вдоль оси поляризатора. Поэтому электрическое поле этой падающей волны окажется под углом в  $45^\circ$  к главным

Рис. 5.28. а — возможное взаимное расположение поляризатора и ячейки Поккельса, используемых для модуляции добротности; б — направления компонент электрического поля, оси поляризатора и главных осей ячейки Поккельса в плоскости, перпендикулярной оси резонатора.

осям  $x$  и  $y$  ячейки Поккельса и может быть разложено на компоненты  $E_x$  и  $E_y$  вдоль этих осей (рис. 5.28, б), колеблющиеся в фазе. Пройдя через ячейку Поккельса, обе компоненты испытывают различные фазовые набег, что приведет к сдвигу фазы

$$\Delta\phi = k_0\Delta nL', \quad (5.84)$$

где  $k_0 = 2\pi/\lambda_0$ ,  $\Delta n = n_x - n_y$  — величина наведенного двулучепреломления, а  $L'$  — длина кристалла. Если приложенное к ячейке Поккельса напряжение таково, что  $\Delta\phi = \pi/2$ , то две компоненты поля будут отличаться по фазе на  $\pi/2$ , так что когда компонента  $x$  достигает максимума, компонента  $y$  равна нулю и наоборот, т. е. волна становится поляризованной по кругу (рис. 5.28, в). После отражения от зеркала волна еще раз проходит через ячейку Поккельса и компоненты ее электрического поля по осям  $x$  и  $y$  приобретают дополнительный сдвиг фазы  $\Delta\phi = \pi/2$ . Теперь суммарный фазовый сдвиг равен  $\pi$ , так что, когда компонента  $x$  максимальна (и положительна), компонента  $y$  достигнет своего максимального (отрицательного) значения, как показано на рис. 5.28, г. В результате полное поле  $E$  снова линейно поляризовано, но направление его поляризации составляет теперь угол  $90^\circ$  с направлением поляризации падающей волны на рис. 5.28, б. Следовательно, это излучение не пропускается поляризатором, а отражается из резонатора наружу (см. рис. 5.28, а). Данное состояние соответствует закрытому затвору. Открывается затвор путем снятия напряжения смещения. При этом исчезает наведенное двулучепреломление и входящий свет проходит без изменения его поляризации. Заметим, что напряжение, необходимое для работы этой схемы, называется  $\lambda/4$ -напряжением (четвертьволновым напряжением), поскольку в соответствии с выражением (5.84) величина  $\Delta nL'$  равна  $\lambda/4$ .

Модуляторы добротности на ячейке Поккельса являются наиболее распространенным типом устройств для модуляции добротности. В зависимости от используемого в ячейке Поккельса нелинейного кристалла, конфигурации прикладываемого поля, ориентации кристалла и значения рабочей длины волны четвертьволновое напряжение может быть в пределах 1—5 кВ.

б) *Механические устройства.* Наиболее распространенный механический способ модуляции добротности состоит во вращении одного из зеркал лазерного резонатора вокруг оси, перпендикулярной оси резонатора. В этом случае условие высокой добротности достигается в тот момент, когда вращающееся зеркало проходит положение, в котором оно параллельно второму зеркалу резонатора. Для того чтобы ослабить требования к юс-

тировке, вместо зеркала устанавливают  $90^\circ$ -ную пентапризму, у которой ребро прямого угла перпендикулярно оси вращения (рис. 5.29). Такая призма имеет следующее свойство: если свет распространяется в плоскости, перпендикулярной ребру прямого угла (рис. 5.29), то отраженный свет всегда параллелен падающему, независимо от вращения призмы относительно ребра прямого угла. Это гарантирует то, что соосность между призмой и вторым зеркалом резонатора в плоскости, перпендикулярной ребру прямого угла, достигается в любом случае. При этом эффект вращения призмы заключается в том, чтобы условие соосности выполнялось в другом направлении.

Модуляторы добротности с вращающейся призмой являются простыми и недорогими устройствами и могут быть изготовлены для любой длины волны. Однако они весьма зашумлены и, как правило, обеспечивают медленную модуляцию добротности вследствие того, что скорость вращения зеркал

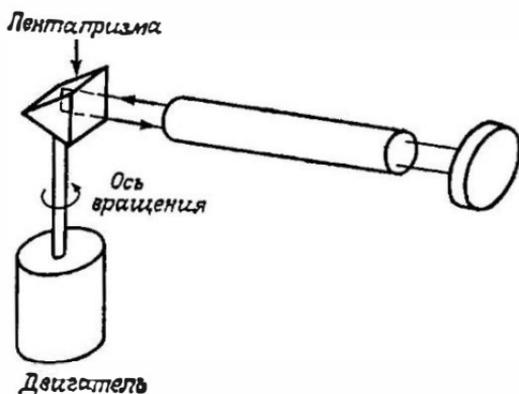


Рис. 5.29. Механическая система модуляции добротности с использованием  $90^\circ$ -ной пентапризмы.

имеет ограничения. Например, в Nd:YAG-лазерах условие высокой добротности соответствует области углов поворота всего лишь 1 мрад относительно положения точной юстировки. Следовательно, даже если двигатель обеспечивает вращение с очень большой скоростью 24 000 об/мин (400 Гц), продолжительность состояния с высокой добротностью будет равна около 400 нс. Столь большое время переключения в некоторых случаях может вызывать генерацию многократных импульсов.

в) *Акустооптические модуляторы добротности* [23]. Акустооптический модулятор представляет собой участок оптически прозрачной среды (например, плавленного кварца для видимой области или германия для среднего и дальнего ИК-диапазона), в котором с помощью прикрепленного с одной стороны пьезоэлектрического преобразователя, подключенного к ВЧ-генератору, возбуждается ультразвуковая волна (рис. 5.30, а). Если противоположная преобразователю сторона участка прозрачной среды срезана под некоторым углом и на нее нанесен поглотитель для акустической волны, то отражения назад не будет и в среде возникает бегущая акустическая волна. Механическое

напряжение, наведенное ультразвуковой волной, вызовет локальные изменения показателя преломления среды (фотоупругий эффект). Это периодическое изменение показателя преломления можно рассматривать как фазовую дифракционную решетку, пе-

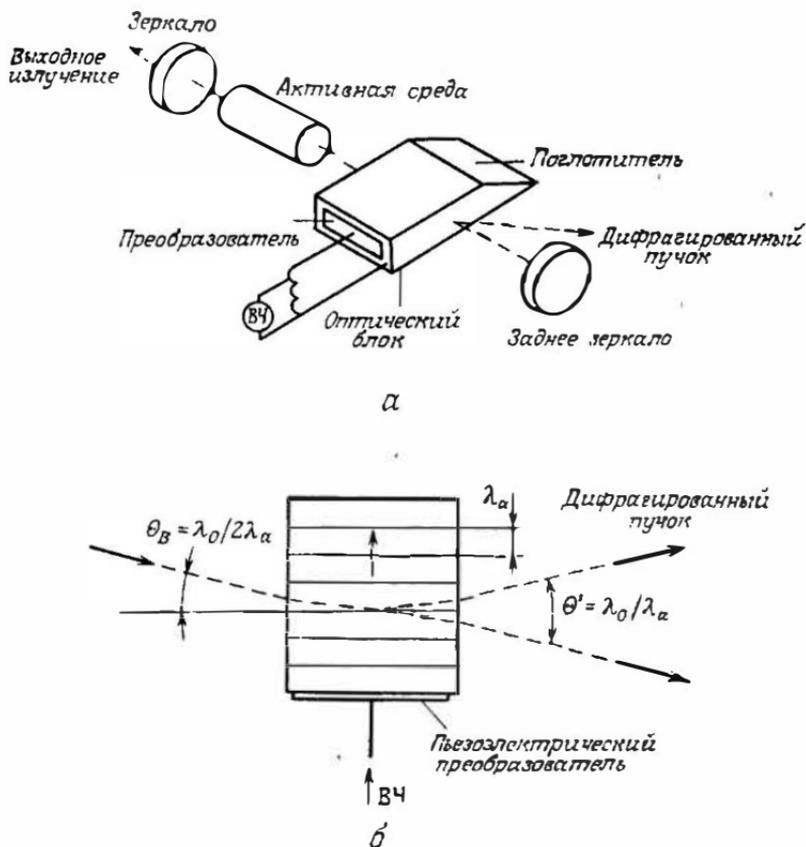


Рис. 5.30. а — схема устройства лазера, в котором модуляция добротности осуществляется с помощью акустооптического модулятора; б — падающий, прошедший и дифрагированный пучки в акустооптическом модуляторе (брэгговский режим).

риод которой равен длине акустической волны, а амплитуда пропорциональна амплитуде звука, и которая передвигается в среде со скоростью звука (фазовая решетка бегущей волны). Если акустооптическую ячейку поместить в резонатор лазера, то до тех пор, пока к преобразователю приложено электрическое напряжение, в резонаторе существуют дополнительные потери. Действительно, часть лазерного пучка выводится из резонатора

вследствие дифракции излучения на наведенной фазовой решетке. Если приложенное напряжение достаточно велико, то дополнительные потери приведут к прекращению лазерной генерации. Возвращение лазера в состояние с высокой добротностью происходит при выключении электрического напряжения на преобразователе.

Чтобы получить более глубокое представление о работе акустооптического модулятора, рассмотрим случай, когда длина  $L'$  оптической среды достаточно велика и поэтому решетка действует как толстая фазовая решетка. Для реализации этого случая необходимо, чтобы выполнялось следующее условие:

$$2\pi\lambda L'/n\lambda_a^2 \gg 1, \quad (5.84a)$$

где  $\lambda$  — длина волны падающего света,  $n$  — показатель преломления среды, а  $\lambda_a$  — длина звуковой волны ( $\lambda_a = v/v_a$ , где  $v$  — скорость звука и  $v_a$  — частота звуковой волны). Рассматривая, например, кварц (скорость сдвиговой волны в нем равна  $v = 3,76 \cdot 10^5$  см/с), который возбуждается на частоте  $\nu_0 = 50$  МГц, мы получаем  $\lambda_0 = 75$  мкм и из условия (5.84a) (учитывая, что в кварце  $n = 1,45$ )  $L' \gg 1,3$  мм. Если длина кристалла составляет, например, около 5 см, то дифракция происходит в режиме толстой фазовой решетки, который называется режимом дифракции Брэгга. В этом режиме из резонатора под углом  $\theta' = \lambda/\lambda_a$  выходит только один дифрагированный пучок и наибольшая эффективность дифракции достигается тогда, когда направление падающего света удовлетворяет условию  $\theta_B = \lambda/2\lambda_a$  (рис. 5.30, б), впервые полученному Брэггом для дифракции рентгеновских лучей на кристаллографических плоскостях. В таком случае дифрагированный пучок можно рассматривать как результат зеркальных отражений падающего пучка от фазовых плоскостей, образуемых звуковой волной. Если к пьезоэлектрическому преобразователю подводится ВЧ-сигнал достаточно высокой мощности, то из резонатора может дифрагировать сравнительно большая доля  $\eta$  падающего пучка (например, для мощности порядка нескольких десятков ватт мы имеем  $\eta = 50\%$ ). В конкретном примере, рассмотренном выше, пучок дифрагирует под углом  $\theta' \approx 0,8^\circ$  относительно направления падающего пучка<sup>1)</sup>.

<sup>1)</sup> Если  $2\pi\lambda L'/n\lambda_a^2 \leq 1$ , то звуковая решетка является тонкой фазовой решеткой (режим Рамана — Ната). Для достижения максимальной эффективности дифракции направления лазерного пучка и звуковой волны должны теперь составлять угол  $90^\circ$ , и тогда, как и в случае обыкновенной дифракционной решетки, пучок разделяется на множество дифрагированных пучков, составляющих с падающим углы  $\theta_a = \pm n\lambda/\lambda_a$ , где  $n$  — целое число.

Акустооптические модуляторы обладают следующими преимуществами: будучи помещенными в резонатор, они вносят мало дополнительных потерь, а в импульсно-периодическом режиме могут работать в режиме с высокой частотой повторения импульсов (килогерцы). Однако они имеют весьма ограниченную величину потерь, вносимых в случае низкой добротности и, кроме того, небольшую скорость переключения добротности. Поэтому такие модуляторы применяются в основном в импульсно-периодических лазерах с малым усилением и непрерывной накачкой (например, в непрерывных Nd:YAG-лазерах).

Рассмотренные до сих пор три устройства для модуляции добротности подпадают под категорию *активных модуляторов добротности*, поскольку ими необходимо управлять с помощью соответствующего устройства (источник питания ячейки Поккельса, вращающий двигатель или ВЧ-генератор). Но модуляцию добротности можно также осуществить автоматически, не используя каких-либо управляющих устройств. Модуляторы такого типа называются *пассивными модуляторами добротности*.

г) *Модулятор добротности на основе насыщающегося поглотителя*. Самый распространенный на сегодня пассивный модулятор добротности использует насыщающийся поглотитель, который поглощает излучение на длине волны лазера. Во многих случаях он используется в виде кюветы, заполненной раствором насыщающегося красителя в соответствующем растворителе (например, в случае Nd:YAG это растворенный в 1,2-дихлорэтане краситель, называемый BDN — 4-диметиламинодитиобензилникель). Иногда также используют твердотельные (например, BDN в ацетатцеллюлозной пленке) или газообразные (например, SF<sub>6</sub> для CO<sub>2</sub>-лазера) насыщающиеся поглотители<sup>1)</sup>. В первом приближении насыщающийся поглотитель можно рассматривать как двухуровневую систему с очень большим сечением поглощения в максимуме линии (в случае насыщающегося красителя эта величина составляет 10<sup>-16</sup> см<sup>2</sup>). При этом из выражения (2.140) следует, что соответствующая интенсивность насыщения  $I_s$  сравнительно мала и при относительно небольшой интенсивности падающего света поглотитель становится почти прозрачным (благодаря насыщению). Предположим теперь, что кювету с красителем поместили в резонатор лазера, причем длина волны, при которой поглощение раствора красителя максимально, совпадает с длиной волны генерации лазера. Для оп-

<sup>1)</sup> В последнее время все большую популярность приобретают пассивные модуляторы добротности на кристаллах галогенидов щелочных металлов (типа LiF) с центрами окраски, особенно в ближнем ИК-диапазоне. Свойства активного центра — центра окраски — весьма похожи на свойства молекулы красителя. Подробнее об этом в разд. 6.7.— *Прим. ред.*

ределенности будем считать также, что начальное (т. е. ненасыщенное) поглощение в кювете с красителем равно 50 %. В рассматриваемом лазере генерация может начаться только при условии, что усиление активной среды компенсирует потери в кювете, а также потери резонатора при отсутствии насыщения. Вследствие большого поглощения в кювете с красителем критическая инверсия населенностей оказывается очень высокой. С мо-

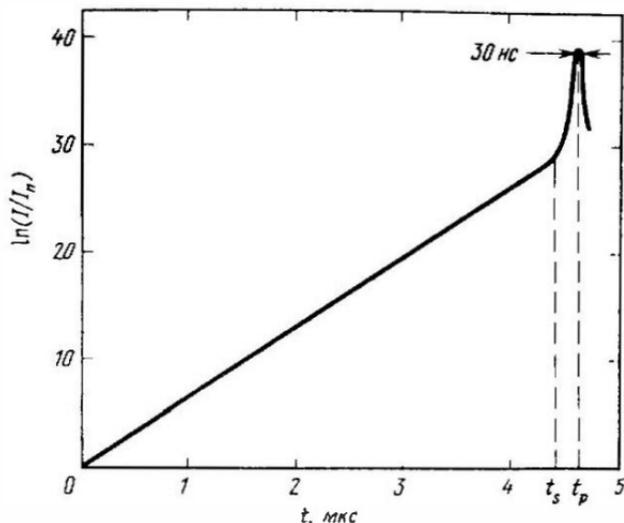


Рис. 5.31. Типичная временная зависимость интенсивности  $I$  лазерного пучка в резонаторе длиной 60 см с пассивной модуляцией добротности, осуществляемой насыщающимся поглотителем. Величина  $I_n$  — это интенсивность шума в данной моде, обусловленного спонтанным излучением. Приведена также длительность импульса ( $\sim 30$  нс), измеренная как ширина импульса на половине его высоты.

мента начала генерации интенсивность лазерного излучения будет нарастать от уровня спонтанных шумов (рис. 5.31). Когда интенсивность становится сравнимой с  $I_s$  (что имеет место при  $t = t_s$ , как показано на рис. 5.31), благодаря насыщению поглощения краситель начнет просветляться. Вследствие этого увеличивается скорость нарастания интенсивности лазерного излучения, что в свою очередь приводит к увеличению скорости просветления красителя, и т. д. Поскольку величина  $I_s$  относительно мала, в активной среде инверсия населенностей после просветления по существу остается той же самой, что и до просветления красителя (т. е. очень большой). Поэтому после просветления красителя усиление лазера значительно превышает потери и, как следствие этого, на выходе лазера появится

гигантский импульс (рис. 5.31). Следует заметить, что на рис. 5.31 масштаб по вертикали является логарифмическим. В линейном масштабе интенсивность излучения лазера в течение времени нарастания импульса (т. е. при  $t < t_s$ ) была бы слишком слабой и на рисунке ее не было бы видно, а была бы заметна лишь хвостовая часть импульса (длительность которой на рисунке мы приняли равной 30 нс). Заметим также, что в этом случае время нарастания  $t_s$  очень велико (несколько микросекунд). На самом деле при  $t < t_s$  (т. е. до просветления) лазер действует как обыкновенный лазер в импульсном режиме (см. рис. 5.24). Это означает, что свет до достижения им максимальной интенсивности совершает весьма большое число проходов (в примере, рассмотренном на рис. 5.31, это число составляет около 2000). В результате этого происходит естественная селекция мод [24]. Действительно, пусть две моды имеют ненасыщенные коэффициенты усиления за проход  $g_1$  и  $g_2$  ( $g = \sigma N l$ ), а потери за проход равны  $\gamma_1$  и  $\gamma_2$ . Поскольку эти моды начинают усиливаться от одной и той же интенсивности, соответствующей спонтанному излучению, отношение интенсивностей обеих мод в момент времени  $t = t_s$  дается выражением

$$I_1/I_2 = [e^{(g_1 - \gamma_1)} / e^{(g_2 - \gamma_2)}]^k, \quad (5.85)$$

где  $k$  — число проходов. Если теперь положить, что величина  $\delta = (g_1 - \gamma_1) - (g_2 - \gamma_2)$  равна разности между результирующими коэффициентами усиления обеих мод, то мы можем записать, что  $I_1/I_2 = \exp k\delta$ . Таким образом, мы видим, даже считая  $\delta$  имеющей очень небольшое значение 0,001, что при  $k = 2000$   $I_1/I_2 = \exp 2 = 8,4$ . Следовательно, даже очень небольшая разница в усилении или потерях между двумя модами приводит к большому различию в их интенсивностях в момент времени  $t = t_s$ , а стало быть и в момент времени  $t = t_p$ , т. е. в максимуме импульса. Поэтому, используя модулятор добротности на насыщающемся поглотителе, нетрудно осуществить генерацию в одномодовом режиме. Заметим, что при активной модуляции добротности этот механизм селекции мод значительно менее эффективен, поскольку формирование импульса лазера из шума происходит намного быстрее и полное число проходов может быть всего около 10 или 20.

Пассивная модуляция добротности с помощью насыщающегося поглотителя представляет собой самый простой метод модуляции добротности. Основным недостатком этого метода является фотохимическая деградация насыщающегося поглоти-

теля, и поэтому применение пассивной модуляции добротности ограничено главным образом малоомощными устройствами с низкой частотой повторения (несколько герц)<sup>1)</sup>.

### 5.4.3.2. Режимы генерации

Лазеры с модулированной добротностью могут работать в одном из следующих двух режимов. 1) В импульсном режиме (рис. 5.32). В этом случае скорость накачки  $W_p$  имеет форму импульса определенной длительности. Таким образом, до момента включения добротности инверсия населенностей  $N(t)$  нарастает до максимального значения, а затем спадает. Добротность резонатора включается в момент времени, когда  $N(t)$  становится максимальной ( $t=0$  на рисунке). С этого момента времени ( $t > 0$ ) начинает увеличиваться число фотонов, что приводит к возникновению импульса генерации, максимум которого имеет место в некоторый момент времени  $t_d$  после включения добротности резонатора. Увеличение числа фотонов приводит к уменьшению инверсии населенностей  $N(t)$  от некоторого начального значения  $N_i$  (три  $t=0$ ) до конечного значения  $N_f$ , которое достигается после того, как импульс генерации закончится. Разумеется, лазеры с модуляцией добротности и импульсной накачкой могут работать в режиме повторяющихся импульсов, причем частота повторения обычно колеблется от единиц до нескольких десятков герц. 2) Импульсно-периодический режим с модуляцией добротности при непрерывной накачке (рис. 5.33). Этот режим осуществляется при непрерывной накачке (со скоростью  $W_p$ ) лазера и периодическом переключении потерь резонатора до низкого уровня. При этом выходное излучение лазера

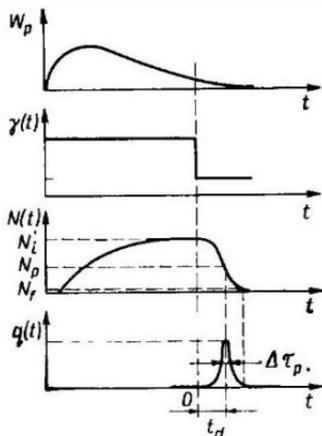


Рис. 5.32. Развитие импульса в лазере с модуляцией добротности, работающем в импульсном режиме. На рисунке показаны временные зависимости скорости накачки  $W_p$ , потерь резонатора  $\gamma$ , инверсии населенностей  $N$  и числа фотонов  $q$ .

<sup>1)</sup> Пассивным модуляторам добротности присущи и другие недостатки, а именно неконтролируемый момент времени срабатывания и, как следствие случайного момента срабатывания, нестабильная (колебания до 100 %) мощность импульса, поскольку при импульсной накачке уровень накопленной инверсии населенностей, естественно, меняется во времени. Для многих применений такое поведение недопустимо. — *Прим. ред.*

представляет собой непрерывный цуг световых импульсов, а инверсия периодически изменяется от начального значения  $N_i$  (перед включением добротности резонатора) до конечной величины  $N_f$  (после излучения гигантского импульса). Затем в процессе накачки восстанавливается то значение инверсии населенностей

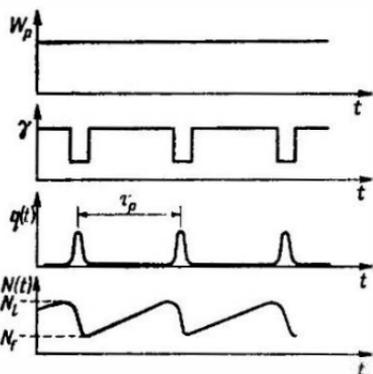


Рис. 5.33. Развитие импульсов в лазере с модуляцией добротности, работающем в импульсно-периодическом режиме с непрерывной накачкой. На рисунке показаны временные зависимости скорости накачки  $W_p$ , потерь резонатора  $\gamma$ , числа фотонов  $q$  и инверсии населенностей  $N$ .

меньшее усиление, чем при импульсной накачке) применяют механические затворы или, что более общепринято, акустооптические затворы.

### 5.4.3.3. Теория активной модуляции добротности

Для простоты ограничимся рассмотрением лишь активной модуляции добротности и в дальнейшем будем считать, что переключение добротности происходит мгновенно (быстрое переключение). С целью описания происходящих в лазере процессов можно снова воспользоваться уравнениями (5.18) и (5.24) соответственно для четырех- и трехуровневых лазеров.

Рассмотрим сначала импульсный четырехуровневый лазер (рис. 5.32) и предположим, что при  $t < 0$  потери столь велики, что лазер находится в условиях ниже пороговых (т. е.  $q = 0$  при  $t < 0$ ). Если модуляция добротности происходит в момент времени, когда  $N(t)$  достигает максимального значения, то соответствующую начальную инверсию можно получить из урав-

$N_i$ , которое она имела до включения добротности резонатора. Поскольку время, необходимое для восстановления инверсии, примерно равно времени жизни верхнего уровня  $\tau$ , разделяющий импульсы промежутков времени  $\tau_p$  должен быть порядка  $\tau$ . Поэтому частоты повторения лазеров с модуляцией добротности при непрерывной накачке изменяются, как правило, от единиц до нескольких десятков килогерц.

Для осуществления импульсного режима работы лазера обычно используют электрооптические и механические затворы, а также насыщающиеся поглотители. В случае импульсно-периодического режима с модуляцией добротности при непрерывной накачке лазера (который имеет

нения (5.18а), полагая в его левой части  $\dot{N} = 0$ . Тогда, предполагая  $N \ll N_i$  и учитывая, что  $q = 0$ , получаем

$$N_i = \tau W_p(0) N_t, \quad (5.86)$$

где  $W_p(0)$  — значение скорости накачки в момент времени  $t = 0$ . Предположим теперь, что временная зависимость  $W_p(t)$  имеет всего один и тот же вид независимо от величины интеграла  $\int W_p dt$ , т. е. от энергии накачки. Тогда можно положить  $W_p(0) \sim \int W_p dt$ , так что, например, если удваивается  $\int W_p dt$ , то удваивается также и  $W_p(0)$ . Таким образом, если  $E_p$  — энергия накачки, соответствующая данной скорости накачки ( $E_p \sim \int W_p dt$ ), то из соотношения (5.86) и последующего обобщения вытекает, что  $N_i \sim E_p$ . Следовательно, обозначив начальную инверсию при работе лазера на пороге генерации как  $N_{ic}$ , а соответствующую энергию накачки как  $E_{cp}$ , мы можем написать

$$N_i/N_{ic} = (E_p/E_{cp}) = x, \quad (5.87)$$

где  $x = E_p/E_{cp}$ . Поскольку  $N_{ic}$  — это попросту критическая инверсия для данного лазера (в режиме модулированной добротности), ее значение можно получить из уравнения (5.18б), полагая  $\dot{q} = 0$ . Таким образом мы находим, что  $N_{ic} = \gamma/\sigma l$  [см. также (5.26)]. Если известна  $N_{ic}$ , т. е. известны  $\gamma$ ,  $\sigma$  и  $l$ , и если также известно отношение  $x$  энергии накачки и пороговой энергии накачки, то выражение (5.87) позволяет найти начальную инверсию  $N_i$ .

После того как мы вычислили  $N_i$ , эволюцию системы во времени после включения добротности (т. е. при  $t > 0$ ) можно описать уравнением (5.18) с начальными условиями  $N(0) = N_i$  и  $q(0) = q_i$ . Здесь вновь  $q_i$  — небольшое число фотонов, необходимое для того, чтобы началась лазерная генерация. Впрочем, уравнения можно существенно упростить, поскольку мы ожидаем, что изменения во времени величин  $N(t)$  и  $q(t)$  происходят за столь короткие промежутки времени, что в уравнении (5.18а) можно пренебречь членом  $W_p(N_t - N)$ , отвечающим за накачку, и членом  $N/\tau$ , отвечающим за релаксацию. Тогда уравнения (5.18) сводятся к следующим:

$$\dot{N} = -BqN, \quad (5.88a)$$

$$\dot{q} = (V_a B N - 1/\tau_c) q. \quad (5.88б)$$

Прежде чем продолжить наше рассмотрение, следует заметить, что в соответствии с (5.88б) населенность  $N_p$ , отвечающая

максимуму светового импульса (см. рис. 5.26, б), т. е. когда  $\dot{q} = 0$ , дается выражением

$$N_p = 1/V_a B \tau_c = \gamma / \sigma t, \quad (5.89)$$

которое в точности совпадает с выражением для критической инверсии  $N_{ic}$ . Этот результат с учетом выражения (5.87) позволяет записать отношение  $N_i/N_p$  в виде, полезном для дальнейшего рассмотрения:

$$N_i/N_p = x. \quad (5.90)$$

Сделав эти предварительные замечания, можно перейти к вычислению пиковой мощности импульса, выходящего из лазера через, скажем, зеркало 2. Согласно (5.20), мы имеем

$$P_{2p} = (\gamma_2 c_0 / 2L') h\nu q_p; \quad (5.91)$$

здесь  $q_p$  — число фотонов в резонаторе в тот момент времени, когда лазерный импульс достигает пикового значения. Для вычисления  $q_p$  разделим уравнение (5.88б) на (5.88а). Учитывая также соотношение (5.89), получаем уравнение

$$dq/dN = -V_a (1 - N_p/N), \quad (5.92)$$

которое нетрудно проинтегрировать, и мы имеем выражение

$$q = V_a [N_i - N - N_p \ln(N_i/N)], \quad (5.93)$$

где для простоты мы пренебрегли небольшим числом  $q_i$ . Тогда в максимуме импульса получаем

$$q_p = V_a N_p [N_i/N_p - \ln(N_i/N_p) - 1]. \quad (5.94)$$

Из этого выражения можно сразу получить  $q_p$ , если известны  $N_p$  [из (5.89)] и отношение  $N_i/N_p$  [из (5.90)]. Теперь из формул (5.91) и (5.94) можно вычислить пиковую выходную мощность

$$P_{2p} = (\gamma_2/2) (A_e/\sigma) (h\nu/\tau_c) [N_i/N_p - \ln(N_i/N_p) - 1]. \quad (5.95)$$

Следует заметить, что в данном выражении мы использовали формулу (5.22) для объема  $V_a$ .

Вычислим теперь выходную энергию  $E$ . Для этого сначала заметим, что

$$E = \int_0^{\infty} P_2(t) dt = \left( \frac{\gamma_2 c_0}{2L'} \right) h\nu \int_0^{\infty} q dt, \quad (5.96)$$

где  $P_2(t)$  — выходная мощность как функция времени и где мы использовали формулу (5.20). Интегрирование в выражении (5.96) нетрудно выполнить, если проинтегрировать обе части

уравнения (5.886) и заметить, что  $q(0) = q(\infty) = 0$ . При этом получаем  $\int_0^{\infty} q dt = V_a \tau_c \int_0^{\infty} BqN dt$ . Интеграл  $\int_0^{\infty} BqN dt$  можно теперь вычислить, интегрируя обе части уравнения (5.88а), откуда находим  $\int_0^{\infty} BqN dt = N_i - N_f$ , где  $N_f$  — конечная инверсия населенностей (см. рис. 5.26, б). Таким образом, получаем  $\int_0^{\infty} q dt = V_a \tau_c (N_i - N_f)$ , и выражение (5.96) принимает вид

$$E = (\gamma_2/2\gamma) (N_i - N_f) (V_a h\nu). \quad (5.97)$$

Смысл этого выражения нетрудно понять, если заметить, что величина  $N_i - N_f$  — это имеющаяся в наличии инверсия, которая дает число фотонов  $(N_i - N_f) V_a$ . Из этого числа фотонов, испущенных средой, лишь  $\gamma_2/2\gamma$  фотонов дает выходную энергию. Чтобы вычислить  $E$  с помощью (5.97), необходимо знать  $N_f$ . Эту величину можно получить из выражения (5.93), полагая в нем  $t = \infty$ . Поскольку  $q(\infty) = 0$ , получаем

$$\begin{aligned} (N_i - N_f)/N_i &= \\ &= (N_p/N_i) \ln(N_i/N_f). \end{aligned} \quad (5.98)$$

Из этого соотношения находим  $N_f/N_i$  как функцию величины  $N_p/N_i$ . Стоящая слева в (5.98) величина  $(N_i - N_f)/N_i = \eta_E$  называется коэффициентом использования инверсии (или энергии). Действительно, хотя начальная инверсия равна  $N_i$ , фактически используется лишь разность  $N_i - N_f$ . Соотношение (5.98) можно переписать через  $\eta_E$  следующим образом:

$$(N_i/N_p) \eta_E = -\ln(1 - \eta_E). \quad (5.99)$$

На рис. 5.34 построена кривая зависимости коэффициента использования энергии  $\eta_E$  от  $N_i/N_p$ , полученная вычислением (5.99). Заметим, что при больших значениях  $N_i/N_p$ , т. е. когда энергия накачки намного превосходит пороговую энергию накачки, коэффициент использования энергии стремится к единице.

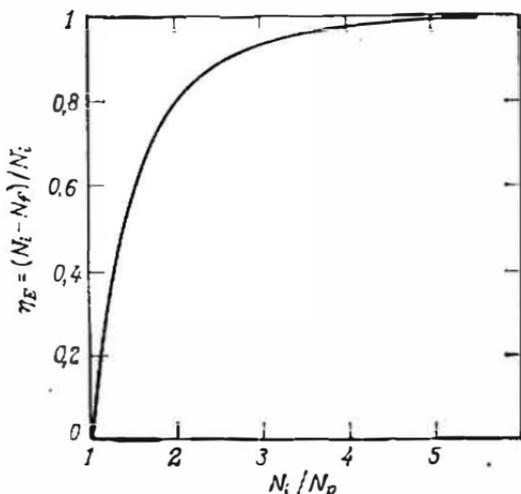


Рис. 5.34. Коэффициент использования энергии  $\eta_E$  в зависимости от отношения  $N_i/N_p$  начальной инверсии к пиковой.

Заметим также, что переписывая (5.97) через  $\eta_E$  и учитывая формулы (5.22) и (5.89), это выражение можно представить в более простом и наглядном виде:

$$E = (\nu_2/2) (N_i/N_p) \eta_E (A_e/\sigma) h\nu. \quad (5.100)$$

Если известны выходная энергия и пиковая мощность, то можно найти приближенное значение длительности импульсов  $\Delta\tau_p$ , определив его с помощью соотношения  $\Delta\tau_p = E/P_{2p}$ . Из выражений (5.100) и (5.95) получаем

$$\Delta\tau_p = \tau_c \frac{(N_i/N_p) \eta_E}{(N_i/N_p) - \ln(N_i/N_p) - 1}. \quad (5.101)$$

Заметим, что в зависимости от значения  $N_i/N_p$  величина  $\Delta\tau_p$  примерно в 2—8 раз больше времени жизни фотона в резонаторе  $\tau_c$ . Например, выбрав  $N_i/N_p = x = 2,5$ , из рис. 5.34 получаем  $\eta_E = 0,89$ , а из (5.101) имеем  $\Delta\tau_p \approx 3,81 \tau_c$ . Однако следует заметить, что выражение (5.101) дает лишь приближенное значение  $\Delta\tau_p$ , поэтому необходимо также помнить, что импульс является несимметричным, поскольку длительность его переднего фронта  $\tau_r$  всегда меньше длительности заднего фронта  $\tau_f$ . Например, если определить  $\tau_r$  и  $\tau_f$  как интервалы времени от пиковой мощности импульса до моментов времени, соответствующих половине пиковой мощности, то численный расчет для рассмотренного выше примера дает значения  $\tau_r = 1,45 \tau_c$  и  $\tau_f = 2,06 \tau_c$ . Мы видим, что в данном примере вычисленное при помощи соотношения (5.101) приближенное значение  $\Delta\tau_p$  примерно на 9% превышает расчетное значение  $\tau_r + \tau_f$ . Полученное соотношение приближенно выполняется для любого  $N_i/N_p$ .

Время задержки между максимумом импульса<sup>1)</sup> и моментом включения добротности резонатора  $\tau_d$  (см. рис. 5.32) можно считать приближенно равным времени, которое необходимо для того, чтобы число фотонов достигло определенной величины относительно максимального числа фотонов. Если выбрать, например, эту долю равной 1/10, то до этого момента времени не произойдет сколько-нибудь заметного насыщения инверсии и в уравнении (5.88б) можно воспользоваться приближением  $N(t) = N_i$ . Тогда это уравнение с учетом соотношений (5.89) и (5.90) принимает вид  $\dot{q} = (x - 1)q/\tau_c$ , и после интегрирования мы имеем

$$q = q_i \exp[(x - 1)t/\tau_c]. \quad (5.102)$$

Подставляя сюда  $q = q_p/10$ , находим время задержки  $\tau_d$ . Таким образом, полагая  $q_i = 1$ , получаем

$$\tau_d = [\tau_c/(x - 1)] \ln(q_p/10); \quad (5.103)$$

<sup>1)</sup> По всей вероятности, имеется в виду начало импульса. — Прим. ред.

здесь  $q_p$  дается выражением (5.94). Заметим, что, поскольку  $q_p$  очень большое число ( $\sim 10^{17}$  в примере, рассматриваемом в следующем разделе), величина  $\tau_a$  не изменилась бы существенно, если бы в выражении (5.103) под знаком логарифма вместо  $q_p/10$  мы выбрали  $q_p/20$ .

Рассмотрим теперь импульсно-периодический лазер с модуляцией добротности при непрерывной накачке (рис. 5.33). Прежде всего заметим, что после включения добротности и в течение времени формирования импульса модуляции добротности по-прежнему применимы уравнения (5.88). Следовательно, пиковая выходная мощность, выходная энергия и длительность импульса даются соответственно выражениями (5.95), (5.100) и (5.101). Однако  $N_i/N_p$  уже не определяется выражением (5.90), поскольку ее следует вычислять исходя из других соображений. Действительно потребуем теперь, чтобы за время  $\tau_p$  между двумя следующими друг за другом импульсами накачка восстанавливала начальную инверсию, причем накачка происходит от значения инверсии  $N_f$ . Интегрируя уравнение (5.18а) [положив  $W_p(N_i - N) \approx W_p N_i$  и  $q = 0$ ], получаем

$$N_i = W_p N_i \tau - (W_p N_i \tau - N_f) \exp(-\tau_p/\tau). \quad (5.104)$$

Из соотношений (5.26), (5.27) и (5.89) имеем  $W_p N_i \tau = x N_c = x N_p$ . При этом выражение (5.104) приводит к следующему уравнению:

$$x (N_p/N_i) [1 - \exp(-1/f^*)] = 1 - (N_f/N_i) \exp(-1/f^*), \quad (5.105)$$

где  $x$  — число, показывающее во сколько раз скорость непрерывной накачки превосходит пороговое значение, а  $f^* = \tau f$  (где  $f = 1/\tau_p$ ) — нормированная частота повторения импульсов лазера. Уравнения (5.105) и (5.98) (последнее по-прежнему

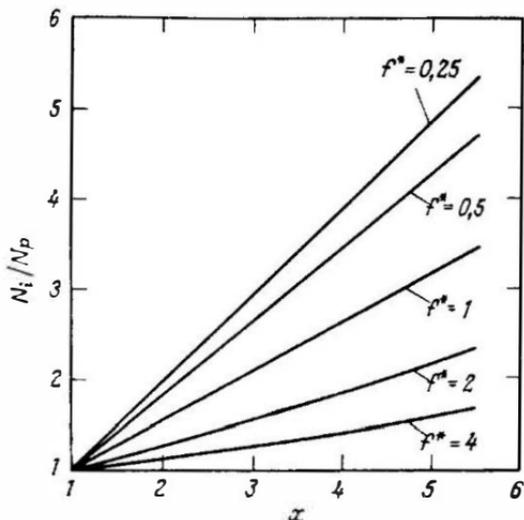


Рис. 5.35. Лазер с модуляцией добротности, работающий в импульсно-периодическом режиме с непрерывной накачкой. Зависимость  $N_i/N_p$  от величины  $x$ , на которую скорость накачки превышает свое пороговое значение для нескольких значений нормированной частоты повторения импульсов  $f^*$ .

справедливо) составляют систему двух уравнений, которые позволяют вычислить  $N_i/N_p$  и  $N_i/N_f$ , если известны  $x$  и  $f^*$ . На рис. 5.35 приведены полученные таким образом зависимости величины  $N_i/N_p$  от величины  $x$ , которая показывает, во сколько раз превзойден порог для нескольких значений нормированной частоты  $f^*$ . Для данных значений  $x$  и  $f^*$  с помощью рис. 5.35 находят соответствующее значение  $N_i/N_p$ . Определив  $N_i/N_p$ , из рис. 5.34 можно найти  $N_f/N_i$  или, что эквивалентно, коэффициент использо-

вания энергии  $\eta_E$ . Если же известны  $N_i/N_p$  и  $\eta_E$ , то из выражений (5.95), (5.100) и (5.101) нетрудно найти соответственно  $P_{2p}$ . Заметим, что в пределах рассматриваемых нами значений  $x$  и  $f^*$  зависимость между  $x$  и  $N_i/N_p$  близка к линейной.

Вычисления для трехуровневого лазера производятся аналогичным образом, при этом исходят из уравнения (5.24). Вследствие ограничений на объем книги мы не приводим здесь этих расчетов.

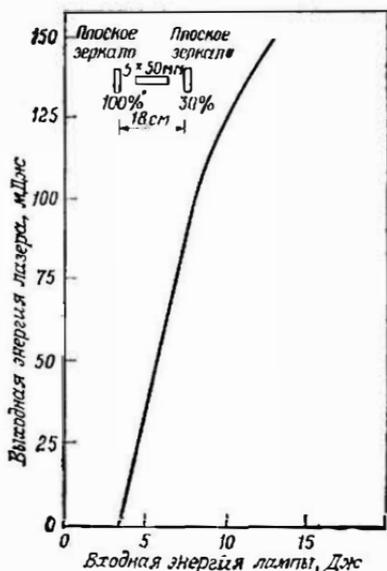
#### 5.4.3.4. Числовой пример

На рис. 5.36 приведена типичная зависимость выходной энергии лазера  $E$  от подводимой к лампе энергии накачки  $E_p$  для Nd:YAG-лазера с модуляцией добротности. Лазер работает в импульсном режиме, и модуляция добротности в нем осуществляет-

Рис. 5.36. Зависимость выходной энергии Nd:YAG-лазера с модуляцией добротности от энергии, вкладываемой в импульсную лампу накачки. (Согласно Кёхнеру [25].)

ся с помощью кристалла КД\*Р (дейтерированный дигидрофосфат калия,  $KD_2PO_4$ ) в ячейке Поккельса [25]. На рисунке указаны также размеры стержня и резонатора. Из рисунка видно, что пороговая энергия лазера  $E_{cr} \approx 3,4$  Дж, а энергия выходного излучения  $E \approx 0,12$  Дж при  $E_p \approx 10$  Дж (т. е. при  $x = E_p/E_{cr} = 2,9$ ). Найденная из измерений длительность импульса лазера при этой накачке составляет около 6 нс.

Теперь можно сравнить эти экспериментальные данные с результатами расчетов по формулам, приведенным в предыдущем разделе. Мы будем пренебрегать поглощением в зеркалах и, таким образом, положим  $\gamma_2 \approx -\ln R_2 = 1,2$  и  $\gamma_1 \approx 0$ . Согласно



оценкам, в системе поляризатор — ячейка Поக்கельса внутренние потери  $T_i \approx 15\%$ , а внутренними потерями в стержне можно пренебречь. Таким образом, получаем  $\gamma_i = -\ln(1 - T_i) = 0,62$  и  $\gamma = [(\gamma_1 + \gamma_2)/2] + \gamma_i = 0,762$ . Энергию лазера можно вычислить с помощью выражения (5.100), если заметить, что  $N_i/N_p = x = 2,9$ , и если известна площадь  $A_e$ , которую будем считать равной  $A_e = A = 0,19 \text{ см}^2$ , где  $A$  — площадь поперечного сечения лазерного стержня. Для  $x = N_i/N_p = 2,9$  из рис. 5.34 находим  $\eta_E = 0,94$ . При этом расчетное значение энергии на выходе равно  $E \approx 160 \text{ мДж}$ , что с удовлетворительной точностью согласуется с экспериментальным значением ( $E = 120 \text{ мДж}$ ). Теперь с помощью выражения (5.103) можно найти время задержки  $\tau_d$ . Эффективная длина резонатора равна, как это следует из (5.11),  $L' = L + (n - 1)l \approx 22 \text{ см}$ , где  $n \approx 1,83$  для Nd:YAG, так что  $\tau_c = L'/c_0\gamma \approx 1 \text{ нс}$ . Затем, учитывая, что  $V_a \approx Al \approx 1 \text{ см}^3$  и  $N_p = \nu/\sigma l = 4,35 \cdot 10^{17} \text{ см}^{-3}$ , по формуле (5.94) вычисляем  $q_p$ . В итоге получаем  $q_p \approx 3,5 \cdot 10^{17}$  фотонов и в соответствии с (5.103)  $\tau_d \approx 20 \text{ нс}$ . Длительность лазерного импульса находим из выражения (5.101):  $\Delta\tau_p = \tau_c \eta_E x / (x - \ln x - 1) \approx 3,3 \text{ нс}$ . То, что между расчетным и экспериментальным ( $\sim 6 \text{ нс}$ ) значениями существует некоторое различие, связано со следующими двумя обстоятельствами. 1) Многомодовый режим генерации. Время задержки  $\tau_d$  различно для разных мод, а это должно приводить к заметному увеличению длительности импульса. 2) Не выполняются условия быстрого включения добротности резонатора. Предполагается, что расчетное время задержки ( $\sim 20 \text{ нс}$ ), полученное в предположении быстрого включения добротности, оказывается фактически сравнимым с типичным временем переключения стандартной ячейки Поக்கельса, и, по-видимому, медленное включение добротности резонатора приводит к несколько увеличенной длительности импульса.

#### 5.4.4. Модуляция усиления

Модуляция усиления, как и модуляция добротности, является методом, позволяющим генерировать лазерные импульсы короткой длительности (обычно от нескольких десятков до нескольких сотен наносекунд) и высокой пиковой мощности. Однако в отличие от модуляции добротности, при которой потери резко переключаются до низкого уровня, при модуляции усиления резко переключается усиление до высокого уровня. Модуляция усиления осуществляется с помощью столь короткого импульса накачки, что инверсия населенностей, а следовательно, и усиление начинают заметно превышать пороговые значения

раньше, чем число фотонов в резонаторе возрастает до достаточно высокого уровня, чтобы уменьшить инверсию.

Происходящие при этом физические явления можно относительно просто описать, обращаясь к случаю пиковой генерации, представленной на рис. 5.24. Если предположить, что скорость накачки  $W_p = W_p(t)$  имеет форму прямоугольного импульса, начинающегося при  $t = 0$  и заканчивающегося при  $t = 5$  мкс, то излучение будет состоять лишь из первого пика в изображенной на рисунке зависимости  $q(t)$ , который возникает в момент времени около  $t = 5$  мкс. Действительно, после генерации этого пика инверсия будет уменьшена световым импульсом до уровня, который существенно ниже порогового и который не будет затем возрастать, поскольку накачка уже отсутствует. Таким образом, мы видим, что модуляция усиления по своему характеру аналогична пиковой генерации в лазере, рассмотренной в разд. 5.4.1. Заметим, что на практике временная зависимость накачки имеет вид колоколообразного импульса, а не прямоугольного. В этом случае мы будем считать, что максимум светового пика соответствует спаду импульса накачки. Действительно, если бы максимум совпадал, например, с максимумом импульса накачки, то после генерации пика оставалось бы достаточно энергии накачки, чтобы инверсия могла снова вырасти до значения выше порогового и, таким образом, в лазерной генерации появился бы второй пик, хотя и меньшей интенсивности. Напротив, если бы число фотонов достигало максимума значительно позже на хвосте импульса накачки, то это означало бы, что накачка не была достаточно продолжительной, чтобы инверсия населенностей выросла до приемлемо высокого уровня. Из вышесказанного можно заключить, что для данного значения максимальной скорости накачки существует некоторая оптимальная длительность импульса. Если это максимальное значение увеличивается, то число фотонов нарастает быстрее и тогда необходимо уменьшить длительность импульса накачки. Можно также показать, что при увеличении максимальной скорости накачки возрастает максимальная инверсия и генерируется более короткий и интенсивный импульс. Для четырехуровневых лазеров типичные значения времени нарастания интенсивности лазерного излучения до своего пикового значения в зависимости от максимального значения скорости накачки могут составлять  $5\tau_c - 20\tau_c$ , где  $\tau_c$  время жизни фотона в резонаторе<sup>1)</sup>.

<sup>1)</sup> Следует заметить, что изображенное на рис. 5.24 время нарастания заметно превышает указанные значения, поскольку рис. 5.24 относится к случаю трехуровневого лазера и к ситуации, когда накачка лишь незначительно превышает пороговую.

Поэтому длительность импульса накачки должна быть приблизительно равна этому времени нарастания. В рассмотренных нами условиях максимальное значение инверсии может в 4—10 раз превосходить пороговое значение, поэтому возможна генерация лазерного импульса высокой пиковой мощности и малой длительности.

Наиболее распространенным примером лазера с модуляцией усиления является ТЕА (лазер с поперечным возбуждением при атмосферном давлении, см. разд. 6.3.3.1)  $\text{CO}_2$ -лазер, накачиваемый электрическими импульсами. Выбирая обычную длину резонатора  $L = 1$  м, коэффициент пропускания выходного зеркала 20 % и предполагая, что внутренние потери связаны только с пропусканием зеркала, получаем  $\gamma \approx 0,1$  и  $\tau_c = L/c\gamma \approx 30$  нс. Если считать, что время установления ядерной генерации в десять раз больше  $\tau_c$ , то длительность лазерного импульса должна быть порядка 300 нс, что соответствует экспериментальным данным. Наконец, заметим, что в принципе любой лазер может работать в режиме модуляции усиления, если импульс накачки достаточно короткий и интенсивный, как, например, при накачке другим лазером. В качестве примеров упомянем лазеры на красителе с накачкой короткими ( $\sim 0,5$  нс) импульсами азотного лазера, работающего при атмосферном давлении, или полупроводниковые диодные лазеры, накачиваемые очень коротким ( $\sim 0,5$  нс) импульсом тока.

#### 5.4.5. Синхронизация мод [26, 27]

Метод синхронизации мод позволяет получить генерацию лазерных импульсов сверхкороткой длительности (от нескольких десятков фемтосекунд до нескольких десятков пикосекунд). Синхронизация мод соответствует условию генерации, при котором моды резонатора генерируют с примерно одинаковыми амплитудами и синхронизованными фазами.

В качестве первого примера рассмотрим генерацию  $2n + 1$  продольных мод с одинаковыми амплитудами  $E_0$  (рис. 5.37, а). Предположим, что фазы  $\phi_l$  мод в выходном пучке синхронизованы таким образом, что между ними выполняется соотношение

$$\phi_l - \phi_{l-1} = \phi, \quad (5.106)$$

где  $\phi$  — постоянная величина. При этом полное электрическое поле  $E(t)$  электромагнитной волны в данной точке выходного пучка без учета постоянной части полной фазы можно записать в виде

$$E(t) = \sum_{l=-n}^n E_0 \exp \{ i [ (\omega_0 - l \Delta\omega) t + l\phi ] \}, \quad (5.107)$$

где  $\omega_0$  — частота центральной моды, а  $\Delta\omega$  — межмодовое расстояние. Для простоты рассмотрим поле в той точке пространства, в которой фаза центральной моды равна нулю. В соответствии с выражением (5.107) полное электрическое поле волны  $E(t)$  можно записать следующим образом:

$$E(t) = A(t) \exp(i\omega_0 t); \quad (5.108)$$

здесь

$$A(t) = \sum_{l=-n}^n E_0 \exp il(\Delta\omega t + \phi). \quad (5.108a)$$

Выражение (5.108) показывает, что функция  $E(t)$  может быть представлена в виде синусоидальной волны с несущей частотой, равной частоте центральной моды  $\omega_0$ , причем амплитуда волны  $A(t)$  модулирована во времени. Если выбрать теперь новую временную переменную  $t'$ , такую, что  $\Delta\omega t' = \Delta\omega t + \phi$ , то выражение (5.108a) примет вид

да волны  $A(t)$  модулирована во времени. Если выбрать теперь новую временную переменную  $t'$ , такую, что  $\Delta\omega t' = \Delta\omega t + \phi$ , то выражение (5.108a) примет вид

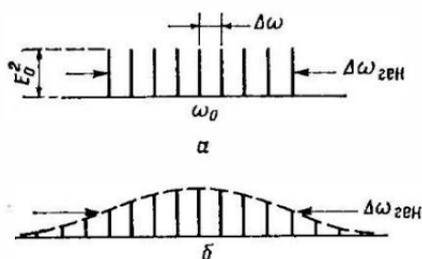
$$A(t') = \sum_{l=-n}^n E_0 \exp(il\Delta\omega t'). \quad (5.109)$$

Рис. 5.37. Частотное распределение амплитуд мод (представленных вертикальными линиями) лазера с синхронизованными модами; *а* — однородное распределение; *б* — гауссово распределение в полосе шириной  $\Delta\omega_{\text{ген}}$ , измеряемой на полувысоте.

Нетрудно заметить, что сумма в правой части этого выражения представляет собой геометрическую прогрессию со знаменателем, равным  $\exp(i\Delta\omega t')$ . При этом можно без особого труда вычислить  $A(t')$ , и мы имеем

$$A(t') = E_0 \frac{\sin [(2n + 1) \Delta\omega t' / 2]}{\sin (\Delta\omega t' / 2)}. \quad (5.110)$$

Чтобы понять физический смысл этого выражения, на рис. 5.38 мы построили величину  $A^2(t')$ , пропорциональную интенсивности пучка, от времени  $t'$  для  $2n + 1 = 7$  генерирующих мод. Видно, что благодаря выполнению условия синхронизации фаз (5.106) генерирующие моды интерферируют друг с другом и образуют цуг равно отстоящих световых импульсов. Максимумы импульсов приходятся на те моменты времени, когда знаменатель в выражении (5.110) обращается в нуль. Таким образом, в новой системе отсчета времени  $t'$  максимум появляется при  $t' = 0$ . Числитель в выражении (5.110) также обращается в нуль при  $t' = 0$ , и мы видим, что  $A^2(0) = (2n + 1)^2 E_0^2$ . Следую-



щий импульс появится, когда в выражении (5.110) числитель дроби вновь обратится в нуль. Это имеет место при таком значении  $t'$ , при котором  $(\Delta\omega t'/2) = \pi$ . Поэтому два последовательных импульса разделены временем

$$\tau_p = 2\pi/\Delta\omega. \quad (5.111)$$

При  $t' > 0$  первый нуль функции  $A^2(t')$  на рис. 5.38 появится тогда, когда числитель дроби в выражении (5.110) вновь обратится в нуль. Это произойдет в такой момент времени  $t'_p$ ,

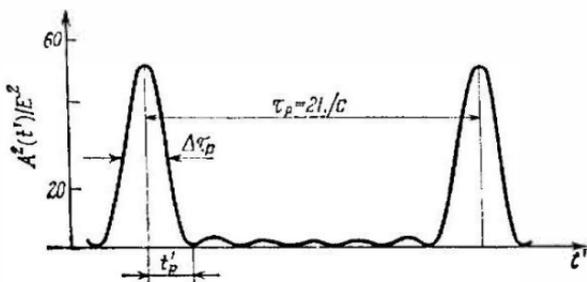


Рис. 5.38. Временная зависимость квадрата амплитуды электрического поля в случае генерации семи мод, синхронизованных по фазе и имеющих одинаковые амплитуды.

при котором выполняется условие  $[(2n + 1)\Delta\omega t'_p/2] = \pi$ . Поскольку ширина  $\Delta t_p$ , измеренная на полувысоте функции  $A^2(t')$  (т. е. каждого лазерного импульса), приблизительно равна  $t'_p$ , мы имеем

$$\Delta\tau_p \approx 2\pi/(2n + 1)\Delta\omega = 1/\Delta\nu_{\text{ген}}; \quad (5.112)$$

здесь  $\Delta\nu_{\text{ген}} = (2n + 1)\Delta\omega_{\text{ген}}/2\pi$  — полная ширина линии генерации (см. рис. 5.37, а).

Временную картину синхронизации мод на рис. 5.38 нетрудно понять, если различные моды представить в виде векторов на комплексной плоскости. При этом  $l$ -й моде соответствует комплексный вектор с амплитудой  $E_0$ , вращающийся с угловой скоростью  $\omega_0 + l\Delta\omega$ . Если мы теперь перейдем к системе координат, вращающейся с угловой скоростью  $\omega_0$ , то центральная мода будет представлять собой вектор, неподвижный относительно этих осей, а  $l$ -я мода — вектор, вращающийся с угловой скоростью  $l\Delta\omega$ . В момент времени  $t' = 0$  в соответствии с (5.109) все векторы будут иметь нулевые фазы и, следовательно, одинаковое направление, которое будем считать расположенным в горизонтальной плоскости на рис. 5.39. В этом случае полное поле равно  $(2n + 1)E_0$ . При  $t' > 0$  векторы мод с частотой  $\omega > \omega_0$  будут

вращаться в одном направлении (например, против часовой стрелки), в то время как векторы мод с частотой  $\omega < \omega_0$  — в противоположном (по часовой стрелке), вектор же центральной моды остается неподвижным. Следовательно, в некоторый момент времени  $t' > 0$  в случае, скажем, пяти мод картина будет выглядеть как на рис. 5.39, а. Если теперь ко времени  $t'$  мода 1 повернулась на угол  $2\pi$  (это имеет место, когда  $\Delta\omega t' = 2\pi$ ), то мода 1' повернется (по часовой стрелке) на угол  $2\pi$ , а моды 2 и 2' повернутся на  $4\pi$ . Следовательно, все эти векторы снова совпадут с вектором центральной моды на частоте  $\omega_0$ , и полное электрическое поле опять станет равным  $(2n + 1)E_0$ . Таким образом, временной интервал  $\tau_p$  между двумя последовательными

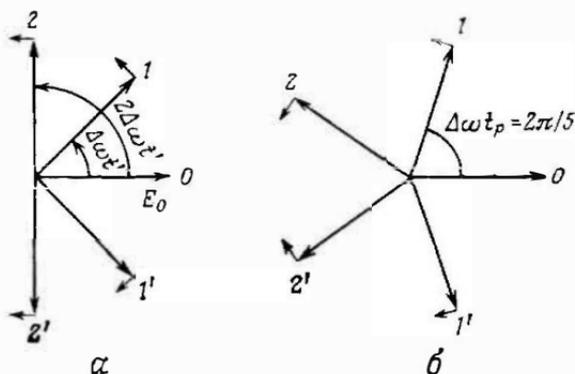


Рис. 5.39. Представление мод резонатора на комплексной плоскости (пять мод). Рисунок б представляет временную точку, когда сумма пяти мод равна нулю.

импульсами должен быть таким, чтобы  $\Delta\omega\tau_p = 2\pi$ , что и утверждает выражение (5.111). Заметим, что на рис. 5.38 момент времени  $t'_p$ , при котором функция  $A(t)$  впервые обращается в нуль, соответствует случаю, когда все векторы повернуты на один и тот же угол относительно друг друга (рис. 5.39, б). Чтобы выполнялось это условие, мода 1 должна повернуться лишь на угол  $2\pi/5$ , или в более общем случае  $2n + 1$  мод на угол  $2\pi/(2n + 1)$ . Таким образом, время  $t'_p$  и тем самым длительность импульса  $\Delta\tau_p$  теперь определяются выражением (5.112).

Прежде чем продолжить рассмотрение явления синхронизации мод, имеет смысл подытожить и прокомментировать полученные к настоящему моменту основные результаты. Мы установили, что условие синхронизации мод (5.106) определяет выходной пучок, который представляет собой цуг синхронизованных по фазе импульсов, причем длительность каждого импульса

$\Delta\tau_p$  примерно равна обратной ширине линии генерации  $\Delta\nu_{\text{ген}}$ . Этот результат нетрудно понять, если вспомнить, что временное поведение каждого импульса есть просто фурье-образ его частотного спектра. Отсюда видно, что, поскольку ширина линии генерации  $\Delta\nu_{\text{ген}}$  может быть порядка ширины линии усиления  $\Delta\nu_0$ , то можно надеяться, что синхронизация мод в твердотельных или полупроводниковых лазерах позволит генерировать очень короткие импульсы (до нескольких пикосекунд). В лазерах на красителе ширина линии усиления в сотни раз превышает эту величину в твердотельных лазерах, что дает возможность получать в этих лазерах и уже действительно были получены значительно более короткие импульсы (до приблизительно 30 фс). В газовых же лазерах ширина линии усиления намного уже (до нескольких гигагерц) и поэтому генерируются относительно длинные импульсы (до  $\sim 100$  пс). А теперь вспомним, что два последовательных импульса разделены временным промежутком  $\tau_p$ , определяемым выражением (5.111). Поскольку  $\Delta\omega = 2\pi\Delta\nu = \pi c/L$ , где  $L$  — длина резонатора, мы имеем  $\tau_p = 2L/c$ , что в точности равно времени полного прохода резонатора. Следовательно, внутри лазерного резонатора генерация будет иметь вид сверхкороткого импульса длительностью  $\Delta\tau_p$ , определяемой выражением (5.112), который распространяется вперед и назад по резонатору. В самом деле, в этом случае пучок на выходе из какого-либо зеркала представляет собой цуг импульсов, причем временной промежуток между двумя последовательными импульсами равен времени полного прохода резонатора. Характерные числовые значения подтверждают такое представление, поскольку пространственная протяженность  $\Delta z$  импульса длительностью, скажем,  $\Delta\tau_p = 1$  пс равна  $\Delta z = c_0\Delta t = 0,3$  мм, т. е. много меньше типичной длины резонатора лазера.

Прежде чем продолжить рассмотрение, необходимо указать на то, что происходит в случае, когда фазы являются случайными. На рис. 5.40 показано временное поведение квадрата амплитуды поля  $|A(t)|^2$  для случая семи мод с межмодовым расстоянием  $\Delta\omega$ , имеющих одинаковые амплитуды  $E_0$  и случайные значения фаз. Мы видим, что выходной пучок, в отличие от рассмотренного выше случая с синхронизацией мод, представляет собой теперь нерегулярную последовательность световых импульсов. Однако, как следует из общих свойств рядов Фурье, длительность каждого светового импульса по-прежнему равна  $\Delta\tau_p$ , или примерно  $1/\Delta\nu_{\text{ген}}$  ( $\Delta\nu_{\text{ген}}$  — полная ширина линии генерации), среднее время между импульсами в точности равно  $\Delta\tau_p$ , а частота повторения импульсов  $\tau_p = 2\pi/\Delta\omega$ . Заметим, что, поскольку время отклика обычного электронного приемника, как правило, значительно превышает  $\Delta\tau_p$ , на выходе многомодового

лазера без синхронизации мод не фиксируется столь сложное временное поведение, а регистрируется усредненная картина. Регистрируемая при этом величина мощности представляет собой просто сумму мощностей каждой моды, и, следовательно, она пропорциональна  $(2n + 1)E_0^2$ . Поскольку в случае синхронизации мод пиковая мощность пропорциональна  $(2n + 1)^2 E_0^2$ , мы видим, что синхронизация мод полезна для создания импульсов не только с очень короткой длительностью, но также и с вы-

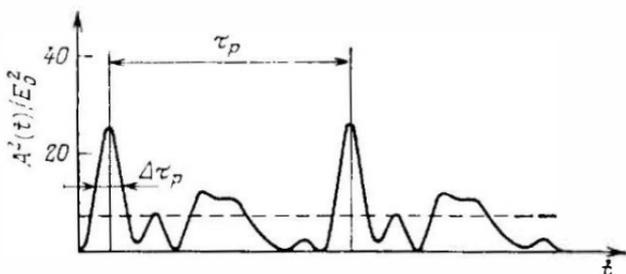


Рис. 5.40. Временная зависимость квадрата амплитуды электрического поля для случая семи генерируемых мод с равными амплитудами и случайно выбранными фазами ( $\phi_1 = 2,4789$ ,  $\phi_2 = 2,3316$ ,  $\phi_3 = 5,5959$ ,  $\phi_4 = 4,3687$ ,  $\phi_5 = 0,6872$ ,  $\phi_6 = 0,7608$ ,  $\phi_7 = 1,5217$ , радиан).

сокой пиковой мощностью. Действительно, как это вытекает из приведенного выше рассмотрения, отношение пиковой импульсной мощности в случае синхронизации мод к средней мощности без синхронизации мод равно числу  $2n + 1$  генерируемых мод, которое для твердотельных и жидкостных лазеров может быть довольно большим ( $10^3 - 10^4$ ).

До сих пор мы ограничивались рассмотрением нереального случая спектра мод, имеющих одинаковые амплитуды (рис. 5.37, а). В общем случае модовый спектр имеет, как правило, колоколообразную форму. Для объяснения того, что происходит в этом случае, предположим, что модовый спектр имеет гауссово распределение (рис. 5.37, б). Следовательно, амплитуду  $E_l$  для  $l$ -й моды можно записать в виде

$$E_l^2 = E_0^2 \exp \left[ - \left( \frac{2l \Delta\omega}{\Delta\omega_{\text{ген}}} \right)^2 \ln 2 \right], \quad (5.113)$$

где  $\Delta\omega_{\text{ген}}$  — спектральная ширина линии, измеренная на половине высоты. Если мы снова предположим, что фазы синхронизированы в соответствии с выражением (5.106) и фаза центральной моды равна нулю, то  $E(t)$  можно снова записать в виде (5.108), причем амплитуда  $A(t)$  в системе отсчета вре-

мени  $t'$  дается выражением

$$A(t') = \sum_{l=-\infty}^{\infty} E_l \exp i(l \Delta \omega t'). \quad (5.114)$$

Если сумму аппроксимировать интегралом, т. е. записать  $A(t) \approx \int E_l \exp i(l \Delta \omega t) dl$ , то оказывается, что амплитуда поля  $A(t)$  пропорциональна фурье-образу величины спектральной амплитуды  $E_l$ . При этом получаем следующее выражение:

$$A^2(t) \sim \exp[-(2t/\Delta\tau_p)^2 \ln 2], \quad (5.115)$$

где ширина импульса  $\Delta\tau_p$ , определяемая на половине высоты, дается выражением

$$\Delta\tau_p = 2 \ln 2 / \pi \Delta\nu_{ген} = 0,441 / \Delta\nu_{ген}. \quad (5.116)$$

Рассмотренные два примера синхронизации мод позволяют сделать вывод о том, что при выполнении условия синхронизации мод (5.106) амплитуда поля оказывается пропорциональной фурье-образу спектральной амплитуды. Длительность импульса  $\Delta\tau_p$  связана с шириной спектральной интенсивности  $\Delta\nu_{ген}$  соотношением  $\Delta\tau_p = k / \Delta\nu_{ген}$ , где  $k$  — числовой множитель (порядка единицы), который зависит от конкретного вида распределения спектральной интенсивности. Такой импульс называют импульсом, длительность которого определяется *обратной шириной спектра*<sup>1)</sup>.

При условиях синхронизации, не совпадающих с (5.106), длительность выходного импульса может существенно отличаться от обратной ширины спектра. Если, например, представить  $\phi_l$  в виде

$$\phi_l = l\phi_1 + l^2\phi_2 \quad (5.117)$$

[заметим, что условие (5.106) можно записать как  $\phi_l = l\phi$ ] и предположить, что амплитудное распределение является гауссовым [определяемым выражением (5.113)], то фурье-образ спектра можно снова получить аналитически, а амплитуду  $E(t)$  в этом случае можно записать следующим образом:

$$E(t) \sim \exp[-\alpha t^2] \exp[i(\omega_0 t + \beta t^2)]. \quad (5.118)$$

<sup>1)</sup> В оригинале такой импульс назван *transform limited pulse*. В советской литературе нет эквивалентного этому установившегося термина. Он относится к импульсам, генерируемым в идеальном режиме, когда все моды в полосе генерации синхронизованы, а фазовая или частотная модуляция отсутствует. В этом случае огибающая импульса однозначно связана преобразованием Фурье с полным спектром генерации и предельная (минимальная) длительность импульса ограничивается только обратной шириной спектра. — *Прим. перев.*

Отсюда видно, что интенсивность пучка, пропорциональная  $|E(t)|^2$ , по-прежнему описывается гауссовой функцией с шириной  $\Delta\tau_p$ , равной

$$\Delta\tau_p = (2 \ln 2/\alpha)^{1/2}. \quad (5.118a)$$

Здесь используется параметр  $\alpha$ , встречающийся в выражении (5.118). Однако заметим, что из-за наличия в (5.117) квадратичного по модовому индексу  $l$  фазового члена  $l^2\phi_2$  функция  $E(t)$  имеет теперь квадратичный по времени фазовый член  $\beta t^2$ . Отсюда следует, что у несущей частоты волны  $\omega_0 + 2\beta t$  появилось линейное по времени смещение. Значение величины  $\beta$  и тем самым величина этого смещения зависит от  $\phi_2$  в (5.117), однако точное выражение для  $2\beta t$  мы здесь не будем приводить, поскольку в дальнейшем оно не понадобится. Однако следует подчеркнуть, что импульс с линейно меняющейся во времени частотой, представленный в форме (5.118), может на самом деле быть получен при выполнении определенных условий синхронизации мод, определяемых выражением (5.117). Теперь нетрудно показать, что длительность импульса вида (5.118) не определяется обратной шириной спектра. Чтобы убедиться в этом, вычислим спектральную ширину импульса, применяя преобразование Фурье к выражению (5.118). Оказывается, что в этом случае ширина линии генерации равна

$$\Delta\nu_{\text{ген}} = \frac{0,441}{\Delta\tau_p} \left[ 1 + \frac{(\beta \Delta\tau_p^2)^2}{2 \ln 2} \right]^{1/2}. \quad (5.119)$$

При выводе этого выражения использовано также соотношение (5.118a). Из (5.119) видно, что для  $\beta \Delta\tau_p^2 \gg 1$ , т. е. для достаточно больших частотных смещений произведение  $\Delta\tau_p \Delta\nu_{\text{ген}}$  значительно превосходит единицу. Физический смысл этого можно понять, если заметить, что спектральное уширение обусловлено теперь как амплитудной модуляцией поля  $E(t)$  [которой отвечает первый член в правой части выражения (5.119)], так и частотным сдвигом  $2\beta t$  [которому отвечает второй член в правой части выражения (5.119)].

#### 5.4.5.1. Методы синхронизации мод

Методы синхронизации мод можно разделить на две категории: 1) активную синхронизацию мод, при которой потери или усиление лазера модулируются внешним управляющим сигналом, и 2) пассивную синхронизацию мод, создаваемую соответствующим насыщающимся поглотителем<sup>1)</sup>.

<sup>1)</sup> Просветляющимся фильтром. — Прил. ред.

В качестве первого примера активной синхронизации мод рассмотрим случай, когда в резонатор помещен управляемый внешним сигналом модулятор, который создает синусоидальные во времени потери на частоте  $\Delta\omega'$ . Если  $\Delta\omega' \neq \Delta\omega$ , то эти потери приведут просто к амплитудной модуляции электрического поля  $E(t)$  каждой моды резонатора:

$$E_l(t) = E_0 (1 + \delta \cos \Delta\omega' t) \cos(\omega_l t + \phi_l), \quad (5.120)$$

где  $\delta$  — глубина модуляции, а  $\omega_l$  и  $\phi_l$  — частота и фаза моды. Заметим, что в (5.120) входит член

$$\begin{aligned} E_0 \delta \cos \Delta\omega' t \cos(\omega_l t + \phi_l) = \\ = (E_0 \delta / 2) \{ \cos [(\omega_l + \Delta\omega') t + \phi_l] + \cos [(\omega_l - \Delta\omega') t + \phi_l] \}, \end{aligned}$$

и в результате поле  $E_l(t)$  на самом деле содержит две компоненты, колеблющиеся на частотах  $\omega_l \pm \Delta\omega'$  (боковые полосы модуляции). Если  $\Delta\omega' = \Delta\omega$ , то эти боковые полосы совпадут с частотами соседних мод резонатора, которые равны  $\omega_l \pm \Delta\omega$ . Таким образом, члены, содержащие выражения для этих боковых полос, войдут в два уравнения для полей соседних мод резонатора на частотах  $\omega_l \pm \Delta\omega$ . Поэтому уравнения мод резонатора образуют систему в том смысле, что уравнение для поля одной моды резонатора содержит два члена, возникающих при модуляции двух соседних мод. Можно показать, что при этом механизме синхронизации, если модулятор расположен очень близко к одному из зеркал, фазы мод будут синхронизованы в соответствии с выражением (5.106). Этот способ синхронизации мод часто называют амплитудно-модуляционной (АМ) синхронизацией мод.

Принцип действия АМ-синхронизации мод, возможно, легче понять, если рассматривать ее во временном, а не в частотном представлении. На рис. 5.41, а показана временная зависимость потерь  $\gamma$  резонатора, которые модулируются на частоте  $\Delta\omega'$ . Будем считать, что модулятор расположен вблизи одного из зеркал резонатора. Если  $\Delta\omega' = \Delta\omega$ , то период модуляции  $T'$  равен времени полного прохода резонатора  $2L/c$ . В этом случае световые импульсы в резонаторе будут изменяться со временем так, как показано на рис. 5.41, а. Действительно, импульс, который проходит через модулятор в момент времени  $t_m$  при минимальных потерях, будет снова возвращаться в модулятор через интервал времени  $2L/c$ , когда потери вновь станут минимальными. Если же предположить, что импульс изначально проходит через модулятор в момент времени, скажем, чуть раньше  $t_m$  (показан сплошной кривой на рис. 5.41, б), то благодаря переменным во времени потерям модулятора  $\gamma_m$  передний фронт импульса

будет испытывать меньшие потери, чем задний фронт (см. импульс, выделенный штриховой линией на рис. 5.41, б). Следовательно, после прохождения импульса через модулятор момент времени, в который наблюдается пик импульса, сдвигается таким образом, что при следующем прохождении пик окажется ближе к  $t_m$ . Это показывает, что случай на рис. 5.41, а соответствует устойчивой синхронизации мод.

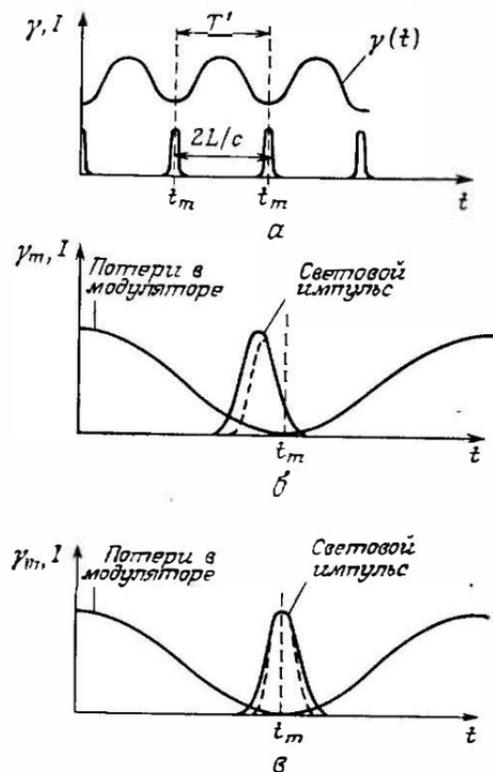


Рис. 5.41. Представление процесса АМ-синхронизации мод во времени. а — условие стационарной генерации; б — световой импульс, приходящий раньше момента времени  $t_m$ , соответствующего минимальным потерям; в — укорочение импульса, когда он приходит в момент времени  $t_m$ .

После этого предварительного рассмотрения АМ-синхронизации мод можно исследовать физические явления, которые определяют длительность импульсов в режиме синхронизации мод. В зависимости от того, однородно или неоднородно уширенной является лазерная линия, эти явления оказываются совершенно различными. В случае неоднородно уширенной линии и при значительном превышении над порогом генерации  $\Delta\nu_{ген}$  стремится занять всю ширину лазерной линии  $\Delta\nu_0$ . Предполагая, что амплитуды мод имеют гауссово распределение, из выражения (5.116) получаем

$$\Delta\tau_p \approx 0,44/\Delta\nu_0^* \quad (5.121)$$

В случае однородно уширенной линии спектр генерации, как показано в разд. 5.3.5.1, стремится сосредоточиться в узкой области около центральной частоты  $\nu_0$ . При этом ширина спектра генерации и, следовательно, длительность импульса лазера определяются другим физическим механизмом. Обращаясь к рис. 5.41, предположим, что лазерный импульс конечной длительности проходит через модулятор в момент времени  $t_m$ , соответствующий минимуму потерь. Выходящий из модулятора

импульс (штриховая линия) имеет меньшую длительность, чем входящий (сплошная линия), поскольку передний и задний фронты импульса несколько ослабляются, в то время как пик импульса проходит без ослабления. Однако этому сужению противодействует уширение импульса, которое имеет место, когда импульс распространяется через активную среду. Как уже отмечалось выше, однородно уширенная линия стремится уменьшить ширину линии генерации импульса и, следовательно, увеличить его длительность. Стационарная форма импульса, которая устанавливается этими двумя конкурирующими эффектами сужения импульса (в модуляторе) и уширения (в усилителе), может быть довольно просто и с хорошей точностью описана аналитически (см. Приложение В). Действительно, при обычных условиях профиль интенсивности может быть описан гауссовой функцией, ширина которой на половине высоты максимума дается выражением

$$\Delta\tau_p \approx 0,45/(\nu_m \Delta\nu_0)^{1/2}, \quad (5.122)$$

где  $\nu_m$  — частота модуляции ( $\nu_m = c/2L$ ). Если сравнить выражения для длительностей импульсов в случае неоднородно уширенной (5.121) и однородно уширенной (5.122) линий усиления при одном и том же значении ширины лазерной линии (т. е. при  $\Delta\nu_0^* = \Delta\nu_0$ ), то получим

$$(\Delta\tau_p)_{\text{однор}}/(\Delta\tau_p)_{\text{неоднор}} \approx (\Delta\nu_0/\nu_m)^{1/2}. \quad (5.123)$$

Поскольку обычно справедливо неравенство  $\Delta\nu_0/\nu_m = (\Delta\nu_0 L/2c) \gg 1$ , мы видим, что в случае однородного уширения линии импульс имеет значительно большую длительность, чем в случае неоднородного уширения. В качестве заключительного замечания по этому вопросу укажем на то, что механизм сужения импульса, который изображен на рис. 5.41, в, не играет сколько-нибудь существенной роли в случае неоднородно уширенной линии, хотя, очевидно, действует и в этом случае. Действительно, длительность импульса в данном случае определяется обратной шириной линии, а основная роль модулятора состоит в осуществлении такого синхронизма между модами, на которых происходит генерация, чтобы лазерные импульсы проходили через модулятор в те моменты времени, в которые потери минимальны (рис. 5.41, а).

В качестве второго примера активной синхронизации мод предположим, что внутрь резонатора помещен управляемый внешним сигналом модулятор, у которого показатель преломления  $n$  изменяется с частотой  $\Delta\omega'$ . Если модулятор расположен

около одного из зеркал резонатора и если  $\Delta\omega' = \Delta\omega$ , то фазы мод опять становятся синхронизованными, хотя соотношение между ними отличается от (5.106). Тем не менее мы снова получаем короткие импульсы длительностью порядка обратной ширины спектра генерации. Поскольку оптическая длина модулятора <sup>1)</sup> равна  $L'_{\text{опт}} = n(t) L'$ , где  $L'$  — его истинная длина, этот тип модулятора производит модуляцию эффективной длины резонатора. Вследствие этого модулируются и его резонансные частоты, отчего данный метод синхронизации часто называют частотно-

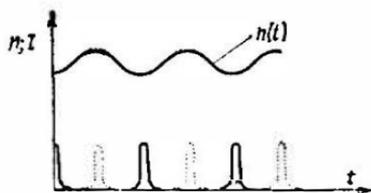


Рис. 5.42. ЧМ-синхронизация мод. Временная зависимость показателя преломления модулятора  $n$  и интенсивности  $I$  выходного излучения лазера.

модулированной (ЧМ) синхронизацией мод. Во временном представлении ЧМ-синхронизацию мод можно описать так, как показано на рис. 5.42. Заметим, что в данном случае имеются два устойчивых состояния синхронизации мод, при которых световой импульс проходит через модулятор либо при каждом минимуме функции  $n(t)$  (импульсы, изображенные сплошными линиями), либо при каждом максимуме (импульсы, изображенные штриховыми линиями).

В действительности же во многих случаях между этими двумя состояниями происходят переключения. Более глубокое описание процессов, которые имеют место в этом случае, представляет собой более трудную задачу, чем при АМ-синхронизации. Поскольку ЧМ-синхронизация значительно реже используется на практике, мы не будем ее в дальнейшем рассматривать, а ограничимся лишь указанием на то, что действие модулятора эквивалентно тому, как если бы в резонаторе без модулятора заставляли колебаться одно из зеркал с частотой  $\Delta\omega$ . В соответствии с ситуацией, изображенной на рис. 5.42, импульсы в режиме синхронизации мод стремятся попасть на зеркало в тот момент времени, когда зеркало находится в одном из своих крайних положений (т. е. когда оно находится в покое).

В качестве третьего примера активной синхронизации мод рассмотрим случай, когда модулируется усиление лазера, а не его потери. Если данный лазер накачивается излучением другого лазера, модуляция усиления осуществляется, как правило, если лазер накачки работает в режиме синхронизации мод, причем длина  $L$  резонатора накачиваемого лазера регулируется та-

<sup>1)</sup> Оптическая длина  $L'_{\text{опт}}$  определяется здесь следующим образом: набег фазы волны при прохождении через модулятор записывается в виде  $\phi = (2\pi/\lambda_0) L'_{\text{опт}}$ .

ким образом, чтобы период повторения импульсов  $2L/c$  был равен периоду следования импульсов лазера накачки. Тогда импульсы накачиваемого лазера будут синхронизованы с импульсами лазера накачки, и поэтому данный метод называют синхронизацией мод при синхронной накачке. Этот тип накачки можно также осуществить в полупроводниковом лазере, пропускающая через диодный переход ток в виде импульсов с частотой повторения  $c/2L$ , где  $L$  — длина резонатора полупроводникового лазера. В обоих случаях зависимость усиления лазера от времени при такой импульсной накачке имеет вид, показанный

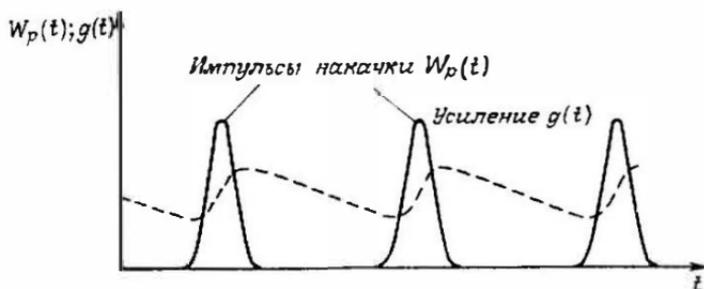


Рис. 5.43. Временная зависимость скорости накачки  $W_p(t)$  и усиления лазера  $g(t)$  в лазере с синхронизацией мод и синхронной накачкой.

штриховой линией на рис. 5.43. Из рассмотрения АМ-синхронизации мод нетрудно понять, что импульсы в режиме синхронизации мод (не показаны на рис. 5.43) будут стремиться проходить через активную среду в те моменты времени, когда имеет место максимальное усиление. Заметим, что для того, чтобы эта схема заработала, время релаксации инверсии синхронно накачиваемого лазера должно быть достаточно небольшим (а именно порядка времени прохода резонатора), чтобы соответствующее усиление было заметно промодулированным. Поэтому данный метод часто применяется в лазерах на красителях, на центрах окраски и в полупроводниковых лазерах, которые имеют короткие времена жизни верхнего состояния (несколько наносекунд).

В качестве последнего примера рассмотрим пассивную синхронизацию мод при помощи насыщающегося поглотителя. Выберем поглотитель, у которого частота перехода совпадает с частотой лазера, интенсивность насыщения невелика и время релаксации много меньше времени прохода резонатора (быстрый насыщающийся поглотитель). Чтобы понять, каким образом такой поглотитель может привести к синхронизации мод, рассмотрим его поведение во временном представлении. Предположим, что поглотитель представляет собой тонкую ячейку,

непосредственно прилегающую к одному из зеркал резонатора (рис. 5.44, а). Если моды вначале не синхронизованы, то интенсивности каждой из двух распространяющихся в резонаторе волн представляют собой случайные последовательности световых всплесков (на рис. 5.44, а указаны цифрами 1, 2 и 3; см. также рис. 5.40). Вследствие насыщения поглотителя наиболее интенсивный импульс, помеченный на рисунке цифрой 1,

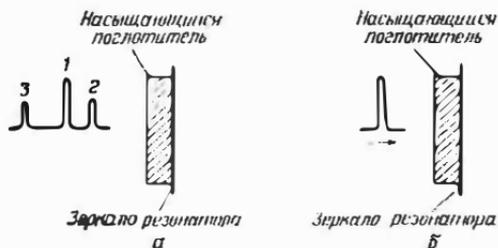


Рис. 5.44. Временное представление процесса пассивной синхронизации мод.

пытает наименьшее ослабление<sup>1)</sup> в поглотителе. Этот импульс будет нарастать быстрее других, а после многих проходов резонатора в конечном счете установится картина, изображенная на рис. 5.44, б, когда останется один мощный импульс. В действительности насыщающийся поглотитель дей-

ствует так, как мы описали выше, только если его время релаксации меньше промежутка времени между двумя последовательными шумовыми импульсами на рис. 5.44, а или по крайней мере сравнимо с ним (обычно около нескольких десятков пикосекунд). В случае медленного поглотителя (т. е. когда  $\tau$  имеет порядок нескольких наносекунд) насыщение поглотителя, вызванное, например, импульсом 1 на рис. 5.44, а, не успеет заметно релаксировать к моменту прихода импульса 3 и выделения наиболее интенсивного импульса не будет происходить.

Хотя во многих лазерах с пассивной синхронизацией мод применяются быстрые насыщающиеся поглотители, в некоторых условиях синхронизацию мод могут обеспечить также медленные насыщающиеся поглотители. Это возможно, когда энергия насыщения усиливающей среды сравнима с энергией насыщения поглотителя, хотя и несколько превышает ее. К синхронизации мод в этом случае приводят весьма тонкие физические явления [28], которые мы опишем с помощью рис. 5.45. Для простоты предположим, что как насыщающийся поглотитель, так и активная среда помещены вместе в одну и ту же кювету на одном из концов лазерного резонатора. Будем считать, что до появления импульса потери преобладают над усилением, поэтому участок переднего фронта импульса испытывает ослабление. С некоторого момента времени в течение переднего фронта импульса, когда накопленная плотность энергии импульса станет сравни-

<sup>1)</sup> Относительное ослабление. — Прим. перев.

мой с плотностью энергии насыщения поглотителя, поглотитель начнет насыщаться. Потери в поглотителе могут таким образом оказаться меньше, чем усиление, и, если энергия импульса достаточно велика, это произойдет в некий момент времени на переднем фронте импульса (точки  $t_1$  и  $t'_1$  на рис. 5.45). Начиная с этого времени импульс будет не ослабляться, а усиливаться. Однако, если плотность энергии насыщения усиливающей среды лишь ненамного выше, чем у насыщающегося поглотителя, то

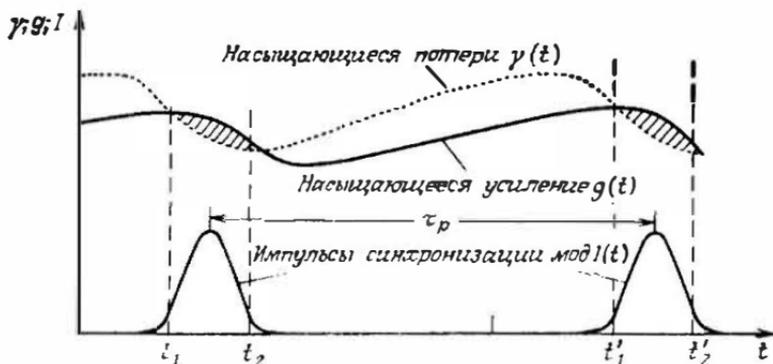


Рис. 5.45. Непрерывная синхронизация мод с помощью медленно насыщающегося поглотителя. Заметим, что на рисунке не соблюдается масштаб, поскольку длительность синхронизованного импульса обычно меньше  $1$  пс, тогда как интервал времени между двумя последовательными импульсами  $\tau_p$ , т.е. время обхода резонатора, равно обычно нескольким наносекундам.

насыщение усиления тоже произойдет несколько позже на временной шкале импульса. Следовательно, в некоторый момент времени на заднем фронте импульса (точки  $t_2$  и  $t'_2$  на рис. 5.45) усиление может стать меньше потерь. При указанных выше условиях импульс будет испытывать усиление в своей центральной части (т.е. при  $t_1 < t < t_2$ ) и ослабление на краях (т.е. при  $t < t_1$  и  $t > t_2$ ). Таким образом, при прохождении через кювету импульс будет сужаться и усиливаться. Этот процесс сужения и усиления прекратится тогда, когда длительность импульса станет сравнимой с обратной шириной полосы усиления  $\Delta\nu_0$ . Следовательно, в этом случае длительность импульса  $\Delta\tau_p$  должна быть примерно равна  $1/\Delta\nu_0$ . Заметим, наконец, что после прохождения импульса в режиме синхронизации мод и до появления следующего насыщающегося потери восстанавливаются до своего исходного уровня посредством спонтанной (излучательной и безызлучательной) релаксации. В течение того же самого интервала времени в процессе накачки восстанавливается начальное значение насыщающегося усиления. Чтобы это происходило,

необходимо, чтобы время восстановления усиливающей среды (т. е. время жизни ее верхнего уровня) было сравнимо с временем полного прохода резонатора. Поэтому данный тип синхронизации мод можно реализовать на короткоживущих (порядка нескольких наносекунд) усиливающих средах, таких, как красители или полупроводники, но его нельзя осуществить на долгоживущих (порядка 1 мс) усиливающих средах, вроде Nd:YAG или CO<sub>2</sub>. Однако если выполнить весьма тонкие условия, необходимые для данного метода синхронизации мод, то можно получать очень короткие световые импульсы длительностью вплоть до обратной ширины линии лазера. Действительно, таким способом в лазере на красителе с непрерывной накачкой и пассивной синхронизацией мод были получены самые короткие импульсы ( $\sim 25$  фс в лазере на родамине 6G с синхронизацией мод на насыщающемся поглотителе DODCI).

#### 5.4.5.2. Лазерные системы с синхронизацией мод

Лазеры с синхронизацией мод могут работать как с импульсной, так и с непрерывной накачкой (рис. 5.46). При импульсной накачке активная синхронизация мод достигается, как правило,

с помощью электрооптического модулятора на ячейке Погкельса или акустооптического модулятора. Возможная конфигурация модулятора на ячейке Погкельса соответствует рис. 5.28, а, когда прикладываемое к ячейке напряжение модулируется по синусоидальному закону от нуля до доли четвертьволнового напряжения. Пассивная синхронизация мод в импульсных лазерах обычно осуществляется применением быстрых насыщающихся поглотителей. В импульсном режиме общая длительность  $\Delta\tau_p$  огибающей

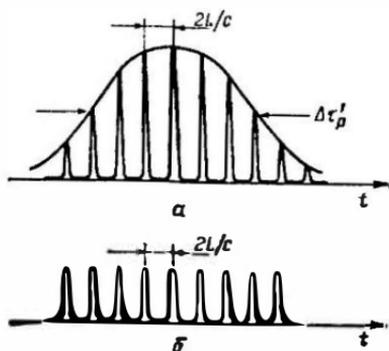


Рис. 5.46. Синхронизация мод лазера в импульсном (а) и непрерывном (б) режимах работы.

цуга импульсов в режиме синхронизации мод в некоторых случаях определяется длительностью импульса накачки. Это справедливо, например, для усиливающих сред с быстрым временем восстановления (например, лазеров на красителях), в которых  $\Delta\tau_p$  может составлять обычно несколько микросекунд. В случае усиливающих сред с большим временем восстановления (например, твердотельных лазерах), когда для синхронизации мод применяется насыщающийся поглотитель, наличие такого погло-

тителя приведет не только к синхронизации мод, но и к модуляции добротности. При этом длительность  $\Delta\tau'_p$  огибающей цуга импульсов будет определяться длительностью импульса в режиме модуляции добротности  $\Delta\tau_p$ , вычисленной в разд. 5.4.3.3 (несколько десятков наносекунд). Заметим, что если наряду с медленно усиливающей средой<sup>1)</sup> используется медленно насыщающийся поглотитель ( $\tau$  около нескольких наносекунд), то, как было показано в разд. 5.4.3.1, вместо синхронизации мод будет наблюдаться пассивная модуляция добротности селекцией (одной продольной) моды.

В случае синхронизации мод при непрерывной накачке выходящий пучок состоит из непрерывного цуга импульсов, в котором интервал между двумя соседними импульсами равен времени полного прохода резонатора  $2L/c$  (см. рис. 5.46, б). Активная синхронизация осуществляется, как правило, либо модулятором на ячейке Поккельса, либо акустическим модулятором, что более общепринято, поскольку потери, вносимые этим модулятором в резонатор, меньше. Акустооптический модулятор, используемый для синхронизации мод, отличается от того, который применяется при модуляции добротности (см. рис. 5.30), поскольку грань, к которой прикреплен преобразователь, и противоположная грань оптического блока вырезаны параллельно друг другу. Звуковая волна, возбуждаемая преобразователем, теперь отражается назад противоположной гранью блока. Если длина оптического блока равна целому числу полуволн звуковой волны, то возникают звуковые стоячие волны. В этих условиях, если частота звуковой волны равна  $\omega$ , дифракционные потери будут промодулированы с частотой  $2\omega$ . Действительно, дифракционные потери достигают максимума в те моменты времени, когда имеет место максимума амплитуды стоячей волны.

<sup>1)</sup> Следует заметить, что мы используем термины «быстрый» и «медленный» по отношению к времени восстановления в различных смыслах для поглотителя и для усиливающей среды. Время восстановления насыщающегося поглотителя считается медленным, если его величина (обычно несколько наносекунд) сравнима с типичным временем полного прохода резонатора. Такое значение времени жизни характерно для поглотителей, у которых релаксация определяется спонтанным излучением на электродипольно разрешенном переходе. Время восстановления считается коротким (несколько пикосекунд), если оно сравнимо с характерной длительностью импульса в режиме синхронизации мод. Столь короткие времена восстановления обычно имеют место при быстрой безызлучательной релаксации в поглотителе. В противоположность этому время жизни усиливающей среды считается коротким (а среда — быстрой), если оно сравнимо с временем полного прохода резонатора. Это имеет место в случае электродипольно разрешенных лазерных переходов. Время жизни усиливающей среды считается длинным (а среда — медленной), если оно соответствует электродипольно запрещенному переходу ( $\tau$  порядка миллисекунд).

Рассмотрим теперь стоячую звуковую волну вида  $S = S_0(\sin \omega t)(\sin kz)$ . Максимум амплитуды стоячей волны равен  $S_0$  и достигается дважды за период колебаний (а именно при  $t = 0$  и при  $t = \pi/\omega$ ). Таким образом, потери модулируются с частотой  $2\omega$  и синхронизация мод происходит при выполнении следующих двух условий: 1) если модулятор расположен как можно ближе к одному из зеркал резонатора и 2) если частота модуляции  $2\omega$  равна  $2\pi(c/2L)$  и преобразователь возбуждается

Таблица 5.1. Лазерные системы с синхронизацией мод

| Активная среда        | Элемент, осуществляющий синхронизацию мод <sup>1)</sup> | Режим работы                                     | $\Delta\tau_p$ |
|-----------------------|---|--|----------------|
| <b>Газ:</b>           |   |  |                |
| He — Ne               | Кварцевый АОМ   | Непрерывный                                      | 1 нс           |
| He — Ne               | НП (кювета с неонем)                                    | »  | 350 пс         |
| He — Ne               | НП (крезилфиолет в метакрилате)                         | »  | 220 пс         |
| Ar <sup>+</sup>       | Кварцевый АОМ   | »  | 150 пс         |
| CO <sub>2</sub>       | Германиевый АОМ   | »  | 10—20 нс       |
| (низкого давления)    | НП (SF <sub>6</sub> )                                   | »  | 10—20 нс       |
| CO <sub>2</sub> (ТЕА) | Германиевый АОМ   | Импульсный                                       | 1 нс           |
|                       | НП (SF <sub>6</sub> )                                   | »  | 1 нс           |
| <b>Твердое тело:</b>  |   |  |                |
| Nd : YAG              | Кварцевый АОМ   | Непрерывный                                      | 100 пс         |
| Nd : YAG              | ЭОМ (LiNbO <sub>3</sub> )                               | Импульсный                                       | 40 пс          |
| Стекло с неодимом     | НП (красители 9860 или 9840 фирмы «Кодак»)              |  | 5 пс           |
| Рубин                 | НП (DDI)  | »  | 10 пс          |
| GaAs                  | НП  | Непрерывный                                      | 5 пс           |
| Центры окраски        | Синхронная накачка                                      | »  | 5 пс           |
| <b>Жидкость:</b>      |   |  |                |
| Родами 6G             | НП (DODCI)  | Непрерывный с накачкой Ag <sup>+</sup> -лазером  | 25 фс          |
| »                     | »   | С накачкой импульсной лампы                      | 1 пс           |
| »                     | Синхронная накачка                                      | Непрерывный, с накачкой Ag <sup>+</sup> -лазером | 0,5 пс         |

<sup>1)</sup> Здесь приняты следующие аббревиатуры: АОМ — акустооптический модулятор, НП — насыщающийся поглотитель, ЭОМ — электрооптический модулятор.

с частотой  $\nu$ , равной  $c/4L$  (например,  $\nu = 50$  МГц при  $L = 1,5$  м)<sup>1)</sup>.

В заключение данного раздела, а также раздела, целиком посвященного синхронизации мод, в табл. 5.1 мы суммировали режимы работы некоторых наиболее распространенных лазеров с синхронизацией мод. В следующей главе мы дадим подробное описание каждого из этих лазеров. Здесь же мы лишь заметим, что при использовании акустооптического модулятора для синхронизации мод длительности  $\Delta t_p$  импульсов  $Ag^+$ - и  $Nd:YAG$ -лазера с непрерывной накачкой окажутся сравнимыми, хотя ширина линии у  $Nd:YAG$ -лазера ( $\Delta\nu_0 \approx 150$  ГГц) существенно больше, чем у  $Ag^+$ -лазера ( $\Delta\nu_0^* = 3,5$  ГГц). Это связано с тем, что лазерная линия в  $Nd:YAG$  уширена однородно, в то время как в аргоновом лазере она уширена неоднородно. Заметим также, что самые короткие импульсы (25 фс) получены от непрерывного лазера на красителе родамин 6G с синхронизацией мод посредством насыщающегося поглотителя DODCI.

#### 5.4.6. Разгрузка резонатора

Метод разгрузки резонатора позволяет вывести энергию, накопленную в лазере, за время, равное времени полного прохода резонатора. Идею этого метода можно понять при помощи рис. 5.47. На этом рисунке изображен резонатор, составленный из зеркал с коэффициентом отражения 100 %, а выходной пучок выводится с помощью устройства специального типа. Коэффициент отражения  $R = R(t)$  этого устройства до определенного момента времени равен нулю, а затем резко возрастает до 100 %. Таким образом, это устройство за два прохода выведет из резонатора (разгрузит резонатор) всю циркулирующую в лазере энергию. Впрочем, если коэффициент отражения  $R$  устройства переключается на величину, меньшую чем 100 %, то

<sup>1)</sup> Следует заметить, что требование расположения модулятора у зеркала резонатора не обязательно и используется автором для упрощения изложения. В действительности (предполагая модулятор тонким) устойчивой синхронизации мод можно добиться, располагая ячейку на расстоянии от зеркала, кратной длине резонатора  $L$ . При этом частота следования импульсов, если ячейка расположена на расстоянии  $L/2$ ,  $L/3$ , и т. д. от одного из зеркал, будет равна соответственно  $c/L$ ,  $3c/2L$  и т. д. Это нетрудно понять, используя временное представление и полагая, что в каждый момент времени, когда мы имеем минимум потерь, в модуляторе «встречаются» два распространяющихся в разные стороны импульса. Разумеется, потребуется изменение рабочей частоты активного модулятора, насыщающийся же поглотитель настраивается сам. Аналогичным образом рассчитывается и лазер с синхронной накачкой или насыщающимся усилением (см. обсуждение в связи с рис. 6.34). Наконец, заметим, что для лазера бегущей волны (см., например, рис. 5.11) положение поглотителя не существенно. — *Прим. перев.*

устройство разгрузки резонатора все равно будет функционировать, выводя наружу долю  $R$  циркулирующей энергии, если коэффициент отражения переключается до его большого значения за время полного прохода резонатора, а затем возвращается к нулевому значению. Разгрузка резонатора является общим методом, который можно с успехом применять в лазере с синхронизацией мод, непрерывном лазере и лазере с модулированной добротностью. В дальнейшем мы ограничимся рассмотрением разгрузки резонатора в лазере с синхронизацией мод, поскольку

на практике это именно тот случай, когда наиболее часто применяется разгрузка резонатора.

Для импульсных лазеров с синхронизацией мод резонатор обычно разгружают в тот момент времени, когда внутрирезонаторный импульс достигает максимума (см. рис. 5.46, а). При этом

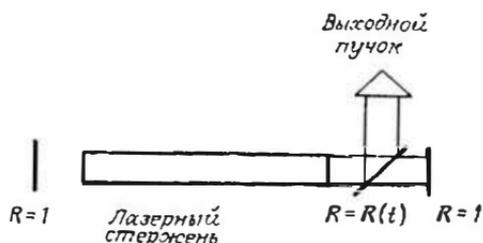


Рис. 5.47. Принцип работы лазера с разгрузкой резонатора.

из резонатора лазера выходит единственный мощный ультракороткий импульс. Заметим, что если в высокоотражающем состоянии выходного устройства коэффициент отражения равен 100 %, разгрузка резонатора достигается только переключением устройства в состояние с этим коэффициентом отражения. Данный способ разгрузки резонатора часто осуществляется электрооптическим модулятором на ячейке Погкельса, имеющим конфигурацию, аналогичную той, которая используется при модуляции добротности (рис. 5.28). В конфигурации, показанной на рис. 5.28, а, в момент времени, когда необходима разгрузка, к ячейке Погкельса прикладывают импульс четвертьволнового напряжения и на выходе отбирается отраженный от поляризатора пучок.

В случае непрерывного лазера с модуляцией добротности метод разгрузки резонатора можно использовать периодически для получения цуга ультракоротких импульсов, частота следования которых равна теперь частоте работы устройства разгрузки, а не частоте повторения  $c/2L$ , устанавливаемой временем полного прохода резонатора. Если эта частота достаточно низка (100 кГц — 1 МГц), то соответствующий промежуток между двумя последовательными разгрузками резонатора (1—10 мкс) обеспечивает достаточное время для восстановления синхронизации мод. Поэтому метод периодической разгрузки резонатора позволяет получить последовательность ультракоротких лазерных импульсов при намного более низкой частоте

повторения и, следовательно, значительно более высокой пиковой мощности, чем те, которые получаются при обычной синхронизации мод. Эти два свойства находят применение в некоторых приложениях ультракоротких импульсов. Заметим, что если отражающая способность выходного устройства меньше 100 %, то оно должно включаться и выключаться таким образом, чтобы время включенного состояния было равно времени полного прохода резонатора. Однако в этом случае в резонаторе

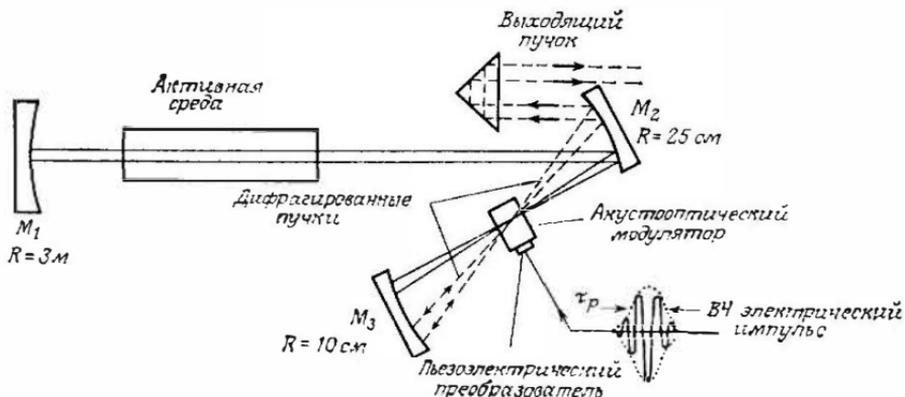


Рис. 5.48. Типичная схема разгрузки резонатора в лазере с непрерывной (например, в  $\text{Nd}:\text{YAG}$ - или  $\text{Ag}^{3+}$ -лазере) накачкой. Зеркала  $M_1$  —  $M_3$  обладают номинальным 100 %-ым отражением на длине волны генерации. Штриховыми линиями показаны пучки, дифрагированные модулятором. Для разгрузки резонатора лазера, работающего в режиме синхронизации мод, на одном из концов резонатора (например, вблизи зеркала  $M_1$ ) помещается устройство для синхронизации мод.

останется импульс более низкой интенсивности, и, поскольку синхронизация мод не должна теперь начинаться из шума, система будет работать более надежно. В таких системах для разгрузки резонатора часто используют акустооптическую ячейку благодаря более низким потерям, которые она вносит. Это устройство состоит из акустооптического модулятора, работающего в режиме Брэгга с бегущей волной, причем выходным является дифрагированный пучок. Конфигурация системы, показанная на рис. 5.48, отличается от конфигурации, приведенной на рис. 5.30, а, тремя главными особенностями. 1) ВЧ-генератор, который возбуждает пьезоэлектрический преобразователь, работает при значительно более высокой частоте (например,  $\nu = 380 \text{ МГц}$ ), чем в случае модуляции добротности. Выход генератора стробирован таким образом, что ВЧ-огнивающая представляет собой импульс, длительность которого  $\tau_p$  равна времени полного прохода резонатора (например,  $\tau_p = 10 \text{ нс}$ ). При

этом разгрузка резонатора происходит тогда, когда результирующий звуковой импульс взаимодействует с пучком в резонаторе. Следовательно, этот импульс должен быть синхронизован с циркулирующим в режиме синхронизации мод импульсом таким образом, чтобы оба импульса встречались в модуляторе. Заметим, что высокая несущая частота служит двойной цели, а именно позволяет осуществить амплитудную модуляцию короткими ( $\tau_p = 10$  нс) импульсами и обеспечивает больший угол дифракции  $\theta_d$  ( $\theta_d = \lambda/\lambda_a$  линейно увеличивается с ростом несущей частоты). 2) Пучок фокусируется в очень небольшое пятно в оптическом блоке модулятора. На самом деле продолжительность вывода излучения из резонатора определяется не только длительностью электрического импульса, но и временем прохождения звукового импульса через лазерный пучок. Выбрав, например, диаметр пятна  $d = 50$  мкм и скорость звука  $v = 3,76 \cdot 10^5$  см/с (скорость сдвиговых волн в кварце), получаем  $t = d/v = 13,3$  нс. 3) Циркулирующий и дифрагированный импульсы заставляют взаимодействовать дважды со звуковым импульсом в модуляторе. Это обеспечивается зеркалом  $M_3$  лазера, которое также фокусирует и рассеянный пучок обратно в модулятор. Такой способ позволяет достичь высокой эффективности дифракции ( $\sim 70\%$ ).

### 5.5. Заключительные замечания

В этой главе мы рассматривали непрерывный и переходный режимы работы лазера в первом приближении, а именно с помощью (пространственно усредненных) скоростных уравнений. Для повышения точности (и сложности) необходимо использовать следующие подходы: 1) Скоростные уравнения, в которых учитываются пространственные изменения как инверсии, так и плотности электромагнитной энергии. Этот метод обсуждается в Приложении Б. 2) Последовательное полуклассическое рассмотрение, в котором среда квантуется, а электромагнитные поля резонатора описываются классически, т. е. с помощью уравнений Максвелла. Можно показать [1], что в непрерывном режиме соответствующие уравнения сводятся к скоростным. Это же справедливо и в переходном режиме, если продолжительность любого переходного процесса много больше обратной ширины лазерного перехода. Следовательно, все нестационарные случаи, рассмотренные в этой главе (за исключением синхронизации мод), могут быть адекватно рассмотрены в рамках приближения скоростных уравнений. 3) Полностью квантовый подход, при котором квантуются как среда, так и излучение. Это, вне сомнения, наиболее полное рассмотрение из всех. Оно необ-

ходимо для правильного описания возникновения лазерной генерации и шума в лазере. Однако оказывается, что если число фотонов в данной моде резонатора намного превышает единицу, то (усредненные) результаты квантового подхода совпадают с результатами полуклассической теории. Таким образом, за исключением таких проблем, как шум в лазерных системах, трудностей полностью квантового подхода можно избежать. Следует, наконец, заметить, что скоростные уравнения в той простейшей форме, в которой они приведены здесь, применимы к сравнительно малому числу случаев. В большинстве ситуаций число участвующих уровней больше, чем три или четыре, так что рассмотрение в рамках скоростных уравнений будет более сложным. На самом деле справедливо общее утверждение, согласно которому каждый лазер характеризуется конкретной системой скоростных уравнений, соответствующей только этому лазеру. Рассмотренные же в данной главе уравнения дают модель, которую нетрудно обобщить на более сложные случаи.

## Задачи

- 5.1. Какое выражение следует выбрать для расчета модового объема  $V_a$  в активной среде в случае, когда генерируется большое число продольных мод с одинаковым поперечным распределением (TEM<sub>00</sub>)?
- 5.2. Вычислите логарифмические потери  $\gamma$ , соответствующие коэффициенту пропускания зеркала  $T = 80\%$ .
- 5.3. Докажите справедливость выражения (5.37).
- 5.4. Усиление He—Ne-лазера на красной линии ( $\lambda = 632,8$  нм) составляет 2% за проход. Резонатор образован двумя вогнутыми сферическими зеркалами с одинаковыми радиусами кривизны  $R = 5$  м и расположенными на расстоянии  $L = 1$  м друг от друга. Чтобы получить генерацию на моде TEM<sub>00</sub>, внутри резонатора с обоих его торцов помещают две одинаковые диафрагмы. Вычислите диаметр диафрагмы.
- 5.5. В CO<sub>2</sub>-лазере низкого давления ширина линии  $\Delta\nu_0^* = 50$  МГц определяется главным образом доплеровским уширением. Лазер работает при мощности накачки, которая в два раза превышает пороговую. Вычислите максимальное расстояние между зеркалами, при котором еще возможна генерация в режиме одной продольной моды.
- 5.6. Найдите входную пороговую мощность и выходную мощность Nd:YAG-лазера, схема которого показана на рис. 5.14, при  $P_{вх} = 10$  кВт, когда коэффициент связи на выходе лазера уменьшен до 10%. Рассчитайте также тангенциальную эффективность.
- 5.7. Для CO<sub>2</sub>-лазера, схема которого показана на рис. 5.17, определите входную пороговую мощность и выходную мощность при  $P_{вх} = 140$  кВт и при оптимальном значении коэффициента пропускания выходного зеркала лазера.
- 5.8. В He—Ne-лазере, генерирующем на двух соседних продольных модах, частота одной из которых совпадает с центром лазерного перехода  $\omega_a$ ,

длина резонатора равна 1 м, а коэффициент пропускания выходного зеркала составляет 2 %. Вычислите межмодовое расстояние для этих мод, если известно, что ширина линии генерации равна  $\Delta\nu_0 = 1,7$  ГГц.

5.9. Данные, приведенные на рис. 5.24, относятся к рубиновому лазеру с диаметром стержня 6,3 мм, длиной 7,5 см, причём каждое из двух зеркал напылено непосредственно на торцы стержня. Максимальное сечение лазерного перехода  $\sigma = 2,5 \cdot 10^{-20}$  см<sup>2</sup>, показатель преломления стержня  $n = 1,76$ , а концентрация активных ионов в стержне  $N_l = 1,6 \cdot 10^{19}$  см<sup>-3</sup>. Исходя из указанных на рисунке стационарных значений  $N_0V_a$  и  $q_0$ , вычислите полные потери  $\gamma$  и величину  $x$ , показывающую, во сколько раз накачка превышает пороговую.

5.10. Для Nd:YAG-лазера в режиме модуляции добротности, схема которого представлена на рис. 5.36, вычислите ожидаемый порог, выходную энергию и длительность импульса (при  $E_{\text{вх}} = 10$  Дж), если коэффициент пропускания выходного зеркала будет уменьшен до 20 %.

5.11. Пусть ширина линии излучения He—Ne-лазера в режиме синхронизации мод равна 0,6 ГГц, а его спектр можно приближенно описать функцией Гаусса. Вычислите соответствующую длительность выходного импульса в случае, когда выполняется условие синхронизации мод.

5.12. Если в выражении (5.114) суммирование по всем модам приближенно заменить интегралом, то это приведет к утрате важных особенностей динамической картины выходного излучения. В чем здесь дело?

5.13. В ячейке Поккельса с «продольной конфигурацией» величина двулучепреломления  $\Delta n = n_x - n_y$ , создаваемая при приложении к ячейке постоянного (продольного) напряжения  $V$ , равна  $\Delta n = n_0^3 r_{63} V / L'$ , где  $n_0$  — (обыкновенный) показатель преломления,  $L'$  — длина кристалла в ячейке и  $r_{63}$  — соответствующая электрооптическая постоянная нелинейного кристалла. Выведите выражение для напряжения, которое необходимо приложить к ячейке Поккельса, чтобы система поляризатор — ячейка Поккельса, показанная на рис. 5.28, находилась в закрытом положении.

5.14. В случае ячейки Поккельса, изготовленной из кристалла  $\text{KD}_2\text{PO}_4$  (дейтерированный дигидрофосфат калия, называемый также  $\text{KD}^*\text{P}$ ), при  $\lambda = 1,06$  мкм имеем  $r_{63} = 26,4 \cdot 10^{-12}$  м/В и  $n_0 = 1,51$ . Используя выражение, полученное в задаче 5.13, вычислите напряжение, которое необходимо приложить к ячейке, чтобы система находилась в закрытом положении.

5.15. Nd:YAG-лазер, представленный на рис. 5.14 и 5.15, имеет мощность накачки  $P_{\text{вх}} = 10$  кВт, а добротность его резонатора модулируется с частотой повторения 10 кГц с помощью акустооптического модулятора (предполагается, что потери, связанные с наличием такого модулятора внутри резонатора, пренебрежимо малы). Вычислите выходную энергию, длительность импульса и среднюю мощность у этого лазера.

5.16. Получите выражения для выходной энергии и длительности импульса в трехуровневом лазере с модуляцией добротности.

5.17. У лазера на рубине (трехуровневый лазер,  $\lambda = 694,3$  нм) диаметр стержня составляет 6,3 мм, а длина равна 7,5 см. Стержень находится в резонаторе, образованном двумя плоскими зеркалами, расположенными друг от друга на расстоянии  $L = 50$  см и имеющими коэффициенты пропускания соответственно  $T_2 = 0$  и  $T_1 = 0,5$ . Пусть коэффициент внутренних потерь за проход составляет  $T_i = 10$  %. Используя для  $N_l$ ,  $n$  и  $\sigma$  значения, приведен-

ные в задаче 5.9, найдите выходную энергию лазера в режиме модулированной добротности, пиковую мощность и длительность импульса при двукратном превышении энергии накачки над пороговой.

5.18. Аргонный лазер генерирует зеленую линию ( $\lambda = 514,5$  нм) с неоднородной шириной  $\Delta\nu_0 = 3,5$  ГГц. Вычислите предполагаемую длительность импульса лазерного излучения в режиме синхронизации мод, обеспечиваемого акустооптическим модулятором.

5.19. У Nd:YAG-лазера, работающего на длине волны  $\lambda = 1,06$  мкм, линия излучения имеет однородную ширину  $\Delta\nu_0 \approx 195$  ГГц. Вычислите ожидаемую длительность импульса лазера, если длина его резонатора  $L = 1,5$  м, а синхронизация мод в нем осуществляется с помощью акустооптического модулятора. Какой была бы длительность импульса, если бы линия была неоднородно уширена? Вычислите частоту напряжения, которое необходимо приложить к акустооптическому модулятору, когда он помещен на одном из концов резонатора.

## Литература

1. Sargent M., Scully M. O., Lamb W. E., Laser Physics, Addison-Wesley Publishing Co., London, 1974.
2. Stutz H., de Mars G. — In: Quantum Electronics (ed. C. H. Townes), Columbia University Press, New York, 1960, pp. 530—537.
3. Dunsmuir R., J. Electron Control, 10, 453—458 (1961).
4. Pantell R. H., Puthoff H. E., Fundamentals of Quantum Electronics, John Wiley and Sons, New York, 1969, ch. 6, sec. 6.4.2. [Имеется перевод: Пантел Р., Путьхоф Г. Основы квантовой электроники. — Мир., 1972.]
5. Rigrod W. W., J. Appl. Phys., 36, 2487—2490 (1965).
6. Koechner W., Solid-State Laser Engineering, Springer Series in Optical Sciences, Springer-Verlag, New York, 1976, v. 1, ch. 3, sec. 3.4.
7. Yariv A., Proc. IEEE, 51, 1723—1731 (1963).
8. Tang C. L., Stutz H., de Mars G., J. Appl. Phys., 34, 2289—2295 (1963).
9. Koechner W., Solid-State Laser Engineering, Springer Series in Optical Sciences, Springer-Verlag, New York, 1976, v. 1, ch. 2, Sec. 2.3.
10. Findlay D., Goodwin D. W. — In: Advances in Quantum Electronics (ed. D. W. Goodwin), Academic Press, New York, 1970, pp. 77—128.
11. Koechner W., Solid-State Laser Engineering, Springer Series in Optical Sciences, Springer-Verlag, New York, 1976, v. 1, ch. 3, Fig. 3.17.
12. Koechner W., Solid-State Laser Engineering, Springer Series in Optical Sciences, Springer-Verlag, New York, 1976, v. 1, ch. 3, Fig. 3.18.
13. Частное сообщение, Istituto di Ricerca per le Technologie Meccaniche, Vico Canavese, Torino.
14. Fowler M. C., Appl. Phys. Lett., 18, 175 (1971).
15. Hoag E. et al., Appl. Opt., 13, 1959 (1974).
16. Siegman A. E., Lasers, Oxford University Press, Oxford, 1986, ch. 12, sec. 12.2.
17. Siegman A. E., Lasers, Oxford University Press, Oxford, 1986, ch. 11, sec. 11.7.
18. Schawlow A. L., Townes C. H., Phys. Rev., 112, 1940—1949 (1958).
19. Chebotayev V. P. — In: Laser Handbook (ed. M. Bass and M. L. Stitch), North-Holland, Amsterdam, 1985, v. 5, pp. 289—404.
20. Lamb W. E., Jr., Phys. Rev., 134, 1429 (1964).
21. Koechner W., Solid-State Laser Engineering, Springer Series in Optical Sciences, Springer-Verlag, New York, 1976, v. 1, ch. 8.
22. Hellwarth R. W. — In: Advances in Quantum Electronics (ed. J. R. Singer), Columbia University Press, New York, 1961, pp. 334—341.

23. Yariv A., Optical Electronics, 3rd ed., Holt, Rinehart and Winston Inc., New York, 1985, ch. 12. [Имеется перевод 2-го издания: Ярив А. Введение в оптическую электронику. — М.: Высшая школа, 1983.]
24. Sooy W. R., Appl. Phys. Lett., 7, 36—37 (1965).
25. Koechner W., Solid-State Laser Engineering, Springer Series in Optical Sciences, Springer-Verlag, New York, 1976, v. 1, ch. 11, adapted from Fig. 11.23.
26. Ultrashort Light Pulses: Picosecond Techniques and Applications (ed. S. L. Shapiro), Springer-Verlag, Berlin, 1977.
27. Siegman A. E., Lasers, Oxford University Press, Oxford, 1986, ch. 27, 28.
28. New G. H. C., IEEE J. Quantum Electron., QE-10, 115—124 (1974).
29. Kane T. J., Byer R. L., Opt. Lett., 10, 65 (1985).

# 6

## Типы лазеров

### 6.1. Введение

В настоящей главе несколько подробнее рассматриваются наиболее важные типы лазеров. Однако следует заметить, что помимо описанных здесь в мире существует еще огромное множество других лазеров. Поэтому в данной главе мы изучим те типы лазеров, которые наиболее широко используются и параметры которых характерны для целого класса лазеров. Главное внимание мы уделим физическим принципам, на которых основана работа лазеров, и их связи с общими физическими представлениями, рассмотренными в предыдущих главах. Однако в рассмотрение включены также и некоторые технические подробности с единственной целью обеспечить лучшее понимание физической сущности работы определенного лазера. Чтобы завершить общую картину и дать некоторое представление о применениях лазеров, мы приведем также некоторые лазерные характеристики (например, данные о выходной мощности или энергии, о перестройке длины волны и т. д.).

Мы изучим следующие типы лазеров: 1) твердотельные лазеры (на кристаллах или стеклах), 2) газовые лазеры, 3) лазеры на красителях, 4) химические лазеры, 5) полупроводниковые лазеры, 6) лазеры на центрах окраски, 7) лазеры на свободных электронах и 8) рентгеновские лазеры.

### 6.2. Твердотельные лазеры

Твердотельными называются, как правило, лазеры, активной средой которых является либо диэлектрический кристалл, либо стекло. Полупроводниковые лазеры мы рассмотрим отдельно, поскольку они имеют совсем другие механизмы накачки и генерации. В твердотельных лазерах активными центрами являются, как правило, примесные ионы, введенные в кристалл. Обычно такой ион принадлежит одной из групп переходных элементов Периодической системы элементов Менделеева (например, ионы переходных металлов, особенно  $\text{Cr}^{3+}$ , или ионы редкоземельных элементов, главным образом  $\text{Nd}^{3+}$  или  $\text{Er}^{3+}$ ). Используемые для генерации переходы включают электронные уровни незаполненных

внутренних оболочек. Поэтому такие переходы слабо подвержены влиянию кристаллического поля. Кроме того, эти переходы запрещены в приближении электродипольного взаимодействия. Поэтому время спонтанной релаксации попадает в миллисекундный, а не в наносекундный диапазон, как в случае электродипольно разрешенных переходов. Обе указанные выше особенности приводят к следующим важным последствиям для лазерной генерации. Во-первых, безызлучательные каналы релаксации довольно слабы. Следовательно, время жизни верхнего уровня  $\tau$  примерно равно спонтанному времени жизни, т. е. оно попадает в миллисекундный диапазон. Поскольку для трехуровневого лазера (такого, как рубин с ионами  $\text{Cr}^{3+}$  или ионы  $\text{Er}^{3+}$  на переходе  $\lambda = 1,54$  мкм) критическая скорость накачки  $W_{\text{cr}}$  равна  $1/\tau$  [см. (5.40)], величина  $W_{\text{cr}}$  оказывается достаточно малой, чтобы обеспечить лазерную генерацию. Во-вторых, ширина линии перехода  $\Delta\nu_0$  относительно невелика, поскольку механизмы уширения относительно неэффективны (см. рис. 2.9). Для четырехуровневого лазера (такого, как на ионах  $\text{Nd}^{3+}$  или  $\text{Ho}^{3+}$ ) пороговая скорость накачки  $W_{\text{cr}}$  пропорциональна  $1/\sigma\tau \approx 1/\sigma\tau_{\text{спонт}}$ . Согласно (2.116) и (2.80), имеем  $1/\sigma\tau_{\text{спонт}} \sim \Delta\nu_0$ , а небольшая ширина лазерной линии опять же подразумевает низкие значения пороговой скорости накачки.

### 6.2.1. Рубиновый лазер [1]

Этот лазер был первым, на котором была осуществлена генерация (Т. Х. Майман, июнь 1960 г. [2, 3]) и который все еще находит применение. Рубин, сотни лет известный как природный драгоценный камень, представляет собой кристалл  $\text{Al}_2\text{O}_3$  (корунд), в котором ряд ионов  $\text{Al}^{3+}$  замещены ионами  $\text{Cr}^{3+}$ . Кристаллы рубина, применяемые в лазерах в качестве активной среды, обычно получают путем выращивания из расплава смеси  $\text{Al}_2\text{O}_3$  и небольшой части  $\text{Cr}_2\text{O}_3$  ( $\sim 0,05$  вес. %). Без добавления  $\text{Cr}_2\text{O}_3$  формирующийся кристалл (сапфир) становится бесцветным, и необходимо добавить совсем немного  $\text{Cr}_2\text{O}_3$ , чтобы кристалл приобрел розовый оттенок (розовый рубин) вследствие наличия у ионов  $\text{Cr}^{3+}$  зеленой и фиолетовой полос поглощения. Заметим, что в природных драгоценных камнях концентрация  $\text{Cr}^{3+}$  приблизительно на порядок больше, чем в искусственных, что придает им насыщенную красную окраску (красный рубин).

Энергетические уровни рубина образуются за счет трех электронов во внутренней  $3d$  оболочке иона  $\text{Cr}^{3+}$ , находящихся под действием октаэдрического поля решетки  $\text{Al}_2\text{O}_3$ . На рис. 6.1 приведены основные уровни, представляющие интерес для лазерной генерации. Используемые здесь обозначения для уровней

получаются из теоретико-группового анализа состояний ионов в кристаллах и в дальнейшем здесь обсуждаться не будут. Для нашей цели достаточно заметить, что верхний индекс слева от каждой буквы указывает на мультиплетность состояния. Так, например, основное состояние  ${}^4A_2$  имеет мультиплетность  $2S + 1 = 4$ , т. е.  $S = 3/2$ , где  $S$  — суммарное спиновое квантовое число трех  $3d$ -электронов. Отсюда следует, что в данном случае параллельны все спины  $S$  этих электронов. Рубин имеет две основные полосы поглощения  ${}^4F_1$  и  ${}^4F_2$ , причем наиболее интенсивное поглощение на эти полосы из основного состояния  ${}^4A_2$  происходит на длине волны соответственно 0,55 мкм (зеленая)

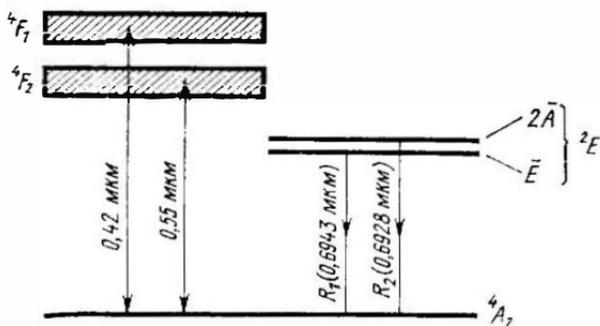


Рис. 6.1. Упрощенная схема энергетических уровней рубина.

и 0,42 мкм (фиолетовая) (см. также рис. 3.5, б). Эти полосы связаны очень быстрой (за время порядка пикосекунд) безызлучательной релаксацией с состоянием как  $2\bar{A}$ , так и  $\bar{E}$ . Поскольку эти два последних состояния также связаны друг с другом очень быстрой безызлучательной релаксацией ( $\sim 10^{-9}$  с), то их населенности термализуются, что приводит к более высокой населенности уровня  $\bar{E}$ . Однако время релаксации в основное состояние как уровня  $2\bar{A}$ , так и  $\bar{E}$ , довольно большое, поскольку, как уже отмечалось, оба перехода запрещены как электродипольно, так и по спину (на переходе между состояниями  ${}^2E$  и  ${}^4A_2$  происходит изменение суммарного спина).

Из проведенного выше рассуждения теперь ясно, что на уровне  $\bar{E}$  накапливается большая доля энергии накачки, и, следовательно, этот уровень хорошо подходит на роль верхнего лазерного уровня. Действительно, лазерная генерация в рубине имеет место на переходе  $\bar{E} \rightarrow {}^4A_2$  (линия  $R_1$ ) с длиной волны  $\lambda_1 = 694,3$  нм (красная). Однако следует заметить, что расстояние между  $2\bar{A}$  и  $\bar{E}$  по частоте ( $\sim 29$  см $^{-1}$ ) мало по сравнению с  $kT/h$  ( $\sim 208$  см $^{-1}$ ), и, следовательно, населенность уровня  $2\bar{A}$

сравнима с населенностью уровня  $\bar{E}$  или немного меньше ее. Кроме того, мы видим, что можно также получить генерацию и на переходе  $2\bar{A} \rightarrow {}^4A_2$  (линия  $R_2$ ,  $\lambda_2 = 692,8$  нм). Усиление на линии  $R_2$  несколько меньше, чем на  $R_1$ . Поэтому лазерная генерация на линии  $R_2$  может быть получена с помощью, например, дисперсионных резонаторов, показанных на рис. 5.4. Из предыдущего рассмотрения очевидно, что рубиновый лазер работает по трехуровневой схеме и вместе с лазером на стекле с ионами  $\text{Er}^{3+}$  он составляет наиболее примечательный пример трехуровневого лазера. Заметим, что переход  $R_1$ , как уже упоминалось в связи с рис. 2.9, преимущественно однородно уширен при комнатной температуре. При этом уширение обусловлено взаимодействием ионов  $\text{Cr}^{3+}$  с фононами решетки. Ширина перехода, измеренная на полувысоте, составляет  $\Delta\nu_0 = 11$  см $^{-1}$  при  $T = 300$  К. Это делает рубин привлекательным материалом для получения генерации коротких импульсов при работе в режиме синхронизации мод.

Рубиновые лазеры обычно работают в импульсном режиме. При этом для накачки используется импульсная ксеноновая лампа среднего давления ( $\sim 500$  мм рт. ст.) в конфигурации, приведенной на рис. 3.1, б или (чаще) в конфигурации рис. 3.1, а. Диаметр стержня обычно составляет 5—10 мм, а длина стержня 5—20 см. Рубиновый лазер имеет следующие выходные параметры: 1) в режиме модуляции добротности его мощность в одиночном гигантском импульсе длительностью 10—20 нс составляет 10—50 МВт; 2) в режиме синхронизации мод пиковая мощность в импульсе длительностью  $\sim 10$  пс равна нескольким гигаваттам. При накачке ртутными лампами высокого давления лазеры на рубине могут работать также и в непрерывном режиме.

Рубиновые лазеры, когда-то очень популярные, теперь применяются менее широко, поскольку они были вытеснены такими конкурентами, как лазеры на основе  $\text{Nd}:\text{YAG}$  или лазеры на стекле с неодимом. Поскольку рубиновый лазер на самом деле работает по трехуровневой схеме, необходимая пороговая энергия накачки приблизительно на порядок превышает соответствующую величину для  $\text{Nd}:\text{YAG}$  лазера таких же размеров. Однако рубиновые лазеры все еще широко применяются в некоторых научных и технических приложениях, для которых более короткая длина волны генерации рубина дает существенное преимущество перед  $\text{Nd}:\text{YAG}$ -лазером (например, в импульсной голографии, где  $\text{Nd}:\text{YAG}$  нельзя использовать из-за малой чувствительности фотопленки в более длинноволновом диапазоне генерации  $\text{Nd}:\text{YAG}$ -лазера). Стоит также отметить, что в про-

шлом рубиновые лазеры активно использовались для военных целей при измерении дальности, где этот лазер теперь полностью заменен Nd:YAG-лазером и лазером на стекле с неодимом.

### 6.2.2. Неодимовые лазеры [4—6]

Неодимовые лазеры являются самыми популярными из твердотельных лазеров. В этих лазерах активной средой обычно является кристалл  $Y_3Al_5O_{12}$  [сокращенно называемый YAG (yttrium aluminum garnet, иттрий-алюминиевый гранат)], в котором часть ионов  $Y^{3+}$  замещена ионами  $Nd^{3+}$ . Иногда также используется фосфатное или силикатное стекло, легированное ионами  $Nd^{3+}$ . Типичные уровни легирования для кристалла Nd:YAG составляют порядка 1 ат. %. Более высокие уровни легирования ведут к тушению люминесценции, а также к внутренним напряжениям в кристаллах, поскольку радиус иона  $Nd^{3+}$  примерно на 14 % превышает радиус иона  $Y^{3+}$ . Этот уровень легирования придает прозрачному кристаллу YAG бледно-пурпуровую окраску, поскольку линии поглощения  $Nd^{3+}$  лежат в красной области. Уровни легирования стекла с неодимом немного выше этой же величины для Nd:YAG ( $\sim 3$  вес. %  $Nd_2O_3$ ).

#### 6.2.2.1. Nd:YAG-лазер

На рис. 6.2 представлена упрощенная схема энергетических уровней Nd:YAG. Эти уровни обусловлены переходами трех  $4f$  электронов внутренней оболочки иона  $Nd^{3+}$ . Поскольку эти элект-

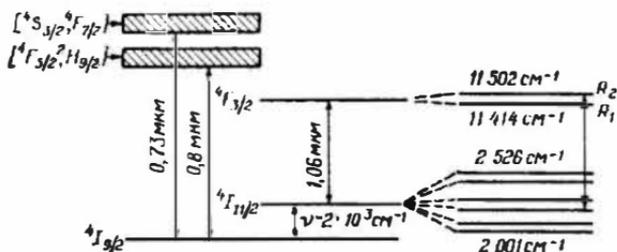


Рис. 6.2. Упрощенная схема энергетических уровней кристалла Nd:YAG.

троны экранируются восемью внешними электронами ( $5s^2$  и  $5p^6$ ), на упомянутые энергетические уровни кристаллическое поле влияет лишь в незначительной степени. Поэтому спектральные линии, соответствующие рассматриваемым переходам, относительно узки. Уровни энергии обозначаются в соответствии

с приближением связи Рассела—Сандерса<sup>1)</sup> атомной физики, а символ, характеризующий каждый уровень, имеет вид  $2S+1L_J$ , где  $S$  — суммарное спиновое квантовое число,  $J$  — суммарное квантовое число углового момента, а  $L$  — орбитальное квантовое число. Заметим, что разрешенные значения  $L$ , а именно  $L = 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, \dots$ , обозначаются прописными буквами соответственно  $S, P, D, F, G, H, I, \dots$ . Таким образом, основное состояние  $^4I_{9/2}$  иона  $\text{Nd}^{3+}$  соответствует состоянию, при котором  $2S + 1 = 4$  (т. е.  $S = 3/2$ ),  $L = 6$  и  $J = L - S = 9/2$ . Две основные полосы накачки расположены на длинах волн 0,73 и 0,8 мкм соответственно, хотя другие более высоко лежащие полосы поглощения также играют важную роль (см. рис. 3.5, б). Эти полосы связаны быстрой ( $\sim 10^{-7}$  с) безызлучательной релаксацией с уровнем  $^4F_{3/2}$ , откуда идет релаксация на нижние уровни (а именно  $^4I_{9/2}$ ,  $^4I_{11/2}$  и  $^4I_{13/2}$ ); этот последний уровень не показан на рис. 6.2. Однако скорость релаксации намного меньше ( $\tau \approx 0,23$  мс), поскольку переход запрещен в приближении электродипольного взаимодействия (правило отбора для электродипольно разрешенных переходов имеет вид  $\Delta J = 0$  или  $\pm 1$ ) и поскольку безызлучательная релаксация идет медленно вследствие большого энергетического зазора между уровнем  $^4F_{3/2}$  и ближайшим к нему нижним уровнем. Это означает, что уровень  $^4F_{3/2}$  запасет большую долю энергии накачки и поэтому хорошо подходит на роль верхнего лазерного уровня. Оказывается, что из различных возможных переходов с уровня  $^4F_{3/2}$  на нижележащие уровни наиболее интенсивным является переход  $^4F_{3/2} \rightarrow ^4I_{11/2}$ . Кроме того, уровень  $^4I_{11/2}$  связан быстрой (порядка наносекунд) безызлучательной релаксацией в основное состояние  $^4I_{9/2}$ , а разница между энергиями уровней  $^4I_{11/2}$  и  $^4I_{9/2}$  почти на порядок величины больше, чем  $kT$ . Отсюда следует, что тепловое равновесие между этими двумя уровнями устанавливается очень быстро и согласно статистике Больцмана уровень  $^4I_{11/2}$  в хорошем приближении можно считать практически пустым. Таким образом, этот уровень может быть прекрасным кандидатом на роль нижнего лазерного уровня.

Из сказанного выше ясно, что в кристалле  $\text{Nd}:\text{YAG}$  переход  $^4F_{3/2} \rightarrow ^4I_{11/2}$  хорошо подходит для получения лазерной генерации в четырехуровневой схеме. В действительности необходимо принимать во внимание следующее: Уровень  $^4F_{3/2}$  расщеплен электрическим полем внутри кристалла<sup>2)</sup> (эффект Штарка) на

<sup>1)</sup> В советской литературе более общепринято называть это  $LS$ -связью.— *Прим. перев.*

<sup>2)</sup> Далее будем употреблять принятый в советской литературе термин «кристаллическое поле». — *Прим. перев.*

два сильно связанных подуровня ( $R_1$  и  $R_2$ ), разделенных энергетическим зазором  $\Delta E \approx 88 \text{ см}^{-1}$ . Уровень  $^4I_{11/2}$  также расщеплен вследствие эффекта Штарка на шесть подуровней. Окажется, что лазерная генерация обычно происходит с подуровня  $R_2$  уровня  $^4F_{3/2}$  на определенный подуровень уровня  $^4I_{11/2}$ , поскольку этот переход обладает наибольшим значением сечения перехода ( $\sigma = 8,8 \cdot 10^{-19} \text{ см}^2$ ). Этот переход имеет длину волны  $\lambda = 1,064 \text{ мкм}$  (ближний ИК диапазон). Однако необходимо помнить [см. выражение (5.58) и (2.170а)], что, поскольку подуровни  $R_1$  и  $R_2$  сильно связаны, при всех вычислениях используют эффективное сечение  $\sigma_{21} = z_{21}\sigma = 3,5 \cdot 10^{-19} \text{ см}^2$ , где  $z_{21} = \exp(-\Delta E/kT) / [1 + \exp(-\Delta E/kT)] = 0,4$  — функция распределения для подуровня  $R_2$ . Следует также заметить, что, используя в резонаторе лазера подходящую дисперсионную систему, такую, как на рис. 5.4, генерацию можно получить на многих других длинах волн, соответствующих различным переходам:  $^4F_{3/2} \rightarrow ^4I_{11/2}$  ( $\lambda = 1,05 - 1,1 \text{ мкм}$ ),  $^4F_{3/2} \rightarrow ^4I_{13/2}$  ( $\lambda = 1,319 \text{ мкм}$  — наиболее интенсивная линия в этом случае) и переходу  $^4F_{3/2} \rightarrow ^4I_{9/2}$  ( $\lambda$  около  $0,95 \text{ мкм}$ ). Кроме того, стоит вспомнить, что (см. также рис. 2.9) лазерный переход с  $\lambda = 1,06 \text{ мкм}$  при комнатной температуре однородно уширен вследствие взаимодействия с фононами решетки. Соответствующая ширина  $\Delta\nu = 6,5 \text{ см}^{-1} = 195 \text{ ГГц}$  при температуре  $T = 300 \text{ К}$ . Это делает Nd:YAG очень подходящим для генерации в режиме синхронизации мод. Большое время жизни верхнего лазерного уровня ( $\tau = 0,23 \text{ мс}$ ) позволяет Nd:YAG быть весьма хорошим для работы в режиме модулированной добротности.

Nd:YAG лазеры могут работать как в непрерывном, так и в импульсном режиме. В обоих случаях обычно используются линейные лампы в схемах с одноэллипсным осветителем (рис. 3.1, б), с близким расположением лампы и кристалла (рис. 3.1, в) или с многоэллипсным (рис. 3.2) осветителем. Для работы в импульсном и непрерывном режимах применяются соответственно ксеноновые лампы среднего давления (500—1500 мм рт. ст.) и криптоновые лампы высокого давления (4—6 атм). Размеры стержней обычно такие же, как и у рубинового лазера. Выходные параметры Nd:YAG-лазера оказываются следующими: 1) в непрерывном многомодовом режиме выходная мощность до 200 Вт (см. рис. 5.15); 2) в импульсном лазере с большой скоростью повторения импульсов (50 Гц) средняя выходная мощность порядка 500 Вт; 3) в режиме модулированной добротности максимальная выходная мощность до 50 МВт (см. рис. 5.36); 4) в режиме синхронизации мод длительность импульса до 20 пс (см. табл. 5.1). Как в импульсном, так и в непрерывном режиме дифференциальный КПД

составляет около 1—3%. Nd:YAG-лазеры широко применяются в различных областях, среди которых 1) измерение расстояний (в большинстве лазерных дальнометров для военных целей и прицельных устройств используются Nd:YAG-лазеры); 2) применение в науке (лазеры с модулированной добротностью); 3) обработка материалов (резка, сверление, сварка и т. д.); 4) применение в медицине (фотокоагуляция).

#### 6.2.2.2. Стекло с неодимом [7]

Как мы уже отмечали, основные переходы иона  $Nd^{3+}$  — это переходы, совершаемые тремя электронами, принадлежащими оболочке  $4f$ . Эти электроны экранируются восемью внешними  $5s$ - и  $5p$ -электронами. Соответственно уровни энергии в стекле с неодимом в основном располагаются так же, как и в кристалле Nd:YAG. Поэтому и наиболее интенсивный лазерный переход имеет длину волны  $\lambda \approx 1,06$  мкм. Однако в стекле из-за неоднородного уширения, обусловленного локальными неоднородностями кристаллического поля стеклянной матрицы, линии лазерных переходов намного шире. В частности, основной лазерный переход с  $\lambda = 1,06$  мкм примерно в 30 раз шире, поэтому максимальное сечение перехода приблизительно в 30 раз меньше, чем в кристалле Nd:YAG. Разумеется, более широкая линия благоприятна для работы в режиме синхронизации мод, в то время как меньшее сечение необходимо для импульсных высокоэнергетических систем, поскольку «пороговая» инверсия для паразитного процесса УСИ (усиление спонтанного излучения) [см. (2.153)] соответственно увеличивается. Таким образом, по сравнению с Nd:YAG в стекле с неодимом до включения УСИ может быть запасено в единичном объеме больше энергии. Наконец, поскольку полосы поглощения в стекле с неодимом также много шире, чем в кристалле Nd:YAG, а концентрации ионов  $Nd^{3+}$  обычно вдвое больше, эффективность накачки стержня из стекла с неодимом приблизительно в 1,6 раза больше, чем в стержне из Nd:YAG тех же размеров (см. табл. 3.1). Однако наравне с этими преимуществами стекла с неодимом по сравнению с кристаллом Nd:YAG стекло обладает весьма серьезным ограничением, связанным с его низкой теплопроводностью, которая приблизительно в десять раз меньше, чем в Nd:YAG. Это существенно ограничивает применения лазеров на стекле с неодимом импульсными системами при небольшой частоте повторения импульсов ( $< 5$  Гц), чтобы избежать проблем, связанных с нагревом стержня.

С точки зрения конструктивных особенностей, т. е. имея в виду схемы накачки и размеры стержня, наиболее часто используемые лазеры на стекле с неодимом существенно не отличаются

ся от лазеров на основе Nd:YAG. Однако, как мы увидим ниже, для приложений, которые требуют высокой энергии, активный элемент из стекла можно сделать много больших размеров, чем из Nd:YAG. Благодаря значительно более низкой температуре плавления и некристаллической структуре стекло можно вырастить намного легче, чем YAG. Лазеры на стекле имеют следующие характеристики: 1) выходная энергия и пиковая мощность лазера в режиме модулированной добротности сравнимы с соответствующими параметрами Nd:YAG-лазера при сравнительно одинаковых размерах стержня; 2) в режиме синхронизации мод можно получать очень короткие импульсы (вплоть до  $\sim 5$  пс), поскольку ширина лазерного перехода в стекле значительно шире, чем у Nd:YAG. Лазер на стекле с неодимом часто применяют в тех приложениях, для которых импульсный лазер должен работать при низкой частоте повторения импульсов. Это, например, необходимо для некоторых дальномеров, применяемых в военных целях, и неодимовых лазеров, предназначенных для научных исследований. Важным применением лазеров на неодимовом стекле является использование их в качестве усилителей в лазерных системах для получения очень высокой энергии в экспериментах по лазерному термоядерному синтезу. В настоящее время уже создана лазерная система на основе стекла с неодимом, дающая импульсы с пиковой мощностью более 100 ТВт и полной энергией  $\sim 100$  кДж («Нова»-лазер). Этот лазер, который в настоящее время дает наибольшую энергию в импульсе и максимальную мощность среди всех лазеров, состоит из нескольких усилителей на основе стекла с неодимом, самый большой из которых представляет собой стеклянный диск толщиной около 4 см и диаметром порядка 75 см.

### 6.2.2.3. Другие кристаллические матрицы

В качестве матриц для иона  $\text{Nd}^{3+}$  использовались многие другие кристаллические материалы, такие, как  $\text{YALO}[\text{YAlO}_3]$ ,  $\text{YLF}[\text{YLiF}_4]$  и  $\text{GSGG}[\text{Gd}_3\text{Sc}_2\text{Ga}_3\text{O}_{12}]$ . Ради краткости изложения, а также потому, что этот кристалл представляет особый интерес, мы ограничимся кратким рассмотрением кристалла граната GSGG (гадолиний-скандий-галлиевый гранат) [41]. В этой матрице примесный ион  $\text{Nd}^{3+}$  замещает редкоземельный ион  $\text{Gd}^{3+}$ , который имеет аналогичный ионный радиус. Важным преимуществом этого граната является то, что он допускает эффективную соактивацию ионом  $\text{Cr}^{3+}$ , который замещает имеющие примерно такие же размеры ионы  $\text{Sc}^{3+}$  или  $\text{Ga}^{3+}$ . Таким образом, благодаря иону  $\text{Cr}^{3+}$  с полосами поглощения  ${}^4T_2$  и  ${}^4T_1$  (аналогичные полосам  ${}^4F_2$  и  ${}^4F_1$  в рубине) происходит очень сильное

поглощение излучения накачки в синей и зеленой областях спектра, где эффективное поглощение ионов  $\text{Nd}^{3+}$  мало (см. рис. 3.5, б). После этого возбужденный ион  $\text{Cr}^{3+}$  релаксирует в электронно-колебательное состояние, соответствующее дну энергетической кривой  ${}^4T_2$  (рис. 6.3). Широкая, лишенная тонкой структуры, полоса излучения, связанная с электронно-колебательным переходом  ${}^4T_1 \rightarrow {}^4A_2$ , перекрывается с двумя основными

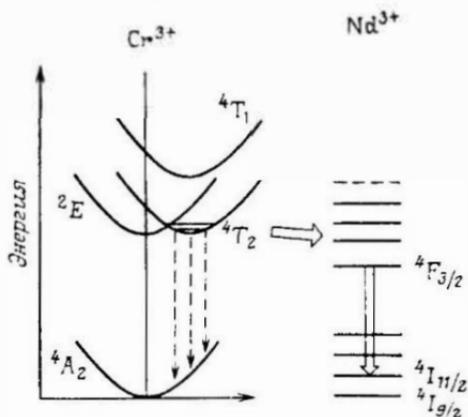


Рис. 6.3. Схема энергетических уровней донор ( $\text{Cr}^{3+}$ )-акцепторной ( $\text{Nd}^{3+}$ ) системы в кристалле гадолиний-скандий-галлиевого граната. Люминесценция  $\text{Cr}^{3+}$  при электронном переносе энергии и лазерное излучение указаны стрелками.

полосами поглощения иона  $\text{Nd}^{3+}$  с центрами соответственно на  $\lambda=0,73$  и  $0,8$  мкм. Вследствие такого хорошего перекрытия спектров может эффективно происходить перенос энергии от ионов  $\text{Cr}^{3+}$  к ионам  $\text{Nd}^{3+}$  фёрстеровского типа [см. (2.121)]. При этом время переноса оказывается достаточно коротким ( $\sim 17$  нс), так что почти вся энергия, поглощенная ионами  $\text{Cr}^{3+}$ , переходит к ионам  $\text{Nd}^{3+}$ . Это позволяет эффективно использовать зеленую и синюю области излучения лампы, что в свою очередь ведет к увеличению КПД накачки приблизительно в три раза (см. табл. 3.1). Столь высокий КПД делает кристалл  $\text{Nd}:\text{Cr}:\text{GSGG}$  особенно привлекательным в качестве материала для получения лазерной генерации на длине волны излучения иона  $\text{Nd}^{3+}$ . Принципиальное ограничение использования этого материала связано с проблемами распределения тепла (наведенные тепловые линзы и наведенное двулучепреломление в стержне), возникающими, по-видимому, вследствие увеличенного количества теплоты, которое должно быть рассеяно за счет поглощения в синей и фиолетовой областях спектра. Таким образом,  $\text{Nd}:\text{Cr}:\text{GSGG}$  оказывается ценным альтернативным материалом по отношению к  $\text{Nd}:\text{YAG}$ , по крайней мере при ограниченной средней выходной мощности ( $\sim 20$  Вт).

### 6.2.3. Лазер на александрите [8]

Александрит, представляющий собой активированный хромом хризоберилл, имеет кристаллическую структуру  $\text{BeAl}_2\text{O}_4$ , в котором ионы  $\text{Cr}^{3+}$  замещают некоторые из ионов  $\text{Al}^{3+}$  ре-

шетки (0,04—0,12 ат. %). Этот лазер можно считать прототипом современного большого класса твердотельных лазеров, длина волны генерации которых может непрерывно перестраиваться в пределах широкой спектральной полосы [ $\Delta\lambda \approx 100$  нм,  $\lambda = 0,76$  мкм в александрите]. В число этих перестраиваемых твердотельных лазеров входят, помимо прочих, лазеры на основе  $\text{Co} : \text{MgF}_2$  ( $\lambda = 1,9$  мкм,  $\Delta\lambda = 800$  нм) и  $\text{Ti} : \text{Al}_2\text{O}_3$  ( $\lambda = 0,82$  мкм,  $\Delta\lambda = 326$  нм).

Энергетические состояния иона  $\text{Cr}^{3+}$  в  $\text{BeAl}_2\text{O}_4$  качественно не отличаются от состояния  $\text{Cr}^{3+}$  в упорядоченных октаэдрических кристаллических полях (например, рубин или  $\text{Cr} : \text{GSGG}$ ).

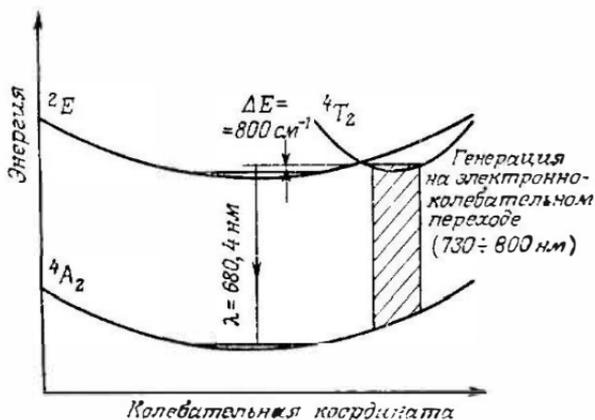


Рис. 6.4. Схема энергетических уровней для лазера на александрите.

Упрощенная схема этих состояний как функция конфигурационной координаты иона  $\text{Cr}^{3+}$  (т. е. смещения иона в кристалле) показана на рис. 6.4. Так же, как и в других активированных хромом матрицах, время релаксации между уровнями  $4T_2$  и  $2E$  вследствие внутрiconфигурационных переходов оказывается очень коротким (менее 1 пс, возможно, также и благодаря перекрытию уровней  $2E$  и  $4T_2$ ). Таким образом, можно считать, что эти два состояния всегда находятся в термодинамическом равновесии. Поскольку энергетический зазор  $\Delta E$  между дном состояния  $4T_2$  и дном состояния  $2E$  в александрите ( $\Delta E \approx 800 \text{ см}^{-1}$ ) составляет всего несколько  $kT$ , то в случае, когда состояние  $2E$  заселено, колебательные подуровни состояния  $4T_2$  также оказываются заметно заселенными. Согласно принципу Франка — Кондона, электронно-колебательные переходы из состояния  $4T_2$  оканчиваются на незаполненных уровнях состояния  $4A_2$ . Поскольку число участвующих в генерации колебательных уровней велико, излучение будет происходить в широком

непрерывном интервале частот ( $\lambda = 700\text{—}800$  нм), а лазер будет работать по четырехуровневой схеме. Заметим, что так же, как и в случае рубинового лазера, лазерная генерация может происходить на переходе  ${}^2E \rightarrow {}^4A_2$  (ср. рис. 6.1 и 6.4) при  $\lambda = 680,4$  нм. Однако в этом случае лазер на александрите действует по трехуровневой схеме и порог генерации оказывается значительно более высоким, поскольку нижним лазерным уровнем является самый низкий колебательный уровень основного состояния  ${}^4A_2$ . Заметим также, что в рубиновом лазере, хотя схема энергетических уровней рубина та же, что и на рис. 6.4, не имеет места лазерная генерация на электронно-колебательном переходе. Это объясняется тем, что в рубине энергетический зазор между состояниями  ${}^4F_2$  и  ${}^2E$  значительно больше ( $2300\text{ см}^{-1}$ ) и, следовательно, уровень  ${}^4F_2$  оказывается практически не заселенным.

Накачка александрита осуществляется главным образом с помощью зеленой и синей полос поглощения в нем ( ${}^4A_2 \rightarrow {}^4T_2$  и  ${}^4A_2 \rightarrow {}^4T_1$ ), весьма похожих на полосы рубина (см. рис. 3.5, б). Эффективное время жизни  $\tau$  верхнего состояния  ${}^4T_2$  можно грубо оценить, предположив, что верхний уровень состоит из двух сильно связанных уровней (уровня  ${}^2E$  и самого низкого из колебательных состояний  ${}^4T_2$ ), разделенных энергетической щелью  $\Delta E \approx 800\text{ см}^{-1}$ . Учитывая функцию распределения по уровням [см. (2.169в)], получаем

$$\tau^{-1} = \frac{\tau_E^{-1} + \tau_T^{-1} \exp(-\Delta E/kT)}{1 + \exp(-\Delta E/kT)}; \quad (6.1)$$

где  $\tau_E$  и  $\tau_T$  — времена жизни состояний соответственно  ${}^2E$  и  ${}^4T_2$ . Поскольку  $\tau_E \approx 1,5$  мс и  $\tau_T \approx 6,6$  мкс, из формулы (6.1) получаем  $\tau \approx 200$  мкс при  $T = 300$  К, что соответствует аналогичной величине в кристалле Nd:YAG. Таким образом, александрит является подходящим материалом для получения генерации в режиме модулированной добротности. Заметим, что хотя собственное время жизни  ${}^4T_2$  много короче (6,6 мкс), эффективное время жизни существенно увеличивается в присутствии долгоживущего состояния  ${}^2E$ , которое играет роль резервуара энергии для состояния  ${}^4T_2$ . Поскольку ширина линии генерации очень большая, максимальное значение сечения излучения приблизительно в 60 раз меньше, чем в кристалле Nd:YAG. Поэтому лазер на александрите имеет малое усиление, и необходимо приложить усилия, чтобы ограничить внутрирезонаторные потери. Заметим, что эффективное сечение перехода увеличивается с ростом температуры, поскольку при этом увеличивается населенность состояния  ${}^4T_2$  по сравнению с состоянием  ${}^2E$  (это эквивалентно

высказыванию о том, что значение функции распределения состояния  ${}^4T_2$  растет с температурой). Отсюда следует, что генерацию с лучшими параметрами получают при повышенной температуре, и лазер нередко работает при температуре порядка  $100^\circ\text{C}$ .

В отношении конструктивных особенностей лазеры на александрите похожи на Nd:YAG-лазеры. Хотя александрит может также работать в непрерывном режиме, меньшее сечение делает более практичным импульсную генерацию с высокой частотой повторения импульсов в режиме либо свободной генерации (длительность выходного импульса порядка 200 мкс), либо генерации с модуляцией добротности (длительность выходного импульса порядка 50 нс). Характеристики импульсного лазера на александрите, а именно зависимость выходной энергии от входной и дифференциальный КПД практически аналогичны характеристикам Nd:YAG-лазера с теми же размерами активного стержня. Были достигнуты средние мощности порядка 100 Вт при частоте повторения импульсов порядка 250 Гц. Оказывается, что лазеры на александрите успешно применяются в тех случаях, когда необходимо получить излучение с  $\lambda \approx 700$  нм и высокой средней мощностью (например, при лазерном отжиге кремниевых пластин) или когда необходимо перестраиваемое по частоте излучение (например, при лазерном контроле загрязнения окружающей среды).

### 6.3. Газовые лазеры

Вообще говоря, энергетические уровни в газах уширены довольно слабо (ширина порядка нескольких гигагерц и меньше), поскольку действующие в газах механизмы уширения слабее, чем в твердых телах. Действительно, в газах, находящихся при обычных для лазеров давлениях (несколько мм рт. ст.), столкновительное уширение очень мало и ширина линий определяется главным образом доплеровским уширением. В связи с этим в газовых лазерах не используется, как в твердотельных лазерах, оптическая накачка с помощью ламп. В самом деле, такая накачка была бы крайне неэффективна, поскольку спектр излучения этих ламп является более или менее непрерывным, в то время как в активной газовой среде нет широких полос поглощения. Как уже упоминалось в гл. 3, единственный случай, когда генерация была получена в газе при оптической накачке такого типа, — это цезий, возбуждаемый линейной лампой, заполненной гелием. В данном случае условия для оптической накачки вполне благоприятны, поскольку некоторые линии излучения He совпадают с линиями поглощения Cs. Однако цезиевый лазер

представляет интерес скорее в историческом плане, так как именно эта схема была предложена в первой работе Шавлова и Таунса.

Газовые лазеры накачиваются, как правило, электрически, т. е. накачка достигается при пропускании достаточно сильного (постоянного, высокочастотного или импульсного) тока через газовую среду. Основные механизмы накачки в газовых лазерах уже обсуждались в разд. 3.3. В данной главе мы познакомимся с другими механизмами накачки, которые характерны для отдельных лазеров (например, с ионизацией Пеннинга). Кроме того, следует заметить, что накачку некоторых лазеров можно осуществить иным путем, отличным от электрического возбуждения. В частности, мы упомянем о накачке посредством газодинамического расширения, химической накачке и оптической накачке от другого лазера.

Из возбужденного состояния частица может перейти на более низкие энергетические уровни (в том числе и в основной) благодаря следующим четырем различным процессам: 1) столкновениям возбужденной частицы с электроном, при которых частица передает свою энергию электрону (столкновения второго рода); 2) столкновениям между атомами (в газовой смеси, состоящей из более чем одной компоненты); 3) столкновениям частицы со стенками сосуда и 4) спонтанному излучению. В случае последнего процесса следует всегда учитывать возможность захвата излучения (особенно для обычно очень сильных переходов в УФ- и ВУФ-диапазоне). Этот процесс, который уже обсуждался в разд. 2.7.1, уменьшает эффективную вероятность спонтанного излучения.

При данном значении тока электрического разряда все эти процессы возбуждения и релаксации приводят в конечном счете к установлению некоторого равновесного распределения населенности по энергетическим уровням. Таким образом, можно видеть, что в газовых лазерах из-за большого числа протекающих в газах процессов механизм создания инверсии населенностей является более сложным по сравнению с твердотельными лазерами. Вообще говоря, инверсия населенностей между двумя данными уровнями возникает при выполнении одного (или обоих) следующих условий: 1) скорость возбуждения верхнего лазерного уровня больше, чем нижнего, и 2) скорость релаксации верхнего лазерного уровня меньше, чем нижнего. Напомним, что последнее условие необходимо для реализации непрерывной генерации [см. (5.25)]. Если это условие не выполняется, то генерацию тем не менее можно получить, но лишь в импульсном режиме и при выполнении первого условия (лазеры на самоограниченных переходах).

### 6.3.1. Лазеры на нейтральных атомах

В этих лазерах используются нейтральные атомы в виде газа или пара. Лазеры на нейтральных атомах составляют широкий класс, который включает в себя, в частности, лазеры, использующие почти все инертные газы (He, Ne, Kr, Ar, Xe). Все лазеры на нейтральных атомах инертных газов генерируют в ИК-диапазоне (1—10 мкм), за замечательным исключением He—Ne-лазера, излучающего в зеленой и красной областях. Большой класс лазеров составляют также лазеры на парах металлов, таких, как Pb, Cu, Au, Ca, Sr и Mn. Эти лазеры, как правило, работают в видимой области. Наибольшее значение среди них приобрел лазер на парах меди, генерирующий на зеленом ( $\lambda = 510,5$  нм) и желтом ( $\lambda = 578,2$  нм) переходах. Все лазеры на парах металлов являются самоограниченными и поэтому работают в импульсном режиме.

#### 6.3.1.1. Гелий-неоновые лазеры

He—Ne-лазер [9, 10], вне сомнения, имеет наибольшее значение среди лазеров на инертных газах. Генерация осуществляется на переходах атома неона, а гелий добавляется в газовую смесь для существенного повышения эффективности накачки. Лазер генерирует на многих длинах волн, из которых наиболее известна линия с  $\lambda = 0,633$  мкм (красная). Среди других линий — зеленая на длине волны  $\lambda = 543$  нм и две линии в ИК-диапазоне с  $\lambda = 1,15$  и  $3,39$  мкм. Гелий-неоновый лазер, генерирующий на переходах с  $\lambda = 1,15$  мкм, был самым первым работающим газовым лазером, и на нем также была впервые продемонстрирована непрерывная лазерная генерация (Джаван с сотр., конец 1960 г. [11]).

На рис. 6.5 приведена упрощенная схема энергетических уровней He и Ne. Уровни He обозначены в соответствии с приближением связи Рассела — Сандерса, где первая цифра указывает также главное квантовое число данного уровня. Таким образом, состояние  $1^1S$  отвечает случаю, когда оба электрона He находятся в состоянии  $1s$  с противоположно направленными спинами. Состояния  $2^3S$  и  $2^1S$  отвечают ситуации, когда один из двух электронов заброшен в состояние  $2s$  и его спин соответственно параллелен или антипараллелен спину другого электрона. Атомное число неона равно 10, и в основном состоянии его десять электронов образуют конфигурацию  $1s^2 2s^2 2p^6$ . Показанные на рисунке возбужденные состояния соответствуют ситуациям, в которых один из  $2p$ -электронов заброшен в возбужденное  $s$ -состояние ( $3s$ ,  $4s$  и  $5s$ ) или возбужденное  $p$ -состояние ( $3p$  и  $4p$ ).

Из рисунка очевидно, что в He уровни  $2^3S$  и  $2^1S$  являются близкими к резонансу с  $4s$ - и  $5s$ -состояниями Ne. Поскольку уровни  $2^3S$  и  $2^1S$  метастабильны (переходы  $S \rightarrow S$  запрещены в электродипольном приближении; более того, переход  $2^3S \rightarrow 1^1S$  запрещен еще и с точки зрения изменения мультиплетности), He в этих состояниях оказывается весьма эффективным средством

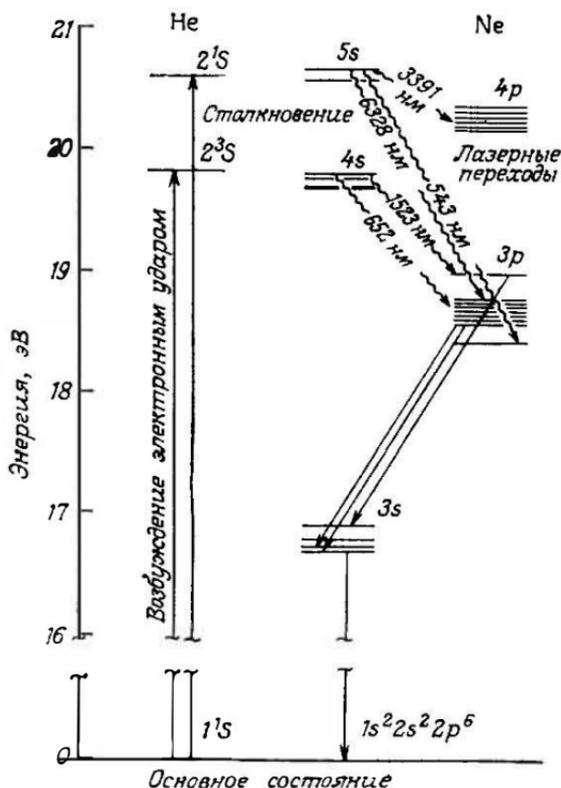


Рис. 6.5. Уровни энергии He и Ne, участвующих в работе гелий-неонового лазера.

для накачки  $4s$  и  $5s$ -уровней Ne посредством резонансной передачи энергии. Было установлено, что в He—Ne-лазере этот процесс является доминирующим для получения инверсии населенностей, хотя накачка осуществляется также и за счет столкновений электронов с атомами Ne. Поскольку уровни  $4s$  и  $5s$  атома Ne могут быть значительно населены, они подходят на роль верхнего уровня лазерных переходов. Учитывая правила отбора, мы видим, что возможными переходами являются переходы в  $p$ -состояния. Вдобавок и время релаксации  $s$ -состояний ( $\tau_s \approx$

$\approx 100$  нс) на порядок больше времени релаксации  $p$ -состояний ( $\tau_p \approx 10$  нс). Таким образом, выполняется условие непрерывной генерации (5.25). Наконец, следует заметить, что вероятность возбуждения электронным ударом из основного состояния на уровни  $3p$  и  $4p$  вследствие меньших сечений взаимодействия значительно меньше, чем соответствующие вероятности возбуждения на уровнях  $4s$  и  $5s$ .

Из сказанного выше следует, что генерацию в неоне можно ожидать между уровнями  $5s$  и  $4s$ , играющими роль верхних

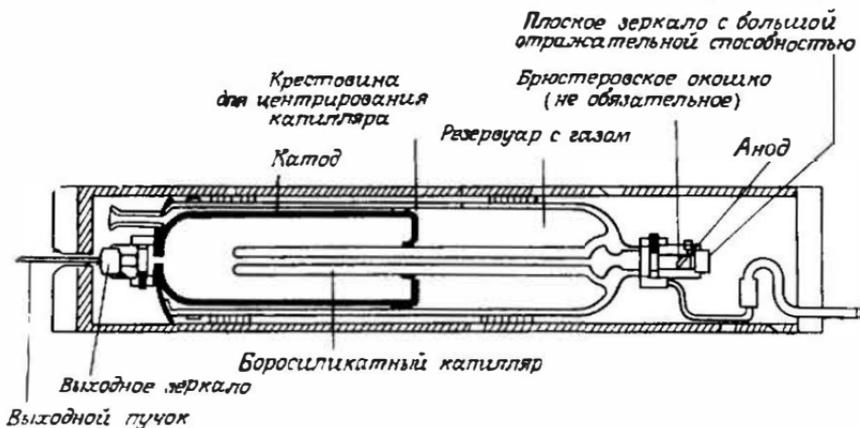


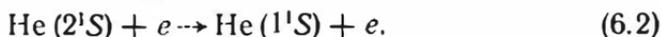
Рис. 6.6. Внутреннее устройство современного отпаянного гелий-неонового лазера (воспроизводится с любезного разрешения Мель Гриво).

уровней, и  $3p$  и  $4p$ , являющимися нижними. На рис. 6.5 приведены некоторые наиболее важные лазерные переходы, образующиеся между этими уровнями. Конкретный переход, на котором будет осуществляться генерация, определяется длиной волны, при которой коэффициент отражения многослойного диэлектрического зеркала достигает максимума. Лазерные переходы уширены преимущественно благодаря эффекту Доплера. Например, на длине волны  $\lambda = 632,8$  нм в соответствии с выражением (2.78) доплеровское уширение приводит к ширине линии порядка  $1,4$  ГГц. Из выражения (2.67) для сравнения можно оценить величину естественного уширения, что даст  $\Delta\nu_{ест} = 1/2\pi\tau \approx \approx 19$  МГц, причем  $\tau^{-1} = \tau_s^{-1} + \tau_p^{-1}$ , а  $\tau_s$  и  $\tau_p$  — времена жизни соответственно  $s$ - и  $p$ -состояний. Столкновительное уширение еще меньше естественного [например, для чистого неона  $\Delta\nu_c \approx \approx 0,6$  МГц при давлении  $p \approx 0,5$  мм рт. ст.; см. (2.66)].

На рис. 6.6. показана основная конструкция He—Ne-лазера. Разряд происходит между кольцеобразным анодом и большим катодом, имеющим форму трубки и поэтому выдерживающим

столкновения с положительными ионами. На большей части длины трубки разряд заключен в капилляр. Большой объем газа, окружающий капилляр, работает в качестве резервуара для пополнения смеси He—Ne в капилляре. Если требуется поляризованное излучение, то внутрь трубки также вставляется пластинка под углом Брюстера. Зеркала лазера непосредственно впаяны в концы трубки. Чаще всего используется близкая к полусферической конфигурация, поскольку она легко юстируется, очень устойчива к несоосности и сразу дает генерацию в моде  $TEM_{00}$ . Единственный недостаток этой конфигурации состоит в том, что она не полностью использует объем плазмы разряда, поскольку размер пятна моды на плоском зеркале значительно меньше, чем на вогнутом (см. разд. 4.7.3). Однако если на рис. 6.6 плоское зеркало установить слева, то область с меньшим размером пятна почти полусферической  $TEM_{00}$ -моды окажется за пределами капилляра, т. е. в области низкой инверсии.

Одна из наиболее характерных черт He—Ne-лазера состоит в том, что выходная мощность не увеличивается монотонно с током разряда, а достигает максимума и затем уменьшается. Поэтому промышленные He—Ne-лазеры снабжаются источником питания, рассчитанным только на оптимальный ток. Наличие оптимального тока плотностью  $J$  (по крайней мере для переходов 0,633 и 3,39 мкм) связано с тем, что при высоких плотностях тока дезактивация метастабильных состояний ( $2^1S$  и  $2^3S$ ) атома Ne происходит не только посредством диффузии к стенкам, но и при сверхупругих столкновениях типа



Поскольку вероятность этого процесса пропорциональна плотности электронов  $N_e$ , а следовательно, и  $J$ , полную скорость дезактивации можно записать в виде  $k_2 + k_3J$ . В этом выражении  $k_2$  — постоянное число, характеризующее дезактивацию вследствие столкновений со стенками, а  $k_3J$  (где  $k_3$  — тоже постоянное число) представляет собой вероятность процессов сверхупругих столкновений (6.2). Поскольку скорость возбуждения можно записать как  $k_1J$ , где  $k_1$  — снова постоянная, населенность  $N^*$  уровня  $2^1S$ , установившаяся в результате равновесия между возбуждением и дезактивацией, дается выражением

$$N^* = N_1 k_1 J / (k_2 + k_3 J), \quad (6.3)$$

где  $N_1$  — населенность основного состояния атомов Ne. Из этого соотношения следует, что населенность уровня  $2^1S$  атомов Ne, а следовательно, и уровня  $3s$  атомов Ne, будет выходить на насыщение при высоких плотностях тока (рис. 6.7). Однако экс-

периментально было обнаружено, что населенность нижнего лазерного уровня ( $3p$  или  $4p$ ) продолжает расти с увеличением  $I$  (вследствие непосредственной накачки атомов He из основного состояния и каскадных излучательных переходов с верхних лазерных уровней; см. рис. 6.7). Таким образом, по мере увеличения плотности тока разряда разность населенностей растет до некоторого максимального значения, а затем уменьшается. Следовательно, усиление лазера, а с ним и выходная мощность будут иметь максимальное значение при некоторой конкретной плотности тока.

Кроме этого оптимального значения плотности тока He—Ne-лазер имеет другие оптимальные рабочие параметры. В частности, к ним относятся: 1) оптимальное значение произведения полного давления газа  $p$  на диаметр трубки  $D$  [ $pD = 3,6-4$  (мм рт. ст.)·мм] и 2) оптимальное отношение давлений He к Ne (примерно 5:1 для  $\lambda = 632,7$  нм и 9:1 для  $\lambda = 1,15$  мкм). То, что существует оптимальное значение  $pD$ ,

указывает на наличие оптимальной электронной температуры. Элементарная теория тлеющего разряда в положительном столбе дает фактически максвелловское распределение энергии электронов, температура которых зависит только от произведения  $pD$  [см. (3.41)]. Наконец, следует заметить, что согласно экспериментальным наблюдениям усиление при постоянном  $pD$  изменяется как  $D^{-1}$ . Это нетрудно понять, если осознать, что при постоянном  $pD$  электронная температура остается неизменной. Следовательно, число всех процессов возбуждения за счет электронного удара просто сводится к числу атомов, которые могут быть возбуждены. А поскольку как верхний, так и нижний лазерный уровни в конечном итоге заселяются за счет электронного удара, разность населенностей, а значит, и усиление лазера прямо пропорционально давлению или величине  $D^{-1}$  при постоянном  $pD$ . Поэтому диаметр капилляра стремятся сделать как можно меньше, но так, чтобы при этом не внести дополнительных дифракционных потерь для  $TEM_{00}$ -моды. Таким образом,

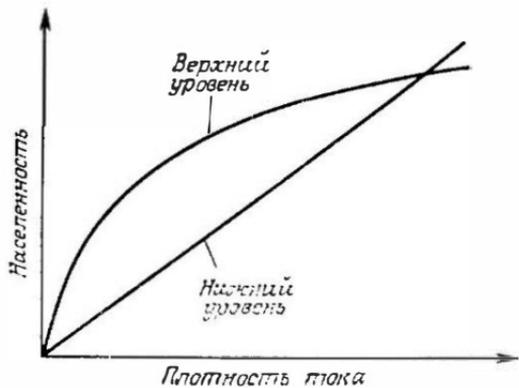


Рис. 6.7. Схематические зависимости населенностей верхнего и нижнего лазерного уровней от плотности тока в гелий-неоновом лазере.

большинство He—Ne-лазеров работает с капиллярами диаметром около 2 мм и получающаяся в этих условиях выходная мощность на переходе 0,633 мкм может быть в пределах 1—10 мВт при длине трубки от 20 до 50 см. Выходная мощность на зеленой линии обычно в десять раз меньше. КПД He—Ne-лазера на любом из его лазерных переходов всегда очень мал ( $< 10^{-3}$ ). Главной причиной столь низкого КПД является малая величина квантовой эффективности лазера: из рис. 6.5 видно, что каждый элементарный процесс накачки требует затраты энергии около 20 эВ, в то время как энергия лазерного фотона не превышает 2 эВ.

Как мы показали выше, ширина линии  $\Delta\nu_0$  (для перехода 633 нм) составляет около 1400 МГц. Поэтому генерацию в одной продольной моде можно осуществить, если применить достаточно короткий резонатор, у которого разность частот продольных мод ( $c/2L$ ) сравнима с  $\Delta\nu_0$ . Фактически это условие означает, что  $L < 15\text{—}20$  см. В этом случае необходимо обеспечивать тонкую подстройку длины резонатора, чтобы получить совпадение частоты моды с центром контура усиления. Лазеры этого типа допускают высокую степень стабилизации частоты ( $\Delta\nu/\nu = 10^{-11}\text{—}10^{-12}$ ) с помощью провала Лэмба и даже еще лучшая степень стабилизации получается при использовании обращенного провала Лэмба с применением поглощающей ячейки, содержащей  $^{129}\text{I}_2$ .

Генерирующие на красном переходе He—Ne-лазеры широко используются для многих применений, где требуется маломощный пучок в видимом диапазоне (например, при юстировке, считывании изображений, в метрологии, голографии, при создании памяти на видеодисках).

### 6.3.1.2. Лазеры на парах меди и золота [12]

На рис. 6.8 представлена общая схема участвующих в генерации энергетических уровней лазеров этого типа. Переход  $g \rightarrow 2$  является разрешенным, а переход  $g \rightarrow 1$  электродипольно запрещен. Таким образом, пользуясь борновским приближением, мы вправе ожидать, что сечение перехода  $g \rightarrow 2$  за счет электронного удара значительно больше, чем сечение перехода  $g \rightarrow 1$ . Чтобы создать достаточную населенность верхнего лазерного уровня, высокая, как правило, скорость излучательного перехода  $2 \rightarrow g$  должна быть уменьшена до значения, сравнимого со скоростью излучательного перехода  $2 \rightarrow 1$ . Это означает, что плотность атомов должна быть достаточно высокой, чтобы стал возможным захват излучения на переходе  $2 \rightarrow g$ . Заметим, что поскольку переход  $1 \rightarrow g$  является запрещенным, лазер мо-

жет работать только в импульсном режиме с длительностью импульса порядка или короче времени жизни уровня 2. Релаксация  $1 \rightarrow g$  обычно происходит при столкновениях со стенками и вследствие межатомной дезактивации. Соответствующая скорость релаксации устанавливает верхний предел частоты повторения импульсов лазера.

Сделав эти предварительные замечания, мы покажем на рис. 6.9 участвующие в процессе генерации уровни энергии двух наиболее важных лазеров указанной категории, т. е. лазеров на парах меди и золота. С точки зрения электронной конфигурации уровни Cu и Au весьма схожи, поэтому мы ограничимся тем, что рассмотрим атом меди. Основное состояние  $^2S_{1/2}$  атома Cu соответствует кон-

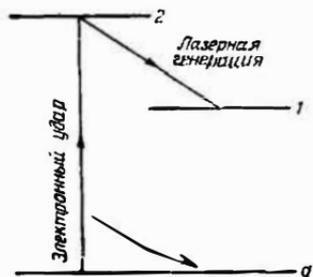


Рис. 6.8. Общая схема энергетических уровней лазера на парах металла, работающего в режиме самоограничения.

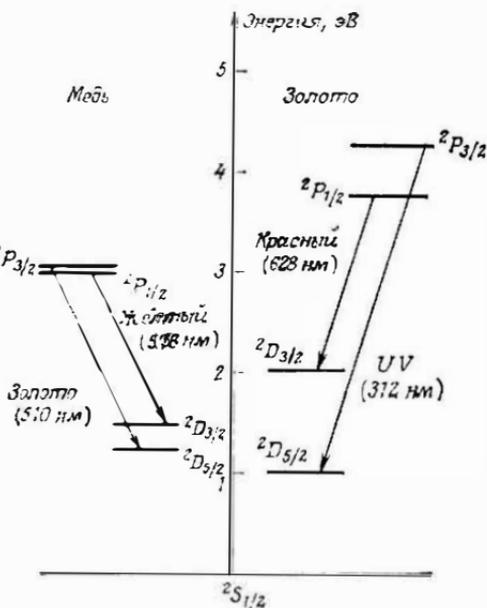


Рис. 6.9. Уровни энергии атомов меди и золота, участвующие в лазерной генерации. Обозначение UV на рисунке соответствует ультрафиолету.

фигурации  $3d^{10}4s$ . Когда внешний  $4s$ -электрон забрасывается на следующий, более высокий  $4p$ -уровень, возникают возбужденные уровни  $^2P_{1/2}$  и  $^2P_{3/2}$ . Эти уровни сильно связаны с основным состоянием электродипольно разрешенным переходом. Уровни  $^2D_{3/2}$  и  $^2D_{5/2}$  соответствуют конфигурации  $3d^94s^2$ , имеющей более низкую энергию, а переходы  $^2D \rightarrow ^2S_{1/2}$  электродипольно запрещены. Атомы меди из состояния  $^2P$  быстро (время жизни порядка 7 нс) релаксируют посредством спонтанного излучения в основное состояние  $^2S_{1/2}$ , в то время как время релаксации уровней  $^2D$  намного больше (около 0,5 мкс), поскольку этот переход разрешен слабо. Однако при температурах, которые

используются в медном ( $T = 1500^\circ\text{C}$ ) и золотом ( $T = 1650^\circ\text{C}$ , так как золото является менее тегучим веществом) лазерах, давление паров достаточно высокое ( $\sim 0,1$  мм рт. ст.), так что вследствие захвата излучения релаксации по каналу  ${}^2P \rightarrow {}^2S_{1/2}$  не происходит. Таким образом, единственный эффективный канал релаксации проходит через состояние  ${}^2D$ . Релаксация населенности уровня  ${}^2D$  осуществляется посредством дезактивации на стенках, если внутренний диаметр трубки невелик ( $< 2$  см).

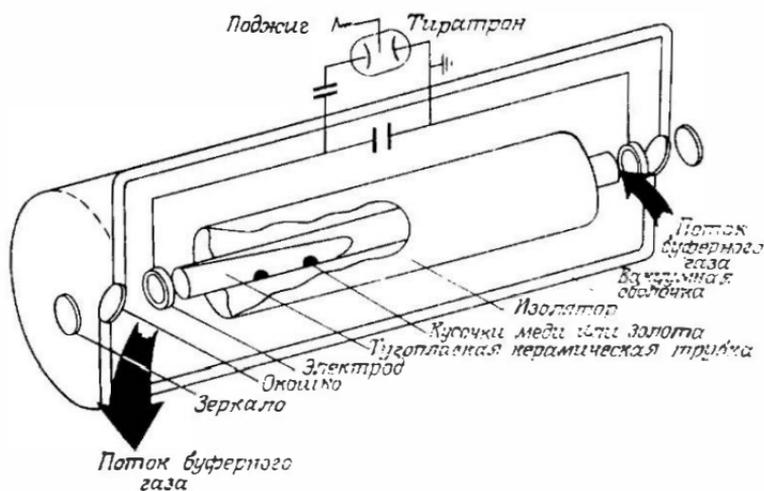


Рис. 6.10. Схематическое представление конструкции лазера на парах меди или золота (воспроизводится с любезного разрешения фирмы Oxford Lasers, Ltd.).

Для трубок больших размеров было показано, что важную роль играет сверхупругое столкновение  $e + \text{Cu}({}^2D) \rightarrow e + \text{Cu}({}^2S_{1/2})$ . В обоих случаях соответствующее время релаксации очень большое (несколько десятков микросекунд).

Учитывая сказанное, из приведенной на рис. 6.8 общей схемы уровней следует, что генерация на парах Cu может осуществляться как на переходе  ${}^2P_{3/2} \rightarrow {}^2D_{5/2}$  (зеленый), так и на  ${}^2P_{1/2} \rightarrow {}^2D_{3/2}$  (желтый). Генерация в парах золота происходит в основном на красном переходе, поскольку УФ-переход оканчивается на состоянии  ${}^2D_{5/2}$ , который при рабочей температуре в значительной степени заселен. Конструкция лазера на парах металлов основана на общей схеме, приведенной на рис. 6.10, причем пары металла заключены в трубку из окиси алюминия, которая теплоизолируется помещением ее в откачанный объем. Необходимая высокая температура в трубке обычно поддержи-

вается мощностью, рассеиваемой в трубке при прохождении повторяющихся импульсов тока. Анод и катод имеют форму кольцеобразных электродов и помещаются на концах трубки из окиси алюминия. В газовую смесь добавляется буферный газ (неон под давлением 25—50 мм рт. ст.) для обеспечения достаточной плотности электронов после прохождения разрядного импульса для того, чтобы обеспечить объемную дезактивацию нижнего лазерного состояния  ${}^2D$ . Добавление неона также способствует уменьшению длины диффузии паров Cu и таким образом предохраняет (холодные) выходные окошки от высаживания меди.

Лазеры на парах меди работают со средней выходной мощностью до 40 Вт в импульсно-периодическом режиме с длительностью импульса порядка 50 нс и с частотой повторения импульсов до 20 кГц<sup>1)</sup>. На сегодняшний день они являются наиболее эффективными (КПД  $\sim 1\%$ ) лазерными источниками в зеленой области спектра. Этот относительно большой КПД связан как с высокой квантовой эффективностью медного лазера ( $\sim 55\%$ ; см. рис. 6.9), так и с большим сечением перехода  ${}^2S_{1/2} \rightarrow {}^2P$  при электронном ударе. Крупная установка с примерно 50 параллельно работающими лазерами на парах меди используется на ведущем в США заводе по разделению изотопов  ${}^{235}\text{U}$ . Лазеры на парах меди также используются для многих научных применений и в некоторых промышленных приложениях (таких, как высокоскоростная фотография и подгонка интегральных резисторов). Лазеры на парах золота все больше применяются для лечения опухолей.

### 6.3.2. Ионные лазеры

По сравнению с нейтральными атомами шкала энергетических уровней ионизованного атома является более широкой. Действительно, в этом случае каждый электрон атома испытывает влияние поля положительного заряда ядра  $Ze$  ( $Z$  — атомный номер элемента, а  $e$  — заряд электрона), экранированного отрицательным зарядом  $(Z-2)e$  оставшихся электронов. Таким образом, результирующий эффективный заряд равен  $2e$ , в то время как в случае нейтрального атома он равен только  $e$ . Это расширение энергетической шкалы приводит к тому, что ионные лазеры обычно работают в видимой и ультрафиолетовой областях спектра. Как и лазеры на нейтральных атомах, ионные лазеры можно разделить на две категории: 1) ионные газовые лазеры, использующие большинство инертных газов,

<sup>1)</sup> В настоящее время уже имеются промышленные лазеры на парах меди со значительно лучшими параметрами. — *Прим. перев.*

среди которых наиболее замечательным примером является  $\text{Ar}^+$ -лазер; 2) лазеры на парах металлов, в которых применяются различные металлы ( $\text{Sn}$ ,  $\text{Pb}$ ,  $\text{Zn}$ ,  $\text{Cd}$  и  $\text{Se}$ ); среди этих лазеров выделяется  $\text{He}-\text{Cd}$ -лазер.

### 6.3.2.1. Аргоновый лазер [13, 14]

Упрощенная схема участвующих в генерации уровней энергии в аргоновом лазере приведена на рис. 6.11. Основное состояние иона  $\text{Ar}^+$  получает-

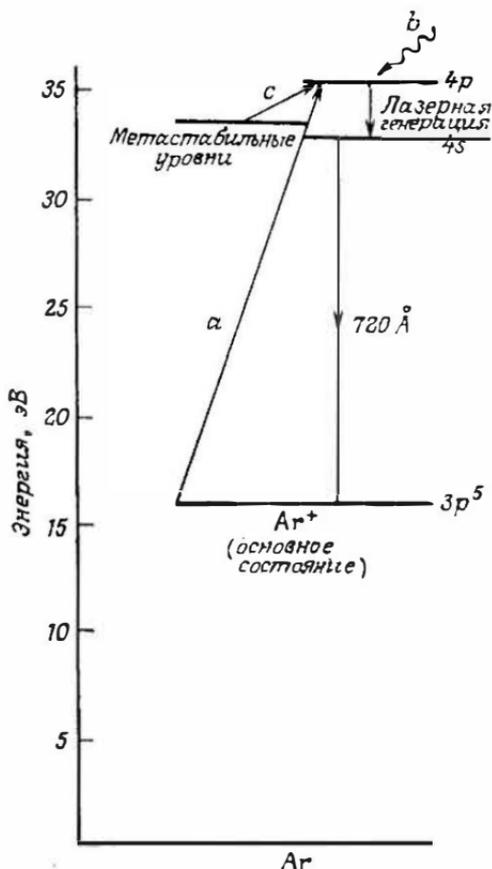


Рис. 6.11. Уровни энергии иона  $\text{Ar}^+$ , участвующие в лазерной генерации.

ственное возбуждение иона  $\text{Ar}^+$  на  $4p$ -уровень (процесс  $a$  на рис. 6.11); 2) возбуждение в более высоко лежащие состояния с последующими каскадными излучательными переходами на уровень  $4p$  (процесс  $b$  на рис. 6.11); 3) возбуждение на метаста-

бильные уровни  $4p$  путем удаления одного из шести  $3p$ -электронов внешней оболочки аргона. Возбужденные состояния  $4s$  и  $4p$  возникают, когда один из оставшихся  $3p^5$ -электронов забрасывается на уровни соответственно  $4s$  и  $4p$ . С учетом взаимодействия с остальными  $3p$ -электронами оба уровня  $4s$  и  $4p$ , обозначенные на рис. 6.11 как простые уровни, на самом деле состоят из нескольких уровней (соответственно 9 и 2). Возбуждение верхнего лазерного  $4p$ -уровня происходит посредством двухступенчатого процесса, включающего в себя столкновения с двумя различными электронами. При первом столкновении аргон ионизируется, т. е. переходит в основное состояние иона  $\text{Ar}^+$ . Находящийся в основном состоянии ион  $\text{Ar}^+$  испытывает второе столкновение с электроном, что может привести к следующим трем различным процессам:

бильные уровни с последующим третьим столкновением с электроном, приводящим к возбуждению на  $4p$ -уровень (процесс  $c$  на рис. 6.11). Поскольку процессы 1 и 2 включают в себя два этапа, связанных со столкновениями с электронами, следует ожидать, что скорость накачки в верхнее состояние будет пропорциональна квадрату плотности тока разряда. Действительно, скорость накачки верхнего состояния  $(dN_2/dt)_p$  должна иметь вид

$$(dN_2/dt)_p \sim N_e N_t \sim N_e^2, \quad (6.4)$$

где  $N_e$  и  $N_t$  — плотности электронов и ионов в плазме ( $N_e \approx N_t$  в плазме положительного столба). Так как электрическое поле в разряде не зависит от разрядного тока, плотность электронов  $N_e$  пропорциональна плотности разрядного тока [см. (3.39)] и из выражения (6.4) следует, что  $(dN_2/dt)_p \sim J^2$ . Можно показать, что при высоких плотностях тока рассмотренный выше процесс 3 также приводит к тому, что скорость накачки пропорциональна  $J^2$ . Таким образом, накачка резко возрастает с увеличением плотности тока и для того, чтобы рассмотренный выше малоэффективный двухступенчатый процесс позволил закачать достаточно ионов в верхнее состояние, необходимы высокие плотности тока ( $\sim 1$  кА/см<sup>2</sup>). Этим можно объяснить, почему первый запуск  $Ag^+$ -лазера произошел спустя около 3-х лет после запуска He—Ne-лазера (Бриджес, 1964 [15]). Ион  $Ag^+$ , будучи заброшен на верхний лазерный уровень  $4p$ , может релаксировать на уровень  $4s$  посредством быстрой ( $\sim 10^{-8}$  с) излучательной релаксации. Однако следует заметить, что релаксация из нижнего лазерного  $4s$ -уровня в основное состояние  $Ag^+$  происходит за время, которое примерно в 10 раз короче. Таким образом, условие непрерывной генерации выполняется.

Из сказанного выше следует, что генерацию в аргоновом лазере следует ожидать на переходе  $4p \rightarrow 4s$ . Так как оба уровня  $4s$  и  $4p$  на самом деле состоят из многих подуровней, аргоновый лазер может генерировать на многих линиях, среди которых наиболее интенсивными являются зеленая ( $\lambda = 514,5$  нм) и синяя ( $\lambda = 488$  нм). Из измерений спектра спонтанного излучения было найдено, что доплеровская ширина линии  $\Delta\nu_0^*$ , например зеленого перехода, составляет около 3500 МГц. Это означает, что температура ионов, определяемая в соответствии с выражением (2.78), равна  $T \approx 3000$  К. Иными словами, ионы являются очень горячими благодаря их ускорению в электрическом поле разряда. Относительно широкая доплеровская ширина линии также приводит к тому, что в режиме синхронизации мод в аргоновом лазере наблюдаются сравнительно короткие импульсы ( $\sim 150$  пс; см. табл. 5.1).

На рис. 6.12 приведена схема устройства современного мощного ( $\geq 1$  Вт) аргонового лазера. Заметим, что как плазменный ток, так и лазерный пучок ограничиваются металлическими (вольфрамовыми) дисками, помещенными в керамическую ( $\text{BeO}$ ) трубку большого диаметра. Использование такой теплопроводной и изолирующей металлокерамической комбинации необходимо для того, чтобы обеспечить хорошую теплопроводность трубки и в то же время ослабить проблемы, связанные с эрозией вследствие высокой температуры ионов. Диаметр центральных отверстий в дисках делается небольшим ( $\sim 2$  мм),

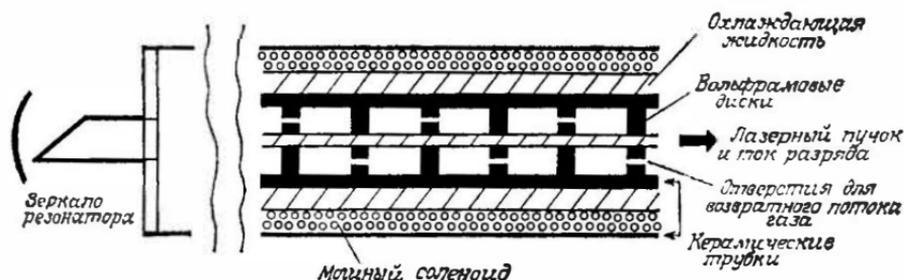


Рис. 6.12. Схематическое изображение мощной аргоновой лазерной трубки с водяным охлаждением.

чтобы сосредоточить генерацию в  $\text{TEM}_{00}$ -моде (для резонатора обычно применяются вогнутые зеркала с большим радиусом кривизны) и чтобы уменьшить необходимое значение полного тока. В аргоновых лазерах приходится решать проблему катодореза атомов аргона. В самом деле, вследствие высокой плотности тока наблюдается значительная миграция ионов  $\text{Ar}^+$  в сторону катода. Вблизи катода ионы нейтрализуются электронами, эмиттированными с поверхности электрода, и нейтральные атомы стремятся скапливаться в прикатодной области. Для преодоления этой трудности в дисках делают дополнительные смещенные от центра отверстия, чтобы обеспечить за счет диффузии путь для возвращения атомов от катода к аноду. Отверстия прodelьваются таким образом, чтобы через возвратные отверстия не шел ток за счет того, что длина образующихся путей больше, чем длина пути через центральные отверстия. Внутренняя керамическая трубка охлаждается водой для отвода большого количества тепла, которое неизбежно выделяется в трубке (несколько кВт/м). Заметим также, что в области разряда параллельно оси к трубке прикладывается постоянное магнитное поле. В такой конфигурации сила Лоренца уменьшает скорость

диффузии электронов к стенкам. В результате этого число свободных электронов в центре трубки увеличивается и, следовательно, возрастает скорость накачки. Это позволяет объяснить наблюдаемое увеличение выходной мощности в случае, когда прикладывается внешнее магнитное поле. Удерживая разряд вблизи оси трубки, магнитное поле также уменьшает разрушение стенок. Заметим, что в мощных лазерах ( $\geq 1$  Вт) зеркала монтируются снаружи трубки, чтобы ослабить деградацию зеркального покрытия под воздействием вакуумного УФ-излучения, испускаемого плазмой. У маломощных лазеров ( $< 1$  Вт) трубка обычно изготавливается из керамического ( $\text{BeO}$ ) блока, в котором для разряда просверливается центральное отверстие. В этом случае магнитное поле отсутствует, трубка охлаждается воздухом, а зеркала, как и в He—Ne-лазере, впаиваются в концы трубки.

Промышленностью изготавливаются аргоновые лазеры с водяным охлаждением мощностью 1—20 Вт, генерирующие на синем и зеленом переходах одновременно или только на одной линии при использовании конфигурации рис. 5.4, а. Также выпускаются маломощные ( $< 1$  Вт) аргоновые лазеры с воздушным охлаждением. В обоих случаях выходная мощность над порогом резко увеличивается с ростом плотности тока ( $\sim J^2$ ), так как в аргоновом лазере, в противоположность тому, что происходит в He—Ne-лазере, нет процессов, приводящих к насыщению инверсии. Однако КПД лазера очень мал ( $< 10^{-3}$ ), поскольку мала квантовая эффективность ( $\sim 7,5\%$ ; см. рис. 6.11) и возбуждение электронным ударом происходит на множестве уровней, которые не связаны эффективным образом с верхним лазерным уровнем. Аргоновые лазеры широко используются для накачки непрерывных лазеров на красителях, для множества научных применений (взаимодействие излучения с веществом), в лазерных принтерах, в лазерной хирургии и в техническом оснащении развлекательных программ.

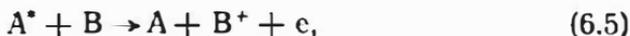
В заключение данного раздела упомянем  $\text{K}g^+$ -лазер, который получил наиболее широкое распространение среди множества остальных ионных лазеров. Он также генерирует на многих длинах волн, среди которых наиболее интенсивной является красная (647,1 нм)<sup>1)</sup>.

---

<sup>1)</sup> Конструкция и принцип действия  $\text{K}g^+$ -лазера аналогичны  $\text{Ag}^+$ -лазеру. Это позволяет создавать «белый» лазер, в котором рабочей средой является смесь газов  $\text{Ag}$  и  $\text{K}g$ . Если не принимать мер для выделения линий, то одновременно могут генерировать 5—6 линий  $\text{Ag}$  в сине-зеленом диапазоне и 2—3 линии  $\text{K}g$  в красном. Излучение такого лазера действительно выглядит белым. — *Прим. перев.*

## 6.3.2.2. He—Cd-лазер

На рис. 6.13 показаны уровни энергии в системе He—Cd, имеющие отношение к лазерной генерации. Накачка верхних лазерных уровней ( $^2D_{3/2}$  и  $^2D_{5/2}$ ) в  $\text{Cd}^+$  осуществляется с помощью гелия через ионизацию Пеннинга. В общем случае этот процесс можно записать в виде



где ион  $B^+$  в конечном состоянии может оказаться как возбужденным, так и невозбужденным. Разумеется, данный процесс

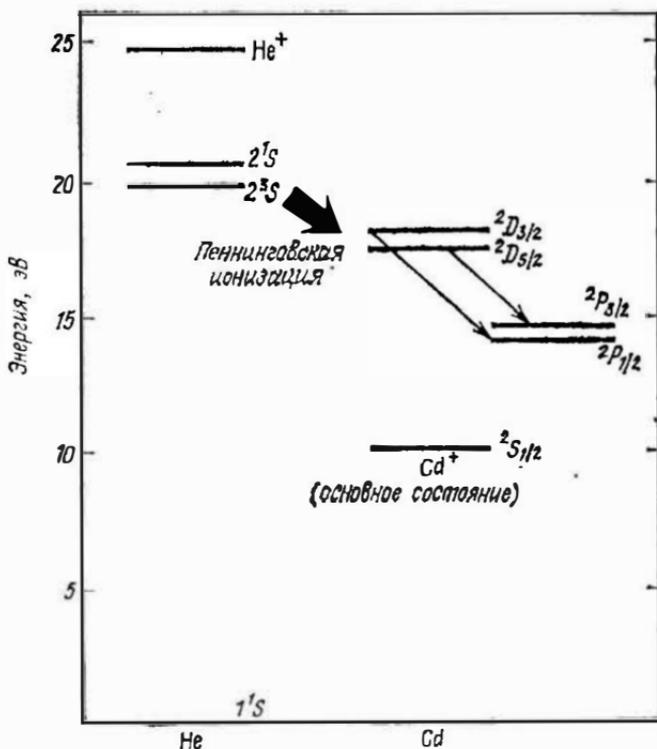


Рис. 6.13. Основные уровни энергии He—Cd-лазера.

протекает лишь в том случае, когда энергия возбужденного атома  $A^*$  больше или равна энергии, необходимой для ионизации атома  $B$ . Избыточная энергия переходит в кинетическую энергию электрона. Процесс протекает наиболее эффективно, если возбужденные частицы  $A^*$  находятся в метастабильном состоянии. Заметим, что в отличие от резонансной передачи энергии ионизация Пеннинга является нерезонансным процессом;

необходимо лишь, чтобы энергия возбуждения атома  $A^*$  была больше, чем энергия ионизации или энергия возбуждения атома  $B$  (если атом  $B$  должен остаться в возбужденном состоянии). Действительно, любая избыточная энергия может быть передана в кинетическую энергию искусственного электрона. В реакции (6.5) в случае He—Cd-лазера в качестве частицы  $A^*$  выступает гелий в метастабильных состояниях  $2^1S$  и  $2^3S$ , и это возбуждение при столкновении передается возбужденному иону  $Cd^+$ . Хотя процесс и не резонансный, оказалось, что сечение возбуждения состояний  $D$  примерно в три раза больше, чем сечение возбуждения состояний  $P$ . Однако более важно то, что время жизни состояний  $D$  ( $10^{-7}$  с) много больше времени жизни состояний  $P$  ( $10^{-9}$  с). Поэтому можно без труда достичь инверсии населенностей между состояниями  $D$  и  $P$ . Лазерная генерация была получена на линиях  $2^3D_{3/2} \rightarrow 2^1P_{1/2}$  ( $\lambda = 325$  нм) и  $2^3D_{5/2} \rightarrow 2^1P_{3/2}$  ( $\lambda = 416$  нм). Затем вследствие излучательной релаксации ионы  $Cd^+$  переходят в основное состояние  $2^1S_{1/2}$ .

Типичная конструкция He—Cd-лазера имеет вид трубки с двумя выходными окошками под углом Брюстера, а оба зеркала смонтированы отдельно от трубки. В одной из возможных конфигураций в трубке, заполненной гелием, рядом с анодом имеется небольшой резервуар с металлом. Этот резервуар нагревается до достаточно высокой температуры ( $\sim 250^\circ\text{C}$ ), чтобы в трубке создалось необходимое давление паров. Когда пары достигают области разряда, часть атомов ионизуется и движется по направлению к катоду. В самом разряде выделяется достаточно много теплоты, чтобы предотвратить осаждение паров на стеклах трубки. Однако пары конденсируются, когда достигают катодной области, в которой нет разряда и температура низка. В результате в трубке возникает непрерывный поток паров металла от анода к катоду (катафорез). Поэтому, чтобы обеспечить длительную работоспособность трубки, ее нужно снабдить достаточным запасом  $Cd$  (1 г на 1000 ч). Выходные мощности He—Cd-лазеров могут составлять 50—100 мВт, что ставит их в промежуточное положение между красными He—Ne-лазерами (несколько милливатт) и  $Ag^+$ -лазерами (несколько ватт). He—Cd-лазеры представляют интерес для многих применений, когда необходимо иметь пучки синего или ультрафиолетового света умеренной мощности (т. е. для высокоскоростных лазерных принтеров, голографии).

### 6.3.3. Молекулярные газовые лазеры

Эти лазеры используют переходы между энергетическими уровнями молекулы. В зависимости от типа участвующего в генерации перехода молекулярные лазеры можно разделить на

следующие три класса. Во-первых, это лазеры на колебательно-вращательных переходах. В таких лазерах используются переходы между колебательными уровнями одного и того же электронного состояния (основного состояния). Разница энергий между уровнями перехода такого типа (см. разд. 2.9) означает, что эти лазеры генерируют в среднем и далеком ИК-диапазонах (5—300 мкм). В настоящее время наиболее важное значение из этого класса лазеров имеет  $\text{CO}_2$ -лазер, генерирующий на длине волны 10,6 или 9,5 мкм. Следует упомянуть и другие примеры:  $\text{CO}$ -лазер ( $\lambda \approx 5$  мкм) и химический  $\text{HF}$ -лазер ( $\lambda \approx 2,7$ —3,3 мкм). Во-вторых, лазеры на электронно-колебательных (вибронных) переходах. В таких лазерах используются переходы между колебательными уровнями различных электронных состояний. В этом случае длина волны генерации обычно попадает в УФ-область спектра. Наиболее интересный пример этой категории лазеров — азотный ( $\lambda = 337$  нм). Отдельный класс лазеров, который можно было бы отнести к вибронным лазерам, составляют эксимерные лазеры. В этих лазерах используются переходы между различными электронными состояниями специальных молекул (эксимеров) с длиной волны излучения, как правило, в УФ-диапазоне. Однако эксимерные лазеры используют не только переходы между связанными состояниями (связанно-связанные переходы), но и (на самом деле даже чаще) переходы между связанным верхним состоянием и основным состоянием, в котором атомы отталкиваются друг от друга (связанно-свободные переходы). Поэтому целесообразно рассматривать эти лазеры как самостоятельную категорию. В-третьих, лазеры на чисто вращательных переходах. В них используются переходы между различными вращательными уровнями одного и того же колебательного состояния (как правило, возбужденного колебательного уровня основного электронного состояния). Соответствующая длина волны генерации попадает в дальний ИК-диапазон (25 мкм — 1 мм). Поскольку эти лазеры на чисто вращательных переходах играют менее важную роль, чем остальные категории, в последующих разделах не будем их рассматривать. В этой связи мы ограничимся тем замечанием, что в лазерах данного типа труднее получить генерацию, так как релаксация между вращательными уровнями происходит, как правило, с очень большой скоростью. Поэтому такие лазеры обычно накачивают оптически, используя выходное излучение другого лазера (как правило,  $\text{CO}_2$ -лазера). Оптическая накачка возбуждает данную молекулу (например,  $\text{CN}_2\text{F}$ ,  $\lambda = 496$  мкм) на вращательный уровень, принадлежащий некоторому колебательному состоянию выше основного уровня. По-

сле этого генерация осуществляется на переходах между вращательными уровнями данного верхнего колебательного состояния.

### 6.3.3.1. CO<sub>2</sub>-лазер [16, 17]

В этом лазере используется специальная смесь газов CO<sub>2</sub>, N<sub>2</sub> и He. Генерация происходит на переходе между двумя колебательными уровнями молекулы CO<sub>2</sub>, а азот и гелий, как мы покажем ниже, значительно повышают КПД лазера. CO<sub>2</sub>-лазер является одним из самых мощных лазеров (от газодинамического CO<sub>2</sub>-лазера получены выходные мощности порядка 80 кВт) и одним из наиболее эффективных (дифференциальный КПД 15—20 %). Лишь полупроводниковые и СО-лазеры имеют более высокие КПД.

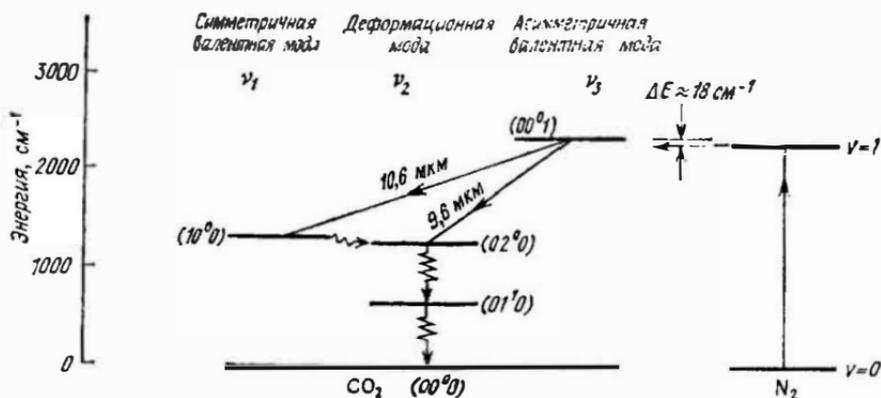


Рис. 6.14. Нижние колебательные уровни основного электронного состояния молекул N<sub>2</sub> и CO<sub>2</sub> (для простоты здесь не показаны вращательные уровни).

На рис. 6.14 приведены схемы энергетических уровней основных электронных состояний молекул CO<sub>2</sub> и N<sub>2</sub>. Поскольку N<sub>2</sub> — двухатомная молекула, она имеет лишь одну колебательную моду; на рисунке показаны два нижних уровня ( $\nu = 0$ ,  $\nu = 1$ ). Структура энергетических уровней молекулы CO<sub>2</sub> более сложная, поскольку эта молекула является трехатомной. Здесь мы имеем три невырожденные колебательные моды (рис. 6.15), а именно: 1) симметричную валентную моду, 2) деформационную моду и 3) асимметричную валентную моду. Поэтому колебания молекулы описываются тремя квантовыми числами  $n_1$ ,  $n_2$  и  $n_3$ , которые определяют число квантов в каждой колебательной моде. Таким образом, соответствующий уровень обозначается этими тремя квантовыми числами, записываемыми

в последовательности  $n_1, n_2, n_3$ . Например, уровень  $01^0$  соответствует <sup>1)</sup> колебанию, деформационная мода (мода 2) которого имеет один колебательный квант. Поскольку из трех типов колебаний моде 2 соответствует наименьшая постоянная упругости (колебания являются поперечными), рассматриваемый уровень имеет наименьшую энергию. Генерация происходит на переходе

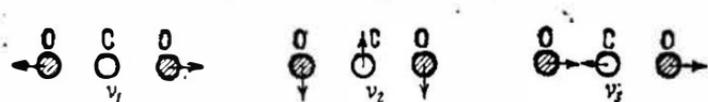
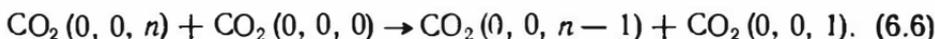


Рис. 6.15. Три фундаментальные моды колебаний молекулы  $\text{CO}_2$ :  $\nu_1$  — симметричная валентная мода,  $\nu_2$  — деформационная мода,  $\nu_3$  — асимметричная валентная мода.

между уровнями  $00^01$  и  $10^0$  ( $\lambda \approx 10,6$  мкм), хотя можно получить генерацию также и на переходе между уровнями  $00^01$  и  $02^0$  ( $\lambda \approx 9,6$  мкм).

Накачка на верхний лазерный уровень  $00^01$  происходит очень эффективно благодаря следующим двум процессам.

а) *Непосредственные столкновения с электронами.* Очевидно, основной тип непосредственного столкновения, который следует рассмотреть, имеет вид  $e + \text{CO}_2(000) \rightarrow e + \text{CO}_2(001)$ . Сечение столкновения с электроном для данного процесса очень велико и намного превышает соответствующее сечение возбуждения уровней  $100$  и  $020$ . Возможно, это связано с тем, что переход  $000 \rightarrow 001$  оптически разрешен, в то время как переход, например  $000 \rightarrow 100$ , не является таковым. Заметим, кроме того, что прямой электронный удар может приводить также к возбуждению верхних  $(0, 0, n)$  колебательных уровней молекулы  $\text{CO}_2$ . Однако молекула  $\text{CO}_2$  быстро релаксирует с этих верхних состояний в состояние  $(001)$  посредством околорезонансных столкновений типа <sup>2)</sup>



<sup>1)</sup> Верхний индекс, стоящий справа при квантовом числе, соответствующем деформационной моде (будем обозначать этот индекс через  $l$ ), возникает из-за того, что в рассматриваемом случае деформационная мода является дважды вырожденной; колебание может происходить как в плоскости рис. 6.15, так и в плоскости, перпендикулярной ей. Следовательно, деформационное колебание представляет собой определенную комбинацию этих двух колебаний, которая описывается верхним индексом  $l$ ; точнее говоря,  $l\hbar$  и представляет собой угловой момент этого колебания относительно оси молекулы  $\text{CO}_2$ . Например, в состоянии  $02^0$  ( $l=0$ ) два вырожденных колебания комбинируются таким образом, что угловой момент  $l\hbar=0$ .

<sup>2)</sup> Процесс релаксации, в котором колебательная энергия отдается в виде колебательной энергии другой молекуле того же или иного сорта, обычно называется «VV-релаксацией».

Данный процесс приводит к релаксации всех возбужденных молекул в состояние  $(0, 0, 1)$ . Действительно, благодаря этому процессу сразу достигается термализация колебательной энергии между состоянием  $(0, 0, 1)$  и верхними колебательными состояниями, и колебательную систему можно характеризовать колебательной температурой  $T_1$ . Заметим, что наиболее вероятным является столкновение возбужденной и невозбужденной молекулы, поскольку большинство молекул  $\text{CO}_2$  в газовой смеси все же находятся в основном состоянии.

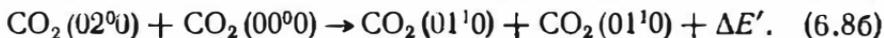
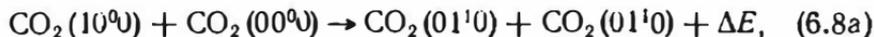
б) *Резонансная передача энергии от молекулы  $\text{N}_2$* . Этот процесс имеет также большую эффективность благодаря тому, что разница энергий между возбужденными уровнями двух молекул невелика ( $\Delta E = 18 \text{ см}^{-1}$ ). Кроме того, очень эффективным является процесс возбуждения молекулы  $\text{N}_2$  из основного состояния на уровень  $v = 1$  при столкновениях с электронами, причем уровень  $v = 1$  является метастабильным. В самом деле, переход  $1 \rightarrow 0$  запрещен для электродипольного излучения, поскольку в силу симметрии молекула  $\text{N}-\text{N}$  не может обладать полным дипольным моментом. Наконец, более высокие колебательные уровни молекулы  $\text{N}_2$  находятся почти в резонансе ( $\Delta E < kT$ ) с соответствующими уровнями молекулы  $\text{CO}_2$  (вплоть до уровня  $00^04$ ), а переходы между возбужденными уровнями  $00n$  и  $001$  молекулы  $\text{CO}_2$  происходят с очень большой скоростью за счет процесса (6.6).

Рассмотрим теперь следующий вопрос, а именно релаксацию верхнего и нижнего лазерных уровней. С этой целью заметим, что, хотя переходы  $00^01 \rightarrow 10^00$ ,  $00^01 \rightarrow 02^00$ ,  $10^00 \rightarrow 01^00$  и  $02^00 \rightarrow 01^00$  оптически разрешены, соответствующие времена релаксации  $\tau_{\text{спонт}}$  для спонтанного излучения очень велики (напомним, что  $\tau_{\text{спонт}} \sim 1/\nu^3$ ). Поэтому релаксация различных указанных уровней в большей мере определяется столкновениями. В соответствии с этим время релаксации верхнего лазерного уровня  $\tau_s$  можно определить по формуле типа

$$1/\tau_s = \sum a_i p_i, \quad (6.7)$$

где  $p_i$  — парциальные давления, а  $a_i$  — постоянные, характеризующие каждую компоненту газовой смеси в разряде. Рассматривая, например, случай, когда полное давление смеси равно 15 мм рт. ст. (при парциальных давлениях  $\text{CO}_2 : \text{N}_2 : \text{He}$  в отношении 1 : 1 : 8), мы находим, что время жизни верхнего лазерного уровня  $\tau_s \approx 0,4$  мс. Что касается скорости релаксации нижнего уровня, то прежде всего заметим, что вероятность перехода  $100 \rightarrow 020$  очень велика и этот переход происходит даже в изолированной молекуле. Действительно, разность энергий этих

двух уровней много меньше  $kT$ . Кроме того, эти состояния взаимодействуют друг с другом (резонанс Ферми), поскольку деформационное колебание стремится изменить расстояние между атомами кислорода (т. е. вызывает симметричное растяжение). При этом за счет околорезонансных процессов столкновения с молекулами  $\text{CO}_2$  в основном состоянии уровни  $10^00$  и  $02^00$  эффективно взаимодействуют с уровнем  $01^10$  (VV-релаксация):



Вероятность этих двух процессов очень большая, поскольку  $\Delta E$  и  $\Delta E'$  много меньше  $kT$ . Следовательно, населенности трех уровней  $10^00$ ,  $02^00$  и  $01^10$  достигают теплового равновесия за очень короткое время. Это равносильно утверждению, что населенности этих уровней можно описать колебательной температурой  $T_2$ . В общем случае температура  $T_2$  отличается от  $T_1$ . Поэтому нам остается найти скорость релаксации с уровня  $01^10$  на основное состояние  $00^00$ . Если бы она была небольшой, то это вызвало бы накопление молекул на уровне  $01^10$  во время генерации лазера, а затем накопление населенности на уровнях  $10^00$  и  $02^00$ , поскольку уровень  $01^10$  находится с последними в тепловом равновесии. Таким образом, произошло бы замедление процесса релаксации всех трех уровней, т. е. в общем процессе релаксации переход  $01^10 \rightarrow 00^00$  представлял бы собой «узкое место». В связи с этим важно изучить вопрос о времени жизни уровня  $01^10$ . Заметим, что, поскольку переход  $01^10 \rightarrow 00^00$  обладает наименьшей энергией среди всех молекул, присутствующих в разряде, релаксация с уровня  $01^10$  может происходить только путем передачи этой энергии в энергию поступательного движения сталкивающихся частиц (VT-релаксация). Из теории столкновений нам известно, что энергия с большей вероятностью передается более легким атомам, т. е. в нашем случае гелию. Это означает, что время жизни уровня снова определяется выражением типа (6.7), причем коэффициент  $a_i$  для He много больше, чем для остальных частиц. При тех же парциальных давлениях, что и в рассмотренном выше примере, время жизни составляет около 20 мкс. Из только что проведенного обсуждения следует, что это же значение времени жизни имеет и нижний лазерный уровень. За счет того, что время жизни верхнего лазерного состояния намного больше, населенность будет накапливаться на верхнем лазерном уровне и условие непрерывной генерации также выполняется. Заметим, что наличие гелия приводит и к другому важному эффекту: за счет своей высокой теплопроводности гелий способствует поддержанию низкой температуры  $\text{CO}_2$

за счет отвода теплоты к стенкам газоразрядной трубки. Низкая температура поступательного движения  $\text{CO}_2$  необходима для того, чтобы избежать заселения нижнего лазерного уровня за счет теплового возбуждения, поскольку разность энергий между уровнями в действительности сравнима с  $kT$ . Таким образом, благоприятное воздействие, которое оказывают на лазер  $\text{N}_2$  и  $\text{He}$ , объясняется тем, что  $\text{N}_2$  способствует заселению верхнего лазерного уровня, а  $\text{He}$  — обеднению нижнего.

Из представленного выше рассмотрения ясно, что генерация в  $\text{CO}_2$ -лазере может осуществляться на переходе либо  $(00^01) \rightarrow (10^00)$  ( $\lambda = 10,6$  мкм), либо  $(00^01) \rightarrow (02^00)$  ( $\lambda = 9,6$  мкм). Поскольку сечение первого перехода больше, а верхний уровень один и тот же, генерация, как правило, происходит на переходе  $00^01 \rightarrow 10^00$ . Для получения генерации на линии 9,6 мкм в резонатор для подавления генерации на линии с наибольшим усилением помещается соответствующее частотно-селективное устройство (часто применяется система, изображенная на рис. 5.4, б). До сих пор в нашем обсуждении мы пренебрегали тем фактом, что как верхний, так и нижний лазерный уровни на самом деле состоят из многих близко расположенных вращательных уровней. Соответственно и лазерный переход может состоять из нескольких равноотстоящих колебательно-вращательных переходов, принадлежащих  $P$ - или  $R$ -ветвям (см. рис. 2.28), причем  $P$ -ветвь дает наибольшее лазерное усиление. Для полноты картины следует также учесть тот факт, что благодаря бальмановскому распределению населенности между вращательными уровнями наибольшую населенность имеет вращательный уровень  $J' = 21$  верхнего  $00^01$  состояния (рис. 6.16)<sup>1)</sup>. На самом деле генерация фактически будет происходить на колебательно-вращательном переходе с наибольшим усилением, т. е. начинающемся с самого населенного уровня. Это происходит потому, что скорость термализации вращательных уровней в  $\text{CO}_2$ -лазере [ $\sim 10^7 \text{ с}^{-1} \cdot (\text{мм рт. ст.})^{-1}$ ] больше, чем скорость уменьшения населенности (за счет спонтанного и вынужденного излучения) того вращательного уровня, с которого происходит лазерная генерация. Поэтому в генерации лазера на вращательном переходе с максимальным усилением будет принимать участие полная населенность всех вращательных уровней. Следовательно, подытоживая наше обсуждение, можно сказать, что генерация в  $\text{CO}_2$ -лазере при нормальных условиях возникает на линии  $P$  (22) [т. е. ( $J' = 21$ )  $\rightarrow$  ( $J'' = 22$ )] перехода  $(00^01) \rightarrow (10^00)$ . Другие линии того же самого перехода, а также линии, принадлежащие

<sup>1)</sup> Заметим, что в силу симметрии заселяются лишь уровни с нечетными значениями  $J$ .

переходу  $(00^01) \rightarrow (02^00)$ , можно выделить с помощью схемы, приведенной, например, на рис. 5.4, б (расстояние между генерирующими вращательными линиями в  $\text{CO}_2$ -лазере составляет около  $2 \text{ см}^{-1}$ ).

Основной вклад в ширину линии  $\text{CO}_2$ -лазера дает эффект Доплера. Однако по сравнению с лазером, скажем, видимого диапазона из-за низкой частоты  $\nu_0$  лазерного перехода доплеровская ширина линии довольно мала (около  $50 \text{ МГц}$ ) [см. (2.78)]. Однако теперь уже нельзя пренебречь столкновитель-

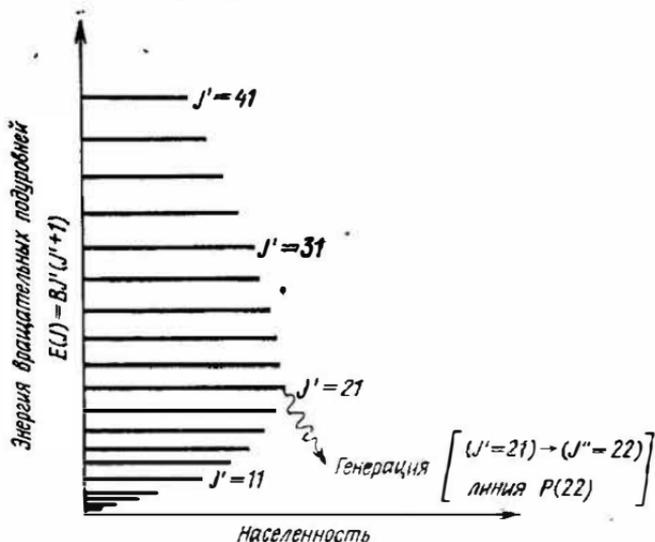


Рис. 6.16. Относительная населенность вращательных подуровней верхнего лазерного уровня молекулы  $\text{CO}_2$ .

ным уширением, особенно при высоком полном давлении газовой смеси ( $p > 100 \text{ мм рт. ст.}$ ). Действительно, его величина составляет  $\Delta\nu_c = 7,58 (\psi_{\text{CO}_2} + 0,73\psi_{\text{N}_2} + 0,6\psi_{\text{He}}) p (300/T)^{1/2} \text{ МГц}$ , где  $\psi$  — относительные парциальные давления в газовой смеси,  $T$  — температура, а  $p$  — полное давление (в мм рт. ст.). Выбирая в качестве примера рассмотренный выше случай низкого давления ( $p = 15 \text{ мм рт. ст.}$  для смеси  $\text{CO}_2 : \text{N}_2 : \text{He}$  в отношении  $1 : 1 : 8$ ) при  $T = 400 \text{ К}$ , получаем  $\Delta\nu_c \approx 43 \text{ МГц}$ . Таким образом, при низких давлениях полная ширина линии, определяемая совместным действием доплеровского и столкновительного уширений, довольно мала ( $< 100 \text{ МГц}$ ). В этом случае лазерная генерация будет сосредоточена в одной продольной моде, если длина резонатора меньше  $1 \text{ м}$ . При этом нам, возможно, пришлось бы произвести точную настройку длины резонатора, что-

бы обеспечить точное попадание частоты моды в центр контура усиления. Частоту лазеров данного типа можно стабилизировать с высокой степенью точности ( $\Delta\nu/\nu < 10^{-11}$ ) при помощи провала Лэмба или (что еще лучше) обращенного провала Лэмба (с использованием метановой ячейки). Лазеры с большей длиной и (или) с более высоким давлением смеси генерируют несколько продольных мод, и необходимость в точной подстройке длины лазерного резонатора отпадает.

С точки зрения конструкции  $\text{CO}_2$ -лазеры можно подразделить на семь типов: 1) лазеры с медленной продольной прокачкой

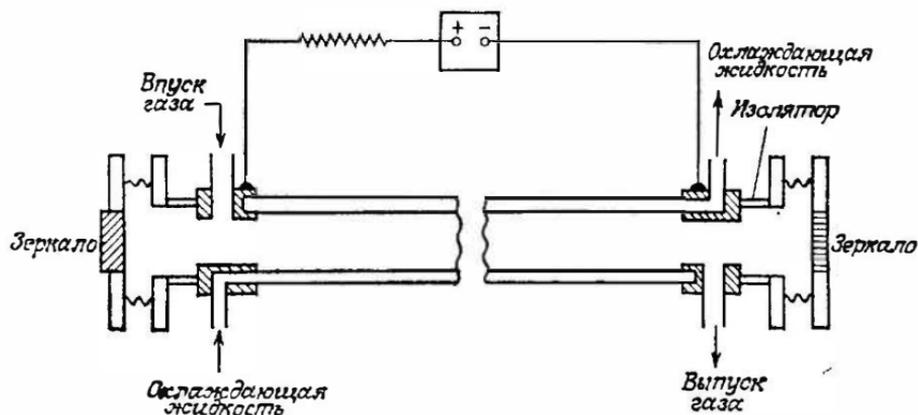


Рис. 6.17. Схематическое представление волноводного  $\text{CO}_2$ -лазера с продольной прокачкой газа.

качкой, 2) лазеры с быстрой продольной прокачкой, 3) отпаянные лазеры; 4) волноводные лазеры, 5) лазеры с поперечной прокачкой, 6) лазеры с поперечным возбуждением при атмосферном давлении (ТЕА-лазеры) и 7) газодинамические лазеры. Прежде чем рассматривать эти лазеры, следует указать на то, что, хотя они и отличаются друг от друга по многим своим рабочим параметрам (например, выходной мощности), все они имеют общую важную особенность, а именно высокий дифференциальный КПД (15—25%). Столь высокий КПД является следствием большого квантового выхода ( $\sim 40\%$ ; см. рис. 6.14) и очень высокоэффективного процесса накачки, который имеет место в  $\text{CO}_2$ -лазере при оптимальной электронной температуре разряда (см. рис. 3.25).

а) Лазеры с медленной продольной прокачкой. Впервые генерация в  $\text{CO}_2$ -лазере была получена в лазере именно такого типа (Ч. Пател, 1964 г. [18]). Газовая смесь медленно прокачивается вдоль лазерной трубки (см. рис. 6.17) просто для того,

чтобы удалить продукты диссоциации, в частности СО, которые в противном случае загрязняют лазерную среду. Отвод тепла обеспечивается теплопередачей в радиальном направлении к стенкам трубки (обычно стеклянным), которые охлаждаются извне подходящим теплоносителем (как правило, водой). Часто применяется конструкция с внутренним зеркалом, и, по крайней мере в конфигурации рис. 6.17, один из металлических держателей, который включает в себя зеркало резонатора, должен находиться при высоком напряжении. Одно из главных ограничений этого лазера состоит в том, что независимо от диаметра трубки в нем имеется верхний предел выходной мощности с единицы длины разряда (50—60 Вт/м). Это можно объяснить следующим образом. При данной плотности тока  $J$  число молекул, накачиваемых на верхний лазерный уровень в единицу времени, можно записать в виде [см. (3.32) и (3.39)]

$$(dN_2/dt)_p \approx (J\sigma_e N_g/e) (v_{\text{тепл}}/v_{\text{дрейф}}), \quad (6.9)$$

где  $\sigma_e$  — соответствующее сечение возбуждения электронным ударом, в которое входит как прямое возбуждение, так и возбуждение посредством передачи энергии,  $N_g$  — полная населенность основного состояния  $\text{CO}_2$ , а  $e$  — заряд электрона. Для скоростей накачки, намного превышающих пороговое значение, выходная мощность  $P$  пропорциональна величине  $(dN_2/dt)_p$ . Поэтому можно записать, что

$$P \sim JN_g V_a \sim JpD^2l; \quad (6.10)$$

здесь  $V_a$  — объем активной среды,  $D$  — ее диаметр,  $l$  — ее длина, а  $p$  — давление газа. При оптимальных рабочих условиях мы имеем теперь следующее: 1) для поддержания оптимальной электронной температуры разряда должно быть постоянным произведение  $pD$  [ $\sim 22,5$  (мм рт. ст.) · см; например, 15 мм рт. ст. при  $D = 1,5$  см]; 2) из-за ограничений на тепловыделение, связанных с необходимостью отвода тепла к стенкам трубки, существует оптимальное значение плотности тока, причем оно обратно пропорционально диаметру трубки  $D$ . То, что оптимальное значение  $J$  должно существовать, можно понять, если заметить, что избыточная плотность тока приводит к избыточному нагреву смеси (даже если КПД = 20 %, около 80 % электрической мощности рассеивается в разряде в виде тепла), вследствие чего мы имеем тепловое заселение нижних лазерных уровней. Обратной пропорциональной же зависимости оптимального значения  $J$  от  $D$  можно объяснить, если принять во внимание то, что чем больше диаметр трубки, тем более затруднена пере-

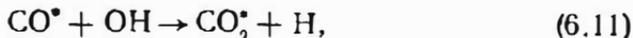
дача выделяющегося тепла к стенкам <sup>1)</sup>. Из этих рассуждений мы заключаем, что при оптимальных условиях  $J$  и  $p$  обратно пропорциональны величине  $D$  и, следовательно, в соответствии с выражением (6.10) оптимальное значение  $P$  определяется лишь длиной трубки  $l$ .  $\text{CO}_2$ -лазеры с медленной продольной прокачкой относительно низкой мощности (50—100 Вт) широко используются в лазерной хирургии, для подгонки резисторов, для резки керамических пластин в электронной промышленности и сварки тонких металлических листов (толщиной меньше 1 мм).

б) *Лазеры с быстрой продольной прокачкой.* Одним из возможных и практически очень интересных решений, позволяющим преодолеть ограничения на выходную мощность лазеров рассмотренного выше типа, является прокачка газовой смеси вдоль трубки с очень высокой сверхзвуковой скоростью (около 50 м/с). В этом случае теплота уносится просто путем удаления разогретой смеси, которая, прежде чем вернуться в трубку, охлаждается вне ее пределов в соответствующем теплообменнике. При этом плотность тока не имеет оптимального значения, мощность фактически возрастает линейно с увеличением  $J$ , и можно достичь значительно более высокой выходной мощности на единицу длины разряда ( $\sim 1$  кВт/м и даже больше). Помимо охлаждения смесь за пределами трубки пропускается через катализатор, чтобы газ  $\text{CO}$  прореагировал с  $\text{O}_2$  (некоторое количество  $\text{O}_2$  уже имеется в смеси благодаря диссоциации  $\text{CO}_2$  в области разряда). Это обеспечивает необходимую регенерацию молекул  $\text{CO}_2$ . В этом режиме необходимая подпитка смеси крайне мала и можно добиться работы в полностью запаянном режиме. В настоящее время  $\text{CO}_2$ -лазеры с быстрой продольной прокачкой высокой мощности (1—3 кВт) нашли широкое применение во многих операциях по обработке материалов и, в частности, для лазерной резки металлов (с толщиной до нескольких миллиметров).

в) *Отпаянные лазеры.* Если в устройстве, показанном на рис. 6.17, остановить прокачку газовой смеси, то через несколько минут генерация прекратится, поскольку продукты химической реакции (в частности, молекулы  $\text{CO}$ ), образующиеся в разряде, уже не удаляются, а поглощаются стенками трубки или начинают взаимодействовать с электродами, нарушая таким образом равновесие в смеси  $\text{CO}_2$ — $\text{CO}$ — $\text{O}_2$ . В конечном счете это привело бы к диссоциации молекул  $\text{CO}_2$ . Чтобы обеспечить

<sup>1)</sup> Иными словами, количество теплоты пропорционально  $JD^2$ , а площадь стенок пропорциональна  $D$ . Поэтому в первом приближении можно считать, что температура пропорциональна  $JD$ . Отсюда  $J_{\text{опт}} \sim 1/D$ . — Прим. перев.

регенерацию молекул  $\text{CO}_2$  из  $\text{CO}$ , в газоразрядной трубке отпаянного лазера должен находиться определенный катализатор. Для этого в газовую смесь можно просто добавить небольшое количество паров воды (около 1 %). В данном случае регенерация молекул  $\text{CO}_2$  осуществляется, по-видимому, благодаря следующей реакции:



в которой участвуют колебательно-возбужденные молекулы  $\text{CO}$  и  $\text{CO}_2$ . Требуемое сравнительно небольшое количество паров воды можно получить, добавляя в разряд газообразный водород и кислород. В действительности оказывается, что в смесь необходимо добавлять только водород, поскольку кислород образуется в процессе диссоциации молекул  $\text{CO}_2$ . Другая возможность инициирования реакции релаксации основана на использовании горячего ( $300^\circ\text{C}$ ) никелевого катода, который выполняет роль катализатора. Применение этих методов привело к созданию отпаянных трубок с долговечностью более 10 000 ч.

Выходная мощность отпаянных лазеров с единицы длины составляет около 60 Вт/м, т. е. значение которое дают и лазеры с продольной прокачкой газа. Маломощные (порядка 1 Вт) отпаянные лазеры с коротким резонатором и поэтому работающие в одномодовом режиме нередко применяются в качестве гетеродинов в экспериментах по оптическому гетеродинированию. Отпаянные  $\text{CO}_2$ -лазеры несколько более высокой мощности (порядка 10 Вт) привлекают внимание с точки зрения их использования в лазерной микрохирургии и для механической обработки микрорезанием.

г) *Волноводные лазеры.* Если диаметр лазерной трубки на рис. 6.17 уменьшить до нескольких миллиметров (2—4 мм), то лазерное излучение в трубке распространяется как в волноводе. Такие волноводные  $\text{CO}_2$ -лазеры имеют низкие дифракционные потери. Было показано, что наилучшие характеристики получаются с трубками, изготовленными из  $\text{BeO}$  или  $\text{SiO}_2$ . Главным преимуществом волноводного  $\text{CO}_2$ -лазера является то, что благодаря небольшому диаметру отверстия давление смеси должно быть высоким (100—200 мм рт. ст.). Возрастание давления приводит к увеличению усиления на единицу длины. Это означает, что можно изготавливать короткие  $\text{CO}_2$ -лазеры ( $L < 50$  см), не сталкиваясь с трудной задачей уменьшения потерь в резонаторе. Однако мощность, которую можно снять с единицы длины разряда, подвержена тому же ограничению, что и мощность рассмотренного выше лазера с медленной продольной прокачкой ( $\sim 50$  Вт/м). Поэтому волноводные  $\text{CO}_2$ -лазеры играют особенно важную роль, когда имеется необходимость в коротких

компактных  $\text{CO}_2$ -лазерах низкой мощности ( $P < 30$  Вт) (например, для лазерной микрохирургии). Чтобы полностью реализовать возможности, связанные с компактностью этих лазеров, они работают, как правило, в отпаянном режиме. Конструкция лазера может быть такой, как на рис. 6.17, когда ток разряда протекает вдоль лазерной трубки, либо такой, как на рис. 6.18, когда электрический ток (обычно от высокочастотного источника) течет поперек трубки. При фиксированном значении электрического поля  $\mathcal{E}$  (из-за того, что величина  $\mathcal{E}/p$  должна быть постоянной) конструкция с поперечной накачкой имеет значительное преимущество перед продольной накачкой, поскольку она

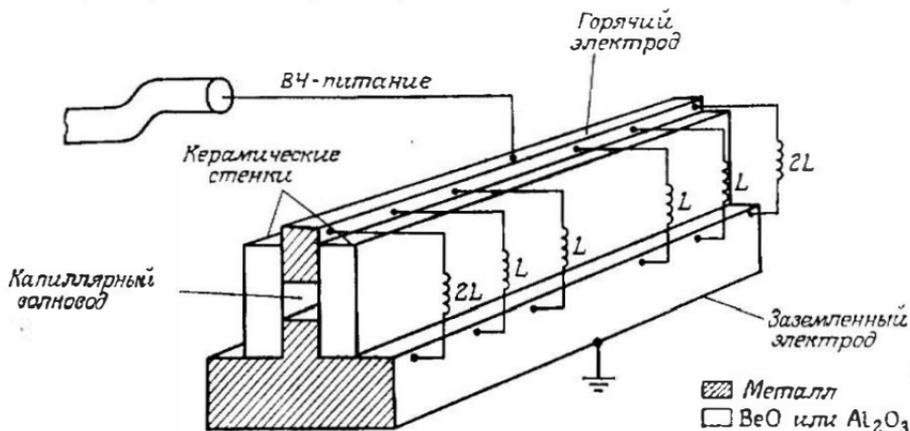


Рис. 6.18. Схематическое представление волноводного  $\text{CO}_2$ -лазера с накачкой ВЧ-полем.

допускает намного более низкие (на один — два порядка величины) напряжения на электродах. Высокочастотное ( $\nu \approx \approx 30$  МГц) возбуждение обладает многими преимуществами, среди которых наиболее существенными, возможно, являются следующие: 1) в этой схеме отсутствуют постоянные анод и катод, и поэтому исчезают трудности, связанные с химическими процессами в газе вблизи катода; 2) благодаря включению последовательно с разрядом простых элементов, не рассеивающих энергии (например, диэлектрической пластины), обеспечивается устойчивый разряд. В силу этих различных преимуществ высокочастотные разряды все больше применяются не только в волноводных лазерах, но и в лазерах как с быстрой продольной прокачкой, так и с поперечной прокачкой, к рассмотрению которых мы и перейдем непосредственно. В качестве последнего замечания укажем, что трубку волноводного  $\text{CO}_2$ -лазера либо вообще не охлаждают, либо, если необходимо отбирать максимальную мощность, охлаждают воздушной струей.

д) Лазеры с продольной прокачкой. Другую возможность снять ограничения на мощность в лазере с медленной продольной прокачкой предоставляет прокачка газовой смеси перпендикулярно разряду (рис. 6.19). Если смесь прокачивать достаточно быстро, то, как и в случае лазера с быстрой продольной прокачкой, теплота уносится механически, а не путем переноса к стенкам. Поэтому насыщения выходной мощности при увеличении тока разряда не происходит, и можно достичь высоких выходных мощностей с единицы длины разряда (несколько кВт/м; см. также рис. 5.17), как и в лазерах с быстрой продольной накачкой. Следует заметить, что в этом случае оптимальное общее давление смеси (порядка 100 мм рт. ст.) теперь примерно на порядок выше, чем давление в системах с продольной прокачкой и большим диаметром трубки. Увеличение общего давления  $p$  требует соответствующего увеличения электрического

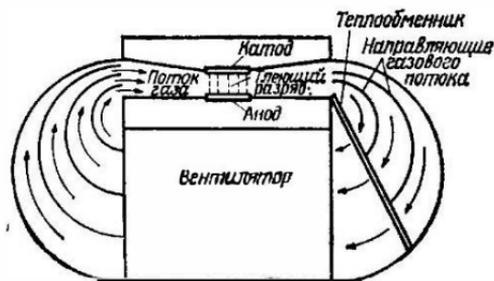


Рис. 6.19. Схема устройства  $\text{CO}_2$ -лазера с поперечной прокачкой.

поля  $\mathcal{E}$  разряда. Действительно, для реализации оптимальных условий работы необходимо, чтобы во всех случаях отношение  $\mathcal{E}/p$  оставалось примерно одинаковым, поскольку это отношение определяет среднюю энергию электронов в разряде [см. (3.38)]. Однако при этом устройство с продольным разрядом типа показанного на рис. 6.17 оказалось бы непрактичным, поскольку оно потребовало бы очень высокого приложенного напряжения (100—500 кВ на длине разряда 1 м). Поэтому делают так, чтобы разряд протекал в направлении, перпендикулярном оси резонатора (эти лазеры называются ТЕ-лазеры, аббревиатура англ. transverse electric field). Одна из наиболее простых реализаций ТЕ-схемы рис. 6.19 показана на рис. 6.20. В данной конструкции катод имеет форму металлического стержня, а анод, чтобы достичь однородности разряда, выполнен в виде многих отдельных электродов (сегментный анод).

ТЕ  $\text{CO}_2$ -лазеры с быстрой поперечной прокачкой высокой выходной мощности (1—20 кВт) широко применяются во многих приложениях, связанных с обработкой металла (резание, сварка, поверхностная закалка, поверхностное легирование металлов). По сравнению с лазерами с быстрой продольной прокачкой эти лазеры имеют более простую конструкцию, поскольку для поперечной прокачки не нужна большая скорость прокачки, как

в случае продольной. Однако лазеры с быстрой продольной прокачкой имеют значительно лучшее качество пучка, поскольку у них ток разряда имеет цилиндрическую симметрию, что делает эти лазеры особенно привлекательными для механической обработки резанием.

е) *СО<sub>2</sub>-лазеры атмосферного давления с поперечным возбуждением* [18]. В непрерывных ТЕ СО<sub>2</sub>-лазерах нелегко поднять давление выше  $\sim 100$  мм рт. ст. В тлеющем разряде выше этого

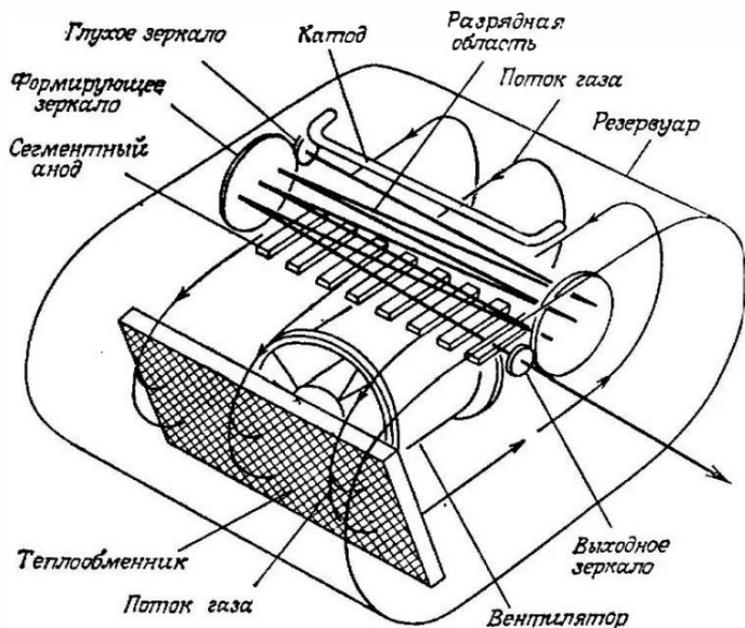


Рис. 6.20. Схематическое представление особенно простого СО<sub>2</sub>-лазера с поперечной прокачкой.

давления и при обычно используемых плотностях тока возникают неустойчивости, которые приводят к образованию дуги в объеме разряда. Для преодоления этого осложнения к электродам, между которыми происходит поперечный разряд, прикладывают импульсное напряжение. Если длительность импульса достаточно мала (доля микросекунды), то неустойчивости в разряде не успеют развиться и, следовательно, рабочее давление газа можно повысить вплоть до атмосферного и выше. Эти лазеры называются ТЕА-лазерами (аббревиатура англ. слов transversely excited at atmospheric pressure). Таким образом, ТЕА-лазеры работают в импульсном режиме и позволяют получать большой энергосъем с единицы объема разряда (10—50 Дж/л).

Для предотвращения дугового разряда используется также тот или иной тип ионизации, которая предшествует возбуждающему импульсу напряжения (*предыонизация*). На рис. 6.21 приведена схема, которая часто применяется на практике и в которой ионизация обеспечивается сильным УФ-излучением нескольких искр, которые пробегают параллельно оси трубки. Излучение этих искр в дальней УФ-области приводит к необходимой ионизации посредством как фотоионизации составляющих смеси, так и благодаря индуцированной УФ-излучением эмиссии электронов из электродов (*УФ-предыонизация*). К другим методам

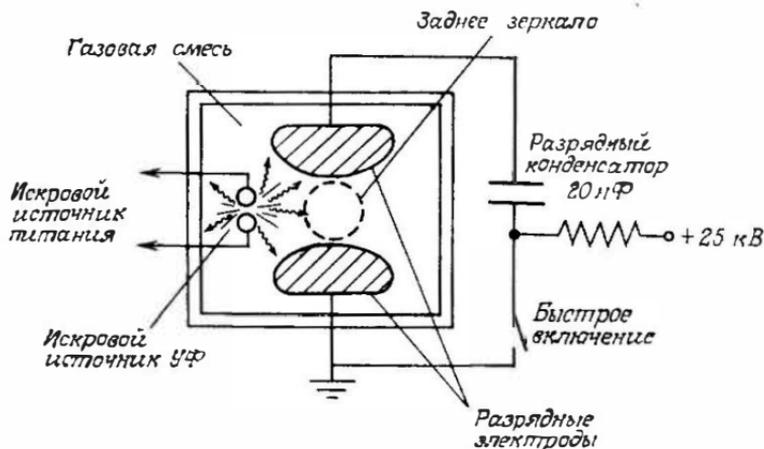


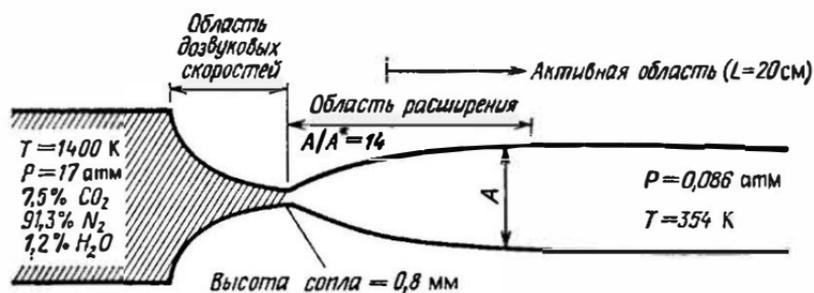
Рис. 6.21. Схематическое представление (вид вдоль лазерной оси) лазера, накачиваемого поперечным разрядом с использованием УФ-излучения от искрового источника для предыонизации газа.

предыонизации относятся использование импульсных источников электронного пучка (*предыонизация электронным пучком*) и ионизация благодаря коронному эффекту (*коронная предыонизация*). Как только произошла ионизация во всем объеме лазерного разряда, закорачивается быстродействующий вентиль (водородный тиратрон или разрядный промежуток) и через электроды разряда проскакивает главный разрядный импульс. Поскольку поперечные размеры лазерного разряда обычно велики (несколько сантиметров), то зеркала резонатора часто выбирают таким образом, чтобы они образовывали неустойчивый резонатор (неустойчивый конфокальный резонатор положительной ветви; см. рис. 4.41). При низкой частоте повторения импульсов (порядка 1 Гц) нет необходимости в прокачке газовой смеси. При более высоких частотах повторения импульсов (вплоть до нескольких килогерц) газовая смесь прокачивается

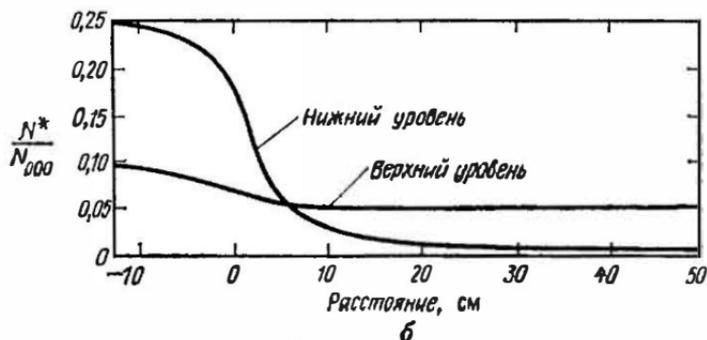
в перпендикулярном оси резонатора направлении и охлаждается в соответствующем теплообменнике. Другой интересной характеристикой этих лазеров являются их относительно широкие полосы генерации ( $\sim 4$  ГГц при  $p = 1$  атм благодаря столкновительному уширению). Таким образом в ТЕА-лазерах в режиме синхронизации мод были получены оптические импульсы длительностью менее 1 нс. Помимо широкого использования ТЕА  $\text{CO}_2$ -лазеров в научных приложениях они находят многочисленные применения в промышленности для обработки материалов в тех случаях, когда импульсный характер пучка дает некоторое преимущество (например, импульсная лазерная маркировка).

ж) *Газодинамический  $\text{CO}_2$ -лазер* [19]. Газодинамический  $\text{CO}_2$ -лазер заслуживает особого внимания, поскольку инверсия населенностей в нем создается не электрическим разрядом, а за счет быстрого расширения газовой смеси (содержащей  $\text{CO}_2$ ), предварительно нагретой до высокой температуры. Инверсия населенностей возникает в потоке в области расширения. В литературе имеются сообщения о том, что от газодинамических  $\text{CO}_2$ -лазеров были получены наиболее высокие мощности.

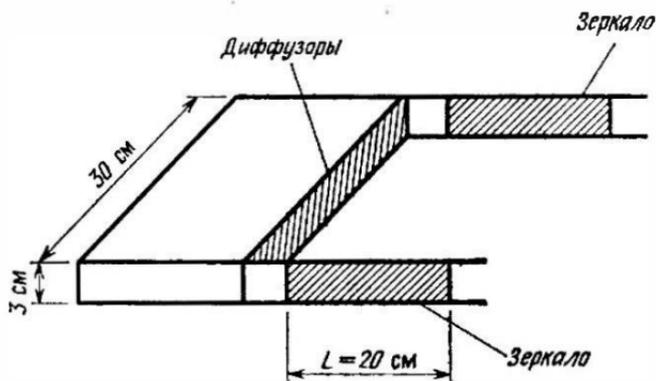
Принцип действия газодинамического лазера можно кратко описать следующим образом (рис. 6.22). Предположим, что вначале газовая смесь находится при высокой температуре (например,  $T = 1400$  К) и высоком давлении (например,  $p = 17$  атм) в соответствующем резервуаре. Поскольку газ первоначально находится в термодинамическом равновесии, у молекулы  $\text{CO}_2$  будет большой населенность уровня  $00^0_1$  (порядка 10 % населенности основного состояния; см. рис. 6.22, б). Разумеется, по сравнению с этой населенность нижнего уровня является более высокой ( $\sim 25$  %), и, следовательно, инверсия населенностей отсутствует. Предположим теперь, что газовая смесь истекает через каппе-то сопла (рис. 6.22, в). Поскольку расширение является адиабатическим, температура поступательного движения смеси становится очень низкой. За счет VT-релаксации населенности как верхнего, так и нижнего лазерных уровней будут стремиться к новым равновесным значениям. Однако, поскольку время жизни верхнего уровня больше времени жизни нижнего, релаксация нижнего уровня произойдет на более ранней стадии процесса расширения (рис. 6.22, б). Таким образом, ниже по потоку от зоны расширения будет существовать достаточно широкая область с инверсией населенностей. Протяженность этой области  $L$  приближенно определяется временем, необходимым для передачи возбуждения от молекулы  $\text{N}_2$  молекуле  $\text{CO}_2$ . При этом оба лазерных зеркала выбирают прямоугольной формы и их располагают так, как показано на рис. 6.22, в. Такой способ создания инверсии населенностей будет эффективным лишь в



а



б



в

Рис. 6.22. Схема, иллюстрирующая работу газодинамического  $\text{CO}_2$ -лазера. а — принцип действия устройства; б — пространственное распределение населенности  $N^*$  верхнего и нижнего лазерных уровней (нормированной на населенность основного уровня  $N_{000}$ ); в — геометрия резонатора. (Рисунки а и б воспроизведены с разрешения редакции журнала IEE Spectrum, v. 7, № 11, 51—58 (1970); Copyright 1970 by the Institute of Electrical and Electronics Engineers, Inc.)

том случае, когда в процессе расширения температура и давление смеси понижаются за время, которое 1) мало по сравнению с временем жизни верхнего лазерного уровня и 2) велико по сравнению с временем жизни нижнего лазерного уровня. Чтобы удовлетворить этим условиям, расширение должно проходить со сверхзвуковыми скоростями (число Маха  $\sim 4$ ). В заключение следует заметить, что начальную высокую температуру газовой смеси получают за счет сгорания специально подобранного топлива (например, сгорания  $\text{CO}$  и  $\text{O}_2$  или бензола  $\text{C}_6\text{H}_6$  с закисью азота ( $\text{N}_2\text{O}$ ), при этом автоматически образуется смесь  $\text{CO}_2/\text{H}_2\text{O}$  в отношении 2 : 1).

Согласно опубликованным данным, от газодинамических  $\text{CO}_2$ -лазеров можно получить выходную мощность до 80 кВт, причем химический КПД<sup>1)</sup> составляет 1%. Непрерывный режим работы такого лазера был получен лишь в течение короткого времени (несколько секунд), что связано с сильным нагревом отдельных элементов (например, зеркал) лазерным пучком. Вследствие трудностей, возникающих при работе со сверхзвуковым истечением, промышленные применения для газодинамических лазеров пока не найдены. Наше короткое рассмотрение здесь имело целью подчеркнуть интерес к самой идее создания инверсии населенностей путем газодинамического расширения.

### 6.3.3.2. $\text{CO}$ -лазер

Другим примером газового лазера на колебательно-вращательных переходах, который мы кратко рассмотрим, является  $\text{CO}$ -лазер. Этот лазер привлек значительный интерес в связи с тем, что он генерирует на более короткой, чем  $\text{CO}_2$ -лазер, длине волны ( $\lambda \approx 5$  мкм), а также имеет высокий КПД и высокую выходную мощность. Экспериментально достигнутые [20] выходные мощности таких лазеров превышают 100 кВт, а КПД — 60%. Однако, чтобы осуществить лазер с такими параметрами, газовую смесь приходится охлаждать до низких температур (77—100 К). В генерацию лазера при  $\lambda \approx 5$  мкм дают вклад несколько вращательно-колебательных переходов [например, при температуре  $T = 77$  К, начиная с переходов  $v'(11) \rightarrow v(10)$  и кончая переходами  $v'(7) \rightarrow v(6)$ ] сильно возбужденной молекулы  $\text{CO}$ .

Накачка колебательных уровней молекулы  $\text{CO}$  осуществляется возбуждением электронным ударом. По аналогии с изоэлектронной молекулой  $\text{N}_2$  молекула  $\text{CO}$  обладает необычно большим

<sup>1)</sup> Химический КПД определяется как отношение выходной энергии лазера к полной химической энергии, которая может быть получена при сгорании топлива.

сечением возбуждения колебательного уровня электронным ударом. При этом почти 90 % энергии электронов в разряде может быть преобразовано в колебательную энергию молекул CO. Другая важная особенность молекул CO состоит в том, что скорость VV-релаксации у них существенно больше, чем скорость VT-релаксации (которая необычно мала). Вследствие этого населенность высоколежащих колебательных уровней не будет подчиняться больцмановскому распределению, поскольку в данном случае очень большую роль играет процесс, известный как *ангармоническая накачка*<sup>1)</sup>. Хотя данное явление не позволяет получить полную инверсию населенностей колебательных уровней молекулы CO, здесь возможна так называемая *частичная инверсия*. Это иллюстрируется на рис. 6.23, на котором показаны населенности вращательных уровней двух соседних колебательных состояний. Хотя полные населенности двух колебательных состояний одинаковы, мы видим, что инверсия существует для двух переходов P-ветви [( $J' = 5$ )  $\rightarrow$  ( $J = 6$ )], ( $J' = 4$ )  $\rightarrow$  ( $J = 5$ )] и двух переходов R-ветви, указанных на рисунке.

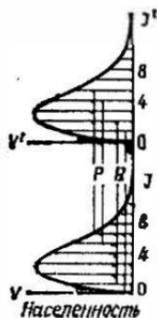


Рис. 6.23. Частичная инверсия между двумя колебательными переходами ( $v$  и  $v'$ ), имеющими одинаковые полные населенности.

но, генерация вызывает уменьшение населенности вращательного уровня верхнего состояния и увеличение населенности вращательного уровня нижнего колебательного состояния. Последний из упомянутых уровней в процессе генерации может накопить достаточную населенность, чтобы образовалась инверсия по отношению к вращательному уровню более низкого колебательного состояния. В то же время населенность вращатель-

<sup>1)</sup> Ангармоническая накачка обусловлена процессом столкновения типа  $\text{CO}(v = n) + \text{CO}(v = m) \rightarrow \text{CO}(v = n + 1) + \text{CO}(v = m - 1)$ , где  $n > m$ . Вследствие ангармонизма (явление, характерное для всех молекулярных осцилляторов) расстояние между колебательными уровнями уменьшается по мере продвижения вверх по колебательным уровням (см. также рис. 2.23). Это означает, что при столкновении указанного выше типа при  $n > m$  суммарная колебательная энергия двух молекул CO после столкновения меньше, чем до него. Поэтому процесс столкновения в указанном направлении происходит с большей вероятностью, чем в обратном. Отсюда следует, что наиболее горячие молекулы  $\text{CO}[\text{CO}(v = n)]$  могут подниматься вверх по колебательным уровням, что приводит к небольцмановскому распределению населенностей среди колебательных уровней.

ного уровня верхнего состояния может значительно уменьшиться, вследствие чего возникает инверсия населенностей между этим уровнем и вращательным уровнем более высокого колебательного состояния. Процесс каскадного взаимодействия с очень низкой скоростью  $V$ T-релаксации приводит к тому, что большая часть колебательной энергии переходит в энергию выходного излучения лазера. Данное обстоятельство, а также очень высокая эффективность возбуждения обуславливают высокий КПД СО-лазера. Для того чтобы ангармоническая накачка была высокоэффективной, температура рабочей смеси должна быть низкой. Действительно, отклонение распределения населенностей от больцмановского, а следовательно, и степень частичной инверсии быстро увеличиваются с понижением температуры поступательного движения.

Как и в случае СО<sub>2</sub>-лазера, СО-лазер работает с продольной прокачкой газовой смеси, в импульсном поперечном электрическом разряде с предыонизацией электронным пучком, а также при газодинамическом возбуждении. Промышленное производство СО-лазеров пока сдерживается необходимостью его работы при низких температурах. Однако недавно были построены СО-лазеры, работающие при температуре, близкой к комнатной, и сохраняющие высокий дифференциальный КПД (20—30%), и теперь СО-лазеры всерьез рассматриваются в качестве реального источника для приложений в медицине и обработке материалов.

### 6.3.3.3. Азотный лазер [21]

В качестве наиболее интересного примера лазеров на электронно-колебательных переходах рассмотрим N<sub>2</sub>-лазер. Этот лазер имеет наиболее важную линию генерации на длине волны  $\lambda = 337$  нм (УФ) и относится к типу лазеров на самоограниченных переходах. Импульсный азотный лазер широко используется для накачки лазеров на красителях.

На рис. 6.24 показана схема соответствующих энергетических уровней молекулы N<sub>2</sub>. Генерация происходит на так называемой второй положительной системе полос, т. е. на переходе из состояния  $C^3\Pi_u$  (будем далее называть его *C*-состоянием) в состояние  $B^3\Pi_g$  (*B*-состояние)<sup>1)</sup>. Предполагается, что возбуждение *C*-состояния обусловлено столкновениями молекул N<sub>2</sub>, находящихся в основном состоянии, с электронами. Поскольку как *C*-, так и *B*-состояния являются триплетными, переходы в них из

<sup>1)</sup> При других условиях генерация может осуществляться также в ближней ИК-области спектра (0,741—1,23 мкм), на первой положительной системе полос на переходе  $B^3\Pi_g \rightarrow A^3\Sigma_u^+$ .

основного состояния запрещены по спину. Однако согласно принципу Франка — Кондона можно ожидать, что сечение возбуждения уровня  $v=0$   $C$ -состояния будет больше, чем сечение возбуждения уровня  $v=0$   $B$ -состояния. Действительно, положение минимума потенциальной кривой  $B$ -состояния сдвинуто в область, соответствующую большему межъядерному расстоянию, чем в случае  $C$ -состояния. Время жизни (излучательное)  $C$ -со-

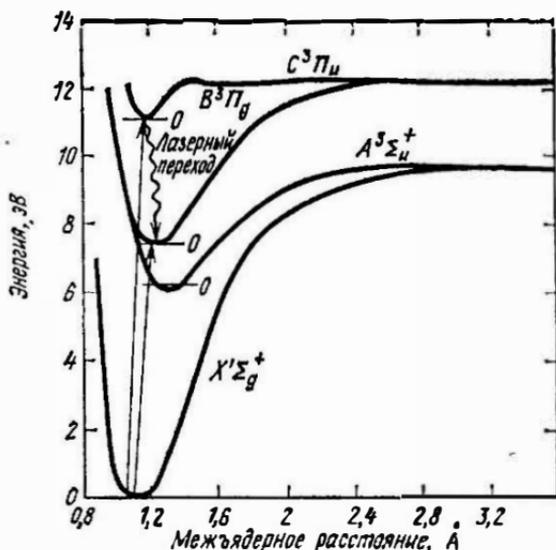


Рис. 6.24. Энергетические уровни молекулы  $N_2$ . Ради простоты для каждого электронного состояния показан лишь самый нижний колебательный уровень ( $v=0$ ).

стояния равно 40 нс, тогда как время жизни  $B$ -состояния — 10 мкс. Поскольку условие (5.25) не выполняется, лазер, очевидно, не может работать в непрерывном режиме. Однако возможна генерация в импульсном режиме при условии, что длительность возбуждающих электрических импульсов значительно меньше 40 нс. Генерация происходит преимущественно на нескольких вращательных линиях перехода  $v''(0) \rightarrow v'(0)$ , соответствующего  $\lambda = 337,1$  нм. Помимо того что данный переход находится, как уже упоминалось, в благоприятных условиях по отношению к процессу накачки, он имеет наибольший фактор Франка — Кондона. Генерация имеет место, хотя и с меньшей интенсивностью, также на переходах  $v''(1) \rightarrow v'(0)$  ( $\lambda = 357,7$  нм) и  $v''(0) \rightarrow v'(1)$  ( $\lambda = 315,9$  нм).

Наиболее часто используемая конструкция  $N_2$ -лазера очень близка к той, что изображена на рис. 6.21. Поскольку в этом

случае внешнее электрическое поле имеет высокую напряженность ( $> 10$  кВ/см для типичной смеси  $N_2$  при давлении  $\sim 40$  мбар и He при 960 мбар), обычно применяется ТЕ-схема. Чтобы обеспечить требуемый короткий разрядный импульс (5—10 нс), индуктивность разрядного контура должна быть как можно меньше. Чтобы добиться этого, разрядный конденсатор на рис. 6.21 фактически делают в виде ряда безындукционных конденсаторов, смонтированных вдоль разрядной трубки как можно ближе к электродам разряда. Вследствие высокого усиления самоограниченного перехода генерация представляет собой усиленное спонтанное излучение и лазер может работать вообще без зеркал. Однако с целью уменьшения пороговой электрической мощности [ср. (2.153) и (2.153а)], а также получения однонаправленного излучения в этом лазере с одного из концов устанавливают зеркало. При этом уменьшается также расходимость выходного пучка, которая становится равной отношению поперечного размера разряда к удвоенной длине резонатора. Такие лазеры позволяют получать пиковые мощности вплоть до  $\sim 1$  МВт в импульсах длительностью  $\sim 10$  нс при частоте повторения до 100 Гц. Частота повторения ограничивается тепловыми эффектами. Не так давно были разработаны  $N_2$ -лазеры, работающие при атмосферном давлении<sup>1)</sup>. Проблему возникновения дугового разряда предотвращают дальнейшим уменьшением длительности импульса напряжения (до  $\sim 1$  нс). Благодаря возросшему усилению на единицу длины и малому времени разряда лазеры этого типа обычно работают без зеркал. Длину устройства можно сделать очень короткой (10—50 см) и, как следствие, получить выходные импульсы меньшей длительности ( $\sim 100$  пс при пиковой мощности 100 кВт). Азотные лазеры как с большой ( $\sim 10$  нс), так и с малой ( $\sim 100$  пс) длительностью импульсов широко применяются для накачки лазеров на красителях во множестве научных приложений, главным образом в спектроскопии.

#### 6.3.3.4. Экцимерные лазеры [22]

Экцимерные лазеры представляют собой интересный и важный класс молекулярных лазеров на переходах между различными электронными состояниями. Рассмотрим двухатомную

<sup>1)</sup> Азотный лазер может работать даже на воздухе, что позволяет создавать поразительную по своей простоте конструкцию. Она представляет собой два бруска дюралюминия (выполняющих роль электрода), укрепленных на листе фольгированного с двух сторон текстолита (конденсатор), на котором также закреплен (воздушный же) разрядник в виде автомобильной свечи, — и все! Это сооружение, питаемое от простейшего телевизионного выпрямителя, действительно генерирует монохроматическое УФ-излучение. — *Прим. перев.*

молекулу  $A_2$ , кривые потенциальной энергии для основного и возбужденного состояний которой приведены на рис. 6.25. Поскольку основное состояние соответствует взаимному отталкиванию атомов, в этом состоянии молекула не существует (т. е. в основном состоянии частицы существуют лишь в мономерной форме  $A$ ). Однако, поскольку кривая потенциальной энергии возбужденного состояния имеет минимум, молекула  $A_2$  может существовать в возбужденном состоянии (т. е. в возбужденном состоянии частицы существуют в димерной форме  $A_2^*$ ).

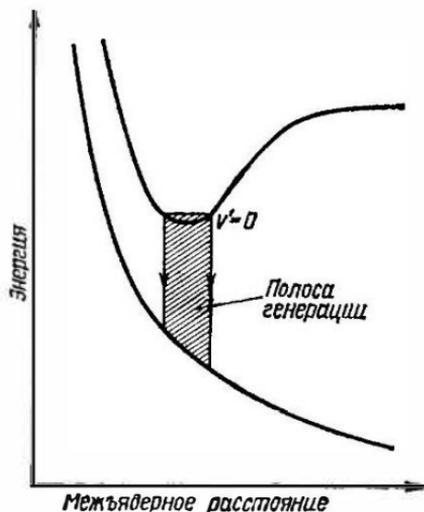


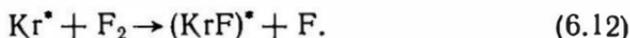
Рис. 6.25. Энергетические уровни эксимерного лазера.

Такая молекула  $A_2^*$  называется *эксимером* (аббревиатура англ. слов *excited dimer* — возбужденный димер). Предположим теперь, что в некотором объеме каким-либо образом создано большое число эксимеров. Тогда генерация может быть получена на переходе между верхним (связанным) и нижним (свободным) состояниями (связанно-свободный переход). Соответствующий лазер называется *эксимерным*. Эти лазеры характеризуются двумя необычными, но важными свойствами благодаря тому, что основное состояние соответствует взаимному отталкиванию атомов. 1) Как только в результате генерации молекула перейдет в основное состояние, она немедленно диссоциирует. Это означает, что нижний лазерный уровень будет всегда пустым. 2) Не существует четко выраженных вращательно-колебательных переходов, и переход является относительно широкополосным ( $20-100\text{ см}^{-1}$ ). Однако следует заметить, что в некоторых эксимерных лазерах кривая потенциальной энергии основного состояния не соответствует чистому взаимному отталкиванию, а обладает неглубоким минимумом. В этом случае переход происходит между верхним связанным состоянием и нижним (слабо) связанным состоянием (связанно-связанный переход). Однако, поскольку основное состояние является лишь слабосвязанным, молекула в этом состоянии претерпевает быструю диссоциацию либо сама (преддиссоциация), либо вследствие первого же столкновения с другой молекулой газовой смеси.

Рассмотрим теперь наиболее интересный класс эксимерных лазеров, в которых атом инертного газа (например, Ar, Kr, Xe) в возбужденном состоянии соединяется с атомом галогена (например, F, Cl), что приводит к образованию эксимера<sup>1)</sup> галогенидов инертных газов. В качестве конкретных примеров укажем ArF ( $\lambda = 193$  нм), KrF ( $\lambda = 248$  нм), XeCl ( $\lambda = 309$  нм) и XeF ( $\lambda = 351$  нм), которые генерируют все в УФ-диапазоне. То, почему галогениды инертных газов легко образуются в возбужденном состоянии, становится ясным, если учесть, что в возбужденном состоянии атомы инертных газов становятся химически сходными с атомами щелочных металлов, которые, как известно, легко вступают в реакцию с галогенами. Эта аналогия указывает также на то, что в возбужденном состоянии связь имеет ионный характер: в процессе образования связи возбужденный электрон переходит от атома инертного газа к атому галогена. Поэтому подобное связанное состояние также называют состоянием с переносом заряда. Рассмотрим теперь подробнее KrF-лазер, так как он представляет собой один из наиболее важных лазеров данной категории. На рис. 6.26 приведена диаграмма потенциальной энергии молекулы KrF. Верхний лазерный уровень является состоянием с переносом заряда и ионной связью, которое при  $R = \infty$  отвечает состоянию  $2P$  положительного иона Kr и состоянию  $1S$  отрицательного иона F. Поэтому энергия при  $R = \infty$  равна потенциалу ионизации атома криптона минус сродство атома фтора к электрону. При больших межъядерных расстояниях кривая энергии подчиняется закону Кулона. Таким образом, потенциал взаимодействия между двумя ионами простирается на гораздо большее расстояние (5—10 Å), чем в случае, когда преобладает ковалентное взаимодействие (ср., например, с рис. 6.24). Нижнее состояние имеет ковалентную связь и при  $R = \infty$  отвечает состоянию  $1S$  атома криптона и состоянию  $2P$  атома фтора. Таким образом, в основном состоянии атомные состояния инертного газа и галогена меняются местами. В результате взаимодействия соответствующих орбиталей верхнее и нижнее состояния при малых межъядерных расстояниях расщепляются на состояния  $2\Sigma$  и  $2\Pi$ . Генерация происходит на переходе  $2\Sigma \rightarrow 2\Sigma$ , поскольку он имеет наибольшее сечение. Заметим, что при переходе излучающий электрон передается от иона  $F^-$  иону  $Kr^+$ .

<sup>1)</sup> Строго говоря, они не должны называться эксимерами, поскольку состоят из различных атомов. В этом случае более подходящим был бы, по-видимому, термин «гетероэксимер» или *эксилекс* (аббревиатура англ. слов *excited state complex*). Однако в настоящее время слово «эксимер» используется именно в этом смысле, и мы будем пользоваться именно им.

Обращаясь к механизмам возбуждения, заметим, что электрическое возбуждение приводит в основном к образованию возбужденных атомов Kr и ионов Kr. Обе частицы сразу же приводят к образованию возбужденных молекул KrF. В самом деле, возбужденный атом Kr может реагировать с молекулой F<sub>2</sub> в соответствии со следующей реакцией:



Используя рассмотренную выше аналогию между возбужденными атомами инертного газа и атомами щелочных металлов, можно сразу же предположить, что скорость реакции (6.12) бу-

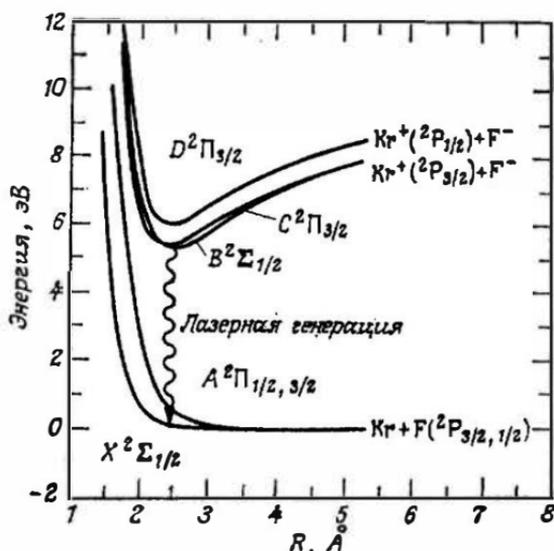
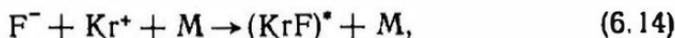


Рис. 6.26. Кривые потенциальной энергии, отражающие молекулярную структуру KrF.

дет сравнима со скоростью реакции между Rb (атом щелочного металла, соответствующий Kr) и молекулой F<sub>2</sub>. Ион Kr<sup>+</sup>, напротив, реагирует с ионами F<sup>-</sup>, которые образуются в реакции присоединения электрона с диссоциацией:



Заметим, что для одновременного выполнения законов сохранения энергии и импульса рекомбинация двух ионов должна протекать посредством трехчастичного столкновения:



где  $M$  — атом буферного газа (в данном случае это, как правило, гелий). Из-за большого расстояния взаимодействия двух ионов данная реакция также идет с очень большой скоростью, если давление буферного газа достаточно велико (газовая смесь обычно состоит из  $Kr$  при давлении около 120 мбар,  $F_2$  при давлении 6 мбар и  $He$  при давлении 2400 мбар).

Экимерные лазеры на галогенидах инертных газов обычно накачиваются электрическим разрядом в соответствии с общей схемой, представленной на рис. 6.21. Предыонизация обычно до-

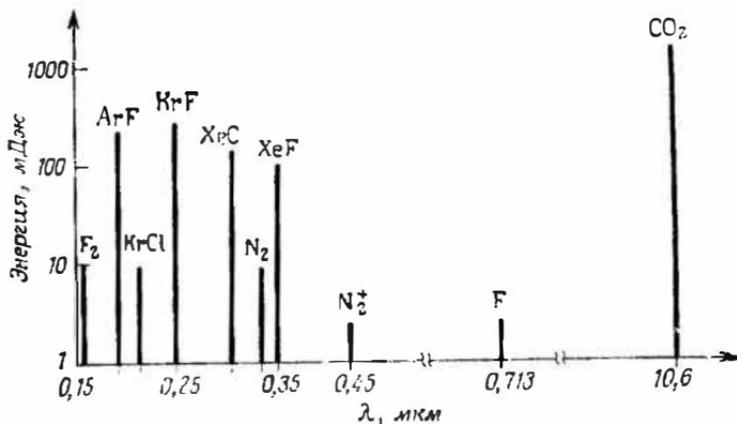


Рис. 6.27. Энергия в импульсе, излучаемая ТЕА-лазером с УФ-предыонизацией электрического разряда. В каждом из указанных лазеров использовалась та же лазерная трубка, что и на рис. 6.21, но заполненная соответствующим газом.

стигается, как и на рис. 6.21, излучающими в УФ-диапазоне искровыми разрядами. Поскольку глубина проникновения УФ-излучения в газовую смесь ограничена, для больших установок (поперечные размеры разряда больше 2—3 см) иногда применяют предыонизацию рентгеновским излучением. Для лабораторных устройств и самых крупных установок иногда используют также накачку внешним электронным пучком. Во всех случаях усиление оказывается очень большим, так что в лазерном резонаторе обычно на одном из концов в качестве зеркала устанавливают непросветленный эталон, а на другом конце используют зеркало со 100 %-ным отражателем (например, заднее зеркало на рис. 6.21). Поскольку время жизни верхнего уровня сравнительно невелико, а также чтобы избежать образования дуги, необходимо обеспечить быструю накачку (длительность импульса накачки 10—20 нс). В случае, представленном на рис. 6.21, это достигается, как и в азотном лазере, тем, что уменьшают по возможности индуктивность контура и используют

безындукционные конденсаторы, присоединенные к разрядным электродам короткими проводниками. В действительности один и тот же лазер типа изображенного на рис. 6.21 можно использовать как ТЕА СО<sub>2</sub>-лазер, азотный лазер или эксимерный лазер просто заменой газовой смеси. На рис. 6.27 показаны полученные таким способом выходные энергии одиночного импульса для различных лазеров. Имеются эксимерные лазеры с частотой повторения примерно до 500 Гц и средней выходной мощностью вплоть до 100 Вт. В настоящее время создаются также более крупные установки со средней мощностью более 1 кВт. Благодаря большому квантовому выходу (см. рис. 6.26) и высокой эффективности процессов накачки КПД этих лазеров обычно довольно высок (2—4 %).

Эксимерные лазеры используются для очень точного травления различных материалов в приложениях, связанных с электронными печатными схемами, а также для выжигания тканей в биологии и медицине (например, радиальная кератомия роговой оболочки глаза). Эксимерные лазеры также широко используются в научных исследованиях и, по-видимому, найдут многочисленные применения там, где требуется источник мощного УФ-излучения с высоким КПД (например, в фотохимии).

#### 6.4. Жидкостные лазеры (лазеры на красителях) [23]

В данном разделе мы рассмотрим жидкостные лазеры, в которых активная среда представляет собой растворы определенных соединений органических красителей в жидком растворителе, таком, как этиловый спирт, метиловый спирт или вода<sup>1)</sup>. Органические красители составляют большой класс многоатомных молекул с сопряженными двойными связями. Лазерные красители обычно принадлежат к одному из следующих классов: 1) полиметиновые красители, обеспечивающие генерацию в красной или ближней ИК-области (0,7—1,5 мкм); в качестве примера на рис. 6.28, а приведена химическая структура красителя 3,3'-диэтилтиатрикарбоцианиниодида, который генерирует в ИК-диапазоне ( $\lambda = 810$  нм); 2) ксантеновые красители, генерирующие в видимой области (500—700 нм). В качестве примера на рис. 6.28, б показана химическая структура широко используемого красителя родамина 6G ( $\lambda = 590$  нм); 3) кумариновые красители, генерирующие в сине-зеленой области (400—500 нм);

<sup>1)</sup> Очень часто используют этиленгликоль (особенно для струйных лазеров). — *Прим. перев.*

на рис. 6.28, в для примера приведена химическая структура кумарина 2, который генерирует в синей области ( $\lambda = 450$  нм); 4) сцинтилляторные красители, генерирующие в УФ-диапазоне ( $\lambda < 400$  нм).

### 6.4.1. Фотофизические свойства органических красителей

Органические красители, как правило, имеют сильные полосы поглощения в УФ- или видимой области спектра и при возбуждении светом соответствующей длины волны дают интенсивные широкополосные спектры люминесценции, как показано на рис. 6.29 для раствора родамина 6G в этаноле. Чтобы понять особенности, представленные на рис. 6.29, необходимо прежде всего рассмотреть энергетические уровни молекулы красителя. Структуру энергетических уровней молекул красителя нетрудно понять, если воспользоваться так называемой моделью свободных электронов. Продемонстрируем это на примере красителя цианина, структурная формула которого приведена на рис. 6.30.

$\pi$ -электроны атомов углерода образуют два плоских облака, одно из которых расположено выше, а другое ниже плоскости молекулы (рис. 6.30, б). Этим распределением  $\pi$ -электронов и определяются электронные состояния молекул. В модели свободных электронов предполагается, что  $\pi$ -электроны движутся свободно в пределах их плоских распределений и их движение ограничено только отталкивательным потенциалом группы на каждом конце красителя. Поэтому энергетические уровни

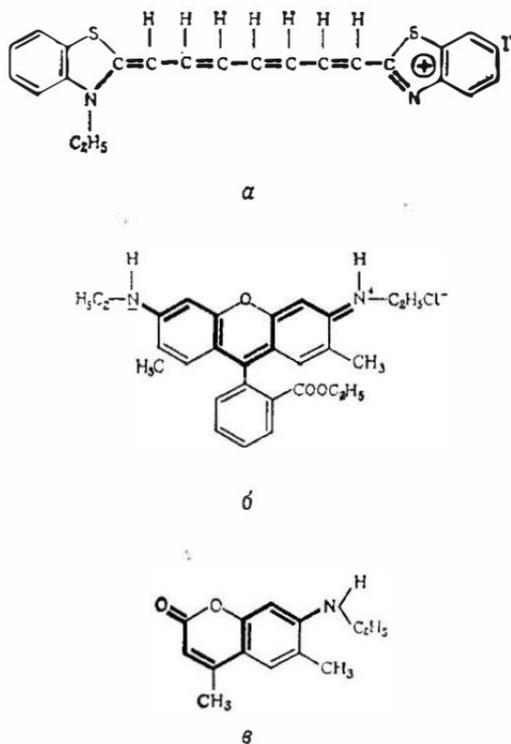


Рис. 6.28. Химическая структурная формула 3,3'-диэтилтриагрикарбоцианина подтипа (а), родамина 6G (б) и кумарина 2 (в). В каждом случае жирными линиями обозначен хромофорный участок молекулы красителя.

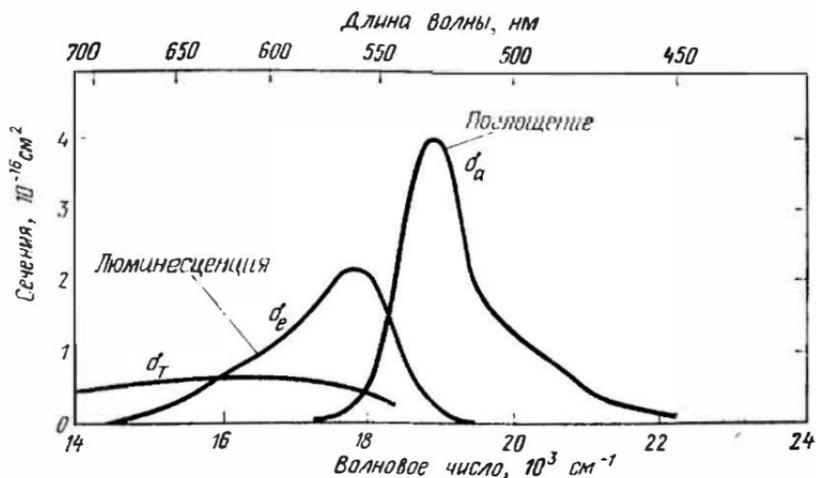


Рис. 6.29. Сечение поглощения  $\sigma_a$ , сечение вынужденного излучения  $\sigma_e$  (синглет-синглетного перехода) и сечение поглощения  $\sigma_T$  (триплет-триплетного перехода) для раствора родамина 6G в этиловом спирте.

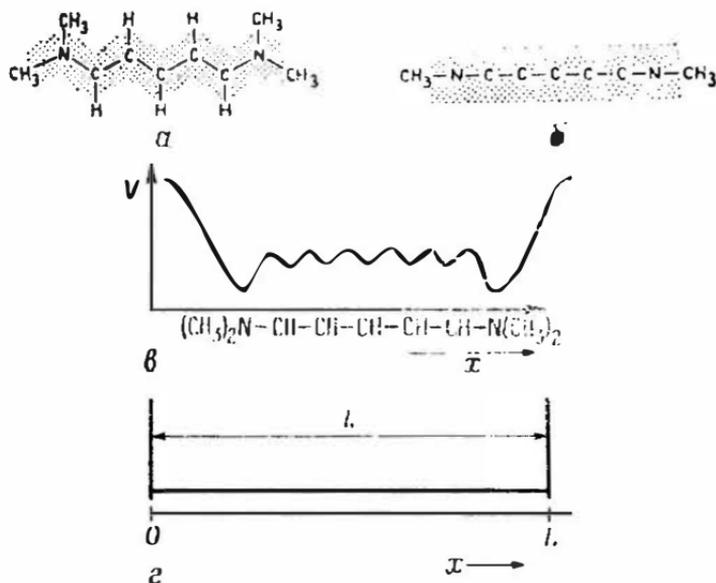


Рис. 6.30. Иллюстрация модели свободных электронов, объясняющей структуру электронных энергетических уровней молекулы красителя. (Согласно Ферстерлингу и Куну [43].)

электронов представляют собой уровни свободного электрона, находящегося в потенциальной яме, форма которой показана на рис. 6.30, в. Если эту яму приближенно представить в виде прямоугольной (рис. 6.30, г), то энергетические уровни электрона в такой яме хорошо известны и определяются выражением  $E_n = \frac{h^2 n^2}{8mL^2}$ , где  $n$  — целое число,  $m$  — масса электрона, а  $L$  — ширина потенциальной ямы. Следует заметить, что в  $\pi$ -электронном облаке молекулы красителя находится четное число

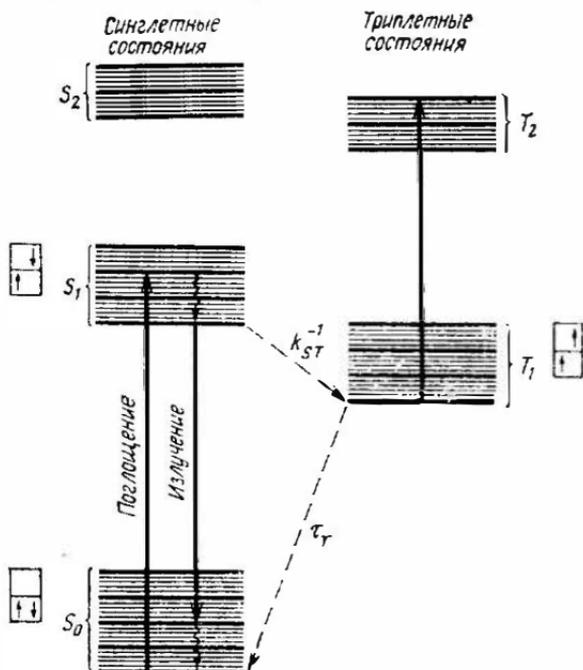


Рис. 6.31. Типичная схема энергетических уровней красителя в растворе. Синглетные и триплетные уровни приведены отдельно слева и справа.

электронов<sup>1)</sup>. Если положить это число равным  $2N$ , то основное состояние молекулы будет соответствовать ситуации, при которой все электроны находятся на нижних электронных энергетических уровнях. На самом деле каждый уровень может быть занят двумя электронами с противоположными спинами. Таким образом, это молекулярное состояние имеет нулевой результирующий спин (синглетное состояние): на рис. 6.31 оно обозначается как  $S_0$ . На этом же рисунке самый верхний занятый

<sup>1)</sup> Молекулярные системы с неспаренными электронами называются радикалами. Такие системы легко вступают в реакцию друг с другом, образуя при этом систему со спаренными электронами.

уровень и следующий над ним (пустой) уровень указаны двумя квадратами, расположенными друг над другом. Первое возбужденное синглетное состояние (обозначенное на рисунке через  $S_1$ ) получается при переходе одного из двух высоколежащих электронов на следующий (более высокий уровень) без переворота спина. Если спин при этом переворачивается, то образуется триплетное состояние (на рисунке  $T_1$ ; полный спин  $S = 1$ ). Возбужденное синглетное ( $S_2$ ) и триплетное ( $T_2$ ) состояния получаются, когда электрон поднимается на следующий уровень, и т. д. Заметим, что на рис. 6.31 каждое электронное состояние в действительности состоит из ряда колебательных (толстые горизонтальные линии на рисунке) и вращательных (тонкие линии) уровней. Обычно расстояние между колебательными уровнями составляет  $1400\text{—}1700\text{ см}^{-1}$ , а между вращательными уровнями в 100 раз меньше. Поскольку в жидкостях механизмы, вызывающие уширение линий, оказываются значительно более сильными, чем в твердых телах, вращательные уровни в жидкостях не разрешаются, что приводит к сплошному спектру между колебательными уровнями.

Посмотрим теперь, что происходит, когда на молекулу действует электромагнитное излучение. Прежде всего напомним, что правила отбора требуют, чтобы  $\Delta S = 0$ . Следовательно, синглет-синглетные переходы являются разрешенными, а синглет-триплетные — запрещенными. Поэтому благодаря взаимодействию с электромагнитным излучением молекула может перейти из основного состояния  $S_0$  на один из колебательных уровней состояния  $S_1$ . Поскольку вращательные и колебательные уровни являются неразрешенными, спектр поглощения будет представлять собой широкий бесструктурный переход, что и видим на рис. 6.29 для родамина 6G. Важная особенность красителей состоит в том, что они имеют чрезвычайно большую величину дипольного матричного элемента  $\mu$ . Это объясняется тем, что  $\pi$ -электроны свободно движутся на расстояниях, сравнимых с размером молекулы  $a$ , а поскольку  $a$  — достаточно большая величина,  $\mu$  также велико ( $\mu \approx ea$ ). Отсюда следует, что сечение поглощения  $\sigma$ , которое пропорционально  $\mu^2$ , также велико ( $\sim 10^{-16}\text{ см}^2$ ). Молекула в возбужденном состоянии релаксирует за очень короткое время (безызлучательная релаксация,  $\tau_{\text{безызл}} \approx 10^{-13}\text{ с}$ ) на самый нижний колебательный уровень<sup>1)</sup> состояния  $S_1$ . С этого уровня она совершает излучательный переход на некоторый колебательный уровень состояния  $S_0$  (флуоресценция). Вероятность перехода определяется соответствующей

<sup>1)</sup> Точнее говоря, колебательно-вращательные уровни состояния  $S_1$  термализуются.

щим фактором Франка — Кондона. Поэтому из того, что было сказано выше, ясно (см. также рис. 2.23), что переход в общем случае оканчивается не на основном уровне, а на тех возбужденных колебательных уровнях, которые обладают наибольшим фактором Франка — Кондона. При этом спектр флуоресценции будет иметь вид широкой бесструктурной полосы, сдвинутой в длинноволновую сторону относительно полосы поглощения (см. рис. 6.29). Это свойство обычно называется законом Стокса. Перейдя на возбужденный колебательно-вращательный уровень основного состояния  $S_0$ , молекула возвращается на самый низкий колебательный уровень за счет другой очень быстрой (порядка пикосекунд) безызлучательной релаксации. Заметим, что из самого нижнего уровня состояния  $S_1$  молекула может также перейти в состояние  $T_1$ . Этот процесс обусловлен столкновениями и называется *синглет-триплетной конверсией*. Аналогичным образом преимущественно за счет столкновений осуществляется переход  $T_1 \rightarrow S_0$ . Этот переход частично происходит также и за счет излучательных процессов (излучательный переход  $T_1 \rightarrow S_0$ , как отмечалось выше, является запрещенным). Излучение, возникающее в результате таких переходов, называется *фосфоресценцией*. Будем характеризовать эти процессы релаксации следующими тремя постоянными: 1) временем жизни  $\tau_{\text{спонт}}$  состояния  $S_1$ , определяемым спонтанным излучением; 2) скоростью ( $\text{с}^{-1}$ ) синглет-триплетной конверсии  $k_{\text{СТ}}$  и 3) временем жизни  $\tau_T$  состояния  $T_1$ . Если время жизни состояния  $S_1$  обозначить через  $\tau$ , то можно записать следующее соотношение [см. (2.123)]:

$$1/\tau = (1/\tau_{\text{спонт}}) + k_{\text{СТ}}. \quad (6.15)$$

Излучательное время жизни  $\tau_{\text{спонт}}$  очень невелико (всего несколько наносекунд), что обусловлено большой величиной матричного элемента дипольного момента  $\mu$ . Поскольку  $k_{\text{СТ}}^{-1}$ , как правило, значительно больше ( $\sim 100$  нс), наибольшее число молекул из состояния  $S_1$  будет релаксировать за счет флуоресценции. Поэтому квантовый выход флуоресценции (число испущенных за счет флуоресценции фотонов, деленное на число атомов, переведенных в состояние  $S_1$ ) близок к единице. Действительно, для квантового выхода [см. (2.126)] имеем

$$\phi = \tau/\tau_{\text{спонт}}. \quad (6.16)$$

Время жизни триплетного состояния  $\tau_T$  зависит от экспериментальных условий и, в частности, от содержания кислорода в растворе. Оно может колебаться от  $10^{-7}$  с в растворах, насыщенных кислородом, до  $10^{-3}$  с и более в бескислородных растворах.

### 6.4.2. Параметры лазеров на красителях

Из приведенного выше рассмотрения вполне разумно ожидать, что лазеры, в которых используются красители, могут генерировать на длинах волн в области спектра флуоресценции. Действительно, быстрая безызлучательная релаксация внутри возбужденного синглетного состояния  $S_1$  приводит к очень эффективному заселению верхнего лазерного уровня, а быстрая релаксация внутри основного состояния — к эффективному обеднению нижнего лазерного уровня. Следует также заметить, что в области длин волн флуоресценции раствор красителя достаточно прозрачен (т. е. соответствующее сечение поглощения  $\sigma_a$  невелико; см., например, рис. 6.29). Фактически же первый лазер на красителях был запущен поздно (в 1966 г.) [24, 25] относительно времени, с которого началось общее развитие лазерных устройств. Рассмотрим некоторые причины этого. Во-первых, это очень короткое время жизни  $\tau$  состояния  $S_1$ , поскольку мощность накачки обратно пропорциональна  $\tau$ . Хотя такой недостаток частично компенсируется большой величиной сечения перехода, произведение  $\sigma\tau$  [напомним, что пороговая мощность накачки пропорциональна  $(\sigma\tau)^{-1}$ ; см. (5.35)] все же остается примерно на три порядка величины меньше, чем для твердотельных лазеров, таких, как Nd:YAG. Вторая трудность обусловлена синглет-триплетной конверсией. Действительно, если  $\tau_T \gg k_{ST}^{-1}$ , то молекулы будут накапливаться в триплетном состоянии, что приведет к поглощению за счет перехода  $T_1 \rightarrow T_2$  (который является оптически разрешенным). К сожалению, это поглощение происходит, как правило, на длине волны флуоресценции (см., например, опять-таки рис. 6.29), что приводит к серьезному препятствию для возникновения генерации. Можно показать, что именно поэтому непрерывную генерацию можно получить лишь в случае, когда  $\tau_T$  меньше некоторого значения, определяемого свойствами активной среды из красителя. Чтобы получить этот результат, заметим прежде всего, что кривую пропускания флуоресценции красителя (рис. 6.29) можно описать с помощью сечения вынужденного излучения  $\sigma_e$ . Таким образом, если  $N_2$  — полная населенность состояния  $S_1$ , то соответствующее усиление (без насыщения) на определенной длине волны, при которой рассматривается  $\sigma_e$ , равно  $\exp(N_2\sigma_e l)$ , где  $l$  — длина активной среды. Предположим теперь, что  $N_T$  населенность триплетного состояния  $T_1$ . Тогда генерация будет происходить при условии, что усиление за счет вынужденного излучения больше потерь, обусловленных триплет-триплетным поглощением, т. е.

$$\sigma_e N_2 > \sigma_T N_T. \quad (6.17)$$

В стационарных условиях скорость релаксации населенности с триплетного состояния  $N_T/\tau_T$  должна быть равна скорости ее нарастания за счет синглет-триплетной конверсии  $k_{ST}N_2$ , т. е.

$$N_T = k_{ST}\tau_T N_2. \quad (6.18)$$

Объединяя (6.17) и (6.18), получаем условие

$$\tau_T < \sigma_e/\sigma_T k_{ST}, \quad (6.19)$$

которое является необходимым для непрерывной генерации [т. е. мы получили условие, в некотором смысле эквивалентное соотношению (5.25)]. Если это условие не выполняется, то лазер может генерировать только в импульсном режиме, причем длительность импульса накачки должна быть достаточно короткой, чтобы обеспечить значительную населенность, прежде чем она накопится в триплетном состоянии. Наконец, третьим мешающим фактором являются тепловые неоднородности, возникающие в жидкости под действием накачки. Они приводят к градиентам показателя преломления, препятствующим возникновению генерации.

Лазеры на красителе работают либо в импульсном, либо, если выполняется условие (6.19), в непрерывном режиме. Лазерная генерация в импульсном режиме получена на большом числе различных красителей, причем для накачки применялись как импульсная лампа с коротким импульсом (при длительности переднего фронта  $< 1$  мкс), так и лазер, генерирующий короткие световые импульсы. В обоих случаях короткие импульсы необходимы для того, чтобы обеспечить генерацию до того, как в триплетном состоянии накопится существенная населенность, и до появления градиентов показателя преломления в жидкости. При накачке импульсной лампой можно применять эллиптический осветитель или осветитель с плотной упаковкой (см. рис. 3.1, б и в). Чтобы обеспечить лучшую однородность накачки, а отсюда и более симметричные градиенты показателя преломления, применяют также и спиральные лампы в конфигурации, аналогичной рис. 3.1, а. Для лазерной накачки часто применяют азотный лазер, УФ-излучение которого подходит для накачки многих красителей, генерирующих в видимой области спектра. Для получения больших энергий и средних выходных мощностей для накачки УФ-излучением все чаще применяют более эффективные эксимерные лазеры (в частности, KrF и XeF), в то время как для красителей с длиной волны излучения более чем 550—600 нм предпочитают использовать вторую гармонику Nd:YAG-лазера в режиме модуляции добротности ( $\lambda = 532$  нм), а также зеленое или желтое излучение лазера на парах меди.

В этих лазерах с накачкой в видимом диапазоне КПД преобразования энергии лазера накачки в выходную энергию лазера на красителе (30—40 %) намного превышает КПД преобразования, получаемые при лазерной УФ-накачке ( $\sim 10\%$ ). Кроме того, под воздействием излучения накачки существенно уменьшается деградация красителя. Во всех рассмотренных выше случаях, когда применяют импульсную лазерную накачку, используют, как правило, схему с поперечной накачкой (т. е. направление распространения пучка накачки перпендикулярно оси резонатора); см. рис. 6.32. В этом случае пучок лазера накачки

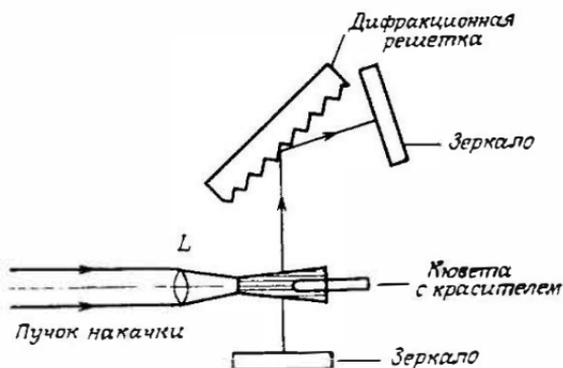


Рис. 6.32. Устройство лазера на красителе с поперечной накачкой. В качестве накачки может служить пучок азотного лазера, эксимерного лазера или лазера на парах меди, а также пучок второй гармоники Nd:YAG-лазера с модулированной добротностью.

фокусируется линзой  $L$ , представляющей собой обычно комбинацию сферической и цилиндрической линз, в тонкую линию вдоль оси резонатора лазера. Длина линии равна длине ячейки с красителем (несколько миллиметров), в то время как поперечный размер, как правило, меньше 1 мм. Для перестройки длины волны выходного излучения в пределах широкой полосы излучения красителя ( $\sim 30\text{--}50\text{ нм}$ ) обычно применяется дифракционная решетка, помещаемая в резонатор под углом скользкого падения. Лазер перестраивается поворотом зеркала  $M_2$ . Скользящее падение используется для увеличения разрешающей силы решетки и, следовательно, для существенного уменьшения ширины линии излучения ( $\sim 0,01\text{--}0,02\text{ нм}$ ). Еще более узкие полосы генерации, вплоть до одномодовой, можно получить при установке одного или более эталонов Фабри — Перо, как уже обсуждалось в разд. 5.3.5.2. Для непрерывной лазерной накачки часто применяются  $\text{Ag}^+$ -лазеры (иногда также и  $\text{Kr}^+$ -лазеры). Чтобы обеспечить существенно более низкий порог генерации,

что необходимо при непрерывной накачке, теперь используется продольная схема накачки, приведенная на рис. 6.33. Жидкая активная среда с красителем имеет вид свободно текущей тонкой струи (диаметром около 200 мкм) в плоскости, перпендикулярной плоскости рисунка и наклоненной под углом Брюстера к оси пучка лазера на красителе. Соответственно и лазерный пучок является линейно поляризованным, причем вектор его электрического поля располагается в плоскости рисунка. Оба пучка — накачки и лазерный — фокусируются в очень маленькое

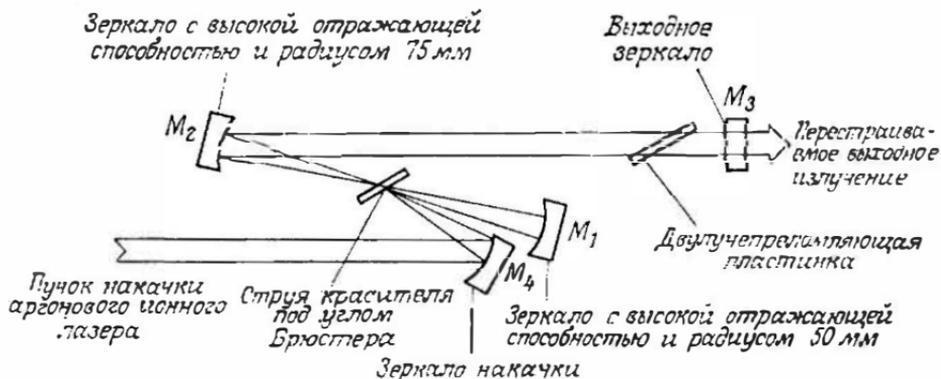


Рис. 6.33. Устройство непрерывного лазера на красителе с накачкой аргоновым лазером.

пятно (диаметром примерно 10 мкм) внутри струи. Для перестройки лазера в резонатор можно внести призму или дуолучепреломляющий фильтр. Чтобы генерация происходила в одной продольной моде, в резонатор помещают также эталоны Фабри — Перо и часто используют однонаправленную кольцеобразную конфигурацию (см. рис. 5.11). Особый интерес представляет схема с так называемым резонатором с синхронизацией мод на сталкивающихся импульсах, изображенная на рис. 6.34, в которой лазер на красителе (обычно используется родамин 6G) работает в режиме пассивной синхронизации мод под действием медленно насыщающегося поглотителя (DODCI). Кольцеобразная конфигурация резонатора приводит к генерации распространяющихся навстречу друг другу ультракоротких лазерных импульсов, которые каждый раз встречаются (т. е. сталкиваются) в точке, в которой находится струя красителя насыщающегося поглотителя. Встречи двух импульсов происходят через промежутки времени, равные  $2L/c$ , где  $2L$  — длина периметра кольца. Струя красителя родамина 6G располагается на расстоянии  $L/2$  от насыщающегося поглотителя. Как нетрудно показать, такое расположение гарантирует то, что одиночные

импульсы, проходящие через родамин 6G, разделены равными промежутками времени, а это создает наилучшие условия для синхронизации мод. Устройство, показанное на рис. 6.34, позволило получить ультракороткие лазерные импульсы длительностью вплоть до 25 фс (самые короткие импульсы, полученные до сих пор из лазерного резонатора).

Благодаря возможности перестройки длины волны, широкому спектральному диапазону работы и возможности генерации очень коротких импульсов лазеры на органических красителях

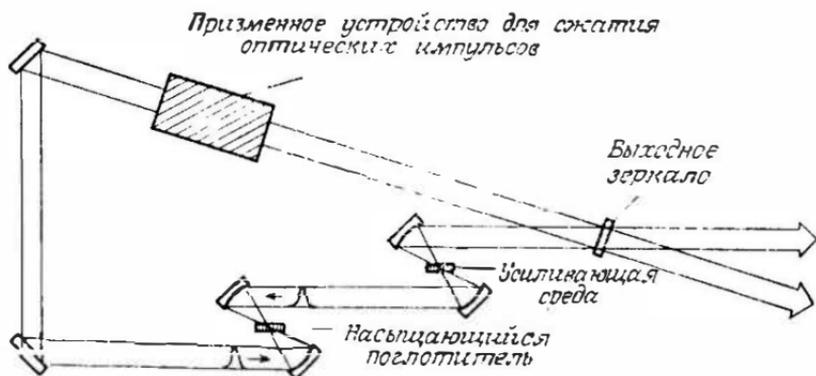


Рис. 6.34. Устройство кольцевого лазера на красителе со сталкивающимися импульсами и синхронизацией мод. Призменное устройство состоит из четырех призм, вносящих регулируемую дисперсию в кольцевой резонатор так, чтобы получить как можно более короткие импульсы.

играют важную роль в различных областях. В частности, эти лазеры широко используются в научных приложениях либо как непрерывные узкополосные (вплоть до одномодовых) перестраиваемые источники излучения для спектроскопии с высоким разрешением по частоте, либо в качестве лазеров с короткими (вплоть до  $\sim 100$  фс) выходными импульсами для спектроскопии с высоким разрешением во времени. Среди других приложений — биология и медицина (например, лечение сетчатки или фотодинамическая терапия), а также лазерная фотохимия (например, лазерное разделение изотопов  $^{235}\text{U}$ ).

## 6.5. Химические лазеры [26, 27]

*Химический лазер* обычно определяют как лазер, в котором инверсия населенностей достигается «непосредственно» за счет химической реакции. В соответствии с этим определением газодинамический  $\text{CO}_2$ -лазер нельзя считать химическим, хотя в нем заселение верхнего уровня происходит исключительно за счет

реакции сгорания (например, сгорания  $\text{CO}$  в  $\text{O}_2$ ). В химических лазерах обычно используются реакции между газообразными веществами и, как правило, это экзотермические реакции ассоциативного или диссоциативного типа. Реакция ассоциативного типа описывается уравнением вида



В экзотермической реакции часть теплоты реакции перейдет в энергию колебательно-вращательного или электронного возбуждения молекулы  $AB$ . Таким образом, если достичь инверсии населенностей, то на основе реакции ассоциативного типа можно в принципе создать лазеры на колебательно-вращательных или вибронных переходах. Однако несмотря на то, что были приложены большие усилия, до сих пор удалось создать лишь химические лазеры на колебательно-вращательных переходах. Генерация в этих лазерах была получена в диапазоне длин волн 3—10 мкм, причем наиболее примечательными примерами являются лазеры на  $\text{HF}$  и  $\text{DF}$ , которые мы рассмотрим в следующем разделе. Реакция диссоциативного типа в общем виде записывается следующим образом:



Если реакция экзотермическая, то часть теплоты реакции может выделиться в виде электронной энергии атомов  $A$  или в виде внутренней энергии молекул  $BC$ . Наиболее замечательным примером данного типа лазеров следует считать лазер на атомарном иоде, в котором атомарный иод в возбужденном состоянии образуется в результате диссоциации соединения  $\text{CH}_3\text{I}$  (или  $\text{CF}_3\text{I}$ , или  $\text{C}_2\text{F}_7\text{I}$ ) под воздействием УФ-излучения ( $\lambda \sim 300$  нм) мощной импульсной лампы. Этот лазер, таким образом, принадлежит категории лазеров с фотохимической диссоциацией (или фотодиссоциацией). Генерация с  $\lambda = 1,315$  мкм происходит на переходе атомарного иода из возбужденного состояния  $^2P_{1/2}$  на основной уровень  $^2P_{3/2}$ .

Химические лазеры представляют интерес по двум основным причинам: 1) они являются интересным примером прямого преобразования химической энергии в электромагнитную; 2) от этих лазеров в принципе можно получать высокую выходную мощность (в непрерывном режиме) или высокую выходную энергию (в импульсном режиме), что обусловлено весьма большим выделением энергии в экзотермической реакции, которую можно использовать в работе лазера<sup>1)</sup>.

<sup>1)</sup> Например, смесь  $\text{H}_2$ ,  $\text{F}_2$  и других веществ (16 %  $\text{H}_2$  и  $\text{F}_2$  в газовой смеси при атмосферном давлении) обладает тепловым эффектом реакции 2000 Дж/л, из которой 1000 Дж остается в виде колебательной энергии.

## 6.5.1. Лазер на HF

Механизм накачки, используемый в лазере на HF, связан с так называемой холодной реакцией:



Поскольку выделяемая в реакции теплота составляет 31,6 ккал/моль, молекула HF может оказаться в возбужденном состоянии вплоть до колебательного уровня  $v = 3$  (рис. 6.35).

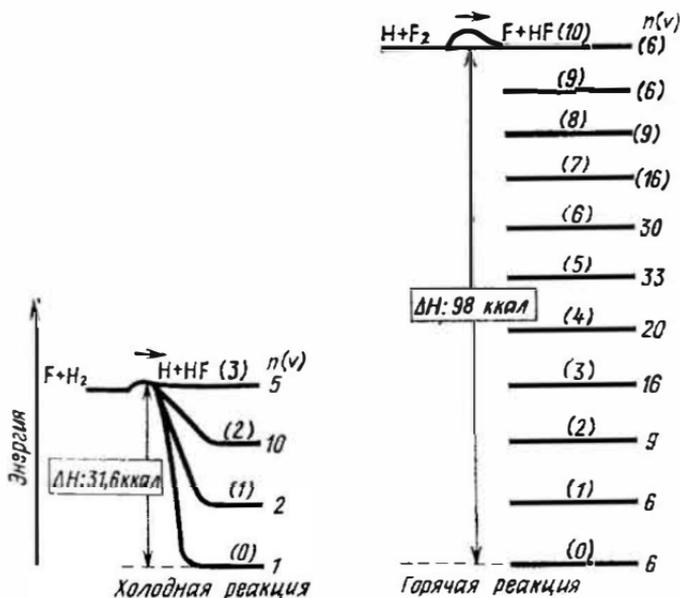


Рис. 6.35. Возбуждение колебательных уровней молекулы HF за счет двух реакций  $F + H_2 \rightarrow H + HF^*$  и  $H + F_2 \rightarrow F + HF^*$ . Показаны также создаваемые таким образом относительные населенности  $n(v)$ .

Вследствие того что скорости релаксации с различных колебательных уровней отличаются, уровень  $v = 2$  обладает самой большой населенностью и на переходе  $(v' = 2) \rightarrow (v = 1)$  образуется большая инверсия населенностей. Из рис. 6.35 видно, что на колебательные степени свободы приходится более 60 % энергии реакции. То, что вследствие химической реакции молекула HF оказывается в возбужденном состоянии, понять не трудно. Рассмотрим реакцию, записываемую в виде (6.22). В силу большого сродства к электрону атома F взаимодействие  $F-H_2$  на больших расстояниях характеризуется сильным притяжением, что приводит к значительной поляризации распределения заряда в молекуле  $H_2$ . Из-за малой инерционности электрона связь

HF может сформироваться до того, как протон участвующего в реакции атома водорода окажется на том межъядерном расстоянии, которое соответствует основному электронному<sup>1)</sup> состоянию молекулы HF. Таким образом, существует большая вероятность того, что после реакции протон будет находиться на большем расстоянии от атома F, чем равновесная длина связи HF. Следовательно, это приведет к классическому колебательному движению. Заметим, что для протекания реакции, записанной уравнением (6.22), необходим атомарный фтор. Его получают путем диссоциации тех или иных молекул, играющих роль донора для фтора, таких как SF<sub>6</sub> или молекулярный F<sub>2</sub>. Диссоциацию можно получить различными способами, например, при столкновениях с электронами в электрическом разряде (SF<sub>6</sub> + e → SF<sub>5</sub> + F + e).

Если используется молекулярный фтор, то инверсия населенностей может также возникать при реакции недиссоциировавшей молекулы F<sub>2</sub> с атомарным водородом, образующимся в реакции (6.22), т. е.



Поскольку химическая энергия этой «горячей» реакции (98 ккал/моль) существенно превосходит энергию реакции (6.22), реакция (6.23) может приводить к возбуждению молекулы HF вплоть до колебательного уровня  $v = 10$  (рис. 6.35). Реакция (6.23) позволяет достаточно эффективно создавать инверсию населенностей между многочисленными колебательными уровнями молекулы HF. Приведенные выше замечания могут привести к предположению, что по сравнению с SF<sub>6</sub> молекулярный фтор лучше подходит для HF-лазера. Однако в работе со смесью H<sub>2</sub> + F<sub>2</sub> намного труднее обращаться, чем со смесью H<sub>2</sub> + SF<sub>6</sub>. Действительно, атомарный фтор, образующийся в реакции (6.23), может снова принять участие в реакции (6.22), в которой в свою очередь образуется атомарный водород, который затем участвует в реакции (6.23), и т. д. Таким образом, уравнения (6.22) и (6.23) составляют классическую цепную реакцию, которая при определенных значениях параметров может приобрести взрывной характер.

Генерация происходит на нескольких колебательных переходах, от 1 → 0 до 6 → 5 ( $\lambda = 2,7\text{--}3,3$  мкм) и на нескольких вращательных линиях в пределах каждого колебательного перехода. Как уже говорилось в связи с СО-лазером, генерация на столь большом количестве линий обусловлена двумя обстоятельствами. Во-первых, это явление каскадной генерации.

<sup>1)</sup> По-видимому, подразумевается низшее колебательное состояние, принадлежащее основному электронному состоянию. — *Прим. перев.*

Действительно, если генерирует переход  $2 \rightarrow 1$  (обычно самый сильный), то населенность уровня 2 будет уменьшаться, а населенность уровня 1 будет накапливаться. Следовательно, может возникнуть генерация на переходах  $3 \rightarrow 2$  и  $1 \rightarrow 0$ . Во-вторых, это явление частичной инверсии (см. рис. 6.23), при котором может наблюдаться инверсия населенностей между отдельными вращательными линиями даже тогда, когда между полными населенностями соответствующих колебательных уровней инверсии нет. Кроме лазера на HF следует упомянуть лазеры на DF, HCl и HBr, которые работают по схемам, аналогичным лазеру на HF, и генерируют в диапазоне 3,5—5 мкм.

Лазеры на HF могут работать как в импульсном, так и в непрерывном режиме. В импульсных лазерах атомарный фтор создается за счет столкновений между донорами фтора и электронами, образующимися либо за счет электрического разряда, либо с помощью дополнительного генератора электронного пучка. В промышленных приборах в качестве донора фтора применяется молекула  $SF_6$  и используется электрический разряд. Схема накачки аналогична схеме ТЕА  $CO_2$ -лазера (рис. 6.21); при этом для создания более однородного разряда используется также УФ-предыонизация. Однако выходная энергия такого устройства значительно ниже, чем поступающая в лазер энергия электрической накачки. Отсюда следует, что в данном лазере лишь часть выходной энергии берется из энергии химической реакции. Однако заметим, что при использовании молекулярного фтора вместо  $SF_6$  возникает цепная реакция и выходная энергия лазера может существенно превосходить энергию электрического разряда. В этом случае лазер с большим основанием можно считать химическим. В непрерывных лазерах и при высоких мощностях (как, например, в системах, применяемых в военных целях) используется молекулярный фтор. Фтор подвергается тепловой диссоциации в плазмотронном нагревателе и затем истекает через сверхзвуковые сопла (до чисел Маха около 4). Затем в поток подмешивается молекулярный водород, чтобы вступить в цепную реакцию, описываемую уравнениями (6.22) и (6.23) (рис. 6.36). Лазерный резонатор помещается ниже по течению в области расширения таким образом, что его ось перпендикулярна направлению потока. В данном устройстве, а также в рассмотренном выше импульсном лазере, если необходимо получать высокие мощности (или большие энергии), нередко применяют неустойчивые резонаторы.

Химические лазеры описанных выше типов способны давать высокую выходную мощность (большую энергию) с высоким химическим КПД. Непрерывный лазер для военных целей под названием MIRACL (аббревиатура англ. слов mid-infrared ad-

vanced chemical laser) представляет собой усовершенствованный химический лазер в среднем ИК-диапазоне, работающий на молекуле DF; он позволяет получить самую высокую непрерывную мощность среди всех лазеров (2,2 МВт). Применение HF вместо DF связано с тем, что длина волны излучения DF попадает в область прозрачности атмосферы. Следует заметить, что хотя импульсные лазеры с электрическим разрядом производятся промышленностью, проблемы безопасности ( $F_2$ , видимо, наиболее агрессивный и реакционно-способный из известных частиц) сильно ограничивают применимость химических лазеров данного типа. Поэтому главной областью использования этих лазеров будут, по-видимому, военные применения, в которых требуются высокие мощности излучения.

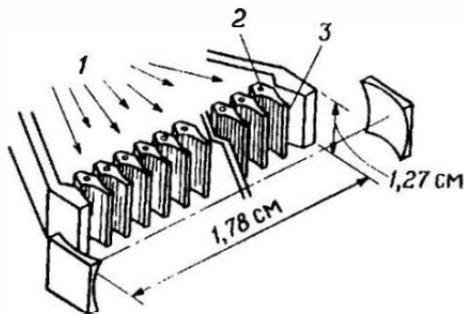


Рис. 6.36. Сверхзвуковой химический HF-лазер. (Согласно Честеру [42].) 1 — диссоциированный фтор; 2 — охлаждаемый канал; 3 — инжекция  $H_2$  через перфорированные трубки.

## 6.6. Полупроводниковые лазеры [28]

До сих пор нами обсуждались лишь атомарные и молекулярные системы, энергетические уровни которых связаны с локализованными волновыми функциями, т. е. относящимися к отдельным атомам или молекулам. Рассмотрим теперь полупроводники, для которых уже нельзя использовать волновую функцию отдельного атома; вместо этого необходимо иметь дело с волновой функцией, определяемой кристаллом в целом. Аналогично нельзя более говорить об энергетических уровнях отдельных атомов.

Принцип действия полупроводникового лазера можно рассмотреть с помощью рис. 6.37, на котором показаны валентная зона полупроводника  $V$ , зона проводимости  $C$  и ширина запрещенной зоны  $E_g$ . Если предположить для простоты, что полупроводник находится при температуре  $T = 0$  К, то валентная зона будет полностью заполнена электронами, в то время как зона проводимости будет пуста (см. рис. 6.37, а, где заштрихованная область является областью заполненных состояний). Предположим теперь, что электроны каким-либо образом переведены из валентной зоны в зону проводимости. Внутри этой зоны электроны за очень короткое время ( $\sim 10^{-13}$  с) перейдут на ее

самый нижний уровень, а все электроны вблизи максимума валентной зоны также перейдут на самые нижние из незанятых уровней, так что верхушка валентной зоны будет заполнена «дырками». Отсюда следует, что между валентной зоной и зоной проводимости возникает инверсия населенностей (рис. 6.37, б). Электроны из зоны проводимости сваливаются назад в валентную зону (т. е. они рекомбинируют с дырками), испуская при этом фотон (рекомбинационное излучение). Если между зоной

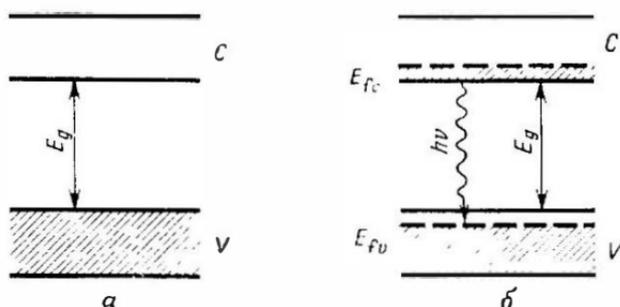


Рис. 6.37. Принцип действия полупроводникового лазера.

проводимости и валентной зоной существует инверсия населенностей, как показано на рис. 6.37, б, то процесс вынужденного рекомбинационного излучения приведет к генерации при наличии подходящего резонатора и выполнении соответствующих пороговых условий.

Лазерную генерацию на основе вынужденного рекомбинационного излучения в полупроводниковых  $p-n$ -переходах наблюдали почти одновременно четыре группы исследователей в 1962 г. [29—32], причем три из них использовали GaAs.

### 6.6.1. Фотофизические свойства полупроводниковых лазеров

В данном разделе мы напомним некоторые наиболее элементарные результаты теории полупроводников, имеющие непосредственное отношение к нашему обсуждению. За более подробным рассмотрением читатель может обратиться к общепринятым учебникам по квантовой механике твердых тел [33].

#### 6.6.1.1. Энергетические состояния в полупроводниках

Волновую функцию электрона в данной зоне, например валентной, можно записать в виде волновой функции Блоха:

$$\psi_v(\mathbf{r}) = U_{vk}(\mathbf{r}) e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}}, \quad (6.24)$$

где  $U_{\text{вк}}(\mathbf{r})$  обладает теми же свойствами периодичности, что и кристаллическая решетка, а постоянная распространения  $\mathbf{k}$  связана с импульсом электрона  $\mathbf{p}$  известным соотношением

$$\mathbf{p} = \hbar \mathbf{k}. \quad (6.25)$$

Для полупроводникового кристалла, имеющего форму прямоугольного параллелепипеда с размерами  $L_x$ ,  $L_y$  и  $L_z$ , вектор  $\mathbf{k}$  квантуется аналогично выражению (2.10), а именно

$$k_i = 2\pi l / L_i, \quad (6.26)$$

где  $i = x, y, z$ , а  $l$  — целое число.

Если блоховскую волновую функцию (6.24) подставить в волновое уравнение Шрёдингера, описывающее движение электрона в полупроводнике, то окажется, что разрешенные значения энергии электронов  $E = E(\mathbf{k})$  попадают в зоны, среди которых низшая заполненная зона называется валентной, а следующая, более высокая — зоной проводимости. Появление зонной структуры связано с дифракцией Брэгга блоховской волновой функции на периодическом кристаллическом потенциале. Однако существование валентной зоны и зоны проводимости можно объяснить с помощью несложных физических соображений. Рассмотрим для простоты случай натрия, в котором каждый атом имеет 11 электронов. Десять из них тесно связаны с ядром и образуют положительный ион с зарядом  $e$ . Одиннадцатый электрон движется по орбите вокруг этого иона. Обозначим энергии этого последнего электрона в основном и первом возбужденном состоянии через  $E_1$  и  $E_2$ , а соответствующие волновые функции  $\psi_1$  и  $\psi_2$ . Рассмотрим теперь два атома натрия, расположенные на некотором расстоянии  $d$ . Если  $d$  много больше размеров атома, то два атома не будут взаимодействовать друг с другом и энергии обоих состояний не изменятся. По другому это можно выразить следующим образом. Если рассматривать, например, два атома в их энергетических состояниях  $E_1$ , то одноэлектронный уровень энергии двухатомной системы по-прежнему равен  $E_1$ , и этот уровень дважды вырожден. Действительно, полную волновую функцию можно выразить через комбинацию двух волновых функций  $\psi_{1A}$  и  $\psi_{1B}$ , причем эти две функции складываются либо в фазе, либо в противофазе (рис. 6.38). В отсутствие потенциала взаимодействия эти два состояния имеют одну и ту же энергию  $E_1$ . Однако когда расстояние между атомами  $d$  достаточно мало, энергии этих двух состояний будут слегка различаться: благодаря взаимодействию дважды вырожденный уровень расщепляется на два. Аналогично для системы из  $N$  атомов, в которой атомы располагаются достаточно близко друг к другу и взаимодействуют между собой,

$N$ -кратно вырожденное состояние с энергией  $E_1$  расщепляется на  $N$  близко расположенных уровней. Следовательно, состояние с энергией  $E_1$  приводит к валентной зоне, в то время как состояние с энергией  $E_2$  приводит таким же образом к зоне проводимости (рис. 6.39). Из предыдущих рассуждений следует, что каждая зона на самом деле состоит из  $N$  близко расположенных уровней, где  $N$  — полное число атомов в кристалле полупроводника.

Поскольку  $N$ , как правило, очень велико, отдельные уровни энергии полупроводника внутри каждой зоны в общем случае не могут быть разрешены.

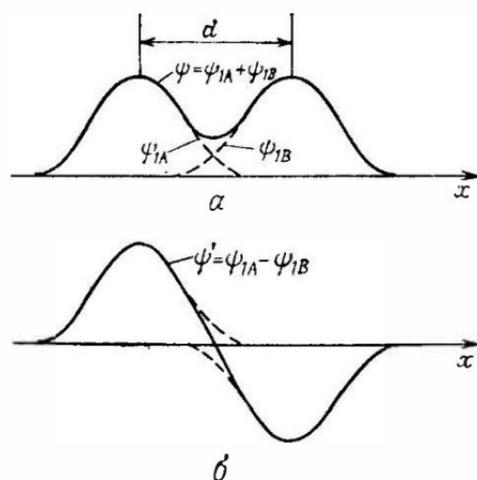


Рис. 6.38. Симметричная (а) и антисимметричная (б) линейные комбинации атомных волновых функций  $\psi_{1A}$  и  $\psi_{1B}$  двух одинаковых атомов, находящихся на расстоянии друг от друга.

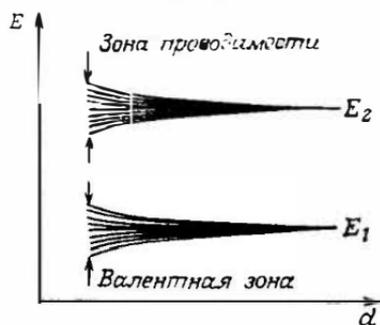


Рис. 6.39.  $N$ -кратное расщепление атомных энергетических уровней как функция межатомного расстояния  $d$  для системы из  $N$  атомов.

В пределах каждой зоны разрешенные значения энергии можно связать с соответствующими значениями  $k$  выражением, которое в приближении параболической зоны записывается так же, как и в случае свободной частицы. Таким образом, для зоны проводимости имеем

$$E_c(k) = \hbar^2 k^2 / 2m_c, \quad (6.27)$$

где  $m_c$  — эффективная масса электрона в зоне проводимости. Аналогично для валентной зоны имеем

$$E_v(k) = \hbar^2 k^2 / 2m_v; \quad (6.28)$$

здесь  $m_v (< 0)$  — эффективная масса электрона в валентной зоне. Заметим, что энергия  $E$  отсчитывается от дна зоны проводимости в случае  $E_c$  и от верхушки валентной зоны в случае  $E_v$ .

На рис. 6.40 построены кривые разрешенных значений  $E$  в зависимости от  $k$ , вычисленных по формулам (6.26) — (6.28). На рисунке эти значения обозначены темными точками в валентной зоне и светлыми кружками в зоне проводимости. Заметим, что, согласно выражению (6.26), разрешенные состояния разделены по оси  $k$  равными промежутками  $2\pi/L$ . Заметим также, что ситуация, изображенная на рис. 6.40, соответствует прямозонному полупроводнику, в котором минимум зоны проводимости и максимум валентной зоны приходятся на одну и ту же точку в пространстве волновых векторов  $k$ .

### 6.6.1.2. Заполнение уровней при тепловом равновесии

Поскольку в соответствии с выражением (6.24) волновая функция электрона распространяется на весь кристалл, можно применить принцип Паули, согласно которому каждый уровень энергии может быть занят не более чем двумя электронами. Соответственно вероятность заполнения  $f(E)$  данного состояния с энергией  $E$  (в валентной зоне или зоне проводимости) дается статистикой Ферми — Дирака, а не статистикой Максвелла — Больцмана. Таким образом,

$$f(E) = \{1 + \exp[(E - E_f)/kT]\}^{-1}, \quad (6.29)$$

где  $E_f$  — энергия так называемого уровня Ферми<sup>1)</sup>. Этот уровень имеет следующий физический смысл: когда  $T \rightarrow 0$ , имеем

$$\begin{aligned} f &= 1 & \text{при } E < E_f, \\ f &= 0 & \text{при } E > E_f. \end{aligned} \quad (6.30)$$

Таким образом, этот уровень представляет собой границу между полностью заполненными и пустыми уровнями при  $T = 0$  К.

<sup>1)</sup> Здесь для простоты не рассматривается упомянутое выше двукратное вырождение каждого уровня по спину электрона. — *Прим. перев.*

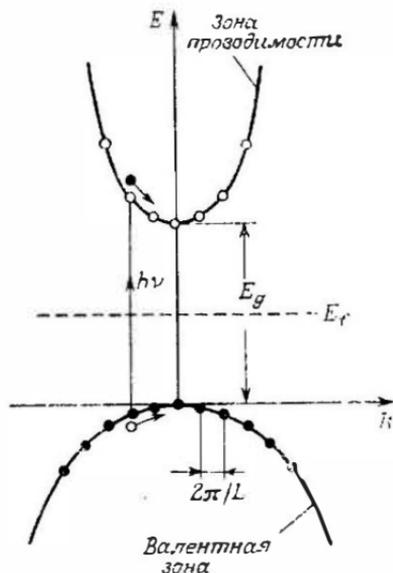


Рис. 6.40. Зависимости энергии  $E$  от импульса  $k$  для прямозонного полупроводника в рамках приближения параболической зоны.

В невырожденных полупроводниках уровень Ферми располагается внутри запрещенной зоны (рис. 6.40). Таким образом, при  $T = 0$  К валентная зона будет заполнена полностью, а зона проводимости будет пустой. Можно показать, что в этих условиях кристалл не проводит, т. е. является изолятором. Заметим также, что уровень Ферми имеет также и другое свойство — при любой температуре  $f(E_f) = 1/2$ .

### 6.6.1.3. Излучательные и безызлучательные переходы

Рассмотрим монохроматическую электромагнитную волну на частоте  $\nu$ , взаимодействующую с полупроводником. Если  $h\nu > E_g$ , то эта волна будет поглощаться полупроводником. Ради простоты мы не будем вдаваться в квантовомеханический расчет процесса поглощения. В действительности результаты подобных расчетов редко используются на практике. Мы лишь отметим, что в случае прямого перехода должен сохраняться полный импульс:

$$k_\nu + k_{\text{опт}} = k_c, \quad (6.31)$$

где  $k_\nu$  и  $k_c$  — волновые векторы электрона соответственно в валентной зоне и зоне проводимости, а  $k_{\text{опт}}$  — волновой вектор падающей электромагнитной волны. Однако в оптическом диапазоне  $k_{\text{опт}} = 2\pi/\lambda \sim 10^5$  см<sup>-1</sup>, в то время как  $k_\nu$  и  $k_c$  имеют порядок  $10^8$  см<sup>-1</sup>. Поэтому можно принять приближение  $k_{\text{опт}} \approx 0$  и записать (6.31) в виде

$$k_\nu = k_c, \quad (6.32)$$

так что переходы должны происходить между начальным и конечным состояниями с одним и тем же вектором  $k$ . Это означает, что на диаграмме рис. 6.40 переход должен соответствовать вертикальной линии. Условие (6.32) называют условием сохранения импульса кристалла. Заметим, что у непрямозонного полупроводника минимум зоны проводимости имеет место при  $k$ , отличном от того, которое соответствует максимуму валентной зоны. В этом случае переход между указанными двумя состояниями может произойти, если в нем будет участвовать фонон решетки, чтобы скомпенсировать несохранение импульса кристалла. Однако непрямые переходы гораздо слабее, и это является основной причиной того, что лазерную генерацию никогда не удавалось наблюдать в непрямозонных полупроводниках, таких, как кремний.

Будучи заброшенным в зону проводимости, электрон релаксирует путем безызлучательных переходов (взаимодействуя с фононами решетки) на дно этой зоны. Не так давно было по-

казано, что этот внутризонный переход происходит в течение очень короткого времени ( $< 100$  фс). В то же время дырка, оставшаяся в валентной зоне (рис. 6.40), релаксирует за очень короткое время к верхушке валентной зоны. В этой точке электрон может рекомбинировать с дыркой либо излучательным, либо безызлучательным путем. Время жизни для межзонных переходов составляет около 1 нс, т. е. много больше времени жизни внутризонных переходов. Как уже рассматривалось в гл. 2 (см. разд. 2.5), безызлучательные межзонные переходы обычно происходят на глубоких ловушках, причем соответствующая энергия передается фонону решетки или свободным носителям. В полупроводниках, используемых в качестве активных сред лазеров, излучательная релаксация преобладает над безызлучательной и квантовый выход люминесценции может достигать 80 % или даже больших значений.

#### 6.6.1.4. Квазиуровни Ферми

Рассмотрим теперь случай, когда из валентной зоны в зону проводимости заброшено много электронов. Поскольку внутризонные переходы имеют значительно большую скорость, чем межзональные, внутри каждой зоны сразу установится тепловое равновесие, хотя полупроводник как целое и не находится в тепловом равновесии. Поэтому можно по отдельности говорить о вероятностях заполнения для валентной зоны  $f_v$  и для зоны проводимости  $f_c$ , которые даются выражениями, имеющими тот же вид, что и выражение (6.29), а именно

$$f_v = \{1 + \exp [(E - E_{f_v})/kT]\}^{-1}, \quad (6.33a)$$

$$f_c = \{1 + \exp [(E - E_{f_c})/kT]\}^{-1}, \quad (6.33б)$$

где  $E_{f_v}$  и  $E_{f_c}$  — энергии так называемых квазиуровней Ферми соответственно валентной зоны и зоны проводимости. Из этих выражений, а также наших предварительных замечаний (см. рис. 6.37, б) видно, что, например, при  $T = 0$  К эти уровни обозначают границы между полностью заполненными и абсолютно пустыми областями энергий внутри каждой зоны. Значения  $E_{f_v}$  и  $E_{f_c}$ , очевидно, зависят от количества электронов, заброшенных при накачке в зону проводимости. Действительно, чем больше этих электронов, тем выше  $E_{f_c}$  и ниже  $E_{f_v}$ .

Рассмотрение полупроводникового лазера сильно упрощается при использовании понятия квазиуровней Ферми, поскольку для каждой зоны необходима лишь одна величина, описывающая вероятность заполнения большого (как правило) числа

участвующих в генерации уровней. В качестве примера полезности этого понятия мы можем сразу получить необходимое условие для лазерной генерации, налагая требование, чтобы число актов вынужденного излучения было больше числа актов поглощения (избыток необходим для компенсации потерь в резонаторе). Оба указанных процесса пропорциональны произведению числа фотонов в резонаторе и коэффициенту  $B$  данного перехода. Однако вероятность вынужденного излучения будет также пропорциональна произведению вероятности заполнения верхнего уровня и вероятности того, что нижний уровень будет свободным, в то время как вероятность поглощения будет пропорциональна произведению вероятности заполнения нижнего уровня и вероятности того, что верхний уровень окажется свободным. Таким образом, чтобы получить вынужденное излучение на переходе между уровнем с энергией  $E_2$  в зоне проводимости и уровнем с энергией  $E_1$  в валентной зоне, мы должны потребовать выполнения неравенства

$$Bq \{f_c^r(E_2)[1 - f_v(E_1)] - f_v(E_1)[1 - f_c(E_2)]\} > 0, \quad (6.34)$$

т. е. чтобы

$$f_c(E_2) > f_v(E_1). \quad (6.35)$$

Из этого неравенства с учетом выражений (6.33) получаем

$$E_{f_c} - E_{f_v} > E_2 - E_1 = \hbar\nu; \quad (6.36)$$

здесь  $\nu$  — частота испускаемого фотона. Заметим, что при  $T = 0$  К условие (6.36) нетрудно получить из рис. 6.37, б путем непосредственного геометрического рассмотрения. Однако предшествующий вывод убеждает в том, что данное соотношение справедливо при любой температуре (до тех пор, пока остается применимым понятие квазиуровней Ферми). Напомним, что условие (6.36) является результатом требования, чтобы процессы вынужденного излучения преобладали над процессами поглощения. В этом отношении неравенство оказывается эквивалентным общему условию (5.25), выведенному для четырехуровневого лазера. Наконец, заметим, что энергия излучаемого фотона должна, очевидно, быть больше ширины запрещенной зоны  $E_g$ . Таким образом, мы приходим к следующему условию:

$$E_g < \hbar\nu < E_{f_c} - E_{f_v}, \quad (6.37)$$

которое приблизительно устанавливает ширину контура усиления полупроводника. Обычно эта ширина оказывается довольно большой ( $\Delta\nu \approx 400$  см<sup>-1</sup>), хотя она и не столь велика, как в случае лазера на красителе ( $\Delta\nu \approx 2000$  см<sup>-1</sup>; см. рис. 6.29), с кото-

рым полупроводниковый лазер оказывается в некоторых аспектах очень схож (ср., например, схемы накачки на рис. 6.40 и рис. 6.31). Заметим, что, поскольку разность  $E_{f_c} - E_{f_v}$  увеличивается с ростом числа заброшенных в зону проводимости электронов, некоторое критическое число электронов должно быть заброшено в зону проводимости, чтобы обеспечить выполнение условия  $E_{f_c} - E_{f_v} > E_g$ . До тех пор пока не будет достигнут этот минимальный уровень инжекции, усиление в полупроводнике не наблюдается.

### 6.6.2. Накачка полупроводниковых лазеров

Накачку полупроводниковых лазеров можно осуществить различными путями, что действительно было проделано. Например, можно использовать внешний электронный пучок или пучок от другого лазера для поперечного возбуждения в объеме полупроводника. Однако до сих пор наиболее удобным методом возбуждения является использование полупроводника в виде диода, в котором возбуждение происходит за счет тока, протекающего в прямом направлении. В этом случае инверсия населенностей достигается в узкой ( $< 1$  мкм) полоске между  $p$ - и  $n$ -областями перехода. Можно выделить два основных типа полупроводниковых лазерных диодов, а именно лазер на гомопереходе и лазер на двойном гетеропереходе (ДГ). Лазер на гомопереходе представляет интерес главным образом благодаря той роли, которую он сыграл в историческом развитии лазеров (так были устроены первые диодные лазеры), однако здесь полезно кратко рассмотреть этот лазер, поскольку это поможет подчеркнуть те большие преимущества, которыми обладают ДГ-лазеры. Действительно, только после изобретения лазера на гетеропереходе (1969 г.) [34—36] стала возможной работа полупроводниковых лазеров в непрерывном режиме при комнатной температуре, в результате чего открылся широкий спектр применений, в которых эти лазеры теперь используются.

#### 6.6.2.1. Лазер на гомопереходе

В лазерах на гомопереходе накачка осуществляется в  $p$  —  $n$ -переходе, в котором как  $p$ -, так и  $n$ -области выполнены из одного и того же полупроводникового материала (например, GaAs). Как  $p$ -, так и  $n$ -область являются вырожденными полупроводниками, т. е. концентрации акцепторов и доноров в них столь велики ( $\sim 10^{18}$  атомов/см<sup>3</sup>), что уровни Ферми  $E_{fp}$  для  $p$ -области попадают в валентную зону, а уровни Ферми  $E_{fn}$  для  $n$ -области — в зону проводимости. Когда переход сформирован,

а напряжение не прикладывается, оба уровня Ферми имеют одинаковые энергии, т. е. лежат на одной горизонтальной линии на рис. 6.41, а, на котором представлена зонная структура  $p-n$ -диода. Когда прикладывается напряжение  $V$ , два уровня Ферми становятся разделенными промежутком

$$\Delta E = eV. \quad (6.38)$$

Таким образом, если диод смещен в прямом направлении, зонная структура примет вид рис. 6.41, б. Из рисунка видно, что в

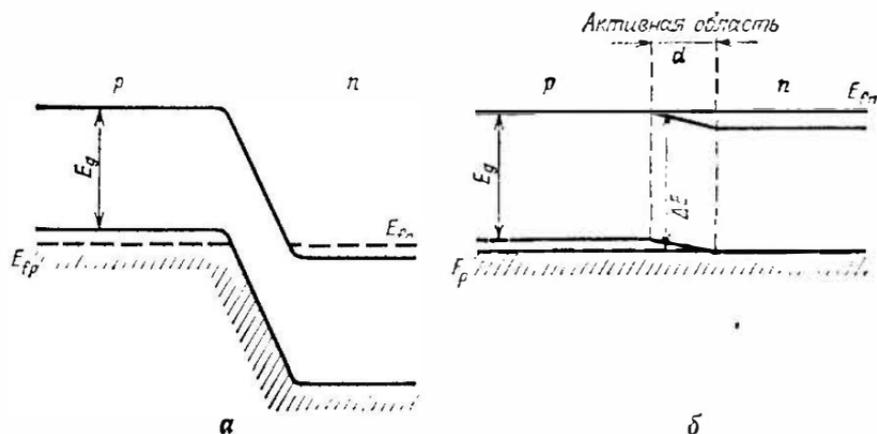


Рис. 6.41. Принцип действия полупроводникового лазера на основе  $p-n$ -перехода в отсутствие смещения (а) и при смещении в прямом направлении (б).

области перехода возникает инверсия населенностей. По существу, при смещении в прямом направлении происходит инжекция в активный слой электронов из зоны проводимости материала  $n$ -типа и дырок из валентной зоны материала  $p$ -типа. Как только электрон достигает материала  $p$ -типа, он становится неосновным носителем и диффундирует до тех пор, пока не рекомбинирует с дыркой в валентной зоне. Поэтому толщина активной области  $d$  приблизительно равна среднему расстоянию, проходимому электроном до рекомбинации с дыркой. Согласно теории диффузии, толщина  $d$  дается выражением  $d = \sqrt{D\tau}$ , где  $D$  — коэффициент диффузии, а  $\tau$  — среднее время существования неосновного носителя до рекомбинации. В GaAs мы имеем  $D = 10 \text{ см}^2/\text{с}$ , а  $\tau \approx 1 \text{ нс}$ , так что  $d \approx 1 \text{ мкм}$ . Наконец, заметим, что, поскольку  $\Delta E \approx E_g$ , где  $E_g$  — ширина запрещенной зоны, из соотношения (6.38) следует, что  $V \approx E_g/e$ . В случае GaAs мы имеем  $V \approx 1,5 \text{ В}$ .

На рис. 6.42 приведена типичная конструкция лазера на  $p-n$ -переходе. Заштрихованная область представляет собой ак-

тивный слой. Видно, что диод имеет небольшие размеры. Чтобы обеспечить необходимую для генерации обратную связь, две выходные плоскости делают параллельными друг другу, обычно посредством скалывания вдоль кристаллографических плоскостей. Во многих случаях на эти поверхности не наносятся отражающие покрытия. Действительно, так как показатель преломления у полупроводника очень большой (например,  $n = 3,6$  в GaAs), то на поверхности раздела полупроводник — воздух при френе-

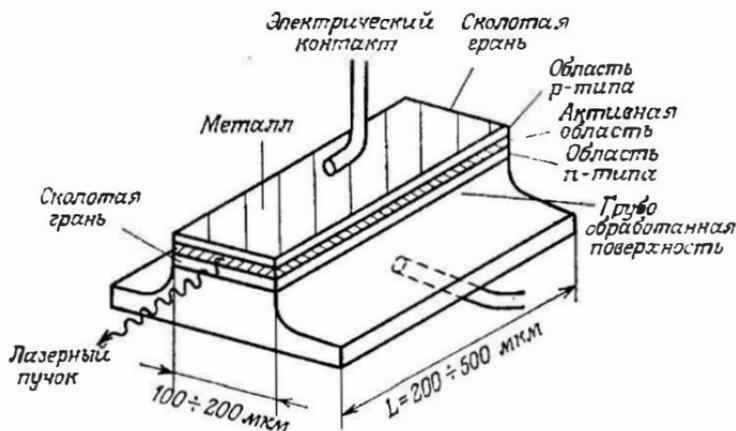


Рис. 6.42. Типичный GaAs-лазер с широким  $p-n$ -гомопереходом.

левском отражении мы уже получаем достаточно высокий коэффициент отражения (около 35 % для GaAs). Заметим, что, как отмечалось выше, толщина активной области в перпендикулярном к  $p-n$ -переходу направлении составляет около 1 мкм. Однако вследствие дифракции поперечный размер лазерного пучка в этом направлении значительно больше толщины активной области ( $\sim 5$  мкм). Следовательно, лазерный пучок довольно далеко проникает в  $p$ - и  $n$ -области, где испытывает сильное поглощение. Это является главной причиной, почему пороговая плотность тока при комнатной температуре в лазере на гомопереходе оказывается высокой ( $\sim 10^5$  А/см<sup>2</sup> для GaAs). Вследствие этого лазер не может работать в непрерывном режиме при комнатной температуре (или выйдет из строя через очень короткое время!). Однако пороговая плотность тока в диодном лазере быстро уменьшается с понижением рабочей температуры. Это обусловлено тем, что с понижением температуры величина  $f_c(1 - f_v)$  увеличивается, а  $f_v(1 - f_c)$  уменьшается. Поэтому усиление [которое зависит от разности  $f_c(1 - f_v) - f_v(1 - f_c)$ ; см. уравнение (6.34)] быстро возрастает. Вследствие этого лазеры

на гомопереходе могут работать в непрерывном режиме только при низких температурах. Это является серьезным недостатком данного типа лазеров и наложило ограничения на возможности их практического применения.

### 6.6.2.2. Лазер на двойном гетеропереходе

Ограничения, отмеченные в предыдущем разделе, сдерживали широкое использование полупроводниковых лазеров до тех пор, пока не были предложены вначале одинарные гетеропереходы, а вскоре после этого — двойные гетеропереходы. Мы ограничимся тем, что рассмотрим последний тип перехода, поскольку только он обычно и применяется. Чтобы проиллюстрировать его

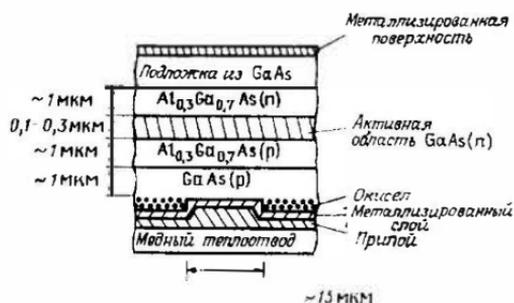


Рис. 6.43. Схематическое представление полупроводникового лазера с двойным гетеропереходом. Активная область представляет собой слой из GaAs ( $n$ ) (заштрихованная область).

свойства, на рис. 6.43 приведен пример лазерной структуры с двойным гетеропереходом в GaAs. В этом диоде реализованы два перехода между различными материалами [ $Al_{0,3}Ga_{0,7}As(p)$ —GaAs и GaAs —  $Al_{0,3}Ga_{0,7}As(n)$ ]. Активная область представляет собой тонкий слой GaAs (0,1—0,3 мкм). В такой структуре днада пороговую плотность тока при комнатной температуре можно уменьшить примерно на два порядка (т. е. до  $\sim 10^3$  А/см<sup>2</sup>) по сравнению с устройством на гомопереходе. Таким образом, становится возможной работа в непрерывном режиме при комнатной температуре. Уменьшение пороговой плотности тока происходит благодаря совместному действию трех следующих факторов: 1) Показатель преломления GaAs ( $n_1 \approx 3,6$ ) значительно больше показателя преломления  $Al_{0,3}Ga_{0,7}As$  ( $n_2 \approx 3,4$ ), что приводит к образованию оптической волноводной структуры (рис. 6.44, а). Отсюда следует, что лазерный лучок будет теперь сосредоточен главным образом в слое GaAs, т. е. в области, в которой имеется усиление. 2) Ширина запрещенной зоны  $E_{g1}$  в GaAs ( $\sim 1,5$  эВ) значительно меньше, чем ширина запрещенной зоны  $E_{g2}$  в  $Al_{0,3}Ga_{0,7}As$  ( $\sim 1,8$  эВ). Поэтому на обоих переходах образуются энергетические барьеры, которые эффективно удерживают инжектированные электроны и дырки в активном слое (рис. 6.44, в). Таким образом, для данной плотности тока

концентрация электронов и дырок в активном слое возрастает, а значит, увеличивается и усиление. 3) Поскольку  $E_{g_2}$  значительно больше, чем  $E_{g_1}$ , лазерный пучок с частотой  $\nu \approx E_{g_1}/h$  почти не поглощается в  $\text{Al}_{0,3}\text{Ga}_{0,7}\text{As}$ . Поэтому крылья поперечного профиля пучка, заходящие как в  $p$ -, так и в  $n$ -области (рис. 6.44, б), не испытывают там сильного поглощения.

До сих пор мы рассматривали лазер с двойным гетеропереходом на  $\text{GaAs}$ . Длина волны его излучения ( $\lambda = 0,85$  мкм) попадает в диапазон, в котором мы имеем минимум потерь в оптическом волокне из плавленного кварца (первое окно пропускания). В настоящее время усиленно разрабатываются лазеры с двойной гетероструктурой, работающие на длине волны либо  $\lambda \approx 1,3$  мкм, либо  $\lambda \approx 1,6$  мкм, на которых наблюдаются два других минимума потерь оптического волокна (второе и третье окна пропускания), поскольку потери в этих минимумах существенно меньше. Здесь наибольший интерес в качестве активной среды представляет четырехкомпонентный сплав  $\text{In}_{1-x}\text{Ga}_x\text{As}_y\text{P}_{1-y}$ , где  $p$ - и  $n$ -области переходов выполняются из бинарного соединения  $\text{InP}$ . В этом случае добавляется новое условие, которому необходимо удовлетворить: постоянная решетки четверного сплава должна совпадать с постоянной решетки  $\text{InP}$  (с точностью порядка 0,1 %). Если это условие не выполняется, то слой четверного сплава, эпитаксиально выращенный на подложке из  $\text{InP}$ , приведет к достаточно сильным напряжениям, которые рано или поздно разрушат переход<sup>1)</sup>.

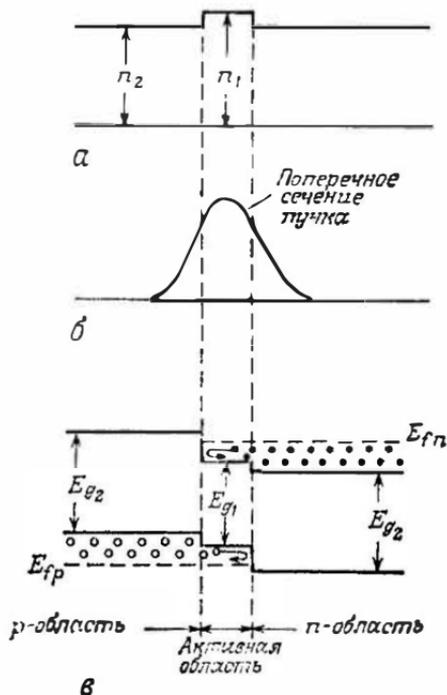


Рис. 6.44. а — профиль показателя преломления; б — поперечное сечение пучка; в — зонная структура полупроводника с двойным гетеропереходом, используемого в диодном лазере.

<sup>1)</sup> Следует заметить, что эта проблема не возникает в  $\text{GaAs}$ , поскольку постоянные решетки  $\text{GaAs}$  (5,64 Å) и  $\text{AlAs}$  (5,66 Å) имеют очень близкие значения.

Если выбрать значения параметров  $x$  и  $y$  четверного сплава таким образом, чтобы  $y \approx 2,2x$ , то решетка четверного сплава согласуется с решеткой InP. Выбирая соответствующим образом  $x$ , можно получать длину волны излучения в диапазоне 0,92—1,5 мкм.

### 6.6.3. Полупроводниковые лазеры и их характеристики

В данном разделе обсуждение лазеров и их характеристик будет касаться главным образом полупроводникового ДГ-лазера на GaAs, поскольку в настоящее время это наиболее широко применяемый диодный лазер, однако мы приведем также некоторые данные по другим полупроводниковым материалам для лазеров (например, InGaAsP), а также по устройствам на гомопереходе.

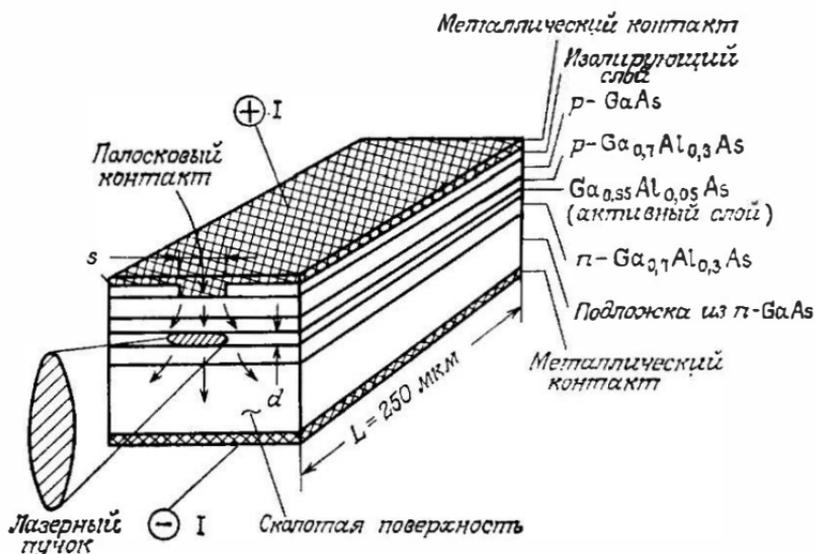


Рис. 6.45. Фрагмент полупроводникового лазера с полосковой геометрией и двойным гетеропереходом.

На рис. 6.45 схематически показана одна из возможных конструкций диодного ДГ-лазера. Заметим, что благодаря наличию соответствующего изолирующего слоя ток от положительного электрода течет в виде узкой полоски (шириной  $s = 5—10$  мкм). Это имеет результатом следующие два положительных эффекта: 1) Поскольку площадь полоски мала ( $A = Ls$ ), пороговый ток  $I_{пор} = J_{пор}A$  также мал (например, при  $J_{пор} = 2 \cdot 10^3$  А/см<sup>2</sup> и  $s = 10$  мкм имеем  $I_{пор} = 50$  мА). 2) Поскольку

ширина области усиления в плоскости перехода примерно также равна  $s$  (см. рис. 6.45), это сужение области усиления позволяет удерживать пучок в основной поперечной моде, если  $s \leq 10$  мкм. Заметим, что кроме приведенной на рис. 6.45 структуры, в которой сжатие пучка в плоскости перехода осуществляется с помощью распределения усиления (лазер с ограничением, создаваемым усилением), были разработаны также структуры, в которых удержание пучка достигается соответствующим профилем показателя преломления в плоскости перехода (лазер с рефрактивным ограничением). В этих обоих случаях получается дифракционно-ограниченный пучок эллиптического сечения ( $\sim 1$  мкм  $\times$  5 мкм). Отсюда следует, что расходимость  $\theta_{\parallel}$  в параллельной переходу плоскости примерно в 5 раз меньше расходимости  $\theta_{\perp}$  ( $\sim 45^\circ$ ) в перпендикулярной переходу плоскости. Разработаны оптические системы, компенсирующие это астигматическое поведение пучка.

На рис. 6.46 приведены экспериментальные и теоретические значения пороговых плотностей тока  $J_{\text{пор}}$  в зависимости от толщины активного слоя  $d$  для полоскового ДГ-лазера на AlGaAs. Заметим, что с уменьшением  $d$  пороговая плотность тока  $J_{\text{пор}}$  вначале уменьшается, достигает минимума, а затем увеличивается. Наличие спадающей части у зависимости  $J_{\text{пор}}$  нетрудно понять, потому что с уменьшением  $d$  активный объем уменьшается пропорционально  $d$ , а значит, скорость накачки при данной плотности тока растет пропорционально  $1/d$  [см. также выражение (6.40)]. Однако, если толщина  $d$  становится очень малой, поле уже не удерживается внутри активного слоя (см. рис. 6.44, б) и крылья пучка испытывают существенные потери в  $p$ - и  $n$ -областях перехода. Теперь становится понятным, почему при очень

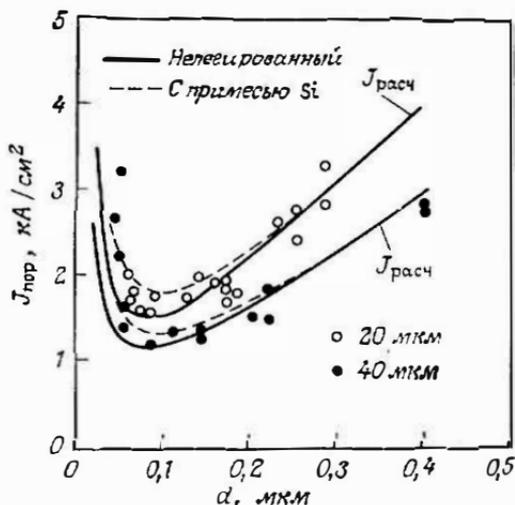


Рис. 6.46. Расчетные и экспериментальные значения пороговой плотности тока  $J_{\text{пор}}$  как функции толщины активного слоя  $d$  для ДГ-лазера на AlGaAs длиной 300 мкм с полосковой геометрией. Темные и светлые кружки представляют данные для ширины полосок соответственно 40 и 20 мкм. Расчетные кривые  $J_{\text{расч}}$  относятся к случаям собственного и слабо легированного кремнием активных слоев. (Согласно Киноне и др. [45].)

малых значениях  $d$  наблюдается возрастание  $J_{\text{пор}}$ , когда  $d$  уменьшается. Из рис. 6.46 видно, что минимальное значение  $J_{\text{пор}}$  достигается при  $d \approx 0,1$  мкм и что это значение  $J_{\text{пор}}$  приблизительно равно  $1 \text{ кА/см}^2$ .

На рис. 6.47 приведены типичные зависимости выходной мощности от выходного тока при двух различных температурах, полученные от полосковых (любого типа) полупроводниковых ДГ-лазеров. Заметим, что благодаря использованию полосковой геометрии пороговый ток  $I_{\text{пор}}$  при комнатной температуре не превышает 100 мА.

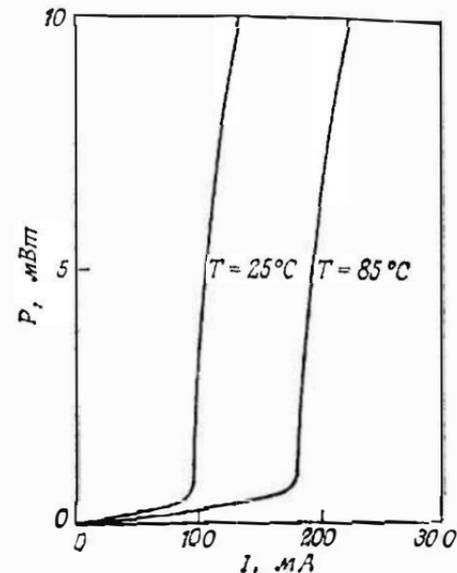


Рис. 6.47. Зависимости выходной мощности от тока на входе в ДГ-лазере при комнатной и повышенной температурах.

Заметим также, что  $I_{\text{пор}}$  резко увеличивается с температурой. Для большинства диодных лазеров эмпирически было найдено, что этот рост подчиняется закону  $I_{\text{пор}} \sim \exp(T/T_0)$ , где  $T_0$  — характеристическая температура, зависящая от конкретного диода. Значение этой температуры служит показателем качества диодного лазера. Действительно, отношение двух значений порогового тока при двух значениях температуры, отличающихся между собой на величину  $\Delta T$ , определяется из выражения  $I_{\text{пор}1}/I_{\text{пор}2} = \exp(\Delta T/T_0)$ . Следовательно, чем больше  $T_0$ , тем менее чувствителен пороговый ток  $I_{\text{пор}}$  к изменению температуры. В случае рис. 6.47 можно сразу определить, что  $T_0 \approx 91 \text{ К}$  (обычно  $T_0$  лежит в диапазоне от 70 К для худших лазеров до 135 К для лучших). Заметим, что на рис. 6.47 выходная мощность ограничена значением порядка 10 мВт. Большие выходные мощности (обычно выше 30—50 мВт) могут привести к столь высоким интенсивностям пучка, что могут разрушиться грани полупроводника. Заметим, что дифференциальный КПД лазера дается выражением  $\eta_s = dP/VdI$ , где  $V$  — напряжение источника питания. Выбрав  $V \approx 1,8 \text{ В}$ , получаем  $\eta_s = 40 \%$ . В действительности имеются сообщения даже о более высоких дифференциальных КПД (вплоть до 60%). На самом деле внутренняя квантовая эффективность (доля инжектированных носителей, которые рекомбинируют излучательно) еще больше (около 70%). Это

означает, что в настоящее время полупроводниковый лазер имеет наибольший КПД.

Типичный спектр излучения диодного лазера приведен на рис. 6.48. Равномерно расположенные пики соответствуют различным продольным модам резонатора Фабри — Перо. Вспоминая, что длина резонатора должна удовлетворять соотношению [см. (4.3)]  $L = l\lambda_0/2n$ , где  $l$  — целое число, а  $n$  — показатель преломления полупроводника, мы видим, что два соседних пика

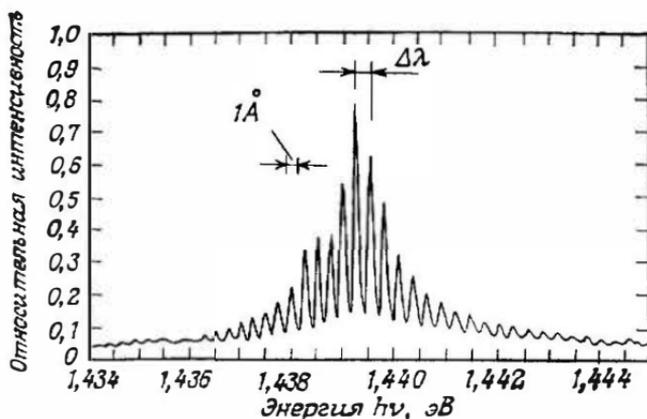


Рис. 6.48. Типичный спектр излучения полупроводникового лазера.

разделены по длине волны промежутком  $\Delta\lambda = \lambda_0^2/2nL$ . Выбирая в качестве примера снова GaAs ( $\lambda = 0,85$  мкм) и принимая  $L = 250$  мкм, получаем  $\Delta\lambda_p = 3,9$  Å. Таким образом, спектр излучения обычно захватывает довольно широкую область длин волн (5—10 нм), что может представлять проблему для волоконно-оптических линий связи из-за хроматической дисперсии оптического волокна. В настоящее время наилучшим способом получения существенно меньших ширин линий является использование лазера с распределенной обратной связью (РОС)-лазера (рис. 6.49). В этой схеме лазерный диод изготавливается таким образом, чтобы получить периодическое изменение эффективного показателя преломления активного канала вдоль направления распространения волны, что приводит к отражению волны, т. е. к распределенной обратной связи. В принципе этого можно было бы достичь созданием периодической гофрированной структуры на одной из поверхностей активного слоя (рис. 6.49, а). В результате возникает периодическое изменение показателя преломления, так как показатель преломления активного слоя выше, чем у окружающего материала. Поскольку методы, применяемые для изготовления гофрированной структуры,

всегда создают большую плотность центров безызлучательной рекомбинации на гофрированной поверхности, конфигурация типа той, что изображена на рис. 6.49, а, обладает низкой квантовой эффективностью и, следовательно, высоким порогом. Чтобы преодолеть эту трудность, гофрированная поверхность изготавливается в пограничной плоскости, которая располагается на небольшом расстоянии от плоскости перехода (рис. 6.49, б).

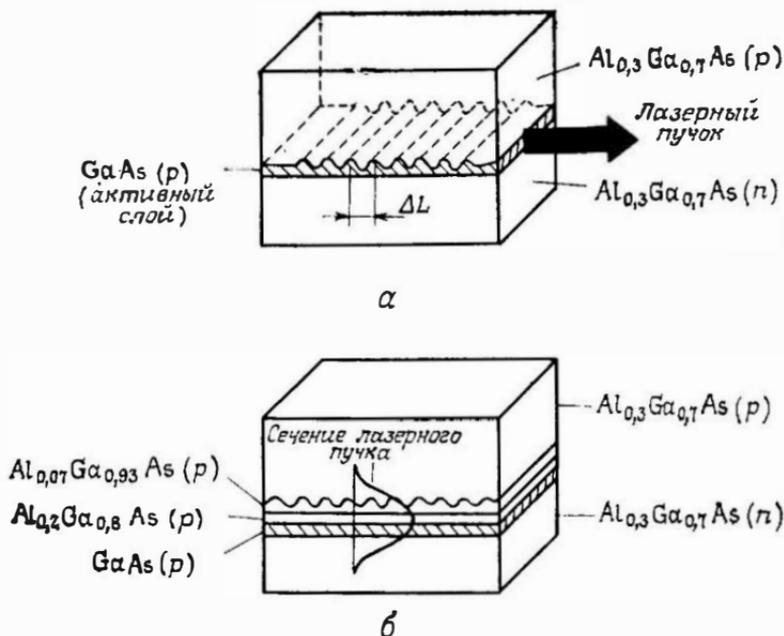


Рис. 6.49. Схемы полупроводниковых РОС-лазеров. а — гофрированная структура создается на одной из поверхностей активного слоя; б — гофрированная структура создается на дополнительной поверхности вблизи активного слоя.

Однако эффект от гофрированной поверхности будет большим только в том случае, когда она располагается столь близко от перехода, что попадет в область, в которой поле лазерного излучения за счет поперечного распределения достаточно велико. Распределенное отражение возникает при брэгговском рассеянии лазерного пучка на изменении показателя преломления, создаваемом этой гофрированной поверхностью, которая действует, таким образом, как распределенная фазовая решетка. Чтобы получить максимум обратной связи на длине волны  $\lambda_0$ , пространственный период  $\Delta L$  гофрированной структуры должен удовлетворять условию

$$\Delta L = \lambda_0 / 2n_{\text{эфф}}, \quad (6.39)$$

где  $n_{эфф}$  — эффективный показатель преломления лазерного канала. Соотношение (6.39) возникает из условия, согласно которому волны, отраженные от следующих друг за другом областей с высоким показателем преломления (эти области разделены друг от друга расстоянием  $\Delta L$ ), должны складываться в фазе (условие Брэгга). Отсюда следует, что сдвиг фазы  $\phi$  между двумя отраженными волнами должен быть равен  $2\pi$ . Поскольку  $\phi = 2k_{эфф}\Delta L$ , где  $k_{эфф}$  — эффективное волновое число ( $k_{эфф} = 2\pi n_{эфф}/\lambda_0$ ), мы сразу получаем условие (6.39). Заметим, что, согласно этому условию, существенная обратная связь имеет место лишь в очень узкой полосе вблизи  $\lambda_0 = 2n_{эфф}\Delta L$ . Следовательно, спектр излучения диодного РОС-лазера обычно состоит из одной продольной моды (с шириной линии в несколько мегагерц) резонатора Фабри — Перо, сформированного двумя торцевыми гранями. Технология изготовления РОС-лазеров является весьма сложной, так как подразумевает создание очень мелкой гофрированной структуры (например, с  $\Delta L = 0,12$  мкм при  $\lambda = 0,850$  мкм).

В заключение рассмотрим модуляционную способность полупроводниковых лазеров. Это рассмотрение имеет определенное значение, поскольку, например, модуляционная способность устанавливает предел частоты повторения импульсов лазера в импульсно-кодовой схеме модуляции. Если диод возбуждается идеальным прямоугольным импульсом, то импульс излучения будет иметь конечную задержку  $\tau_d$ , а также конечные значения длительности переднего  $\tau_r$  и заднего  $\tau_f$  фронтов (рис. 6.50). Задержка  $\tau_d$  связана с тем, что для создания необходимой инверсии населенностей необходимо определенное время. Конечные значения длительностей переднего и заднего фронтов определяются следующими двумя причинами: 1) конечным значением скорости перехода, которая ограничивает нарастание скорости накачки в активном слое; 2) конечным временем формирования и окончания процесса вынужденного излучения (как правило,  $\tau_r < \tau_f$ ; см. также рис. 5.26). В настоящее время величина  $\tau = \tau_r + \tau_f$  имеет значение порядка 1 нс, что ограничивает частоту повторения битовых посылок приблизительно до 1 Гбит/с. Для достижения более высоких скоростей передачи можно воспользоваться следующими двумя приемами: 1) устанавливать

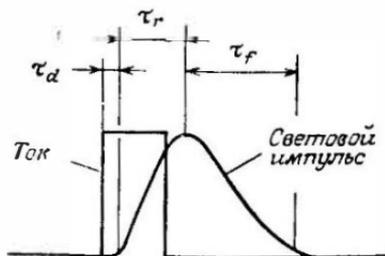


Рис. 6.50. Временная форма импульса, излучаемого полупроводниковым лазером при возбуждении прямоугольным импульсом тока.

рабочий режим диода с постоянным током смещения чуть ниже или чуть выше порогового тока и 2) применять более короткие резонаторы ( $L \approx 100$  мкм). Действительно, оба этих способа позволяют уменьшить время формирования лазерного излучения, а применение короткого резонатора уменьшает также и емкость перехода. Использование этих приемов позволило добиться намного более высоких скоростей передачи (примерно до 10 Гбит/с).

#### 6.6.4. Применения полупроводниковых лазеров

Полупроводниковые лазеры находят сегодня целый ряд важных применений в различных областях. Впервые эти лазеры в больших масштабах использовались в качестве оптической считывающей головки в компакт-дисковых системах. Теперь эта область применения расширилась и включает в себя оптические диски, используемые как постоянные или одноразовые запоминающие устройства. Для этих применений используются GaAs-лазеры, однако предпринимаются большие усилия для разработки полупроводниковых лазеров видимого диапазона, поскольку более короткая длина волны позволяет считывать диски с более высокой поверхностной плотностью записи. В лазерах видимого диапазона в качестве активной среды применяется тройной сплав GaInP (или четверной сплав AlGaInP), а для *p*- и *n*-областей — GaAs. Выбором подходящего параметра состава можно согласовать решетки обоих сплавов с GaAs, и к настоящему времени достигнута надежная работа при комнатной температуре в красной области спектра ( $\lambda = 680$  нм) на основе GaInP. Кроме того, эти лазеры широко применяются в волоконно-оптической связи, причем опять же с GaAs, в то время как в будущем, наверное, для этой цели лучше подойдет лазер на четверном сплаве InGaAsP. Для применений в связи срок службы любого компонента должен составлять как минимум около  $10^5$  ч (т. е. больше 10 лет). В настоящее время срок службы промышленных устройств составляет  $10^4$  ч, а экспериментальных около  $5 \cdot 10^5$  ч<sup>1)</sup>. В настоящее время полупроводниковые лазеры на GaAs широко применяются для накачки Nd:YAG-лазеров в конфигурации с продольной накачкой. Для получения более высоких мощностей стержень из Nd:YAG можно также

<sup>1)</sup> Следует заметить, что поскольку 1 год равен примерно 9000 ч, для оценки столь длительного срока службы необходимо применять так называемые тесты ускоренного старения. При этом ожидаемый срок службы при комнатной температуре экстраполируется из результатов ресурсных испытаний при повышенной температуре (при которой срок службы заметно короче).

накачивать в поперечной конфигурации линейкой диодных лазеров. Как уже отмечалось, выходная мощность полоскового диодного лазера ограничена оптическим разрушением грани до типичного значения около 50 мВт. С целью повышения мощности были разработаны линейки диодов с отдельными лазерными каналами, достаточно близко расположенными друг к другу, так что излучение всех этих каналов становится связанным, а фазы — синхронизованными. Таким путем была получена мощность около 2 Вт от линейки из 40 лазерных каналов. В заключение можно сказать, что для приложений полупроводниковые лазеры в настоящее время, по-видимому, играют наиважнейшую роль. Учитывая продолжающееся быстрое развитие этих лазеров, можно ожидать, что их роль в будущем значительно возрастет.

### 6.6.5. Упрощенная теория полупроводникового лазера

Рассмотрим полосковый полупроводниковый ДГ-лазер. Пусть  $A$  — площадь полоски, а  $d$  — толщина активной среды в направлении, перпендикулярном плоскости перехода. Обозначим скорость, с которой электроны ( $n$  дырки) инжектируются в единичный объем активного слоя, через  $R_p$ . Для вычисления этой скорости инжекции заметим вначале, что та часть инжектированных носителей, которые не рекомбинируют излучательно, испытывает безызлучательную электрон-дырочную рекомбинацию в основном на границах перехода. Следовательно, эту часть носителей можно рассматривать как если бы они вовсе не были инжектированы в активную область. Таким образом, нетрудно показать, что при данном токе  $I$  через переход  $R_p$  дается выражением

$$R_p = \eta_i I / eAd, \quad (6.40)$$

где  $\eta_i$  — внутренняя квантовая эффективность, а  $e$  — заряд электрона. Прежде чем продолжить рассмотрение, необходимо подчеркнуть, что обсуждаемый здесь случай отличается от всего того, что имеет место во всех лазерах, которые мы до сих пор изучали, по крайней мере в трех следующих отношениях: 1) Величинами, которыми необходимо теперь пользоваться, являются плотность носителей  $N$ , а не обычная инверсия населенностей, и скорость инжекции  $R_p$  вместо произведения  $W_p(N_i - N)$ , определяющего накачку. 2) В полупроводнике максимальный коэффициент усиления  $\alpha_g$  можно приближенно записать в виде [44]

$$\alpha_g = \sigma(N - N'), \quad (6.41)$$

где  $\sigma$ —сечение вынужденного излучения, а  $N'$ —постоянная (для GaAs при  $T=300$  К имеем  $\sigma \approx 1,5 \cdot 10^{-16}$  см<sup>2</sup> и  $N' \approx 1,5 \cdot 10^{18}$  носителей/см<sup>3</sup>). Заметим, что, как следует из (6.41), при  $N < N'$  усиление в полупроводнике отсутствует. Согласно разд. 6.6.1.4, физическое объяснение этого состоит в том, что если инжектировано недостаточное количество носителей, то квазиуровни Ферми не удовлетворяют условию  $E_{fc} - E_{fv} > E_g$  и, следовательно, в полупроводнике усиления нет. 3) Поперечная ширина поля в резонаторе  $d'$  существенно больше, чем толщина активной области  $d$  (например, в GaAs мы имеем  $d' \approx 0,8$  мкм при  $d \approx 0,1$  мкм). В этом случае, полагая, что торцевые грани полупроводника служат зеркалами резонатора, мы получаем следующие скоростные уравнения для плотности носителей  $N$  и полного числа фотонов в данной моде  $q$  [см. Приложение Б и ср. с (5.18)]:

$$\dot{N} = R_p - (c\sigma/V')q(N - N') - N/\tau_r, \quad (6.42a)$$

$$\dot{q} = [(c\sigma V_a/V')(N - N') - 1/\tau_c]q, \quad (6.42b)$$

где  $c = c_0/n$ , а

$$V' = \int_{c_1} U^2 dV; \quad (6.43a)$$

здесь  $U$ —поле в резонаторе (нормированное на свое максимальное значение) и интегрирование производится по всему распределению поля;  $\tau_r$ — время жизни при излучательной рекомбинации (при сделанных выше предположениях все носители в активном объеме рекомбинируют излучательно):

$$V_a = \int_a U^2 dV \quad (6.43b)$$

(здесь интеграл берется по объему активной среды).

Условие порога генерации теперь нетрудно получить, полагая  $\dot{N} = 0$  и  $\dot{q} = 0$  в левых частях уравнений (6.42) и  $q = 0$  в правой части (6.42a). Тогда из уравнения (6.42b) с помощью (5.136) [заметим, что, согласно (5.11), в нашем случае  $L' = nl$ ] получаем критическую инверсию

$$N_c = N' + (\gamma/\sigma l)(V'/V_a), \quad (6.44)$$

где  $l$ —длина полупроводника. Сравнивая это выражение с (5.26), мы получаем следующее: 1) в выражение (6.44) входит дополнительный член  $N'$ , введенный в (6.41); 2) член  $\gamma/\sigma l$  выражения (5.26) теперь входит с множителем  $V'/V_a$  благодаря тому, что ширина поперечного распределения поля больше толщины активного слоя. На самом деле, используя выражения

(6.43а) и (6.43б), можно записать  $V'/V_a \approx d'/d$ , а выражение (6.44) принимает простой вид:

$$N_c = N' + (\gamma/\sigma l) (d'/d). \quad (6.44а)$$

Это выражение показывает, что для описания вынужденного излучения фотонов в данной моде можно определить эффективное сечение  $\sigma_{\text{эфф}} = \sigma(d/d')$ . Так как  $d \ll d'$ , мы имеем  $\sigma_{\text{эфф}} \ll \sigma$ . Критическую скорость накачки находим из выражения (6.42а):

$$R_{cp} = N_c/\tau_r. \quad (6.45)$$

Отсюда, используя выражения (6.44а) и (6.40), получаем следующие выражения для пороговой плотности тока  $J_{\text{пор}} = I_{\text{пор}}/A$ :

$$J_{\text{пор}} = [(\gamma/\sigma l) (d'/d) + N'] [ed/(\eta_i \tau_r)]. \quad (6.46)$$

Заметим, что если в этом выражении присутствовал бы только множитель во вторых квадратных скобках, то величина  $J_{\text{пор}}$  уменьшалась бы с уменьшением толщины  $k$  активного слоя. Однако когда  $d$  становится слишком малой, величина  $\gamma d'/\sigma l d$  в выражении (6.46) становится больше  $N'$  и в случае  $d'/d \gg 1$  из этого выражения следует, что  $J_{\text{пор}}$  не зависит от  $d$ . На самом деле, как уже говорилось в разд. 6.6.3, когда толщина активного слоя становится очень малой, поле резонатора настолько далеко заходит в  $p$ - и  $n$ -области диода, что испытывает существенные потери в этих областях. При этом следует ожидать, что при малых  $d$  плотность тока  $J_{\text{пор}}$  должна увеличиваться с уменьшением  $d$ . Таким образом, существует минимальная величина  $J_{\text{пор}}$ , причем соответствующее ей значение  $d$  оказывается равным 0,1 мкм (см. рис. 6.46).

Из уравнений (6.42) можно также получить значения  $N_0$  и  $q_0$  выше порога в непрерывном режиме, полагая  $\dot{N} = 0$  и  $\dot{q} = 0$ . Таким образом, мы имеем

$$N_0 = N_c, \quad (6.47а)$$

$$q_0 = (V'/c\sigma) [1/(N_0 - N')] (R_p - R_{cp}). \quad (6.47б)$$

Выражение (6.47а) показывает, что и в этом случае инверсия в непрерывном режиме остается фиксированной на пороговом уровне [ср. с. (5.29а)]. Из выражения (6.47б) с учетом (6.44) и (6.40), а также того факта, что  $V_a \approx Ad$ , получаем

$$q_0 = (1/c\gamma) \eta_i [(J - I_{\text{пор}})/e]. \quad (6.48)$$

Отсюда с помощью (5.20) находим окончательное выражение для выходной мощности через одно зеркало:

$$P_2 = \eta_i h\nu (\gamma_2/2\gamma) [(J - I_{\text{пор}})/e], \quad (6.49)$$

которое имеет простое объяснение. Действительно, член  $\eta_i (J - I_{\text{пор}})/e$  представляет собой число носителей, инжектированных в активный объем за вычетом порогового значения. При этом выделяющаяся мощность равна просто этой величине, умноженной на энергию фотона  $h\nu$ . Наконец, выходная мощность равна выделяющейся мощности, умноженной на эффективность связи  $\eta_s = \gamma_2/2\gamma$ . Из выражения (6.49) теперь находим дифференциальный КПД:

$$\eta_s = dP_2/V dI = \eta_i (h\nu/eV) (\gamma_2/2\gamma), \quad (6.50)$$

где  $V$  — напряжение источника питания. Заметим, что из-за небольшого падения напряжения на внутреннем сопротивлении диода величина  $h\nu/eV$  несколько меньше единицы. Будем называть это электрическим КПД. Таким образом, дифференциальный КПД оказывается равным произведению внутренней квантовой эффективности на электрический КПД и на эффективность связи. Если оба торца имеют одинаковые коэффициенты отражения  $R$ , а  $\alpha$  — коэффициент поглощения в полупроводнике благодаря внутренним потерям, то

$$\gamma_1 = \gamma_2 = -\ln R \quad (6.51a)$$

и

$$\gamma = \alpha l - \ln R. \quad (6.51b)$$

Сумма выходных мощностей из обоих торцов  $P$  и соответствующий дифференциальный КПД в этом случае можно получить из выражений (6.49) и (6.50), заменяя  $\gamma_2$  на  $\gamma_1 + \gamma_1 = -2 \ln R$  и подставляя  $\gamma$  из выражения (6.51b). При этом получаем следующие выражения:

$$P = \eta_i h\nu \left( \frac{-\ln R}{\alpha l - \ln R} \right) \left( \frac{I - I_{\text{пор}}}{e} \right), \quad (6.52)$$

$$\eta_s = \eta_i \left( \frac{h\nu}{eV} \right) \left( \frac{-\ln R}{\alpha l - \ln R} \right). \quad (6.53)$$

Для наших численных оценок мы используем следующие значения, характерные для ДГ-лазера на GaAs:  $d = 0,1$  мкм,  $d' = 0,8$  мкм,  $\sigma \approx 1,5 \cdot 10^{-16}$  см<sup>2</sup>,  $N' = 1,5 \cdot 10^{18}$  см<sup>-3</sup>,  $\eta_i \approx 1$ ;  $\tau_r \approx 4$  нс,  $l = 250$  мкм,  $\alpha = 10$  см<sup>-1</sup>. Кроме того, предположим, что  $(h\nu/eV) \approx 0,8$  и коэффициенты отражения обоих торцов равны коэффициенту отражения свободных поверхностей ( $R \approx 35\%$ ). Тогда из выражения (6.51b) находим  $\gamma = 1,25$ , так что пороговая плотность тока в соответствии с (6.46) имеет значение  $I_{\text{пор}} \approx 1,6 \cdot 10^3$  А/см<sup>2</sup>, которое хорошо согласуется с экспериментальными результатами. Из выражения (6.53) находим, что дифференциальный КПД  $\eta_s \approx 67\%$ ; это значение опять же хорошо соответствует лучшим из полученных результатов.

## 6.7. Лазеры на центрах окраски [37]

В настоящее время большое число различных типов центров окраски в кристаллах галогенидов щелочных металлов используется для создания эффективных оптически накачиваемых лазеров, перестраиваемых в широкой полосе в ближнем ИК-диапазоне. Лазеры на центрах окраски позволяют получать генерацию в диапазоне длин волн 0,8—3,3 мкм и, следовательно, представляют интерес с точки зрения расширения диапазона в область увеличения длин волн, в которой лазеры на растворах органических красителей не работают.

На рис. 6.51 показана структура некоторых центров окраски, представляющих интерес для нашего рассмотрения. Из приведенных на рисунке центров окраски генерация получена лишь на  $F_A$  и  $F_2^+$ . Обычный  $F$ -центр можно рассматривать как прототип других разновидностей  $F$ -подобных центров; он представляет собой электрон, локализованный в анионной вакансии кристалла.

Если же один из шести ближайших к вакансии ионов металла посторонний (изображен на рисунке кружком меньшего диаметра; например,  $Li^+$  в галогениде калия), то такой дефект называется  $F_A$ -центром. Два соседних  $F$ -центра, расположенные вдоль направления (110), образуют  $F_2$ -центр, а  $F_2^+$ -центр представляет собой однократно ионизованный  $F_2$ -центр. Общая схема энергетических уровней  $F$ -центра приведена на рис. 6.52. После того как  $F$ -центр будет переведен в возбужденное состояние 3, он быстро (за время порядка пикосекунд) релаксирует в состояние 2. На рис. 6.51 показана также структура релаксированного состояния  $F_A$ -центра. Релаксация  $F$ ,  $F_2$  и  $F_2^+$ -центров состоит лишь в пространственном расширении вакансии (или удвоении вакансии). Затем  $F$ -центр рекомбинирует (излучательно) в релаксированное основное состояние (состояние 1 на рис. 6.52) и после этого состояния быстро переходит в нерелаксированное основное состояние  $g$ . Поскольку как полоса возбуждения (переход  $g \rightarrow 3$ ), так и полоса излучения (переход  $2 \rightarrow 1$ ) достаточно широкие ( $\sim 400 \text{ \AA}$ ), соответствующие спектры

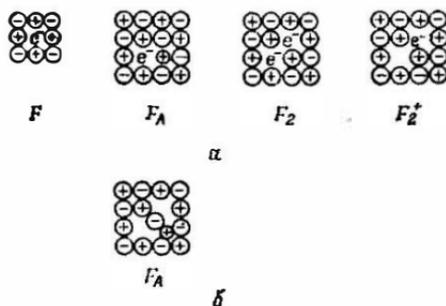


Рис. 6.51. *a* — нормальная структура  $F$ -,  $F_A$ -,  $F_2$ - и  $F_2^+$ -центров окраски; *б* — структура релаксированного  $F_A$ -центра. Электрон (не показан на рисунке) находится в двух пустых областях решетки.

напоминают спектры лазеров на красителях (см. рис. 6.29), а спектр излучения имеет стоксов сдвиг по отношению к спектру поглощения. Таким образом, мы видим, что  $F$ -центры достаточно хорошо соответствуют четырехуровневой схеме лазера. Однако не все  $F$ -центры хорошо подходят на роль активной среды, так

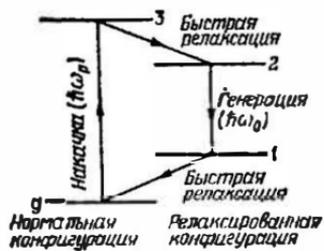


Рис. 6.52. Цикл накачки лазера на  $F$ -центрах.

как некоторые из них (например, обычный  $F$ -центр) имеют очень низкий квантовый выход люминесценции. Из лазеров на  $F_L$ -центрах упомянем лазеры на  $KCl:Li$  ( $\lambda = 2,5-2,9$  мкм) и  $RbCl:Li$  ( $\lambda = 2,7-3,3$  мкм). Среди лазеров на  $F_2^+$ -центрах отметим лазеры на  $NaF$  ( $\lambda = 0,88-1$  мкм),  $KF$  ( $\lambda = 1,25-1,45$  мкм) и  $LiF$  ( $\lambda = 0,84-1,04$  мкм). Следует заметить, что приготовление лазерных кристаллов с  $F_L$ - и  $F_2^+$ -центрами окраски требует особой тщательности и большого мастерства.

Рис. 6.53 иллюстрирует одну из работающих схем лазера на центрах окраски. Лазер на центрах окраски возбуждается другим лазером (обычно  $Kg^+$ -лазером, генерирующим на крас-

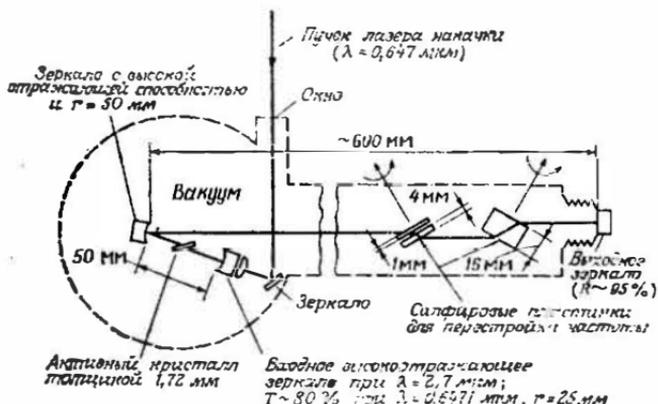


Рис. 6.53. Типичная конструкция непрерывного лазера на центрах окраски. Параметры установки, приведенные на рисунке, относятся к  $KCl:Li$ -лазеру с продольной накачкой  $Kg^+$ -лазером. (Согласно Молленеру [37].)

ной линии 647 нм, или  $Nd:YAG$ -лазером) по схеме, аналогичной непрерывным лазерам на красителях (ср. с рис. 6.33). В данном случае пучок накачки проходит через входное зеркало, которое имеет высокий коэффициент отражения на длине волны лазера на центрах окраски и высокий коэффициент про-

пускания на длине волны лазера накачки. Грубая перестройка лазера обычно осуществляется с помощью дисперсионной оптической системы, например призмы, решетки или двулучепреломляющего фильтра (эти элементы не показаны на рис. 6.53; см. рис. 5.4 и 5.5). Тонкая подстройка частоты и выделение одной моды осуществляются с помощью одного или более внутррезонаторных эталонов Фабри—Перо. Особенностью лазеров на центрах окраски, которая создает определенные трудности, является то, что лазерный кристалл необходимо поддерживать при низких температурах (обычно  $T \approx 77$  К). Это обусловлено следующими двумя причинами. 1) Время жизни  $\tau$  верхнего лазерного уровня  $F_A$ -центра уменьшается с температурой приблизительно как  $1/T$ . Таким образом, предполагается, что порог генерации [ $\sim 1/\sigma\tau$ ; см. также выражение (6.60)] увеличивается линейно с температурой  $T$ . 2) Если температура кристалла поднимается выше 200 К, то как  $F_A$ -, так и  $F_2^+$ -центры окраски начинают распадаться (в течение примерно 1 сут). В связи с этим возникает проблема, связанная со сроком хранения лазеров на центрах окраски<sup>1)</sup>. Наконец, следует заметить, что резонатор лазера, как правило, находится в вакууме (на рис. 6.53 соответствующий объем отмечен штриховой линией). Это связано с двумя обстоятельствами, а именно с необходимостью поддерживать лазерный кристалл при низкой температуре и во избежание потерь, обусловленных поглощением в атмосфере (обычно парами  $H_2O$ ) и препятствующих генерации.

Лазеры на центрах окраски имеют следующие параметры. Типичная пороговая мощность накачки составляет порядка нескольких десятков милливатт (при фокусировке излучения накачки в кристалле в пятно диаметром 20 мкм). Получена непрерывная генерация мощностью 1 Вт при дифференциальном КПД до 7% для  $F_A$ -центров и до 60% для  $F_2^+$ -центров окраски. То, что дифференциальные КПД этих двух типов лазеров различаются почти на порядок, нуждается в пояснении. Такое различие

<sup>1)</sup> Однако недавно было показано, что некоторые новые классы лазеров на центрах окраски (например, кристаллы галогенидов щелочных металлов, активированные ионами  $Tl^+$ ) являются стабильными как по отношению к оптическому излучению, так и к температуре. (Небольшие концентрации  $F_2^+$ -центров в кристалле LiF удается застабилизировать путем введения специальных примесей в кристалл. Стабильными получаются также  $(F_2^+)_A$ -центры, например, в кристалле NaF.  $(F_2^+)_A$  — это  $F_2^+$ -центр, расположенный вблизи дефекта. Особо следует отметить  $F_2^-$ -центры в кристалле LiF, которые обеспечивают эффективную генерацию при комнатной температуре и являются стабильными как по отношению к оптическому излучению, так и к температуре. — *Прим. перев.*)

обусловлено тем, что для  $F_2^+$ -центров квантовая эффективность накачки ( $h\nu_0/h\nu_p$ ; см. рис. 6.52) составляет 80 %, в то время как для  $F_A$ -центров это всего лишь 10 %. Если положить  $\eta_p = 1$  (все фотоны накачки поглощаются активной средой), то в этом случае дифференциальный КПД определяется по существу квантовой эффективностью накачки, поскольку она представляет собой произведение квантовой эффективности накачки на эффективность связи [см. выражение (5.36)] на выходе резонатора. В заключение заметим, что в некоторых лазерах на центрах окраски (LiF и KF,  $F_2^+$ -центры) осуществлен режим синхронизации мод с использованием того же метода синхронной накачки, что и в лазерах на красителях. При этом получены короткие импульсы длительностью до 5 пс с перестройкой в диапазоне генерации соответствующего лазера.

Благодаря широкому диапазону перестройки, очень узкой линии лазерного излучения и возможности генерировать импульсы пикосекундной длительности лазеры на центрах окраски представляются чрезвычайно заманчивыми для применений в таких областях, как молекулярная спектроскопия и устройства, предназначенные для контроля волоконных световодов. Лазеры на центрах окраски с синхронизацией мод, излучающие на частоте  $\lambda = 1,5$  мкм [KCl:Ti<sup>3+</sup>(1)], применялись для генерации очень коротких импульсов в одномодовых волокнах (длительностью около 200 фс). Здесь использовались такие свойства волокон, как фазовая самомодуляция и сжатие импульса (солитонный лазер) [см. также разд. 8.5].

## 6.8. Лазер на свободных электронах [38]

В предыдущих разделах принципы работы лазеров обсуждались в следующей последовательности: вначале рассматривались системы, в которых электроны находятся в связанном состоянии в отдельном атоме или молекуле, затем случаи, когда электрон свободно движется вдоль цепочки атомов в молекуле с сопряженной двойной связью (лазеры на красителях), и наконец, случай, когда электрон свободно движется во всем объеме кристалла (полупроводниковые лазеры). В данном разделе мы рассмотрим один из самых новых и интересных типов лазеров, в активной среде которых электроны являются еще более свободными, чем в рассмотренных выше случаях, а именно лазер на свободных электронах (ЛСЭ). В этом лазере электронный пучок, движущийся со скоростью, близкой к скорости света, пропускается через магнитное поле, создаваемое периодической структурой (называемой вигглером или ондулятором)

(рис. 6.54). Процесс вынужденного излучения происходит за счет взаимодействия электромагнитного поля лазерного пучка с релятивистскими электронами, движущимися в периодической магнитной структуре <sup>1)</sup>.

Чтобы понять, как возникает данное взаимодействие, рассмотрим вначале случай спонтанного излучения, т. е. случай, когда зеркала отсутствуют. Будучи инжектированными вдоль периодической структуры, электроны движутся в плоскости, перпендикулярной магнитному полю, по траекториям, имеющим волнистый вид с завитушками (виггли) (рис. 6.54). Возникающее

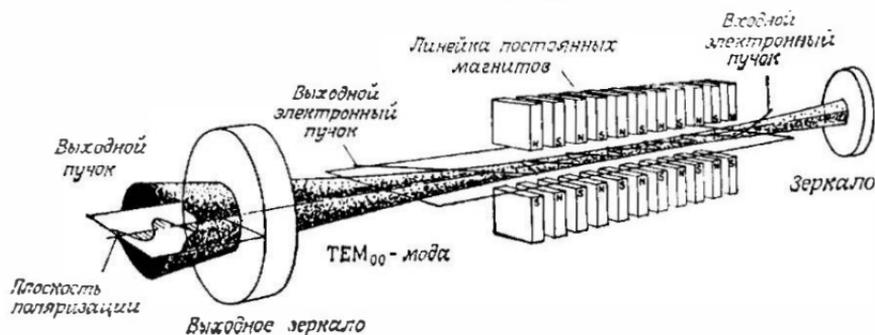


Рис. 6.54. Принципиальная конструкция лазера на свободных электронах (с любезного разрешения Льюиса Элиаса, Калифорнийский университет, Квантовый институт в Санта-Барбаре).

при этом ускорение электронов приводит к излучению типа синхротронного в продольном направлении. Частоту излучения можно найти эвристически, замечая, что электрон колеблется в поперечном направлении с угловой частотой  $\omega_q = (2\pi/\lambda_q)v_z \approx \approx (2\pi/\lambda_q)c$ , где  $\lambda_q$  — период магнита, а  $v_z$  — (средняя) продольная скорость электрона (которая практически равна скорости света в вакууме  $c$ ). Рассмотрим теперь систему координат, которая движется в продольном направлении со скоростью  $v_z$ . В этой системе координат электрон совершает колебательное движение по существу в поперечном направлении и поэтому выглядит как колеблющийся электрический диполь. Вследствие лоренцева сокращения времени частота колебания в рассматриваемой системе координат дается выражением

$$\omega' = \omega_q / [1 - (v_z/c)^2]^{1/2} \quad (6.54)$$

<sup>1)</sup> Следует заметить, что, строго говоря, название «свободные электроны» неприменимо даже и в этом случае, поскольку электроны не являются абсолютно свободными, пока их движение находится под влиянием поля магнита ондулятора. Поэтому слово «свободный» применяется в том смысле, что электрон не связан с каким-либо атомом или группой атомов.

и равна также частоте испускаемого излучения. Если теперь возвратиться в лаб. систему отсчета, то пучок должен испытывать (релятивистский) доплеровский сдвиг, так что наблюдаемая частота  $\omega_0$  равна

$$\omega_0 = \left[ \frac{1 + v_z/c}{1 - (v_z/c)} \right]^{1/2} \omega' \approx \frac{2\omega_q}{1 - (v_z/c)^2}, \quad (6.55)$$

а соответствующая длина волны дается выражением

$$\lambda_0 = (\lambda_q/2) [1 - (v_z/c)^2]. \quad (6.56)$$

Заметим, что  $\lambda_0$  может быть намного короче периода магнита, поскольку  $v_z \approx c$ . Чтобы вычислить в (6.56) величину в квадратных скобках, заметим вначале, что для абсолютно свободного электрона мы имели бы следующее равенство:  $[1 - (v_z/c)^2] = (m_0c^2/E)^2$ , где  $m_0$  — масса покоя электрона, а  $E$  — его энергия. Однако при данной энергии траектория в виде вигглей приводит к уменьшению значения  $v_z$ , т. е. множитель  $[1 - (v_z/c)^2]$  увеличивается. Действительно, подробное вычисление показывает, что эта величина дается выражением

$$1 - (v_z/c)^2 = (1 + K^2) (m_0c^2/E)^2, \quad (6.57)$$

где числовая постоянная  $K$  обычно меньше 1 и называется параметром ондулятора; она равна  $K = e\langle B^2 \rangle^{1/2} \lambda_q / 2\pi m_0c^2$  (здесь  $B$  — магнитное поле ондулятора, а усреднение производится по продольному направлению). Из формул (6.56) и (6.57) получаем окончательный результат:

$$\lambda_0 = (\lambda_q/2) (m_0c^2/E)^2 (1 + K^2). \quad (6.58)$$

Отсюда следует, что длину волны излучения можно перестраивать, изменяя период магнита  $\lambda_q$  или, при данном магните, меняя энергию  $E$  электронного пучка. Выбирая, например,  $\lambda_q = 10$  см и  $K = 1$ , находим, что при изменении энергии электронов от  $10^2$  до  $10^3$  МэВ излучаемый свет попадает в диапазон от инфракрасного до ультрафиолетового. Заметим, что, согласно нашему обсуждению, излучение должно быть поляризовано в плоскости, ортогональной направлению магнитного поля (см. также рис. 6.54). Чтобы найти форму спектральной линии и ширину полосы излучения, заметим, что в рассмотренной выше системе отсчета электрон излучает в течение времени  $\Delta t' = (l/c) [1 - (v_z/c)^2]^{1/2}$ , где  $l$  — полная длина магнита ондулятора. Из выражения (6.54) следует, что излучение, испускаемое каждым электроном, имеет вид прямоугольного импульса, содержащего число циклов  $N_{\text{цикл}} = \omega' \Delta t' / 2\pi = l/\lambda_q$ , т. е. равное числу периодов  $N_w = l/\lambda_q$  ондулятора. Тогда из теории преобразования Фурье следует, что спектр мощности такого импульса

имеет вид  $[\sin(x/2)/(x/2)]^2$ , где  $x = 2\pi N_w(v - v_0)/v_0$ . При этом полная ширина  $\Delta v_0$  (на половине максимального значения) приближенно описывается соотношением

$$\Delta v_0/v_0 = 1/2N_w. \quad (6.59)$$

На рис. 6.55, а приведен этот спектр как функция безразмерной величины  $x$ . Поскольку для всех электронов, если их инжектировать с одинаковой скоростью и в одном и том же направлении, будет наблюдаться одна и та же форма линии, то полученная функция соответствует однородному контуру лазера на свободных электронах. Неоднородные эффекты связаны с такими факторами, как разброс энергии электронов, угловая расходимость электронного пучка и неоднородное распределение магнитного поля по сечению пучка. Заметим, что, поскольку число периодов ондулятора  $N_w$  составляет величину порядка  $10^2$ , из выражения (6.59) получаем  $\Delta v_0/v_0 \approx 5 \cdot 10^{-3}$ . Заметим также, что существует и другой метод рассмотрения свойств испускаемого излучения. В движущейся вместе с электроном системе отсчета, которую мы рассматривали выше, магнитное поле ондулятора будет двигаться со скоростью, близкой к скорости света. Можно показать, что в этом случае статическое магнитное поле будет выглядеть для электрона как набегающая электромагнитная волна. Поэтому можно считать, что синхротронное излучение обусловлено комптоновским рассеянием назад этой «виртуальной» электромагнитной волны на электронном пучке. По этой причине соответствующий тип ЛСЭ иногда называют работающим в комптоновском режиме (комптоновский ЛСЭ).

Чтобы вычислить сечение вынужденного излучения, необходимо провести подробный анализ взаимодействия распространяющейся в продольном направлении электромагнитной волны с электроном в знакопеременном магнитном поле. Мы не будем рассматривать здесь этот анализ, но укажем лишь на то, что в

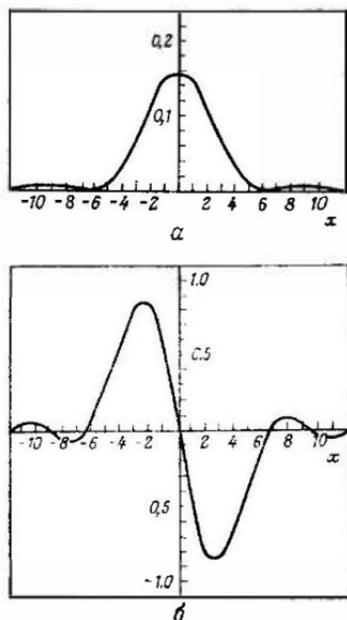


Рис. 6.55. Спектр спонтанного излучения (а) и сечения вынужденного излучения (б) в лазере на свободных электронах как функция нормированной величины  $x = 2\pi N_w(v - v_0)/v_0$ .

отличие от всех рассмотренных до сих пор лазеров спектральное распределение этого сечения не совпадает со спектром спонтанного излучения, а пропорционально его производной по частоте. Форма спектра вынужденного излучения приведена на рис. 6.55, б. Таким образом, мы видим, что со стороны низких частот перехода имеет место усиление, а со стороны высоких — ослабление. Такое необычное поведение является результатом того, что взаимодействие основано на процессе рассеяния света, а не поглощения или излучения из связанных состояний.

К настоящему времени работа ЛСЭ была продемонстрирована во всем мире на нескольких устройствах (более 10), причем длины волн генерации лежали в диапазоне от миллиметровых волн вплоть до зеленой области спектра. На различных этапах разработки сейчас находится значительно большее число таких лазеров. Все они требуют крупных установок, поскольку для их работы необходимо использовать достаточно большие ускорители электронных пучков. Исторически самый первый ЛСЭ был запущен на длине волны  $\lambda = 3,4$  мкм с помощью линейного сверхпроводящего ускорителя Станфордского университета в США [39]. Поскольку входной электронный пучок имел вид импульсов длительностью 3,2 пс, разделенных промежутками  $\tau = 84,7$  нс, длина резонатора  $L$  была выбрана таким образом, чтобы величина  $\tau$  была равна времени полного прохода резонатора (т. е.  $L = c\tau/2 = 12,7$  м), так что лазер работал в режиме синхронизации мод с синхронной накачкой. Один из наиболее важных вопросов для ЛСЭ связан с его эффективностью. Поскольку частота генерируемого им излучения зависит от энергии электронов [см. выражение (6.58)], максимальная энергия, которую можно отобрать от электрона, равна такому изменению энергии электрона, при котором соответствующая рабочая частота смещается за пределы контура усиления. Следовательно, максимальный КПД  $\eta_{\text{макс}}$ , определяемый как отношение максимальной энергии, отдаваемой лазерному пучку, к начальной энергии электронов, примерно равен именно отношению  $\Delta\nu_0/\nu_0$ , т. е.  $\eta_{\text{макс}} = 1/2N_\omega$ . Отсюда следует, что КПД такого устройства весьма мал ( $10^{-2} - 10^{-3}$ ). В настоящее время активно ведутся работы с целью повышения КПД по двум направлениям. 1) С целью сохранения постоянным отношения  $\lambda_q/E^2$  постепенно уменьшают период магнита вдоль электронного пучка (спадающий вигглер). 2) Энергия, оставшаяся в электронном пучке после того, как он вышел из ондулятора, возвращается обратно за счет замедления электронов. Предполагается, что, используя эти методы, можно добиться значительно более высоких КПД, что и было до некоторой степени достигнуто. В качестве заключительного комментария укажем на то, что рассмотренные до сих пор

ЛСЭ используют ускорители электронных пучков высокой энергии ( $E > 10$  МэВ), но небольших токов ( $I \sim 1-10^2$  А). При этих условиях, как уже упоминалось выше, излучение света можно рассматривать как комптоновское рассеяние виртуальных квантов магнитного поля на отдельных электронах (комптоновский режим ЛСЭ). Были запущены также ЛСЭ, использующие электронные пучки низкой энергии ( $E = 1-2$  МэВ) со значительно большими токами ( $I \sim 10-20$  кА). В этом случае электрон-электронное взаимодействие становится столь сильным, что в электронном пучке во время взаимодействия с электромагнитной волной в ондуляторе возбуждаются коллективные колебательные движения (плазменные волны). Излучение теперь возникает вследствие рассеяния виртуальных квантов магнитного поля на этих коллективных движениях, а не на отдельных электронах. При этом частота излучения уже не дается выражением (6.58), а в действительности сдвигается в низкочастотную область на величину, определяемую этим коллективным движением. Это явление аналогично комбинационному (рамановскому) рассеянию света на молекулярных колебаниях; поэтому соответствующий лазер называется ЛСЭ в рамановском режиме. Вследствие более низкой энергии электронов, участвующих в работе лазера, все эти лазеры генерируют в миллиметровом диапазоне.

В заключение данного раздела укажем наиболее привлекательные свойства ЛСЭ: 1) возможность широкой перестройки частот излучения; 2) прекрасное качество пучка, близкое к дифракционному пределу, а в перспективе и 3) очень высокий КПД, а следовательно, и очень высокая мощность лазерной генерации (средняя мощность электронного пучка Станфордского линейного ускорителя равна примерно 200 кВт). Однако ЛСЭ принципиально являются громоздкими и дорогими установками, и, по-видимому, наибольший интерес с точки зрения приложений они представляют в той области частот, для которой не имеется более традиционных лазеров — например в дальней ИК-области (100—400 мкм) или в области вакуумного ультрафиолета ( $\lambda < 100$  нм). Потенциальная способность ЛСЭ генерировать излучение высокой мощности привела к тому, что на их разработку для применений в военных целях тратятся значительные средства.

## 6.9. Рентгеновские лазеры

Достижение когерентной генерации в рентгеновском диапазоне долгое время было желанной мечтой, которая медленно, но верно воплощается в жизнь. Действительно, потенциальные

приложения рентгеновских лазеров крайне важны — они включают такие возможности, как рентгеновская голография клеток или их частей, с помощью которой можно получать трехмерные изображения с разрешением в несколько ангстрем, и рентгеновская литография полупроводниковых приборов, которая позволила бы получать изображения с предельно высоким разрешением.

Прежде чем обсуждать то, что было достигнуто в этом диапазоне длин волн, укажем на те трудности, которые необходимо преодолеть для получения генерации в рентгеновском лазере. Обращаясь к основным принципам, заметим, что в соответствии с формулами (5.35) и (2.146) пороговая мощность накачки четырехуровневого лазера в единичном объеме дается выражением

$$\frac{dP_{\text{пор}}}{dV} = \frac{P_{\text{пор}}}{At} = \frac{h\nu_p}{\eta_p} \frac{\gamma}{\sigma t} \quad (6.60)$$

В то же время из выражения (2.116) находим, что (при  $\Delta\nu = 0$ )  $1/\sigma t \sim \nu_0^2 g_t(0) \sim \nu_0^2 \Delta\nu_0$ . На частотах УФ- и ВУФ-диапазонов при умеренных давлениях можно считать, что ширина линии  $\Delta\nu_0$  определяется доплеровским уширением. Следовательно [см. (2.78)],  $\Delta\nu_0 \sim \nu_0$ , поэтому  $dP_{\text{пор}}/dV$  увеличивается как  $\nu_0^4$  (если положить  $\nu_p \approx \nu_0$ ). При более высоких частотах, соответствующих рентгеновскому диапазону, ширина линии определяется естественным уширением, так как излучательное время жизни становится очень коротким (порядка фемтосекунд). В этом случае  $\Delta\nu_0 \sim \nu_0^3$  и  $dP_{\text{пор}}/dV$  увеличивается как  $\nu_0^6$ . Таким образом, если мы, к примеру, перейдем из зеленой области ( $\lambda = 500$  нм) всего лишь в мягкий рентген ( $\lambda \approx 10$  нм), то длина волны уменьшится в 50 раз, а  $dP_{\text{пор}}/dV$  увеличится на несколько порядков! С практической точки зрения заметим, что многослойные диэлектрические зеркала в рентгеновской области обладают большими потерями и трудны в изготовлении. Основная проблема состоит в том, что в этом диапазоне разница в показателях преломления различных материалов оказывается очень малой. Поэтому для получения приемлемых коэффициентов отражения необходимо использовать большое число (сотни) диэлектрических слоев, а рассеяние света на столь большом числе поверхностей раздела приводит к очень большим потерям. Поэтому до сих пор рентгеновские лазеры работают без зеркал в режиме УСИ (усиленное спонтанное излучение).

К настоящему моменту наилучшие результаты получены при использовании мощного пучка второй гармоники ( $\lambda = 0,53$  мкм) от лазера Novette, одной из составляющих лазерной установки Nova в Ливерморской лаборатории им. Лоуренса в США [40].

Пучок фокусируется в узкую линию ( $d \approx 200$  мкм,  $l = 1,2$  см) на тонкую (75 нм) полосу селена, нанесенную путем испарения на фольгу из формвара толщиной 150 нм (рис. 6.56). Фольгу можно облучать с одной или с обеих сторон. Благодаря высокой интенсивности этого накачивающего пучка ( $\sim 5 \cdot 10^{13}$  Вт/см<sup>2</sup>) фольга взрывается и возникает плазма высокоионизованного Se, имеющая форму почти цилиндра диаметром  $d \approx 200$  мкм. Особенностью этой плазмы является наличие в ней 24-кратно ионизованного Se, обладающего, как и нейтральный Se, основной электронной конфигурацией  $1s^2 2s^2 2p^6$  (неоноподобный селен),

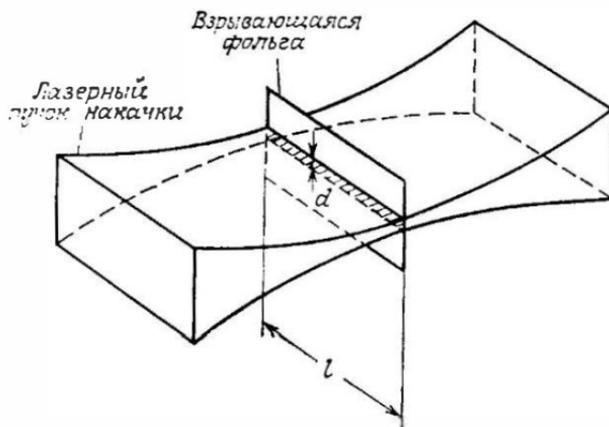


Рис. 6.56. Геометрия мягкого рентгеновского лазера с поперечным освещением, использующего метод взрывающейся фольги.

которая является особенно устойчивой. Вынужденное излучение наблюдается на двух линиях ( $\lambda_1 = 20,63$  и  $\lambda_2 = 20,96$  нм) перехода  $2p^5 3p \rightarrow 2p^5 3s$  (см. рис. 6.5). Благодаря значительно большему заряду ядра Se по сравнению с Ne эти линии попадают в область от дальнего УФ диапазона до мягкого рентгена. Возбуждение из основного состояния в состояние  $2p^5 3p$  происходит вследствие неупругих столкновений с электронами плазмы. Инверсия населенностей достигается благодаря тому, что время жизни перехода  $2p^5 3s$  в основное состояние (этот переход электродипольно разрешен) намного меньше времени жизни  $3p$ -состояния. При конфигурации накачки, показанной на рис. 6.56, вследствие УСИ наблюдалось сильное продольное излучение в мягком рентгеновском диапазоне. Из зависимости излучаемой энергии от длины активной среды было определено усиление за проход  $G = \exp(\sigma N l)$ , которое оказалось равным приблизительно 700. Заметим, что это усиление еще далеко от «порога» УСИ, определяемого с помощью общепринятого выражения

(2.151). Действительно, в описанной экспериментальной ситуации мы имеем  $\Omega \approx 10^{-4}$  ср и из формулы (2.153) находим, что  $G_{\text{пор}} \approx 1,7 \cdot 10^5$ . Отсюда следует, что излучаемая благодаря УСИ интенсивность все еще много меньше интенсивности насыщения усилителя. Действительно, выходная энергия рентгеновского излучения составляла крайне незначительную долю ( $\sim 10^{-10}$ ) энергии накачки.

Помимо сообщений о том, что было получено вынужденное излучение в мягком рентгеновском диапазоне, имеются также данные о получении вынужденного излучения на длине волны  $\lambda = 14 \text{ \AA}$  в области между мягким и собственно рентгеновским диапазонами. Лазер накачивался мощным рентгеновским излучением, получаемым от небольшого ядерного взрыва (экспериментальное условие, которое не так-то легко воспроизвести в какой-либо лаборатории!), причем подробные сведения об этом лазере (возможно, генерирующем самую короткую длину волны) засекречены.

Таблица 6.1. Параметры некоторых лазеров, рассматриваемых в данной главе

| Тип лазера            | Режим работы <sup>1)</sup> | $\lambda$          | Средняя мощность, Вт | Пиковая мощность, кВт | Длительность импульса | Дифференциальный КПД, % |
|-----------------------|----------------------------|--------------------|----------------------|-----------------------|-----------------------|-------------------------|
| Рубин                 | Имп.                       | 694,3 нм           | 1                    | $10-10^4$             | 1 мс — 10 нс          | < 0,1                   |
| Nd: YAG               | Непр.                      | 1064 нм            | 200                  |                       |                       | 1—3                     |
| Nd: YAG               | Имп.                       | 1064 нм            | 1000                 | 10                    | 1—5 мс                | 1—3                     |
| Nd: YAG               | Имп.                       | 1064 нм            | 10                   | $2 \cdot 10^1$        | 10—20 нс              | 1—3                     |
| He—Ne                 | Непр.                      | 632,8 нм           | $10^{-3}-10^{-2}$    |                       |                       | < 0,1                   |
| Cu                    | Имп.                       | 510,5 нм           | 40                   | 100                   | 20—40 нс              | 1—2                     |
| Ar <sup>+</sup>       | Непр.                      | 514,5 нм           | 10—150               |                       |                       | < 0,1                   |
| He—Cd                 | »                          | 325 нм             | 0,1                  |                       |                       |                         |
|                       |                            | 441,6 нм           |                      |                       |                       |                         |
| CO <sub>2</sub>       | »                          | 10,6 мкм           | $(1-50) \cdot 10^3$  |                       |                       | 10—20                   |
| CO <sub>2</sub> (TEA) | Имп.                       | 10,6 мкм           | $10^3$               | $10^4$                | 0,1—10 нс             | 10                      |
| N <sub>2</sub>        | »                          | 337,1 нм           | 0,1                  | $10^3$                | —0,5 мкс              |                         |
| KrF                   | »                          | 248 нм             | 500                  | $5 \cdot 10^3$        | 10 нс                 | < 0,1                   |
| Родамин 6G            | »                          | 590 нм             | 100                  | 10С                   | 10 мкс                | 1                       |
| Родамин 6G            | Непр.                      | 590 нм             | 5                    |                       |                       | 0,5                     |
| HF                    | »                          | 2,6—3,3 мкм        | $10^1-10^6$          |                       |                       |                         |
| HF                    | Имп.                       | 2,6—3,3 мкм        |                      | $10^3$                |                       |                         |
| GaAs                  | Непр.                      | 850 нм             | 1                    |                       |                       | 40                      |
| ЛСЭ                   | »                          | мм — синяя область | до 100 Вт            |                       |                       | 1—10                    |

<sup>1)</sup> Имп. — импульсный или импульсно-периодический; непр. — непрерывный.

## 6.10. Сводка параметров

В табл. 6.1 представлена краткая сводка выборочных параметров лазеров, рассмотренных в предыдущих разделах. Хотя перечень лазеров, перечисленных в табл. 6.1, является уже достаточно большим, следует иметь в виду, что он представляет

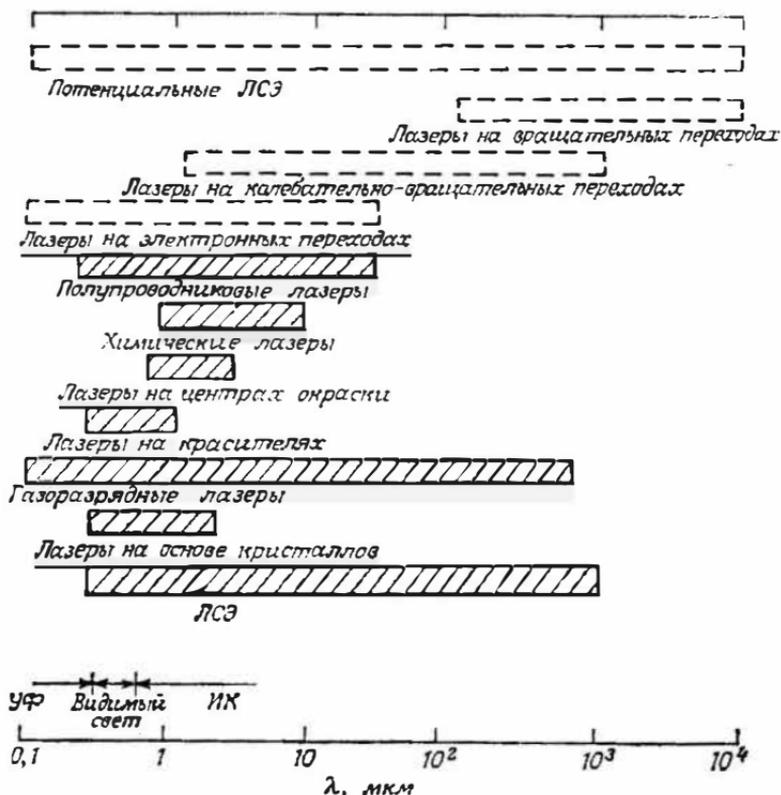


Рис. 6.57. Диапазоны длин волн генерации, перекрываемые действующими лазерами семи типов, рассмотренных в тексте. Показаны также (штриховыми линиями) потенциальные области, в которых в принципе можно осуществить генерацию с использованием трех типов переходов в газовых лазерах.

лишь незначительную часть действующих в настоящее время лазеров. Для иллюстрации этого на рис. 6.57 приведены диапазоны длин волн, перекрываемые существующими лазерами. На этом же рисунке показаны области спектра, генерацию в которых потенциально можно будет получить на следующих трех типах лазерных переходов в газах: 1) на переходах между электронными состояниями, 2) на колебательно-вращательных переходах и 3) на вращательных переходах. Однако следует

заметить, что существующие лазеры не могут, вообще говоря, непрерывно перекрыть указанные области спектра. Тем не менее здесь имеются исключения, а именно лазеры на красителях и центрах окраски, для которых указанные области спектра перекрываются непрерывно.

Важно подчеркнуть, что диапазон длин волн, который могут теперь перекрыть лазеры, весьма широк (приблизительно  $0,1—10^3$  мкм, т. е. четыре порядка между границами спектрального диапазона). Помимо длины волны имеются и другие параметры лазеров, которые могут изменяться в широких пределах. Действительно, мы показали, что выходная мощность лазеров может изменяться от милливаттного уровня в маломощных непрерывных лазерах до нескольких мегаватт в мощных непрерывных лазерах и до 100 ТВт в импульсных лазерах. Аналогично можно получать длительности лазерных импульсов от миллисекунд (в импульсных твердотельных лазерах) до фемтосекунд (в лазерах с синхронизацией мод). Габариты различных типов лазеров изменяются также в необычно широких пределах: от нескольких микрон до нескольких десятков метров (один из самых длинных лазеров, который использовался в геодезии, имел длину 6,5 км!). Огромное разнообразие типов лазеров и их выходных параметров представляет собой, возможно, одну из наиболее удивительных особенностей лазерной отрасли и приводит к большому разнообразию их современных применений.

## Задачи

- 6.1. Нарисуйте шкалу длин волн, перекрывающую видимый диапазон электромагнитных волн. В какую область этого спектра попадают рубиновый,  $\text{He—Ne}$ -,  $\text{Ag}^+$ -лазеры и лазер на роданине 6G? Какому цвету соответствует излучение этих лазеров?
- 6.2. Назовите хотя бы четыре лазера, длины волн которых попадают в ИК-область спектра.
- 6.3. Назовите хотя бы три лазера, длины волн которых попадают в УФ- или ВУФ-область спектра. Какие проблемы нужно решить, чтобы осуществить лазерную генерацию в УФ- и рентгеновской областях спектра?
- 6.4. Вычислите ширину лэмбовского провала для  $\text{He—Ne}$ -лазера, излучающего красную линию. Сравните эту ширину с доплеровской.
- 6.5. Рассчитайте ширину лэмбовского провала для  $\text{Ag}^+$ -лазера и сравните ее с доплеровской шириной.
- 6.6. Вычислите ширину лэмбовского провала для  $\text{CO}_2$ -лазера с продольной прокачкой и сравните ее с доплеровской шириной.
- 6.7. Для хирургических и терапевтических применений требуется непрерывный лазер с выходной мощностью более 20 Вт. Какие лазеры удовлетворяют этому требованию?

- 6.8. Для обработки металлов требуется непрерывный лазер с выходной мощностью  $> 1$  кВт. Какой лазер удовлетворяет этому требованию?
- 6.9. Предположим, что связь между двумя атомами азота молекулы  $N_2$  можно представить как пружину с соответствующей упругой постоянной. Рассчитайте упругую постоянную, если известны частота колебаний (рис. 6.14) и атомная масса. Сравните значение этой постоянной со значением, получаемым из приведенной на рис. 6.24 кривой для потенциальной энергии основного состояния.
- 6.10. Покажите, что если упругие постоянные связей  $N-N$  и изоэлектронной молекулы  $CO$  считать одинаковыми, то длина волны перехода ( $v' = 1 \rightarrow v = 0$ ) молекулы  $N_2$  окажется примерно равной длине волны соответствующего перехода молекулы  $CO$ .
- 6.11. Предположим, что в молекуле  $CO_2$  каждую из двух связей кислород — углерод можно заменить пружинной с упругой постоянной  $K$ . Вычислите  $K$  при условии, что известна частота  $\nu_1$  (пусть  $\nu_1 = 1337$  см $^{-1}$ ). Предполагая, что взаимодействие между атомами кислорода отсутствует, найдите частоту  $\nu_3$  асимметричной валентной моды и сравните полученное вами значение с экспериментальным.
- 6.12. Покажите, что в молекуле  $CO_2$  при расчетах гармонического колебания, соответствующего деформационной моде на частоте  $\nu_2$ , связь нельзя моделировать упругими пружинами, соединяющими три атома.
- 6.13. Вычислите вращательную постоянную  $B$ , если известно, что максимальная населенность верхнего лазерного уровня молекулы  $CO_2$  соответствует состоянию с вращательным квантовым числом  $J' = 21$  (см. рис. 6.16). Считайте, что температура  $T = 400$  К соответствует частоте  $kT/h \sim 28$  см $^{-1}$ .
- 6.14. Используя результаты предыдущей задачи, вычислите частотное расстояние (в см $^{-1}$ ) между вращательными линиями лазерного перехода молекулы  $CO_2$  (считайте, что вращательная постоянная нижнего лазерного уровня равна вращательной постоянной верхнего лазерного уровня, и не забывайте, что заселяются только уровни с нечетными  $J$ ).
- 6.15. Вследствие столкновений уширение лазерного перехода в  $CO_2$ -лазере равно  $\Delta\nu_c = 7,58 (\psi_{CO_2} + 0,73\psi_{N_2} + 0,6\psi_{He}) p (300/T)^{1/2}$  МГц, где  $\psi$  — парциальные давления газовой смеси, а  $p$  — полное давление (мм рт. ст.). Найдите, при каком полном давлении все вращательные линии сольются в одну, если отношение парциальных давлений молекул  $CO_2$ ,  $N_2$  и  $He$  равно 1 : 1 : 8. Какой при этом будет ширина контура усиления?
- 6.16. Если в  $CO_2$ -лазере при достаточно высоком давлении, таком, что все его вращательные линии сливаются в одну, можно было бы осуществить синхронизацию моды, то какого порядка величины была бы длительность импульса такого лазера?

## Литература

1. *Eythovos V., Neeland J. K.* — In: *Lasers* (ed. A. K. Levine), Marcel Dekker, New York, 1966, v. I, ch. I.
2. *Maiman T. H.*, *Nature*, **187**, 493 (1960).
3. *Maiman T. H.*, *Brit. Commun. Electron.*, **7**, 674 (1960).
4. *Findlay D., Goodwin D. W.* — In: *Advances in Quantum Electronics* (ed. D. W. Goodwin), Academic Press, New York, 1970, v. 1, pp. 77—128.
5. *Danielmeyer H. G.* — In: *Lasers* (eds. A. K. Levine, A. J. De Maria), Marcel Dekker, New York, 1976, v. 4, ch. 1.

6. *Koechner W.*, Solid State Laser Engineering, Springer-Verlag, New York, 1976, sec. 2.3.
7. *Snitzer E., Young C. G.* — In: Lasers (ed. A. K. Levine), Marcel Dekker, New York, 1968, v. 2, ch. 2.
8. *Walling J. C., Peterson O. G., Jenssen H. P., Morris R. C., O'Dell E. W.*, IEEE J. Quantum Electronics, **QE-16**, 1302—1315 (1980).
9. *Arrathoon R.* — In: Lasers (eds. A. K. Levine, A. J. De Maria), Marcel Dekker, New York, 1976, v. 4, ch. 3.
10. *Bridges B. W.* — In: Methods of Experimental Physics. (ed. C. L. Tang), Academic Press, New York, 1979, v. 15, pp. 33—151.
11. *Javan A., Bennett W. R., Herriott D. R.*, Phys. Rev. Lett., **6**, 106 (1961).
12. *Webb C. E.* — In: Gas Flow and Chemical Lasers, No. 15, Springer Proceedings in Physics (ed. S. Rosenwark), Springer-Verlag, Berlin, 1987, pp. 481—494.
13. *Davis C. C., King T. A.* — In: Advances in Quantum Electronics (ed. D. W. Goodwin), Academic Press, New York, 1975, v. 3, pp. 170—437.
14. *Dunn D. H., Ross J. N.* — In: Progress in Quantum Electronics, (eds. J. H. Sanders, S. Stenholm), Pergamon Press, London, 1977, v. 4, pp. 233—270.
15. *Bridges B. W.*, Appl. Phys. Lett., **4**, 128 (1964).
16. *Cheo P. K.* — In: Lasers (eds. A. K. Levine, A. J. De Maria), Marcel Dekker, New York, 1971, v. 3, ch. 2.
17. *De Maria A. J.* — In: Principles of Laser Plasmas (ed. G. Bekefi), Wiley-Interscience, New York, 1976, ch. 8.
18. *Patel C. K., Faust W. L., McFarlane R. A.*, Bull. Am. Phys. Soc., **9**, 500 (1964).
19. *Losev S. A.*, Gasdynamic Lasers, Springer-Verlag, Berlin, 1981.
20. *Center R. E.* — In: Laser Handbook (ed. M. L. Stitch), North-Holland, Amsterdam, 1979, v. 3, pp. 89—133.
21. *Willet S. C.*, An Introduction to Gas Lasers: Population Inversion Mechanisms, Pergamon Press, Oxford, 1974, secs. 6.2.1, 6.2.3.
22. *Ewing J. J.* — In: Laser Handbook (ed. M. L. Stitch), North-Holland, Amsterdam, 1979, v. 3, pp. 135—197.
23. *Dye Lasers*, 2nd edn. (ed. F. P. Schäfer), Springer-Verlag, Berlin, 1977.
24. *Sorokin P. P., Lankard J. R.*, IBM J. Res. Dev., **10**, 162 (1966).
25. *Schäfer F. P., Schmidh F. P. W., Volze J.*, Appl. Phys. Lett., **9**, 306 (1966).
26. *Chester A. N.* — In: High-Power Gas Lasers (ed. E. R. Pike), The Institute of Physics, Bristol and London, 1975, pp. 162—221.
27. *Ultee C. J.* — In: Laser Handbook (ed. M. L. Stitch), North-Holland, Amsterdam, 1979, v. 3, pp. 199—287.
28. *Thompson G. H. B.*, Physics of Semiconductor Laser Devices, Wiley, New York, 1980.
29. *Hall R. N., Fenner G. E., Kingsley G. D., Sottys T. J., Carlson R. O.*, Phys. Rev. Lett., **9**, 366 (1962).
30. *Nathan M. I., Dumke W. P., Burns G., Dills F. H., Lasher G.*, Appl. Phys. Lett., **1**, 62 (1962).
31. *Holonyak N., Jr., Bevacqua S. F.*, Appl. Phys. Lett., **1**, 82 (1962).
32. *Quist T. M., Keyes R. J., Krag W. E., Lax B., McWhorter A. L., Rediker R. H., Zeiger H. J.*, Appl. Phys. Lett., **1**, 91 (1962).
33. *Kittel C.*, Introduction to Solid State Physics, 3rd edn., Wiley, New York, 1967.
34. *Алферов Ж. И., Андреев В. М., Корольков В. И., Портной Е. Л., Третьяков Д. Н.* Физика полупроводников, 1969, т. 2, с. 1289.
35. *Hayashi I., Panish M. B., Foy P. W.*, IEEE J. Quantum Electron., **QE-5**, 211 (1969).

36. Kressel H., Nelson H., RCA Rev., 30, 106 (1969).
37. Mollenauer L. F. — In: Laser Handbook (eds. M. L. Stitch, M. Bass), North-Holland, Amsterdam, 1985, v. 4, pp. 143—228.
38. Dattoli G., Renieri A. — In: Laser Handbook (eds. M. L. Stitch, M. Bass), North-Holland, Amsterdam, 1985, v. 4, pp. 1—142.
39. Deacon D. A. G., Elias L. R., Madey J. M. J., Ramian G. J., Schwettman H. A., Smith T. I., Phys. Rev. Lett., 38, 892 (1977).
40. Matthews D. L. et al., Phys. Rev. Lett., 54, 110 (1985).
41. Pruss D., Huber G., Beimowski A., Appl. Phys., B28, 335 (1982).
42. Chester A. N. — In: High-Power Gas Lasers (ed. E. R. Pike), The Institute of Physics, Bristol and London, 1975, pp. 162—221.
43. Försterling H. D., Kuhn H., Physikalische Chemie in Experimenten, Ein Praktikum, Verlag Chemie, Weinheim, 1971.
44. Yariv A., Optical Electronics, 3rd edn., Holt, Rinehart and Winston, New York, 1985, p. 479. [Имеется перевод 2-го издания: Яриу А. Введение в оптическую электронику. — М.: Высшая школа, 1983.]
45. Chinone N., Nakashima H., Ikushima I., Ito R., Appl. Opt., 17, 311 (1978).

# Свойства лазерных пучков

## 7.1. Введение

В гл. I мы установили, что основными свойствами лазерных пучков являются: а) монохроматичность, б) когерентность (пространственная и временная), в) направленность и г) яркость. Материал, изложенный в предыдущих главах, позволит нам изучить теперь эти свойства более подробно и сравнить их со свойствами обычных источников света (тепловых источников).

## 7.2. Монохроматичность

Если лазер работает в одномодовом режиме и его выходное излучение не изменяется во времени, то теоретический предел монохроматичности обусловлен нулевыми флуктуациями энергии и дается выражением (5.66). Однако этому пределу соответствует очень небольшая ширина линии  $\Delta\nu_{\text{ген}}$  излучения (в разд. 5.3.7 было показано, что  $\Delta\nu_{\text{ген}}/\nu_{\text{ген}} \approx 10^{-15}$  для мощности лазерного излучения 1 мВт), которая на практике ни разу не была достигнута. В действительности вибрация и тепловое расширение резонатора приводят к тому, что предельное значение  $\Delta\nu_{\text{ген}}$  оказывается значительно больше. Если лазерный резонатор представляет собой достаточно массивную конструкцию, изготовленную из материала с низким коэффициентом теплового расширения (например, из инвара), то  $\Delta\nu_{\text{ген}}$  можно уменьшить до значения порядка 1—10 кГц. В самом деле, для газового лазера (например, для He—Ne-лазера), генерация в котором соответствует центру линии поглощения используемого газа, можно получить [1]  $\Delta\nu_{\text{ген}} = 50\text{—}500$  Гц (т. е.  $\Delta\nu_{\text{ген}}/\nu_{\text{ген}} = 10^{-12}\text{—}10^{-13}$ ). В импульсном режиме работы лазера минимальная ширина линии, очевидно, ограничивается величиной, обратной длительности импульса  $\tau_p$ . Например, если длительность гигантского импульса излучения в одномодовом лазере  $\tau_p \approx 10^{-8}$  с, то мы имеем  $\Delta\nu_{\text{ген}} \approx 100$  МГц.

В случае когда лазер работает в многомодовом режиме, монохроматичность связана, очевидно, с числом генерируемых мод. Для твердотельного лазера (рубинового, неодимового и полупроводникового), в котором трудно получить одномодовый ре-

жим генерации (поскольку ширина линии  $\Delta\nu_0$  велика), ширина линии излучения оказывается часто порядка гигагерц. Разумеется, не всегда нужна очень узкая ширина линии излучения. Вспомним, например, что для получения очень коротких световых импульсов (синхронизация мод) желательно иметь генерацию в пределах как можно более широкой полосы частот.

### 7.3. Комплексное представление полихроматических полей

Прежде чем перейти к рассмотрению свойств лазерных пучков, полезно сначала дать краткое описание очень удобного комплексного представления полихроматических полей (развитое Габором [2]). Для простоты рассмотрим линейно-поляризованную электромагнитную волну. Такую волну можно описать одной вещественной скалярной величиной  $V^{(r)}(\mathbf{r}, t)$  (например, величинами  $|\mathbf{E}|$  и  $|\mathbf{H}|$  или модулем векторного потенциала  $|\mathbf{A}|$ ). Эту величину, которая представляет собой функцию пространственной координаты  $\mathbf{r}$  и времени  $t$ , можно записать в виде интеграла Фурье следующим образом:

$$V^{(r)}(\mathbf{r}, t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} V(\mathbf{r}, \omega) \exp(-i\omega t) d\omega. \quad (7.1)$$

Данному выражению соответствует хорошо известное обратное преобразование:

$$V(\mathbf{r}, \omega) = \int_{-\infty}^{\infty} V^{(r)}(\mathbf{r}, t) \exp(i\omega t) dt. \quad (7.2)$$

Поскольку  $V^{(r)}$  вещественная величина, из (7.2) имеем

$$V(\mathbf{r}, -\omega) = V^*(\mathbf{r}, \omega). \quad (7.2a)$$

Следовательно, спектр отрицательных частот не содержит дополнительной информации о поле, которая уже имеется в спектре положительных частот. Таким образом, вместо величины  $V^{(r)}$  можно рассматривать комплексную величину  $V(\mathbf{r}, t)$ , определяемую выражением

$$V(\mathbf{r}, t) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{\infty} V(\mathbf{r}, \omega) \exp(-i\omega t) d\omega. \quad (7.3)$$

Функция  $V(\mathbf{r}, t)$  называется комплексным аналитическим сигналом для волны  $V^{(r)}$ . Очевидно, что эти две функции связаны

между собой однозначным образом. Действительно, для данного значения  $V$  из (7.1), (7.2а) и (7.3) находим, что

$$V^{(r)} = 2 \operatorname{Re} (V). \quad (7.4)$$

И наоборот, нетрудно показать, что если задана величина  $V^{(r)}$ , то  $V$  определена однозначно. Действительно, задавая  $V^{(r)}$ , из (7.2) можно получить функцию  $V(\mathbf{r}, \omega)$ . При этом с помощью выражения (7.3) находим  $V(\mathbf{r}, t)$ .

Оказалось, что аналитический сигнал  $V$  более удобен для описания электромагнитного поля, чем реальный сигнал. Например, если реальный сигнал монохроматичен, то его можно записать в виде  $V^{(r)} = E \cos \omega t$ . Следовательно, из выражений (7.2) и (7.3) имеем  $V = E \exp(-i\omega t)/2$ . В этом случае аналитический сигнал описывается хорошо известным экспоненциальным представлением для синусоидальных функций, преимущества которого хорошо известны. Нередко в практических случаях спектр аналитического сигнала имеет существенное значение лишь в некотором интервале частот  $\Delta\omega$ , который очень мал по сравнению со средней частотой спектра  $\langle\omega\rangle$  (квазимонохроматическая волна). Нетрудно показать, что при этом сигнал можно записать в виде

$$V(t) = E(t) \exp \{i[\phi(t) - \langle\omega\rangle t]\}, \quad (7.5)$$

где  $E(t)$  и  $\phi(t)$  — медленноменяющиеся функции, т. е.

$$\left[ \left| \frac{dE}{E dt} \right|, \left| \frac{d\phi}{dt} \right| \right] \ll \langle\omega\rangle. \quad (7.6)$$

Другие величины, характеризующие электромагнитное поле квазимонохроматической волны, можно представить как функции аналитического сигнала. Например, интенсивность пучка  $I(\mathbf{r}, t)$  можно определить с помощью следующего соотношения:

$$I(\mathbf{r}, t) = V(\mathbf{r}, t) V^*(\mathbf{r}, t). \quad (7.7)$$

Действительно, нетрудно показать, что величина  $I(\mathbf{r}, t)$  равна среднему значению  $[V^{(r)2}/2]$ , усредненному по нескольким периодам оптического сигнала.

#### 7.4. Статистические свойства лазерного излучения и излучения тепловых источников

Прежде чем приступить к рассмотрению когерентных свойств световых пучков, следует сравнить статистические свойства лазерного излучения и излучения обычных источников света.

Рассмотрим лазер, генерирующий в непрерывном режиме излучение на одной поперечной и продольной моде. Как уже отме-

чалось в разд. 5.3.1, при данной скорости накачки интенсивность выходного излучения такого лазера определяется из условия, согласно которому переходы на нижние уровни вниз, обусловленные вынужденным излучением, должны быть в точности скомпенсированы переходами на верхние уровни, вызванными накачкой. Мы также указали на то, что интенсивность выходного излучения подвержена в очень небольшой степени флуктуациям, связанным со спонтанным излучением. Таким образом, можно считать, что ширина полосы генерации однододового лазера преимущественно обусловлена флуктуациями фазы  $\phi(t)$ , а не флуктуациями амплитуды лазерного поля. Эти флуктуации вызваны либо флуктуациями фазы за счет спонтанного излучения, либо, что встречается чаще, изменениями длины резонатора вследствие теплового расширения или вибраций со звуковой частотой. Это означает, что если мы запишем аналитический сигнал  $V(t)$  в данной точке пространства в виде

$$V(t) = E(t) \exp \{ i [\phi(t) - \omega t] \}, \quad (7.8)$$

то относительные амплитудные флуктуации величины  $E(t)$ , равные  $|dE/E dt|$ , будут много меньше, чем изменения фазы  $|\dot{\phi}|$ . Теперь можно воспользоваться очень полезным трехмерным представлением, в котором вероятность измерения данного значения величины  $V$  выражается через вещественную и мнимую части, соответственно  $E^{(r)}$  и  $E^{(i)}$  фазора  $\vec{E}(t) = E(t) \exp [i\phi(t)]$ . Поскольку флуктуации амплитуды очень малы, данное представление будет иметь вид, показанный на рис. 7.1, а. Заметим, что величина  $p(E)$  на этом рисунке означает, что произведение  $p(E) dE^{(r)} dE^{(i)}$  дает элементарную вероятность того, что измеренная величина  $E^{(r)}$  будет

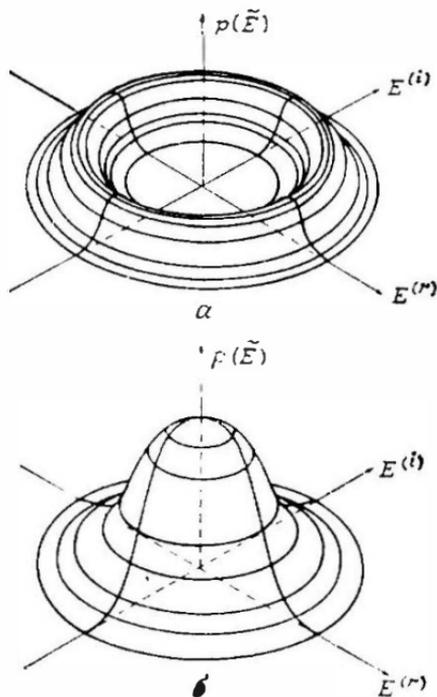


Рис. 7.1. Распределение вероятности  $p(E)$  сигнала  $\vec{E}$  светового пучка в зависимости от вещественной  $E^{(r)}$  и мнимой  $E^{(i)}$  частей сигнала, а — когерентный сигнал, излучаемый однододовым лазером; б — излучение теплового источника, например традиционного источника света.

находиться между значениями  $E^{(r)}$  и  $E^{(r)} + dE^{(r)}$ , измеренная величина  $E^{(i)}$  — между  $E^{(i)}$  и  $E^{(i)} + dE^{(i)}$ . Иными словами, величина  $p(E)$  ( $E dE d\phi$ ) есть вероятность того, что измеренные значения величины  $E$  находятся в интервале от  $E$  до  $E + dE$ , а измеренные значения величины  $\phi$  — от  $\phi$  до  $\phi + d\phi$ . Заметим, что флуктуации амплитуды  $|E| = E(t)$  представлены на рисунке в сильно увеличенном масштабе. На самом деле для лазера, работающего несколько выше порога генерации, распределение вероятности  $p(E)$  можно написать в виде

$$p(E) \sim \delta(E - E_0), \quad (7.9)$$

где  $\delta$  — функция Дирака, а  $E_0$  связано с интенсивностью пучка  $I$  в соответствии с (7.7) и (7.8) выражением  $E_0^2 = I$ . Таким образом, точка, которая описывает  $E(t)$  в плоскости фазора, будет по существу перемещаться во времени по окружности радиусом  $|E| = E_0$ . Благодаря статистической природе флуктуаций фазы это движение будет иметь вид случайного блуждания, угловая скорость которого, выраженная через фазовый угол  $\phi(t)$ , определяет ширину полосы лазерной генерации.

Свет же от обычной лампы можно рассматривать как суперпозицию некоррелированных световых волн, испущенных спонтанно атомами вещества. Заметим, что поскольку такое излучение происходит по существу в условиях теплового равновесия, его называют тепловым. В этом случае, поскольку число таких некоррелированных излучателей очень велико, согласно центральной предельной теореме статистики распределение амплитуды вещественной и мнимой частей величины  $E$  должно подчиняться закону Гаусса. Таким образом, мы имеем  $p(E) \sim \exp[-E^2/C]$ , где  $C$  — постоянная, которая, как нетрудно заметить, равна средней интенсивности пучка  $\langle I \rangle$ . Согласно определению интенсивности  $I$ , данному в выражении (7.7), можно показать, что  $\langle I \rangle = \iint E^2 p(E) (E dE d\phi) / \iint p(E) (E dE d\phi) = \int E^2 p(E) dE^2 / \int p(E) dE^2 = C$ . Таким образом,  $p(E)$  можно записать в виде

$$p(E) \sim \exp(-E^2/\langle I \rangle). \quad (7.10)$$

Эта функция построена на рис. 7.1, б в зависимости от вещественной и мнимой частей поля  $E(t)$ . Заметим, что теперь средние значения как  $E^{(r)}$ , так и  $E^{(i)}$  равны нулю, в то время как среднее значение величины  $E^2$  точно равно интенсивности пучка. В плоскости  $E^{(r)}$ ,  $E^{(i)}$  движение точки, которая описывает величину  $E(\mathbf{r})$ , можно рассматривать как случайное блуждание относительно начала координат. Скорость этого движения, выра-

женная через изменения амплитуды и фазы ( $dE/E dt$  и  $d\phi/dt$  соответственно), определяет ширину полосы излучения теплового источника света.

Сравнение рис. 7.1, а и 7.1, б делает наглядным глубокое различие между лазерным и тепловым излучением.

## 7.5. Когерентность первого порядка [3]

В гл. 1 понятие когерентности электромагнитной волны мы дали, исходя из интуитивных соображений, причем были выделены два типа когерентности — пространственная и временная. В данном разделе мы намереваемся более подробно рассмотреть эти типы когерентности. В действительности, как мы увидим в конце данной главы, пространственная и временная когерентности описывают когерентные свойства электромагнитной волны лишь в первом порядке.

### 7.5.1. Степень пространственной и временной когерентности

Для того чтобы описать свойства пучка, определим для аналитического сигнала полный класс корреляционных функций. Однако ограничимся пока рассмотрением функций первого порядка.

Предположим, что измерения аналитического сигнала проводят в некоторой точке  $\mathbf{r}_1$  на временном интервале  $0 - T$ . При этом можно получить произведение  $V(\mathbf{r}_1, t_1) V^*(\mathbf{r}_1, t_2)$ , где  $t_1$  и  $t_2$  — данные моменты времени в пределах временного интервала  $0 - T$ . Если теперь эти измерения повторить большое число раз, то можно рассчитать среднее значение упомянутого произведения по всем измерениям. Это среднее значение называется средним по ансамблю и записывается в виде

$$\Gamma^{(1)}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_1, t_1, t_2) = \langle V(\mathbf{r}_1, t_1) V^*(\mathbf{r}_1, t_2) \rangle. \quad (7.11)$$

В этом, а также в следующих двух разделах мы будем рассматривать ситуацию со стационарным пучком<sup>1)</sup>, которая, например, имеет место либо в лазере, генерирующем в непрерывном режиме одномодовое или многомодовое излучение, которое не синхронизовано по фазе, либо в тепловом источнике света, работающем в непрерывном режиме. В этих случаях по определению среднее по ансамблю будет зависеть только от интервала

<sup>1)</sup> Процесс называется стационарным, если среднее по ансамблю любой переменной, которая описывает этот процесс (например, аналитический сигнал или интенсивность пучка, как в нашем случае), не зависит от времени.

между моментами времени  $\tau = t_1 - t_2$ , а не от конкретных моментов времени  $t_1$  и  $t_2$ . При этом мы имеем

$$\Gamma^{(1)}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_1, t_1, t_2) = \Gamma^{(1)}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_1, \tau) = \langle V(\mathbf{r}_1, t + \tau) V^*(\mathbf{r}_1, t) \rangle; \quad (7.12)$$

здесь мы предположили, что  $t = t_2$  и величина  $\Gamma^{(1)}$  зависит лишь от  $\tau$ . Если аналитический сигнал является не только стационарным, но и эргодическим (условие, которое также обычно выполняется в приведенных выше случаях), то по определению среднее по ансамблю будет также и средним по времени. При этом можно написать следующее выражение:

$$\Gamma^{(1)}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_1, \tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T V(\mathbf{r}_1, t + \tau) V^*(\mathbf{r}_1, t) dt. \quad (7.13)$$

Заметим, что легче иметь дело, возможно, с определением величины  $\Gamma^{(1)}$  через среднее по времени, чем через среднее по ансамблю. Однако определение  $\Gamma^{(1)}$  через среднее по ансамблю является более общим и, как мы увидим в разд. 7.5.4, с помощью выражения (7.11) его можно применить к нестационарным пучкам.

Определив корреляционную функцию первого порядка  $\Gamma^{(1)}$  в данной точке  $\mathbf{r}_1$ , можно определить нормированную функцию  $\gamma^{(1)}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_1, \tau)$  следующим образом:

$$\gamma^{(1)} = \frac{\langle V(\mathbf{r}_1, t + \tau) V^*(\mathbf{r}_1, t) \rangle}{\langle V(\mathbf{r}_1, t) V^*(\mathbf{r}_1, t) \rangle^{1/2} \langle V(\mathbf{r}_1, t + \tau) V^*(\mathbf{r}_1, t + \tau) \rangle^{1/2}}. \quad (7.14)$$

Заметим, что в случае стационарного пучка в знаменателе выражения (7.14) два средних по ансамблю равны друг другу и в соответствии с (7.7) каждое из них равно средней интенсивности пучка  $\langle I(\mathbf{r}_1, t) \rangle$ . Функция  $\gamma^{(1)}$ , определенная выражением (7.14), называется *комплексной степенью временной когерентности*, в то время как ее модуль  $|\gamma^{(1)}|$  — *степенью временной когерентности*. Действительно,  $\gamma^{(1)}$  представляет собой степень корреляции между аналитическими сигналами в некоторой точке  $\mathbf{r}_1$  пространства для двух моментов времени, разделенных интервалом  $\tau$ . Функция  $\gamma^{(1)}$  имеет следующие главные свойства: 1) в соответствии с выражением (7.14)  $\gamma^{(1)} = 1$  при  $\tau = 0$ ; 2)  $\gamma^{(1)}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_1, -\tau) = \gamma^{(1)*}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_1, \tau)$ , что нетрудно показать из (7.14) с учетом соотношения (7.5); 3)  $|\gamma^{(1)}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_1, \tau)| \leq 1$ , что следует из применения неравенства Буняковского — Шварца к выражению (7.14).

Теперь мы можем сказать, что если  $|\gamma^{(1)}| = 1$  при любых значениях  $\tau$ , то пучок имеет полную временную когерентность. Для пучка непрерывного излучения это по существу означает, что флуктуации как амплитуды, так и фазы равны нулю и сиг-

нал имеет вид синусоидальной волны, т. е.  $V = E(\mathbf{r}_1) \exp(-i\omega t)$ . Действительно, подстановка этого выражения в (7.14) показывает, что в этом случае  $|\gamma^{(1)}| = 1$ . Противоположный случай полного отсутствия временной когерентности наблюдается, когда  $\langle V(\mathbf{r}_1, t + \tau) V(\mathbf{r}_1, t) \rangle$  и, следовательно, функция  $\gamma^{(1)}$  обращаются в нуль при  $\tau > 0$ . Такая ситуация должна иметь место для теплового источника света с очень большой шириной полосы излучения (например, для черного тела; см. рис. 2.3). В более реалистичных ситуациях функция  $|\gamma^{(1)}|$  обычно уменьшается с ростом интервала  $\tau$ , как показано на рис. 7.2 (заметим, что, согласно упомянутому выше второму свойству,  $|\gamma^{(1)}|$  является симметричной функцией параметра  $\tau$ ). Таким образом, можно определить характерное время  $\tau_{\text{когер}}$  (называемое временем когерентности) как время, за которое величина  $|\gamma^{(1)}|$  уменьшается вдвое, т. е.  $|\gamma^{(1)}| = 1/2$ . Очевидно, для полностью когерентной волны  $\tau_{\text{когер}} = \infty$ , в то время как для полностью некогерентной волны  $\tau_{\text{когер}} = 0$ . Заметим, что можно также определить длину временной когерентности  $L_c$ , как  $L_c = c\tau_{\text{когер}}$ .

Аналогичным образом можно определить корреляционную функцию первого порядка между двумя различными точками  $\mathbf{r}_1$  и  $\mathbf{r}_2$  в один и тот же момент времени:

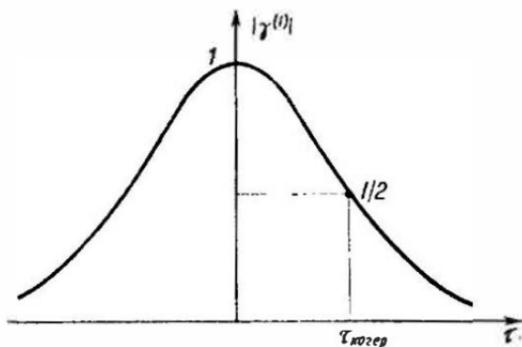


Рис. 7.2. Возможная зависимость степени пространственной когерентности  $|\gamma^{(1)}(\tau)|$ . Время когерентности можно определить как полуширину кривой на полувысоте.

Аналогичным образом можно определить корреляционную функцию первого порядка между двумя различными точками  $\mathbf{r}_1$  и  $\mathbf{r}_2$  в один и тот же момент времени:

$$\Gamma^{(1)}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, 0) = \langle V(\mathbf{r}_1, t) V^*(\mathbf{r}_2, t) \rangle = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T V(\mathbf{r}_1, t) V^*(\mathbf{r}_2, t) dt. \quad (7.15)$$

Можно также определить соответствующую нормированную функцию  $\gamma^{(1)}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, 0)$ :

$$\gamma^{(1)} = \frac{\langle V(\mathbf{r}_1, t) V^*(\mathbf{r}_2, t) \rangle}{\langle V(\mathbf{r}_1, t) V^*(\mathbf{r}_1, t) \rangle^{1/2} \langle V(\mathbf{r}_2, t) V^*(\mathbf{r}_2, t) \rangle^{1/2}}. \quad (7.16)$$

Величина  $\gamma^{(1)}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, 0)$  называется *комплексной степенью пространственной когерентности*, а ее модуль — *степенью пространственной когерентности*. Действительно, в этом случае  $\gamma^{(1)}$

представляет собой меру корреляции между аналитическими сигналами в двух точках пространства  $\mathbf{r}_1$  и  $\mathbf{r}_2$  в один и тот же момент времени. Заметим, что из неравенства Буняковского — Шварца следует  $|\gamma^{(1)}| \leq 1$ . Волна обладает полной пространственной когерентностью, если  $|\gamma^{(1)}| = 1$  для любых двух точек  $\mathbf{r}_1$  и  $\mathbf{r}_2$  (при условии что они лежат на том же самом волновом фронте или на волновых фронтах, расстояние между которыми меньше, чем длина когерентности  $L_c$ ). Однако чаще имеет место ситуация, характеризуемая частичной пространственной когерентностью. Это означает, что если координата  $\mathbf{r}_1$  фиксирована, то с увеличением разности  $|\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1|$  величина  $|\gamma^{(1)}|$  как функция координаты  $\mathbf{r}_2$  уменьшается от 1 (значения, которого она достигает при  $\mathbf{r}_2 = \mathbf{r}_1$ ) до 0. Таким образом, значение  $|\gamma^{(1)}|$  может быть больше какого-то данного значения (например,  $1/2$ ) в пределах некоторой характерной области на волновом фронте вблизи точки  $P_1$ , заданной вектором  $\mathbf{r}_1$ . Назовем эту область областью когерентности волны в точке  $P_1$  волнового фронта.

Понятия пространственной и временной когерентностей можно объединить посредством взаимной функции когерентности, определяемой следующим образом:

$$\Gamma^{(1)}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \tau) = \langle V(\mathbf{r}_1, t + \tau) V^*(\mathbf{r}_2, t) \rangle, \quad (7.16a)$$

которую можно также записать в нормированном виде:

$$\gamma^{(1)}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \tau) = \frac{\langle V(\mathbf{r}_1, t + \tau) V^*(\mathbf{r}_2, t) \rangle}{\langle V(\mathbf{r}_1, t) V^*(\mathbf{r}_1, t) \rangle^{1/2} \langle V(\mathbf{r}_2, t) V^*(\mathbf{r}_2, t) \rangle^{1/2}}. \quad (7.17)$$

Эта функция, называемая комплексной степенью когерентности, является мерой когерентности между двумя различными точками волны в разные моменты времени. Для квазимонохроматической волны из выражений (7.5) и (7.14) следует, что

$$\gamma^{(1)}(\tau) = |\gamma^{(1)}| \exp \{ i [\phi(\tau) - \langle \omega \rangle \tau] \}, \quad (7.18)$$

где  $|\gamma^{(1)}|$  и  $\phi(\tau)$  — медленноменяющиеся функции, т. е.

$$\left[ \frac{d|\gamma^{(1)}|}{|\gamma^{(1)}| d\tau}, \left| \frac{d\phi}{d\tau} \right| \right] \ll \langle \omega \rangle. \quad (7.19)$$

### 7.5.2. Измерение пространственной и временной когерентностей

Весьма простым способом измерения степени пространственной когерентности между двумя точками световой волны является метод, в котором используется интерферометр Юнга (рис. 7.3). Этот интерферометр состоит из экрана 1, в котором имеются отверстия соответственно в точках  $P_1$  и  $P_2$ , и экрана 2,

в котором свет, прошедший через оба этих отверстия, создает интерференционную картину. Точнее говоря, интерференция в точке  $P$  в момент времени  $t$  возникает в результате суперпозиции волн, испущенных из точек  $P_1$  и  $P_2$  соответственно в моменты времени  $[t - (L_1/c)]$  и  $[t - (L_2/c)]$ . Следовательно, интерференционные полосы, наблюдаемые на экране 2 в окрестности точки  $P$ , будут тем отчетливее, чем лучше корреляция между двумя аналитическими сигналами световой волны  $V(r_1, t - (L_1/c))$  и  $V(r_2, t - (L_2/c))$ , где  $r_1$  и  $r_2$  — координаты точек  $P_1$  и  $P_2$ . Заметим, что время интегрирования  $T$  в выражении для корреляционной функции [см. (7.13)] теперь равно времени регистрации полос (например, времени экспозиции фотопластинки). Если теперь точку  $P$  на экране выбрать таким образом, чтобы  $L_1 = L_2$ , то видность полос в окрестности точки  $P$  будет мерой степени пространственной когерентности между точками  $P_1$  и  $P_2$ . Чтобы быть более точными, определим видность  $V_{(P)}$  полос в точке  $P$  следующим образом:

$$V_{(P)} = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}}; \quad (7.20)$$

здесь  $I_{\max}$  — максимальная интенсивность светлой полосы, а  $I_{\min}$  — минимальная интенсивность темной полосы в окрестности точки  $P$ . Если оба отверстия 1 и 2 дают одну и ту же освещенность в точке  $P$  и если волна обладает полной пространственной когерентностью, то  $I_{\min} = 0$  и, следовательно, видность полос  $V_{(P)} = 1$ . В случае когда сигналы в точках  $P_1$  и  $P_2$  полностью некоррелированы (т. е. некогерентны), полосы исчезают (т. е. имеем  $I_{\max} = I_{\min}$ ) и, таким образом, видность полос  $V_{(P)} = 0$ . В соответствии со сказанным в разд. 7.5.1 становится очевидным, что величина  $V_{(P)}$  должна быть связана с модулем функции  $\gamma^{(1)}(r_1, r_2, 0)$ . В более общем случае для любой точки  $P$  на экране мы ожидаем, что величина  $V_P$  связана с модулем функции  $\gamma^{(1)}(r_1, r_2, \tau)$ , где  $\tau = (L_2 - L_1)/c$ . В конце этого раздела мы действительно убедимся в том, что если два отверстия дают одну и ту же освещенность в точке  $P$ , то

$$V_{(P)}(\tau) = |\gamma^{(1)}(r_1, r_2, \tau)|. \quad (7.21)$$

Таким образом, измерение видности интерференционных полос  $V_{(P)}$  в точке  $P$ , такой, что  $L_1 = L_2$ , позволяет получить степень пространственной когерентности между точками  $P_1$  и  $P_2$ .

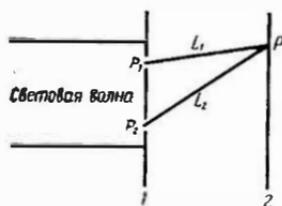


Рис. 7.3. Применение интерферометра Юнга для измерения степени пространственной когерентности электромагнитной волны между точками  $P_1$  и  $P_2$ .

Интерферометр Майкельсона (рис. 7.4) дает очень простой метод измерения временной когерентности. Пусть в некоторой точке  $P$  требуется измерить временную когерентность волны. Оптическая система, состоящая из экрана с небольшим отверстием в точке  $P$  и линзы, главный фокус которой совпадает с точкой  $P$ , позволяет преобразовать падающую волну в плоскую (см. также рис. 7.9). Эта волна затем падает на частично

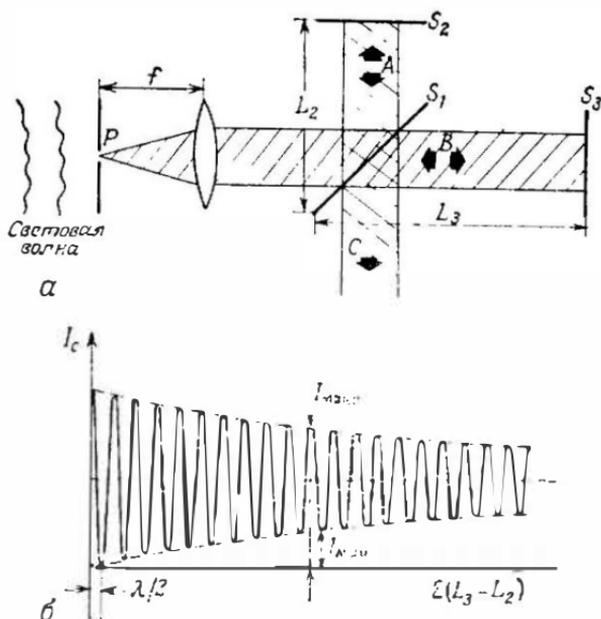


Рис. 7.4. *a* — интерферометр Майкельсона для измерения степени временной когерентности электромагнитной волны в точке  $P$ ; *б* — зависимость интенсивности света, выходящего в направлении распространения волны  $C$ , от разности  $L_3 - L_2$  между длинами плеч интерферометра.

отражающее зеркало  $S_1$  (с коэффициентом отражения  $R = 50\%$ ), которое расщепляет ее на две волны  $A$  и  $B$ . Эти волны отражаются назад зеркалами  $S_2$  и  $S_3$  ( $R = 1$ ) и затем складываются, образуя волну  $C$ . Поскольку волны  $A$  и  $B$  интерферируют, освещенность в направлении распространения волны  $C$  будет либо больше, либо меньше в зависимости от того, четному или нечетному числу полуволн равна величина  $2(L_3 - L_2)$ . Очевидно, такая интерференция будет наблюдаться только до тех пор, пока разность  $L_3 - L_2$  не станет настолько большой, что два пучка  $A$  и  $B$  окажутся некоррелированными по фазе. Таким образом, для частично когерентной волны зависимость интенсивности  $I_c$  волны  $C$  от величины  $2(L_3 - L_2)$  имеет вид, показан-

ный на рис. 7.4, б. В этом случае мы можем снова определить видность интерференционных полос  $V_{(P)}(\tau)$  с помощью выражения (7.20) для некоторого данного значения разности  $L_3 - L_2$  между длинами плеч интерферометра, т. е. для данного значения задержки  $\tau = 2(L_3 - L_2)/c$  между двумя отраженными волнами, причем значения  $I_{\max}$  и  $I_{\min}$  определяются в соответствии с рис. 7.4, б. Точно так же, как и в случае интерферометра Юнга, можно показать, что

$$|\gamma^{(1)}(\mathbf{r}, \mathbf{r}, \tau)| = V_{(P)}(\tau), \quad (7.22)$$

где  $\mathbf{r}$  — координата точки  $P$ . Следовательно, теперь измерение видности интерференционных полос позволяет получить степень временной когерентности волны в точке  $P$ . Если функция  $|\gamma^{(1)}|$  известна, то можно найти время когерентности  $\tau_{\text{когер}}$  и, следовательно, длину когерентности  $L_c = c\tau_{\text{когер}}$ . Заметим, что величина  $L_c$  равна удвоенной разности  $L_3 - L_2$  между длинами плеч интерферометра, при которой значение видности спадает до значения  $V_{(P)} = 1/2$ .

Мы закончим этот раздел доказательством соотношения (7.21), что также может послужить в качестве упражнения на применение аналитического сигнала. Аналогичные соображения можно применить и для доказательства соотношения (7.22). Обозначим через  $V(t')$  аналитический сигнал в точке  $P$ , показанной на рис. 7.3, в момент времени  $t'$ . Поскольку он обусловлен суперпозицией сигналов, пришедших из каждого отверстия (см. рис. 7.3), его можно записать в виде

$$V = K_1 V(\mathbf{r}_1, t' - t_1) + K_2 V(\mathbf{r}_2, t' - t_2), \quad (7.23)$$

где  $t_1 = L_1/c$ ,  $t_2 = L_2/c$ . Множители  $K_1$  и  $K_2$  обратно пропорциональны расстояниям  $L_1$  и  $L_2$  и, кроме того, зависят от размеров отверстий и угла между падающей волной и волной, дифрагированной на отверстиях  $P_1$  и  $P_2$ . Поскольку дифрагированные вторичные волны отстают по фазе на четверть периода относительно падающей волны [3, с. 370—375] (см. также обсуждение волн Гюйгенса в разд. 4.4.2), отсюда следует, что

$$K_1 = |K_1| \exp(-i\pi/2), \quad (7.24a)$$

$$K_2 = |K_2| \exp(-i\pi/2). \quad (7.24б)$$

Если теперь определить величины  $t = t' - t_2$  и  $\tau = t_2 - t_1$ , то выражение (7.23) можно записать в виде

$$V = K_1 V(\mathbf{r}_1, t + \tau) + K_2 V(\mathbf{r}_2, t). \quad (7.25)$$

Таким образом, интенсивность в точке  $P$  дается выражением

$$I = VV^* = I_1(t + \tau) + I_2(t) + 2 \operatorname{Re} [K_1 K_2^* V(\mathbf{r}_1, t + \tau) V^*(\mathbf{r}_2, t)], \quad (7.26)$$

где  $I_1$  и  $I_2$  — интенсивности в точке  $P$ , первая из которых обусловлена излучением только из точки  $P_1$ , а вторая — излучением только из точки  $P_2$ . Эти интенсивности записываются следующим образом:

$$I_1 = |K_1|^2 |V(\mathbf{r}_1, t + \tau)|^2 = |K_1|^2 I(\mathbf{r}_1, t + \tau), \quad (7.27a)$$

$$I_2 = |K_2|^2 |V(\mathbf{r}_2, t)|^2 = |K_2|^2 I(\mathbf{r}_2, t); \quad (7.27b)$$

здесь  $I(\mathbf{r}_1, t + \tau)$  и  $I(\mathbf{r}_2, t)$  — интенсивности соответственно в точках  $P_1$  и  $P_2$ . Усредняя обе части выражения (7.26) по времени и используя (7.16a), находим

$$\langle I \rangle = \langle I_1 \rangle + \langle I_2 \rangle + 2 |K_1| |K_2| \operatorname{Re} [\Gamma^{(1)}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \tau)]. \quad (7.28)$$

Здесь мы использовали также выражения (7.24). Выражение (7.28) можно записать через комплексную степень когерентности  $\gamma^{(1)}$ , если заметить, что из соотношения (7.17) следует

$$\Gamma^{(1)} = \gamma^{(1)} [\langle I(\mathbf{r}_1, t + \tau) \rangle \langle I(\mathbf{r}_2, t) \rangle]^{1/2}. \quad (7.29)$$

Подставляя это выражение в предыдущие и используя (7.27), получаем

$$\begin{aligned} \langle I \rangle &= \langle I_1 \rangle + \langle I_2 \rangle + 2 (\langle I_1 \rangle \langle I_2 \rangle)^{1/2} \operatorname{Re} [\gamma^{(1)}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \tau)] = \\ &= \langle I_1 \rangle + \langle I_2 \rangle + 2 (\langle I_1 \rangle \langle I_2 \rangle)^{1/2} |\gamma^{(1)}| \cos [\phi(\tau) - \langle \omega \rangle \tau], \end{aligned} \quad (7.30)$$

где мы использовали также соотношение (7.18). Поскольку как  $|\gamma^{(1)}|$ , так и  $\phi(\tau)$  являются медленноменяющимися функциями, изменение интенсивности  $\langle I \rangle$  в зависимости от положения точки  $P$  определяется быстрым изменением члена, содержащего косинус с аргументом  $\langle \omega \rangle \tau$ . Таким образом, в окрестности точки  $P$  мы имеем

$$I_{\max} = \langle I_1 \rangle + \langle I_2 \rangle + 2 (\langle I_1 \rangle \langle I_2 \rangle)^{1/2} |\gamma^{(1)}|. \quad (7.31a)$$

$$I_{\min} = \langle I_1 \rangle + \langle I_2 \rangle - 2 (\langle I_1 \rangle \langle I_2 \rangle)^{1/2} |\gamma^{(1)}|, \quad (7.31b)$$

и, следовательно, из выражения (7.17) получаем

$$V_{(P)} = \frac{2 (\langle I_1 \rangle \langle I_2 \rangle)^{1/2}}{\langle I_1 \rangle + \langle I_2 \rangle} |\gamma^{(1)}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \tau)|. \quad (7.32)$$

В случае когда  $\langle I_1 \rangle = \langle I_2 \rangle$ , выражение (7.32) сводится к (7.21).

### 7.5.3. Соотношение между временной когерентностью и монохроматичностью

Из рассмотрения, проведенного в предыдущих разделах, следует с очевидностью, что понятие временной когерентности тесно связано с монохроматичностью. Например, чем более монохроматической является волна, тем больше ее временная когерентность. Таким образом, время когерентности должно быть обратно пропорционально ширине полосы генерируемого излучения. В данном разделе мы обсудим это соотношение более подробно.

Вначале заметим, что спектр электромагнитной волны, измеренный с помощью спектрометра, пропорционален спектральной функции (спектру мощности)  $W(\nu, \omega)$  сигнала  $V(\nu, t)$ . Поскольку спектральная функция  $W$  равна фурье-образу автокорреляционной функции  $\Gamma^{(1)}$ , любая из этих величин может быть найдена, если известна другая. Для того чтобы получить точное соотношение, связывающее величины  $\tau_{\text{когер}}$  и  $\Delta\nu_{\text{ген}}$ , необходимо переопределить обе эти величины соответствующим образом. Таким образом, мы определяем  $\tau_{\text{когер}}$  как среднеквадратичную ширину функции  $|\Gamma^{(1)}(\tau)|^2$ , так что  $(\tau_{\text{когер}})^2 = \int_{-\infty}^{+\infty} (\tau - \langle\tau\rangle)^2 |\Gamma(\tau)|^2 d\tau / \int_{-\infty}^{+\infty} |\Gamma(\tau)|^2 d\tau$ . В сокращенной записи это выражение можно записать следующим образом:

$$(\tau_{\text{когер}})^2 = \langle(\tau - \langle\tau\rangle)^2\rangle, \quad (7.33)$$

где среднее значение  $\langle\tau\rangle$  определяется соотношением  $\langle\tau\rangle = \int \tau |\Gamma(\tau)|^2 d\tau / \int |\Gamma(\tau)|^2 d\tau$ . Поскольку  $|\Gamma(-\tau)| = |\Gamma(\tau)|$ , из последнего соотношения имеем  $\langle\tau\rangle = 0$  и выражение (7.33) принимает вид

$$(\tau_{\text{когер}})^2 = \langle\tau^2\rangle. \quad (7.34)$$

Такое определение времени когерентности умозрительно является более простым (хотя иногда и более трудным для вычислений), чем то, которое мы дали выше [т. е. как полуширину на полувысоте кривой  $|\Gamma(\tau)|$ ; см. рис. 7.2]. Если бы кривая на рис. 7.2 имела осциллирующий характер, то  $\tau_{\text{когер}}$ , соответствующее первоначальному его определению, нельзя было бы вычислить однозначно. Аналогично определим ширину полосы генерации  $\Delta\nu_{\text{ген}}$  как среднеквадратичную ширину функции  $W^2(\nu)$ . Таким образом,

$$(\Delta\nu_{\text{ген}})^2 = \langle(\nu - \langle\nu\rangle)^2\rangle; \quad (7.35)$$

здесь  $\langle \nu \rangle$  — средняя частота спектра, определяемая выражением  $\langle \nu \rangle = \int \nu W^2 d\nu / \int W^2 d\nu$ . Поскольку функции  $W$  и  $\Gamma$  связаны преобразованием Фурье, можно показать, что  $\Delta \nu_{\text{ген}}$  и  $\tau_{\text{когер}}$  в соответствии с определением, которое мы только что дали, удовлетворяют условию

$$\tau_{\text{когер}} \Delta \nu_{\text{ген}} \geq 1/4\pi. \quad (7.36)$$

Это условие аналогично соотношению неопределенностей Гейзенберга, и его можно доказать, используя тот же метод, что и при выводе соотношения неопределенностей [5]. Знак равенства в (7.36) имеет место в том случае, когда функции  $|\Gamma^{(1)}(\tau)|$  и, следовательно,  $W(\omega)$  являются гауссовыми. Таким образом, рассматриваемый случай, очевидно, представляет собой аналог волнового пакета с минимальной неопределенностью [5].

#### 7.5.4. Нестационарные пучки <sup>1)</sup>

Рассмотрим здесь кратко нестационарные пучки. В этом случае функция  $\Gamma^{(1)}$  в выражении (7.11) зависит по определению от моментов времени  $t_1$  и  $t_2$ , а не только от интервала между ними  $\tau = t_1 - t_2$ . Примерами могут служить лазер с амплитудной модуляцией, тепловой источник света с амплитудной модуляцией, лазер с модулированной добротностью и лазер с синхронизацией мод. Корреляционную функцию для нестационарного пучка можно получить как среднее по ансамблю многих измерений аналитического сигнала на временном интервале  $0 - T$ , причем начало временного интервала синхронизовано с управляющим сигналом (например, синхронизовано с амплитудным модулятором лазера с синхронизацией мод или ячейкой Пококельса в лазере с модуляцией добротности). Степень временной когерентности в заданной точке  $\mathbf{r}$  можно определить следующим образом:

$$\gamma^{(1)}(t_1, t_2) = \frac{\langle V(t_1) V^*(t_2) \rangle}{\langle V(t_1) V^*(t_1) \rangle^{1/2} \langle V(t_2) V^*(t_2) \rangle^{1/2}}, \quad (7.37)$$

где  $t_1$  и  $t_2$  — два данных момента времени на интервале  $0 - T$  и все сигналы измерены в точке  $\mathbf{r}$ . Мы можем теперь утверждать, что пучок обладает полной временной когерентностью, если  $|\gamma^{(1)}(t_1, t_2)| = 1$  для любых моментов времени  $t_1$  и  $t_2$ . Из этого определения следует, что нестационарный пучок *без флуктуаций амплитуды и фазы* обладает *полной временной когерентностью*.

<sup>1)</sup> Автор хочет выразить признательность проф. В. Деджорджно за полезные обсуждения этого вопроса.

ностью<sup>1)</sup>. Действительно, в отсутствие флуктуаций произведения  $V(t_1)V^*(t_2)$ ,  $V(t_1)V^*(t_1)$  и  $V(t_2)V^*(t_2)$  в выражении (7.37) не изменяются при всех измерениях ансамбля. Таким образом, эти произведения равны соответствующим средним по ансамблю и выражение для  $\gamma^{(1)}(t_1, t_2)$  принимает вид

$$\gamma^{(1)}(t_1, t_2) = \frac{V(t_1)V^*(t_2)}{|V(t_1)||V(t_2)|}. \quad (7.38)$$

Из этого выражения следует, что  $|\gamma^{(1)}| = 1$ . Согласно этому определению временной когерентности, время когерентности нестационарного пучка, например в случае лазера с синхронизацией мод, становится бесконечно большим, если нет флуктуаций амплитуды и фазы пучка. Поэтому время когерентности нестационарного пучка не связано обратно пропорциональной зависимостью с шириной полосы генерации. Однако если на практике мы коррелируем, например, в лазере с синхронизацией мод один импульс импульсной последовательности с некоторым другим, т. е. если мы выбираем интервал времени  $t_2 - t_1$  больше, чем период повторения импульсов, то из-за флуктуаций будет происходить уменьшение корреляции. Это означает, что величина  $|\gamma^{(1)}|$  будет уменьшаться с увеличением интервала  $t_2 - t_1$  за пределами периода повторения импульсов. Таким образом, мы ожидаем, что время когерентности должно быть конечным, хотя и не связанным обратно пропорциональной зависимостью с шириной полосы генерации, но в то же время *обратно пропорционально ширине полосы флуктуаций*.

### 7.5.5. Пространственная и временная когерентность одномодовых и многомодовых лазеров

Рассмотрим сначала непрерывный лазер, генерирующий на одной поперечной и продольной моде. Чуть выше порога генерации флуктуациями амплитуды можно пренебречь. Тогда аналитические сигналы волны в двух точках  $\mathbf{r}_1$  и  $\mathbf{r}_2$  можно записать следующим образом:

$$V(\mathbf{r}_1, t) = E(\mathbf{r}_1) \exp \{ i [\phi(t) - \omega t] \}, \quad (7.39a)$$

$$V(\mathbf{r}_2, t) = E(\mathbf{r}_2) \exp \{ i [\phi(t) - \omega t] \}; \quad (7.39b)$$

здесь  $E(\mathbf{r})$  — амплитуда моды и  $\omega$  — угловая частота в центре полосы генерации. Подставив выражения (7.39) в (7.16), получим  $\gamma^{(1)} = E(\mathbf{r}_1)E^*(\mathbf{r}_2) / |E(\mathbf{r}_1)||E(\mathbf{r}_2)|$ , откуда следует, что  $|\gamma^{(1)}| = 1$ . Таким образом, одномодовая лазерная генерация

<sup>1)</sup> Это понятие фактически тождественно тому, которым пользуются радионинженеры, когда говорят о когерентном сигнале в диапазоне радиоволн.

обладает полной пространственной когерентностью. Временная же когерентность определяется шириной полосы генерации  $\Delta\nu_{\text{ген}}$ . Например, лазер с хорошей стабильностью частоты в видимом диапазоне излучения имеет ширину полосы генерации  $\Delta\nu_{\text{ген}} \approx \approx 1$  кГц и, следовательно, время когерентности  $\tau_{\text{когер}} \approx \approx 1/\Delta\nu_{\text{ген}} \approx 1$  мс. Заметим, что в этом случае длина когерентности очень велика ( $L_c = c\tau_{\text{когер}} \approx 300$  км!).

Рассмотрим лазер, генерирующий на одной поперечной моде и на многих продольных. Аналитические сигналы в двух точках  $\mathbf{r}_1$  и  $\mathbf{r}_2$ , принадлежащих одному и тому же волновому фронту, в общем случае можно представить через поля мод резонатора следующим образом:

$$V(\mathbf{r}_1, t) = \sum_k a_k U_k(\mathbf{r}_1) \exp\{i[\phi_k(t) - \omega_k t]\}, \quad (7.40a)$$

$$V(\mathbf{r}_2, t) = \sum_k a_k U_k(\mathbf{r}_2) \exp\{i[\phi_k(t) - \omega_k t]\}, \quad (7.40b)$$

где  $a_k$  — постоянные множители,  $U_k$ ,  $\phi_k$  и  $\omega_k$  — соответственно амплитуда, фаза и частота  $k$ -й моды и суммирование проводится по всем генерируемым модам. Заметим здесь, что, поскольку поперечное распределение поля у всех мод одинаковое (например, распределение моды  $\text{TEM}_{00}$ ), амплитуда моды  $U_k$  не зависит от модового индекса  $k$ . Таким образом,

$$U_k(\mathbf{r}_1) = U(\mathbf{r}_1), \quad (7.41a)$$

$$U_k(\mathbf{r}_2) = U(\mathbf{r}_2). \quad (7.41b)$$

Подставляя эти выражения в (7.40), получаем

$$V(\mathbf{r}_2, t) = [U(\mathbf{r}_2)/U(\mathbf{r}_1)] V(\mathbf{r}_1, t). \quad (7.42)$$

Отсюда следует, что всякий раз, когда временное изменение  $V(\mathbf{r}_1, t)$  наблюдается в точке  $\mathbf{r}_1$ , с точностью до коэффициента пропорциональности такое временное изменение будет наблюдаться в точке  $\mathbf{r}_2$ . Подстановка соотношения (7.42) в выражение (7.16) дает  $|\gamma^{(1)}| = 1$ . Таким образом, пучок по-прежнему обладает полной пространственной когерентностью. Если фазы всех мод случайны, то временная когерентность снова равна обратному значению ширины полосы генерации. При отсутствии в резонаторе частотно-селектирующих элементов ширина полосы генерации может быть теперь сравнима с шириной полосы лазерной среды и, следовательно, время когерентности может быть много меньше, чем в предыдущем примере (от наносекунд до пикосекунд). Однако в случае синхронизации мод временная когерентность может стать очень большой, так что лазер с синхронизацией мод может в принципе обладать полной пространственной и временной когерентностью.

В качестве последнего случая мы должны были бы рассмотреть лазерную генерацию на многих поперечных модах. Можно показать (см. задачу 7.16), что такой лазер обладает только частичной пространственной когерентностью. Это происходит потому, что моды здесь различаются как своими поперечными распределениями, так и собственными частотами.

## 7.6. Направленность

Свойство направленности лазерного пучка тесно связано с его пространственной когерентностью. Поэтому сначала мы обсудим электромагнитную волну с полной пространственной когерентностью, а затем с частичной.

### 7.6.1. Пучки с полной пространственной когерентностью

Рассмотрим сначала волну с полной пространственной когерентностью, образованную пучком с плоским волновым фронтом кругового поперечного сечения, имеющим постоянную интенсивность по сечению (рис. 7.5, а). Вследствие дифракции такой пучок характеризуется углом расходимости  $\theta_d$ . Дифракционную

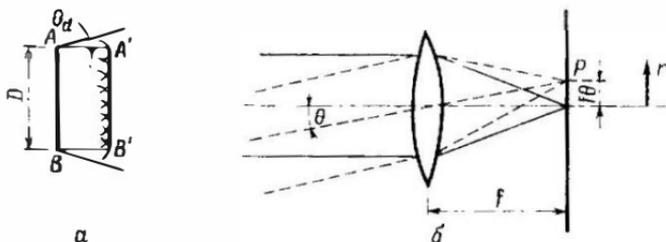


Рис. 7.5. а — расходимость (обусловленная дифракцией) пучка электромагнитного излучения с плоским волновым фронтом, круговым поперечным сечением и равномерным распределением интенсивности в поперечном сечении; б — метод измерения расходимости плоской волны, показанной на рис. а.

расходимость пучка можно понять из рис. 7.5, а, на котором изображен волновой фронт  $A'B'$ , полученный из волнового фронта  $AB$  с помощью принципа Гюйгенса — Френеля. Можно показать, что расходимость  $\theta_d$  дается выражением

$$\theta_d = 1,22\lambda/D, \quad (7.43)$$

где  $D$  — диаметр пучка. Чтобы понять, откуда берется расходимость, давайте выясним, что произойдет, когда рассматриваемый нами пучок фокусируется с помощью линзы (рис. 7.5, б). Поскольку, как мы уже видели, пучок имеет некоторую ширину, можно показать, что его можно представить в виде набора

плоских волн, распространяющихся в несколько различных направлениях. Одна из них, распространяющаяся под углом  $\theta$  к оси, показана на рис. 7.5, б штриховыми линиями. Как мы видим, эта волна будет фокусироваться в фокальной плоскости линзы в точке  $P$ , которая отстоит (при малых значениях угла  $\theta$ ) от оси пучка на расстояние

$$r = f\theta. \quad (7.44)$$

Таким образом, зная распределение интенсивности  $I(r)$  в фокальной плоскости, можно найти угловое распределение исходного пучка. Из теории дифракции известно [3, с. 395—398], что функция  $I(r)$  дается формулой Эйри:

$$I = \left[ \frac{2J_1(krD/2f)}{krD/2f} \right]^2 I_0, \quad (7.45)$$

где  $k = 2\pi/\lambda$ ,  $J_1$  — функция Бесселя первого порядка, а  $I_0$  (интенсивность в центре фокального пятна) равна

$$I_0 = P_i \left( \frac{\pi D^2}{4\lambda^2 f^2} \right). \quad (7.46)$$

Здесь  $P_i$  — мощность пучка, падающего на линзу.

На рис. 7.6 приведена зависимость интенсивности  $I$  от величины

$$x = krD/2f. \quad (7.47)$$

Следовательно, дифракционная картина, создаваемая в фокальной плоскости линзы, состоит из круглой центральной зоны (диск Эйри), окруженной рядом колец с быстро убывающей

интенсивностью. Расходимость  $\theta_a$  исходного пучка обычно определяется как угловой радиус первого минимума, показанного на рис. 7.6. Таким образом, из рис. 7.6 и выражений (7.47) и (7.44) получаем соотношение (7.43). При этом можно показать, что выражение (7.43) для  $\theta_a$  имеет некоторую неопределенность.

В качестве второго примера распространения пространственно-когерентного пучка рассмотрим гауссов пучок (TEM<sub>00</sub>), который можно получить с помощью устойчивого лазерного резонатора со сферическими зеркалами. Если  $\omega_0$  — размер пятна в перетяжке пучка, то размер пучка  $\omega$  и радиус кривизны  $R$  волновой поверхности на расстоянии  $z$  от положения перетяжки можно найти, воспользовавшись соотношениями (4.105) и (4.106).

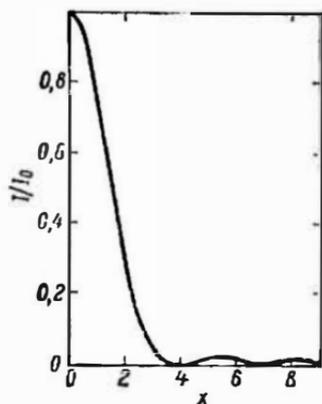


Рис. 7.6. Распределение интенсивности света в фокальной плоскости, показанной на рис. 7.5, б, как функция относительного радиального расстояния  $r$  (нормированного, т.е.  $x = krD/2f$ ).

Чтобы вычислить расходимость гауссова пучка, рассмотрим выражения (4.105) и (4.106) на большом расстоянии от перетяжки (т. е. при условии  $\lambda z/\pi\omega_0^2 \gg 1$ ). Мы видим, что на больших расстояниях  $\omega = \lambda z/\pi\omega_0$  и  $R = z$ . Поскольку на больших расстояниях оба параметра  $\omega$  и  $R$  линейно растут с расстоянием, мы практически имеем сферическую волну, испущенную из центра

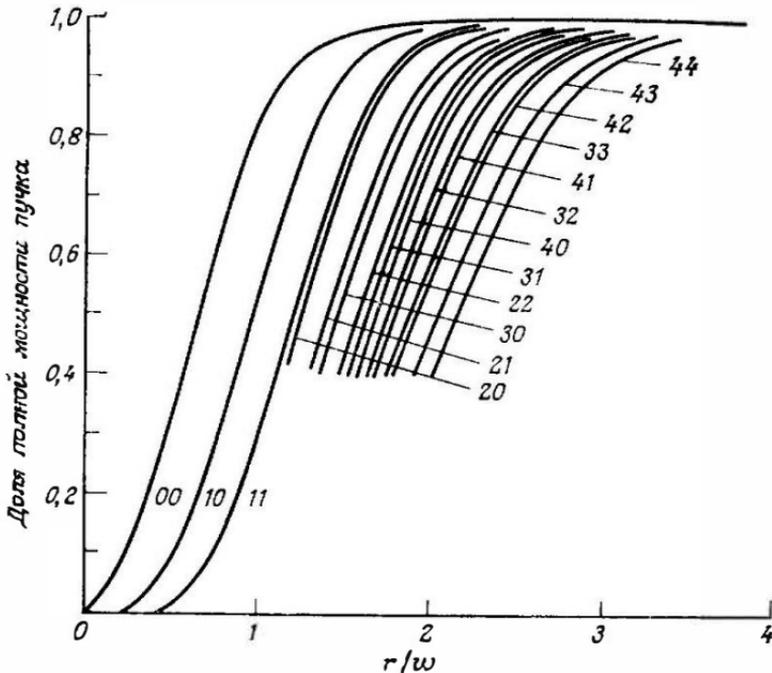


Рис. 7.7. Относительная доля полной мощности данной моды  $TEM_{l,m}$ , которая заключена в пределах круглой апертуры радиусом  $r$ . Здесь  $\omega$  — размер пятна моды  $TEM_{00}$  и числа возле каждой кривой соответствуют модовым индексам  $l, m$ .

перетяжки. Ее расходимость может быть найдена из выражения

$$\theta_d = \omega/z = \lambda/\pi\omega_0. \quad (7.48)$$

Сравним теперь выражения (7.48) и (7.43). Если при этом положить  $D = 2\omega_0$ , то при одинаковых диаметрах расходимость гауссова пучка оказывается в два раза меньше расходимости плоского пучка.

Рассмотрим гауссову моду высшего порядка  $TEM_{l,m}$ . Чтобы вычислить ее расходимость, необходимо определить эффективный размер пятна  $\omega_{l,m}$  этой моды. Это можно осуществить

с помощью рис. 7.7, на котором представлены расчетные значения относительной доли полной мощности для каждой поперечной моды, заключенной в пределах круглой апертуры радиусом  $r$ . Радиус  $r$  нормирован на  $\omega$  — размер пятна моды  $TEM_{00}$  в плоскости апертуры. Теперь мы можем определить эффективный размер пятна  $\omega_{l,m}$  как радиус пятна, в пределах которого заключено, например, 90 % мощности пучка. Этот размер пятна можно записать в виде

$$\omega_{l,m} = C_{l,m} \omega, \quad (7.49)$$

где  $C_{l,m}$  — численный коэффициент, который всегда больше 1 и зависит от модовых индексов  $l$  и  $m$  и значение которого нетрудно найти из рис. 7.7. Заметим, что в соответствии с данным определением коэффициент  $C_{0,0} \approx 1,16$  и эффективный размер пятна моды  $TEM_{00}$  равен приблизительно  $1,16\omega$ . Кроме того, эффективный размер пятна возрастает с увеличением модовых индексов  $l$  и  $m$ . Определим расходимость пучка как

$$\theta_{l,m} = \lim_{z \rightarrow \infty} \omega_{l,m}/z = C_{l,m} \lim_{z \rightarrow \infty} \omega/z; \quad (7.50)$$

здесь использовано соотношение (7.49). Поскольку на больших расстояниях от положения перетяжки  $\omega \approx \lambda z/\pi\omega_0$ , то выражение (7.50) принимает вид

$$\theta_{l,m} = C_{l,m} \lambda/\pi\omega_0, \quad (7.51)$$

откуда следует, что расходимость гауссовой моды высшего порядка всегда больше, чем у моды  $TEM_{00}$ . Заметим, что согласно выбранному определению эффективного размера пятна расходимость моды  $TEM_{00}$  будет примерно в 1,16 раза больше, чем это следует из выражения (7.48). Кроме того, если мы определим эффективный размер пятна  $\omega_{0,0}$  моды  $TEM_{00}$  в плоскости перетяжки пучка как  $\omega_{0,0} = 1,16 \omega_0$ , то расходимость пучка этой моды можно представить как  $\theta_{0,0} = 1,16 \lambda/\pi\omega_0 = (1,16)^2 \lambda/\pi\omega_{0,0}$ .

Подводя итог полученным результатам, можно сказать, что расходимость  $\theta_d$  пространственно-когерентной волны можно записать в виде

$$\theta_d = \beta \lambda/D, \quad (7.52)$$

где  $D$  — соответствующим образом определенный диаметр пучка и  $\beta$  — числовой коэффициент порядка единицы, точное значение которого зависит от распределения амплитуды поля, а также от способа, которым определены значения  $\theta_d$  и  $D$ . Такой пучок обычно называется *дифракционно-ограниченным*.

### 7.6.2. Пучки с частичной пространственной когерентностью

Расходимость электромагнитной волны с частичной пространственной когерентностью больше, чем у пространственно-когерентной волны, имеющей такое же распределение интенсивности. Это можно понять, например, из рис. 7.5, а: если волна не является пространственно-когерентной, то вторичные волны, излученные с поперечного сечения  $AB$ , не должны больше находиться в фазе и волновой фронт, образованный вследствие дифракции, должен иметь большую расходимость по сравнению с той, которая получается из выражения (7.43). Строгое рассмотрение этой задачи (т. е. задачи о распространении частично-когерентных волн) выходит за рамки настоящей книги, и читателю мы рекомендуем обратиться к более специализированным книгам [3, с. 508—518]. Мы же ограничимся изучением относительно простого случая пучка диаметром  $D$  (рис. 7.8, а), который состоит из множества пучков (показанных на рисунке в виде заштрихованных кружков) меньшего диаметра  $d$ . Будем предполагать, что каждый из этих пучков меньшего диаметра является дифракционно-ограниченным (т. е. пространственно-когерентным).

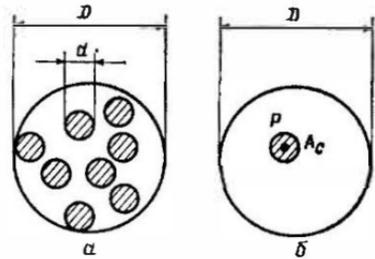


Рис. 7.8. Примеры, иллюстрирующие различные свойства расходимости когерентной и частично-когерентной волн. а — пучок диаметром  $D$  представляет собой суперпозицию множества меньших по размеру когерентных пучков диаметром  $d$ ; б — пучок диаметром  $D$  и область когерентности  $A_c$  в точке  $P$ .

Тогда, если составляющие пучки взаимно некоррелированы, расходимость всего пучка в целом будет равна  $\theta_a = \beta\lambda/d$ . Если бы такие пучки были коррелированными, то расходимость была бы равна  $\theta_a = \beta\lambda/D$ . Этот последний случай фактически эквивалентен множеству антенн (маленьких пучков), которые все излучают синхронно друг с другом. После этого простого примера можно рассмотреть общий случай, когда пространственно-когерентный пучок имеет данное распределение интенсивности по его диаметру  $D$  и данную область когерентности  $A_c$  в каждой точке  $P$  (рис. 7.8, б). По аналогии с предыдущим примером нетрудно понять, что в этом случае  $\theta_a = \beta\lambda/[A_c]^{1/2}$ , где  $\beta$  — числовой коэффициент порядка единицы, значение которого зависит как от конкретного распределения интенсивности, так и от способа, каким определялась область  $A_c$ . Таким образом, понятие направленности тесно связано с понятием пространственной когерентности.

После общих замечаний о пучке с частичной пространственной когерентностью мы можем перейти к рассмотрению особенно важного случая лазерной генерации на многих поперечных модах. Таким образом, мы рассмотрим устойчивый лазерный резонатор, в котором поперечный размер  $2a$  активной лазерной среды значительно больше размера пятна моды  $TEM_{00}$ , распространяющейся внутри этой среды. Соответствующими примерами могут быть непрерывный или импульсный твердотельные лазеры, поэтому мы можем обратиться к случаю, показанному на рис. 5.14. Однако последующее рассмотрение применимо вообще к любому многомодовому лазеру с устойчивым резонатором. Для простоты предположим, что размер пятна  $w$  в среде приблизительно равен размеру пятна  $w_0$  в перетяжке пучка. Поскольку радиус  $a$  существенно больше, чем  $w_0$ , следует ожидать, что будет возбуждено много поперечных мод, которые заполняют поперечное сечение лазерной среды. Предполагается, что возбуждаемая мода высшего порядка ограничена до размера, который незначительно обрезается апертурой среды. Поперечные индексы этой моды можно найти из рис. 7.7, если известны максимально допустимые потери возбуждаемой моды. Предположим, например, что эти потери равны 10 %, тогда 90 % мощности этой моды высшего порядка должно проходить через лазерную апертуру. В этом случае эффективный размер пятна  $w_{l,m}$  в соответствии с определением, данным в предыдущем разделе, должен быть равен радиусу  $a$  среды, т. е.  $w_{l,m} = a$ . С помощью выражения (7.49) получаем

$$a = C_{l,m} w = C_{l,m} w_0. \quad (7.53)$$

При данных значениях  $a$  и  $w_0$  выражение (7.53) позволяет вычислить коэффициент  $C_{l,m}$ , который затем можно использовать в выражении (7.51), чтобы найти расходимость моды. Поскольку эта мода имеет самую большую расходимость, ее можно грубо оценить по полной расходимости пучка  $\theta_a$ , предполагая, что она равна расходимости этой моды  $\theta_{l,m}$ . Из выражений (7.51) и (7.53) получаем

$$\theta_a \approx a\lambda/\pi w_0^2. \quad (7.54)$$

Выражение (7.54) полезно в ряде случаев. Если известен размер  $w_0$ , то его можно использовать для оценки ожидаемой расходимости многомодового лазера. Если размер  $w_0$  не известен, а расходимость  $\theta_a$  измерена, то из (7.54) можно получить оценку  $w_0$ . Заметим, что в соответствии с выражением (7.54) расходимость пучка многомодового лазера увеличивается с увеличением апертуры  $a$  резонатора и уменьшением размера пятна  $w_0$  моды  $TEM_{00}$ .

От данной некогерентной лампы  $S$  можно получить пространственно-когерентную волну, а именно существенно снизить ее расходимость, если использовать устройство, изображенное на рис. 7.9. Свет от лампы  $S$  фокусируется на небольшой диафрагме диаметром  $d$ , расположенной в фокальной плоскости линзы  $L'$ . Свет, прошедший через эту диафрагму, будет заполнять большой конус углов (сплошные линии на рис. 7.9), соответствующий фокусирующему конусу линзы  $L$ . Однако пучок, образующийся в результате дифракции на этой диафрагме, имеет значительно меньшую расходимость  $\theta = 1,22\lambda/d$  и будет таким образом занимать область, которая на рис. 7.9 заштрихована.

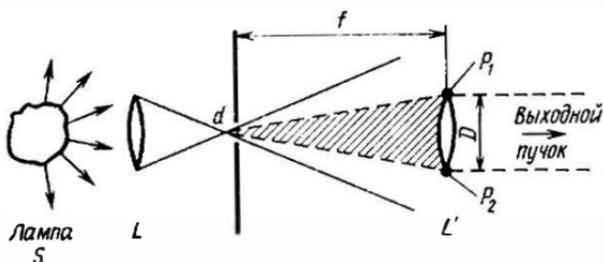


Рис. 7.9. Метод получения когерентного пучка от некогерентного источника (лампы).

Если теперь апертура  $D$  собирающей линзы  $L'$  удовлетворяет условию  $D = 2\theta f = 2,44\lambda f/d$ , где  $f$  — фокусное расстояние линзы, то линза будет собирать только свет, дифрагированный на диафрагме и формировать при этом когерентный пучок на выходе. Однако это доказательство является довольно упрощенным, поскольку оно использует соотношение (7.43), которое справедливо лишь в случае, когда диафрагма освещается светом, который уже является когерентным. Более строгое решение этой задачи требует изучения распространения частично-когерентных электромагнитных волн [3, с. 508—518]. Предположим для простоты (а также потому, что это нередко встречающийся на практике случай), что падающая на диафрагму волна не имеет пространственной когерентности. В этом случае из хорошо известной теоремы ван Циттерта — Цернике [3, с. 508—518] следует, что если пучок, выходящий из линзы  $L'$  (см. рис. 7.9), должен иметь некоторое вполне определенное значение пространственной когерентности, то диаметр  $D$  линзы должен быть равен  $D = \beta\lambda f/d$ , где  $\beta$  — числовой коэффициент, который зависит от заданной нами степени когерентности. Например, если мы потребуем, чтобы степень пространственной когерентности между двумя крайними точками  $P_1$  и  $P_2$  на краях линзы имела значение

$|\gamma(P_1, P_2, 0)| = 0,88$ , то мы получим  $\beta = 0,32$ . Это приводит к выражению

$$D = 0,32\lambda f/d, \quad (7.55)$$

которое имеет такой же вид, как и выражение, полученное из первоначального упрощенного рассмотрения, но с другим (и фактически со значительно меньшим) числовым коэффициентом.

## 7.7. Лазерная спекл-картина [6, 7]

После того как мы рассмотрели в предыдущих разделах когерентность первого порядка, упомянем теперь об удивительном явлении, характерном для лазерного излучения и называемом спекл-картиной. Спекл-картину можно увидеть, если наблюдать лазерный свет, рассеянный от стены или рассеивающего транспаранта. Наблюдаемый рассеянный свет состоит из хаотического скопления ярких и темных пятен (или спеклов) (рис. 7.10, а). Несмотря на хаотическое распределение пятен можно различить пятно (или зерно) средних размеров. Из первых же работ стало ясно, что это явление обусловлено интерференцией вторичных волн с усилением и ослаблением, распространяющихся от небольших рассеивающих центров, расположенных на поверхности стены или рассеивающего транспаранта. Поскольку рассматриваемое явление наблюдается только тогда, когда излучение имеет высокую степень когерентности первого порядка, оно представляет собой неотъемлемое свойство лазерного излучения.

Физическую природу наблюдаемой зернистости нетрудно понять как при распространении света в свободном пространстве (рис. 7.10, б), так и при распространении его через систему формирования изображения (рис. 7.10, в), если рассмотреть случай, когда рабочие поверхности рассеивателей имеют очень большую шероховатость в масштабе оптических длин волн. При распространении в свободном пространстве результирующая оптическая волна в любой точке, находящейся на не слишком большом расстоянии от рассеивающей поверхности, состоит из многих когерентных компонент или элементарных волн, каждая из которых испускается со своего микроскопического элемента поверхности. Обратившись к рис. 7.10, б, заметим, что расстояния, пройденные этими различными волнами, могут отличаться на много длин волн. Интерференция сдвинутых по фазе, но когерентных элементарных волн приводит к «зернистому» распределению интенсивности (или спекл-картине, как ее называют). Если оптическое устройство представляет собой систему формирования изображения (рис. 7.10, в), то при объяснении наблю-

даемой картины необходимо учитывать как дифракцию, так и интерференцию. Даже в случае идеально скорректированной системы формирования изображения интенсивность света в данной точке изображения может быть результатом когерентного сложения вкладов световых волн, испущенных из многих независимых участков поверхности. Необходимо только для гарантии суммирования в каждой точке изображений многочисленных сдвинутых по фазе когерентных вкладов, чтобы функция разрешения системы формирования изображения была широкой по сравнению с микроскопическими дефектами поверхности.

Нетрудно получить оценку по порядку величины размера зерна  $d_g$  (т. е. средний размер пятен в спекл-картине) для двух рассмотренных выше схем. В первом случае (рис. 7.11, а) рассеянный свет регистрируется на фотопленке, расположенной на расстоянии  $L$  от рассеивателя, причем между фотопленкой и рассеивателем никаких линз нет. Предположим, что в плоскости регистрации в некоторой точке  $P$  существует светлый спекл. Это означает, что свет, дифрагированный на рассеивателе (например, в точках  $P_1, P_2$

и  $0$ ), будет интерферировать в точке  $P$  преимущественно с усилением, давая в результате ненулевое значение амплитуды поля. Подходя эвристически, при этом можно утверждать, что вклады от дифракции в точке  $P$  от волн, рассеянных в точках  $P_1, P'_1, P''_1$  и т. д., складываются (в среднем) в фазе с волнами, рассеянными в точках  $P_2, P'_2, P''_2$  и т. д. Теперь можно спросить, сколь далеко необходимо переместить точку  $P$  вдоль оси  $x$  в

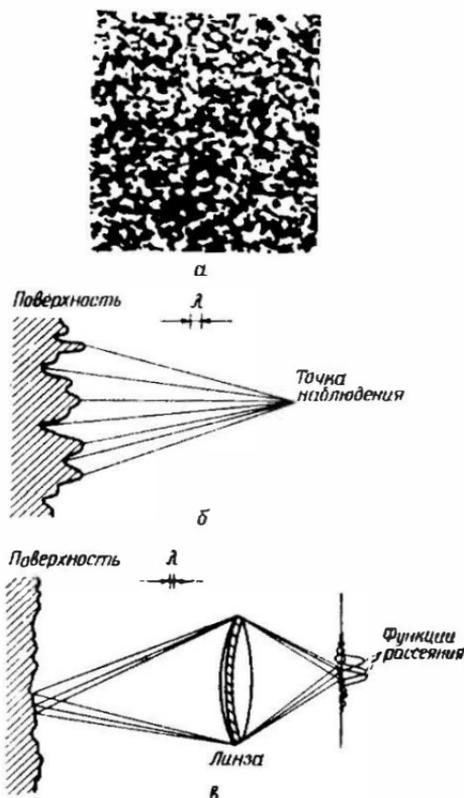
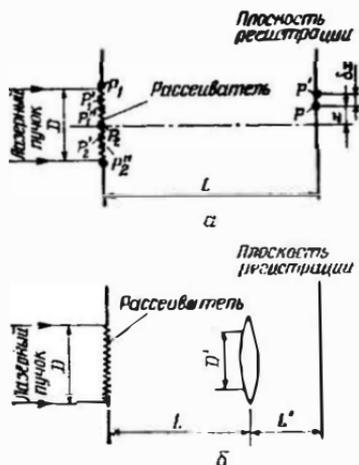


Рис. 7.10. Спекл-картина (а) и ее физическая интерпретация при распространении света в свободном пространстве (б) и через систему, формирующую изображение (в).

плоскости регистрации, чтобы расстроить наблюдаемую интерференцию с усилением. Это произойдет, когда вклады от волн, дифрагированных, например, от точек  $P_1$  и  $P_2$  в новую точку  $P'$ , интерферируют с ослаблением, а не с усилением. В этом случае можем показать, что вклады от точек  $P'_1$ ,  $P'_2$  будут также интерферировать с ослаблением, как и в случае точек  $P''_2$ ,  $P''_2$  и т. д., и полная интенсивность света будет иметь минимальное значение.



Например, выберем точки  $P_1$  и  $P_2$  и потребуем, чтобы изменение  $\delta x$  координаты  $x$  точки  $P$  было таким, что соответствующее изменение  $\delta(P_2P - P_1P)$  разности длин  $P_2P - P_1P$  было равно  $\lambda/2$ . Поскольку расстояние  $P_2P = (x^2 + L^2)^{1/2}$  и расстояние  $P_1P = \{[(D/2) - x]^2 + L^2\}^{1/2}$ , то (для  $D \ll L$ ) получаем  $\delta(P_2P - P_1P) \approx (D/2L)\delta x$ . Если потребовать, чтобы  $\delta(P_2P - P_1P) = \lambda/2$ , то находим

$$\delta x = \lambda L / D. \quad (7.56)$$

Аналогичным образом нетрудно показать, что точно такой же результат получается, если рассмотреть точки  $P'_1$  и  $P'_2$  (или точки  $P''_1$  и  $P''_2$  и т. д.), а не точки  $P_1$  и  $P_2$ . Снова все соответствующие вклады от волн (в среднем) будут складываться с ослаблением, а не с усилением. Таким образом, для размера зерна  $d_g$  можно написать следующее приближенное выражение:

$$d_g = 2\delta x = 2\lambda L / D. \quad (7.57)$$

Следует заметить, что аналогичный подход можно использовать при расчете диаметра пятна пучка в фокальной плоскости линз. Рассмотрим случай, когда рассеиватель на рис. 7.11, а помещен перед линзой с фокусным расстоянием  $f = L$ . Тогда максимум интенсивности будет в точке с координатой  $x = 0$  (т. е. в центре плоскости регистрации), поскольку линза даст сферический волновой фронт и вклады от волн, дифрагированных в точках  $P_1$ ,  $P'_1$ ,  $P''_1$  и т. д., складываются в фазе с волнами, исходящими из точек  $P_2$ ,  $P'_2$ ,  $P''_2$  и т. д. Размер пятна в фокальной плоскости снова приближенно дается выражением (7.57), и для рассматриваемого случая мы имеем  $d_g = 2\lambda f / D$ . Этот результат

сравним с точным значением  $d = 2,44\lambda f/D$ , полученным с помощью рис. 7.6. Следовательно, можно теперь понять следующее общее свойство дифрагированной волны: если вся апертура диаметром  $D$  дает когерентный вклад при формировании одного или многих пятен дифрагированным светом в плоскости регистрации на расстоянии  $L$ , то в любом случае минимальный размер пятна в этой плоскости приближенно равен  $2\lambda L/D$ <sup>1)</sup>. Заметим, что в случае рассеивателя этот когерентный вклад от всей апертуры  $D$  имеет место при условии, что 1) диаметр  $d_s$  отдельного рассеивающего центра гораздо меньше диаметра отверстия  $D$  и 2) в плоскости регистрации имеется существенное перекрытие между дифрагированными пучками от различных рассеивающих центров. Это означает, что сечение любого из этих пучков в плоскости регистрации ( $\sim \lambda L/d_s$ ) больше, чем среднее расстояние между ними ( $\sim D$ ). Следовательно, длина  $L$  должна быть такой, чтобы выполнялось неравенство  $L > d_s D/\lambda$ . Например, если  $d_s = 10$  мкм и  $\lambda = 0,5$  мкм, то  $L > 20 D$ .

Второй случай, который мы рассмотрим, характеризуется тем, что рассеянный свет регистрируется на фотопленке после того, как он прошел через линзу, которая отображает рассеиватель на фотопленку. Перед линзой помещена диафрагма диаметром  $D'$  (рис. 7.11, б). Если расстояние  $L$  снова является таким, что выполняется неравенство  $L > d_s D/\lambda$ , то диаметр зерна  $d_g$  на линзе будет определяться выражением (7.57). Как и в предыдущем случае, будем считать, что 1) диаметр зерна  $d_g$  много меньше диаметра отверстия  $D'$  и 2) в плоскости регистрации имеется существенное перекрытие пучков, дифрагированных от различных зерен. Это означает, что сечение любого из данных пучков в плоскости регистрации ( $\lambda L'/d_g$ ) больше, чем среднее расстояние между ними ( $D'$ ). В соответствии с (7.57) это, очевидно, означает, что  $D' < D(L'/L)$ . Если оба этих предположения выполняются, то диаметр зерна  $d'_g$  в плоскости регистрации дается выражением

$$d'_g = 2\lambda L'/D'. \quad (7.58)$$

В этом случае мы имеем целый пучок диаметром  $D'$ , который действует когерентно при формировании каждого отдельного пятна дифрагированным светом. Заметим, что устройство на рис. 7.11, б также соответствует случаю, когда глаз смотрит непосредственно на рассеивающую поверхность. В этом случае

<sup>1)</sup> Поскольку  $L \gg D$ , то распределение поля в плоскости регистрации определяется пространственным фурье-преобразованием распределения во входной плоскости [8]. Это свойство следует из общего характера фурье-преобразования.

линзой служит хрусталик, а плоскостью регистрации — сетчатка глаза. Соответственно величина  $d'_g$ , определяемая выражением (7.58), представляет собой диаметр зерна на сетчатке глаза. Заметим, что видимый диаметр зерна на рассеивающей поверхности  $d_{ag} = d'_g (L/L') = 2\lambda L/D'$ . Он возрастает с увеличением расстояния  $L$ , т. е. с увеличением расстояния между наблюдателем и рассеивающей поверхностью. В то же время он уменьшается с увеличением диаметра диафрагмы (например, когда глаз адаптирован в темноте). Оба этих результата действительно подтверждаются в экспериментах.

Спекл-шум часто является нежелательным свойством когерентного света. Пространственное разрешение объектов, освещенных лазерным светом, во многих случаях ограничивается спекл-шумом. Спекл-шум возникает также в реконструированном изображении голограммы и ограничивает пространственное разрешение этого изображения. Поэтому были разработаны методы, которые уменьшают влияние спекл-картины при когерентном освещении объектов [7]. Однако спекл-шум не всегда является вредным эффектом. Действительно, разработаны методы, в которых используются свойства спекл-картины (спекл-интерферометрия), чтобы определять довольно простым способом деформации крупных объектов, вызываемые, например, напряжениями или вибрациями [7].

## 7.8. Яркость

В гл. 1 [см. рис. 1.7 и выражение (1.13)] мы уже определяли яркость  $B$  в данной точке источника света для данного направления излучения. Следует заметить, что наиболее существенным параметром лазерного пучка (и, вообще говоря, любого источника света) является не мощность и не интенсивность, а яркость. Действительно, сравним, например, два лазера 1 и 2, имеющие одинаковые диаметры выходных пучков и мощности излучения, но в одном угол расходимости выходного пучка равен  $\theta_1$ , а в другом —  $\theta_2$ , причем  $\theta_2 > \theta_1$ . В соответствии с утверждением, сделанным по поводу рис. 7.5, б, можно видеть, что пучок лазера 1 дает более высокую интенсивность в фокусе линзы. Поскольку телесный угол излучения  $\Omega$  пропорционален квадрату угла расходимости, пучок лазера 1 имеет большую яркость, чем пучок лазера 2. Следовательно, интенсивность, которую можно получить в фокусе линзы, пропорциональна яркости пучка. Поскольку в большинстве практических применений интерес представляет интенсивность пучка, которую можно полу-

читать при фокусировании с помощью линзы, яркость является важным параметром. Это подтверждается тем фактом, что, хотя интенсивность пучка можно увеличить, его яркость при этом остается без изменения. На рис. 7.12 приведена простая схема с конфокальными линзами, которая позволяет уменьшить диаметр пучка, если  $f_2 < f_1$ . При этом интенсивность выходного пучка будет больше интенсивности входного. Однако расходимость выходного пучка ( $\sim \lambda/D_2$ ) будет также больше, чем расходимость входного пучка ( $\sim \lambda/D_1$ ), и, следовательно, яркость останется неизменной. Это свойство, продемонстрированное

здесь на конкретном примере, справедливо и в общем случае (даже для некогерентных источников излучения). А именно для данного источника света и оптической системы, формирующей изображение, изображение не может быть ярче исходного источника излучения [3, с. 189, 190] (это справедливо при условии, что источник и изображение находятся в среде с одним и тем же показателем преломления).

Яркость лазерного излучения на несколько порядков величины больше, чем яркость наиболее мощных некогерентных источников. Это обусловлено чрезвычайно высокой направленностью лазерного пучка. Сравним, например, одномодовый He—Ne-лазер, длина волны излучения которого  $\lambda = 0,63$  мкм, а выходная мощность равна 1 мВт, с наиболее ярким источником света. Таким источником может быть ртутная лампа с высоким давлением паров ртути (лампа фирмы РЕК Labs типа 107/109), имеющая выходную мощность  $\sim 100$  Вт и яркость  $B \sim 95$  Вт/(см<sup>2</sup>·ср) для наиболее интенсивной излучаемой ею зеленой линии ( $\lambda = 546$  нм,  $\Delta\lambda = 10$  нм). Чтобы получить дифракционно-ограниченный пучок света, можно воспользоваться схемой, показанной на рис. 7.9. Телесный угол света, излучаемого точечным отверстием и собираемого линзой  $L'$ , равен  $\Omega = \pi D^2/4f^2$ , а площадь излучающей поверхности  $A = \pi d^2/4$ . Поскольку яркость изображения лампы в плоскости диафрагмы не может быть больше яркости самой лампы, выходная мощность пучка равна по крайней мере

$$P = B\Omega A \approx (\lambda/4)^2 B \approx 1,7 \cdot 10^{-8} \text{ Вт}; \quad (7.59)$$

при вычислениях здесь мы использовали выражение (7.55). Выходная мощность лампы оказывается приблизительно на пять

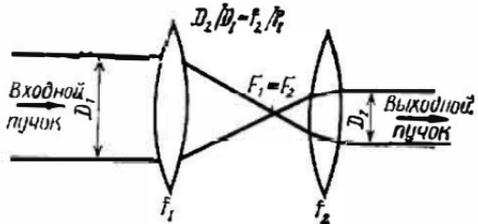


Рис. 7.12. Метод увеличения интенсивности плоской волны.

порядков величины меньше мощности излучения He—Ne-лазера. Из (7.59) можно также видеть, что мощность дифракционно-ограниченного пучка, излучаемого лампой, зависит лишь от ее яркости. Это служит еще одним доказательством того, насколько важным является понятие яркости.

## 7.9. Сравнение лазерного и теплового излучений

Используя устройство, показанное на рис. 7.9, можно добиться того, чтобы два пучка (от лазера и от ртутной лампы) имели одну и ту же степень пространственной когерентности. Чтобы получить ту же самую степень временной когерентности, в устройство на рис. 7.9 необходимо ввести фильтр, который пропускал бы только в очень узкой полосе частот, совпадающей с полосой частот генерации  $\Delta\nu_{\text{ген}}$  He—Ne-лазера. Будем считать, что ширина полосы генерации лазера  $\Delta\nu_{\text{ген}} \approx 1$  кГц. Поскольку ширина линии излучения рассматриваемой ртутной лампы  $\Delta\nu = 10^{13}$  Гц, благодаря фильтрации выходная мощность уменьшается еще более чем на десять порядков величины (теперь  $P \approx 10^{-18}$  Вт). Напомним, что первоначальная мощность лампы равнялась 100 Вт! Это также показывает, насколько более сложно получить явление интерференции света (для осуществления которой требуются источники света высокой когерентности), применяя некогерентные источники света.

Этот выходной пучок от ртутной лампы теперь имеет такую же пространственную и временную когерентность, что и He—Ne-лазер. Поэтому естественно спросить, обладает ли этот свет точно такими же характеристиками когерентности, как и лазерный пучок. Ответ на такой вопрос является отрицательным. Несмотря на предпринятые меры, которые столь отрицательно сказались на выходной мощности, лазерное излучение все же более когерентное, чем «отфильтрованный» свет лампы. Это различие обусловлено, как показано в разд. 7.4, разными статистическими свойствами двух источников света. В разд. 7.4 мы действительно показали, что флуктуации пучка непрерывного лазера по существу состоят из случайных колебаний его фазы в пределах угла  $2\pi$  (рис. 7.1, а), в то время как флуктуации теплового излучения обусловлены случайными движениями в окрестности начала координат точки, представляющей величину  $E(t)$  в плоскости  $E^{(r)}$ ,  $E^{(i)}$ . Если теперь два пучка приготовлены таким образом, что они имеют одинаковую временную когерентность, то скорость движения этой характерной точки для обоих случаев на рис. 7.1, а, б будет той же самой. Если затем сделать так, что оба пучка будут иметь одинаковую пространственную когерентность, то указанная скорость движения будет той же самой

в любой точке волнового фронта. Предположим, что интенсивности обоих пучков одинаковы. Это можно в принципе осуществить либо ослаблением лазерного пучка линейным аттенуатором, либо усилением пучка теплового излучения с помощью линейного усилителя (с коэффициентом усиления  $10^{15}$  в примере, рассмотренном в предыдущем разделе!). Это означало бы просто, что в выражении (7.9) величина  $E_0$  такова, что  $E_0^2$  равно средней интенсивности  $\langle I \rangle$  излучения теплового источника. Несмотря на это статистические свойства лазерного излучения и излучения теплового источника остаются различными, поскольку линейное ослабление или усиление пучка не меняет статистических свойств источников.

### 7.10. Когерентность более высокого порядка [4]<sup>1)</sup>

Дополнительный способ описания различия между излучениями лазера и теплового источника состоит в том, что для соответствующих полей вводятся должным образом определенные функции когерентности высшего порядка. Действительно, в разд. 7.5 когерентные свойства волны были определены с помощью корреляционной функции  $\Gamma^{(1)}$ . Поскольку эта функция включает в себя произведение сигналов, полученных в два разных момента времени или в двух различных точках пространства, она называется корреляционной функцией первого порядка. Соответственно степень когерентности, определяемая с помощью этих функций, описывает статистические свойства волны только первого порядка. В действительности, чтобы получить полное описание поля, необходимо ввести целый класс корреляционных функций высшего порядка. Для краткости обозначим пространственные и временные координаты точки через  $x_i = (r_i, t_i)$ . При этом корреляционную функцию  $n$ -го порядка можно определить следующим образом:

$$\Gamma^{(n)}(x_1, x_2, \dots, x_{2n}) = \langle V(x_1) \cdots V(x_n) V^*(x_{n+1}) \cdots V^*(x_{2n}) \rangle. \quad (7.60)$$

Это выражение содержит произведение  $2n$  членов, каждый из которых представляет собой функцию  $V$ , вычисленную в одной из  $2n$  пространственно-временных точек  $x_1, x_2, \dots, x_{2n}$ . Соответствующая нормированная величина дается выражением

$$\gamma^{(n)}(x_1, x_2, \dots, x_{2n}) = \frac{\langle V(x_1) \cdots V(x_n) V^*(x_{n+1}) \cdots V^*(x_{2n}) \rangle}{\prod_{r=1}^{2n} \langle V(x_r) V^*(x_r) \rangle^{1/2}}, \quad (7.61)$$

<sup>1)</sup> Автор выражает благодарность проф. В. Леджорджно за полезное обсуждение материала этого раздела.

где  $\Pi$  обозначает произведение. Очевидно, при  $n = 1$  эти выражения сводятся к выражениям (7.16а) и (7.17). Заметим, что в эксперименте, описанном в предыдущем разделе, пучки излучения от He—Ne-лазера и ртутной лампы были приготовлены таким образом, что они имели одну и ту же степень пространственной и временной когерентности, т. е. ту же самую корреляционную функцию  $\Gamma^{(1)}$  первого порядка. Однако, поскольку статистические свойства обоих сигналов полностью различны, можно предположить, что корреляционные функции  $\Gamma^{(n)}$  высшего порядка будут отличаться в каждом из двух случаев и можно будет сделать различие между когерентной и некогерентной волнами. Сначала с помощью корреляционных функций высшего порядка необходимо уяснить, что мы подразумеваем под полностью когерентным светом. Начнем с замечания о том, что если волна является полностью когерентной в первом порядке [т. е. если  $|\gamma^{(1)}(x_1, x_2)| = 1$ ], то

$$\Gamma^{(1)}(x_1, x_2) = V(x_1) V^*(x_2), \quad (7.62)$$

т. е. величину  $\Gamma^{(1)}$  можно записать в виде произведения аналитического сигнала в точке  $x_1$  на аналитический сигнал в точке  $x_2$ . Действительно, если полностью отсутствуют флуктуации поля, то средние по ансамблю, например в выражениях (7.11) или (7.16а), будут представлять собой просто произведения соответствующих сигналов. По аналогии полностью когерентную электромагнитную волну определяют как волну, для которой величина  $\Gamma^{(n)}$  факторизуется при любом  $n$ . Таким образом,

$$\Gamma^{(n)}(x_1, x_2, \dots, x_{2n}) = \prod_{r=1}^n V(x_r) \prod_{k=n+1}^{2n} V^*(x_k). \quad (7.63)$$

В самом деле, когда полностью отсутствуют флуктуации поля, среднее по ансамблю выражения (7.60) будет представлять собой произведение аналитических сигналов. В этом случае из (7.61) найдем, что

$$|\gamma^{(n)}(x_1, x_2, \dots, x_{2n})| = 1 \quad (7.64)$$

для любого порядка  $n$ . В частном случае, когда  $x_1 = x_2 = \dots = x_{2n} = x$ , из выражения (7.63) следует, что

$$\Gamma^{(n)}(x, x, \dots, x) = |V(x)|^{2n} = I^n(x) = [\Gamma^{(1)}(x, x)]^n, \quad (7.65)$$

поскольку в этом случае  $I(x) = |V(x)|^2 = \Gamma^{(1)}(x, x)$ .

С хорошим приближением можно считать, что сигнал от непрерывного лазера, генерирующего на одной моде, имеет лишь флуктуации фазы. Однако для частотно-стабилизированного лазера скорость изменения фазы мала. Например, в лазере, гене-

рирующем излучение с шириной полосы  $\Delta\nu_{\text{ген}} = 1$  кГц, изменение фазы будет появляться приблизительно за время  $\tau_{\text{когер}} = 1/\Delta\nu_{\text{ген}} = 1$  мс (так что  $|d\phi/\phi dt| \approx \Delta\nu_{\text{ген}}$ ). Следовательно, на временном интервале, много меньшем чем  $\tau_{\text{когер}}$ , или на расстояниях между эквивазами поверхностями  $2n$  пространственно-временных точек, которые много меньше, чем  $c\tau_{\text{когер}} = 300$  км, флуктуациями фазы можно пренебречь. В этом случае пучок не имеет флуктуаций и может рассматриваться как когерентный во всех порядках. Заметим, что в соответствии с материалом, изложенным в разд. 7.5.4, поле нестационарного лазерного пучка (например, лазера с синхронизацией мод или одномодового лазера с модулированной добротностью) можно также сделать когерентным во всех порядках, если устранить флуктуации. Следовательно, в обоих случаях, когда  $x_1 = x_2 = \dots = x$ , применимо выражение (7.65).

Тепловой же источник света обладает совершенно другими статистическими свойствами, и можно показать, что корреляционные функции высших порядков, описывающие его поведение, должны отличаться от функций, соответствующих когерентному источнику света. Рассмотрим, в частности, случай, когда  $x_1 = x_2 = \dots = x_{2n} = x$ . При этом функцию  $\Gamma^{(n)}(x, x, \dots, x)$  можно найти из следующего выражения:

$$\Gamma^{(n)} = \int E^{2n} p(E) dE^2 / \int p(E) dE^2, \quad (7.66)$$

где  $E = E(x)$  — амплитуда поля в точке с координатой  $x$  [см. выражение (7.8)] и  $p(E)$  — плотность вероятности, определенная в разд. 7.4. Если теперь выражение (7.10) для  $p(E)$  использовать в выражении (7.66), то получим

$$\Gamma^{(n)}(x, x, \dots, x) = n! \langle I \rangle^n = n! [\Gamma^{(1)}(x, x)]^n, \quad (7.67)$$

поскольку в этом случае  $\langle I \rangle = \langle V(x), V(x) \rangle = \Gamma(x, x)$ . Сравнение выражений (7.67) и (7.65) показывает, что при том же самом значении функции  $\Gamma^{(1)}(x, x)$ , т. е. при том же значении (средней) интенсивности функция корреляции  $n$ -го порядка для теплового источника света в  $n!$  раз больше, чем для когерентного источника. Подставляя выражение (7.67) в (7.61), имеем

$$\gamma^{(n)} = n! \quad (7.68)$$

Сравнение выражений (7.68) и (7.64) показывает, что тепловой источник света может удовлетворить условию когерентности лишь при  $n = 1$ , т. е. только в первом порядке. Отсюда следует, что тепловой источник может обеспечить в лучшем случае полную (первого порядка) пространственную и временную когерентности, так, как показано в предыдущем разделе.

## Задачи

7.1. Покажите, что в случае квазимонохроматической электромагнитной волны соотношение (7.7) между интенсивностью  $I(\mathbf{r}, t)$  и величиной  $V^{(r)}$  записывается в виде  $2I = \langle V^{(r)2} \rangle$ , где усреднение проводится по нескольким оптическим периодам. [Указание: воспользуйтесь соотношением (7.5)].

7.2. Вычислите  $\Gamma^{(1)}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_1, \tau)$  для синусоидальной волны.

7.3. Вычислите  $\Gamma^{(1)}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_1, \tau)$  для синусоидальной волны, которая испытывает скачки фазы, как показано на рис. 2.5, с вероятностью  $\rho_\tau$ , определяемой выражением (2.52). Постройте соответствующую зависимость степени когерентности  $\gamma^{(1)}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_1, \tau)$  от  $\tau$  и сравните полученную кривую с приведенной на рис. 7.2.

7.4. Получите выражение (7.18).

7.5. Выведите выражение (7.22).

7.6. Для интерферометра Майкельсона найдите аналитическое соотношение между интенсивностью  $I_c$  и величиной  $2(L_2 - L_3)$  для электромагнитной волны, рассмотренной в задаче 7.3. Вычислите соответствующую видность полос  $V_p(\tau)$ .

7.7. Лазер, работающий на длине волны 10,6 мкм, дает излучение с гауссовой формой линии шириной 10 кГц [ $\Delta\nu_{\text{рен}}$  определяется с помощью соотношения (7.35)]. Воспользовавшись рис. 7.4, б, вычислите расстояние  $\Delta L$  между двумя последовательными максимумами на кривой интенсивности и длину когерентности  $L_c$ .

7.8. Линзой фокусируется пучок с плоским волновым фронтом электромагнитного излучения, круговым поперечным сечением и однородным распределением интенсивности. Во сколько раз увеличится интенсивность в фокусе линзы по сравнению с интенсивностью падающей волны?

7.9. Пучок, излучаемый Nd:YAG-лазером, имеет диаметр  $D \approx 6$  мм, равномерное распределение интенсивности в поперечном сечении и угол расходимости  $\theta_d \approx 3$  мрад. Покажите, что этот пучок не является дифракционно-ограниченным, и оцените размер пятна  $\omega_0$  для моды TEM<sub>00</sub> резонатора.

7.10. Насколько необходимо уменьшить апертуру активного элемента в предыдущей задаче, чтобы снизить вдвое расходимость пучка?

7.11. Каким образом можно измерить расходимость лазерного пучка, описанного в задаче 7.9?

7.12. Предположим, что лазерный пучок, описанный в задаче 7.9, проходит через attenuator, коэффициент пропускания (по мощности)  $T$  которого изменяется с радиусом  $r$  по закону  $T = \exp[-(r/\omega_1)^2]$ , причем  $\omega_1 = 0,5$  мм. Таким образом, пучок, прошедший через attenuator, имеет приблизительно гауссовый профиль интенсивности. Означает ли это, что теперь пучок является гауссовым с размером пятна (по интенсивности)  $\omega_1$ ?

7.13. Лазерный пучок, описанный в задаче 7.9, проходит через телескоп, как показано на рис. 7.12. Вычислите диаметр точечной диафрагмы, которую необходимо поместить в общий фокус телескопа  $F_1 = F_2$ , чтобы получить дифракционно-ограниченный выходной пучок. Заметим, что, поскольку пучок уже обладает достаточно хорошей пространственной когерентностью, следует воспользоваться выражением для когерентного, а не для некогерентного пучка [т. е. выражением (7.55)].

7.14. Покажите, что выражение (7.62) справедливо для идеально синусоидальной волны.

7.15. Покажите, что выражение (7.63) справедливо для идеально синусоидальных волн.

7.16. Рассмотрим лазерный пучок, который генерируется лазером в режиме  $l$  поперечных мод. Напишите соответствующие аналитические сигналы в двух точках  $r_1$  и  $r_2$ , как в (7.40). Предполагая, что частоты генерируемых мод различны, покажите, что

$$\langle V(r_1, t), V(r_2, t) \rangle = \sum_{j=1}^l a_j a_j^* U_j(r) U_j^*(r),$$

где суммирование осуществляется по всем  $l$  генерируемым модам. Покажите, затем, что

$$\gamma^{(1)} = \frac{\sum_{j=1}^l a_j a_j^* U_j(r_1) U_j^*(r_2)}{\left[ \sum_{j=1}^l |a_j|^2 |U_j(r)|^2 \right]^{1/2} \left[ \sum_{k=1}^l |a_k|^2 |U_k(r)|^2 \right]^{1/2}}.$$

Если определить два  $l$ -мерных вектора  $R_1$  и  $R_2$  с компонентами соответственно  $[a_1 U_1(r_1), \dots, a_l U_l(r_1)]$  и  $[a_1 U_1(r_2), \dots, a_l U_l(r_2)]$ , то покажите, что величину  $\gamma^{(1)}$  можно записать в виде  $\gamma^{(1)} = R_1 \cdot R_2 / R_1 R_2$ , где  $R_1$  и  $R_2$  — модули векторов  $R_1$  и  $R_2$ . Покажите, что в соответствии с этим выражением, поскольку  $R_2 \neq R_1$ , всегда справедливо неравенство  $|\gamma^{(1)}| < 1$ , т.е. пучок обладает лишь частичной пространственной когерентностью.

## Литература

1. *Chebotaiev V. P.* — In: *Laser Handbook* (eds. Bass M., Stitch M. L.), North-Holland, Amsterdam, 1985, v. 5, pp. 289—404.
2. *Gabor D., J.*, *Inst. Elec. Eng.*, 93, 429 (1946).
3. *Born M., Wolf E.*, *Principle of Optics*, 6th edn., Pergamon, Oxford, 1980, pp. 491—544. [Имеется перевод: *Борн М., Вольф Э.* Основы оптики. — М.: Наука, 1970.]
4. *Glauber R. J.* — In: *Quantum Optics and Electronics* (eds. C. De Witt, A. Blandin, C. Cohen-Tannoudji), Gordon and Breach, New York, 1965, pp. 71, 94—98, 103, 151—155.
5. *Louisell W. H.*, *Radiation and Noise in Quantum Electronics*, McGraw-Hill Book Co., New York, 1964, pp. 47—53.
6. *Laser Speckle and Related Phenomena* (ed. J. C. Dainty), Springer-Verlag, Berlin, 1975.
7. *Françon M.*, *Laser Speckle and Applications in Optics*, Academic Press, New York, 1979.
8. *Goodman J. M.*, *Introduction to Fourier Optics*, McGraw-Hill Book Co., New York, 1968, ch. 5. [Имеется перевод: *Гудмен Дж.* Введение в фурье-оптику. — М.: Мир, 1970, гл. 5.]

# Преобразование лазерного пучка: распространение, усиление, преобразование частоты, сжатие импульса

## 8.1. Введение

Прежде чем использовать лазерный пучок для каких-либо целей, его, как правило, подвергают некоторому преобразованию. Наиболее общепринятым является такое преобразование пучка, когда его заставляют распространяться в свободном пространстве или пропускают через соответствующую оптическую систему. Поскольку при этом происходит изменение пространственного распределения пучка (например, пучок может быть сфокусирован или расширен), в дальнейшем будем называть такое преобразование *пространственным*. Второй способ преобразования, с которым также довольно часто приходится сталкиваться, имеет место, когда пучок пропускают через усилитель или через цепочку усилителей. При этом изменяется главным образом амплитуда пучка и поэтому такое преобразование будем называть *амплитудным*. Существует еще третий, менее тривиальный способ, когда изменяется длина волны пучка вследствие прохождения его через соответствующую нелинейную оптическую среду (*преобразование длины волны или частоты*). Наконец, с помощью подходящего оптического элемента можно изменять временные характеристики лазерного пучка. Например, с помощью электрооптического или акустооптического модулятора можно модулировать во времени амплитуду непрерывного лазерного пучка или с помощью систем сжатия, использующих нелинейные оптические элементы, можно значительно сократить длительность лазерного импульса. Этот четвертый и последний случай назовем *временным преобразованием*. Следует заметить, что во многих случаях все эти четыре типа преобразования оказываются взаимосвязанными. Например, амплитудное преобразование и преобразование длины волны нередко приводят к одновременным пространственным и временным преобразованиям.

В настоящей главе мы кратко рассмотрим четыре указанных выше преобразования лазерного пучка. В случае частотного преобразования из различных нелинейных оптических явлений, которые можно использовать [1] для достижения такого преобразования, мы рассмотрим здесь лишь параметрические эффекты. Фактически именно они лежат в основе некоторых наиболее эф-

фективных методов, используемых при разработке новых источников когерентного света. Временное преобразование мы рассмотрим лишь в связи со сжатием оптического импульса, а с амплитудной модуляцией читатель может познакомиться в соответствующей литературе [2]. Мы также исключаем из рассмотрения некоторые амплитудные и временные преобразования, являющиеся следствием нелинейных эффектов самофокусировки и фазовой самомодуляции [3], хотя, как следует заметить, они могут играть важную роль в ограничении, например, характеристик лазерных усилителей.

## 8.2. Преобразование в пространстве; распространение гауссова пучка

В этом разделе мы ограничимся рассмотрением распространения гауссова пучка низшего порядка (мода  $TEM_{00}$ ). Такие важные вопросы, как задача о распространении когерентного пучка с негауссовым поперечным распределением [для которого можно по-прежнему использовать интеграл Кирхгофа или уравнение (8.10)] и частично когерентного пучка [4], в данном разделе не затрагиваются.

Выше уже мы обсуждали (разд. 4.6) случай распространения гауссова пучка моды  $TEM_{00}$  в свободном пространстве. Для удобства запишем снова выражения для размера лазерного пятна  $w$  и радиуса кривизны  $R$  поверхностей равных фаз:

$$w^2 = w_0^2 [1 + (\lambda z / \pi w_0^2)^2], \quad (8.1a)$$

$$R = z [1 + (\pi w_0^2 / \lambda z)^2], \quad (8.1b)$$

где  $w_0$  — размер пятна в перетяжке пучка, а  $z$  — координата, измеряемая вдоль направления распространения пучка от перетяжки<sup>1)</sup>. На рис. 8.1 показано, каким образом изменяются размер лазерного пятна и поверхности равных фаз с расстоянием  $z$ . Подчеркнем еще раз, что характер распространения такого пучка зависит только от длины волны и размера пятна  $w_0$  в перетяжке пучка. Вспомним также, что это можно объяснить тем,

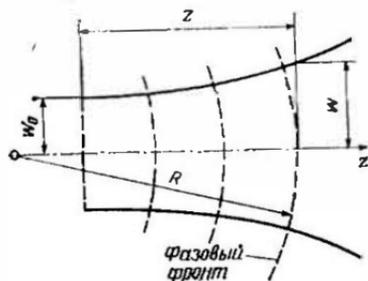


Рис. 8.1. Распространение гауссова пучка.

<sup>1)</sup> Напомним, что радиус кривизны  $R(z)$  принято считать положительным, если центр кривизны находится слева от волнового фронта.

что, если известно значение  $\omega_0$ , то в перетяжке известны как амплитуда, так и фаза волны (волновой фронт в перетяжке плоский). Поскольку при этом распределение поля на всей плоскости  $z = 0$  оказывается известным, мы можем применить теорию дифракции [например, интеграл Кирхгофа (4.73)] и вычислить амплитуду поля в любой данной точке пространства. Здесь мы не будем проводить такого рода вычисления и ограничимся

лишь замечанием по поводу выражения (8.1a), которое выражает тот факт, что квадрат размера пятна пучка на расстоянии  $z$  от перетяжки равен сумме квадратов размера пятна  $\omega_0^2$  в перетяжке и величины  $[(\lambda/\pi\omega_0)z]^2$ , которая определяется дифракцией. В конце данного раздела в качестве упражнения мы получим выражения (8.1) непосредственно из уравнений Максвелла без использования интеграла Кирхгофа.

Рассмотрим теперь особенности распространения гауссова пучка ТЕМ<sub>00</sub>-моды через систему линз. На рис. 8.2 показано поведение пучка после его прохождения

Рис. 8.2. а — распространение гауссова пучка через линзу; б — распространение сферической волны через линзу.

через линзу с фокусным расстоянием  $f$ . Сперва заметим, что непосредственно перед линзой размер пятна  $\omega_1$  и радиус кривизны  $R_1$  волнового фронта пучка в соответствии с (8.1) можно записать в виде

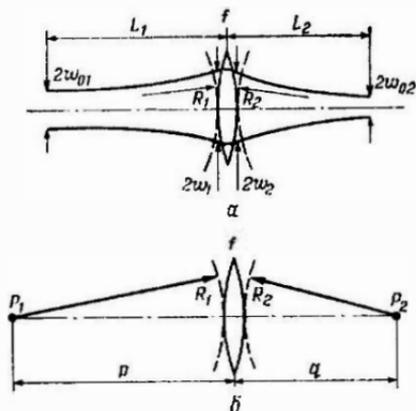
$$\omega_1^2 = \omega_0^2 [1 + (\lambda L_1/\pi\omega_0^2)^2], \quad (8.2a)$$

$$R_1 = L_1 [1 + (\pi\omega_0^2)/(\lambda L_1)^2]. \quad (8.2b)$$

Следует также заметить, что амплитудное распределение пучка при его прохождении через тонкую линзу должно оставаться неизменным, т. е. не должно быть скачкообразного изменения размера пятна. Таким образом, можно написать следующее равенство:

$$\omega_2 = \omega_1, \quad (8.3a)$$

где  $\omega_2$  — размер пятна пучка после линзы. Для вычисления кривизны волнового фронта рассмотрим случай, когда через ту же линзу распространяется сферическая волна (рис. 8.2, б). Сферическая волна, испускаемая точечным источником  $P_1$ , фокуси-



руется линзой в точку изображения  $P_2$ . Из геометрической оптики следует хорошо известное соотношение  $1/p + 1/q = 1/f$ . Поскольку радиусы  $R_1$  и  $R_2$  двух сферических волновых фронтов непосредственно перед линзой и после нее равны  $p$  и  $-q$  соответственно<sup>1)</sup>, можно также записать

$$1/R_1 - 1/R_2 = 1/f. \quad (8.36)$$

Таким образом, в соответствии с этой формулой сферическая линза преобразует радиус кривизны  $R_1$  падающей волны в радиус кривизны  $R_2$  выходящей волны. Аналогичным образом радиус кривизны выходящего гауссова пучка, показанного на рис. 8.2, *a*, будет также определяться формулой (8.36). Следовательно, мы имеем теперь как амплитудное [с помощью формулы (8.3а)], так и фазовое [с помощью формулы (8.3б)] распределения поля волны на выходе линзы. Эта волна имеет гауссово распределение по амплитуде и сферический волновой фронт, т. е. гауссов пучок остается гауссовым и после того, как он пройдет через систему (тонких) линз. Этот результат остается верным и в случае прохождения пучка через систему толстых линз, в чем можно убедиться, рассматривая толстую линзу как совокупность тонких. Зная размер пятна и радиус кривизны волнового фронта непосредственно после линзы, можно вычислить соответствующие величины в любой точке пространства. Например, размер пятна  $w_{02}$  в новой перетяжке пучка и расстояние  $L_2$  от линзы до этой перетяжки можно найти, выполняя расчеты по формулам (8.1) в обратном порядке. При некоторых прямых преобразованиях мы приходим к следующим двум выражениям:

$$L_1 = f \pm (w_{01}/w_{02}) (f^2 - f_0^2)^{1/2}, \quad (8.4a)$$

$$L_2 = f \pm (w_{02}/w_{01}) (f^2 - f_0^2)^{1/2}, \quad (8.4б)$$

откуда получаем  $w_{02}$  и  $L_2$ . Входящая в (8.4) величина  $f_0$  дается выражением

$$f_0 = \pi w_{01} w_{02} / \lambda, \quad (8.5)$$

при этом в выражениях (8.4) можно выбрать либо оба знака плюс, либо оба минус. Выражения (8.4) и (8.5) весьма полезны при решении различных задач, связанных с распространением гауссова пучка (см. задачи 8.2 и 8.3). Здесь мы ограничимся лишь следующим замечанием: если первая перетяжка совпадает с первой фокальной плоскостью ( $L_1 = f$ ), то вторая перетяжка

<sup>1)</sup> Обратите внимание на упомянутое выше соглашение относительно знаков.

совпадает со второй фокальной плоскостью линзы ( $L_2 = f$ ). Заметим также, что в общем случае плоскости обеих перетяжек не связаны соотношением геометрической оптики (т. е.  $1/L_1 + 1/L_2 \neq 1/f$ ). Следует заметить, что данную проблему можно также решить с помощью закона ABCD для распространения гауссова пучка (см. разд. 4.6). Предположим, что

$$\begin{vmatrix} A & B \\ C & D \end{vmatrix}$$

— лучевая матрица, соответствующая оптической системе между двумя плоскостями перетяжек пучка на рис. 8.2, а. Значения элементов матрицы зависят от  $L_1$ ,  $L_2$  и  $f$ , и их нетрудно вычислить, следуя процедуре, описанной в разд. 4.2.1. При этом комплексные параметры пучка  $q_2$  и  $q_1$  в плоскостях перетяжек связаны соотношением (4.112). В рассматриваемом случае как  $q_1$ , так и  $q_2$  являются чисто мнимыми и записываются следующим образом:

$$q_1 = i\pi\omega_{01}^2/\lambda, \quad (8.5a)$$

$$q_2 = i\pi\omega_{02}^2/\lambda. \quad (8.5b)$$

Подстановка этих выражений в соотношение (4.112) даст два уравнения, одно из которых следует из приравнивания вещественных частей, а другое — из приравнивания мнимых. Решение этих двух уравнений приводит к (8.4).

Прежде чем закончить данный раздел, покажем в качестве упражнения, как можно вывести выражения (8.1) из уравнений Максвелла без применения интеграла Кирхгофа. В скалярном случае уравнения Максвелла приводят к следующему волновому уравнению<sup>1)</sup>:

$$\nabla^2 E - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 E}{\partial t^2} = 0. \quad (8.6)$$

Монохроматическую волну можно записать в виде  $E(x, y, z, t) = E(x, y, z) \exp(i\omega t)$ . Подстановка этого выражения в уравнение (8.6), дает уравнение Гельмгольца

$$\nabla^2 E(x, y, z) + k^2 E(x, y, z) = 0, \quad (8.7)$$

где  $k = \omega/c$ . В случае радиально-симметричного пучка уравнение (8.7) можно записать в цилиндрических координатах:

$$\left( \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) E + k^2 E = 0. \quad (8.8)$$

<sup>1)</sup> В работе [5] указывается, что к строгому выводу этого уравнения необходимо подходить с некоторой осторожностью.

Ищем теперь решение в виде

$$E(r, z) = U(r, z) \exp(-ikz), \quad (8.9)$$

где мы предполагаем, что  $U(r, z)$  как функция координаты  $z$  слабо меняется с длиной волны ( $\lambda = 2\pi/k$ ). Подставляя (8.9) в уравнение (8.8) и используя приближение медленноменяющейся амплитуды (т. е. считая, что  $\partial^2 U / \partial z^2 \ll k \partial U / \partial z$ ), получаем

$$\left( \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \right) U - 2ik \frac{\partial U}{\partial z} = 0. \quad (8.10)$$

Это и есть искомое фундаментальное уравнение (называемое уравнением квазиоптики), которое широко применяется в теории дифракции. Его следует решать при соответствующих граничных условиях.

Чтобы решить уравнение (8.10) в нашем случае, наложим следующее граничное условие (см. рис. 8.1):

$$U(r, 0) = \exp(-r/\omega_0)^2. \quad (8.11)$$

Соответственно для  $z > 0$  будем искать решение в общем виде гауссовой функции

$$U(r, z) = \exp(\alpha - \beta r^2), \quad (8.12)$$

где как  $\alpha$ , так и  $\beta$  являются комплексными функциями координаты  $z$ . Прежде чем продолжить наши вычисления, покажем, какой физический смысл имеют величины  $\alpha$  и  $\beta$ . Вещественная часть величины  $\alpha$  описывает изменение амплитуды на оси пучка (где  $r = 0$ ) по мере его распространения, а мнимая часть величины  $\alpha$  определяет фазовый сдвиг, который добавляется к фазовому сдвигу  $kz$  плоской волны, уже учтенному в решении (8.9). Вещественная часть величины  $\beta$  (обозначим ее через  $\beta_r$ ) связана, очевидно, с радиусом пятна пучка  $\omega$  соотношением

$$\beta_r = 1/\omega^2. \quad (8.13)$$

Чтобы понять смысл мнимой части  $\beta_i$  величины  $\beta$ , заметим, что в соответствии с выражениями (8.9) и (8.12) фаза волны имеет вид  $kz + \beta_i r^2$ . Таким образом, поверхности равной фазы, которые пересекают ось  $z$  в точке  $z = z_0$ , должны удовлетворять условию

$$kz + \beta_i r^2 = kz_0. \quad (8.14)$$

Это есть не что иное, как уравнение параболоида вращения, уже рассматривавшееся в разд. 4.5 [ср. выражение (8.14) и (4.102)]. Как показано в том же разделе, для точек, находящихся не

очень далеко от оси, параболоид можно аппроксимировать сферической поверхностью с радиусом кривизны

$$R = k/2\beta_i. \quad (8.15)$$

Таким образом, в соответствии с этим выражением  $\beta_i$  определяет радиус кривизны эквифазной поверхности внутри пучка в точке с координатами  $(r, z)$ .

Теперь мы готовы к тому, чтобы подставить решение (8.12) в волновое уравнение (8.10) и использовать граничное условие (8.11). Подстановка дает

$$r^2 \left( ik \frac{d\beta}{dz} + 2\beta^2 \right) - \left( ik \frac{d\alpha}{dz} + 2\beta \right) = 0. \quad (8.16)$$

Поскольку это выражение должно быть равно нулю при любом  $r$ , каждый из двух членов в скобках должен быть равен нулю, т. е.

$$ik \frac{d\beta}{dz} + 2\beta^2 = 0, \quad (8.17a)$$

$$ik \frac{d\alpha}{dz} + 2\beta = 0. \quad (8.17b)$$

С учетом граничного условия (8.11) решение уравнения (8.17a) можно записать в виде

$$\beta = \frac{ik}{2(z + i\pi\omega_0^2/\lambda)}. \quad (8.18)$$

Подставляя эту величину в (8.18) и снова используя граничное условие (8.11), из уравнения (8.17b) получаем

$$\alpha = -\ln(1 - iz\lambda/\pi\omega_0^2). \quad (8.19)$$

Вычисляя с помощью (8.18) вещественную и мнимую части величины  $\beta$  и используя выражения (8.13) и (8.15), мы приходим к формулам соответственно (8.1a) и (8.16). С помощью (8.1a) выражение (8.19) можно записать в виде

$$\exp \alpha = (\omega_0/\omega) \exp(i\phi), \quad (8.20)$$

где величина

$$\phi = \arctg(\lambda z/\pi\omega_0^2) \quad (8.21)$$

представляет собой дополнительный фазовый сдвиг, добавляемый к обычному фазовому сдвигу плоской волны. Из (8.9), (8.12), (8.13), (8.15) и (8.20) окончательно получаем общее выражение для амплитуды поля [ср. с (4.95)]:

$$E(r, z) = \frac{\omega_0}{\omega} \exp \left[ -i(kz - \phi) - r^2 \left( \frac{1}{\omega^2} + \frac{ik}{2R} \right) \right]. \quad (8.22)$$

### 8.3. Преобразование амплитуды: лазерное усиление [6—8]

В этом разделе мы рассмотрим работу лазерного усилителя с помощью скоростных уравнений. Допустим, что плоская волна постоянной интенсивности  $I$  падает (в точке  $z=0$ ) на лазерный усилитель длиной  $l$  вдоль оси  $z$ . Ограничимся рассмотрением случая, когда падающее излучение имеет вид импульса длительностью  $\tau_p$ , причем  $\tau_1 \ll \tau_p \ll (\tau, W_p^{-1})$ , где  $\tau_1$  — время жизни нижнего, а  $\tau$  — время жизни верхнего уровня активной среды и  $W_p$  — скорость накачки усилителя. Это, по-видимому, наиболее подходящий набор условий, необходимых для лазерного усиления. Он применяется, например, когда нужно усилить импульс излучения Nd:YAG-лазера в режиме модуляции добротности. Поэтому мы не будем здесь рассматривать случай непрерывного режима усиления (стационарного усиления), а читателю советуем обратиться к соответствующей литературе [7, 8].

Сделав эти допущения, населенность нижнего уровня в усилителе можно положить равной нулю, а накачкой и релаксацией населенности верхнего уровня во время действия импульса можно пренебречь. Тогда, используя выражение (2.82) (в котором мы полагаем  $F = I/h\nu$ ), скорость изменения инверсии населенностей  $N(t, z)$  в точке  $z$  внутри усилителя можно записать в виде

$$\partial N / \partial t = -WN = -NI / \Gamma_s, \quad (8.23)$$

где

$$\Gamma_s = h\nu / \sigma \quad (8.24)$$

— плотность энергии насыщения усилителя [см. (2.148в)]. Следует заметить, что в (8.23) мы имеем дело с частной производной, поскольку  $N$  должна быть функцией двух аргументов:  $z$  и  $t$ , т. е.  $N = N(t, z)$ , вследствие того что  $I = I(t, z)$ . Получим теперь дифференциальное уравнение, описывающее временное и пространственное изменение интенсивности  $I$ . Для этого сначала вычислим скорость изменения плотности энергии  $\rho$  световой волны (где  $\rho = I/c$ , откуда  $\partial I/c \partial t = \partial \rho / \partial t$ ). Рассматривая полную скорость изменения энергии фотонов в малом объеме активной среды усилителя (рис. 8.3), можно написать следующее

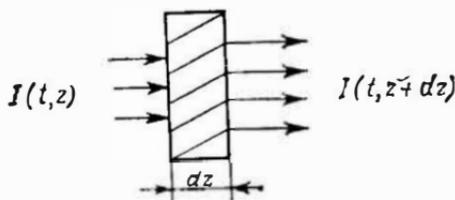


Рис. 8.3. К вычислению скорости изменения энергии фотонов в элементарном объеме  $dz$  (с единичной площадью сечения) лазерного усилителя.

соотношение:

$$\frac{1}{c} \frac{\partial I}{\partial t} = \frac{\partial \rho}{\partial t} = \left( \frac{\partial \rho}{\partial t} \right)_1 + \left( \frac{\partial \rho}{\partial t} \right)_2 + \left( \frac{\partial \rho}{\partial t} \right)_3, \quad (8.25)$$

где член  $(\partial \rho / \partial t)_1$  соответствует вынужденным излучению и поглощению в усилителе,  $(\partial \rho / \partial t)_2$  — потерям в усилителе (например, потерям вследствие рассеяния) и  $(\partial \rho / \partial t)_3$  — полному потоку фотонов через объем. С помощью выражения (2.82) (полагая в нем  $F = I / h\nu$ ) получаем

$$(\partial \rho / \partial t)_1 = W N h \nu = \sigma N I. \quad (8.26)$$

Кроме того, из (2.82) и (2.86) следует, что

$$(\partial \rho / \partial t)_2 = -W_a N_a h \nu = -\alpha I; \quad (8.27)$$

здесь  $N_a$  — плотность соответствующих центров потерь,  $W_a$  — вероятность поглощения и  $\alpha$  — коэффициент поглощения в этих центрах. Для вычисления  $(\partial \rho / \partial t)_3$  обратимся к рис. 8.3. Элементарный объем активного вещества усилителя длиной  $dz$  с единичным поперечным сечением представлен заштрихованной областью. Величина  $(\partial \rho / \partial t)_3 dz$  — это скорость изменения энергии фотонов в элементарном объеме, обусловленная разностью между интенсивностями излучения на входе и выходе лазера, т. е.

$$\left( \frac{\partial \rho}{\partial t} \right)_3 dz = I(t, z) - I(t, z + dz) = -\frac{\partial I}{\partial z} dz. \quad (8.28)$$

При этом из выражений (8.25) — (8.28) получаем следующее уравнение:

$$\frac{1}{c} \frac{\partial I}{\partial t} + \frac{\partial I}{\partial z} = \sigma N I - \alpha I, \quad (8.29)$$

которое вместе с (8.23) полностью описывает усиление лазера. Следует заметить, что это уравнение имеет обычный вид стационарного уравнения переноса. Заметим также, что в непрерывном режиме при  $\alpha = 0$  оно сводится к уравнению (1.7).

Уравнения (8.23) и (8.29) должны теперь быть решены с соответствующими граничными и начальными условиями. За начальное условие мы берем  $N(0, z) = N_0 = \text{const}$ , где  $N_0$  определяется накачкой усилителя до появления лазерного импульса. Очевидно, что граничное условие задается интенсивностью  $I_0(t)$  светового импульса, который поступает в усилитель, т. е.  $I(t, 0) = I_0(t)$ . При незначительных потерях в усилителе (т. е. в случае пренебрежения членом  $-\alpha I$ ) решение уравнений (8.23)

и (8.29) можно записать в виде

$$I(z, \tau) = I_0(\tau) \left\{ 1 - [1 - \exp(-\alpha_g z)] \exp \left[ - \int_{-\infty}^{\tau} I_0(\tau') d\tau' / \Gamma_s \right] \right\}^{-1}, \quad (8.30)$$

где  $\tau = t - z/c$ , а  $\alpha_g = \sigma N_0$  — коэффициент ненасыщенного усиления усилителя. Из уравнения (8.29) нетрудно получить также выражение для полной плотности энергии лазерного излучения:

$$\Gamma(z) = \int_{-\infty}^{+\infty} I(z, t) dt. \quad (8.31)$$

Интегрируя обе части уравнения (8.29) по времени от  $t = -\infty$  до  $t = +\Delta$  и используя соотношение (8.23), получаем

$$d\Gamma/dz = \alpha_g \Gamma_s [1 - \exp(-\Gamma/\Gamma_s)] - \alpha \Gamma. \quad (8.32)$$

Отсюда, снова пренебрегая потерями в усилителе, находим

$$\Gamma(l) = \Gamma_s \ln \{ 1 + [\exp(\Gamma_{вх}/\Gamma_s) - 1] G_0 \}; \quad (8.33)$$

здесь  $G_0 = \exp(\alpha_g l)$  — ненасыщенное усиление усилителя, а  $\Gamma_{вх}$  — плотность энергии входного пучка. В качестве характерного примера на рис. 8.4 построена кривая зависимости отношения  $\Gamma/\Gamma_s$  от  $\Gamma_{вх}/\Gamma_s$  при  $G_0=3$ . Заметим, что в случае  $\Gamma_{вх} \ll \Gamma_s$  выражение (8.33) можно записать приближенно в виде

$$\Gamma(l) = G_0 \Gamma_{вх}, \quad (8.34)$$

т. е. выходная плотность энергии растет линейно с входной плотностью (режим линейного усиления). На рис. 8.4 построена также зависимость, описываемая выражением (8.34), в виде штриховой прямой, выходящей из начала координат. Однако из рисунка мы видим, что при больших входных плотностях величина  $\Gamma$  увеличивается с ростом  $\Gamma_{вх}$  с более низкой скоростью, чем предсказывает выражение (8.34), т. е. происходит насыщение усилителя. При  $\Gamma_{вх} \gg \Gamma_s$  (режим насыщения) получаем

$$\Gamma(l) = \Gamma_{вх} + \Gamma_s \alpha_g l. \quad (8.35)$$

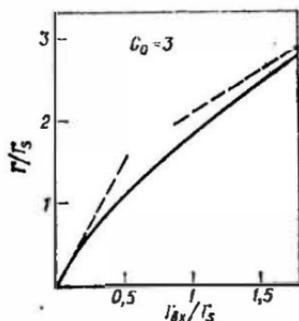


Рис. 8.4. Зависимость плотности энергии  $\Gamma$  на выходе от плотности энергии  $\Gamma_{вх}$  на входе лазерного усилителя при коэффициенте усиления малого сигнала  $G_0=3$ . Плотность энергии нормирована на плотность энергии насыщения лазера  $\Gamma_s = h\nu/\sigma$ .

На рис. 8.4 построена также прямая, вычисленная по формуле (8.35) и представленная второй штриховой линией. Заметим, что при больших входных плотностях энергии  $I$  выходная плотность энергии линейно зависит от длины  $l$  усилителя. Поскольку  $\Gamma_s \alpha_g l = N_0 l h \nu$ , каждый возбужденный атом испускает вынужденное излучение и, таким образом, вносит свой вклад в энергию пучка. Такое условие, очевидно, соответствует наиболее эффективному преобразованию запасенной энергии в энергию пучка; поэтому во всех тех случаях, в которых это практически осуществимо, используются конструкции усилителя, работающего в режиме насыщения.

Если усилитель имеет потери, то рассмотренная выше картина несколько изменяется. В частности, плотность выходной энергии  $\Gamma(I)$  теперь не увеличивается непрерывно с ростом входной (как на рис. 8.4), а достигает максимума и затем уменьшается. Это можно понять, если заметить, что выходная плотность как функция длины усилителя имеет тенденцию увеличиваться линейно за счет усиления [по крайней мере при больших входных плотностях энергии; см. (8.35)] и убывать экспоненциально за счет потерь [из-за члена  $-\alpha\Gamma$  в (8.32)]. Конкуренция этих двух величин дает максимальное значение выходной плотности энергии  $\Gamma$ , которая в случае  $\alpha \ll \alpha_g$  записывается в виде

$$\Gamma \approx \alpha_g \Gamma_s / \alpha. \quad (8.36)$$

Однако, поскольку усилитель, как правило, имеет небольшие потери, максимальное значение плотности энергии, которое можно получить от усилителя, ограничивается другими явлениями. В действительности плотность энергии ограничивается значением  $\Gamma_d$ , при котором усилитель разрушается (в некоторых практических случаях  $\Gamma_d \sim 10$  Дж/см<sup>2</sup>). Таким образом, из (8.35) получаем

$$\Gamma \approx \Gamma_s \alpha_g l < \Gamma_d. \quad (8.37)$$

Однако ненасыщенный коэффициент усиления  $G_0 = \exp(\alpha_g l)$  нельзя делать слишком большим, поскольку иначе в усилителе могут возникнуть два таких нежелательных эффекта, как паразитная генерация и усиленное спонтанное излучение (УСИ). Паразитная генерация возникает, когда усилитель начинает генерировать вследствие обратной связи, которая до некоторой степени всегда существует (например, благодаря наличию отражения на торцах усилителя). Явление УСИ уже рассматривалось нами в разд. 2.7.3. Оба этих явления имеют тенденцию снимать имеющуюся инверсию и вследствие этого уменьшать усиление лазера. Чтобы свести к минимуму паразитную генерацию, не

следует использовать усилители большой длины. В идеальном случае усилитель должен иметь приблизительно одинаковые размеры во всех направлениях. Однако даже в этом случае паразитная генерация устанавливает верхний предел  $(\alpha_g l)_{\text{макс}}$  для произведения коэффициента усиления  $\alpha_g$  на длину усилителя  $l$ , т. е.

$$\alpha_g l < (\alpha_g l)_{\text{макс}}. \quad (8.38)$$

В практически реализуемых случаях величина  $(\alpha_g l)_{\text{макс}}$  имеет значения 3—5. В разд. 2.7.3 [выражение (2.153)] мы уже определили порог для УСИ. Если усилитель имеет форму куба (т. е. при  $\Omega \approx 1$ ), то  $G \approx 5,1$  (или  $\alpha_g l \approx 1,6$ ), т. е. величину того же порядка, что и величина, определяемая паразитной генерацией. При меньших значениях телесного угла  $\Omega$  (что обычно имеет место) величина  $G$ , определяющая начало действия УСИ, увеличивается [выражение (2.153)]. Следовательно, достижение максимально возможного коэффициента усиления определяется, как правило, паразитной генерацией, а не УСИ. Учитывая ограничения, связанные как с разрушением усилителя [(8.37)], так и с паразитной генерацией [(8.38)], нетрудно получить выражение для максимальной энергии  $E_m$ , которую можно выдслить из усилителя:

$$E_m = \Gamma_d l_m^2 = \Gamma_d (\alpha_g l)_m^2 / \alpha_g^2, \quad (8.39)$$

где  $l_m$  — максимальный размер усилителя (в форме куба), определяемый формулой (8.38). Из выражения (8.39) следует, что  $E_m$  увеличивается с уменьшением коэффициента усиления  $\alpha_g$ . Уменьшение величины  $\alpha_g$  в конечном счете ограничивается потерями усилителя  $\alpha$ . Выбирая, например,  $(\alpha_g l)_{\text{макс}}^2 \approx 10$ ,  $\alpha_g \approx 10^{-2} \text{ см}^{-1}$  и  $\Gamma_d = 10 \text{ Дж/см}^2$ , из (8.39) получаем  $E_m \approx 1 \text{ МДж}$ . Однако при этом размер усилителя должен быть порядка  $l_m \approx (\alpha_g l)_m / \alpha_g \approx 3 \text{ м}$ , что практически довольно трудно реализовать.

В данном разделе до сих пор нас интересовало главным образом изменение энергии лазерного импульса при его прохождении через усилитель. Однако в режиме насыщения существенные изменения претерпевают также временное и пространственное распределения входного пучка. Пространственные искажения нетрудно объяснить с помощью рис. 8.4. В случае когда профиль интенсивности входного пучка в поперечном сечении имеет колоколообразную форму (например, гауссов пучок), центральная область пучка вследствие насыщения будет усиливаться меньше, чем периферическая. Таким образом, по мере того как пучок проходит через усилитель, ширина его пространственного

распределения в поперечном сечении увеличивается. Совсем нетрудно показать, почему пучок испытывает и временные искажения. Вынужденное излучение, вызванное передним фронтом импульса, приводит к тому, что к моменту появления заднего фронта импульса из усилителя была уже извлечена некоторая часть запасенной энергии. Таким образом, когда задний фронт импульса проходит через усилитель, инверсия населенностей в усилителе оказывается пониженной и, следовательно, пучок испытывает меньшее усиление. Вследствие этого в задний фронт импульса вкладывается меньше энергии, чем в передний, что ведет к довольно заметному изменению формы импульса. Форму выходного импульса можно вычислить из выражения (8.30), откуда можно показать, что в зависимости от формы входного импульса выходной импульс может либо расшириться, либо сузиться (или даже остаться неизменным) [6].

В заключение этого раздела мы кратко ознакомимся с двумя другими примерами лазерного усиления в условиях, отличающихся от рассмотренных выше. В первом случае предполагают, что длительность  $\tau_p$  импульса, который необходимо усилить, много меньше времени жизни атомов на нижнем энергетическом уровне лазера<sup>1)</sup>. Это имеет место, например, в случае лазерного усилителя на рубине, в котором нижний уровень совпадает с основным состоянием. Аналогичная ситуация возникает также в усилителе на ионах  $\text{Nd}^{3+}$ , когда  $\tau_p < 1$  нс. В обоих случаях усилитель работает по трехуровневой схеме. Нетрудно показать, что приведенные выше формулы остаются справедливыми, но при условии, что  $\Gamma_s$  дается теперь выражением

$$\Gamma_s = h\nu/2\sigma. \quad (8.39a)$$

Ко второму случаю (мы его кратко обсудим) относится усилитель, в котором как верхний, так и нижний уровни состоят из множества сильно связанных между собой подуровней. Это имеет место, например, в усилителях на  $\text{CO}_2$  или  $\text{HF}$ , в которых верхние и нижние (колебательные) уровни состоят из многих вращательных подуровней (см., например, рис. 6.16). Если длительность импульса много больше, чем время релаксации между вращательными подуровнями, то между ними будет поддерживаться равновесное тепловое распределение населенностей. При этом населенность  $N_J$  вращательного подуровня, принадлежащего данному колебательному уровню, может быть представлена как доля  $z$  суммарной населенности  $N$  колебательного уро-

<sup>1)</sup> Однако мы будем считать, что  $\tau_p \gg T_2$ , где  $T_2 = 1/\pi\Delta\nu_0$ , поскольку это условие необходимо для того, чтобы было справедливым приближение скоростных уравнений (см. разд. 5.5).

вня (см. разд. 2.8), причем величину  $z$  (статистическая сумма) можно вычислить, используя статистику Больцмана. Кроме того, предположим, что длительность импульса  $\tau_p$  значительно меньше времени релаксации нижнего уровня лазера (т. е. система фактически ведет себя как трехуровневая) и что длина волны входящего светового импульса соответствует только одной вращательно-колебательной линии. В этом случае будут справедливы все полученные выше выражения, но при условии, что [8]

$$\Gamma_s = h\nu/2\sigma z, \quad (8.396)$$

где  $\sigma$  — сечение вынужденного излучения того вращательно-колебательного перехода, на котором происходит процесс усиления. Сравнивая выражения (8.396) и (8.39а), мы видим, что эффективное сечение можно определить как  $z\sigma$  [см. также выражения (2.170а) и (2.170б)]. В случае когда длительность импульса оказывается сравнимой с временем вращательной релаксации, картина становится намного более запутанной и вычисления с помощью соответствующих уравнений требуют, вообще говоря, применения ЭВМ [8].

#### 8.4. Преобразование частоты; генерация второй гармоники и параметрическая генерация [9—11]

В классической линейной оптике предполагается, что индуцированная электрическая поляризация среды линейно зависит от приложенного электрического поля, т. е.

$$\mathbf{P} = \epsilon_0 \chi \mathbf{E}, \quad (8.40)$$

где  $\chi$  — диэлектрическая восприимчивость. При сильных электрических полях, характерных для лазерных пучков, соотношение (8.40) уже не является хорошим приближением и следует учитывать последующие члены разложения, в которых векторы  $\mathbf{P}$  должны рассматриваться как функции более высоких степеней величины  $\mathbf{E}$ . Этот нелинейный отклик может привести к обмену энергией между электромагнитными волнами на разных частотах.

В данном разделе мы рассмотрим некоторые эффекты, обусловленные нелинейным членом поляризации, который пропорционален квадрату электрического поля. Обсудим здесь два эффекта, а именно генерацию второй гармоники (ГВГ) и оптическую параметрическую генерацию (ОПГ). ГВГ имеет место, когда в нелинейном материале лазерный пучок с частотой  $\omega$  частично преобразуется в когерентный пучок с частотой  $2\omega$  (этот

эффект впервые продемонстрировали Франкен и др. [12]. ОПГ — это такое явление, когда лазерный пучок с частотой  $\omega_3$  вызывает в нелинейном материале спонтанное излучение двух когерентных пучков с частотами  $\omega_1$  и  $\omega_2$ , причем  $\omega_1 + \omega_2 = \omega_3$  (на данное явление впервые указали Джордмейн и Миллер [13]). При сильных электрических полях, имеющих место в лазерных пучках, эффективность преобразования в обоих этих процессах может быть весьма высокой (приближаясь к 100 % в случае ГВГ). Поэтому в настоящее время эти методы используются для генерации новых когерентных волн с различными частотами, отличающимися от частоты падающей волны.

#### 8.4.1. Физическая картина

Введем сначала некоторые понятия, используя упрощающее допущение, что индуцированная нелинейная поляризация  $P^{\text{нелин}}$  связана с электрическим полем  $E$  электромагнитной волны следующим скалярным соотношением:

$$P^{\text{нелин}} = 2\epsilon_0 dE^2, \quad (8.41)$$

где  $d$  — коэффициент, размерность которого обратна размерности электрического поля<sup>1)</sup>. Физический смысл соотношения (8.41) состоит в том, что оно отражает нелинейное смещение внешних, слабо связанных электронов атома или атомной системы, когда на них действуют сильные электрические поля. Это аналогично нарушению закона Гука в случае сильно растянутой пружины, когда возвращающая сила уже не имеет линейную зависимость от смещения при колебаниях пружины. Сравнение соотношений (8.41) и (8.40) показывает, что при электрическом поле  $E \approx \chi/d$  нелинейный член поляризации становится сравнимым с линейным членом. Поскольку  $\chi \approx 1$ , мы видим, что величина  $1/d$  представляет собой напряженность поля, при которой линейный и нелинейный члены становятся сравнимыми, т. е. орбиты внешних электронов испытывают заметные нелинейные деформации. Таким образом, предполагается, что величина  $1/d$  имеет тот же порядок, что и электрическое поле, создаваемое электроном на расстоянии, соответствующем обычному атомному размеру  $a$ , т. е.  $1/d \approx e/4\pi\epsilon_0 a^2$  (так,  $1/d \sim 10^{11}$  В/м, если  $a \approx 1 \text{ \AA}$ ). Заметим, что для centrosymmetric сред (таких, как centrosymmetric кристалл, жидкость или газ) из соображений симметрии величина  $d$  должна быть равна нулю. Дей-

<sup>1)</sup> Здесь мы используем величину  $2\epsilon_0 dE^2$ , а не  $dE^2$  (как это принято во многих других учебниках), чтобы согласовать величину  $d$  с используемыми на практике значениями.

ствительно, в силу симметрии, если мы изменим знак напряженности поля  $E$  на противоположный, знак полной поляризации  $P_T = P + P_{\text{нелин}}$  должен также измениться. Однако, поскольку  $P_{\text{нелин}} \sim E^2$ , это может произойти только если  $d = 0$ . Поэтому в дальнейшем мы будем ограничиваться рассмотрением нецентросимметричных сред. Покажем, что в этом случае простое соотношение (8.41) может описывать явления как ГВГ, так и ОПГ.

#### 8.4.1.1. Генерация второй гармоники

Рассмотрим монохроматическую плоскую волну с частотой  $\omega$ , распространяющуюся в направлении  $z$  через нелинейный кристалл. Для электрического поля  $E_\omega(z, t)$  плоской электромагнитной волны постоянной интенсивности можно написать следующее выражение:

$$E_\omega(z, t) = \frac{1}{2} \{ E(z, \omega) \exp [i(\omega t - k_\omega z)] + \text{к. с.} \}. \quad (8.42)$$

В этом выражении к.с. обозначает комплексную величину, сопряженную первому члену суммы, а

$$k_\omega = \omega/c_\omega = n_\omega \omega/c_0, \quad (8.43)$$

где  $c_\omega$  — скорость света в кристалле,  $n_\omega$  — показатель преломления на частоте  $\omega$  и  $c_0$  — скорость света в вакууме. Подставляя (8.42) в (8.41), можно показать, что  $P_{\text{нелин}}$  содержит член<sup>1)</sup>, соответствующий генерации на частоте  $2\omega$ , а именно

$$P_{2\omega}^{\text{нелин}} = \frac{\epsilon_0 d}{2} \{ E^2(z, \omega) \exp [i(2\omega t - 2k_\omega z)] + \text{к. с.} \}. \quad (8.44)$$

Это выражение описывает поляризацию, осциллирующую на частоте  $2\omega$  и распространяющуюся в пространстве в виде волны. Данная волна поляризации излучает на частоте  $2\omega$ . Таким образом, мы получили генерацию электромагнитной волны на частоте второй гармоники  $2\omega$  [аналитическое рассмотрение, приводимое ниже, включает подстановку данного значения поляризации в волновое уравнение (8.65)]. Электрическое поле этой электромагнитной волны запишется в виде

$$E_{2\omega}(z, t) = \frac{1}{2} \{ E(z, 2\omega) \exp [i(2\omega t - k_{2\omega} z)] + \text{к. с.} \}, \quad (8.45)$$

где

$$k_{2\omega} = 2\omega/c_{2\omega} = 2n_{2\omega}\omega/c_0 \quad (8.46)$$

<sup>1)</sup> Величина  $P_{\text{нелин}}$  также содержит член с частотой  $\omega = 0$ , что приводит к появлению постоянного напряжения на гранях кристалла (оптическое выпрямление).

— волновое число на частоте  $2\omega$ . Таким образом, обращаясь снова к нелинейному соотношению (8.41), физический смысл ГВГ можно понять как результат биений электромагнитной волны на основной частоте  $\omega$  с самой собой, которые приводят к поляризации, осциллирующей с частотой  $2\omega$ . Сравнивая выражения (8.44) и (8.45), мы получаем очень важное условие, которое должно выполняться, чтобы процесс ГВГ протекал эффективно. Другими словами, фазовая скорость волны поляризации ( $v_p = 2\omega/2k_\omega$ ) должна быть равна фазовой скорости генерируемой электромагнитной волны  $v_E = 2\omega/k_{2\omega}$ . Таким образом, это условие можно записать в виде

$$k_{2\omega} = 2k_\omega. \quad (8.47)$$

Действительно, если это условие не удовлетворяется, то на некотором расстоянии  $l$  внутри кристалла фаза волны поляризации (т. е. фаза  $2k_\omega l$ ) будет отличаться от фазы генерируемой волны (ее фаза равна  $k_{2\omega} l$ ). Эта увеличивающаяся с расстоянием  $l$  разность фаз означает, что генерируемая волна не будет кумулятивно расти с расстоянием  $l$ , так как она не поддерживается поляризацией с соответствующей фазой. Поэтому условие (8.47) называется условием *фазового синхронизма*. Заметим, что в соответствии с (8.43) и (8.46) это условие можно записать в виде

$$n_{2\omega} = n_\omega. \quad (8.48)$$

Если бы направления векторов  $E_\omega$  и  $P_{\text{нелин}}$  (а следовательно, и  $E_{2\omega}$ ) действительно совпадали [что подразумевается в (8.41)], то условию (8.48) невозможно было бы удовлетворить из-за дисперсии ( $\Delta n = n_{2\omega} - n_\omega$ ) кристалла. Это накладывает жесткое ограничение на длину кристалла  $l_c$ , на протяжении которой  $P_{\text{нелин}}$  может дать кумулятивно складывающиеся вклады и тем самым создать волну второй гармоники. Длина  $l_c$  (длина когерентности) должна соответствовать расстоянию, на котором фазы волн  $P$  и  $E_{2\omega}$  отличаются друг от друга на  $\pi$ , т. е.  $k_{2\omega} l_c - 2k_\omega l_c = \pi$ . Используя выражения (8.43) и (8.46), это условие можно записать в виде

$$l_c = \lambda/4\Delta n, \quad (8.49)$$

где  $\lambda = 2\pi c_0/\omega$  — длина основной волны в вакууме. Выбрав, например,  $\lambda \approx 1$  мкм и  $\Delta n = 10^{-2}$ , получим  $l_c = 25$  мкм. Следует заметить, что на таком расстоянии в кристалле волна  $P$  отличается по фазе от волны  $E_{2\omega}$  на  $180^\circ$ , и, таким образом, волна  $E_{2\omega}$ , вместо того чтобы продолжать нарастать, начинает затухать. В этом случае, когда величина  $l_c$  столь мала, лишь очень

небольшая часть падающего излучения может быть преобразована в волну второй гармоники.

На этой стадии имеет смысл указать на другой полезный способ представления процесса ГВГ, а именно через фотоны, а не через поля. Для начала запишем соотношение между частотой основной волны ( $\omega$ ) и волны второй гармоники ( $\omega_{\text{ВГ}}$ ):

$$\omega_{\text{ВГ}} = 2\omega. \quad (8.50)$$

Если умножить обе части соотношений (8.47) и (8.50) на  $\hbar$ , то получим

$$\hbar\omega_{\text{ВГ}} = 2\hbar\omega, \quad (8.51a)$$

$$\hbar k_{2\omega} = 2\hbar k_{\omega}. \quad (8.51b)$$

Для того, чтобы в процессе ГВГ энергия сохранялась, должно выполняться равенство  $dI_{2\omega}/dz = -dI_{\omega}/dz$ , где  $I_{2\omega}$  и  $I_{\omega}$  — интенсивности соответствующих волн. С помощью (8.51a) получаем  $dF_{2\omega}/dz = -(1/2)dF_{\omega}/dz$ , где  $F_{2\omega}$  и  $F_{\omega}$  — потоки фотонов двух волн. Из этого последнего равенства можно заключить, что в процессе ГВГ, когда исчезают два фотона с частотой  $\omega$ , вместо них появляется один фотон с частотой  $2\omega$ . Таким образом, соотношение (8.51a) можно рассматривать как закон сохранения энергии фотонов. Если вспомнить, что импульс фотона равен  $\hbar k$ , то соотношение (8.51b) есть не что иное, как условие того, что в процессе ГВГ должен сохраниться также и импульс фотонов.

Рассмотрим теперь снова условие фазового синхронизма (8.48) и покажем, каким образом ему можно удовлетворить в соответствующем оптически анизотропном кристалле [14, 15]. Для этого необходимо сначала сделать небольшое отступление, чтобы объяснить особенности распространения волн в анизотропном кристалле, а также показать, каким образом простое нелинейное соотношение (8.41) можно обобщить на случай анизотропной среды.

Можно показать, что в анизотропном кристалле в данном направлении могут распространяться две различные линейно-поляризованные плоские волны. Этим двум различным поляризациям соответствуют два разных показателя преломления. Такое различие в значениях показателей преломления называется двулучепреломлением. Для описания этого явления обычно используют так называемый эллипсоид показателей преломления, который в случае одноосного кристалла представляет собой эллипсоид вращения вокруг оптической оси (ось  $z$  на рис. 8.5). Два разрешенных направления поляризации и соответствующие им показатели преломления определяются следующим образом. Через центр эллипсоида проводим прямую в направлении

распространения пучка (прямая  $OP$  на рис. 8.5) и плоскость, перпендикулярную этой прямой. Пересечение этой плоскости с эллипсоидом образует эллипс. Две оси эллипса параллельны двум направлениям поляризации, а длина каждой из полуосей равна значению показателя преломления для данного направления поляризации. Одно из этих направлений обязательно перпендикулярно оптической оси, и волна, имеющая такое направление поляризации, называется обыкновенной. Из рисунка видно, что ее показатель преломления  $n_o$  не зависит от направления распространения. Волна с другим направлением поляризации называется необыкновенной волной, и значение соответствующего

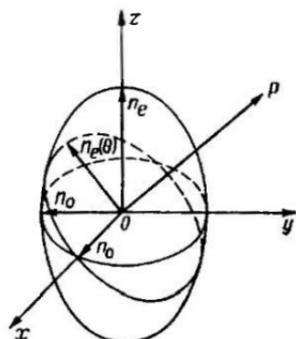


Рис. 8.5. Эллипсоид показателей преломления в положительном одноосном кристалле.

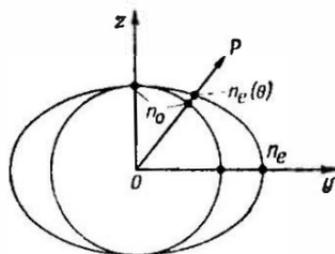


Рис. 8.6. Поверхность нормалей (показателей преломления) для обыкновенной и необыкновенной волн (в положительном одноосном кристалле).

показателя преломления  $n_e(\theta)$  изменяется от значения показателя преломления обыкновенной волны  $n_o$  (когда  $OP$  параллельна  $z$ ) до значения  $n_e$ , называемого показателем преломления необыкновенной волны (когда  $OP$  перпендикулярна  $z$ ). Положительный одноосный кристалл соответствует случаю  $n_e > n_o$ , а отрицательный одноосный кристалл — случаю  $n_e < n_o$ . Существует другой эквивалентный метод описания распространения волн, который называется методом поверхностей нормалей (показателей преломления) для обыкновенной и необыкновенной волн (рис. 8.6). В этом случае показатель преломления волны в данном направлении распространения  $OP$  определяется как для обыкновенной, так и для необыкновенной волны длиной отрезка до точки пересечения луча  $OP$  с соответствующими поверхностями. Поверхность нормалей для обыкновенной волны является сферой, в то время как поверхность нормалей для не-

обыкновенной волны представляет собой эллипсоид вращения вокруг оси  $z$ . На рис. 8.6 показаны сечения этих двух нормальных поверхностей в плоскости  $yz$  для случая положительного одноосного кристалла.

После того как мы кратко рассмотрели распространение волн в анизотропных кристаллах, вернемся теперь к проблеме индуцированной нелинейной поляризации. Вообще говоря, для анизотропной среды скалярное соотношение (8.41) не справедливо. В этом случае следует использовать тензорное соотношение. Запишем сначала в данной точке  $r$  вектор электрического поля  $E^\omega(r, t)$  электромагнитной волны на частоте  $\omega$  и вектор нелинейной поляризации  $P_{\text{нелин}}^{2\omega}(r, t)$  на частоте  $2\omega$  в виде

$$E^\omega(r, t) = \frac{1}{2} [E^\omega(r, \omega) \exp(i\omega t) + \text{к. с.}], \quad (8.52a)$$

$$P_{\text{нелин}}^{2\omega}(r, t) = \frac{1}{2} [P^{2\omega}(r, 2\omega) \exp(2i\omega t) + \text{к. с.}]; \quad (8.52b)$$

при этом можно получить тензорное соотношение между  $P^{2\omega}(r, 2\omega)$  и  $E^\omega(r, \omega)$ . Например, в направлении  $i$  кристалла компоненту поляризации второй гармоники можно записать следующим образом:

$$P_i^{2\omega} = \sum_{j, k=1, 2, 3} \epsilon_0 d_{ijk}^{2\omega} E_j^\omega E_k^\omega. \quad (8.53)$$

Заметим, что это выражение записывается часто в сокращенных обозначениях:

$$P_i^{2\omega} = \sum_m \epsilon_0 d_{im}^{2\omega} (EE)_m, \quad (8.54)$$

где  $m$  пробегает значения от 1 до 6. В краткой форме поля записываются следующим образом:  $(EE)_1 \equiv E_1^2 \equiv E_x^2$ ,  $(EE)_2 \equiv E_2^2 \equiv E_y^2$ ,  $(EE)_3 \equiv E_3^2 \equiv E_z^2$ ,  $(EE)_4 \equiv 2E_2E_3 \equiv 2E_yE_z$ ,  $(EE)_5 \equiv 2E_1E_3 \equiv 2E_xE_z$  и  $(EE)_6 \equiv 2E_1E_2 \equiv 2E_xE_y$ , где индексы как 1, 2, 3, так и  $x, y, z$  обозначают оси. Заметим, что записанная в матричной форме величина  $d_{im}$  является матрицей размерностью  $3 \times 6$ , которая действует на вектор-столбец  $(EE)_m$ . В зависимости от симметрии кристалла некоторые элементы матрицы  $d_{im}$  могут быть одинаковыми, а некоторые — равными нулю. В случае точечной группы симметрии  $\bar{4}2m$ , к которой относятся важные нелинейные кристаллы типа KDP и халькопиритовые полупроводники, отличными от нуля являются лишь элементы  $d_{14}$ ,  $d_{25}$  и  $d_{36}$ , причем все они равны друг другу. Таким образом, достаточно определить только один матричный элемент, например  $d_{36}$ ,

и мы можем написать следующие соотношения:

$$P_x = 2e_0 d_{36} E_y E_z, \quad (8.55a)$$

$$P_y = 2e_0 d_{36} E_z E_x, \quad (8.55b)$$

$$P_z = 2e_0 d_{36} E_x E_y, \quad (8.55b)$$

где направление оси  $z$  выбирается вдоль оптической оси одноосного кристалла. В табл. 8.1 мы привели нелинейные оптические коэффициенты, классы симметрии, а также области прозрачности некоторых избранных материалов. За исключением арсенида германия-кадмия и прустита, которые используются в области длин волн около 10 мкм, все остальные кристаллы применяются от ближнего УФ до ближнего ИК диапазонов. В таблицу включены недавно разработанный кристалл КТР (титанилфосфат калия), который сейчас обычно применяется для генерации второй гармоники на длине волны, например Nd:YAG, и ВВО (бетаборат бария), который представляется наиболее интересным кристаллом для генерации второй гармоники в ультрафиолете (вплоть до  $\sim 205$  нм). Нелинейные  $d$ -коэффициенты

Таблица 8.1. Нелинейные оптические коэффициенты некоторых материалов

| Материал                      | Химическая формула                 | Нелинейный коэффициент $d$ (по отношению к КДР)   | Класс симметрии | Область прозрачности, мкм | Порог разрушения, ГВт/см <sup>2</sup> |
|-------------------------------|------------------------------------|---|-----------------|---------------------------|---------------------------------------|
| Дигидрофосфат калия (КДР)     | $\text{KH}_2\text{PO}_4$           | $d_{36} = d_{14} = 1$   | $\bar{4}2m$     | 0,22—1,5                  | 0,2                                   |
| Дидейтерийфосфат калия (KD*P) | $\text{KD}_2\text{PO}_4$           | $d_{36} = d_{14} = 0,92$  | $\bar{4}2m$     | 0,22—1,5                  | 0,2                                   |
| Дигидрофосфат аммония (ADP)   | $\text{NH}_4\text{H}_2\text{PO}_4$ | $d_{36} = d_{14} = 1,2$   | $\bar{4}2m$     | 0,2—1,2                   | 0,5                                   |
| Дигидроарсенид цезия (CDA)    | $\text{CsH}_2\text{AsO}_4$         | $d_{36} = d_{14} = 0,92$  | $\bar{4}2m$     | 0,26—1,4                  | 0,5                                   |
| Иодат лития                   | $\text{LiIO}_3$                    | $d_{31} = d_{32} = d_{24}$<br>$d_{15} = 12,7$   | 6               | 0,3—5,5                   | 0,5                                   |
| Арсенид кадмия-германия       | $\text{CdGeAs}_2$                  | $d_{36} = d_{14} = 538$   | $\bar{4}2m$     | 2,4—20                    | 0,04                                  |
| Ниобат лития                  | $\text{LiNbO}_3$                   | $d_{31} = 12,5$<br>$d_{22} = 6,35$  | $3m$            | 0,4—5                     | 0,05                                  |
| Прустит                       | $\text{Ag}_3\text{AsS}_3$          | $d_{31} = 25,5$<br>$d_{22} = 41,34$   | $3m$            | 0,6—13                    | 0,05                                  |
| Калий титанилфосфат (КТР)     | $\text{KTiOPO}_4$                  | $d_{31} = 13$<br>$d_{32} = 10$<br>$d_{33} = 27,4$<br>$d_{24} = 15,2$<br>$d_{15} = 12,2$ | $mm2$           | 0,35—4,5                  | 1                                     |
| Бетаборат бария (ВВО)         | $\beta\text{-BaB}_2\text{O}_4$     | $d_{22} = 4,1$  | $3m$            | 0,19—3                    | 5                                     |

нормированы на коэффициент для КДР, численная величина которого равна  $d_{36} \approx 0,5 \cdot 10^{-12}$  м/В.

В соответствии с нашим описанием свойств анизотропной среды покажем, как может быть осуществлен фазовый синхронизм для конкретного кристалла точечной группы симметрии  $\bar{4}2m$ . Из выражений (8.55) следует, что, если  $E_z = 0$ , лишь поляризация  $P_z$  не обращается в нуль и, таким образом, имеет тенденцию генерировать волну второй гармоники с ненулевой  $z$ -компонентой. Напомним (см. рис. 8.5), что волна с  $E_z = 0$  является обыкновенной, в то время как волна с  $E_z \neq 0$  — необыкновенной. Следовательно, в этом случае обыкновенная волна на основной частоте  $\omega$  стремится генерировать необыкновенную волну с частотой  $2\omega$ . Чтобы удовлетворить условию фазового синхронизма, основную волну можно пустить под углом  $\theta_m$  к оптической оси так, чтобы

$$n_e(2\omega, \theta_m) = n_o(\omega). \quad (8.56)$$

Это можно понять с помощью рис. 8.7, на котором показаны пересечения поверхностей нормалей  $n_o(\omega)$  и  $n_e(2\omega, \theta)$  плоскостью, содержащей ось  $z$  и направление распространения. Заметим, что вследствие дисперсии (нормальной) мы имеем  $n_o(\omega) < n_o(2\omega) = n_e(2\omega, 0)$ . Отсюда следует, что «обыкновенная» окружность (для частоты  $\omega$ ) пересекает «необыкновенный» эллипс (для частоты  $2\omega$ ) под некоторым углом  $\theta_m$ <sup>1)</sup>. Для света, распространяющегося под углом  $\theta_m$  к оптической оси (т. е. для всех направлений лучей, лежащих на поверхности конуса вращения вокруг оси  $z$  с углом конуса  $\theta_m$ ), условие (8.56) удовлетворяется и, следовательно, выполняется условие фазового синхронизма. Однако следует заметить, что, если  $\theta_m \neq 90^\circ$ , то будет иметь место двулучепреломление, т. е. поток энергии необыкновенной волны (вторая гармоника) будет распространяться под углом, несколько отличным от  $\theta_m$ . Таким образом, пучок основной волны и пучок волны второй гармоники будут распространяться

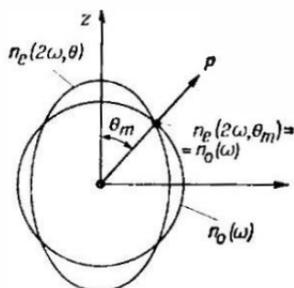


Рис. 8.7. Угол фазового синхронизма  $\theta_m$  в случае генерации второй гармоники типа I в отрицательном одноосном кристалле.

<sup>1)</sup> Следует заметить, что это пересечение возможно, вообще говоря, только если  $n_e(2\omega, 90^\circ) < n_o(\omega)$ . В противном случае эллипс  $n_e(2\omega)$  (см. рис. 8.7) будет лежать полностью вне окружности  $n_o(\omega)$ . Таким образом,  $n_e(2\omega, 90^\circ) = n_e(2\omega) < n_o(\omega) < n_o(2\omega)$ , откуда следует, что двулучепреломление кристалла  $n_o(2\omega) - n_e(2\omega)$  должно быть больше, чем дисперсия  $n_o(2\omega) - n_o(\omega)$  кристалла.

в несколько различных направлениях (хотя и удовлетворяющих условиям фазового синхронизма). Это накладывает верхний предел на длину взаимодействия основного пучка конечного поперечного сечения в кристалле. Данное ограничение можно преодолеть, если возможно использовать угол  $\theta_m = 90^\circ$ , т. е. реализовать случай  $n_e(2\omega, 90^\circ) = n_o(\omega)$ . Такой тип фазового синхронизма называется  $90^\circ$ -ным фазовым синхронизмом, и в некоторых случаях его можно получить, изменяя температуру кристалла, поскольку в общем случае  $n_e$  и  $n_o$  по-разному зависят от температуры. Подводя итоги проведенному выше рассмотрению, можно утверждать, что в отрицательном одноосном кристалле (с достаточной величиной двулучепреломления) фазовый синхронизм достижим, когда обыкновенный луч на частоте  $\omega$  [луч  $E_x$  в (8.55в)] соединяется с обыкновенным лучом, имеющим также частоту  $\omega$  [луч  $E_y$  в (8.55в)], в результате чего образуется необыкновенный луч с частотой  $2\omega$ , или в соответствующих обозначениях  $o_\omega + o_\omega \rightarrow e_{2\omega}$ . Этот процесс называется генерацией второй гармоники типа I. В отрицательном одноосном кристалле при наличии фазового синхронизма возможно также существование другого вида ГВГ, называемого процессом типа II. В этом случае обыкновенная волна на частоте  $\omega$  может соединиться с необыкновенной волной, имеющей также частоту  $\omega$ , вследствие чего возникнет необыкновенная волна с частотой  $2\omega$ , или в соответствующих обозначениях  $o_\omega + e_\omega \rightarrow e_{2\omega}$ <sup>1)</sup>.

В настоящее время ГВГ применяется для создания когерентных источников на новых длинах волн. Нелинейный кристалл может быть помещен либо вне, либо внутри резонатора лазера, генерирующего основное излучение. В последнем случае с целью увеличения эффективности преобразования используют то преимущество, что внутри резонатора электромагнитное поле имеет более высокую напряженность. В обоих случаях получена очень высокая эффективность преобразования (приближающаяся к 100 %). Наиболее часто применяется ГВГ с целью удвоения частоты выходного излучения Nd:YAG-лазера [таким образом, из ИК-излучения ( $\lambda = 1,06$  мкм) получают зеленый свет ( $\lambda = 532$  нм)], а также для получения генерации перестраиваемого УФ-излучения (вплоть до  $\lambda \approx 205$  нм) путем удвоения частоты перестраиваемого лазера на красителях. В обоих этих случаях в качестве источника используется либо непрерывный, либо им-

<sup>1)</sup> Вообще говоря, взаимодействием типа I называется такое взаимодействие, при котором поляризации двух основных волн одинаковы (например, также  $e_\omega + e_\omega \rightarrow o_{2\omega}$ ), а взаимодействием типа II — взаимодействием, при котором поляризации основных волн ортогональны.

пульсный лазер. Нелинейные кристаллы, наиболее часто применяемые для ГВГ, принадлежат точечной группе симметрии  $\bar{4}2m$ ; в частности, к ним относятся кристаллы КДР, КД\*Р и СДА. Недавно стали широко применяться новые материалы КТР и  $\beta$ -ВаВ<sub>2</sub>О<sub>4</sub> в качестве удвоителей частоты для Nd:YAG-лазеров, а также (в случае  $\beta$ -ВаВ<sub>2</sub>О<sub>4</sub>) в качестве удвоителей частоты для лазеров на красителе; при этом генерируется ультрафиолетовое излучение вплоть до  $\sim 200$  нм. Другим интересным примером является эффективное преобразование частоты ИК-излучения СО<sub>2</sub> или СО-лазеров на халькопиритовых полупроводниках (например, на CdGeAs<sub>2</sub>).

### 8.4.1.2. Параметрическая генерация

Перейдем теперь к обсуждению процесса параметрической генерации. Начнем с замечания, что идеи, высказывавшиеся ранее в связи с ГВГ, нетрудно распространить на случай двух падающих волн с частотами  $\omega_1$  и  $\omega_2$ , суммирующихся в волну с частотой  $\omega_3 = \omega_1 + \omega_2$  (генерация суммарной частоты). Генерацию гармоник можно в действительности представить как предельный случай генерации суммарной частоты с  $\omega_1 = \omega_2 = \omega$  и  $\omega_3 = 2\omega$ . Физическая картина опять очень похожа на случай ГВГ: благодаря наличию нелинейного соотношения (8.41) между  $R_{\text{нелин}}$  и полным полем  $E [E = E_{\omega_1}(z, t) + E_{\omega_2}(z, t)]$  между волной с  $\omega_1$  и волной с  $\omega_2$  возникнут биения, что приведет к образованию компоненты поляризации с частотой  $\omega_3 = \omega_1 + \omega_2$ . Это затем приведет к излучению электромагнитной волны с частотой  $\omega_3$ . Таким образом, в случае генерации суммарной частоты можно написать следующее равенство:

$$\hbar\omega_1 + \hbar\omega_2 = \hbar\omega_3, \quad (8.57a)$$

которое в представлении фотонов, а не полей означает, что исчезают один фотон с частотой  $\omega_1$  и один фотон с частотой  $\omega_2$ , в то время как образуется фотон с частотой  $\omega_3$ . Поэтому мы предполагаем, что в этом процессе импульс фотонов также сохраняется, т. е.

$$\hbar\mathbf{k}_1 + \hbar\mathbf{k}_2 = \hbar\mathbf{k}_3. \quad (8.57b)$$

Это соотношение записано в своей общей форме, причем  $\mathbf{k}$  является вектором. Соотношение (8.57b), которое выражает условие фазового синхронизма в случае генерации суммарной частоты, можно рассматривать как прямое обобщение этого условия для ГВГ [ср. с соотношением (8.51b)].

Оптическая параметрическая генерация представляет собой в действительности процесс, обратный генерации на суммарной

частоте. В этом случае волна с частотой  $\omega_3$  (частота накачки) генерирует две волны (называемые паразитной и сигнальной волнами) с частотами  $\omega_1$  и  $\omega_2$  таким образом, что полные энергия и импульс фотона сохраняются, т. е.

$$\hbar\omega_3 = \hbar\omega_1 + \hbar\omega_2, \quad \hbar k_3 = \hbar k_1 + \hbar k_2. \quad (8.58a, б)$$

Физический процесс, имеющий место в этом случае, можно представить себе следующим образом. Вообразим сначала, что в нелинейном кристалле присутствуют одновременно сильная волна с частотой  $\omega_3$  и слабая волна с частотой  $\omega_1$ . В результате нелинейного взаимодействия (8.41) волна с частотой  $\omega_3$  образует биения с волной, имеющей частоту  $\omega_1$ , что приводит к возникновению компоненты поляризации с частотой  $\omega_3 - \omega_1 = \omega_2$ . Если удовлетворяется условие фазового синхронизма (8.58б), то волна с частотой  $\omega_2$  будет

нарастать по мере своего прохождения через кристалл. При этом полное поле  $E$  будет в действительности суммой трех полей  $[E = E_{\omega_1}(z, t) + E_{\omega_2}(z, t) + E_{\omega_3}(z, t)]$ , а между волнами с частотой  $\omega_2$  и  $\omega_3$  возникают биения, что приводит к появлению

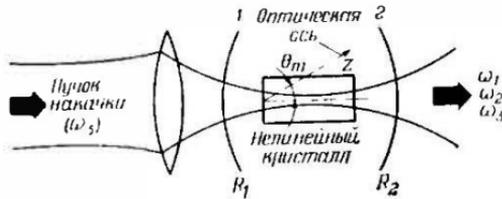


Рис. 8.8. Схематическое представление оптического параметрического генератора.

компоненты поляризации с частотой  $\omega_3 - \omega_2 = \omega_1$ . Эта поляризация также вызовет нарастание волны  $\omega_1$ . Следовательно, от волны с частотой  $\omega_3$  энергия будет передаваться волнам с частотами  $\omega_1$  и  $\omega_2$ , и исходная слабая волна с частотой  $\omega_1$  будет усилена. Из этой картины видно, в чем состоит коренное отличие параметрической генерации от ГВГ. Если в последнем случае для осуществления процесса ГВГ необходимо иметь лишь один сильный пучок на основной частоте, то в первом случае необходимо иметь также и слабый пучок волн с частотой  $\omega_1$ , причем система ведет себя как усилитель для волны с частотой  $\omega_1$  (и  $\omega_2$ ). Однако на практике нет необходимости вводить слабый пучок от внешнего источника (например, от другого лазера), поскольку он генерируется внутри кристалла в виде шума (называемого параметрическим шумом). Из этого шума можно затем генерировать когерентные пучки способом, аналогичным тому, который применяется в лазерном генераторе. С этой целью в оптический резонатор помещается нелинейный кристалл, который накачивается соответствующим сфокусированным пучком накачки (рис. 8.8). В таком параметрическом генераторе оба зеркала (1 и 2) имеют высокий коэффициент отражения (на-

пример,  $R_1 = 1$  и  $R_2 \approx 1$ ) либо только на частоте  $\omega_1$  (однорезонаторный генератор), либо на двух частотах  $\omega_1$  и  $\omega_2$  (двухрезонаторный генератор). Для пучка накачки зеркала являются достаточно прозрачными. Генерация возникает, когда усиление, обусловленное параметрическим эффектом, начнет превышать потери в оптическом резонаторе. Следовательно, для начала генерации нужна некоторая пороговая энергия входного пучка накачки. Когда этот порог достигнут, генерация наступает как на частоте  $\omega_1$ , так и на  $\omega_2$ , а конкретное сочетание величин  $\omega_1$  и  $\omega_2$  определяется соотношениями (8.58). Например, при условии фазового синхронизма типа I, в котором участвуют необыкновенная волна с частотой  $\omega_3$  и обыкновенные волны с частотами  $\omega_1$  и  $\omega_2$  (т. е.  $e_{\omega_1} \rightarrow o_{\omega_1} + o_{\omega_2}$ ), из соотношения (8.58б) получаем

$$\omega_3 n_e(\omega_3, \theta) = \omega_1 n_o(\omega_1) + \omega_2 n_o(\omega_2). \quad (8.59)$$

При данном значении угла  $\theta$  (т. е. при известном наклоне нелинейного кристалла по отношению к оси резонатора) соотношение (8.59) определяет связь между  $\omega_1$  и  $\omega_2$ , а вместе с соотношением (8.58а) оно позволяет вычислить обе частоты  $\omega_1$  и  $\omega_2$ . Можно реализовать условия фазового синхронизма как типа I, так и типа II (например,  $e_{\omega_1} \rightarrow o_{\omega_1} + e_{\omega_2}$  в отрицательном одноосном кристалле), а перестройку можно осуществлять изменением либо наклона кристалла (угловая перестройка), либо температуры (температурная перестройка). В заключение заметим, что если усиление, обусловленное параметрическим эффектом, достаточно велико, то можно обойтись и вовсе без зеркал, а интенсивное излучение на частотах  $\omega_1$  и  $\omega_2$ , происходящее от параметрического шума, можно получить за один проход через кристалл. Это внешне очень похоже на явления суперлюминесценции и усиленного спонтанного излучения, которые рассматривались в разд. 2.7, и иногда (довольно необоснованно) называется суперлюминесцентным параметрическим излучением.

На практике применяются как однорезонаторные, так и двухрезонаторные оптические параметрические генераторы. Двухрезонаторную параметрическую генерацию можно получить при накачке от непрерывных и импульсных лазеров. При этом оказалось, что в случае непрерывной накачки пороговые мощности составляют всего несколько милливатт. Но наличие резонанса сразу на двух частотах вызывает некоторую нестабильность излучения на выходе как по амплитуде, так и по частоте. Однорезонаторная параметрическая генерация была осуществлена лишь при накачке от импульсных лазеров, поскольку в случае резонанса на одной частоте пороговая мощность накачки оказывается значительно более высокой (на два порядка величины),

чем в случае двухчастотного резонанса. Однако в однорезонаторных генераторах стабильность сигнала на выходе намного лучше, а требования к зеркальным покрытиям не столь строги. Вследствие этого наиболее распространенной является однорезонаторная схема. В настоящее время достаточно хорошо разработаны оптические параметрические генераторы, дающие когерентное излучение, в диапазоне длин волн от видимого до инфракрасного (0,5—3,5 мкм). Наиболее успешной конструкцией является та, в которой используется кристалл ниобата лития ( $\text{LiNbO}_3$ ), с накачкой от Nd:YAG-лазера. Однако эти генераторы имеют конкурентов со стороны лазеров на центрах окраски, которые работают в том же ИК-диапазоне. Оптические параметрические генераторы могут также генерировать когерентное излучение и на более длинных волнах ИК-диапазона (примерно до 14 мкм), если использовать в них такие кристаллы, как прустит ( $\text{Ag}_3\text{AsS}_3$ ) и селенид кадмия ( $\text{CdSe}$ ). Эффективность этих генераторов может быть также очень высокой (приближаясь к теоретической 100 %-ной фотонной эффективности).

#### 8.4.2. Аналитическое рассмотрение

Чтобы подойти вплотную к аналитическому описанию как ГВГ, так и параметрических процессов, необходимо показать, каким образом можно ввести в волновое уравнение нелинейный член поляризации [например, в виде (8.41)], вызывающий генерацию волн. Поля в среде удовлетворяют уравнениям Максвелла:

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}, \quad \nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}, \quad (8.60\text{а, б})$$

$$\nabla \cdot \mathbf{D} = \rho, \quad \nabla \cdot \mathbf{B} = 0, \quad (8.60\text{в, г})$$

где  $\rho$  — плотность свободного заряда. Для среды, представляющей интерес в нашем случае, можно считать, что намагниченность  $\mathbf{M}$  равна нулю. Таким образом, мы имеем

$$\mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{H} + \mu_0 \mathbf{M} = \mu_0 \mathbf{H}. \quad (8.61)$$

Потери в среде (например, вследствие рассеяния) могут быть учтены введением воображаемой проводимости  $\sigma_s$ , таким образом, чтобы выполнялось соотношение

$$\mathbf{J} = \sigma_s \mathbf{E}. \quad (8.62)$$

Окончательно можно записать следующее выражение:

$$\mathbf{D} = \epsilon_0 \mathbf{E} + \mathbf{P}^{\text{лин}} + \mathbf{P}^{\text{нелин}} = \epsilon \mathbf{E} + \mathbf{P}^{\text{нелин}}, \quad (8.63)$$

где  $\mathbf{P}^{\text{лини}}$  — линейная поляризация среды, которую обычно учитывают введением диэлектрической проницаемости  $\epsilon$ . Покажем теперь, что если в уравнение Максвелла подставить величину  $\mathbf{D}$ , определяемую соотношением (8.63), то в волновом уравнении появляется нелинейный член поляризации  $\mathbf{P}^{\text{нелини}}$ . Применим к обеим частям уравнения (8.60а) оператор  $\nabla$  и заменим в правой части этого уравнения порядок следования операторов  $\nabla$  и  $\partial/\partial t$ . Используя при этом выражения (8.60б) и (8.61) — (8.63), сначала получаем

$$\nabla \times \nabla \times \mathbf{E} = -\mu_0 \left( \sigma_s \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} + \epsilon \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} + \frac{\partial^2 \mathbf{P}^{\text{нелини}}}{\partial t^2} \right). \quad (8.64)$$

Учитывая здесь тождество  $\nabla \times \nabla \times \mathbf{E} = \nabla(\nabla \cdot \mathbf{E}) - \nabla^2 \mathbf{E}$  и предполагая, что  $\nabla \cdot \mathbf{E} \approx 0$ , уравнение (8.64) можно переписать в виде

$$\nabla^2 \mathbf{E} - \frac{\sigma_s}{\epsilon c^2} \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} = \frac{1}{\epsilon c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{P}^{\text{нелини}}}{\partial t^2}, \quad (8.65)$$

где  $c = (\epsilon \mu_0)^{-1/2}$  — фазовая скорость электромагнитной волны в среде. Уравнение (8.65) представляет собой волновое уравнение, в котором имеется нелинейный член поляризации. Заметим, что член, учитывающий линейную поляризацию среды, входит в левую часть этого уравнения и включен в диэлектрическую проницаемость  $\epsilon$ . Нелинейный же член  $\mathbf{P}^{\text{нелини}}$  расположен в правой части уравнения. Покажем, что этот член играет роль источника волн, генерируемых на новых частотах, а также источника потерь падающей волны. В простом скалярном случае плоских волн, распространяющихся вдоль оси  $z$ , уравнение (8.65) принимает вид

$$\frac{\partial^2 E}{\partial z^2} - \frac{\sigma_s}{\epsilon c^2} \frac{\partial E}{\partial t} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 E}{\partial t^2} = \frac{1}{\epsilon c^2} \frac{\partial^2 P^{\text{нелини}}}{\partial t^2}. \quad (8.65a)$$

Амплитуда поля на частоте  $\omega_j$  запишется следующим образом:

$$E_j^{\omega_j}(z, t) = \frac{1}{2} \{ E_j(z) \exp[i(\omega_j t - k_j z)] + \text{к. с.} \}, \quad (8.66a)$$

где в общем случае  $E_j$  является комплексной величиной. Аналогично для амплитуды нелинейной поляризации на частоте  $\omega_j$  имеем

$$P_{\omega_j}^{\text{нелини}} = \frac{1}{2} \{ P_j^{\text{нелини}}(z) \exp[i(\omega_j t - k_j z)] + \text{к. с.} \}. \quad (8.66b)$$

Поскольку уравнению (8.65a) должна удовлетворять по отдельности каждая из распространяющихся в кристалле волн соответствующей частоты, в левую часть этого уравнения можно подставить выражение (8.66a), а в правую его часть — выражение (8.66b). В рамках приближения медленноменяющейся

амплитуды можно пренебречь второй производной величины  $E_j(z)$  (т. е. предположить, что  $d^2E_j/dz^2 \ll k_j dE_j/dz$ ). При этом уравнение (8.65а) принимает вид

$$2 \frac{dE_j}{dz} + \frac{\sigma_j}{n_j \epsilon_0 c_0} E_j = -i \left( \frac{\omega_j}{n_j \epsilon_0 c_0} \right) P_j^{\text{нелин}}, \quad (8.67)$$

где были использованы соотношения  $k_j = n_j \omega_j / c_0$  и  $\epsilon_j = n_j^2 \epsilon_0$  ( $c_0$  — скорость света в вакууме, а  $n_j$  — показатель преломления на частоте  $\omega_j$ ).

Уравнение (8.67) мы будем использовать в последующих разделах как основное. Заметим, что оно было получено в предположении существования скалярного соотношения между векторами  $\mathbf{P}^{\text{нелин}}$  и  $\mathbf{E}$  [см. (8.41)], что не является правильным. В действительности же следует использовать тензорное соотношение [см. (8.54)]. Однако можно показать, что, если  $E_j$  теперь рассматривать как компоненту поля вдоль некоторой оси, а в выражении (8.41) коэффициент  $d$  заменить его эффективным значением  $d_{\text{эфф}}$ , то предположение о скалярном соотношении между  $\mathbf{P}$  и  $\mathbf{E}$  оказывается справедливым. Вообще говоря, величина  $d_{\text{эфф}}$  представляет собой комбинацию одного или нескольких коэффициентов  $d_{im}$ , входящих в (8.54), и углов  $\theta$  и  $\phi$ , определяющих направление распространения волны в кристалле [16] ( $\theta$  — угол, который волновой вектор составляет с осью  $z$ , а  $\phi$  — угол, который проекция волнового вектора на плоскость  $xy$  составляет с осью  $x$  кристалла). Например, в случае кристалла точечной группы симметрии  $42m$  и фазового синхронизма типа I получаем  $d_{\text{эфф}} = d_{36} \sin 2\phi \sin \theta$ . Однако для простоты записи в соотношении (8.41) сохраним символ  $d$ , помня при этом, что на самом деле это  $d_{\text{эфф}}$ , т. е. эффективное значение коэффициента  $d$ .

#### 8.4.2.1. Параметрическая генерация

Рассмотрим теперь три волны с частотами  $\omega_1$ ,  $\omega_2$  и  $\omega_3$  (причем  $\omega_3 = \omega_1 + \omega_2$ ), взаимодействующие в кристалле. Общее поле  $E(z, t)$  этих волн можно записать в виде следующей суммы:

$$E(z, t) = E^{\omega_1}(z, t) + E^{\omega_2}(z, t) + E^{\omega_3}(z, t), \quad (8.68)$$

где каждое из полей определяется выражением (8.66а). Подставляя (8.68) в соотношение (8.41) и используя (8.66а), получаем выражение для компонент  $P_j^{\text{нелин}}(z)$  [аналогичное выражению (8.66б)] нелинейной поляризации на различных частотах  $\omega_j$ . Выполним утомительные, но несложные алгебраические преоб-

разования, находим, что, например, компонента  $P_1^{\text{нелнн}}$  на частоте  $\omega_1$  дается выражением

$$P_1^{\text{нелнн}} = 2e_0 dE_3(z) E_2^*(z) \exp[i(k_1 + k_2 - k_3)z]. \quad (8.69)$$

Компоненты нелинейной поляризации на частотах  $\omega_2$  и  $\omega_3$  вычисляются аналогичным образом. Подставляя в уравнение (8.67) компоненты величины  $P^{\text{нелнн}}$ , соответствующие трем частотам, получаем следующие три уравнения:

$$\frac{dE_1}{dz} = -\left(\frac{\sigma_1}{2n_1e_0c_0}\right) E_1 - i\left(\frac{\omega_1}{n_1c_0}\right) dE_3 E_2^* \exp[-i(k_3 - k_2 - k_1)z], \quad (8.70a)$$

$$\frac{dE_2}{dz} = -\left(\frac{\sigma_2}{2n_2e_0c_0}\right) E_2 - i\left(\frac{\omega_2}{n_2c_0}\right) dE_3 E_1^* \exp[-i(k_3 - k_1 - k_2)z], \quad (8.70б)$$

$$\frac{dE_3}{dz} = -\left(\frac{\sigma_3}{2n_3e_0c_0}\right) E_3 - i\left(\frac{\omega_3}{n_3c_0}\right) dE_1 E_2 \exp[-i(k_1 + k_2 - k_3)z]. \quad (8.70в)$$

Это основные уравнения, описывающие нелинейное параметрическое взаимодействие. Заметим, что они связаны между собой посредством нелинейного коэффициента  $d$ .

На данном этапе удобно определить новую полевую переменную  $A_j$ :

$$A_j = (n_j/\omega_j)^{1/2} E_j. \quad (8.71)$$

Поскольку интенсивность волны равна  $I_j = n_j e_0 c_0 |E_j|^2/2$ , соответствующий поток фотонов  $F_j$  можно записать в виде  $F_j = I_j/\hbar\omega_j = (e_0 c_0/2\hbar) |A_j|^2$ . Таким образом, величина  $|A_j|^2$  пропорциональна потоку фотонов на частоте  $\omega_j$ , причем коэффициент пропорциональности не зависит от  $n_j$  и  $\omega_j$ . В этих новых полевых переменных уравнения (8.70) принимают вид

$$\frac{dA_1}{dz} = -\frac{\alpha_1 A_1}{2} - i\lambda A_3 A_2^* \exp[-i(\Delta k z)], \quad (8.72a)$$

$$\frac{dA_2}{dz} = -\frac{\alpha_2 A_2}{2} - i\lambda A_3 A_1^* \exp[-i(\Delta k z)], \quad (8.72б)$$

$$\frac{dA_3}{dz} = -\frac{\alpha_3 A_3}{2} - i\lambda A_1 A_2 \exp[i(\Delta k z)], \quad (8.72в)$$

где мы положили  $\alpha_j = \sigma_j/n_j e_0 c_0$ ,  $\Delta k = k_3 - k_2 - k_1$  и

$$\lambda = \frac{d}{c_0} \left(\frac{\omega_1 \omega_2 \omega_3}{n_1 n_2 n_3}\right)^{1/2}. \quad (8.73)$$

Преимущество использования  $A_j$  вместо  $E_j$  очевидно, поскольку в противоположность уравнениям (8.70) в уравнения (8.72) входит единственный параметр связи  $\lambda$ .

Пренебрегая потерями (т. е. полагая  $\alpha_j = 0$ ), умножая обе части уравнения (8.72а) на  $A_1^*$ , а обе части уравнения (8.72б) на  $A_2^*$  и сравнивая полученные выражения, приходим к следующему соотношению:  $d|A_1|^2/dz = d|A_2|^2/dz$ . Выполняя аналогичные преобразования уравнений (8.72б) и (8.72в), получаем  $d|A_2|^2/dz = -d|A_3|^2/dz$ . Следовательно, можно написать следующие равенства:

$$\frac{d|A_1|^2}{dz} = \frac{d|A_2|^2}{dz} = -\frac{d|A_3|^2}{dz}, \quad (8.74)$$

которые называются соотношениями Мэнли — Роу. Поскольку величина  $|A|^2$  пропорциональна соответствующему потоку фотонов, из этих соотношений следует, что всякий раз, когда уничтожается фотон с частотой  $\omega_3$ , образуются фотоны с частотами  $\omega_1$  и  $\omega_2$ . Это согласуется с фотонной моделью параметрического процесса, обсуждавшейся в разд. 8.4.1.2. Следует заметить, что из соотношений (8.74) вытекает, например, следующее равенство:  $dP_1/dz = -(\omega_1/\omega_3)(dP_3/dz)$ , где  $P_1$  и  $P_3$  — мощности соответствующих волн. Таким образом, в излучение с частотой  $\omega_1$  может быть преобразована лишь часть  $\omega_1/\omega_3$  мощности излучения с частотой  $\omega_3$ .

Строго говоря, уравнения (8.72) справедливы в случае «бегущей» волны, когда в кристалле произвольной длины распространяются три волны с частотами  $\omega_1$ ,  $\omega_2$ ,  $\omega_3$ . Покажем теперь, каким образом эти уравнения можно применить к случаю оптического параметрического генератора, схематически показанного на рис. 8.8. Рассмотрим сначала этот генератор, работающий по схеме двойного резонатора. В этой схеме внутри резонатора в прямом и обратном направлениях распространяются две волны с частотами  $\omega_1$  и  $\omega_2$ . Параметрический процесс имеет место здесь только тогда, когда направления распространения этих волн и волны накачки совпадают (поскольку лишь при данных обстоятельствах удовлетворяется условие фазового синхронизма). Если «развернуть» оптический путь волны в резонаторе так, как показано на рис. 8.9, а, то из рисунка очевидно, что волны испытывают потери на любом участке пути, в то время как параметрическое усиление имеет место лишь на одном из двух отрезков пути. Эту ситуацию можно эквивалентно представить в виде схемы, приведенной на рис. 8.9, б, если соответствующим образом определить коэффициент эффективных потерь  $\alpha_j$  ( $j = 1, 2$ ). Потери, определяемые на рис. 8.9, б длиной кри-

сталла  $l$ , на самом деле должны быть равны потерям при двойном проходе резонатора, как показано на рис. 8.9, а. Последние представляют реальные потери в кристалле, а также потери, обусловленные дифракцией и отражением на зеркалах. Следовательно, входящие в уравнения (8.72) коэффициенты  $\alpha_1$  и  $\alpha_2$  должны быть определены таким образом, чтобы они учитывали эти различные потери. Из (8.72), пренебрегая параметрическим взаимодействием (т. е. полагая  $\lambda = 0$ ), мы видим, что после прохождения пути  $l$ , равного длине кристалла, мощность излучения на частоте  $\omega_j$  ( $j = 1, 2$ ) уменьшается до доли  $\exp(-\alpha_j l)$  мощности излучения на входе в кристалл. При этом мы должны учитывать потери, которые испытывает излучение при двойном проходе резонатора. Таким образом, мы имеем следующее выражение:

$$\exp(-\alpha_j l) = R_{1j} R_{2j} (1 - T)^2, \quad (8.74a)$$

где  $R_{1j}$  и  $R_{2j}$  — коэффициенты отражения соответствующих зеркал, а  $T$  — потери в кристалле (с учетом дифракционных потерь) за один проход излучения с частотой  $\omega_j$  через резонатор. Определим теперь следующие величины [ср. с (5.7)]:  $\gamma_{1j} = -\ln R_{1j}$ ,  $\gamma_{2j} = -\ln R_{2j}$ ,  $\gamma'_j = -\ln(1 - T)$  и  $\gamma_j = [(\gamma_{1j} + \gamma_{2j})/2] + \gamma'_j$ . При этом выражение (8.74a) принимает вид

$$\alpha_j l = 2\gamma_j, \quad (8.75)$$

где  $\gamma_j$  — общие потери в резонаторе за один проход. Заметим, что это равносильно замене потерь, обусловленных отражением от зеркал, потерями, распределенными по кристаллу, и последующему включению их в эффективный коэффициент поглощения  $\alpha_j$  ( $j = 1, 2$ ) кристалла. Величина же  $\alpha_3$  учитывает лишь потери внутри кристалла, которыми, вообще говоря, можно пренебречь. Таким образом, на этом этапе мы можем утверждать, что в случае двухрезонаторной параметрической генерации уравнения (8.72) все еще справедливы при условии, что  $\alpha_1$  и  $\alpha_2$

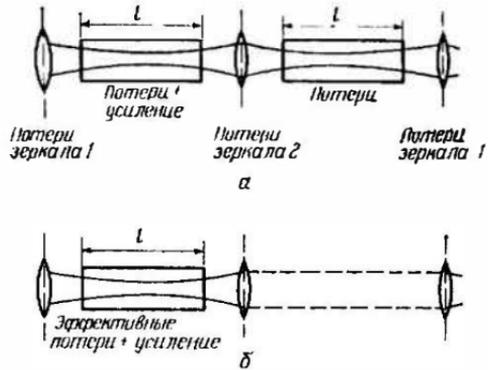


Рис. 8.9. а — «развертка» оптического пути в резонаторе оптического параметрического генератора; б — приведение оптического пути при двойном проходе в резонаторе, показанного на рис. а, к одному проходу, причем потери на зеркалах включены в распределение потерь в кристалле.

определяются выражением (8.75). Чтобы получить пороговое условие параметрической генерации в двухрезонаторной схеме, приведем уравнения (8.72) к более простому виду. Для этого предположим, что можно пренебречь «истошением» волны накачки за счет параметрического процесса. Используя это предположение, а также предположение о том, что  $\alpha_3 = 0$ , мы можем положить  $A_3(z) \approx A_3(0)$ , где  $A_3(0)$  — амплитуда падающей волны накачки, которая считается вещественной. Если предположить затем, что  $\Delta k = 0$  (идеальный фазовый синхронизм), то уравнения (8.72) принимают существенно более простой вид:

$$\frac{dA_1}{dz} = -\frac{\alpha_1 A_1}{2} - i \frac{g}{2} A_2^*, \quad \frac{dA_2}{dz} = -\frac{\alpha_2 A_2}{2} - i \frac{g}{2} A_1^*, \quad (8.76a, б)$$

где

$$g = 2\lambda A_3(0) = 2d \frac{E_3(0)}{c_0} \left( \frac{\omega_1 \omega_2}{n_1 n_2} \right)^{1/2}. \quad (8.77)$$

Теперь нетрудно получить пороговое условие параметрической генерации при двойном резонансе. Для этого в уравнениях (8.76) положим  $dA_1/dz = dA_2/dz = 0$ . В результате получим следующую систему однородных уравнений:

$$\alpha_1 A_1 + ig A_2^* = 0, \quad ig A_1 - \alpha_2 A_2^* = 0, \quad (8.78a, б)$$

где в последнем уравнении левая часть является комплексно-сопряженной относительно правой части уравнения (8.76б). При решении этой однородной системы уравнений ненулевые значения  $A_1$  и  $A_2$  имеют место лишь при условии, что

$$g^2 = \alpha_1 \alpha_2 = 4\gamma_1 \gamma_2 / l^2. \quad (8.79)$$

Последнее выражение мы записали с помощью соотношения (8.75). Из (8.77) мы видим, что  $g^2$  пропорциональна величине  $E_3^2(0)$ , т. е. интенсивности волны накачки. Таким образом, условие (8.79) означает, что для возбуждения параметрической генерации необходима определенная пороговая интенсивность волны накачки. Эта интенсивность пропорциональна произведению потерь (по мощности)  $\gamma_1$  и  $\gamma_2$  двух волн с частотами  $\omega_1$  и  $\omega_2$  за один проход в резонаторе и обратно пропорциональна величинам  $d^2$  и  $l^2$ .

Случай однорезонаторной параметрической генерации является несколько более сложным. Если лазерный резонатор настроен лишь на частоту  $\omega_1$ , то  $\alpha_1$  можно опять представить в виде (8.75). Поскольку волна на частоте  $\omega_2$  не отражается обратно в резонатор,  $\alpha_2$  будет включать в себя только потери в кристалле, и, следовательно, эту величину можно не учитывать. Пренебрегая «истошением» волны накачки и предполагая, что

фазовый синхронизм является идеальным, уравнения (8.76) можно применить по-прежнему, но при условии, что  $\alpha_2 = 0$ . В случае когда параметрическое преобразование невелико, в правой части уравнения (8.76б) можно положить  $A_1^*(z) \approx A_1^*(0)$ . Таким образом, имеем следующее выражение:

$$A_2(z) = -igA_1^*(0)z/2, \quad (8.80)$$

при получении которого мы предположили, что  $A_2(0) = 0$  (т. е. из резонатора в кристалл волна на частоте  $\omega_2$  обратно не поступает). Если в (8.76а) подставить выражение (8.80) и в правой части уравнения (8.76а) положить  $A_1(z) \approx A_1(0)$ , то мы получим

$$\frac{dA_1}{dz} = \left( -\frac{\alpha_1}{2} + \frac{g^2 z}{4} \right) A_1(0). \quad (8.81)$$

Интегрирование этого уравнения дает следующее выражение для амплитуды волны на частоте  $\omega_1$ , после того как она пройдет длину  $l$  кристалла:

$$A_1(l) = A_1(0) (1 - \alpha_1 l/2 + g^2 l^2/8). \quad (8.82)$$

Пороговое условие достигается тогда, когда  $A_1(l) = A_1(0)$ , т. е. когда

$$g^2 = 4\alpha_1/l = 8\gamma_1/l^2. \quad (8.83)$$

Поскольку величина  $g^2$  пропорциональна интенсивности  $I$  волны накачки, сравнение выражений (8.83) и (8.79) дает отношение пороговых значений интенсивности накачки:

$$I_{\text{ОРГ}}/I_{\text{ДРГ}} = 2/\gamma_2 \quad (8.84)$$

(здесь индексы ОРГ — однорезонансная генерация, ДРГ — двухрезонансная генерация). Если выбрать потери за проход равными, скажем,  $\gamma_2 = 2\%$ , то из (8.84) находим, что пороговая мощность для однорезонансной генерации должна быть в 100 раз больше, чем для двухрезонансной.

#### 8.4.2.2. Генерация второй гармоники

В случае ГВГ мы имеем:

$$E(z, t) = (1/2) \{ E_\omega \exp [i(\omega t - k_\omega z)] + E_{2\omega} \exp [i(2\omega t - k_{2\omega} z)] + \text{к. с.} \}, \quad (8.85)$$

$$P^{\text{неллн}}(z, t) = (1/2) \{ P_\omega^{\text{неллн}} \exp [i(\omega t - k_\omega z)] + \\ + P_{2\omega}^{\text{неллн}} \exp [i(2\omega t - k_{2\omega} z)] + \text{к. с.} \}. \quad (8.86)$$

Подстановка (8.85) и (8.86) в (8.41) дает

$$P_{2\omega}^{\text{неллн}} = \epsilon_0 d E_{\omega}^2 \exp[-i(2k_{\omega} - k_{2\omega})z], \quad (8.87a)$$

$$P_{\omega}^{\text{неллн}} = 2\epsilon_0 d E_{2\omega} E_{\omega}^* \exp[-i(k_{2\omega} - 2k_{\omega})z]. \quad (8.87b)$$

Затем, подставляя выражение (8.87) в (8.67) и пренебрегая потерями в кристалле (т. е. полагая  $\sigma_j = 0$ ), получаем

$$\frac{dE_{2\omega}}{dz} = -i \frac{\omega}{n_{2\omega} c_0} d E_{\omega}^2 \exp(i \Delta k z), \quad (8.88a)$$

$$\frac{dE_{\omega}}{dz} = -i \frac{\omega}{n_{\omega} c_0} d E_{2\omega} E_{\omega}^* \exp(-i \Delta k z); \quad (8.88b)$$

здесь  $\Delta k = k_{2\omega} - 2k_{\omega}$ . Уравнения (8.88) являются основными для описания генерации второй гармоники. Чтобы их решить, удобно определить новые полевые переменные  $E'_{\omega}$  и  $E'_{2\omega}$  следующим образом:

$$E'_{\omega} = (n_{\omega})^{1/2} E_{\omega}, \quad E'_{2\omega} = (n_{2\omega})^{1/2} E_{2\omega}. \quad (8.89a, б)$$

Отсюда мы видим, что, поскольку интенсивность  $I_{\omega}$  волны с частотой  $\omega$  пропорциональна произведению  $n_{\omega} |E_{\omega}|^2$ , интенсивность  $|E'_{\omega}|^2$  также пропорциональна величине  $I_{\omega}$ , но теперь коэффициент пропорциональности не зависит от показателя преломления. Подстановка выражений (8.89) в (8.88) приводит к следующим уравнениям:

$$\frac{dE'_{2\omega}}{dz} = -\frac{i}{l_{\text{ВГ}}} \frac{E_{\omega}'^2}{E'_{\omega}(0)} \exp[i(\Delta k z)], \quad (8.90a)$$

$$\frac{dE'_{\omega}}{dz} = -\frac{i}{l_{\text{ВГ}}} \frac{E'_{2\omega} E_{\omega}'^*}{E'_{\omega}(0)} \exp[-i(\Delta k z)], \quad (8.90b)$$

где  $E'_{\omega}(0)$  — значение  $E'_{\omega}$  в точке  $z = 0$ , а  $l_{\text{ВГ}}$  — характерная длина взаимодействия второй гармоники, определяемая выражением

$$l_{\text{ВГ}} = \frac{\lambda_0 (n_{\omega} n_{2\omega})^{1/2}}{2\pi d E_{\omega}(0)}, \quad (8.91)$$

где  $\lambda_0$  — длина волны, а  $E_{\omega}(0)$  — амплитуда поля основной волны на частоте  $\omega$ . Заметим снова, что преимущество использования новых полевых переменных  $E'_{\omega}$  и  $E'_{2\omega}$  с очевидностью следует из выражений (8.90), так как они содержат один единственный параметр связи  $l_{\text{ВГ}}$ . Кроме того, подчеркнем, что величины  $E_{\omega}(0)$ , а следовательно, и  $E'_{\omega}(0)$  являются веществен-

ными. Из (8.90) получаем соотношение Мэнли — Роу

$$d |E'_{2\omega}|^2 / dz = - d |E'_\omega|^2 / dz. \quad (8.92)$$

Отсюда следует, что в рассматриваемом случае возможно 100%-ное преобразование мощности основной волны в мощность излучения на второй гармонике.

В качестве первого примера рассмотрим решение системы уравнений (8.90) в случае, когда фазовое рассогласование столь велико (т. е.  $l_{\text{ВГ}} \Delta k \gg 1$ ), что во вторую гармонику преобразуется лишь очень небольшая доля мощности основной волны. Поэтому в правой части уравнения (8.90а) следует положить  $E'_\omega(z) = E'_\omega(0)$ . Получающееся при этом уравнение нетрудно проинтегрировать [с граничным условием  $E'_{2\omega}(0) = 0$ ]. Таким образом, решение уравнения (8.90а) запишется в виде

$$E'_{2\omega}(l) = - \frac{E'_\omega(0)}{l_{\text{ВГ}}} \left[ \frac{\exp(-i \Delta k l) - 1}{\Delta k} \right], \quad (8.93)$$

откуда получаем

$$\left| \frac{E'_{2\omega}(l)}{E'_\omega(0)} \right|^2 = \frac{\sin^2(\Delta k l / 2)}{(\Delta k l_{\text{ВГ}} / 2)^2}. \quad (8.94)$$

Поскольку величина  $|E'_{2\omega}|$  пропорциональна интенсивности  $I_{2\omega}$  второй гармоники, из последнего выражения нетрудно получить зависимость этой интенсивности от длины кристалла  $l$ . В соответствии с (8.92) интенсивность  $I_\omega$  должна быть такой, чтобы выполнялось равенство  $I_\omega + I_{2\omega} = I_\omega(0)$ . На рис. 8.10 в виде штриховых кривых приведены зависимости относительных величин  $I_\omega / I_\omega(0)$  и  $I_{2\omega} / I_\omega(0)$  от  $l / l_{\text{ВГ}}$  при  $l_{\text{ВГ}} \Delta k = 10$ . Заметим, что вследствие большого фазового рассогласования во вторую гармонику из основных сигналов передается лишь очень небольшая доля мощности. С помощью (8.94) нетрудно показать, что первый максимум величины  $[I_{2\omega} / I_\omega(0)]$  достигается при  $l = l_c$ , где  $l_c$  (длина когерентности) определяется выражением (8.49).

В качестве второго примера рассмотрим решение уравнений (8.90) в случае, когда имеет место идеальный фазовый синхронизм ( $\Delta k = 0$ ). В этом случае может происходить довольно

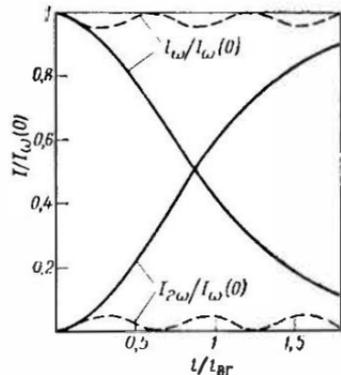


Рис. 8.10. Нормированные кривые зависимости интенсивности второй гармоники  $I_{2\omega}$  и интенсивности излучения на основной частоте  $I_\omega$  от длины кристалла  $l$  при идеальном фазовом синхронизме (сплошные кривые) и некотором фазовом рассогласовании (штриховые кривые).

заметное преобразование во вторую гармонику и, следовательно, необходимо учитывать истощение пучка на основной частоте. Таким образом, при решении уравнений (8.90) мы не можем теперь полагать  $E'_\omega(z) = E'_\omega(0)$ . Однако если  $\Delta k = 0$ , то из уравнений (8.90) можно показать, что величина  $E'_{2\omega}$  является мнимой, а  $E'_\omega$  — вещественной. Иными словами, мы имеем

$$E'_\omega = |E'_\omega|, \quad E'_{2\omega} = -i |E'_{2\omega}|. \quad (8.95а, б)$$

При этом уравнения (8.90) принимают вид

$$\frac{d|E'_\omega|}{dz} = -\frac{1}{l_{\text{ВГ}}} \frac{|E'_{2\omega}| |E'_\omega|}{E'_\omega(0)}, \quad (8.96а)$$

$$\frac{d|E'_{2\omega}|}{dz} = \frac{1}{l_{\text{ВГ}}} \frac{|E'_\omega|^2}{E'_\omega(0)}. \quad (8.96б)$$

Решения уравнений (8.96) с граничными условиями  $E'_\omega(l=0) = E'_\omega(0)$  и  $E'_{2\omega}(0) = 0$  записываются в виде

$$|E'_{2\omega}| = E'_\omega(0) \operatorname{th}(z/l_{\text{ВГ}}), \quad |E'_\omega| = E'_\omega(0) \operatorname{sch}(z/l_{\text{ВГ}}). \quad (8.97а, б)$$

Поскольку интенсивность волны пропорциональна  $|E'|^2$ , можно написать следующие соотношения:  $I_{2\omega}/I_\omega(0) = |E'_{2\omega}|^2/E_\omega'^2(0)$  и  $I_\omega/I_\omega(0) = |E'_\omega|^2/E_\omega'^2(0)$ . Вычисленные с помощью выражений (8.97) зависимости величин  $I_{2\omega}/I_\omega(0)$  и  $I_\omega/I_\omega(0)$  от длины кристалла представлены на рис. 8.10 в виде сплошных кривых. Заметим, что когда  $l = l_{\text{ВГ}}$ , во вторую гармонику преобразуется значительная доля ( $\sim 59\%$ ) падающей волны. Это наглядно показывает роль  $l_{\text{ВГ}}$  как характерной длины взаимодействия второй гармоники. Ее величина обратно пропорциональна квадратному корню из интенсивности пучка на основной частоте [см. (8.91)]. Следует также заметить, что, когда  $l \gg l_{\text{ВГ}}$ , излучение накачки в соответствии с соотношением Мэнли — Роу (8.92) может быть полностью преобразовано в излучение второй гармоники.

### 8.5. Временное преобразование; сжатие импульса

В этом разделе мы рассмотрим кратко явление сжатия импульса. Это явление — один из примеров многих типов временного преобразования, которому может быть подвергнут лазерный пучок до его применения на практике. Однако, прежде чем приступить к такому преобразованию, имеет смысл сделать короткое отступление, чтобы напомнить такие понятия, как фазовая скорость, групповая скорость и дисперсия групповой скорости светового импульса.

Рассмотрим среду, характеризующуюся конкретным дисперсионным уравнением, т. е. данным соотношением между волновым числом  $k$  и частотой  $\omega$  (рис. 8.11). Это означает, что электрическое поле плоской линейно-поляризованной и монохроматической электромагнитной волны с частотой  $\omega$  будет распространяться вдоль оси  $z$  в соответствии с выражением  $E \sim \exp[i(\omega t - kz)]$ , где  $k = k(\omega)$  определяется дисперсионным уравнением среды. Поскольку фаза волны равна

$$\phi = \omega t - kz, \quad (8.98)$$

скорость данного фазового фронта будет такова, что элементарные изменения  $dt$  и  $dz$  временной и пространственной координат должны удовлетворять условию  $d\phi = \omega dt - k dz = 0$ . Отсюда следует, что фазовый фронт движется со скоростью

$$v_\phi = dz/dt = \omega/k, \quad (8.99)$$

которая называется фазовой скоростью волны. Рассмотрим теперь световой импульс, распространяющийся в среде, и пусть  $\omega_0$  и  $\Delta\omega_0$  — центральная частота и ширина соответствующего спектра (рис. 8.11, а). Предположим, что дисперсионное уравнение в пределах ширины линии  $\Delta\omega_0$  может быть линеаризовано. Другими словами, запишем его следующим образом:  $k = k_0 + (dk/d\omega)_{\omega=\omega_0} \times (\omega - \omega_0)$ , где  $k_0$  — волновое число, соответствующее частоте  $\omega_0$ . В этом случае, выполняя преобразование Фурье электрического поля волны:

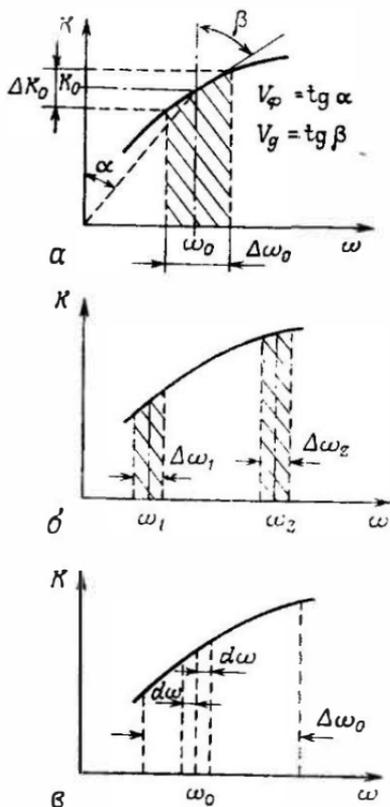


Рис. 8.11. а — фазовая скорость и групповая скорость в среде; б — дисперсия времени задержки двух импульсов с несущими частотами  $\omega_1$  и  $\omega_2$ ; в — дисперсия групповой скорости для импульса с широким спектром.

$$E(t, z) = \int_{\omega_0 - \Delta\omega_0/2}^{\omega_0 + \Delta\omega_0/2} A_\omega \exp[i(\omega t - kz)] d\omega \quad (8.100)$$

и подставляя приведенное выше линейное соотношение для  $k$  в зависимости от  $\omega - \omega_0$ , получаем

$$E(t, z) = \exp[i(\omega_0 t - k_0 z)] \int_{-\Delta\omega_0/2}^{\Delta\omega_0/2} A_\omega \exp\left\{i\Delta\omega \left[t - \left(\frac{dk}{d\omega}\right)_\omega z\right]\right\} d\Delta\omega, \quad (8.101)$$

где  $\Delta\omega = \omega - \omega_0$ . Заметим, что после интегрирования получается функция переменной  $t - (dk/d\omega)z$ . Таким образом, выражение (8.101) можно представить в виде

$$E(t, z) = A[t - (z/v_g)] \exp[i(\omega_0 t - k_0 z)], \quad (8.102)$$

где  $A$  — амплитуда волны или волнового пакета,  $\exp[i(\omega_0 t - k_0 z)]$  — несущая волна, а  $v_g$  дается выражением

$$v_g = (d\omega/dk)_{k=k_0}. \quad (8.103)$$

Тот факт, что амплитуда волны является функцией переменной  $t - z/v_g$ , означает, что волновой пакет распространяется со скоростью  $v_g$  без изменения формы. Эта скорость называется групповой скоростью импульса, а ее величина в соответствии с (8.103) определяется наклоном кривой зависимости  $\omega(k)$  в точке  $\omega = \omega_0$ . Обратившись к выражению (8.102), заметим, что несущая волна импульса распространяется со скоростью  $v = \omega_0/k_0$ , т. е. с фазовой скоростью непрерывной волны на частоте  $\omega = \omega_0$ . Заметим также, что в общем случае дисперсионного уравнения, представленного на рис. 8.11, а, фазовая скорость несущей волны отличается, вообще говоря, от групповой скорости. Посмотрим теперь, что происходит, когда в среде распространяются два импульса, имеющих ширины спектральных линий соответственно  $\Delta\omega_1$  и  $\Delta\omega_2$  с центрами при  $\omega_1$  и  $\omega_2$  (рис. 8.11, б). Если наклоны дисперсионной кривой на этих двух частотах имеют разные значения, то оба волновых пакета распространяются с различными групповыми скоростями  $v_{g_1}$  и  $v_{g_2}$ . Таким образом, если максимумы обоих импульсов входят в среду одновременно, то после прохождения ими в среде расстояния  $L$  они становятся разделенными во времени на величину задержки

$$\Delta\tau_d = \frac{L}{v_{g_2}} - \frac{L}{v_{g_1}} = L \left[ \left( \frac{dk}{d\omega} \right)_2 - \left( \frac{dk}{d\omega} \right)_1 \right]. \quad (8.104)$$

Если допустить, что дисперсионное уравнение в диапазоне частот  $\omega_1 - \omega_2$  можно аппроксимировать параболой, то справедливым будет выражение  $(dk/d\omega)_2 = (dk/d\omega)_1 + (d^2k/d\omega^2)_1(\omega_2 - \omega_1)$  и, таким образом, величину  $\Delta\tau_d$  можно записать в виде

$$\Delta\tau_d = L (d^2k/d\omega^2)_1 (\omega_2 - \omega_1). \quad (8.105)$$

Рассмотрим теперь случай, когда световой импульс имеет столь большую ширину линии  $\Delta\omega_0$ , что линейный закон не будет более хорошо аппроксимировать дисперсионное уравнение (рис. 8.11, в). В этом случае различные спектральные области импульса распространяются с различными групповыми скоростями и, следовательно, форма импульса меняется во время распространения. Выбрав две соседние элементарные спектральные области импульса вблизи частоты  $\omega$ , разделенные элементарным частотным интервалом  $d\omega$ , определим изменение временной задержки  $d\tau_d$ .

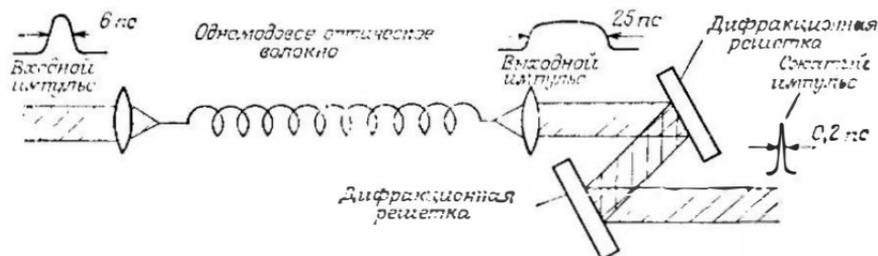


Рис. 8.12. Экспериментальная установка для сжатия импульсов.

В соответствии с (8.105) эта величина дается выражением

$$d\tau_d = L (d^2k/d\omega^2) d\omega. \quad (8.106)$$

Представив величину  $d\tau_d$  в форме (8.106), обычно определяют дисперсию групповой скорости (ДГС) в виде

$$\text{ДГС} = d^2k/d\omega^2. \quad (8.107)$$

Заметим, что поскольку  $v_g = d\omega/dk$ , можно также написать

$$\text{ДГС} = \frac{d(1/v_g)}{d\omega} = -\frac{1}{v_g^2} \frac{dv_g}{d\omega}. \quad (8.108)$$

Из соотношений (8.106) — (8.108) следует, что дисперсию временной задержки  $d\tau_d/d\omega$  можно представить в виде

$$\frac{d\tau_d}{d\omega} = L \frac{d^2k}{d\omega^2} = \frac{d(L/v_g)}{d\omega}. \quad (8.109)$$

Сделав эти предварительные замечания, можно продолжить рассмотрение метода сжатия сверхкоротких лазерных импульсов. Соответствующее устройство схематически представлено на рис. 8.12. Импульс лазера, работающего в режиме синхронизации мод, с относительно небольшой максимальной мощностью (например,  $P_p = 2$  кВт) и большой длительностью импульса (например,  $\tau_p = 6$  пс) пропускается через одномодовое кварцевое

оптическое волокно подходящей длины (например,  $L = 3$  м). Длина волны импульса (например,  $\lambda = 590$  нм) попадает в область положительной дисперсии групповой скорости волокна (обычно  $\lambda < 1,3$  мкм). Заметим, что, согласно (8.108), положительная дисперсия групповой скорости означает, что групповая скорость уменьшается с увеличением несущей частоты. После выхода из волокна импульс коллимируется и проходит через систему двух одинаковых дифракционных решеток, расположенных параллельно друг другу. Наклон этих решеток и расстояние между ними необходимо подобрать вполне определенным образом, описанным ниже. При выполнении этих определенных условий выходной пучок состоит из светового импульса, длительность которого значительно меньше, чем у входного импульса (например,  $\tau_p = 200$  фс), и, следовательно, пиковая мощность намного больше (например,  $P_p = 20$  кВт). Таким образом, устройство, изображенное на рис. 8.12, позволяет получить очень большой коэффициент сжатия (например, в нашем случае около 30). Перейдем теперь к рассмотрению достаточно непростых явлений, происходящих во время сжатия импульса [17].

Рассмотрим сначала процессы, которые имеют место при распространении импульса в оптическом волокне. Прежде всего заметим, что при данном диаметре небольшого ядра одномодового волокна ( $\sim 4$  мкм) импульс создает внутри ядра очень высокую интенсивность излучения. В этих условиях поле световой волны вызывает значительные изменения показателя преломления  $\delta n$  материала волокна. В действительности это изменение  $\delta n$  пропорционально квадрату амплитуды поля импульса, так что мы можем записать  $\delta n = n_{2E} A^2$ , где для кварца  $n_{2E} \approx \approx 10^{-22}$  м<sup>2</sup>/В<sup>2</sup>. Это явление обычно называют *оптическим эффектом Керра*. Поскольку интенсивность  $I$  пропорциональна  $A^2$ , величину  $\delta n$  можно записать в более общепринятом виде:

$$\delta n = n_{2I} I(t), \quad (8.110)$$

где для плавленного кварца  $n_{2I} \approx 10^{-16}$  см<sup>2</sup>/Вт. Заметим, что, поскольку здесь речь идет о световом импульсе, мы явно указали в (8.110) на то, что интенсивность  $I$  является функцией времени. Это означает, что показатель преломления среды  $n = n_0 + \delta n$  (где  $n_0$  — показатель преломления в отсутствие поля) является также функцией времени. Если потери в волокне малы, то импульс может сохранить высокую интенсивность на протяжении всего волокна, а это вызовет очень большую фазовую модуляцию несущей. Предположим, что в действительности импульс на входе в волокно имеет колоколообразную форму, как показано сплошной линией на рис. 8.13, а, и пусть этот импульс распро-

страняется по бездисперсионному волокну на расстояние  $z$ . В отсутствие дисперсии групповой скорости форма импульса не будет изменяться, и импульс, пройдя расстояние  $z$  по волокну, испытает сдвиг фазы  $\phi$ , определяемый выражением

$$\phi = \omega_0 t - kz = \omega_0 t - \frac{\omega_0 n_0 z}{c_0} - \frac{\omega_0 \delta n z}{c_0}, \quad (8.111)$$

где  $\omega_0$  — частота несущей входного импульса, а  $c_0$  — скорость света в вакууме. Тогда мгновенное значение частоты светового импульса в точке с координатой  $z$  можно записать в виде

$$\begin{aligned} \omega' &= \frac{\partial (\omega_0 t - kz)}{\partial t} = \\ &= \omega_0 - \frac{\omega_0}{c_0} z n_{2l} \frac{\partial l}{\partial t}. \quad (8.112) \end{aligned}$$

Таким образом, мгновенное значение частоты несущей  $\omega' = \omega'(t)$  линейно зависит от производной мгновенной интенсивности света по времени, взятой с обратным знаком. Следовательно, у импульса, показанного на рис. 8.13, а, несущая частота будет изменяться со временем так, как показано сплошной линией на рис. 8.13, б. Заметим, что вблизи пика импульса, т. е. в той области, где временную зависимость можно описать параболой, мгновенное значение частоты несущей линейно растет со временем (т. е. говорят, что импульс обладает положительным смещением<sup>1)</sup>; см. разд. 5.4.5). Заметим также, что смещение частоты отрицательно на крыльях импульса, т. е. при  $t < t_A$  или  $t > t_B$  на рис. 8.13, б. Явление, которое мы только что описали, носит название фазовой самомодуляции светового импульса.

Рассмотренная до сих пор физическая ситуация не дает полного представления о том, что происходит на самом деле

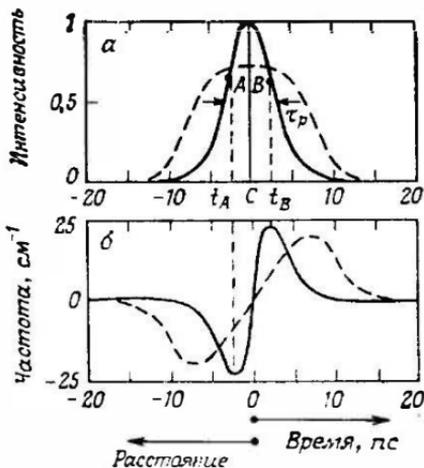


Рис. 8.13. Зависимости от времени интенсивности импульса (а) и частоты (б) при распространении в одномодовом волокне соответствующей длины. Сплошная кривая соответствует случаю отсутствия дисперсии групповой скорости, а штриховая — наличию положительной дисперсии групповой скорости в волокне.

<sup>1)</sup> Иногда говорят также «положительный чирп» (калька с английского positive chirp). Мы не пользуемся этим термином так же, как и «сweep частоты» (frequency sweep), заменяя их словом «смещение», имеющим ясный физический смысл. — *Прим. ред.*

в волокне, поскольку мы пренебрегли положительной дисперсией групповой скорости. Этот эффект эвристически можно описать следующим образом. Рассмотрим сначала форму невозмущенного светового импульса в данный момент времени как функцию координаты  $z$ . Поскольку интенсивность импульса зависит от  $z - v_g t$ , где  $v_g$  — групповая скорость, зависимость интенсивности импульса от переменной  $z$  та же, что и на рис. 8.13 при условии, что мы изменим положительное направление оси на противоположное и умножим масштаб времени на  $v_g$ . Это означает, что точка, скажем  $A$  на рис. 8.13, а, в действительности находится на переднем фронте, в то время как точка, скажем  $B$ , — на заднем фронте. Заметим теперь, что в соответствии с рис. 8.13, б несущая частота импульса  $\omega'$  вблизи точки  $A$  будет ниже, чем в точке  $C$ , где частота примерно равна  $\omega_0$ . В то же время несущая частота импульса вблизи точки  $B$  будет выше, чем в  $C$ . Поскольку мы считаем, что волокно обладает положительной дисперсией групповой скорости, часть импульса вблизи точки  $A$  будет двигаться быстрее, чем часть импульса вблизи точки  $C$ , а последняя в свою очередь будет двигаться быстрее области вблизи точки  $B$ . Отсюда следует, что при распространении по волокну центральная часть импульса будет растягиваться. При помощи тех же соображений можно показать, что фронты импульса будут не растягиваться, а обостряться, так как в этих областях смещение частоты отрицательно. Поэтому истинная форма импульса как функция времени в данной точке  $z$  будет такой, как показано на рис. 8.13, а штриховой кривой. Соответствующая зависимость смещения частоты показана штриховой кривой на рис. 8.13, б. Из рис. 8.13, а мы видим, что из-за уширения, обусловленного дисперсией групповой скорости, пиковая интенсивность импульса, указанного штриховой кривой, меньше, чем для сплошной кривой. Заметим также, что поскольку параболическая часть импульса распространяется теперь на более широкую область вблизи пика, положительное линейное смещение частоты распространяется на большую часть импульса. Установив эти общие особенности взаимодействия процессов фазовой самомодуляции и дисперсии групповой скорости, мы можем показать, что если длина волокна достаточно большая, то на выходе волокна, показанного на рис. 8.12, форма импульса и смещение частоты будут изменяться во времени так, как изображено на рис. 8.14, а и б. Заметим, в частности, что положительное смещение частоты теперь линейно во времени на протяжении большей части импульса. Соответствующий спектр мощности этого импульса приведен на рис. 8.14, в. Заметим, что благодаря фазовой самомодуляции ширина спектра ( $\sim 50 \text{ см}^{-1}$ ) заметно превышает первоначальную ширину

спектра импульса на входе в волокно (которая определялась обратной длительностью импульса, т. е.  $\Delta\nu \approx 0,5/\tau_p \approx 2,8 \text{ см}^{-1}$  для рассмотренного случая  $\tau_p \approx 6 \text{ пс}$ )<sup>1)</sup>. Отсюда следует, что ширина полосы на выходе в основном определяется фазовой модуляцией, а не длительностью его огибающей.

Предположим теперь, что импульс на рис. 8.14, а (и 8.14, б) пропускается через среду с отрицательной дисперсией групповой скорости. Используя те же рассуждения, что и в связи с

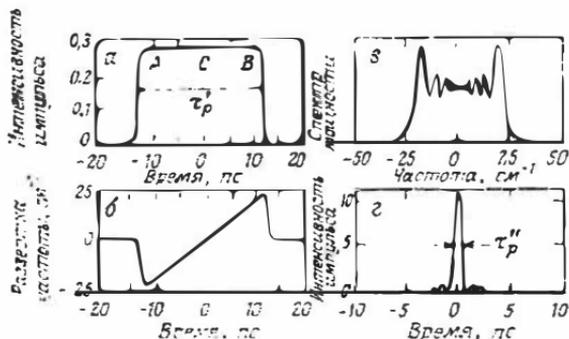


Рис. 8.14. Расчетные значения самоузрения (а) и фазовой самомодуляции (б) исходного импульса длительностью 6 пс после распространения в одномодовом волокне с положительной дисперсией групповой скорости на расстоянии 30 м; спектр выходного импульса (в); сжатый импульс после прохождения оптической системы с отрицательной линейной дисперсией групповой скорости (г). (Согласно Гришовке и Балланту [17].)

рис. 8.13, можно показать, что область импульса вблизи точки А будет двигаться медленнее, чем вблизи точки С, а эта в свою очередь будет двигаться медленнее области вблизи точки В. Отсюда следует, что импульс будет сжиматься. Предположим теперь, что дисперсия групповой скорости среды помимо того, что она отрицательна, не зависит также от частоты. Следовательно, дисперсия временной задержки  $d\tau_d/d\omega$  будет также отрицательной и не будет зависеть от частоты, т. е.  $\tau_d$  линейно уменьшается с частотой. Поскольку смещение частоты импульса увеличивается линейно со временем (см. рис. 8.14, б), все точки импульса на рис. 8.14, а в случае, когда среда имеет соответствующую длину, сожмутся вместе в одно и то же время. Эту длину можно определить с помощью соотношения [см. (8.103)]

$$\left[ d(L/v_g)/d\omega \right] \Delta\omega = \tau_p', \quad (8.113)$$

<sup>1)</sup> Подчеркнем, что уширение спектра (т. е. появление в нем новых частот) обязано своим происхождением *нелинейному* эффекту зависимости показателя преломления от интенсивности. Никакой *линейный* процесс не может привести к генерации новых частот. — *Прим. ред.*

где  $\Delta\omega$  — полное смещение частоты импульса ( $\sim 50 \text{ см}^{-1}$  в примере, приведенном на рис. 8.14, б), а  $\tau'_p$  — длительность импульса ( $\sim 23 \text{ пс}$  в примере на рис. 8.14, а). Заметим, что сжатие вместе всех точек импульса означает переход частотной модуляции импульса (показана на рис. 8.14) в амплитудную модуляцию. Поскольку в процессе этой операции спектр импульса сохраняется (т. е. он по-прежнему такой же, как на рис. 8.14, в), длительность сжатого импульса  $\tau''_p$  должна быть приблизительно равна обратной ширине полосы спектра, т. е.  $\tau''_p \approx 2\pi/\Delta\omega \approx \approx 0,75 \text{ пс}$ . Так как первоначальная длительность импульса была равна  $\tau_a \sim 6 \text{ пс}$  (рис. 8.12, а), данный результат означает, что было достигнуто существенное сжатие импульса<sup>1)</sup>.

Следует заметить, что приведенное выше эвристическое рассмотрение основывалось на допущении, что импульс с частотным смещением может быть разделен на отдельные временные отрезки с различными частотами несущей. Хотя данная идея в принципе верна и позволяет дать простое описание явлений, более подробное рассмотрение этого подхода привело бы к некоторым концептуальным трудностям. Однако корректное аналитическое рассмотрение в данном случае оказывается достаточно прямолинейным, хотя при этом физика процесса становится более сложной и далекой от интуитивного представления. Для получения сжатого импульса достаточно вычислить Фурье-образы  $E(\omega)$  импульсов, изображенных на рис. 8.14, а и б, и умножить их в частотной области на пропускание  $t(\omega)$  среды с отрицательной дисперсией групповой скорости. При этом результирующий импульс получают вычислением обратного Фурье-преобразования произведения  $E(\omega)t(\omega)$ . Заметим, что в среде без потерь пропускание  $t(\omega)$  представляет собой чисто фазовый член, определяемый выражением

$$t(\omega) = \exp(-ikL), \quad (8.114)$$

где  $L$  — длина среды, а величина  $k = k(\omega)$  определяется дисперсионным уравнением среды. Если среда имеет постоянную дисперсию групповой скорости, то  $k(\omega)$  можно разложить в ряд Тейлора относительно центральной частоты несущей  $\omega_0$  с точностью до квадратичного члена:

$$k(\omega) = k(\omega_0) + k'(\omega_0)(\omega - \omega_0) + k''(\omega_0)(\omega - \omega_0)^2/2, \quad (8.115)$$

<sup>1)</sup> Аналогичные методы получения укороченных импульсов путем создания вначале линейного частотного смещения (чирпа) с последующим сжатием импульса активно использовались в области радиолокации после Второй мировой войны (радары с частотной модуляцией).

где в соответствии с (8.103) и (8.107) мы имеем  $k'(\omega_0) = 1/v_g$  и  $k''(\omega_0) = \text{ДГС}$ . Подставляя данное разложение в выражение (8.107) и производя обратное Фурье-преобразование произведения  $E(\omega)t(\omega)$ , находим, что если вторая производная  $k''(\omega_0)$  отрицательна и удовлетворяет условию  $Lk''\Delta\omega \approx \tau_p'$  [ср. с (8.113)], то мы имеем оптимальное сжатие импульса. Оптимально сжатый импульс, вычисленный таким образом, показан на рис. 8.14, в. Длительность этого импульса имеет порядок  $\tau_p'' = 0,6$  пс, что указывает на сжатие исходного импульса длительностью  $\tau_p = 6$  пс примерно в 10 раз.

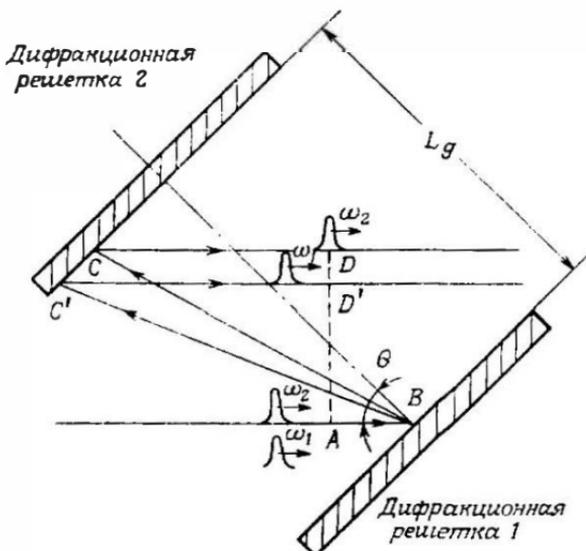


Рис. 8.15. Пара дифракционных решеток для сжатия импульса.

Все, что нам осталось, — это найти подходящую оптическую систему, которая может обеспечить необходимую отрицательную дисперсию групповой скорости, т. е. отрицательную дисперсию групповой задержки  $d\tau_d/d\omega$ . Одна из таких систем представляет собой пару параллельных одинаковых дифракционных решеток, изображенных на рис. 8.12 [18]. Чтобы это понять, обратимся к рис. 8.15. На нем показана плоская волна, описываемая лучом  $AB$ , падающим на решетку 1. Волна распространяется под углом  $\theta$  к нормали решетки. Предположим, что падающая волна состоит из двух синхронных импульсов с частотами  $\omega_1$  и  $\omega_2$ , причем  $\omega_2 > \omega_1$ . Вследствие дисперсии решетки импульсы проделают пути соответственно  $ABCD$  и  $ABC'D'$ . При этом мы видим, что задержка, которую испытывает импульс на частоте  $\omega_2$ , а

именно  $\tau_{d2} = ABCD/v_g$ , меньше задержки  $\tau_{d1} = ABC'D'/v_g$  на частоте  $\omega_1$ . Поскольку  $\omega_2 > \omega_1$ , это означает, что дисперсия групповой задержки отрицательна. С помощью подробных расчетов можно показать, что дисперсионное уравнение запишется в виде [18]

$$\frac{d\tau_d}{d\omega} = - \frac{(1/\omega^2) (\lambda/\lambda_g) (2\pi L_g/\lambda_g)}{[1 - (\sin \theta - \lambda/\lambda_g)^2]^{3/2}}, \quad (8.116)$$

где  $\omega$  — частота волны,  $\lambda$  — ее длина,  $\lambda_g$  — период решетки, а  $L_g$  — расстояние между решетками. Обратите внимание на знак «минус» в правой части выражения (8.116), показывающий, что дисперсия временной задержки действительно отрицательна. Заметим также, что величину дисперсии можно менять, изменяя  $L_g$  и (или) угол падения  $\theta$ .

Система, показанная на рис. 8.12, применялась для осуществления сжатия импульсов при самых различных условиях. Например, импульсы длительностью около 50 фс на длине волны  $\lambda \approx 620$  нм от лазера на красителе с синхронизацией мод на сталкивающихся импульсах (усиленные лазерным усилителем на красителе, накачиваемого лазером на парах меди) были сжаты с применением волокна длиной около 10 мм до длительности около 6 фс. Эти импульсы состоят примерно из трех оптических периодов и в настоящее время являются наиболее короткими. Импульсы длительностью около 6 пс (и пиковой мощностью около 2 кВт) от лазера на красителе с синхронной накачкой и с синхронизацией мод были сжаты с помощью системы, показанной на рис. 8.12, с использованием трехметрового волокна до длительности около 200 фс ( $P_p = 20$  кВт). Эти импульсы были снова сжаты второй такой же системой, показанной на рис. 8.12, с волокном длиной 55 см до длительности 90 фс.

## Задачи

8.1. Размер пятна в перетяжке гауссова пучка, излучаемого He-Ne-лазером видимого диапазона, равен  $\omega_0 = 0.5$  мм. Вычислите размер пятна пучка и радиус кривизны поверхности равных фаз на расстоянии 10 м от перетяжки пучка.

8.2. Гауссов пучок из предыдущей задачи нужно сфокусировать таким образом, чтобы перетяжка пучка с размером пятна 50 мкм образовалась на расстоянии 1 м от перетяжки исходного пучка. Какое фокусное расстояние должна иметь линза и где она должна быть расположена?

8.3. Лазер имеет полуконфокальный резонатор длиной 50 см. Для уменьшения расходимости выходного пучка за сферическим (выходным) зеркалом резонатора помещается линза. Какое фокусное расстояние должна иметь эта линза, чтобы размер пятна в образованной за линзой перетяжке пучка составлял 0.95 размера пятна на сферическом зеркале?

8.4. Получите формулы (8.4).

8.5. Выведите уравнение (8.10).

8.6. Выходное излучение Nd:YAG-лазера с модуляцией добротности ( $E = 100$  мДж,  $\tau_p = 20$  нс) необходимо усилить с помощью усилителя на том же кристалле диаметром 6,3 мм с усилением малого сигнала  $G_0 = 100$ . Считая, что максимальное значение сечения лазерного перехода  $\sigma \approx 3,5 \times 10^{-19}$  см<sup>2</sup>, вычислите энергию пучка за усилителем и, следовательно, усиление энергии. Вычислите также долю запасенной в усилителе энергии, которая извлекается падающим импульсом.

8.7. В большом лазерном усилителе на стекле с неодимом для экспериментов по лазерному термоядерному синтезу активная среда имеет вид стержня диаметром 9 см и длиной 15 см. Усиление малого сигнала в таком усилителе  $G_0 = 4$ . Считая, что максимальное сечение лазерного перехода неодима в стекле равно  $\sigma = 3 \cdot 10^{-20}$  см<sup>2</sup>, найдите энергию, которую должен иметь входной импульс (длительностью 1 нс), чтобы на выходе усилителя получить энергию 450 Дж. Какова полная энергия, запасенная в усилителе?

8.8. Большой ТЕА CO<sub>2</sub>-усилитель (с газовой смесью CO<sub>2</sub> : N<sub>2</sub> : He = 3 : 1,4 : 1) имеет размеры 10 × 10 × 100 см. Для перехода P(20) коэффициент усиления малого сигнала  $\alpha_g = 4 \cdot 10^{-2}$  см<sup>-1</sup>. Длительность входного светового импульса равна 200 нс, что значительно превышает время термализации вращательных уровней и много меньше, чем время жизни нижнего лазерного уровня. При этих условиях максимальное сечение перехода P(20) можно выбрать равным  $\sigma = 1,54 \cdot 10^{-18}$  см<sup>2</sup> и статистическую сумму равной  $z = 0,07$  ( $T = 300$  К). Вычислите энергию сигнала на выходе усилителя и коэффициент усиления, которые можно получить от этого усилителя при энергии на входе 17 Дж. Вычислите также энергию, запасенную в единице объема усилителя.

8.9. Докажите справедливость выражения (8.39а) для трехуровневой системы.

8.10. Выведите уравнение (8.32).

8.11. Покажите, что из соотношения (8.56) можно получить следующее выражение:  $\sin^2 \theta_m = [(n_2^o/n_1^o)^2 - 1] / [(n_2^o/n_2^e)^2 - 1]$ , где  $n_2^o$  и  $n_2^e$  — показатели преломления соответственно обыкновенного и необыкновенного лучей на частоте  $2\omega$ , а  $n_1^o$  — показатель преломления обыкновенного луча на частоте  $\omega$ .

8.12. Требуется удвоить частоту излучения Nd:YAG-лазера ( $\lambda = 1,06$  мкм) в кристалле KDP. Известно, что KDP имеет  $n_o(\lambda = 1,06 \text{ мкм}) \equiv n_1^o = 1,507$ ,  $n_o(\lambda = 0,532 \text{ мкм}) \equiv n_2^o = 1,5283$  и  $n_e(\lambda = 0,532 \text{ мкм}) \equiv n_2^e = 1,48222$ . Вычислите угол фазового синхронизма  $\theta_m$ .

8.13. Выведите выражение (8.69).

8.14. Используя соотношения (8.77) и (8.79), покажите, что пороговая интенсивность волны накачки в случае двухрезонаторной параметрической генерации дается выражением

$$I = (n_3/2Zd^2) [n_1 n_2 \lambda_1 \lambda_2 / (2\pi)^2] \gamma_1 \gamma_2,$$

где  $Z = 1/\epsilon_0 c_0 = 377$  Ом — волновое сопротивление свободного пространства, а  $\lambda_1$  и  $\lambda_2$  — длины соответственно сигнальной и паразитной волн.

8.15. Используя выражение, полученное в предыдущей задаче, вычислите пороговую интенсивность накачки в случае параметрической генерации при

$\lambda_1 \approx \lambda_2 = 1$  мкм в кристалле ниобата лития длиной 5 см, накачиваемом на длине волны  $\lambda_3 \approx 0,5$  мкм ( $n_1 = n_2 = 2,16$ ,  $n_3 = 2,24$ ,  $d \approx 6 \cdot 10^{-12}$  м/В,  $\gamma_1 = \gamma_2 = 2 \cdot 10^{-2}$ ). Если в кристалле пучок фокусируется в пятно диаметром около 100 мкм, то чему будет равна пороговая мощность накачки?

8.16. Вычислите эффективность преобразования второй гармоники типа I в случае идеального фазового синхронизма, когда это преобразование осуществляется в кристалле KDP длиной 2,5 см, причем падающий лучок имеет длину волны  $\lambda = 1,06$  мкм и интенсивность 100 МВт/см<sup>2</sup> (для KDP  $n \approx 1,5$ ,  $d_{\text{эфф}} = d_{36} \sin \theta_m = 0,28 \cdot 10^{-12}$  м/В, где  $\theta_m = 50^\circ$  — угол фазового синхронизма).

## Литература

1. а) *Bloembergen N.*, Nonlinear Optics, Benjamin, New York, 1965. [Имеется перевод: *Бломберген Н.* Нелинейная оптика. — М.: Мир, 1966.]  
б) *Ахманов С. А., Хохлов Р. В.* Проблемы нелинейной оптики. — М.: Наука, 1964.
2. *Yariv A.*, Optical Electronics, 3rd edn., Holt, Rinehart and Winston, New York, 1985, ch. 9, 12. [Имеется перевод 2-го издания: *Ярив А.* Введение в оптическую электронику. — М.: Высшая школа, 1983.]
3. *Svelto O.* — In: Progress in Optics (ed. E. Wolf), North-Holland, Amsterdam, 1974, v. XII, pp. 3—50.
4. *Born M., Wolf E.*, Principles of Optics, 6th edn., Pergamon Press, Oxford, 1980, ch. X. [Имеется перевод 4-го издания: *Борн М., Вольф Э.* Основы оптики. — М.: Наука, 1970.]
5. *Lax M., Louisell W. H., McKnight W. B.*, Phys. Rev., **A11**, 1365 (1975).
6. *Kriukov P. G., Letokhov V. S.* — In: Laser Handbook (eds. F. T. Arecchi, E. O. Schultz-Dubois), North-Holland, Amsterdam, 1972, v. 1, pp. 561—595.
7. *Koechner W.*, Solid State Laser Engineering, Springer-Verlag, New York, 1976, ch. 4 (Springer-Series in Optical Sciences, vol. 1).
8. *Judd O.* — In: High-Power Gas Lasers (ed. E. R. Pike), The Institute of Physics, Bristol and London, 1976, p. 45—57.
9. *Yariv A.*, Optical Electronics, 3rd edn., Holt, Rinehart and Winston, New York, 1985, ch. 8. [Имеется перевод 2-го издания: *Ярив А.* Введение в оптическую электронику. — М.: Высшая школа, 1983.]
10. *Akhmanov S. A., Kovrigin A. I., Sukhorukov A. P.* — In: Quantum Electronics (eds. H. Rabin, C. L. Tang), Academic Press, New York, 1975, v. 1, part B, pp. 476—583.
11. *Byer R. L.* — In: Quantum Electronics (eds. H. Rabin, C. L. Tang), Academic Press, New York, 1975, v. 1, part B, pp. 588—694.
12. *Franken P. A., Hill A. E., Peters C. W., Weinreich G.* Phys. Rev. Lett., **7**, 118 (1961).
13. *Giordmaine J. A., Miller R. C.*, Phys. Rev. Lett., **14**, 973 (1965).
14. *Giordmaine J. A.*, Phys. Rev. Lett., **8**, 19 (1962).
15. *Maker P. D. et al.*, Phys. Rev. Lett., **8**, 21 (1962).
16. *Zernike F., Midwinter J. E.*, Applied Nonlinear Optics, Wiley, New York, 1973, sec. 3.7. [Имеется перевод: *Цернике Ф., Ми́двинтер Дж.* Прикладная нелинейная оптика. — М.: Мир, 1976.]
17. *Grischkowsky D., Balant A. C.*, Appl. Phys. Lett., **41**, 1 (1982).
18. *Treacy E. B.*, IEEE J. Quantum Electron., **QE-5**, 454 (1969).

# Приложения

## ПРИЛОЖЕНИЕ А

### Полуклассическая теория взаимодействия излучения с веществом

В последующих расчетах для описания взаимодействия излучения с веществом мы будем использовать полуклассическую теорию. В этой теории атомная система предполагается квантованной (и, следовательно, описываемой законами квантовой механики), а электромагнитное поле падающей волны рассматривается классически (т.е. с помощью уравнений Максвелла).

Сначала займемся изучением явления поглощения. С этой целью рассмотрим обычную двухуровневую схему и предположим, что в момент времени  $t = 0$  атом находится в основном состоянии 1 и что с ним взаимодействует монохроматическая электромагнитная волна на частоте  $\omega$ . С классической точки зрения атом в результате взаимодействия с электромагнитной волной приобретает дополнительную энергию  $H'$ . Например, это может произойти при взаимодействии электрического дипольного момента атома  $\mu_e$  с электрическим полем  $E$  электромагнитной волны ( $H' = \mu_e \cdot E$ ). В данном случае будем говорить об электрическом дипольном взаимодействии. Однако это не единственный вид взаимодействия, благодаря которому может произойти переход. Например, переход может осуществиться вследствие взаимодействия магнитного дипольного момента атома  $\mu_m$  с магнитным полем  $B$  электромагнитной волны ( $\mu_m \cdot B$ , магнитное дипольное взаимодействие). Чтобы описать эволюцию этой двухуровневой системы во времени, необходимо обратиться к квантовой механике. Иными словами, если классическое рассмотрение приводит к энергии взаимодействия  $H'$ , то квантовомеханический подход вводит гамильтониан взаимодействия  $\mathcal{H}'$ . Вид этого гамильтониана можно найти из классического выражения для энергии  $H'$  с помощью хорошо известных правил квантовой механики. Однако в данном случае точный вид выражения для гамильтониана  $\mathcal{H}'$  нас не интересует. Следует лишь заметить, что гамильтониан  $\mathcal{H}'$  является синусоидальной функцией времени, частота  $\omega$  которой равна частоте падающей волны. Таким образом, имеем

$$\mathcal{H}' = \mathcal{H}'^0 \sin \omega t. \quad (\text{A.1})$$

Тогда полный гамильтониан  $\mathcal{H}$  можно записать в виде

$$\mathcal{H} = \mathcal{H}_0 + \mathcal{H}', \quad (\text{A.2})$$

где  $\mathcal{H}_0$  — гамильтониан атома в отсутствие электромагнитной волны. Если для моментов времени  $t > 0$  полный гамильтониан  $\mathcal{H}$  известен, то зависимость волновой функции  $\psi$  атома от времени можно найти из нестационарного уравнения Шредингера

$$\mathcal{H}\psi = i\hbar \partial\psi/\partial t. \quad (\text{A.3})$$

Для того чтобы решить это уравнение относительно функции  $\psi(t)$ , введем в рассмотрение, согласно (2.23), невозмущенные собственные функции уровней 1 и 2 соответственно, а именно функции  $\psi_1 = u_1 \exp[-(iE_1 t/\hbar)]$  и

$\psi_2 = u_2 \exp[-(iE_2 t/\hbar)]$ . Таким образом, функции  $u_1$  и  $u_2$  удовлетворяют стационарному уравнению Шрёдингера

$$\mathcal{H}_0 u_i = E_i u_i \quad (i = 1, 2). \quad (\text{A.4})$$

С учетом влияния электромагнитной волны волновую функцию атома можно записать в виде

$$\psi = a_1(t) \psi_1 + a_2(t) \psi_2, \quad (\text{A.5})$$

где  $a_2$  и  $a_1$  — зависящие от времени комплексные числа, которые подчиняются следующему соотношению:

$$|a_1|^2 + |a_2|^2 = 1. \quad (\text{A.6})$$

Поэтому для вычисления вероятности перехода  $W_{12}$  мы должны вычислить величину  $|a_2(t)|^2$  (или  $|a_1(t)|^2$ ). В общем случае вместо (A.5) следует писать

$$\psi = \sum_{k=1}^m a_k \psi_k = \sum_{k=1}^m a_k u_k \exp[-i(E_k/\hbar)t], \quad (\text{A.7})$$

где  $k$  обозначает состояние атома, а  $m$  — число состояний. Подставляя это выражение в уравнение Шрёдингера (A.3), получаем

$$\begin{aligned} \sum_k (\mathcal{H}_0 + \mathcal{H}') a_k u_k \exp[-i(E_k/\hbar)t] = \\ = \sum_k \{i\hbar \dot{a}_k u_k \exp[-i(E_k/\hbar)t] + a_k u_k E_k \exp[-i(E_k/\hbar)t]\}. \end{aligned} \quad (\text{A.8})$$

Это уравнение с помощью (A.4) приводится к виду

$$\sum_k i\hbar \dot{a}_k u_k \exp[-i(E_k/\hbar)t] = \sum_k a_k \mathcal{H}' u_k \exp[-i(E_k/\hbar)t]. \quad (\text{A.9})$$

Умножая обе части последнего уравнения на произвольную собственную функцию  $u_n^*$  и интегрируя по объему, получаем

$$\begin{aligned} \sum_k i\hbar \dot{a}_k \exp[-i(E_k/\hbar)t] \int u_k u_n^* dV = \\ = \sum_k a_k \exp[-i(E_k/\hbar)t] \int u_n^* \mathcal{H}' u_k dV. \end{aligned} \quad (\text{A.10})$$

Поскольку волновые функции  $u_k$  ортогональны (т. е.  $\int u_n^* u_k dV = \delta_{kn}$ ), с помощью обозначения

$$H'_{nk}(t) = \int u_n^* \mathcal{H}' u_k dV \quad (\text{A.11})$$

уравнение (A.10) можно привести к виду

$$\dot{a}_n = \frac{1}{i\hbar} \sum_{k=1}^m H'_{nk} a_k \exp\left[-i \frac{(E_k - E_n)t}{\hbar}\right]. \quad (\text{A.12})$$

Таким образом, мы имеем  $m$  дифференциальных уравнений для  $m$  переменных  $a_k(t)$ , и эти уравнения можно решить, если только известны начальные условия. Для двухуровневой системы ( $m = 2$ ) уравнение (А.12) приводит к двум уравнениям:

$$\begin{aligned} \dot{a}_1 &= (1/i\hbar) \{ H'_{11} a_1 + H'_{12} a_2 \exp[-i(E_2 - E_1)t/\hbar] \}, \\ \dot{a}_2 &= (1/i\hbar) \{ H'_{21} a_1 \exp[-i(E_1 - E_2)t/\hbar] + H'_{22} a_2 \}, \end{aligned} \quad (\text{А.13})$$

которые должны решаться с начальными условиями  $a_1(0) = 1$  и  $a_2(0) = 0$ .

До сих пор мы не делали никаких приближений. Чтобы упростить процедуру решения уравнений (А.13), будем использовать метод возмущений. Предположим, что в правой части уравнений (А.13) можно приближенно записать  $a_1(t) \approx 1$  и  $a_2(t) \approx 0$ . Решая уравнения (А.13) с учетом такого предположения, находим решения для  $a_1(t)$  и  $a_2(t)$  в приближении первого порядка. По этой причине развиваемая далее теория называется теорией возмущений первого порядка. Решения  $a_1(t)$  и  $a_2(t)$ , полученные таким образом, можно теперь подставить в правую часть уравнений, чтобы найти решение в приближении второго порядка, и т. д. Соответственно это называется теорией возмущений второго порядка и т. д. Следовательно, в первом порядке уравнения (А.13) дают

$$\dot{a}_1 = (1/i\hbar) H'_{11}, \quad (\text{А.14a})$$

$$\dot{a}_2 = (1/i\hbar) H'_{21} \exp(i\omega_0 t), \quad (\text{А.14б})$$

где  $\omega_0 = E_2 - E_1/\hbar$  — частота атомного перехода. Чтобы вычислить вероятность перехода, достаточно решить лишь уравнение (А.14б). С этой целью воспользуемся выражениями (А.1) и (А.11) и запишем

$$H'_{21} = H'_{21}{}^0 \sin \omega t = H'_{21}{}^0 [\exp(i\omega t) - \exp(-i\omega t)]/2i, \quad (\text{А.15})$$

где  $H'_{21}{}^0$  дается выражением

$$H'_{21}{}^0 = \int u_2^* \mathcal{H}' u_1 dV \quad (\text{А.16})$$

и является, вообще говоря, комплексной постоянной. Подставляя (А.15) в (А.14б) и интегрируя с учетом начального условия  $a_2(0) = 0$ , получаем

$$a_2(t) = \frac{H'_{21}{}^0}{2i\hbar} \left[ \frac{\exp[i(\omega_0 - \omega)t] - 1}{\omega_0 - \omega} - \frac{\exp[i(\omega_0 + \omega)t] - 1}{\omega_0 + \omega} \right]. \quad (\text{А.17})$$

Полагая  $\omega \approx \omega_0$ , мы видим, что первый член в квадратных скобках много больше второго. В этом случае можно написать

$$a_2(t) \approx -\frac{H'_{21}{}^0}{2i} \frac{\exp(-i\Delta\omega t) - 1}{\hbar\Delta\omega}, \quad (\text{А.18})$$

где  $\Delta\omega = \omega - \omega_0$ . Таким образом,

$$|a_2(t)|^2 = \frac{|H'_{21}{}^0|^2}{\hbar^2} \left[ \frac{\sin(\Delta\omega t/2)}{\Delta\omega} \right]^2. \quad (\text{А.19})$$

Функция  $y = [\sin(\Delta\omega t/2)/\Delta\omega]^2$  построена на рис. А.1 в зависимости от  $\Delta\omega$ . Видно, что при увеличении времени соответствующая кривая становится бо-

лее узкой и более высокой. Кроме того, поскольку, как можно показать,

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \left[ \frac{\sin(\Delta\omega t/2)}{\Delta\omega} \right]^2 d\Delta\omega = \frac{\pi t}{2}, \quad (\text{A.20})$$

для достаточно больших значений  $t$  можно положить

$$[\sin(\Delta\omega t/2)/\Delta\omega]^2 \approx (\pi/2) \delta(\Delta\omega), \quad (\text{A.21})$$

где через  $\delta$  обозначена  $\delta$ -функция Дирака. Отсюда получаем

$$|a_2(t)|^2 = (|H'_{21}|^2/\hbar^2) (\pi/2) t \delta(\Delta\omega). \quad (\text{A.22})$$

Это выражение доказывает, что для достаточно больших интервалов времени вероятность  $|a_2(t)|^2$  обнаружить атом в момент времени  $t$  на уровне 2

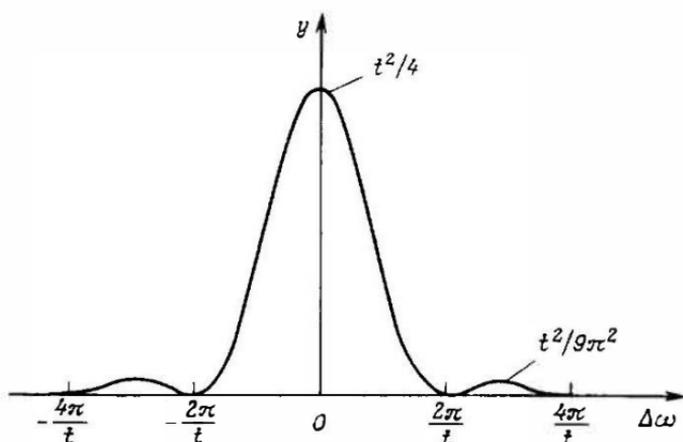


Рис. А.1. Функция  $y = [\sin(\Delta\omega t/2)/\Delta\omega]^2$  в зависимости от  $\Delta\omega$ .

пропорциональна самому времени. Следовательно, вероятность перехода  $W_{12}$  дается выражением

$$W_{12} = |a_2(t)|^2/t = (\pi/2) (|H'_{21}|^2/\hbar^2) \delta(\Delta\omega). \quad (\text{A.23})$$

Чтобы вычислить  $W_{12}$  в явном виде, необходимо найти величину  $|H'_{21}|^2$ . До сих пор мы предполагали, что за переход ответственно взаимодействие между электрическим полем электромагнитной волны и электрическим дипольным моментом атома (электродипольное взаимодействие). Если  $\mathbf{r}$  — радиус-вектор совершающего переход электрона по отношению к ядру, а  $e$  — заряд электрона (взятый со знаком), то классический дипольный момент атома будет равен  $\boldsymbol{\mu}_e = e\mathbf{r}$ . Тогда классическая энергия взаимодействия  $H'$  дается выражением  $H' = \boldsymbol{\mu}_e \cdot \mathbf{E} = e\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) \cdot \mathbf{r}$ , где  $\mathbf{E}$  — электрическое поле падающей электромагнитной волны в точке, где находится электрон. Теперь, пользуясь известными правилами квантовой механики, нетрудно записать гамильтониан взаимодействия:

$$\mathcal{H}' = e\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) \cdot \mathbf{r}. \quad (\text{A.24})$$

Подставляя это выражение в (А.11) при  $n = 2$  и  $k = 1$ , получаем

$$H'_{21} = e \int u_2^* \mathbf{E} \cdot \mathbf{r} u_1 dV. \quad (\text{A.25})$$

Предположим далее, что длина электромагнитной волны много больше размеров атома. Это условие очень хорошо выполняется для излучения в видимом диапазоне (для зеленого света  $\lambda = 500 \text{ \AA}$ , в то время как размеры атома порядка  $1 \text{ \AA}$ ). С учетом такого предположения в выражении (А.25) величину  $\mathbf{E}$  можно вынести из-под интеграла и использовать ее значение в точке  $\mathbf{r} = 0$ , т.е. в центре ядра (электродипольное приближение). Таким образом, определим величину

$$\mathbf{E}(0, t) = \mathbf{E}_0 \sin \omega t. \quad (\text{A.26})$$

Тогда из выражений (А.15), (А.25) и (А.26) получаем

$$H'_{21}{}^0 = \mathbf{E}_0 \cdot \boldsymbol{\mu}_{21}, \quad (\text{A.27})$$

где

$$\boldsymbol{\mu}_{21} = e \int u_2^* \mathbf{r} u_1 dV. \quad (\text{A.28})$$

Эта величина называется матричным элементом электрического дипольного момента. Если через  $\theta$  обозначить угол между векторами  $\boldsymbol{\mu}_{21}$  и  $\mathbf{E}_0$ , то

$$|H'_{21}{}^0|^2 = E_0^2 |\boldsymbol{\mu}_{21}|^2 \cos^2 \theta; \quad (\text{A.29})$$

здесь  $|\boldsymbol{\mu}_{21}|$  — модуль комплексного вектора  $\boldsymbol{\mu}_{21}$ . Предположим, что электромагнитная волна взаимодействует с несколькими атомами, векторы  $\boldsymbol{\mu}_{21}$  которых ориентированы произвольным образом относительно вектора  $\mathbf{E}_0$ ; тогда среднее значение величины  $|H'_{21}{}^0|^2$  получается усреднением выражения (А.29) по всем возможным значениям углов  $\theta$  и  $\phi$  (в двух измерениях). Если все углы  $\theta$  одинаково вероятны, то плотность вероятности  $p(\theta)$  не зависит от  $\theta$ . В данном случае  $p(\theta)$  определяется таким образом, что  $p(\theta) d\Omega$  есть элементарная вероятность для вектора  $\boldsymbol{\mu}_{21}$  оказаться внутри телесного угла  $d\Omega$ , составляющего с направлением вектора  $\mathbf{E}_0$  угол  $\theta$ . Известно, что если любой из углов  $\theta$  равновероятен, то  $\langle \cos^2 \theta \rangle = 1/3$ . Следовательно,

$$\langle |H'_{21}{}^0|^2 \rangle = (1/3) E_0^2 |\boldsymbol{\mu}_{21}|^2. \quad (\text{A.30})$$

Теперь подстановка этого выражения в (А.23) дает

$$W_{12} = (\pi/6) (2\pi)^2 E_0^2 |\boldsymbol{\mu}_{21}|^2 \delta(\omega - \omega_0) / \hbar^2. \quad (\text{A.31})$$

Если вместо функции  $\delta(\omega - \omega_0)$  в этом выражении использовать  $\delta(\nu - \nu_0)$ , то оно преобразуется к (2.27).

Получив выражения для вероятности поглощения, перейдем теперь к расчету вероятности вынужденного излучения. Мы снова обратимся к уравнениям (А.13), используя теперь другие начальные условия:  $a_1(0) = 0$  и  $a_2(0) = 1$ . Однако сразу можно заметить, что в данном случае необходимые соотношения получаются из соответствующих формул (А.13) — (А.31), выведенных для случая поглощения, простой перестановкой индексов 1 и 2. Поскольку из определения (А.28) видно, что  $|\boldsymbol{\mu}_{12}| = |\boldsymbol{\mu}_{21}|$ , из выражения (А.31) следует, что  $W_{12} = W_{21}$ , а это означает равенство вероятностей поглощения и вынужденного излучения.

## ПРИЛОЖЕНИЕ Б

### Пространственно-зависимые скоростные уравнения

Здесь мы зададимся целью развить теорию скоростных уравнений с учетом того, что как скорость накачки, так и поле в резонаторе зависят от пространственной переменной. Благодаря наличию этих пространственных зависимостей следует ожидать, что инверсия населенностей будет также зависеть от пространственных координат. Таким образом, для четырехуровневого лазера можно написать следующие уравнения:

$$\partial N_2 / \partial t = W_p (N_1 - N_2) - W N_2 - N_2 / \tau, \quad (\text{Б.1а})$$

$$dq/dt = \int_a W N_2 dV - q/\tau_c, \quad (\text{Б.1б})$$

где интегрирование во втором уравнении производится по всему объему активной среды, а смысл каждого обозначения приведен в гл. 5. Уравнение (Б.1а) выражает локальный баланс между процессами накачки вынужденного и спонтанного излучения. Заметим, что в левой части этого уравнения частная производная стоит вследствие того, что, как предполагается, величина  $N_2$  зависит от пространственных координат. Интеграл в правой части уравнения (Б.1б) берется по объему активной среды и учитывает вклад вынужденных процессов в полное число  $q$  фотонов в резонаторе. Этот интеграл был записан исходя из простого рассмотрения баланса с учетом того факта, что каждый отдельный вынужденный процесс приводит к появлению фотона. Из выражения (2.82), поскольку  $F = I/h\nu$  и  $I = c\rho$ , можно получить вероятность  $W$  вынужденного излучения как функцию сечения перехода  $\sigma$  и плотности энергии  $\rho$  поля в резонаторе. Таким образом, можно записать следующее соотношение:

$$W = (c\sigma/h\nu) \rho, \quad (\text{Б.2})$$

где  $c = c_0/n$  — скорость света в активной среде. Следует заметить, что  $\rho$  зависит как от радиус-вектора  $\mathbf{r}$ , так и от времени  $t$ , т. е.  $\rho = \rho(\mathbf{r}, t)$ , причем пространственное изменение этой величины определяется пространственным распределением моды резонатора. Если теперь положить  $N_2 \approx N$ , где  $N$  — инверсия населенностей, и считать, что  $N_2 \ll N_1$ , то уравнения (Б.1) с учетом соотношения (Б.2) примут вид

$$\partial N / \partial t = W_p N_1 - (c\sigma) (\rho/h\nu) N - N/\tau, \quad (\text{Б.3а})$$

$$dq/dt = (c\sigma) \int_a (\rho/h\nu) N dV - q/\tau_c. \quad (\text{Б.3б})$$

Таким образом, мы записали скоростные уравнения для четырехуровневого лазера, которые применяются в том случае, когда необходимо учесть зависимость от пространственных координат. Заметим, что, поскольку  $W_p$  и  $\rho$  зависят от координат, величина  $N$  также должна зависеть от этих координат.

нат  $n$ , следовательно, в уравнении (Б.3б) ее нельзя вынести за знак интеграла. Следует также заметить, что  $N$  зависела бы от координат даже в том случае, если скорость накачки  $W_p$  была бы постоянной. Зависимость величины  $N$  от координат, как уже обсуждалось нами в связи с рис. 5.8, объясняется тем, что в активном материале поле стоячей волны приводит к пространственному выжиганию дырок.

Займемся теперь решением уравнений (Б.3) в случае, когда лазер генерирует на одной моде. Пространственное распределение поля этой моды описывается амплитудой поля  $U = U(r)$ , которую мы будем считать нормированной на ее максимальное значение. Рассмотрим резонатор длиной  $l$ , в котором находится активная среда, имеющая длину  $l$  и показатель преломления  $n$ . Плотности энергии мод  $\rho$  снаружи и внутри активной среды можно записать соответственно в виде

$$\rho_0 = \rho_m U^2, \quad \rho_n = n \rho_m U^2, \quad (\text{Б.4а, б})$$

где коэффициент  $\rho_m = \rho_m(t)$  учитывает (в нестационарном случае) временную зависимость плотности энергии. Таким образом, можно написать следующее выражение:

$$q = \int_c \frac{\rho}{h\nu} dV = \frac{\rho_m}{h\nu} \left( n \int_{c_1} U^2 dV + \int_{c_2} U^2 dV \right), \quad (\text{Б.5})$$

где интеграл в первом выражении правой части берется по всему объему резонатора, а два интеграла в скобках вычисляются — первый по всему объему активной среды, а второй по остальному объему резонатора. Вид выражения в скобках в (Б.5) наводит на мысль, что мы можем определить эффективный объем моды резонатора следующим образом:

$$V = n \int_{c_1} U^2 dV + \int_{c_2} U^2 dV. \quad (\text{Б.6})$$

С помощью выражений (Б.4б), (Б.5) и (Б.6) уравнения (Б.3) можно переписать в более удобном виде:

$$\partial N / \partial t = W_p N t - (c_0 \sigma / V) q U^2 N - N / \tau, \quad (\text{Б.7а})$$

$$dq / dt = (c_0 \sigma / V) \int_a N U^2 dV - q / \tau_c. \quad (\text{Б.7б})$$

Один из способов решения уравнений (Б.7) состоит в том, чтобы определить набор  $\langle N_k \rangle$  средних значений величины  $N$  следующим образом:

$$\langle N_1 \rangle = \int_a N U^2 dV / \int_a U^2 dV, \quad (\text{Б.8а})$$

$$\langle N_2 \rangle = \int_a N U^4 dV / \int_a U^2 dV, \quad (\text{Б.8б})$$

$$\langle N_k \rangle = \int_a N U^{2k} dV / \int_a U^2 dV, \quad (\text{Б.8в})$$

где интегрирование производится по объему активной среды. Мы можем теперь определить эффективный объем моды в активной среде  $V_a$  как

$$V_a = \int_a U^2 dV. \quad (\text{Б.9})$$

Из выражений (Б.76), (Б.8а) и (Б.9) находим

$$\dot{q} = [(c_0 \sigma V_a / V) \langle N_1 \rangle - 1 / \tau_c] q. \quad (\text{Б.10})$$

Умножая обе части уравнения (Б.7а) на  $U^2$ ,  $U^4$ , ... и интегрируя по объему активной среды, с учетом выражений (Б.8) и (Б.9) получаем

$$\langle \dot{N}_1 \rangle = \langle W_{p1} \rangle N_1 - (c_0 \sigma / V) q \langle N_2 \rangle - \langle N_1 \rangle / \tau, \quad (\text{Б.11а})$$

$$\langle \dot{N}_2 \rangle = \langle W_{p2} \rangle N_2 - (c_0 \sigma / V) q \langle N_3 \rangle - \langle N_2 \rangle / \tau, \quad (\text{Б.11б})$$

...

где мы ввели следующие обозначения:

$$\langle W_{p1} \rangle = \int_a W_p U^2 dV / \int_a U^2 dV, \quad (\text{Б.12а})$$

$$\langle W_{p2} \rangle = \int_a W_p U^4 dV / \int_a U^2 dV. \quad (\text{Б.12б})$$

Рассматривая уравнения (Б.11), можно заметить, что уравнение для  $\langle N_1 \rangle$  содержит  $\langle N_2 \rangle$ , уравнение для  $\langle N_2 \rangle$  содержит  $\langle N_3 \rangle$  и т. д. Следовательно, мы имеем бесконечную цепочку уравнений относительно переменных  $\langle N_i \rangle$ . Для решения этой системы уравнений необходимо каким-либо образом оборвать эту цепочку, что и будет продемонстрировано на следующих примерах.

В качестве первого примера рассмотрим симметричный резонатор, состоящий из двух сферических зеркал с радиусом кривизны, много большим длины резонатора  $L$ . В этом случае размер пятна  $w$  моды является приблизительно постоянным вдоль резонатора и его можно принять равным размеру пятна  $w_0$  в центре резонатора. Следовательно, для моды TEM<sub>00</sub> имеем [см. также (5.3)]

$$U = [\exp - (r/w_0)^2] \sin(kz + \psi), \quad (\text{Б.13})$$

где  $k = \omega/c$ , а  $\psi$  — постоянная фаза, причем она выбирается таким образом, чтобы  $U$  было равно нулю на зеркалах (например,  $-(kL/2) + \psi = 0$ ). Следует заметить, что поле в резонаторе, описываемое выражением (Б.13), изменяется в пространстве как в продольном направлении ( $z$ -координата), так и в поперечном направлении ( $r$ -координата). В нашем случае объемы  $V$  и  $V_a$  в соответствии с (Б.6) и (Б.9) даются следующими выражениями:

$$V = (1/4) \pi w_0^2 L', \quad V_a = (1/4) \pi w_0^2 l, \quad (\text{Б.14а, б})$$

где  $L' = L + (n-1)l$  — эффективная длина резонатора [см. выражение (5.11)]. Для моды, определяемой выражением (Б.13), цепочку уравнений можно оборвать на  $m$ -м члене, заметив, что

$$\langle N_{m+1} \rangle = \frac{\int (NU^{2m}) U^2 dV}{\int U^2 dV} \approx \frac{\int (NU^{2m}) dV}{\int U^2 dV} = \langle N_m \rangle. \quad (\text{Б.15})$$

Приближение (Б.15) вытекает из того факта, что при больших  $m$  функцию  $U^{2m} = \exp(-2mr^2/\omega^2) [\sin(kz + \psi)]^{2m}$  можно приближенно представить в виде ряда ненормированных  $\delta$ -функций Дирака, сосредоточенных в точках ( $r = 0, z = z_i$ ), где  $z_i$  — точки, в которых функции  $\sin^{2m}(kz + \psi)$  имеют максимумы. В действительности в этих точках  $U^2(0, z_i) = 1$ , и поэтому указанную величину можно вынести из-под знака интеграла. Таким образом, в уравнении (Б.11а) можно в первом приближении положить  $\langle N_2 \rangle \approx \langle N_1 \rangle$ , и из (Б.10) и (Б.11а) имеем:

$$\langle \dot{N}_1 \rangle = \langle W_{p1} \rangle N_1 - (c_0 \sigma / V) q \langle N_1 \rangle - \langle N_1 \rangle / \tau, \quad (\text{Б.16а})$$

$$\dot{q} = [(c_0 \sigma V_a / V) \langle N_1 \rangle - 1 / \tau_c] q. \quad (\text{Б.16б})$$

Сравнивая эти уравнения с уравнениями (5.18), мы видим, что они совпадают, если заменить  $\langle N_1 \rangle$  на  $N$ , объем  $V$  моды резонатора записать в виде (Б.6), объем моды  $V_a$  внутри активной среды записать в виде (Б.9), а величину  $\langle W_{p1} \rangle$  заменить на  $W_p$ . Таким образом, полученное здесь приближение позволяет более точно определить величины, входящие в уравнения (5.18).

В качестве второго примера рассмотрим случай полупроводникового лазера на двойном гетеропереходе (рис. 6.45), в котором протяженность поля моды в поперечном направлении существенно больше поперечного размера самой активной области (рис. 6.44). В соответствии с нашим обсуждением в разд. 6.6.5 скоростные уравнения для данного случая можно получить из (Б.7), если 1)  $N$  рассматривается как концентрация электронов и дырок; 2) член  $W_p N_1$ , отвечающий за накачку, замещается скоростью  $R_p$ , с которой эти носители заряда инжектируются в единственный объем активной среды; 3) член  $\sigma N$  замещается на  $\sigma(N - N')$ , где  $N'$  — минимальная концентрация носителей, которую необходимо инжектировать в полупроводник для получения усиления; 4) время жизни  $\tau$  замещается на  $\tau_r$  — излучательное время жизни при электрон-дырочной рекомбинации. Будем считать, что торцы полупроводника являются зеркалами резонатора. В этом случае эффективный объем данной моды более уместно определить следующим образом:

$$V' = \int_{c_1} U^2 dV; \quad (\text{Б.17})$$

здесь интегрирование производится по всему распределению поля в резонаторе лазера. Сравнение (Б.6) с (Б.17) показывает, что объем  $V$  в уравнениях (Б.7) необходимо теперь заменить на  $nV'$ . При этом уравнения (Б.7) принимают вид

$$\partial N / \partial t = R_p - (c \sigma / V') q U^2 (N - N') - N / \tau_r, \quad (\text{Б.18а})$$

$$dq / dt = \left[ (c \sigma / V') \int_a N U^2 dV - 1 / \tau_c \right] q, \quad (\text{Б.18б})$$

где  $c = c_0 / n$ . Теперь мы определим средние значения концентраций носителей  $\langle N_1 \rangle$ ,  $\langle N_2 \rangle$  и т. д. так же, как и в (Б.8), а эффективный объем моды в активной среде  $V_a$  — как в (Б.9). Из уравнения (Б.18б) получаем

$$\dot{q} = [(c \sigma V_a / V') \langle N_1 \rangle - 1 / \tau_c] q. \quad (\text{Б.19})$$

Заметим, что  $V_a$  меньше  $V'$  [ср. (Б.9) с (Б.17)], поскольку протяженность поля резонатора в поперечном направлении больше, чем поперечный размер

активного слоя. Из уравнения (Б.18а) получаем

$$\langle \dot{N}_1 \rangle = \langle R_{p1} \rangle - (c\sigma/V') q (\langle N_2 \rangle - \langle N'_2 \rangle) - \langle N_1 \rangle / \tau_r, \quad (\text{Б.20а})$$

$$\langle \dot{N}_2 \rangle = \langle R_{p2} \rangle - (c\sigma/V') q (\langle N_3 \rangle - \langle N'_3 \rangle) - \langle N_2 \rangle / \tau_r, \quad (\text{Б.20в})$$

.....

где  $\langle R_{p1} \rangle$ ,  $\langle R_{p2} \rangle$  и т. д. определяются аналогично  $\langle W_{p1} \rangle$ ,  $\langle W_{p2} \rangle$  и т. д. в (Б.12), в то время как  $\langle N'_2 \rangle$ ,  $\langle N'_3 \rangle$  и т. д. определяются аналогично  $\langle N_2 \rangle$ ,  $\langle N_3 \rangle$  и т. д. в (Б.8). Цепочку уравнений (Б.20) можно снова оборвать на  $m$ -м уравнении с помощью (Б.15). Соответственно в первом приближении в уравнении (Б.20а) мы запишем  $\langle N_2 \rangle \approx \langle N_1 \rangle$  и аналогично  $\langle N'_2 \rangle \approx \langle N'_1 \rangle = - \int_a N' U^2 dV / \int_a U^2 dV$ . Если теперь предположить, что  $R_p$  и  $N'$  постоянны в активном слое, то  $\langle R_{p1} \rangle = R_p$ , а  $\langle N'_1 \rangle = N'$ . Из уравнений (Б.19) и (Б.20а) получаем окончательный результат:

$$\dot{N} = R_p + (c\sigma/V') q (N - N') - N / \tau_r, \quad (\text{Б.21б})$$

$$\dot{q} = [(c\sigma V_a/V') N - 1/\tau_c] q, \quad (\text{Б.21б})$$

где в качестве сокращенной записи мы положили  $N = \langle N_1 \rangle$ .

Наконец, последний пример — это случай, когда лазер генерирует много мод. В данном случае мы все еще можем пользоваться уравнениями (Б.3) при условии, что  $\rho$  является постоянной величиной, а  $q$  равно полному числу фотонов в резонаторе. Это равносильно тому, как если бы мы предположили, что величина  $U^2$  является постоянной. Если положить в нашем случае  $U^2 = 1$ , то из выражения (Б.86) получаем  $\langle N_2 \rangle = \langle N_1 \rangle$  и уравнения (Б.16) снова оказываются справедливыми при условии, что

$$V_c = AL', \quad V_a = Al, \quad (\text{Б.22, 23})$$

$$\langle W_p \rangle = \int W_p dV / V_a; \quad (\text{Б.24})$$

здесь  $A$  — площадь поперечного сечения области, занимаемой лазерным пучком в активной среде.

## ПРИЛОЖЕНИЕ В

### Теория активной синхронизации мод для однородно уширенной линии

В разд. 5.4.5 мы видели, что в режиме синхронизации мод генерируется единственный ультракороткий световой импульс, который распространяется вперед и назад по резонатору лазера. Согласно тому, что уже говорилось в разд. 5.4.5.1, теорию синхронизации мод в непрерывном режиме можно построить во временном представлении, если потребовать, чтобы импульс воспроизводил сам себя после каждого полного прохода резонатора. Мы ограничимся здесь тем, что обсудим случай однородно уширенной линии, поскольку при этом задача допускает простое и элегантное решение [1].

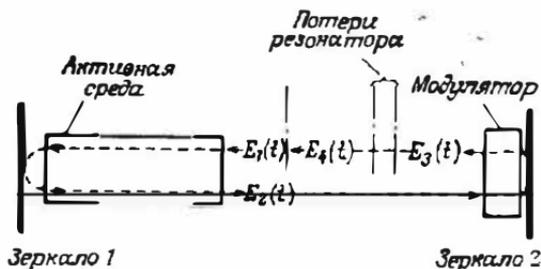


Рис. В.1. Экспериментальное устройство, рассматриваемое при теоретическом анализе активной синхронизации мод.

Рассмотрим лазер в конфигурации, представленной на рис. В.1, и будем считать, что электрическое поле светового импульса  $E_1(t)$  перед входом в усилитель можно описать обобщенной гауссовой функцией, т.е. [см. также (5.118)]

$$E_1(t) = E_0 \exp[-\alpha t^2 + i(\omega_0 t + \beta t^2)], \quad (\text{В.1})$$

где  $\omega_0$  — несущая частота, а  $\alpha$  и  $\beta$  описывают временную зависимость соответственно амплитуды и фазы поля. Точнее говоря, ширина (на половине максимума) интенсивности импульса равна

$$\tau_p = [(2 \ln 2)/\alpha]^{1/2}, \quad (\text{В.2})$$

в то время как частота импульса (линейно возрастающая со временем) равна  $\omega_0 + \beta t$ . Предположим также, что ширина импульса  $\tau_p$  много меньше  $2l/c$ , где  $l$  — длина активной среды, так что при распространении через активную среду импульс не перекрывается со своим собственным отражением от зеркала 1. Заметим, что выражение (В.1) можно записать в более удобном виде:

$$E_1(t) = E_0 \exp(-\Gamma t^2) \exp(i\omega_0 t), \quad (\text{В.3})$$

где мы ввели величину

$$\Gamma = \alpha - i\beta. \quad (\text{В.4})$$

называемую комплексным параметром гауссова импульса. В дальнейшем анализе мы будем считать, что при распространении через активную среду и модулятор импульс сохраняет обобщенную гауссову форму (В.3). Поэтому нам придется делать некоторые упрощающие предположения, гарантирующие выполнение этого условия.

Сделав предварительные замечания, перейдем теперь к рассмотрению АМ-синхронизации мод. Пусть  $g(\omega)$  — усиление по амплитуде (т.е. по электрическому полю) за один проход в активной среде в условиях насыщения. Предполагая, что время релаксации верхнего уровня много больше времени полного прохода резонатора, можно показать [2], что

$$g(\omega) = [\exp - i(\omega l/c)] \exp \{ (g_0/2) / [1 + 2l(\omega - \omega_0)/\Delta\omega_0] \}, \quad (\text{В.5})$$

где  $l$  — длина активной среды,  $g_0$  — насыщенное усиление по мощности за один проход на центральной частоте перехода  $\omega_0$ , а  $\Delta\omega_0$  — ширина (на половине максимума) лазерной линии. Заметим, что, согласно выражению (В.5), усиление по мощности  $G(\omega)$  равно

$$G(\omega) = |g(\omega)|^2 = \exp(g), \quad (\text{В.6})$$

где усиление  $g$  определяется выражением

$$g = g_0 \{ 1 + [2(\omega - \omega_0)/\Delta\omega_0]^2 \}, \quad (\text{В.7})$$

т.е. имеет лоренцеву форму, как и ожидалось для однородно уширенной линии. Поскольку временная зависимость электрического поля импульса  $E_1(t)$  является гауссовой функцией, ее фурье-образ является также гауссовой функцией и имеет вид

$$E_1(\omega) = (E_0/2) (1/\pi\Gamma)^{1/2} \exp \{ -(\omega - \omega_0)^2 / 4\Gamma \}. \quad (\text{В.8})$$

После прохождения через активную среду фурье-образ станет равным  $E_1(\omega)g(\omega)$ . Чтобы эта функция оставалась гауссовой, мы потребуем, чтобы  $g(\omega)$  имела гауссову форму. Для этого разложим выражение, стоящее в качестве аргумента второй экспоненты в (В.5), в ряд по степеням  $(\omega - \omega_0)$ <sup>1)</sup>. Это дает

$$g(\omega) = \exp(-i\{(\omega l/c) + [g_0(\omega - \omega_0)/\Delta\omega_0]\}) \times \\ \times \exp(g_0/2) \{ 1 - [2(\omega - \omega_0)/\Delta\omega_0]^2 \}. \quad (\text{В.9})$$

Мнимые члены в первой экспоненте соответствуют фазовому члену  $\phi = \phi(\omega)$ , который определяет временную задержку, испытываемую импульсом после прохождения через активную среду (благодаря конечной групповой скорости импульса: см. разд. 8.5), в следующем виде:

$$\tau_d = -d\phi/d\omega = (l/c) + (g_0/\Delta\omega_0). \quad (\text{В.10})$$

Заметим, что эта задержка не равна  $l/c$ , так как линия усиления вносит дополнительный вклад в показатель преломления среды. Этот вклад необходимо учитывать при выполнении условия, чтобы время полного прохода импульса было равно периоду модуляции потерь. Для простоты мы в дальнейшем не будем рассматривать эффект этой задержки. Поэтому пренебрежем фазовым членом в выражении (В.9) и запишем

$$g(\omega) = \exp(g_0/2) \{ 1 - [2(\omega - \omega_0)/\Delta\omega_0]^2 \}. \quad (\text{В.11})$$

Мы также не будем учитывать тот факт, что отражающая способность зеркала 1 имеет конечное значение, так как это обстоятельство будет учтено

<sup>1)</sup> Точнее, по степеням  $(\omega - \omega_0)/\Delta\omega_0$ . Прим. первая.

в общих потерях резонатора. Пройдя второй раз через активную среду, импульс еще раз усилится в  $g(\omega)$  раз, причем  $g(\omega)$  определяется выражением (В.11). Тогда электрическое поле  $E_2(\omega)$  после полного прохода лазерной среды запишется в виде

$$E_2(\omega) = E_1(\omega) [g(\omega)]^2 = [(E_0/2)(1/\pi\Gamma)^{1/2} \exp(g_0)] \exp[-(\omega - \omega_0)^2/4\Gamma'], \quad (\text{В.12})$$

где, согласно (В.8) и (В.11),  $\Gamma'$  таково, что

$$1/\Gamma' = 1/\Gamma + 16g_0/\Delta\omega_0^2. \quad (\text{В.13})$$

Соответствующее электрическое поле во временном представлении  $E_2(t)$  можно найти путем преобразования Фурье выражения (В.12). Отсюда получаем выражение

$$E_2(t) = E_0(\Gamma'/\Gamma)^{1/2} \exp(g_0 t) \exp(-\Gamma' t^2 + i\omega_0 t), \quad (\text{В.14})$$

которое вновь является гауссовой функцией.

Необходимо заметить, что приближенные выражения (В.9) и (В.11) справедливы в том случае, если спектральная ширина светового импульса много меньше ширины  $\Delta\omega_0$  линии усиления. Следовательно, последующий анализ справедлив лишь при выполнении неравенства

$$\tau_p \Delta\omega_0 \gg 1. \quad (\text{В.15})$$

В этом же приближении изменение ширины импульса после его прохождения через активную среду очень мало. Поэтому  $\Gamma' \approx \Gamma$  и выражение (В.13) можно приближенно записать в виде

$$\Gamma' \approx \Gamma - 16(g_0/\Delta\omega_0^2)\Gamma^2. \quad (\text{В.16})$$

В том же самом приближении выражение (В.14) можно записать следующим образом:

$$E_2(t) = E_0 \exp(g_0 t) \exp(-\Gamma' t^2 + i\omega_0 t). \quad (\text{В.17})$$

Заметим, что из (В.16) следует  $\text{Re}(\Gamma') < \text{Re}(\Gamma)$ , где  $\text{Re}$  обозначает вещественную часть. Теперь из выражений (В.2) и (В.4) видно, что после прохождения через усилитель импульс уширяется.

Рассмотрим теперь прохождение импульса через модулятор. Будем считать, что модулятор располагается на минимально возможном расстоянии от зеркала 2 и что его длина много меньше длины импульса  $\tau_p$ . Пренебрегая конечной отражающей способностью зеркала 2, рассмотрим эффект, который производит двойное прохождение импульса через модулятор. Обозначая потери за двойной проход через модулятор как  $\gamma_m(t)$ , мы можем записать

$$\gamma_m = \delta(1 - \cos \omega_m t) = 2\delta \sin^2(\omega_m t/2), \quad (\text{В.18})$$

где  $2\delta$  — максимальные потери в модуляторе, а  $\omega_m$  — частота модуляции, которая предполагается такой, чтобы период модуляции равнялся времени полного прохода световым импульсом лазерного резонатора. При небольших потерях пропускание модулятора  $T_m$  можно записать в виде

$$T_m = 1 - \gamma_m \approx \exp(-\gamma_m) = \exp[-2\delta \sin^2(\omega_m t/2)]. \quad (\text{В.19})$$

В разд. 5.4.5.1 было показано, что импульс проходит через модулятор тогда, когда потери равны нулю (т.е. при  $t = 0$ ). Поскольку мы считаем, что ширина импульса много меньше также и времени полного прохода

резонатора (т. е.  $\tau_p \omega_m \ll 1$ ), то (В.19) можно приближенно записать в виде

$$T_m \approx \exp(-\delta \omega_m^2 t^2 / 2). \quad (\text{В.20})$$

т. е. в виде гауссовой функции. После прохождения через модулятор импульс  $E_3(t)$  дается выражением

$$E_3(t) = E_2(t) T_m(t). \quad (\text{В.21})$$

Тогда из выражений (В.21), (В.20) и (В.17) находим

$$E_3(t) = E_0 \exp(g_0) \exp[-\Gamma'' t^2 + i\omega_0 t]; \quad (\text{В.22})$$

здесь

$$\Gamma'' = \Gamma' + \delta \omega_m^2 / 2. \quad (\text{В.23})$$

Заметим, что, поскольку  $\text{Re}(\Gamma'') > \text{Re}(\Gamma')$ , импульс при проходе через модулятор сужается.

Чтобы учесть постоянные потери в резонаторе, связанные с конечными отражающими способностями зеркал и с внутренними потерями, запишем импульс  $E_4(t)$  после одного полного прохода в виде

$$E_4(t) = [\exp(-\gamma)] E_3(t), \quad (\text{В.24})$$

где  $\gamma$  — логарифмические потери мощности за один проход, определяемые выражением (5.8). Теперь наложим условие самосогласованности  $E_4(t) = E_1(t)$ . Из выражений (В.24), (В.22) и (В.3) сразу получаем

$$g_0 = \gamma, \quad \Gamma'' = \Gamma. \quad (\text{В.25а, б})$$

Из второго условия с помощью (В.23) и (В.16) находим

$$(16g_0 / \Delta \omega_0^2) \Gamma^2 = \delta \omega_m^2 / 2. \quad (\text{В.26})$$

Отсюда мы видим, что уширение импульса в усилителе должно уравновешиваться сужением импульса в модуляторе. Выражение (В.26) показывает также, что  $\Gamma$  в этом случае является вещественной величиной, так что в соответствии с (В.4) имеем

$$\beta = -\text{Im}(\Gamma) = 0, \quad (\text{В.27а})$$

$$\alpha = \text{Re}(\Gamma) = (\delta / 2g_0)^{1/2} (\omega_m \Delta \omega_0 / 4). \quad (\text{В.27б})$$

Выражения (В.25а) и (В.27) вместе дают полное решение рассматриваемой задачи. Заметим, что соотношение (В.25а) означает, в приближении  $\Gamma' \approx \Gamma$ , равенство порога генерации в режиме синхронизации мод насыщенному усилению в непрерывном режиме  $g_0$ , которое равно потерям в резонаторе. Заметим также, что в соответствии с (В.27а) импульс не имеет частотного сдвига. Выражение (В.27б) вместе с (В.2) определяет длительность импульса. Полагая  $\nu_m = \omega_m / 2\pi$  и  $\Delta \nu_0 = \Delta \omega_0 / 2\pi$ , находим:

$$\tau_p = \left( \frac{2\sqrt{2} \ln 2}{\pi^2} \right)^{1/2} \left( \frac{g_0}{\delta} \right)^{1/4} \left( \frac{1}{\nu_m \Delta \nu_0} \right)^{1/2}. \quad (\text{В.28})$$

Мы видим, что первый множитель в правой части этого выражения приблизительно равен 0,45. Второй множитель вследствие показателя степени 1/4 приблизительно равен единице. Тогда из (В.28) мы получаем

$$\tau_p \approx 0,45 / (\nu_m \Delta \nu_0)^{1/2}, \quad (\text{В.29})$$

т. е. соотношение (5.122).

Случай ЧМ-синхронизации мод рассматривается аналогично. Предположим снова, что электрическое поле импульса и усиление по амплитуде определяются соответственно выражениями (В.3) и (В.11). Модулятор же вносит теперь переменный фазовый сдвиг  $\Delta\phi$ . В случае синусоидальной модуляции можно написать, что

$$\Delta\phi = \delta \cos(\omega_m t). \quad (\text{В.30})$$

В этом случае самосогласованное решение получается, только если импульс проходит через модулятор в тот момент времени, когда фазовый сдвиг  $\Delta\phi$  достигает либо максимума, либо минимума (т.е. когда он стационарен). Поэтому будем считать, что импульс проходит через модулятор в момент времени  $t = 0$ . Тогда пропускание модулятора можно записать в следующем виде:

$$T_m = \exp(i\Delta\phi) \approx C \exp[-i\delta(\omega_m t)^2/2], \quad (\text{В.31})$$

где  $C = \exp i\delta$ . Поскольку  $T_m$  имеет вид гауссовой функции, импульс после прохождения через модулятор будет опять определяться выражением (В.22). В котором теперь

$$\Gamma'' = \Gamma' + i\delta\omega_m^2/2. \quad (\text{В.32})$$

Используя (В.24) с тем же условием  $E_+(t) = E_-(t)$ , для данного случая находим

$$\alpha \approx \beta = (\delta/2g_0)^{1/4} (\omega_m \Delta\omega_0/4), \quad (\text{В.33a})$$

$$g_0 = \gamma. \quad (\text{В.33б})$$

Сравнение (В.33a) с (В.27б) показывает, что при одинаковых значениях  $\delta/2g_0$ , т.е. при одних и тех же значениях  $\delta$  и [согласно (В.33б)] одинаковых потерях в резонаторе  $\gamma$ , величина  $\alpha$ , а следовательно, и ширина импульса  $\tau_p$  являются одними и теми же для случаев АМ- и ЧМ-синхронизации мод. Однако в последнем случае, поскольку величина  $\beta$  не равна нулю, частота импульса имеет линейный сдвиг.

## Литература

1. Kuizenga D. J., Siegman A. E., IEEE J. Quantum Electron., QE-6, 694 (1970).
2. Siegman A. E., Lasers, University Science Books, Hill Valley, California, 1978. sec. 7.4.

## ПРИЛОЖЕНИЕ Г

### Физические постоянные

|  |   |
|--|---|
| Постоянная Планка $h$  | $6,6256 \cdot 10^{-34}$ Дж·с                                |
| $\hbar = h/2\pi$   | $1,054 \cdot 10^{-34}$ Дж·с                                 |
| Заряд электрона $e$  | $1,60210 \cdot 10^{-19}$ Кл                                 |
| Масса покоя электрона $m$  | $9,1091 \cdot 10^{-31}$ кг                                  |
| Скорость света в вакууме $c_0$   | $2,99792458 \cdot 10^8$ м/с                                 |
| Постоянная Больцмана $k$   | $1,38054 \cdot 10^{-23}$ Дж/К                               |
| Магнетон Бора $\beta$  | $9,2732 \cdot 10^{-24}$ А·м <sup>2</sup>                    |
| Электрическая постоянная $\epsilon_0$                                  | $8,854 \cdot 10^{-12}$ Ф/м                                  |
| Магнитная постоянная $\mu_0$   | $4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м                                   |
| Энергия, соответствующая 1 эВ  | $1,60210 \cdot 10^{-19}$ Дж                                 |
| Частота излучения, имеющего энергию $kT$<br>( $T = 300$ К)             | $208,5$ см <sup>-1</sup>                                    |
| Энергия фотона, имеющего длину волны $\lambda =$<br>$= 0,5$ мкм        | $3,973 \cdot 10^{-19}$ Дж                                   |
| Отношение массы протона к массе электрона                              | 1836,13   |
| Число Авогадро (число молекул в грамм-молекуле)                        | $6,0248 \cdot 10^{23}$ моль <sup>-1</sup>                   |
| Радиус первой боровской орбиты $a =$<br>$= 4\pi\hbar^2\epsilon_0/mc^2$ | $0,529175 \cdot 10^{-8}$ см                                 |
| Постоянная Стефана — Больцмана $\sigma_{SB}$                           | $5,679 \cdot 10^{-12}$ Вт·см <sup>-2</sup> ·К <sup>-4</sup> |

# Ответы к некоторым задачам

## Глава 1

- 1.3. Будем считать, что середине видимого участка спектра соответствует длина волны  $\lambda = 0,55$  мкм. Отвечающая этой длине волны частота (в обратных сантиметрах)  $\omega = 1/\lambda = 18181$  см<sup>-1</sup>. Поскольку  $kT = 208$  см<sup>-1</sup> (см. Приложение Г), то  $(E_2 - E_1)/kT = 87,4$  и  $N_2^e/N_1^e = 1,1 \cdot 10^{-38}$ .
- 1.4.  $E_2 - E_1 = kT = 208$  см<sup>-1</sup> ( $\lambda = 48$  мкм — средний ИК-диапазон спектра).
- 1.5.  $(N_2 - N_1) = 1,3 \cdot 10^{17}$  см<sup>-3</sup>.
- 1.6.  $D \approx 500$  м.

## Глава 2

- 2.1.  $N_{\text{LV}} = 8\pi V \Delta\lambda/\lambda^4 = 1,9 \cdot 10^{12}$  мод/л
- 2.2.  $\lambda_{\text{ли}} = 0,48$  мкм (зеленый участок видимого света).
- 2.3.  $\tau_{\text{спонт}} = 4,78$  нс,  $\phi = 0,63$ .
- 2.4. Поскольку молекулярная масса YAG равна 594, на основном уровне  $^4I_{9/2}$  находится около  $1,38 \cdot 10^{20}$  ионов  $\text{Nd}^{3+}/\text{см}^3$ . Из этого числа ионов лишь около 46% находится на нижнем штатковском уровне мультиплета  $^4I_{9/2}$ .
- 2.5.  $\sigma_p \approx 8 \cdot 10^{-18}$  см<sup>2</sup>.
- 2.7.  $\tau_{\text{спонт}} = 5,75$  нс,  $\tau_{\text{безызл}} = \tau/(1 - \phi) = 38,3$  нс.
- 2.10. Согласно выражению (2.170а), эффективное сечение вынужденного излучения равно  $\sigma_{21} = z_{21}\sigma = 3,5 \cdot 10^{-19}$  см<sup>2</sup>, где  $z_{21} = \exp(-\Delta E/kT)/[1 + \exp(-\Delta E/kT)] = 0,4$  — функция распределения для подуровня  $R_2$ .
- 2.11. В процессе усиления спонтанного излучения коэффициент усиления за один проход равен  $G = 547$ . Предполагая, что эффективное сечение кристалла  $\text{Nd}:\text{YAG}$   $\sigma = 3,5 \cdot 10^{-19}$  см<sup>2</sup> (см. предыдущую задачу), получаем  $N_c \approx 6,03 \cdot 10^{18}$  ионов  $\text{Nd}^{3+}/\text{см}^3$  и запасенная энергия  $E \approx 2,51$  Дж.
- 2.14.  $\nu = 0,3$  см<sup>-1</sup> = 9 ГГц.
- 2.15.  $\Delta\nu = 4\nu = 36$  ГГц.
- 2.19.  $\rho = l/c$ .
- 2.23.  $\Delta\nu_{\text{дырка}} \approx 2/\pi\tau_c = 2/\Delta\nu_0$ .

## Глава 3

- 3.2. Если спиральную лампу накачки представить приближенно в виде кольцеобразной импульсной лампы с диаметром  $D_L$  и предположить, что цилиндрический отражатель вокруг лампы в первом приближении имеет такой же, как и лампа, диаметр, то можно применить выражение (3.11), положив в нем  $S_R = \pi D_R l$ ,  $S_{\text{рс}} = \pi D_L l$  и  $S_L = 2\pi D_L l$  (объясните появление множителя 2 в последнем выражении), где  $D_R$  — диаметр стержня, а  $l$  — его длина, равная примерно длине лампы. Тогда из выражения (3.11) получаем  $\eta_t \approx 27\%$ .
- 3.3. Эксцентриситет эллипса равен  $e \approx 0,3$ . Из выражения (3.17) получаем  $R_M = 3,71$  мм,  $R_n = 1,67$  мм. Эти числа надо разделить на значение показателя преломления среды для стержня с полированной боковой поверхностью.

- 3.8.  $kT_e = (2/3) (mV_{\text{тепл}}^2/2)$ ; поскольку  $mV_{\text{тепл}}^2/2 = 10$  эВ, то  $kT_e = 6,67$  эВ.
- 3.10. Имеем  $\delta = 2m/M$ . Тогда из (3.37) и (3.37а) получаем искомый ответ.
- 3.11. Сечение упругого столкновения можно принять примерно равным сечению атома (газокинетическое сечение  $\sigma$  равно примерно нескольким единицам, умноженным на  $10^{-16}$  см<sup>2</sup>). Сечение возбуждения атома обычно много меньше этой величины; см., например, рис. 3.23.
- 3.12.  $\rho D = 4$  (мм рт. ст.)·мм.
- 3.13. Грамм-молекула занимает объем  $V = 9,6 \cdot 10^6$  см<sup>3</sup>. Тогда плотность атомов  $N = N_a/V = 6,27 \cdot 10^{16}$  атомов He/см<sup>3</sup>, где  $N_a$  — число Авогадро. При этом средняя длина свободного пробега  $l = 319$  мкм. Тепловая скорость равна  $v_{\text{тепл}} = (2E/m)^{1/2} = 1,87 \cdot 10^8$  см/с. Из выражения (3.36а) видно, что скорость дрейфа такова, что  $v_{\text{дрейф}}/v_{\text{тепл}} = e\mathcal{E}/2E$ . Отсюда получаем  $v_{\text{дрейф}}/v_{\text{тепл}} \approx 4,8 \cdot 10^{-2}$ .
- 3.15. Из уравнения Пуассона находим, что  $V = 4,52$  МВ! Очевидно, это означает, что существует пренебрежимо малая вероятность того, что электроны отделятся от ионов, обладая отличной от них скоростью.
- 3.16. Плотность атомов Ag равна  $N = 1,07 \cdot 10^{17}$  см<sup>-3</sup>, а средняя длина свободного пробега  $l = 1/N\sigma_{\text{упр}} = 467$  мкм. Из (3.38) видно, что электронная температура в электрон-вольтах равна  $kT_e/e = (2/\delta)^{1/2} \mathcal{E}/3$ . Поскольку  $\mathcal{E} = 74$  В/м, получаем  $kT_e/e \approx 1,38$  эВ.

## Глава 4

- 4.4.  $L = 5$  см;  $F = \Delta v_{\text{тср}}/\Delta v_m = 50$ ;  $R_1 = R_2 = R = 94$  %;  $Q = 8,3 \cdot 10^5$ ;  $\tau_c = -L/c \ln R = 2,87$  нс.
- 4.6.  $w_0 = 0,317$  мм,  $w_s = 0,449$  мм.
- 4.8.  $N = \Delta v_0^*/(c/4L) \approx 20$ .
- 4.10. Из (4.129) получаем  $\Delta v = c/2L = 75$  МГц.
- 4.11. В нашем случае  $g_1 = g_2 = 0,9$ . Тогда из рис. 4.37, б видим, что  $N = 2,48$ , т. е.  $2a = 2(N\lambda L)^{1/2} = 2,44$  мм.
- 4.12.  $w_0 = 0,466$  мм,  $w_s = 0,498$  мм.
- 4.14. Перетяжка находится внутри резонатора на расстоянии около 14,3 см от зеркала с  $R = 4$  м. Размер пятна в перетяжке равен  $w_0 = 0,349$  мм;  $w_1 = 0,355$  мкм на зеркале с  $R = 4$  м и  $w_2 = 0,533$  мм на зеркале с  $R = 1,5$  м.
- 4.15.  $L = 1,5$  м.
- 4.17. Кольцевой резонатор эквивалентен симметричному резонатору, состоящему из двух зеркал с радиусом кривизны  $R = 2f$ , разделенных промежуточной длиной  $L$ . Тогда перетяжка пучка в кольцевом резонаторе располагается вдоль периметра на расстоянии  $L/2$  от линзы, а размеры пятна трудно вычислить из выражений (4.123)–(4.125), где  $g_1 = g_2 = g = 1 - (L/2f)$ . Условие устойчивости:  $L < 2f$  и  $L/2f > 0$  (т. е.  $f > 0$ ).
- 4.19.  $P = \int_0^\infty I_0 \exp[-2(r/w)^2] (2\pi r dr) = I_0(\pi w^2/2) = I_0 \pi w_s^2$ .
- 4.23. Полусферический резонатор в  $4w^2/w_s^2$  раз менее чувствителен к несоосности зеркал, чем почти плоскопараллельный резонатор.
- 4.24. Положительная ветвь конфокального неустойчивого резонатора. Из рис. 4.45 получаем  $M = 1,35$ ;  $2a_2 = 2[2L\lambda N_{\text{эка}}/(M-1)]^{1/2} = 4,26$  см;  $2a_1 > 2Ma_2 = 5,75$  см.
- 4.25. Для  $M = 1,35$  получаем  $\gamma = (M^2 - 1)/M^2 = 45$  %, что немного превышает значение, предсказываемое дифракционной теорией (20 %).

Глава 5

5.1.  $V_a = \pi \omega_0^2 l / 2$ .

5.2.  $\gamma = 1,61$ .

5.4. Из рис. 4.37, б для  $g = 0,8$  и дифракционных потерь 2 % получаем  $N = 1,9$ , т. е.  $2a = 2,2$  мм.

5.6.  $P_{пор} = 1,67$  кВт,  $P_2 = 190$  Вт,  $\eta_s = 2,3$  %.

5.7.  $(\gamma_1)_{opt} = 0,245$ ,  $(P_{пор})_{opt} = 19,6$  кВт.

5.9.  $V_a = 2,34$  см<sup>3</sup>,  $N_c = N_0 = 2,85 \cdot 10^{15}$  ионов/см<sup>3</sup>,  $\gamma = 5,3 \cdot 10^{-4}$ ,  $x = [2\tau q_0 / V_a \tau_c (N_t + N_0)] + 1 = 1,1$ , поскольку  $\tau \approx 3$  мс для рубина и  $\tau_c = nl / \gamma c_0 = 0,83$  мкс.

5.10.  $E_{ср} = 1,23$  Дж,  $E_{вых} = 90$  мДж,  $x = 8,1$ ,  $\Delta\tau_p = 4,3$  нс.

5.11.  $\Delta\tau_p = 2 \ln 2 / \pi \Delta\nu_{ген} = 0,735$  нс.

5.12. При замене суммы интегралом получается не периодическая последовательность импульсов, а одиночный импульс.

5.13.  $V = \lambda_0 / 4n_0^3 r_{63}$ .

5.14.  $V = 2915$  В.

5.15. Из рис. 5.35 для  $f^* = f\tau = 2,3$  и  $x = 10$  кВт/2,2 кВт = 4,55 получаем  $N_t/N_p \approx 1,89$ . При этом из (5.30) следует, что  $\eta_E = 0,76$ . Поскольку  $\gamma_2 = 0,162$  (см. разд. 5.3.5), из (5.99) получаем  $E = 19$  мДж, что дает среднюю мощность  $\langle P \rangle = Ef = 190$  Вт, т. е. очень близкую к значению в непрерывном режиме (202 Вт; см. рис. 5.15). Поскольку  $\gamma = 0,119$  (см. разд. 5.3.6), а  $L' = L + (n-1)l = 56$  см, где  $n = 1,8$  — показатель преломления YAG, то получаем  $\tau_c = L'/c_0\gamma = 15,6$  нс, а из (5.101) —  $\Delta\tau_p \approx 90$  нс.

5.16.  $E = [(\gamma_2/2)(N_t/2N_p)\eta_E](A_e/\sigma)h\nu$ . Заметим, что при тех же значениях параметров лазера выходящая энергия трехуровневого лазера вдвое меньше четырехуровневого. Это является следствием того, что в трехуровневом лазере используется лишь 1/2 часть первоначальной инверсии населенностей ( $N_t$ ), поскольку как только  $N_t/2$  возбуждений релаксировало на нижний лазерный уровень, населенности верхнего и нижнего лазерных уровней выравниваются и усиление обращается в нуль. Выражение для длительности импульса совпадает с аналогичным выражением для четырехуровневого лазера [см. (5.101)].

5.17.  $E = 1,15$  Дж,  $\Delta\tau_p = 18,7$  нс.

5.18.  $\Delta\tau_p = 0,44/\Delta\nu_0^* = 126$  пс.

5.19.  $\Delta\tau_p = 0,5/(\nu_m \Delta\nu_0)^{1/2} = 113$  пс, поскольку  $\nu_m = c/2L = 0,1$  ГГц. Заметим, что поскольку теперь линия уширена однородно, значение  $\Delta\tau_p$  приблизительно такое же, как и в предыдущем случае, хотя ширина линии теперь примерно в 60 раз больше.

Глава 6

6.2. CO<sub>2</sub> ( $\lambda = 10,6$  мкм), HF ( $\lambda = 2,6-3,3$  мкм), CO ( $\lambda = 5$  мкм), центры окраски [ $\lambda = 0,88-1,4$  мкм], GaAs ( $\lambda = 0,85$  мкм), Nd:YAG ( $\lambda = 1,06$  мкм).

6.4. Полное время жизни  $\tau$  электронных уровней, участвующих в лазерном переходе, равно  $\tau = 1/(\tau_s^{-1} + \tau_p^{-1}) = 9$  нс, где  $\tau_s = 100$  нс и  $\tau_p = 10$  нс — времена жизни s- и p-состояний (см. разд. 6.4.1.1). Тогда  $\Delta\nu_{олн} \approx \Delta\nu_{ест} = 1/2\pi\tau = 17,7$  МГц. Доплеровская ширина  $\Delta\nu_0^* = 1,5$  ГГц.

6.6. Ширина лэмбовского провала порядка ширины линии, обусловленной столкновительным уширением, выражение для которого дано в разд. 6.3.3.1. Предполагая, что в газовой смеси CO<sub>2</sub>:N<sub>2</sub>:He парциальные давления равны 1,5 мм рт. ст., 1,5 мм рт. ст. и 12 мм рт. ст., получаем  $\Delta\nu_c \approx 64,3$  МГц. Доплеровское уширение составляет  $\Delta\nu_0^* \approx 60$  МГц.

6.7.  $\text{CO}_2$ , Nd:YAG, CO,  $\text{Ar}^+$ , лазер на парах меди.

6.8. Только  $\text{CO}_2$ -лазеры (и менее доступные HF- и CO-лазеры) могут удовлетворить этому требованию. В недалеком будущем будут доступны эксимерный на KrF и Nd:YAG-лазеры со средней мощностью, превышающей 1 кВт.

6.9. Коэффициент упругости  $K = \omega^2 \mu = 2180 \text{ Н} \cdot \text{м}^{-1}$ , где  $\mu = m_N/2 = 1,16/10^{-26} \text{ кг}$  — приведенная масса ( $m_N$  — масса азота), а  $\omega$  — частота колебаний ( $\sim 2300 \text{ см}^{-1}$ ; см. рис. 1.14). Из рис. 6.24 видно, что энергия основного состояния увеличивается на  $\Delta E \approx 2 \text{ эВ}$  при отклонении межъядерного расстояния от равновесного значения на  $\Delta R \approx 0,19 \text{ \AA}$ . Тогда получаем  $K = 2\Delta E/(\Delta R)^2 \approx 1773 \text{ Н} \cdot \text{м}^{-1}$  в разумном согласии с предыдущим значением.

6.10. Частота колебаний двухатомной молекулы, состоящей из двух атомов с массами  $m_1$  и  $m_2$ , записывается в виде  $\omega = (K/\mu)^{1/2}$ , где  $K$  — коэффициент упругости, а  $\mu = m_1 m_2 / (m_1 + m_2)$  — приведенная масса. Приведенная масса для молекулы  $\text{N}_2$  равна  $\mu_{\text{N}_2} = m_N/2 = 7 \text{ а.е.м.}$ , где  $m_N$  — масса атома азота. Приведенная масса молекулы CO равна  $\mu_{\text{CO}} \approx 6,86 \text{ а.е.м.}$  Если принять, что коэффициент упругости одинаков для обеих молекул, то можно ожидать, что  $\nu_{\text{N}_2}/\nu_{\text{CO}} \approx (\mu_{\text{CO}}/\mu_{\text{N}_2})^{1/2} = 0,989$ .

6.11. В случае симметричного растяжения и в предположении, что две молекулы кислорода друг с другом не взаимодействуют, частота колебаний  $\nu_1$  равна частоте колебаний атома кислорода, связанного упругими силами (с коэффициентом упругости  $K$ ) с фиксированной точкой (т.е. с положением атома С). Таким образом,  $\nu_1 = [K/m_O]^{1/2}/2\pi$ , где  $m_O$  — масса кислорода. Тогда для  $\nu_1 = 1337 \text{ см}^{-1}$  получаем  $K = 1,688 \text{ Н} \cdot \text{м}^{-1}$ . В случае асимметричного растяжения атом углерода также принимает участие в колебании. Из соображений симметрии можно предположить, что половина его массы ( $m/2$ ) принимает участие в колебании с одним атомом кислорода, а другая половина — с другим атомом кислорода. Тем самым задача сводится к двухатомной системе частиц с массами  $m_O$  и  $m_C/2$ , связанных коэффициентом упругости  $K$ . Затем мы находим, что резонансная частота  $\nu_3$  этой моды, очевидно, равна  $\nu_3 = (K/\mu)^{1/2}/2\pi$ , где  $\mu = m_O(m_C/2)/[m_O + (m_C/2)]$  — приведенная масса. Пользуясь ранее рассчитанным значением  $K$ , получаем  $\nu_3 = 2532 \text{ см}^{-1}$ , что находится в разумном согласии с экспериментальным значением ( $\nu_3 \approx 2322 \text{ см}^{-1}$ ; см. рис. 6.14), имея в виду сделанное приближение, которое состоит в том, что мы пренебрегли O—O-взаимодействием.

6.13.  $B = 2kT/(2J' + 1)^2 = 0,3 \text{ см}^{-1}$ .

6.14. Поскольку в рабочем переходе  $\text{CO}_2$ -лазера участвуют только уровни с нечетными значениями  $J'$ , разность частот между соседними вращательными уровнями составляет  $4B = 1,2 \text{ см}^{-1}$ . Оказывается, что в действительности экспериментально найденный зазор между уровнями равен приблизительно  $2 \text{ см}^{-1}$ .

6.15. Все линии, связанные с вращательно-колебательными переходами, сольются в одну, если ширина линии, обусловленная столкновительным уширением, примерно равна экспериментально найденному зазору между уровнями, составляющими  $\sim 2 \text{ см}^{-1}$  (см. предыдущую задачу). Тогда из выражения для столкновительного уширения, приведенного в разд. 6.3.3.1 для газовой смеси  $\text{CO}_2 : \text{N}_2 : \text{He}$ , получаем  $p \approx 18,4 \text{ атм}$ .

## Глава 7

7.1.  $\langle V^{(r)2}(t) \rangle = \frac{1}{2T} \int_{t-T}^{t+T} V^{(r)2}(t') dt' = \frac{2}{T} \int_{t-T}^{t+T} E^2(t') \cos^2[\phi(t') - \langle \omega \rangle t'] dt' \approx 2E^2(t) = 2I(t)$ , где были использованы формулы (7.4) и (7.5) и где время интегрирования  $2T$  включает в себя несколько оптических циклов.

7.3. В точке с пространственной координатой  $r$  аналитический сигнал, представляющий собой волну на рис. 2.5, имеет вид  $V = E_0 \exp[i(\phi - \omega t)]$ , где  $\phi$  — случайная переменная, претерпевающая скачки с плотностью вероятности, определяемой выражением (2.52). Тогда мы можем записать  $\Gamma^{(1)}(\tau) = \langle [V(t + \tau) V^*(t)]_{\text{корр}} + [V(t + \tau) V^*(t)]_{\text{некорр}} \rangle$ , где  $[V(t + \tau) V^*(t)]_{\text{корр}} = E_0^2 \exp(-i\omega\tau)$  — доля измерений по ансамблю частиц, при которых два сигнала в момент времени  $t$  и  $t + \tau$  оказываются коррелированными, в то время как  $[V(t + \tau) V^*(t)]_{\text{некорр}} = E_0^2 \exp[-i(\omega\tau - \Delta\phi)]$  — часть измерений, при которых два сигнала оказываются некоррелированными вследствие фазового скачка  $\Delta\phi$  между двумя временными точками. Поскольку  $\Delta\phi$  — случайный фазовый угол, величина  $\langle E_0^2 \exp[-i(\omega\tau - \Delta\phi)] \rangle$  равна нулю и  $\Gamma^{(1)}$  сводится к  $\Gamma^{(1)} = \langle E_0^2 \exp(-i\omega\tau) \rangle = [E_0^2 \exp(-i\omega\tau)] p(\tau)$ , где  $p(\tau)$  — вероятность того, что фазовый скачок не произошел после временной задержки  $\tau$ . Тогда из (2.54) получаем выражение  $\Gamma^{(1)} = E_0^2 \exp[-(i\omega\tau + \tau/\tau_c)]$ , которое справедливо при  $\tau > 0$ . Из (7.14) находим  $\gamma^{(1)} = \exp[-(i\omega\tau + \tau/\tau_c)]$ , опять же справедливое при  $\tau > 0$ . Если мы теперь захотим распространить предыдущее выражение на область  $\tau < 0$ , то достаточно просто вспомнить, что  $|\gamma^{(1)}(-\tau)| = |\gamma^{(1)}(\tau)|$ . Тогда для любого  $\tau$  мы можем записать  $\gamma^{(1)}(\tau) = \exp[-(i\omega\tau + \tau/\tau_c)]$ . Время когерентности равно  $\tau_{\text{ког}} = (\ln 2)\tau_c$ .

7.6.  $I_c = (I/2)[1 + \exp(-|\tau|/\tau_c)\cos\omega\tau]$ , где  $\tau = 2(L_3 - L_2)/c_0$  и  $I$  — интенсивность падающей на интерферометр волны. Заметим, что при  $\tau = 0$  имеем  $I_c = I$ , и, таким образом, нет отраженного интерферометром света, идущего в направлении падающего пучка. Тогда из выражения (7.22) с помощью решения задачи (7.3) нетрудно получить видность полос в виде  $V_p = \exp(-|\tau|/\tau_c)$ .

7.7.  $\Delta L = \lambda = 10,6$  мкм. Из (7.36), применив знак равенства, получаем  $L_c = c_0\tau_{\text{ког}} = c_0/4\pi\Delta\nu_{\text{рек}} = 2390$  м.

7.9. Если бы пучок был дифракционно-ограниченным, то его расходимость была бы равна  $\theta'_d = 1,22\lambda/D = 0,216$  мрад. Из (7.54) получаем  $\omega_0 = [D\lambda/2\pi\theta'_d]^{1/2} = 0,58$  мм.

7.10. Только в 2 раза.

7.11. Можно измерить радиус пучка  $r$  в фокальной плоскости линзы (например, как радиус, при котором интенсивность уменьшается вдвое по сравнению с максимальным значением) и тогда с помощью (7.44) можно получить  $0 = r/f$ , где  $f$  — фокусное расстояние линзы.

7.13. Радиус  $r$  точечного отверстия должен удовлетворять соотношению  $r \approx 1,22\lambda_1/D_1$ .

7.14. Для синусоидальной волны имеем  $V = E \exp[i(\phi - \omega t)]$ , где как  $E$ , так и  $\phi$  не зависят от времени. Тогда  $\Gamma^{(1)}(t_1, t_2) = \langle E^2 \exp\{-i\omega(t_1 - t_2)\} \rangle = E^2 \exp[-i\omega(t_1 - t_2)] = V(t_1) V^*(t_2)$ .

### Глава 8

8.2. Линза должна иметь фокусное расстояние  $f = 14,3$  см и должна быть помещена на расстоянии  $L_1 \approx 85$  см от перетяжки пучка размером 0,5 мм.

8.3.  $f = 0,752$  м.

8.6. Поскольку  $\Gamma_s = 0,534$  Дж/см<sup>2</sup>, а  $\Gamma_{\text{вх}} = 0,321$  Дж/см<sup>2</sup>, выходной поток, согласно (8.33), равен  $\Gamma = 2,33$  Дж/см<sup>2</sup>. Выходная энергия  $E_{\text{вых}} = 736$  мДж, насыщенное усиление  $G = 7,36$ , а извлекаемая доля запасенной энергии равна примерно 83 %.

8.7. Предположим, что время жизни нижнего лазерного уровня ( $I_{11/2}$ ) усилителя на стекле с неодимом равно 50.—100 пс. В случае входного импульса

длительностью  $l$  ис усилитель ведет себя, таким образом, как трехуровневая система. Поскольку  $\Gamma_s = h\nu/2\sigma = 3,12$  Дж/см<sup>2</sup>, из (8.33) получаем  $\Gamma_{вх} = 3,59$  Дж/см<sup>2</sup> (т. е.  $E_{вх} = 228$  Дж). Полная энергия, которую можно снять в усилителе, работающем по трехуровневой системе, равна  $E_{ав} = (N/2)Alh\nu = A\Gamma_s \ln G_0 = 275$  Дж, где  $N$  — инверсия населенностей,  $A$  — площадь сечения усилителя,  $l$  — его длина.

8.8. Усилитель работает по трехуровневой схеме. Тогда  $\Gamma_s = h\nu/2\sigma z = 87$  мДж/см<sup>2</sup>,  $E_{вых} = 50,5$  Дж,  $G = 2,97$ ,  $E_{ав}/V = (N/2)h\nu = N_s h\nu/2z = \alpha_p h\nu/2\sigma z = 3,48$  Дж/л.

8.11. Указание. Сначала покажите, что показатель преломления для необыкновенной волны  $n_e(2\omega, \theta)$  на частоте  $2\omega$  можно записать в виде  $n_e(2\omega, \theta) = n_o^2 n_e^e / [(n_o^e)^2 \sin^2 \theta + (n_e^e)^2 \cos^2 \theta]^{1/2}$ . Далее подставим это выражение в (8.56).

8.12.  $\theta_m = 42,2^\circ$ .

8.15. Пользуясь выражением для пороговой интенсивности  $I$ , вычисленной в задаче 8.14, получаем  $I = 156$  Вт/см<sup>2</sup>. Пороговая мощность накачки тогда равна  $P_{пор} = 12,25$  мВт.

8.16. Из (8.91) получаем  $l_{БГ} = \lambda_0 n / 2\pi d (2IZ)^{1/2} = 2,75$  см, где  $Z = 1/\epsilon_0 c_0 = 337$  Ом — импеданс свободного пространства, а  $I$  — интенсивность падающей волны. Следовательно,  $\eta = [\text{th}(l/l_{БГ})]^2 = 51,9\%$ , где  $l = 2,5$  см — длина кристалла.

# Предметный указатель

- Азот, молекулярный лазер 379  
— роль в  $\text{CO}_2$ -лазере 361, 365  
Активная синхронизация мод, см. Синхронизация мод  
— среда 14, 15  
Акустооптический модулятор 289  
— — Брэгга режим 291  
— — модуляция добротности 289  
— — Рамана — Ната режим 291  
— — синхронизация мод 321  
Аналитический сигнал 443  
Аргонная лазерная трубка 356  
Аргонный лазер 354
- Безызлучательная релаксация 67  
— — внутримолекулярная 69  
— — в полупроводниках 70  
— — Фёрстеровского типа 69  
Безызлучательное время жизни 68  
Безызлучательные переходы 96—99  
Больцмана распределение 13, 135  
— — для вырожденных уровней 86, 94, 95  
Борна — Оппенгеймера приближение 90, 100  
Брюстера угол 183
- Ван Циттерта — Цернике теорема 465  
Вибронные переходы 96  
Вигнера — Вайсколфа приближение 60  
Видимость полос 451  
Винера — Хинчина теорема 44  
Возмущенная теория нестационарная 529  
Волноводные лазеры 370  
Вращательные уровни 94  
— — заселенность 94, 95  
— — правила отбора 103  
Временная когерентность 19, 20  
— — измерение 452  
— — многомодовых лазеров 458, 459  
— — нестационарные пучки 456  
— — стелень 448  
Время жизни классического дипольного момента 57, 58  
— — фотона в резонаторе 184, 185, 242  
— — когерентности 19, 20  
Выжигание дырок 276  
— — пространственное 257  
— — частотное 257  
Вынужденное излучение 11, 12, 34, 38  
— — вероятность 34, 38  
— — сечение 12, 54  
Вырожденные уровни 85—88  
— — функция распределения 88, 267  
— — эффективное время релаксации 88, 342  
— — — сечение 88, 266
- Газовые лазеры 343, 344  
— — молекулярные 359, 360
- Газовый разряд 136  
— — анодное падение 136  
— — катодное темное пространство 157  
— — отрицательное свечение 137  
— — положительный столб 136  
Газодинамические лазеры 375  
Галогениды инертных газов, лазер 383  
Гауссова форма линии 51  
Гауссов пучок, ABCD закон распространения 209, 218, 482  
— — аналитическое выражение 202  
— — n ABCD-матрицы 209  
— — конфокальный параметр 204  
— — параметр  $q$  208, 209  
— — радиус кривизны 207  
— — размер пятна 207  
— — распространение 207, 479, 480  
— — расходимость 461  
— — рэлеевская длина 208  
— — фокусировка 210, 211  
Гелий-кадмиевый лазер 358  
Гелий-неоновый лазер 346—350  
Гельмгольца уравнение 27, 28  
Генерация на второй гармонике 493, 494, 500, 511  
Горячие носы 97  
Групповая скорость 516  
— — дисперсия 517  
Гюйгенса принцип 21, 190
- Двулучепреломляющий фильтр 253, 263  
Двухатомные молекулы  
— — вибронные переходы 96  
— — вращательные переходы 96  
— — колебательно-вращательные переходы 95, 96  
— — структура вращательных уровней 95  
— — типичные энергетические уровни 91, 380, 382  
Диполь, классическое время жизни 57  
Дипольный момент 35, 99, 100  
Дисперсия задержки импульса 517, 522  
Дифракционно-ограниченные пучки 462  
Дифракционные потери 2, 160, 191, 195, 202, 215  
Дифференциальный КПД 249  
— — лазер полупроводниковый  
— — —  $\text{CO}_2$  271  
— — — Nd:YAG 268  
Доплеровское уширение  
— —  $\text{Ar}^+$ -лазер 355  
— —  $\text{CO}_2$ -лазер 366  
— — He-Ne-лазер 347
- Естественное уширение 48
- Зеркала лазерные 179  
— — с изменяющимся коэффициентом отражения 229  
Затягивание частоты 272—274  
Захват излучения 81, 344, 350

- Излучательное время жизни атомного перехода 59, 66  
 — — классического осциллятора 57, 58  
 Излучательные переходы 96—99  
 — — квантовомеханический расчет 99—103  
 Излучение черного тела 26  
 — — Планка теория 30, 31  
 — — Рэлея — Джинса закон 30  
 Импульс  
 — длительность, модуляция добротности 285, 300  
 — — синхронизация мод 307, 315, 325, 540  
 — — обратная ширина спектра 311  
 — — сжатие 514  
 Импульсная лампа 110  
 Инверсия населенностей 14  
 — — критическая (пороговая) 15  
 — — частичная 378, 400  
 Интерферометры  
 — Майкельсона 452  
 — область дисперсии (свободная спектральная зона) 174, 175  
 — резкость 176  
 — сканирующие 176, 177  
 — Фабри — Перо 172  
 — Юнга 451  
 Ионизационное равновесие 150  
 Ионные лазеры 353  
 Катодное темное пространство 136  
 Квазимонохроматическая волна 441  
 Квазиуровни Ферми 407, 408  
 Квантовая теория, дополняемый фотон 240  
 — — лазерная ширина линии 274  
 — — спонтанного излучения 60, 61  
 — — эффективность лазеров 249  
 Керра оптический эффект 518  
 Когерентность 18, 19  
 — — временная 18, 19, 448  
 — — время 19, 449  
 — — высокого порядка 473  
 — — длина 449, 453  
 — — измерение 451  
 — — первого порядка 473  
 — — пространственная 18, 19, 449, 463  
 Колебательно-вращательные переходы 95, 96  
 Кольцевой лазер 262, 263  
 — — односторонний режим 262, 263  
 — — однонаправленное действие 262, 263  
 Комплексный параметр пучка  $q$  208, 209  
 Конфокальный параметр 204  
 — — резонатор 163, 196—207  
 — — дифракционные потери 202  
 — — моды 199, 200  
 — — неустойчивый 224, 225  
 — — резонансные частоты 200  
 Коэффициент использования энергии 299  
 — — поглощения при насыщении 106  
 — — усиления лазера насыщенный 79  
 — — — ненасыщенный 78, 79  
 КППД лазеров 249  
 — — заполнение сечения активной среды 249  
 — — накачка 249  
 — — релаксация нижнего уровня 250  
 — — связь на выходе резонатора 249  
 Красители 386  
 Критическая пороговая инверсия 15, 246, 250  
 — — скорость накачки 246, 250  
 Ксеноновая плазма 118, 119  
 Лазер  
 — аргонный 354  
 — на алесандрите 310—313  
 — — атомном ноде 397  
 — — галогенидах инертных газов 383  
 — — гомопереходе 409, 411  
 — — двойном гетеропереходе 409, 411  
 — — красителях 386  
 — — параметры 392  
 — — — поглощение и вынужденное излучение 388  
 — — — доламин G G 388, 390  
 — — — схема энергетических уровней 389  
 — — — фотофизические свойства 387  
 — — — неоднородном стекле 338, 339  
 — — — парах меди и золота 350—353  
 — — — самоограниченных переходах 246, 351, 379  
 — — — свободных электронах (ЛЭС) 428—433  
 — — — центрах окраски 425—428  
 — — — полупроводниковый 401  
 — — — рубиновый 332—335  
 — — с синхронизацией мод и синхронной накачкой 317  
 — — химический 396, 397  
 — — эксимерный 381—386  
 — —  $Al_xGa_{1-x}As$  412  
 — —  $CO$  377—379  
 — —  $CO_2$  361  
 — —  $Cr : Nd ; GSGG$  340  
 — —  $DF$  400  
 — —  $GaAs$  409, 411  
 — —  $He - Cd$  358, 359  
 — —  $He - Ne$  345—350, 338, 359  
 — —  $HF$  398  
 — — — сверхзвуковой 401  
 — —  $InGaAsP$  413  
 — —  $KrF$  383, 384  
 — —  $N_2$  379—381  
 — —  $Nd : YAG$  335—338  
 Лазерная генерация  
 — — возникновение 279, 300  
 — — когерентные свойства 456, 457  
 — — пороговая инверсия 246, 250  
 — — — мощность накачки 246, 250  
 — — — стационарная, условие 246  
 — — — частота 273  
 Лазерная накачка  
 — — газодинамическая 109, 375  
 — — — другим лазером 109, 360, 420, 421  
 — — — оптическая 109  
 — — — пороговое значение 246, 250  
 — — — трехуровневая система 250  
 — — — химическая 109, 396, 397  
 — — — четырехуровневая система 247  
 — — — электронным ударом 133  
 Лазерное и тепловое излучения 472  
 Лазерные скоростные уравнения  
 — — — модуляция добротности 287  
 — — — полупроводниковые лазеры 241  
 — — — трехуровневые лазеры 244  
 — — — четырехуровневые лазеры 243  
 Лазеры дальнего ИК-диапазона 360  
 Ламберта источник 22  
 Лампа, эффективность излучательная 116  
 — — — передачи 116, 119  
 Лоренца поправка на локальное поле 38  
 Лоренцева форма линии 45, 53  
 Лучевые матрицы 166, 169  
 — — гауссов пучок 209  
 — — в сферических волнах 170, 171  
 — — — оптическая система 168  
 — — — оптические элементы 168

- Лямба провал 275, 277  
 — для стабилизации частоты 277, 278  
 — — обратный 278  
 — сдвиг 61  
 Люминесценция, квантовый выход 71
- Магнитодипольные переходы 40  
 Мазер 14  
 Максвелла распределение 50  
 Максвелла — Больцмана распределение 135  
 Матрицы ABCD, см. Лучевые матрицы  
 Матричный элемент электрического дипольного момента 35, 101  
 Многослойные диэлектрические покрытия 179—184  
 Мола 28  
 — средняя энергия 31  
 Модуляция добротности 284, 287  
 — — акустооптическая 289  
 — — быстрое и медленное переключения 286  
 — — импульсно-перiodический режим 296  
 — — механическая 288, 289  
 — — пассивная (насыщающийся поглотитель) 292  
 — — режимы генерации 295  
 — — селекция мод 294  
 — — теория 296  
 — — электрооптическая 287  
 — — усиления 303—305  
 Моды, гауссово распределение в резонаторе 188, 203  
 — высшего порядка 199—202  
 — поперечные 188  
 — продольные 188  
 — Эрмита — Гаусса 198  
 Монохроматичность 18, 442  
 Мэнли — Роу соотношения 508, 513
- Накачка 17, 108  
 — ангармоническая 378  
 — газодинамическая 109, 375, 376  
 — квантовый выход 128, 130  
 — КПД 115, 131, 152  
 — лазерная 109, 360, 421  
 — оптическая 110  
 — скорость 18, 115  
 — — вычисление 151—153  
 — — пространственное распределение 148  
 — химическая 109, 396, 397  
 — электрическая 108, 131  
 — распределение энергии электронов 143  
 — — электронный удар 138, 139  
 Направленность 20, 21  
 — пучков 459  
 — — пространственная когерентность полная 21, 459  
 — — — частичная 21, 463  
 Населенность 13  
 Насыщающиеся поглотители 292, 293, 321  
 — — модуляция добротности 292  
 — — синхронизация мод 317, 318  
 Насыщение 72  
 — интенсивности 74, 78  
 — поглощения 72, 73  
 — усиления 77  
 — — линия, уширенная неоднородно 79, 80  
 — — — — — однородно 77  
 Неветвиная поляризация 402
- Неодимовые лазеры 335  
 Неоднородное уширение 41, 48  
 — — влияние на работу лазера 356, 275  
 — — и синхронизация мод 314  
 — — причины 49, 51  
 Нерегулярные пикчи 284  
 Неупругие столкновения 67, 134, 138  
 Нулевые флуктуации вакуума 62  
 — — — и ширина линии лазера 273
- Обертонные переходы 98  
 Область когерентности 463  
 Одномодовый режим генерации 257  
 Однонаправленный кольцевой резонатор 263  
 — для одномодового лазера на красителе 263  
 — — — — Nd : YAG 265  
 Однородное уширение 41  
 — — и синхронизация мод 315, 537  
 — — причины 41, 48  
 Оптимальная связь на выходе лазера 251, 269  
 Оптимальное произведение  $\rho D$  (или  $\rho R$ ) 151  
 — — — CO<sub>2</sub>-лазер 368  
 — — — He — Ne-лазер 349  
 Оптическая накачка 110  
 — — излучательная эффективность 116, 131  
 — — квантовый выход 116, 130, 131  
 — — КПД 115, 131  
 — — распределение света 123  
 — — схемы 110, 111  
 — — эффективность передачи 116, 120, 122, 131  
 — — — поглощения  
 Оптические резонаторы 160  
 — — гауссовы моды 187, 198  
 — — дифракционные потери 160, 191, 195, 202, 215  
 — — добротность 186, 187  
 — — кольцеобразного типа 263  
 — — конфокальные 163, 196  
 — — мандрические (сферические) 163, 163  
 — — моды 187, 194, 198, 203  
 — — неустойчивые 164, 219, 220  
 — — — ветвь отрицательная 220  
 — — — — — положительная 220  
 — — обобщенные сферические 211  
 — — общие свойства 161  
 — — плоскостепенные 187  
 — — полусферические 164, 219, 348  
 — — резонансные частоты 162, 188, 200, 214  
 — — — — — условные устойчивости 215  
 — — — — — устойчивые 164, 219  
 — — — — — ширина линии 186  
 Осциллирующий диполь 58
- Параметрическая генерация 501, 506  
 Параметрический генератор 502  
 — — двухрезонаторный 502  
 — — однорезонаторный 502  
 Параметрический резонатор 212  
 Пассивная синхронизация мод 312  
 — — — — — насыщающиеся поглотители быстрые 317, 321  
 — — — — — медленные 318, 321  
 — — — — — сталкивающиеся импульсы 396

- Перестройка частоты лазера 252  
 — — — двулучепреломляющим фильтром 253  
 — — — дифракционной решеткой 252  
 — — — призмой 252  
 Перетяжка пучка 203  
 Переход запрещенный 39, 40  
 — разрешенный 39  
 — сечение 54  
 —  $P$ -,  $Q$ - и  $R$ -ветви 98, 99  
 Пичковый режим, многомодовые лазеры 283  
 Плотность энергии излучения 31  
 Поглощение 12, 13  
 — коэффициент 55  
 — сечение 12, 13  
 Покрытие ячейка 287  
 — — модуляция добротности 287  
 — — разгрузка резонатора 324  
 Полупроводники  
 — заполнение уровней при тепловом равновесии 405  
 — излучательные и безызлучательные переходы 406  
 — энергетические состояния 402, 403  
 Полупроводниковые лазеры 401, 402  
 — — выходная мощность 416  
 — — дифференциальный КПД 424  
 — — излучательные и безызлучательные переходы 406, 407  
 — — на гомопереходе 409—412  
 — — двойном гетеропереходе 412  
 — — накачка 409  
 — — применение 420  
 — — спектр излучения 417  
 — — с полосковой геометрией 414  
 — — распределенной обратной связью РОС 417—419  
 — — упрощенная теория 421  
 — — фотофизические свойства 402  
 — — характеристики 414  
 Полусферический резонатор 164, 219, 348  
 Пороговая инверсия населенностей 246, 250  
 Потери дифракционные 160, 191, 195, 202, 215  
 — логарифмические 241  
 — на зеркале 240  
 — неустойчивые резонаторы 222, 228  
 Правила отбора, переходы атомные 336  
 — — — вибронные 103  
 — — — вращательно-колебательные 102  
 — — — вращательные 101, 103  
 Предыонизация 374  
 Просветляющее покрытие 182  
 Пространственная когерентность 19  
 — — измерение 451  
 — — многомодового лазера 457, 458  
 — — степень 449, 450  
 Пучок дифракционно ограниченный 21  
 — добротность 186, 187  
 — разгрузка 323—326  
 — стабилизация частоты 275  
 Релаксационные колебания в лазерах 279  
 РОС-лазер 417—419  
 Рубиновый лазер 332—335  
 Рэлеевская длина 208  
 Самофокусировка 479  
 Сверхизлучение 81  
 Сверхбыстрые столкновения (столкновение второго рода) 68, 348  
 Сжатие импульса 517  
 Синглет-триплетная конверсия 391  
 Спихронизация мод 312  
 — — активная 312, 316  
 — — амплитудно-модуляционная (AM) 313, 314  
 — — медленно насыщающийся поглотитель 319  
 — — пассивная 317, 318  
 — — частотно-модулированная ЧМ 316,  
 Скоростные уравнения 238, 243, 422  
 — — стационарное решение 247, 250  
 Сохранение импульса 406, 501, 502  
 Спекл-картина 466  
 — размер зерна 467  
 Спонтанное время жизни 65, 66  
 — излучение 10, 11, 56  
 — — квантовоэлектродинамический подход 60, 61  
 — — полуклассический подход 57  
 — — усиленное 83  
 — — *Эйнштейна* термодинамический подход 62, 63  
 Средняя энергия моды 30  
 Стабилизация частоты 275  
 Стекло с неодимом, лазер 338  
 Столкновительное упрямство 41, 48  
 Супергравсов пучок 235  
 Суперлюминесценция 81, 82  
 Твердотельные лазеры 331—343  
 — — перестраиваемые 341  
 Температура ионная 135  
 — электронная 135, 144  
 Тепловая скорость атомов 50  
 — — электронов 135  
 Тепловое равновесие, см. Термодинамическое равновесие  
 — распределение, вырожденные уровни 86  
 Тепловые источники света 446  
 — — когерентность более высокого порядка 475  
 — — — первого порядка 447  
 — — — статистические свойства 446  
 Термодинамическое равновесие  
 — — вырожденных уровней 85, 86  
 — — для полупроводника 405  
 — — и излучение черного тела 30  
 — — молекулы 94, 95  
 Трехуровневый лазер 16, 250, 334  
 Триплетные уровни в красителе 389  
 Увеличение за полный проход резонатора 222  
 Усиление лазера 485  
 — — ненасыщенное 487, 488  
 — — изменение в поперечном направлении 489  
 Усиленное спонтанное излучение 83

Условие устойчивости резонатора 217

Уширение линии, механизмы

- — доплеровское 53, 49
- — естественное 48
- — неоднородное 48
- — однородное 41
- — столкновительное 41, 48

**Фабри — Перо** интерферометр 172

- — область дисперсии (свободная спектральная зона) 174, 175
- — резкость 176
- — эталон 259

Фазовая самомодуляция 479, 519

Фазового синхронизма угол 499

— — условие 494

Фарадеевский ротатор 264

Ферми-уровень 405, 406

Фёрстеровский радиус 71

Флуктуации фазы 445

— — одномерные лазеры 446

Фойгта интеграл 53

Фокса и Ли теория 189, 193

Форма линии

- — гауссова 51
- — лоренцева 45, 53
- — уширенная неоднородно 49, 50
- — — однородно 45

Фосфоресценция 391

Франка — Кондона множитель 102

— — принцип 97

Френеля число 192, 199

— — эквивалентное 227

Функция распределения, электроны 135

— — в CO<sub>2</sub> лазерных смесях 146

— — — He—Ne-лазерах 147

Химический лазер 396, 397

Частичная инверсия населенностей 378, 400

ЧМ-синхронизация мод 316

**Шавлова — Таунса** формула 274

Ширина линии

- — доплеровская 50, 54
  - — естественная 48, 53
  - — лазерной генерации 186, 274
  - — определение 45
  - — столкновительная 53
- Шрёдингера уравнение 527

**Эйнштейна** коэффициенты 11, 62, 63

Экспериментальный лазер 360, 382

Электронный газ 134

— — скорость дрейфа 136, 144

— — средняя тепловая скорость 135, 144

— — функция распределения 135

Электрооптические затворы 287

Эллипсоид показателей преломления 496

Эллиптический осветитель 119

Энергетические уровни

- — азот 361, 380
- — александрит 341
- — гелий-кадмий 358
- — гелий-неон 346
- — ион аргона 354
- — лазер на красителях 388
- — молекулы 89
- — пары меди и золота 352
- — рубин 333
- — эксимерный лазер 382
- — CO<sub>2</sub> 361
- — (KrF)\* 384
- — Nd : YAG 335

Энергия вращательная 89, 94

— — колебательная 89

— — лазерного излучения 487

— — электронная 89

**Юнга** интерферометр 451

Яркость 22, 470

**ABCD** матрицы, см. Лучевые матрицы

CO-лазер 377—379

CO<sub>2</sub>-лазер 361

— — атмосферного давления с поперечным

возбуждением (TEA) 373

— — волноводный 370, 371

— — газодинамический 375—377

— — отпаянный 369

— — с прокачкой поперечной 372

— — — продольной быстрой 369, 370

— — — медленной 367, 368

He—Ne-лазер 345—350, 358, 359

Nd : YAG-лазер 265, 335—338

— — модуляция добротности 302

— — накачка 113

— — КПД 131

— — непрерывный режим работы 267

— — релаксационные колебания 283

— — сечение перехода 266

— — ширина линии 52

— — энергетические уровни 335

TEA CO<sub>2</sub>-лазеры 373

## Оглавление

|  |    |
|--|----|
| <b>Предисловие редактора перевода</b>                            | 5  |
| <b>Предисловие к третьему изданию</b>                            | 8  |
| <b>1. Введение</b>   | 10 |
| 1.1. Спонтанное и вынужденное излучение; поглощение              | 10 |
| 1.1.1. Спонтанное излучение (рис. 1.1, а)                        | 10 |
| 1.1.2. Вынужденное излучение (рис. 1.1, б)                       | 11 |
| 1.1.3. Поглощение (рис. 1.1, в)                                  | 12 |
| 1.2. Принцип работы лазера                                       | 13 |
| 1.3. Схемы накачки   | 15 |
| 1.4. Свойства лазерных пучков                                    | 18 |
| 1.4.1. Монохроматичность   | 18 |
| 1.4.2. Когерентность   | 18 |
| 1.4.3. Направленность  | 20 |
| 1.4.4. Яркость   | 22 |
| 1.4.5. Импульсы малой длительности                               | 22 |
| 1.5. Структура книги   | 23 |
| Задачи   | 24 |
| <b>2. Взаимодействие излучения с веществом</b>                   | 25 |
| 2.1. Введение  | 25 |
| 2.2. Теория излучения черного тела [1]                           | 25 |
| 2.3. Поглощение и вынужденное излучение                          | 34 |
| 2.3.1. Вероятности поглощения и вынужденного излучения           | 34 |
| 2.3.2. Разрешенные и запрещенные переходы                        | 39 |
| 2.3.3. Механизм уширения линии                                   | 41 |
| 2.3.3.1. Однородное уширение                                     | 41 |
| 2.3.3.2. Неоднородное уширение                                   | 48 |
| 2.3.3.3. Выводы и примеры  | 52 |
| 2.3.4. Сечение перехода, коэффициенты поглощения и усиления      | 54 |
| 2.4. Спонтанное излучение  | 56 |
| 2.4.1. Полуклассический подход                                   | 57 |
| 2.4.2. Квантовоэлектродинамический подход                        | 60 |
| 2.4.3. Термодинамический подход Эйнштейна                        | 62 |
| 2.4.4. Связь между спонтанным временем жизни и сечением перехода | 65 |
| 2.4.5. Заключительные замечания                                  | 66 |
| 2.5. Безызлучательная релаксация [11]                            | 67 |
| 2.6. Насыщение   | 72 |
| 2.6.1. Насыщение поглощения; однородно уширенная линия           | 72 |
| 2.6.2. Насыщение усиления; однородно уширенная линия             | 77 |
| 2.6.3. Неоднородно уширенная линия                               | 79 |

# Оглавление

|  |           |
|--|-----------|
| <b>Предисловие редактора перевода</b>                            | <b>5</b>  |
| <b>Предисловие к третьему изданию</b>                            | <b>8</b>  |
| <b>1. Введение</b>   | <b>10</b> |
| 1.1. Спонтанное и вынужденное излучение; поглощение              | 10        |
| 1.1.1. Спонтанное излучение (рис. 1.1, а)                        | 10        |
| 1.1.2. Вынужденное излучение (рис. 1.1, б)                       | 11        |
| 1.1.3. Поглощение (рис. 1.1, в)                                  | 12        |
| 1.2. Принцип работы лазера                                       | 13        |
| 1.3. Схемы накачки   | 15        |
| 1.4. Свойства лазерных пучков                                    | 18        |
| 1.4.1. Монохроматичность   | 18        |
| 1.4.2. Когерентность   | 18        |
| 1.4.3. Направленность  | 20        |
| 1.4.4. Яркость   | 22        |
| 1.4.5. Импульсы малой длительности                               | 22        |
| 1.5. Структура книги   | 23        |
| Задачи   | 24        |
| <b>2. Взаимодействие излучения с веществом</b>                   | <b>25</b> |
| 2.1. Введение  | 25        |
| 2.2. Теория излучения черного тела [1]                           | 25        |
| 2.3. Поглощение и вынужденное излучение                          | 34        |
| 2.3.1. Вероятности поглощения и вынужденного излучения           | 34        |
| 2.3.2. Разрешенные и запрещенные переходы                        | 39        |
| 2.3.3. Механизм уширения линии                                   | 41        |
| 2.3.3.1. Однородное уширение                                     | 41        |
| 2.3.3.2. Неоднородное уширение                                   | 48        |
| 2.3.3.3. Выводы и примеры  | 52        |
| 2.3.4. Сечение перехода, коэффициенты поглощения и усиления      | 54        |
| 2.4. Спонтанное излучение  | 56        |
| 2.4.1. Полуклассический подход                                   | 57        |
| 2.4.2. Квантовоэлектродинамический подход                        | 60        |
| 2.4.3. Термодинамический подход Эйнштейна                        | 62        |
| 2.4.4. Связь между спонтанным временем жизни и сечением перехода | 65        |
| 2.4.5. Заключительные замечания                                  | 66        |
| 2.5. Безызлучательная релаксация [11]                            | 67        |
| 2.6. Насыщение   | 72        |
| 2.6.1. Насыщение поглощения; однородно уширенная линия           | 72        |
| 2.6.2. Насыщение усиления; однородно уширенная линия             | 77        |
| 2.6.3. Неоднородно уширенная линия                               | 79        |

|  |            |
|--|------------|
| 4.8.3. Достоинства и недостатки неустойчивых резонаторов с резкой границей зеркала . . . . . | 228        |
| 4.8.4. Неустойчивые резонаторы с переменным коэффициентом отражения . . . . .                | 229        |
| Задачи . . . . .   | 232        |
| Литература . . . . .   | 236        |
| <b>5. Непрерывный и нестационарный режимы работы лазеров . . . . .</b>                       | <b>237</b> |
| 5.1. Введение . . . . .  | 237        |
| 5.2. Скоростные уравнения [2, 3]   | 237        |
| 5.2.1. Четырехуровневый лазер . . . . .  | 237        |
| 5.2.2. Трехуровневый лазер . . . . .   | 244        |
| 5.3. Непрерывный режим работы лазера . . . . .   | 245        |
| 5.3.1. Четырехуровневый лазер . . . . .  | 245        |
| 5.3.2. Трехуровневый лазер . . . . .   | 250        |
| 5.3.3. Оптимальная связь на выходе лазера [7] . . . . .                                      | 251        |
| 5.3.4. Перестройка частоты генерации лазера . . . . .  | 252        |
| 5.3.5. Одномодовая и многомодовая генерация . . . . .  | 254        |
| 5.3.5.1. Причины возникновения многомодовой генерации . . . . .                              | 254        |
| 5.3.5.2. Одномодовый режим генерации . . . . .   | 257        |
| 5.3.6. Два числовых примера . . . . .  | 266        |
| 5.3.7. Затягивание частоты и предел монохроматичности . . . . .                              | 272        |
| 5.3.8. Провал Лэмба и активная стабилизация частоты лазера . . . . .                         | 275        |
| 5.4. Нестационарный режим работы лазера . . . . .  | 278        |
| 5.4.1. Релаксационные колебания в одномодовых лазерах . . . . .                              | 279        |
| 5.4.2. Пичковый режим многомодовых лазеров . . . . .   | 283        |
| 5.4.3. Модуляция добротности [21]  | 284        |
| 5.4.3.1. Методы модуляции добротности . . . . .  | 287        |
| 5.4.3.2. Режимы генерации . . . . .  | 295        |
| 5.4.3.3. Теория активной модуляции добротности . . . . .                                     | 296        |
| 5.4.3.4. Числовой пример . . . . .   | 302        |
| 5.4.4. Модуляция усиления . . . . .  | 303        |
| 5.4.5. Синхронизация мод [26, 27] . . . . .  | 305        |
| 5.4.5.1. Методы синхронизации мод . . . . .  | 312        |
| 5.4.5.2. Лазерные системы с синхронизацией мод . . . . .                                     | 320        |
| 5.4.6. Разгрузка резонатора . . . . .  | 323        |
| 5.5. Заключительные замечания . . . . .  | 326        |
| Задачи . . . . .   | 327        |
| Литература . . . . .   | 329        |
| <b>6. Типы лазеров . . . . .</b>   | <b>331</b> |
| 6.1. Введение . . . . .  | 331        |
| 6.2. Твердотельные лазеры . . . . .  | 331        |
| 6.2.1. Рубиновый лазер [1] . . . . .   | 332        |
| 6.2.2. Неодимовые лазеры [4—6]   | 335        |
| 6.2.2.1. Nd:YAG-лазер . . . . .  | 335        |
| 6.2.2.2. Стекло с неодимом [7] . . . . .   | 338        |
| 6.2.2.3. Другие кристаллические матрицы . . . . .  | 339        |
| 6.2.3. Лазер на александрите [8] . . . . .   | 340        |
| 6.3. Газовые лазеры . . . . .  | 343        |
| 6.3.1. Лазеры на нейтральных атомах . . . . .  | 345        |
| 6.3.1.1. Гелий-неоновые лазеры . . . . .   | 345        |
| 6.3.1.2. Лазеры на парах меди и золота [12] . . . . .  | 350        |

|  |            |
|--|------------|
| 6.3.2. Ионные лазеры . . . . .   | 353        |
| 6.3.2.1. Аргонный лазер [13, 14] . . . . .   | 354        |
| 6.3.2.2. He — Cd-лазер . . . . .   | 358        |
| 6.3.3. Молекулярные газовые лазеры . . . . .   | 359        |
| 6.3.3.1. CO <sub>2</sub> -лазер [16, 17] . . . . .   | 361        |
| 6.3.3.2. CO-лазер . . . . .  | 377        |
| 6.3.3.3. Азотный лазер [21] . . . . .  | 379        |
| 6.3.3.4. Экимерные лазеры [22] . . . . .   | 381        |
| 6.4. Жидкостные лазеры (лазеры на красителях) [23] . . . . .                                   | 386        |
| 6.4.1. Фотофизические свойства органических красителей . . . . .                               | 387        |
| 6.4.2. Параметры лазеров на красителях . . . . .   | 392        |
| 6.5. Химические лазеры [26, 27] . . . . .  | 396        |
| 6.5.1. Лазеры на HF . . . . .  | 398        |
| 6.6. Полупроводниковые лазеры [28] . . . . .   | 401        |
| 6.6.1. Фотофизические свойства полупроводниковых лазеров . . . . .                             | 402        |
| 6.6.1.1. Энергетические состояния в полупроводниках . . . . .                                  | 402        |
| 6.6.1.2. Заполнение уровней при тепловом равновесии . . . . .                                  | 405        |
| 6.6.1.3. Излучательные и безызлучательные переходы . . . . .                                   | 406        |
| 6.6.1.4. Квазиуровни Ферми . . . . .   | 407        |
| 6.6.2. Накачка полупроводниковых лазеров . . . . .   | 409        |
| 6.6.2.1. Лазер на гомопереходе . . . . .   | 409        |
| 6.6.2.2. Лазер на двойном гетеропереходе . . . . .   | 412        |
| 6.6.3. Полупроводниковые лазеры и их характеристики . . . . .                                  | 414        |
| 6.6.4. Применения полупроводниковых лазеров . . . . .  | 420        |
| 6.6.5. Упрощенная теория полупроводникового лазера . . . . .                                   | 421        |
| 6.7. Лазеры на центрах окраски [37] . . . . .  | 425        |
| 6.8. Лазер на свободных электронах [38] . . . . .  | 428        |
| 6.9. Рентгеновские лазеры . . . . .  | 433        |
| 6.10. Сводка параметров . . . . .  | 437        |
| Задачи . . . . .   | 438        |
| Литература . . . . .   | 439        |
| <b>7. Свойства лазерных пучков . . . . .</b>   | <b>442</b> |
| 7.1. Введение . . . . .  | 442        |
| 7.2. Монохроматичность . . . . .   | 442        |
| 7.3. Комплексное представление полихроматических полей . . . . .                               | 443        |
| 7.4. Статистические свойства лазерного излучения и излучения тепловых источников . . . . .     | 444        |
| 7.5. Когерентность первого порядка [3] . . . . .   | 447        |
| 7.5.1. Степень пространственной и временной когерентности . . . . .                            | 447        |
| 7.5.2. Измерение пространственной и временной когерентности . . . . .                          | 450        |
| 7.5.3. Соотношение между временной когерентностью и монохроматичностью . . . . .               | 455        |
| 7.5.4. Нестационарные пучки . . . . .  | 456        |
| 7.5.5. Пространственная и временная когерентность одномодовых и многомодовых лазеров . . . . . | 457        |
| 7.6. Направленность . . . . .  | 459        |
| 7.6.1. Пучки с полной пространственной когерентностью . . . . .                                | 459        |
| 7.6.2. Пучки с частичной пространственной когерентностью . . . . .                             | 463        |
| 7.7. Лазерная спектр-картина [6, 7] . . . . .  | 466        |
| 7.8. Яркость . . . . .   | 470        |
| 7.9. Сравнение лазерного и теплового излучений . . . . .                                       | 472        |
| 7.10. Когерентность более высокого порядка [4] . . . . .                                       | 473        |
| Задачи . . . . .   | 476        |
| Литература . . . . .   | 477        |

|  |            |
|--|------------|
| <b>8. Преобразование лазерного пучка: распространение, усиление, преобразование частоты, сжатие импульса</b> | <b>478</b> |
| 8.1. Введение  | 478        |
| 8.2. Преобразование в пространстве; распространение гауссова пучка   | 479        |
| 8.3. Преобразование амплитуды: лазерное усиление [6—8]   | 485        |
| 8.4. Преобразование частоты: генерация второй гармоники и параметрическая генерация [9—11]                   | 491        |
| 8.4.1. Физическая картина  | 492        |
| 8.4.1.1. Генерация второй гармоники  | 493        |
| 8.4.1.2. Параметрическая генерация   | 501        |
| 8.4.2. Аналитическое рассмотрение  | 504        |
| 8.4.2.1. Параметрическая генерация   | 506        |
| 8.4.2.2. Генерация второй гармоники  | 511        |
| 8.5. Временное преобразование; сжатие импульса   | 514        |
| Задачи   | 524        |
| Литература   | 526        |
| <b>Приложения</b>  | <b>527</b> |
| Приложение А. Полуклассическая теория взаимодействия излучения с веществом                                   | 527        |
| Приложение Б. Пространственно-зависимые скоростные уравнения   | 532        |
| Приложение В. Теория активной синхронизации мод для однородно уширенной линии                                | 537        |
| Приложение Г. Физические постоянные  | 542        |
| <b>Ответы к некоторым задачам</b>  | <b>543</b> |
| Предметный указатель   | 549        |

## УВАЖАЕМЫИ ЧИТАТЕЛЫ!

Ваши замечания о содержании книги, ее оформлении, качестве перевода и др. просим присылать по адресу: 129820, Москва, И-110, ГСП, 1-й Рижский пер., д. 2, издательство «Мир».

Учебное издание

Орацио Звелто

**ПРИНЦИПЫ ЛАЗЕРОВ**

Издание третье, переработанное и дополненное

Заведующий редакцией А. Н. Матвеев  
Зам. зав. редакцией С. М. Жебровский  
Ст. научный редактор А. Н. Куксенко  
Младшие редакторы И. А. Зиновьева, В. И. Аксенова  
Художник С. Н. Болоболов  
Художественный редактор К. В. Радченко  
Технический редактор Т. А. Максимова  
Корректор А. Ф. Рыбальченко

ИБ № 7339

Сдано в набор 22.11.89. Подписано к печати 09.08.90. Формат 60×90<sup>1</sup>/<sub>16</sub>. Бумага типографская № 1. Печать высокая. Гарнитура литературная. Объем 17,5 сум. л. Усл. печ. л. 35,0. Усл. кр.-отт. 35,0. Уч.-изд. л. 32,37. Изд. № 2/7038. Тираж 8300 экз. Зак. № 1437/365. Цена 4 руб.

Издательство «Мир» В/О «Совэкспорткнига» Государственного комитета СССР по печати, 129820, ГСП, Москва, И-110, 1-й Рижский пер., 2.

Набрано в Ленинградской типографии № 2 головного предприятия ордена Трудового Красного Знамени Ленинградского объединения «Техническая книга» им. Евгения Соколовой Государственного комитета СССР по печати, 198052, г. Ленинград, Л-52, Измайловский проспект, 29. Отпечатано в Ленинградской типографии № 4 ордена Трудового Красного Знамени Ленинградского объединения «Техническая книга» им. Евгения Соколовой Государственного комитета СССР по печати, 191126, Ленинград, Социалистическая ул., 14.