

## Задача 3. Игра с таблицей

22 января 2024 г.

- Дана матрица  $A$  размера  $h \times w$  ( $1 \leq h \leq 15, 1 \leq w \leq 15$ )

# Задача

- Дана матрица  $A$  размера  $h \times w$  ( $1 \leq h \leq 15, 1 \leq w \leq 15$ )
- Дано число  $s$  - необходимая сумма

- Дана матрица  $A$  размера  $h \times w$  ( $1 \leq h \leq 15, 1 \leq w \leq 15$ )
- Дано число  $s$  - необходимая сумма
- Необходимо выбрать индексы строк и индексы столбцов, которые нужно удалить, чтобы оставшиеся элементы матрицы  $A$  суммарно были равны  $s$

## Подзадача 1

- Ограничение:  $h = 1$

## Подзадача 1

- Ограничение:  $h = 1$
- Матрица  $A$  будет массивом размера  $w \leq 15$

## Подзадача 1

- Ограничение:  $h = 1$
- Матрица  $A$  будет массивом размера  $w \leq 15$
- Ввиду маленьких ограничений можем перебрать все числа, например, рекурсивно выбирая, брать число на данном этапе в сумму или нет

## Подзадача 1

- Ограничение:  $h = 1$
- Матрица  $A$  будет массивом размера  $w \leq 15$
- Ввиду маленьких ограничений можем перебрать все числа, например, рекурсивно выбирая, брать число на данном этапе в сумму или нет
- Если на каком-то этапе был найден ответ, останавливаемся



- Ограничение: сумма чисел в  $i$ -ой строке не превосходит  $i$

## Подзадача 2

- Ограничение: сумма чисел в  $i$ -ой строке не превосходит  $i$
- Можно набрать все суммы в промежутке от 1 до  $t$ , где  $t$  - сумма всех чисел в матрице  $A$

- Ограничение: сумма чисел в  $i$ -ой строке не превосходит  $i$
- Можно набрать все суммы в промежутке от 1 до  $t$ , где  $t$  - сумма всех чисел в матрице  $A$
- Суммируем все числа в строках и после решаем задачу перебором всех сумм

## Подзадача 2

- Ограничение: сумма чисел в  $i$ -ой строке не превосходит  $i$
- Можно набрать все суммы в промежутке от 1 до  $t$ , где  $t$  - сумма всех чисел в матрице  $A$
- Суммируем все числа в строках и после решаем задачу перебором всех сумм
- Если на каком-то этапе был найден ответ, останавливаемся

- Ограничение:  $h, w \leq 10$

- Ограничение:  $h, w \leq 10$
- Используем битовые маски: для перебора строк и столбцов матрицы будем хранить по одному целому числу ( $a$  и  $b$  соответственно), в котором  $i$ -ый бит будет обозначать, берем ли мы в ответ  $i$ -ую строку (столбец)

- Ограничение:  $h, w \leq 10$
- Используем битовые маски: для перебора строк и столбцов матрицы будем хранить по одному целому числу ( $a$  и  $b$  соответственно), в котором  $i$ -ый бит будет обозначать, берем ли мы в ответ  $i$ -ую строку (столбец)
- Перебираем  $a$  и  $b$  в пределах  $1 \leq a < 2^h, 1 \leq b < 2^w$

- Ограничение:  $h, w \leq 10$
- Используем битовые маски: для перебора строк и столбцов матрицы будем хранить по одному целому числу ( $a$  и  $b$  соответственно), в котором  $i$ -ый бит будет обозначать, берем ли мы в ответ  $i$ -ую строку (столбец)
- Перебираем  $a$  и  $b$  в пределах  $1 \leq a < 2^h$ ,  $1 \leq b < 2^w$
- Для каждой пары  $a, b$  считаем сумму: добавляем в ответ элементы  $a_{ij}$ , если  $i$ -ый бит числа  $a$  и  $j$ -ый бит числа  $b$  равны 1



- Ограничение:  $h, w \leq 10$
- Используем битовые маски: для перебора строк и столбцов матрицы будем хранить по одному целому числу ( $a$  и  $b$  соответственно), в котором  $i$ -ый бит будет обозначать, берем ли мы в ответ  $i$ -ую строку (столбец)
- Перебираем  $a$  и  $b$  в пределах  $1 \leq a < 2^h$ ,  $1 \leq b < 2^w$
- Для каждой пары  $a, b$  считаем сумму: добавляем в ответ элементы  $a_{ij}$ , если  $i$ -ый бит числа  $a$  и  $j$ -ый бит числа  $b$  равны 1
- Общая сложность:  $O(2^{hw} \times hw)$

- Ограничение:  $h, w \leq 15$

- Ограничение:  $h, w \leq 15$
- Используем битовые маски: перебираем строки с помощью числа  $a$ , в котором  $i$ -ый бит будет обозначать, берем ли мы в ответ  $i$ -ую строку

- Ограничение:  $h, w \leq 15$
- Используем битовые маски: перебираем строки с помощью числа  $a$ , в котором  $i$ -ый бит будет обозначать, берем ли мы в ответ  $i$ -ую строку
- Перебираем  $a$  в пределах  $1 \leq a < 2^h$

- Ограничение:  $h, w \leq 15$
- Используем битовые маски: перебираем строки с помощью числа  $a$ , в котором  $i$ -ый бит будет обозначать, берем ли мы в ответ  $i$ -ую строку
- Перебираем  $a$  в пределах  $1 \leq a < 2^h$
- Для столбцов заранее считаем сумму в них с учетом того, какие строки мы взяли в маске  $a$

- Ограничение:  $h, w \leq 15$
- Используем битовые маски: перебираем строки с помощью числа  $a$ , в котором  $i$ -ый бит будет обозначать, берем ли мы в ответ  $i$ -ую строку
- Перебираем  $a$  в пределах  $1 \leq a < 2^h$
- Для столбцов заранее считаем сумму в них с учетом того, какие строки мы взяли в маске  $a$
- Применяем подход meet-in-the-middle: вместо перебора всех масок  $b$  ( $1 \leq b < 2^w$ ) разделим все столбцы на две равные части и будем перебирать подмаски по этим частям отдельно. Перебрав все суммы в левой части столбцов, сохраним их в массиве  $arr$  и отсортируем его. После можем начать перебирать суммы  $sum_j$  для правых частей и для каждой такой суммы бинарным поиском в массиве  $arr$  искать сумму  $s - sum_j$ .

- Ограничение:  $h, w \leq 15$
- Используем битовые маски: перебираем строки с помощью числа  $a$ , в котором  $i$ -ый бит будет обозначать, берем ли мы в ответ  $i$ -ую строку
- Перебираем  $a$  в пределах  $1 \leq a < 2^h$
- Для столбцов заранее считаем сумму в них с учетом того, какие строки мы взяли в маске  $a$
- Применяем подход meet-in-the-middle: вместо перебора всех масок  $b$  ( $1 \leq b < 2^w$ ) разделим все столбцы на две равные части и будем перебирать подмаски по этим частям отдельно. Перебрав все суммы в левой части столбцов, сохраним их в массиве  $arr$  и отсортируем его. После можем начать перебирать суммы  $sum_j$  для правых частей и для каждой такой суммы бинарным поиском в массиве  $arr$  искать сумму  $s - sum_j$ .
- Общая сложность:  $O(2^{h \times \frac{w}{2}} \times hw)$

Вопросы?