

**Межрегиональная предметная олимпиада Казанского федерального университета  
по предмету «Информатика»  
2013-2014 учебный год  
9 класс**

1 (30 баллов). В группе из  $N$  человек некоторые являются родственниками друг другу. Все люди пронумерованы натуральными числами от 1 до  $N$ . Нужно разбить всех этих людей на пары так, чтобы каждый входил точно в одну пару со своим родственником. Если  $A$  является родственником  $B$ , то и наоборот,  $B$  является родственником  $A$ . Если  $A$  является родственником  $B$  и  $B$  является родственником  $C$ , то необязательно, что  $A$  и  $C$  родственники. Входная информация содержит в первой строке число людей  $N$  и число пар родственников  $M$  ( $1 \leq N, M \leq 90$ ). Далее в  $M$  строках содержатся пары разных чисел – номера родственников. Программа должна вывести слово 'YES', если можно разбить людей на такие пары, и 'NO' в противном случае.

Ввод	Вывод
4 4 1 2 2 3 3 4 4 1	YES

Примечание. Пример разбиения на пары: 1-2 и 3-4.

2 (25 баллов). На поле для игры в морской бой размера  $N$  на  $M$  клеток расположены несколько кораблей. Каждый корабль состоит из одной, двух, трёх или четырёх палуб (смежных клеток, расположенных в ряд). Пустые клетки обозначаются символом '.', а палубы - символом 'X'. Каждый корабль расположен строго вертикально или горизонтально. Корабли между собой не пересекаются и не касаются друг друга. Программа должна вычислить и напечатать количество кораблей каждого вида на поле? Входная информация содержит в первой строке числа  $N$  и  $M$  ( $1 \leq N, M \leq 90$ ). Далее следуют  $N$  строк длины  $M$ , описывающих поле. Программа должна вывести 4 числа – количество одно-, двух-, трёх- и четырёхпалубных кораблей.

Ввод	Вывод
4 4 XX..	0
...X	1
...X	1
...X	0

3 (10 баллов). Написать программу для вычисления значения  $2^n 3^m$ . Входная информация содержит в единственной строке 2 натуральных числа  $n$  и  $m$ , не превосходящие 9000.

Замечание. Стандартные типы unsigned long long int или int64 позволяют работать с числами только в диапазоне от 0 до  $2^{64} - 1$  (примерно  $2 * 10^{19}$ ).

Ввод	Вывод
4 4	1296

4 (5 баллов). Сколько существует различных логических функций от 3 переменных, которые принимают значение ИСТИНА более чем на двух наборах значений переменных?

5 (15 баллов). Путешественник в поисках приключений совершил вояж по нескольким городам Татарстана, начав в одном городе и завершив его в другом (каждый город он посетил ровно один раз). Переезжая из одного города в другой, он записывал на отдельную карточку пункт отправления, пункт прибытия и цену билета. В конце путешествия он уронил стопку карт и собрал, перепутав их порядок. Необходимо восстановить маршрут и напечатать общую сумму, потраченную на билеты. Входная информация содержит в первой строке целое число  $N$  – количество городов ( $N \leq 90$ ). В следующих  $N-1$  строках находятся карточки, по одной в строке – название города отправления, города прибытия и цена билета. Названия городов состоят только из русских букв и имеют длину до 50 символов. Цена билета – натуральное число до 9000. Названия городов и цена разделены пробелами. Выходная информация должна содержать в первых  $N$  строках названия городов в порядке их посещения. В последней строке должна содержаться итоговая сумма, потраченная на билеты.

Ввод	Вывод
5	Бугульма
Казань Нижнекамск 100	Альметьевск
Бугульма Альметьевск 500	Казань
Нижнекамск Зеленодольск 450	Нижнекамск
Альметьевск Казань 890	Зеленодольск
	1940

Примечание. В Татарстане городов намного меньше 90.

6 (15 баллов). Сколько существует способов разбиения выпуклого пятиугольника на треугольники непересекающимися диагоналями?

Для примера, пятиугольник можно разбить на треугольники 5 способами, а четырёхугольник – двумя.

Примечание.

В задачах на программирование нужно написать, по возможности, наиболее эффективную по времени выполнения программу.

Примечания (комментарии) в тексте программы приветствуются!

**Межрегиональная предметная олимпиада Казанского федерального университета  
по предмету «Информатика»  
2013-2014 учебный год  
10 класс**

1 (30 баллов). В группе из  $N$  человек некоторые являются родственниками друг другу. Все люди пронумерованы натуральными числами от 1 до  $N$ . Нужно разбить всех этих людей на пары так, чтобы каждый входил точно в одну пару со своим родственником. Если  $A$  является родственником  $B$ , то и наоборот,  $B$  является родственником  $A$ . Если  $A$  является родственником  $B$  и  $B$  является родственником  $C$ , то необязательно, что  $A$  и  $C$  родственники. Входная информация содержит в первой строке число людей  $N$  и число пар родственников  $M$  ( $1 \leq N, M \leq 100$ ). Далее в  $M$  строках содержатся пары разных чисел – номера родственников. Программа должна вывести слово 'YES', если можно разбить людей на такие пары, и 'NO' в противном случае.

Ввод	Вывод
4 4 1 2 2 3 3 4 4 1	YES

Примечание. Пример разбиения на пары: 1-4 и 3-2.

2 (25 баллов). На поле для игры в морской бой размера  $N$  на  $M$  клеток расположены несколько кораблей. Каждый корабль состоит из одной, двух, трёх или четырёх палуб (смежных клеток, расположенных в ряд). Пустые клетки обозначаются символом '.', а палубы - символом 'X'. Каждый корабль расположен строго вертикально или горизонтально. Корабли между собой не пересекаются и не касаются друг друга. Программа должна вычислить и напечатать количество кораблей каждого вида на поле? Входная информация содержит в первой строке числа  $N$  и  $M$  ( $1 \leq N, M \leq 100$ ). Далее следуют  $N$  строк длины  $M$ , описывающих поле. Программа должна вывести 4 числа – количество одно-, двух-, трёх- и четырёхпалубных кораблей.

Ввод	Вывод
4 4 XX..	0
...X	1
...X	1
...X	0

3 (10 баллов). Написать программу для вычисления значения  $2^n 5^m$ . Входная информация содержит в единственной строке 2 натуральных числа  $n$  и  $m$ , не превосходящие 10000.

Замечание. Стандартные типы unsigned long long int или int64 позволяют работать с числами только в диапазоне от 0 до  $2^{64} - 1$  (примерно  $2 * 10^{19}$ ).

Ввод	Вывод
20 21	50000000000000000000

4 (5 баллов). Сколько существует различных логических функций от 4 переменных, которые принимают значение ИСТИНА более чем на двух наборах значений переменных?

5 (15 баллов). Путешественник в поисках приключений совершил вояж по нескольким городам России, начав в одном городе и завершив его в другом (каждый город он посетил ровно один раз). Переезжая из одного города в другой, он записывал на отдельную карточку пункт отправления, пункт прибытия и цену билета. В конце путешествия он уронил стопку карт и собрал, перепутав их порядок. Необходимо восстановить маршрут и напечатать общую сумму, потраченную на билеты. Входная информация содержит в первой строке целое число  $N$  – количество городов ( $N \leq 1000$ ). В следующих  $N-1$  строках находятся карточки, по одной в строке – название города отправления, города прибытия и цена билета. Названия городов состоят только из русских букв и имеют длину до 50 символов. Цена билета – натуральное число до 10000. Названия городов и цена разделены пробелами. Выходная информация должна содержать в первых  $N$  строках названия городов в порядке их посещения. В последней строке должна содержаться итоговая сумма, потраченная на билеты.

Ввод	Вывод
5	Москва
Казань Самара 1000	Питер
Москва Питер 5000	Казань
Самара Сочи 4500	Самара
Питер Казань 8900	Сочи
	19400

6 (15 баллов). Сколько существует способов разбиения выпуклого десятиугольника на треугольники непересекающимися диагоналями?

Для примера, пятиугольник можно разбить на треугольники 5 способами, а четырёхугольник – двумя.

Примечание.

В задачах на программирование нужно написать, по возможности, наиболее эффективную по времени выполнения программу.

Примечания (комментарии) в тексте программы приветствуются!

**Межрегиональная предметная олимпиада Казанского федерального университета  
по предмету «Информатика»  
2013-2014 учебный год  
11 класс**

1 (30 баллов). В группе из  $N$  человек некоторые являются родственниками друг другу. Все люди пронумерованы натуральными числами от 1 до  $N$ . Нужно разбить всех этих людей на пары так, чтобы каждый входил точно в одну пару со своим родственником. Если  $A$  является родственником  $B$ , то и наоборот,  $B$  является родственником  $A$ . Если  $A$  является родственником  $B$  и  $B$  является родственником  $C$ , то необязательно, что  $A$  и  $C$  родственники. Входная информация содержит в первой строке число людей  $N$  и число пар родственников  $M$  ( $1 \leq N, M \leq 110$ ). Далее в  $M$  строках содержатся пары разных чисел – номера родственников. Программа должна вывести слово 'YES', если можно разбить людей на такие пары, и 'NO' в противном случае.

Ввод	Вывод
4 6 1 2 1 3 1 4 2 3 2 4 3 4	YES

Примечание. Пример разбиения на пары: 1-3 и 2-4.

2 (25 баллов). На поле для игры в морской бой размера  $N$  на  $M$  клеток расположены несколько кораблей. Каждый корабль состоит из одной, двух, трёх или четырёх палуб (смежных клеток, расположенных в ряд). Пустые клетки обозначаются символом '.', а палубы - символом 'X'. Каждый корабль расположен строго вертикально или горизонтально. Корабли между собой не пересекаются и не касаются друг друга. Программа должна вычислить и напечатать количество кораблей каждого вида на поле? Входная информация содержит в первой строке числа  $N$  и  $M$  ( $1 \leq N, M \leq 110$ ). Далее следуют  $N$  строк длины  $M$ , описывающих поле. Программа должна вывести 4 числа – количество одно-, двух-, трёх- и четырёхпалубных кораблей.

Ввод	Вывод
4 4 XX..	0
...X	1
...X	1
...X	0

3 (10 баллов). Написать программу для вычисления значения  $5^n 3^m$ . Входная информация содержит в единственной строке 2 натуральных числа  $n$  и  $m$ , не превосходящие 11000.

Замечание. Стандартные типы unsigned long long int или int64 позволяют работать с числами только в диапазоне от 0 до  $2^{64} - 1$  (примерно  $2 * 10^{19}$ ).

Ввод	Вывод
4 4	50625

4 (5 баллов). Сколько существует различных логических функций от 5 переменных, которые принимают значение ИСТИНА более чем на двух наборах значений переменных?

5 (15 баллов). Путешественник в поисках приключений совершил вояж по нескольким городам Исландии, начав в одном городе и завершив его в другом (каждый город он посетил ровно один раз). Проезжая из одного города в другой, он записывал на отдельную карточку пункт отправления, пункт прибытия и цену билета. В конце путешествия он уронил стопку карточек и собрал, перепутав их порядок. Необходимо восстановить маршрут и напечатать общую сумму, потраченную на билеты. Входная информация содержит в первой строке целое число  $N$  – количество городов ( $N \leq 11000$ ). В следующих  $N-1$  строках находятся карточки, по одной в строке – название города отправления, города прибытия и цена билета. Названия городов состоят только из русских букв и имеют длину до 50 символов. Цена билета – натуральное число до 110000. Названия городов и цена разделены пробелами. Выходная информация должна содержать в первых  $N$  строках названия городов в порядке их посещения. В последней строке должна содержаться итоговая сумма, потраченная на билеты.

Ввод	Вывод
5 Акюрейри Хабнарфьордюр 10000 Рейкьявик Сейдисфьордюр 50000 Хабнарфьордюр Грундарфьордюр 45000 Сейдисфьордюр Акюрейри 89000	Рейкьявик Сейдисфьордюр Акюрейри Хабнарфьордюр Грундарфьордюр 194000

6 (15 баллов). Сколько существует способов разбиения выпуклого одиннадцатиугольника на треугольники непересекающимися диагоналями? Для примера, пятиугольник можно разбить на треугольники 5 способами, а четырёхугольник – двумя.

Примечание.

В задачах на программирование нужно написать, по возможности, наиболее эффективную по времени выполнения программу.

Примечания (комментарии) в тексте программы приветствуются!

## Рекомендации по решения задач

1 Простой вариант решения может состоять в организации перебора с возвратом для выбора пар родственников, которые ранее не были выбраны. Это решение просто записать с помощью рекурсии, но это решение для некоторых случаев будет работать долго.

Более оптимальное решение состоит в нахождении максимального паросочетания в графе (см. [e-maxx.ru/algo](http://e-maxx.ru/algo)). Для этого решения будем считать людей вершинами графа, а родственные отношения – рёбрами. Нужно в графе выбрать такое множество рёбер, чтобы каждая вершина была соединена ровно одним ребром с другой вершиной.

2 Задача на аккуратную реализацию. Хранить поле в символьной (или числовой) матрице. Организовать поиск клеток, занятых кораблями, и пометить все выявленные корабли. Начнём поиск первого корабля с верхнего левого угла. Когда найдём палубу 1-го корабля, то сам корабль от этой клетки находится правее по горизонтали или вниз по вертикали. Отметим все палубы и продолжим поиск остальных кораблей.

3 В программе необходимо организовать хранение в массиве цифр длинного числа. В простейшем случае можно хранить в одном элементе 1 цифру. Для увеличения скорости можно хранить несколько последовательных цифр в одном элементе и тогда сократится количество элементов массива и количество выполняемых операций. Вычисление результата можно выполнить в цикле последовательными умножениями длинного числа  $n$  раз на множитель «а», а потом  $m$  раз на «b». Можно ускорить процесс возведения в степень, используя двоичные представления  $n$  и  $m$ . Предварительно необходимо оценить размер будущего результата, т.е. длину создаваемого массива.

4 Число различных наборов значений функции от  $n$  переменных равно  $k = 2^n$ , т.к. каждое значение в наборе может быть равно 0 или 1 независимо от других переменных. Тогда количество различных функций от  $n$  переменных равно  $2^k$ .

Количество вариантов выбрать 2 числа из  $k$  чисел равно  $k * (k - 1) / 2$ ;

Количество вариантов выбрать 1 число из  $k$  чисел равно  $k$ ;

Количество вариантов, не содержащих единицу, равно 1.

Тогда окончательный ответ равен  $2^k - C(2^n, 2) - 2^n - 1$ .

$2^k - k*(k-1)/2 - k - 1$ , где  $k = 2^n$ .

Ответы:

9 класс)  $512 - 8*7/2 - 8 - 1 = 475$  (n=3 k=8)

10 класс)  $65\ 536 - 16*15/2 - 16 - 1 = 65\ 399$  (n=4 k=16)

11 класс)  $4\ 294\ 967\ 296 - 32*31/2 - 32 - 1 = 4\ 294\ 966\ 271$  (n=5 k=32)

5 Найти город, который встречается только как город отправления, и назначить его очередным городом. Далее в цикле для каждого очередного найденного города определять город, в который попадаем из него, и делать его следующим очередным.

Для каждого города отправления (по его номеру) хранить в массиве номер города прибытия.

6 Ответ на задачу дают числа Каталана (см. [http://ru.wikipedia.org/wiki/ числа Каталана](http://ru.wikipedia.org/wiki/числа_Каталана)).  $n$ -е число Каталана ( $C_n$ ) задаёт количество способов разбить выпуклый  $(n+2)$ -угольник на треугольники непересекающимися диагоналями.

Эти числа можно вычислять последовательно по рекуррентной формуле

$$C_n = \sum_{i=0}^{n-1} C_i C_{n-1-i}, \text{ для } n \geq 1 \text{ и } C_0 = 1.$$

или через биномиальные коэффициенты

$$C_n = \frac{1}{n+1} \binom{2n}{n} = \binom{2n}{n} - \binom{2n}{n-1}.$$

$$C_1 = 1$$

$$C_2 = 2$$

$$C_3 = 5$$

$$C_4 = 14$$

$$C_5 = 42$$

$$C_6 = 132$$

Ответы:

$$9 \text{ класс) } C_7 = 429$$

$$10 \text{ класс) } C_8 = 1430$$

$$11 \text{ класс) } C_9 = 4862$$