УЧЕНЫЕ ЗАПИСКИ КАЗАНСКОГО УНИВЕРСИТЕТА

Том 157, кн. 3

Физико-математические науки

2015

УДК 532.517.4

# ЛОКАЛИЗОВАННЫЕ ТУРБУЛЕНТНЫЕ СТРУКТУРЫ В КРУГЛОЙ ТРУБЕ

Н.В. Никитин, В.О. Пиманов

### Аннотация

Переход к турбулентности в трубах начинается с образования пространственно-локализованных структур – турбулентных порывов. С целью объяснения механизма турбулентных порывов проведено исследование условно периодического во времени решения уравнений Навье – Стокса, по ряду качественных признаков близкого к турбулентному порыву. Такие решения возникают на сепаратрисе, разделяющей области притяжения решений, отвечающих ламинарному и турбулентному режимам течения. Показано, в частности, что механизмом возникновения колебаний не является механизм неустойчивости Кельвина – Гельмгольца, который, как считалось, ответственен за рождение пульсаций в турбулентном порыве.

**Ключевые слова:** уравнения Навье–Стокса, прямой расчет, локализованные решения, турбулентные порывы, решение на сепаратрисе, пристенные полосы.

### Введение

Турбулентность в круглой трубе при переходных числах Рейнольдса проявляется в виде локализованных в пространстве структур, называемых турбулентными порывами ("turbulent puffs"). Порывы сносятся потоком примерно со скоростью среднего течения. Их пространственная протяженность в  $(20 \div 30)R$  (R – радиус трубы) остается неизменной. Порывы подвержены спонтанному исчезновению или делению. С каждой из этих двух конкурирующих тенденций может быть связано характерное время: среднее время жизни порыва до его исчезновения и среднее время до его разделения. Первое увеличивается с ростом числа Рейнольдса Re, второе уменьшается. Согласно точке зрения, сформулированной в [1], значение Re = Re<sup>\*</sup> = 2040, при котором происходит смена доминирования тенденций, является точкой статистического фазового перехода и может быть принято в качестве минимального критического числа Рейнольдса в круглой трубе. При Re < Re<sup>\*</sup> турбулентный порыв скорее погибнет, чем успеет разделиться, так что возникновение развитого турбулентного течения невозможно. Наоборот, при  $\text{Re} > \text{Re}^*$  порыв скорее успеет произвести потомство прежде, чем погибнет, что приводит к развитию незатухающего турбулентного движения.

Турбулентный порыв представляет собой интересный гидродинамический объект, который в некотором отношении можно рассматривать как структурную единицу турбулентности. Можно сформулировать ряд вопросов, касающихся поведения порыва. До конца не понятен механизм, обусловливающий пространственную локализацию и самоподдержание порыва, неясными остаются причины, побуждающие его к делению или затуханию, а также неизвестны факторы, определяющие его протяженность и скорость перемещения вдоль трубы.

В последние годы акцент в изучении механизма самоподдержания турбулентности в пристенных течениях смещается от лабораторного эксперимента в сторону эксперимента вычислительного, основанного на численном решении уравнений Навье – Стокса. Турбулентные порывы впервые были рассчитаны в [2], где было показано, что пространственная локализация есть внутреннее свойство решений уравнений Навье – Стокса при переходных числах Рейнольдса, а не следствие специальных начальных условий. Попытка объяснения механизма самоподдержания турбулентного порыва была предпринята в [3]. В системе отсчета, связанной с порывом, пульсации в осевой части трубы сносятся вниз по потоку. Их нелинейное взаимодействие порождает медленно меняющиеся полосчатые структуры, концентрирующиеся в пристенной области трубы, где относительная скорость течения отрицательна. Из-за этого полосчатые структуры отстают от порыва. В хвостовой части порыва в областях расположения полос замедления образуются интенсивные сдвиговые слои с точкой перегиба в профиле скорости, где в силу неустойчивости типа Кельвина–Гельмгольца порождаются мелкомасштабные пульсации, попадающие в приосевую область трубы и сносящиеся вниз по потоку. Так, согласно [3], выглядит цикл самопроизводства турбулентных пульсаций внутри порыва и цикл самоподдержания самой этой структуры.

Идеализированная схема, предложенная в [3], выглядит правдоподобно, однако, на наш взгляд, сделанные в этой работе выводы в должной мере не подкреплены фактическими данными. Реальная динамика порыва сложнее и неопределеннее. Ее изучение осложнено в первую очередь стохастичностью процесса, когда отдельные его фазы следуют друг за другом случайным образом. В этих условиях определенная ясность может быть получена путем анализа более простых структур, аппроксимирующих порыв, недавно найденных в [4, 5]. Это предельные решения, возникающие на сепаратрисе, разделяющей области притяжения решений, соответствующих ламинарному и турбулентному режимам течения. Такие решения, наследуя ряд качественных характеристик турбулентного порыва, оказываются периодическими по времени в системе отсчета, перемещающейся вдоль трубы с постоянной скоростью. Простота поведения позволяет провести исчерпывающее исследование свойств таких условно периодических решений, которые, как мы полагаем, проясняют определенные детали поведения турбулентного порыва.

## 1. Метод решения

В настоящей работе уравнения Навье-Стокса для несжимаемой жидкости решаются конечно-разностным методом [6]. В направлении потока принимаются традиционные условия периодичности, при этом длина расчетной области (период) выбирается достаточно большой для адекватного представления локализованных турбулентных структур. Стартуя с начальных условий в виде некоторого трехмерного возмущения течения Пуазейля, решение либо возвращается к течению Пуазейля, если амплитуда возмущения недостаточно велика, либо выходит на режим стохастических колебаний, согласующийся по своим статистическим характеристикам с экспериментальными данными. При достаточно больших значениях числа Рейнольдса возникающее турбулентное течение однородно в направлении потока, а при  $\text{Re} \leq 2600$  начинает проявляться пространственная перемежаемость – решение представляет собой несколько следующих друг за другом локализованных турбулентных структур, разделенных участками почти невозмущенного ламинарного течения (рис. 1). При этом картина течения внутри турбулентной области согласуется с течением в турбулентном порыве [7]. В частности, скорость на оси трубы медленно падает на 30-40% на переднем фронте и резко восстанавливается на заднем, что является характерной чертой турбулентного порыва.

Как уже было отмечено, решение выходит на турбулентный режим, если амплитуда начального возмущения достаточно велика, в противном случае решение



Рис. 1. Турбулентный порыв. Вверху – визуализация численного решения; в центре – распределение скорости вдоль оси трубы; внизу – экспериментальная осциллограмма скорости на оси трубы в режиме турбулентных порывов [7]

возвращается к ламинарному режиму. Путем варьирования амплитуды начального возмущения удается на значительном интервале времени проследить поведение неустойчивого решения, балансирующего на сепаратрисе, разделяющей области притяжения ламинарного и турбулентного решений [4]. В соответствии с [5] задача решается с дополнительными ограничениями диаметральной симметричности и  $\pi$ -периодичности решения в угловом направлении. В этом случае в определенном диапазоне значений числа Рейнольдса решение на сепаратрисе выходит на режим условно периодических колебаний (периодических в некоторой подвижной системе координат).

### 2. Результаты

При Re = 2200 предельное решение на сепаратрисе представляет собой локализованную в пространстве структуру, перемещающуюся вниз по потоку со скоростью c = 0.69U (U – максимальная скорость течения Пуазейля, равная удвоенной средней скорости). В подвижной системе отсчета это решение может быть представлено в виде суперпозиции стационарной осредненной составляющей и периодических колебаний с периодом T = 60 R/U. Несмотря на определенную простоту во временном поведении, решение на сепаратрисе во многих отношениях близко к турбулентному порыву. На рис. 2 приведены визуализации решения на сепаратрисе и турбулентного порыва. Темным и светлым тоном изображены области пониженной и повышенной на величину 0.1U (по сравнению с течением Пуазейля) скорости в мгновенном распределении. На рис. 3 представлены графики скорости вдоль оси трубы, отвечающие решению на сепаратрисе и турбулентному порыву. Оба рисунка демонстрируют соответствие двух решений. В обеих структурах имеются протяженные области ускоренного и замедленного движения. Сохраняется основная качественная особенность порыва — медленное понижение осевой скорости на переднем фронте и резкое восстановление на заднем.

Осредненная составляющая предельного решения на сепаратрисе имеет вид структуры с пониженной скоростью на оси трубы и четырех пар полос пониженной и повышенной скорости, чередующихся в угловом направлении в пристенной



Рис. 2. Области пониженной (темный фон) и повышенной (светлый фон) скорости в турбулентном порыве (верхний рисунок) и в решении на сепаратрисе (нижний рисунок)



Рис. 3. Распределение скорости вдоль оси трубы в турбулентном порыве (тонкая линия) и в решении на сепаратрисе (жирная линия)

области. Колебательная составляющая появляется в средней части порыва и бежит вниз по порыву со скоростью 0.1U. Колебания переносятся в нижнюю часть порыва по центральной области трубы, где относительная скорость движения положительна. Там нелинейные взаимодействия колебаний вызывают искажение осредненной скорости. Сначала в основном в виде дефицита скорости в приосевой области, что компенсируется незначительным повышением скорости у стенки. Затем выше по течению образуются продольные вихри, которые за счет наличия небольшой радиальной скорости вызывают заметные искажения в продольной скорости в виде пристенных полос ускоренного и замедленного движения. Полосы отстают от порыва, вытягиваясь в хвостовой части.

Описанная картина появления искажений в осредненном поле течения соответствует описанию [3]. Интересно, каков механизм возникновения колебаний. Согласно [3] причиной появления колебаний является неустойчивость Кельвина – Гельмгольца, возникающая вблизи стенки в области полос замедленного движения, где в профиле средней скорости, как функции радиальной координаты, имеются точки перегиба. Заметим, что такой механизм является наиболее популярным при объяснении природы возникновения пульсаций в пристенных турбулентных течениях. Проведенный нами анализ показывает, что по крайней мере в случае решения на сепаратрисе возникновение колебаний хоть и происходит в результате линейной неустойчивости осредненного движения, но механизм этой неустойчивости отличается от механизма Кельвина – Гельмгольца. Генерация пульсаций происходит не в областях замедленного движения, а скорее на фоне полос ускорения. На рис. 4 изображены поле осредненной скорости и распределение амплитуды колебаний в поперечном сечении трубы, соответствующем максимальному росту колебаний. Более точно можно сказать, что максимальный уровень колебаний (как и макси-



Рис. 4. Сечение с максимальным ростом уровня колебаний. Слева – поле скорости осредненного движения; справа – распределение амплитуды колебаний. Светлый тон соответствует максимальным, а темный тон – минимальным значениям

мальный уровень производства энергии колебаний) наблюдается в промежуточных областях между полосами ускоренного и замедленного движения. В этих областях имеются точки перегиба в распределении средней скорости как функции угловой, а не радиальной координаты. Кроме того, в сечении максимума генерации энергии колебаний осредненная скорость в приосевой области претерпевает резкое падение при изменении вдоль продольной координаты, что также может иметь определенное значение. В настоящее время продолжаются работы по идентификации механизма возникновения колебаний, а также объяснению других особенностей поведения турбулентного порыва.

Вычисления проводились на суперкомпьютерном комплексе Московского государственного университета имени М.В. Ломоносова «Чебышев».

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект № 14-01-00295-а).

#### Summary

N.V. Nikitin, V.O. Pimanov. Localized Turbulent Structures in a Circular Pipe.

Transition to turbulence in a pipe flow begins with the appearance of spatially localized structures, such as turbulent puffs. The investigation of a conditionally time-periodic solution of the Navier–Stokes equations, which is qualitatively close to a turbulent puff, is carried out with the aim to explain the mechanism of turbulent puffs. Such solutions are given by the separatrix dividing the attraction regions of laminar and turbulent solutions. In particular, it is shown that the mechanism underlying oscillations is not driven by the Kelvin–Helmholtz instability, which was considered as the main mechanism of oscillation generation in the turbulent puff.

**Keywords:** Navier–Stokes equations, direct numerical simulation, localized solution, turbulent puffs, edge state, boundary layer streaks.

### Литература

- Avila K., Moxey D., de Lozar A., Avila M., Barkley D., Hof B. The onset of turbulence in pipe flow // Science. - 2011. - V. 333 - P. 192-196. - doi: 10.1126/science.1203223.
- Priymak V.G., Miyazaki T. Direct numerical simulation of equilibrium spatially localized structures in pipe flow // Phys. Fluids. – 2004. – V. 16, No 12. – P. 4221–4234. – doi: 10.1063/1.1804549.
- Shimizu M., Kida S. A driving mechanism of a turbulent puff in pipe flow // Fluid Dyn. Res. - 2009. - V. 41, No 4. - Art. 045501, P. 1-27. - doi: 10.1088/0169-5983/41/4/045501.

- Skufca J.D., Yorke J.A., Eckhardt B. Edge of chaos in a parallel shear flow // Phys. Rev. Lett. - 2006. - V. 96, No 17. - P. 174101-1-174101-4. - doi: PhysRevLett.96.174101.
- Avila M., Mellibovsky F., Roland N., Hof B. Streamwise-localized solutions at the onset of turbulence in pipe flow // Phys. Rev. Lett. - 2013. - V. 110, No 22. - P. 224502-1-224502-4. - doi: PhysRevLett.110.224502.
- Nikitin N. Finite-difference method for incompressible Navier–Stokes equations in arbitrary orthogonal curvilinear coordinates // J. Comp. Phys. – 2006. – V. 217, No 2. – P. 759–781. – doi: 10.1016/j.jcp.2006.01.036.
- Wygnanski I.J., Champagne F.H. On transition in a pipe. Part 1. The origin of puffs and slugs and the flow in a turbulent slug // J. Fluid Mech. - 1973. - V. 59, No 2. -P. 281-335. - doi: 10.1017/S0022112073001576.

Поступила в редакцию 15.06.15

E-mail: nvnikitin@mail.ru

**Пиманов Владимир Олегович** – научный сотрудник лаборатории общей аэродинамики, НИИ механики МГУ имени М.В. Ломоносова, г. Москва, Россия.

E-mail: pimanov-vladimir@yandex.ru

**Никитин Николай Васильевич** – доктор физико-математических наук, заведующий лабораторией общей аэродинамики, НИИ механики МГУ имени М.В. Ломоносова, г. Москва, Россия.